Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Aprendizaje basado en la resolución de problemas contextualizados para la motivación de los alumnos en 1º de Educación Secundaria Obligatoria

Presentado por: Laura Ochoa Grande
Línea de investigación: Propuesta de Intervención
Directora: María del Carmen Romero García
Ciudad: Logroño
Fecha: 24 de mayo 2016

TABLA DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN 4
1.1. Justificación y planteamiento del problema 4
1.3. Objetivos 5
1.3.1. Objetivo principal 5
1.3.2. Objetivos específicos 6
1.4. Descripción de los apartados 6
2. MARCO TEÓRICO 8
2.1. Informes PISA 8
2.2. Legislación 10
2.2.1. Marco legislativo en el bloque 4 de Funciones 12
2.3. Funciones 13
2.3.1. Importancia del aprendizaje de gráficas y funciones 13
2.3.2. Dificultades en el aprendizaje de gráficas y funciones 14
2.4. Contextualización y afectividad 16
2.5. Teoría del aprendizaje ecléctico de Gagné 20
2.5.1. Características 20
2.5.2. Los procesos de aprendizaje 21
2.5.3. Fases del aprendizaje 22
2.5.4. Variedad de capacidades aprendidas 22
2.5.5. Los tipos de aprendizaje 23
2.5.6. Las condiciones del aprendizaje 24
3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN 25
3.1. Análisis de la situación educativa y mejora propuesta 25
3.1.1. Estudio previo 25
3.2. Objetivos de la propuesta 30
3.3. Contenidos generales en el bloque de funciones 31
3.4. Competencias 32
3.5. Criterios de Evaluación y Estándares de aprendizaje 33
3.6. Metodología 33
3.6.1. Propuesta metodológica. 33
3.6.2. Destinatarios 34
3.6.3. Planificación de las acciones 35
3.6.3.1. Actividades de la propuesta 35
3.6.3.2. Selección del contexto para elaborar los problemas 37
3.6.3.3. Problema guía y problema contextualizados 38
3.6.3.4. Cronograma 45

3.6.4. Recursos humanos, materiales y económicos 46
3.6.5. Forma de evaluación previstas 47
3.6.6. Resultados previstos 49
4. DISCUSIÓN 51
5. CONCLUSIONES 53
6. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA 55
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 56
ANEXOS 60
Anexo 1: Documentación actividad de conocimientos previos 60
Anexo 2: Documentación actividad de aprendizaje multidisciplinar 61

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. *Contextos de los problemas en las pruebas de evaluación matemática PISA 2012* 9
Tabla 2. *Teoría del aprendizaje ecléctico de Gagné* 20
Tabla 3. *Fases de aprendizaje de Gagné.* 22
Tabla 4. *Capacidades aprendidas según Gagné.* 23
Tabla 5. *Experiencias del período de intervención clasificadas según las fases de aprendizaje de Gagné.* 26
Tabla 6. *Rúbrica de evaluación de la unidad didáctica impartida.* 28
Tabla 7. *Objetivos. Bloque 4. Funciones.* 31
Tabla 8. *Contenidos. Bloque 4. Funciones.* 31
Tabla 9. *Contenidos. Bloque 4. Funciones en 1º de ESO.* 32
Tabla 10. *Competencias de la unidad didáctica.* 32
Tabla 11. *Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje.* 33
Tabla 12. *Estrategias de la propuesta.* 34
Tabla 13. *Destinatarios.* 34
Tabla 14. *Actividades de la propuesta.* 36
Tabla 15. *Contextos seleccionados por 50 alumnos de 1º de ESO para una actividad de aprendizaje basada en proyectos.* 37
Tabla 16. *Contextualización de los problemas de la propuesta.* 38
Tabla 17. *Cronograma de actividades.* 45
Tabla 18. *Rúbrica de Evaluación.* 47
Tabla 19. *Porcentaje de cada indicador en la calificación* 49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Proceso de aprendizaje de Gagné. 21
Figura 2. Calificación grupo A. 29
Figura 3. Calificación grupo B 29
Figura 4. Calificación grupo C. 30
Figura 5. Problema guía 40
Figura 6. Problema contextualizado 1: Tablas y gráficas para comprarme un móvil. 41
Figura 7. Problema contextualizado 2: Tablas y gráficas para mi equipo de futbol. 42
Figura 8. Problema contextualizado 3: Tablas y gráficas para planificar mis vacaciones. 43
Figura 9. Problema contextualizado 4: Tablas y gráficas para ayudar a los niños. 44
Figura 10. Conocimientos previos matemáticos. 60
Figura 11. Cuestión de inicio para el aprendizaje multidisciplinar. 61
Figura 12. Planteamiento de la actividad en tabla. 61
Figura 13. Planteamiento de la actividad en gráfica. 62

RESUMEN

Este trabajo presenta una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas contextualizados a la realidad de cada aula y grupo para la enseñanza del bloque de Funciones a alumnos de 1º de Educación Secundaria Obligatoria, de forma que se eviten los bloqueos afectivos iniciales que sufren cuando se enfrentan a esta materia. Tras los resultados obtenidos en los informes PISA 2012 en las pruebas de resolución de problemas en la materia matemática, se hace inminente la necesidad de buscar nuevas metodologías para los procesos de enseñanza aprendizaje que no se limiten a los contextos del aula o a una mera repetición de ejercicios difíciles de abstraer. Son numeroso los autores que han hablado sobre el dominio afectivo del educando y sobre la contextualización de las situaciones matemáticas y es ahora cuando comienza a estudiarse la importancia de la relación entre estos dos conceptos. Para ello, esta propuesta realiza una adaptación de las fases de aprendizaje de Gagné a la resolución de problemas en clase, partiendo de situaciones cercanas a la realidad, a los intereses y al dominio afectivo del alumno. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto no solo la mejora académica en la resolución de problemas y la generalización de los conceptos a distintas situaciones sino también un cambio enriquecedor de actitud por parte de los alumnos hacia la materia matemática.

Palabras clave: problemas contextualizados, emociones, afectividad, 1º ESO.

ABSTRACT

This work presents a didactic proposal based on problem solving contextualized to the reality of each classroom and group teaching function block students from 1st Secondary Education so that the initial emotional blockages suffering are avoided when faced with this matter. Following the results of the PISA 2012 tests for solving problems in mathematical terms the need for new methodologies for teaching processes is imminent - learning that is not limited to classroom contexts, mere repetition or difficult abstract exercises. Numerous authors who have spoken about the affective domain of the student and contextualizing mathematical situations are now beginning to study the importance of the relationship between these two concepts. To do this, this proposal makes an adaptation of the learning stages Gagne to solve problems based on situations close to reality, interests and student affective domain. The outcome shows not only academic improvement of the results in problem solving and generalization of concepts to different situations but also an enriching change in attitude by the students towards mathematics matter.

Keywords: contextualized problems, emotions, affection, 1st ESO.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Justificación y planteamiento del problema

En Matemática, la resolución y contextualización de problemas, cada día ocupa un lugar más destacado en los procesos de enseñanza aprendizaje como vía de motivación para el alumno y abstracción de conceptos de una forma más práctica y cercana al educando. A su vez nacen nuevas tendencias sobre la relevancia del dominio afectivo en el aprendizaje de la matemática como una variable fundamental que debe enfocarse a las características individuales del alumno para lograr que sean realmente significativas.

El punto de partida de esta investigación hace referencia a un binomio que hasta las últimas décadas se consideraba que no tenía ninguna relación la contextualización y la afectividad de la matemática.

Una de las razones de este binomio la establece el marco legislativo vigente, donde la resolución de problemas contextualizados adquiere una especial importancia para el desarrollo del educando, no solo en el ámbito de la matemática sino como instrumento que le permite abordar situaciones de su entorno real con un correcto desempeño y como lenguaje universal de las materias de ciencias y así lo recoge el Real Decreto 1105/2015:

> "La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. La habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas es una de las capacidades esenciales de la actividad matemática, ya que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinares reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico." (BOE, núm. 3, p. 408).

Otra de las razones de la propuesta del trabajo, parte de la experiencia personal de la autora. Al iniciar la impartición de la unidad didáctica del bloque de funciones en 1º de ESO, ella pregunta a un alumno: "Javier, ¿tú qué quieres ser de mayor?". El alumno contesta: "Veterinario". La docente le mira, le sonríe y le dice: "Yo no llevaría mis perros a tu clínica". Javier, sorprendido, pregunta la razón y recibe la respuesta: "Todos los perros se desparasitan cada tres meses, la medicación depende del peso. Si no aprendes proporcionalidad y a un chiguagua le das la medicación correspondiente a un labrador, lo enfermarás. Vas a aprender a construir tablas que te van a ayudar a calcular la medicación de los perros en función de su peso y muchas cosas más". Javier está en un programa de refuerzo para alumnos con problemas de atención y aprendizaje. A partir de ese día, el alumno atiende en clase, los problemas le interesan, trae las tareas y se

ofrece voluntario para salir a la pizarra. Los problemas que se plantean, le interesan, los entiende y son cercanos a sus intereses.

Por estos motivos es necesario buscar propuestas metodológicas que permitan contextualizar los problemas matemáticos a entornos realmente significativos, creando un marco conocido por los alumnos que les proporcione aprendizajes motivadores, que mantengan su atención y expectativas permitiendo incorporar de manera más eficaz los nuevos conocimientos a sus estructuras cognitivas.

Hay mucha terminología para referirnos a la contextualización de los problemas, pero la realidad educativa de los libros de textos son problemas cuyo enunciado está muy lejano a los intereses, motivaciones y realidad del alumno.

Los libros de texto frecuentemente tienen una terminología que o bien los alumnos no entienden o no es atractiva para ellos. El docente debe preguntarse si para un alumno de 12 años, la palabra termógrafo le es conocida y motivadora o si interpretar la gráfica de la temperatura de un paciente enfermo es una situación significativa para el educando. Estos son problemas contextualizados habituales en los libros de texto y cuando le preguntas a un docente por qué no los cambia, la respuesta es: "*porque es muy sencillo explicarlo así*".

Los educandos deben aprender vocabulario y saber que una gráfica mide la temperatura de un paciente, pero pueden que no sean los contextos adecuados para iniciar el aprendizaje de nuevos conocimientos.

1.3. Objetivos

Con este proyecto se pretende desarrollar una propuesta metodológica que permita al docente conocer los intereses y motivaciones de su alumnado y trabajar la contextualización de los problemas de acuerdo a ellos, de manera que el alto grado de significatividad permita mantener la atención y las expectativas positivas ante la concepción de una materia aburrida y ardua sólo para cabezas inteligentes. Se espera de esta forma que los contenidos matemáticos se puedan desarrollar en contextos realmente cercanos a los alumnos de manera que los bloqueos iniciales y emocionales sean más sencillos de superar, facilitando el aprendizaje de contenidos y consecución de competencias clave a través de la resolución de problemas.

1.3.1. Objetivo principal

En base a lo expuesto anteriormente se plantea como objetivo principal de este trabajo, presentar una propuesta de intervención didáctica basada en la contextualización de problemas en base a los intereses individuales y grupales, que

fomente la eliminación de bloqueos iniciales facilitando un aprendizaje eficaz y motivador que permita adquirir las competencias clave del bloque de funciones en 1º de ESO.

1.3.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos que se plantean para una correcta consecución del objetivo principal son:

1. Analizar la situación actual de la enseñanza matemática a través de la contextualización de problemas.
2. Analizar las creencias del alumno de 1º de educación secundaria obligatoria hacia las matemáticas y su repercusión en los estados de bloqueo al abordar la resolución de problemas.
3. Diseñar una propuesta que permita identificar los intereses y motivaciones individuales y grupales del aula y trabajar el bloque de funciones a través de la resolución de problemas.
4. Evaluar los posibles resultados en función de las actitudes que se pretende de los alumnos.

1.4. Descripción de los apartados

El presente trabajo comienza con el planteamiento y justificación del problema encontrado y los objetivos que se pretenden alcanzar con la propuesta que se va a desarrollar en el documento.

El marco teórico se desarrolla en tres bloques. En el primero se realiza un breve resumen de la situación educativa descrita por los informes PISA en resolución de problemas matemáticos y se exponen las leyes estatales y autonómicas de la comunidad autónoma de La Rioja. La segunda parte enmarca la situación actual del binomio contextualización y afectividad a través de autores del ámbito científico educativo. Se finaliza con una descripción de la teoría de aprendizaje de Gagné, metodología seleccionada para la propuesta.

En el siguiente apartado, se desarrolla propiamente la propuesta de intervención, para ello se establece el marco legislativo vigente en el bloque de funciones para los alumnos de 1º de ESO y se expone un breve análisis de la situación educativa actual y el estudio previo realizado por la autora del trabajo y que ha motivado la realización de éste.

Posteriormente, se establece las condiciones internas y externas en las que se va a desarrollar la propuesta a través de las actividades que se van a llevar a cabo y los problemas contextualizados que se plantean en el aula. Se propone la adaptación de las

fases de aprendizaje de Gagné y el cronograma de las acciones para acabar con una evaluación de los resultados previstos.

Se finaliza el trabajo con la discusión y las conclusiones obtenidas a lo largo del documento referidas a los objetivos establecidos, además de las limitaciones de la propuesta y su prospectiva.

A lo largo del trabajo la autora se ha documentado y ha citado numerosos autores que han hecho posible esta propuesta y de los cuales se adjunta una relación en el apartado de bibliografía.

2. MARCO TEÓRICO

Con el objetivo de conocer la situación actual del sistema de enseñanza en España y concretamente en la comunidad autónoma de La Rioja, se desarrolla en esta sección un breve análisis de la legislación vigente. Comienza con un breve resumen de los informes educativos PISA sobre resolución de problemas para continuar con las leyes estatales y las leyes autonómicas. Para finalizar el apartado se presenta un análisis del estado de la cuestión en cuanto a contextualización y afectividad en el marco educativo general, para centrarse posteriormente en la materia matemática y las principales características de la teoría instruccional de Gagné.

2.1. Informes PISA

El programa para la evaluación internacional de los alumnos (PISA), realizado por la Organización para la Cooperación el Desarrollo Económico (OCDE), pretende evaluar los conocimientos y las competencias adquiridas por los estudiantes de 15 años, prestando especial importancia a la capacidad de extrapolar y aplicar lo que han aprendido a situaciones distintas y nuevas.

Las áreas de evaluación de estos informes son matemática, lectura y ciencia. En las últimas pruebas evaluadas, PISA 2012, la matemática es el área de conocimiento que se revisa con más énfasis y dentro de esa área, la competencia matemática, que se define como:

> La competencia matemática es la capacidad de formular, emplear e interpretar cuestiones matemáticas en diferente tipo de contextos. Se describen las capacidades de las personas para razonar matemáticamente, y para emplear conceptos, procedimientos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos de distinta especie. Es, más que un producto adquirido, un proceso que se va desarrollando a lo largo de toda la vida (INEE, 2014, p. 11).

Los informes evalúan la aplicación del aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas que les surgen en sus contextos reales y los procesos a través de los cuales construyen nuevos conocimientos.

El escenario educativo de la comunidad de La Rioja, según los resultados PISA, a primera vista es positivo y alentador. En el informe PISA 2012, la comunidad autónoma de La Rioja obtiene 503 puntos en competencia matemática, lo que la sitúa por encima de la media española de 484 puntos y del promedio de la OCDE de 494 puntos. Esta comunidad tiene la mayor proporción de estudiantes en niveles de excelencia en la materia que compete, exactamente un 15,2% en los dos máximos niveles del estudio, destacando el rendimiento de los estudiantes no repetidores. No obstante, haciendo una comparativa con los informes PISA 2006 y 2009, los resultados muestran un declive

progresivo que hace necesaria una reflexión por parte de la comunidad educativa riojana y la administración local.

Los informes PISA 2012 definen el área de evaluación matemática como:

> La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan (INEE, 2014, p. 13).

Y reiteran la definición de la competencia matemática en función de tres aspectos los procesos, el contenido y los contextos anteriormente mencionados, como:

> La capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos ((INEE, 2014, p. 14).

Con respecto a la competencia matemática, el objetivo de PISA, es elaborar indicadores que permitan medir el grado de eficacia de los alumnos para utilizar los conocimientos matemáticos en su vida real, social y profesional de una forma constructiva, reflexiva y comprometida. Para conseguirlo, PISA elabora un marco de evaluación de las matemáticas que reflejan los procesos matemáticos más relevantes, el contenido y los contextos donde se desarrolla. Los contextos de los problemas matemáticos se describen en la tabla 1.

Tabla 1. *Contextos de los problemas en las pruebas de evaluación matemática PISA 2012*

CONTEXTO DEL PROBLEMA	DESCRIPCIÓN
¿En qué situación cotidiana se da el problema?	Formato: ¿Se refiere a un dispositivo tecnológico? • Tecnológico. • No tecnológico.
	Enfoque: ¿Con qué ámbito se relaciona? • Familiar (uno mismo, la familia, los amigos) • Social (la comunidad o la sociedad en general)

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012. Resolución de problemas de la vida real. (INEE, 2014, p. 9)

El estudio PISA 2012 además de los resultados de aprendizaje y rendimiento matemático, evalúa el desarrollo de las actitudes y predisposición de los alumnos hacia esta materia. En cuanto a la familiaridad del contexto, el informe afirma que a mayor familiaridad más predispuestos están los alumnos a la hora de afrontar el problema.

El rendimiento medio de los alumnos españoles en resolución de problemas en PISA 2012 es de 477 puntos, significativamente por debajo de la media de la OCDE (500 puntos). En cuanto a los informes PISA 2012 muestran que la estrategia mayoritaria de

los alumnos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas es la de repetir los ejercicios tantas veces como sea necesario (62%) y resultan claramente minoritarios quienes intentan relacionar las matemáticas con la vida cotidiana (16%) siendo además estos últimos, los que menor rendimiento tienen en todas las pruebas.

En las aulas, los ejercicios que comúnmente se realizan son los de procedimiento, ya que el 70% de alumnado los hacen con frecuencia y aprenden por repetición frente a los ejercicios de matemática aplicada que sólo un 20% de alumnado dice realizarlos habitualmente.

Con los resultados del informe PISA 2012 y lo que declaran los alumnos, cabe reflexionar si en el aula realmente la contextualización de la materia de matemática se está llevando a cabo de una manera adecuada. Además, los informes evalúan positivamente el impacto de las estrategias de aprendizaje en el rendimiento de los alumnos frente a un detrimento de la práctica docente y la motivación del alumnado, ambas con resultados negativos en su contribución al rendimiento matemático. Surge así la necesidad de replantear si la materia matemática realmente aporta soluciones a la vida real de los alumnos con la práctica docente actual y los libros de texto utilizados.

2.2. Legislación

Se establece el marco legislativo vigente estatal LOMCE y autonómico de la comunidad de La Rioja.

La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, establece la materia matemática como asignatura general troncal en los dos primeros cursos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria y como asignatura de opción en el bloque de asignaturas troncales en los dos últimos cursos. Esta ley para la mejora de la educación es fruto de los resultados del informe PISA 2009 en los que España obtiene calificaciones muy por debajo del promedio de los países de la OCDE en compresión lectora y competencia matemática y científica. Establece como uno de los puntos en el currículo de ESO, las competencias para aplicar los contenidos de cada enseñanza y etapa para conseguir la resolución eficaz de problemas complejos y ejecución adecuada de actividades.

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato y lo define como:

> El currículo estará integrado por los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa; las competencias o capacidades para activar y aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, para lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos; los contenidos, o conjuntos de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias; la metodología didáctica, que comprende tanto la

> descripción de las prácticas docentes como la organización del trabajo de los docentes; los estándares y resultados de aprendizaje evaluables; y los criterios de evaluación del grado de adquisición de las competencias y del logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa (BOE, núm. 3, p. 169).

En este documento se establecen los contenidos de la asignatura de Matemática que están divididos en cinco bloques:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Bloque 2. Números y álgebra.
- Bloque 3. Geometría.
- Bloque 4. Funciones.
- Bloque 5. Estadística y probabilidad.

El Real Decreto define la competencia como la capacidad para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos. Las competencias del currículo son las siguientes:

- Comunicación lingüística.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- Competencia digital.
- Aprender a aprender.
- Competencias sociales y cívicas.
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- Conciencia y expresiones culturales.

La Unión Europea reconoce como clave la competencia matemática, entendida como la habilidad para desarrollar el razonamiento matemático para la resolución de problemas cotidianos.

El Real Decreto 1105/2014 establece la resolución de problemas transversalmente en toda la asignatura de matemáticas y ámbitos multidisciplinares y como un eje fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Partiendo de los hechos concretos hasta lograr alcanzar otros más abstractos, la enseñanza y el aprendizaje matemático permite al alumnado adquirir los conocimientos matemáticos, familiarizarse con el contexto de aplicación de los mismos y desarrollar procedimientos para la resolución de problemas.

> Los nuevos conocimientos que deben adquirirse tienen que apoyarse en los ya conseguidos: los contextos deben ser elegidos para que el alumnado se aproxime al conocimiento de forma intuitiva mediante situaciones cercanas al mismo, y vaya adquiriendo cada vez mayor complejidad, ampliando progresivamente la aplicación a problemas relacionados con fenómenos naturales y sociales y a otros contextos menos cercanos a su realidad inmediata (BOE, núm. 3, p. 408).

La Orden ECD/65/2015 establece el uso de herramientas matemáticas en distintos contextos, ya sean personales, sociales, profesionales o científicos. Para potenciar la motivación se requieren metodologías activas y contextualizadas, que faciliten la participación e implicación del alumnado y la adquisición y uso de conocimientos en situaciones reales.

El Decreto 19/2015, de 12 de junio, por el que se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se regulan determinados aspectos sobre su organización, así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado de la Comunidad Autónoma de La Rioja, se mantiene en la línea del Real Decreto 1105/2014, reconociendo como clave la competencia matemática y estableciendo la resolución de problemas transversalmente en toda la asignatura y ámbitos multidisciplinares.

2.2.1. Marco legislativo en el bloque 4 de Funciones

En nuestra vida cotidiana y laboral, el lenguaje gráfico es imprescindible para representar y transmitir información. En la sociedad de la información y el conocimiento los alumnos deben desarrollar la capacidad de localizar, extraer, comprender, interpretar, relacionar y categorizar la información en diversos lenguajes y ser capaces de transformarlo en conocimiento y así la establece el marco legislativo vigente.

Uno de los objetivos que establece la Ley Orgánica 8/2013 es establecer nuevos patrones de conducta, donde la educación sea centro de la sociedad y la economía y donde la materia de matemática se establece como fundamental para fomentar el pensamiento lógico y crítico, permitiendo a los alumnos desarrollar su creatividad y autoconfianza para interpretar una sociedad cada vez más abierta y global, dotándoles de las herramientas necesarias para resolver problemas y situaciones complejas. La capacidad de interpretar gráficas y funciones es primordial para que el alumno desarrolle las habilidades necesarias que le permitan analizar, comprender y resolver situaciones cotidianas permitiendo su desarrollo integral como ciudadano en una sociedad basada en el conocimiento, donde las imágenes, las gráficas y las representaciones adquieren cada día más importancia.

El Real Decreto 1105/2014 establece la importancia de esta unidad como necesaria en una sociedad donde la información que transmiten los medios de comunicación se representa a menudo a través de tablas y gráficos que requieren la adquisición de conocimientos matemáticos para una correcta interpretación. Para evaluar las competencias establecidas por la legislación vigente, la unidad didáctica propuesta permite establecer la situación adecuada para que los alumnos trabajen la resolución de problemas en contextos cotidianos, mejorando la adquisición de otras

competencias clave como la de comunicación lingüística, sentido de iniciativa y espíritu emprendedor y competencias sociales y cívicas.

La comunidad autónoma de La Rioja, en el Decreto 19/2015, establece la importancia del conocimiento de la unidad de gráficas y funciones desde el bloque 1 de procesos, métodos y actitudes en matemáticas como esencial para el desarrollo de un lenguaje apropiado que permita la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos y funcionales que permitan el conocimiento, interpretación e interactuación con el entorno. Se justifica de esta manera las conexiones internas de la materia matemática y la concepción del currículo como un conjunto de conocimientos interrelacionados y necesarios para el desarrollo del alumnado, no como bloques independientes. Por ejemplo, un criterio de evaluación del bloque de números y álgebra es el uso de distintas estrategias para obtener elementos desconocidos de un problema a través del empleo de tablas y obtención y uso de la constante de proporcionalidad. Y en el bloque de estadística y probabilidad, los alumnos deben interpretar gráficos estadísticos sencillos de distintos medios de comunicación. El conocimiento del lenguaje gráfico es esencial en el desarrollo del currículo matemático.

2.3. Funciones

2.3.1. Importancia del aprendizaje de gráficas y funciones

El concepto de función es un elemento primordial en el currículo matemático en la etapa de educación secundaria, su importancia también es notable desde un punto de vista histórico, Newton y Leibniz ya hicieron referencia a las funciones en sus desarrollos de cálculo infinitesimal como curvas y variables (Bagni, 2004).

Una de las características de la inteligencia del ser humano es la utilización de distintos tipos de representación con fines lúdicos, comunicativos, artísticos, normativos, etc. Esta cualidad, nos distingue de los animales y de la inteligencia artificial y puede ser por ello que la investigación sobre las representaciones en los procesos de enseñanza aprendizaje matemáticos y en la resolución de problemas haya crecido notablemente en los últimos años (Villegas, Castro y Gutiérrez, 2009).

Por tanto, las representaciones se consideran como una parte fundamental del aparato conceptual necesario para analizar los procesos de aprendizaje y comprensión de la matemática (Rico, 2000).

> Para pensar sobre ideas matemáticas y comunicarlas necesitamos representarlas de algún modo. La comunicación requiere que las representaciones sean externas, tomando la forma de lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos. … Para pensar sobre ideas matemáticas necesitamos representarlas internamente, de manera que permita a la mente operar sobre ellas (Hiebert y Carpenter, 1992, p. 66).

Sierra, González y López (1998), realzan la importancia de la noción de representación como poseedora de una gran riqueza de sentidos e interpretaciones, los cuales ocupan un lugar relevante en las actuales líneas de investigación en Educación Matemática, ya que por un lado la Matemática se caracteriza por distintas representaciones inherentes a ella y por otro lado la utilización de dichas representaciones mejora la comprensión.

El concepto de representación «da por supuesto la consideración de dos entidades relacionadas, pero funcionalmente separadas». Uno de estos entes se denomina objeto representante y el otro objeto representado. De esta manera «cualquier especificación particular de la noción de representación debería describir al menos cinco entidades:

1. Los objetos representados.
2. Los objetos representantes.
3. Qué aspectos del mundo representado se representan.
4. Qué aspectos del mundo representante realizan la representación.
5. La correspondencia entre ambos mundos o conjuntos (Sierra et al., 1998, p. 91).

De la misma forma González y Martín (2003), recurren al concepto de función para expresar la relación entre dos variables a través de tablas de valores o textos en contextos de la vida cotidiana y a través de expresiones algebraicas y gráficos en sistemas de coordenadas en contextos educativos y laborales.

La representación tiene un papel fundamental en el pensamiento matemático, favorece la compresión de los conceptos y la resolución de problemas estimula el desarrollo de un pensamiento versátil y flexible (Villegas et al., 2009).

Las representaciones matemáticas conllevan un modo dinámico de procesamiento, que las dota de un potencial incuestionable (Rico, 2000). No sólo constituyen un núcleo importante en el ámbito académico donde de forma multidisciplinar, muchas asignaturas las utilizan para elaborar, presentar, interpretar y evaluar resultados sino también en el ámbito cotidiano y profesional.

Tras haber expuesto en el apartado 2.2.1 la legislación que establece la importancia del conocimiento de la unidad de gráficas y funciones, introduciendo un bloque específico para su tratamiento, y de manera trasversal en toda la materia, además de lo comentado en este apartado, se justifica la importancia del conocimiento del lenguaje gráfico como parte esencial en el desarrollo del currículo matemático.

2.3.2. Dificultades en el aprendizaje de gráficas y funciones

Actualmente uno de los objetivos de la investigación en Didáctica de la Matemática son las dificultades y los fracasos en la enseñanza.

A lo largo del análisis de los cuadernos de los estudiantes participantes y aunque no era un objetivo de la investigación global, nos sorprendió la presencia de una gran

cantidad de deficiencias, algunas muy frecuentes, en las representaciones gráficas de funciones. La importancia del concepto de función, básico en análisis matemático, y sus diferentes representaciones hace que consideremos relevante dar a conocer esta problemática y reflexionar sobre los motivos que pueden propiciarla, aunque creemos que son necesarias investigaciones específicamente dirigidas a conocer cuáles son las causas reales que provocan estas deficiencias y proponer situaciones adaptadas para su revisión y reajuste (Azcárate, 1995, citado por Arce y Ortega, 2013, p. 62).

Como expone Carlson y Oehrtman (2005), la asimilación del concepto de función conlleva grandes dificultades, incluso comprenderlo en términos de variable dependiente e independiente supone un gran esfuerzo para muchos alumnos. El estudiante piensa en el concepto de función de una forma meramente simbólica, en la que unos valores se obtienen a partir de otros sin hacer un análisis real de lo que engloba el concepto, por ejemplo, son incapaces de visualizar como una variable dependiente varía constantemente en función de la variable independiente, razonamiento imprescindible para la interpretación de contextos y situaciones representados por funciones. También es frecuente que los alumnos confundan una función algebraica con una ecuación donde el signo igual adquiere distinto significado.

Siguiendo la línea marcada por Carlson y Oehrtman (2005), en cuanto a los errores de representación gráfica de funciones, uno de los más comunes es que las funciones constantes no son funciones porque no varían. No obstante, probablemente el error más grave cometido por los estudiantes sea confundir los atributos físicos de una situación concreta real con las características propias de la gráfica que lo representa, el alumno la concibe como un dibujo del contexto en vez de una relación entre variables. Este tipo de error dificulta la interpretación de la gráfica y como consecuencia los cambios de tablas a fórmulas o lenguaje verbal y viceversa. Según Socas, Palarea y Ruano (2003), estos errores son causados por actitudes afectivas como descuidos, bloqueos o falta de concentración e interés.

Para finalizar, Carlson y Oehrtman (2005) expone también como habituales los errores asociados al lenguaje analítico teniendo dificultades para identificar lo que cada símbolo de la expresión algebraica representa en la gráfica.

Partiendo de que la actitud del estudiante es importante a la hora de abordar el aprendizaje matemático, el profesor debe analizar las principales dificultades con las que se van a encontrar de manera que pueda utilizar estrategias adecuadas a la hora de impartir esos conceptos más arduos para los estudiantes y sean capaces de afrontarlos de una forma positiva. En este sentido Sierra et al. (1998) exponen que, para mejorar la compresión, el trabajo con diferentes representaciones se ha mostrado eficaz en los procesos de aprendizaje de los alumnos.

La autora del trabajo en el período de prácticas del Máster ha impartido la unidad didáctica de gráficas y funciones para alumnos de 1º de ESO y las dificultades que ha podido establecer son:

- Conocer el lenguaje matemático de los distintos sistemas de representación y los cambios de un sistema a otro.
- Identificar una función directamente proporcional y la razón de proporcionalidad.
- Interpretar los datos contextualizados dados en una tabla o gráfica.
- Obtener la fórmula a partir de la relación entre dos magnitudes dada por una tabla de valores identificando la constante de proporcionalidad e identificar la variable dependiente e independiente.

2.4. Contextualización y afectividad

El efecto de la globalización, las tecnologías de la información y la sociedad del conocimiento han creado sociedades complejas que difieren de las sociedades industrializadas de los años 70. La escuela como organización y comunidad, para adaptarse a esta nueva sociedad, debe afrontar nuevos retos en sus procesos de enseñanza aprendizaje. Los alumnos deben aprender a aprender y conocer las estrategias necesarias para la resolución de problemas complejos en situaciones cotidianas.

Los estudiantes cuando se enfrentan al aprendizaje de la Matemática sufren bloqueos iniciales producidos por sus creencias como materia ardua, aburrida, para cabezas inteligentes con un alto nivel de abstracción y generalización de los conceptos matemáticos. Según Núñez y Font (1995) ante esta situación se actúa de dos formas diferentes, a principios de los años 70 se presentan los conceptos matemáticos puros en contextos generales, evitando que el estudiante sólo resuelva los problemas en contextos concretos, lo que se denomina *matemáticas modernas*. Predominó la matemática que debía estructurar el pensamiento desde edades tempranas de los estudiantes y constituía el lenguaje universal para todas las ciencias. La materia se presentó con un exceso de simbolismo, manipulado mecánicamente por los alumnos, sin mostrar situaciones concretas que les permitiesen abstraer realmente los conceptos trabajados.

Ante este fracaso, comienza a vislumbrarse una nueva reforma matemática, una forma distinta de afrontar el aprendizaje matemático, a partir de situaciones concretas y de forma inductiva llegar a la generalización. Autores como Piaget y Bruner coincidían al pensar que, para llegar a una fase de abstracción, los alumnos deben superar las fases de manipulación y representación en todo proceso de enseñanza aprendizaje, oponiéndose a toda teoría de la matemática moderna.

Siguiendo esta línea, Guzmán (2001) reconoce el exagerado énfasis de la estructura abstracta de la matemática moderna de los años 70 y 80 y afirma la necesidad de trabajar la intuición y manipulación de espacios y símbolos.

Comienza una nueva corriente que centra los procesos de enseñanza a través de problemas contextualizados donde los alumnos pueden aplicar los conceptos a situaciones reales y cotidianas. Actualmente está establecido en la base legislativa vigente que enfatiza, como ya se ha comentado, la resolución de problemas de forma trasversal en las materias de la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, núm. 3).

La nueva era de los "problemas contextualizados", "problemas del mundo real" o "problemas situados" abandona la idea de sujetos operando con independencia del contexto (Font, 2006). Para validar esta afirmación Font (2006) hace referencia a los informes PISA 2003 en los que se realza la importancia de la competencia matemática aplicada a contextos reales. Algunos de dichos estudios manifiestan que personas con fracaso escolar son competentes en la vida real, aplicando correctamente los mismos conceptos matemáticos con una implicación cognitiva, emocional y social.

Se abren por tanto dos vías de trabajo muy relacionadas entre sí, el componente afectivo de cada individuo y la contextualización de las situaciones matemáticas.

Hay un tercer componente que no aparece frecuentemente en los textos científicos educativos. Núñez y Font (1995) documentan este factor ideológico en la contextualización de los problemas matemáticos. Realizan un interesante estudio que pone de manifiesto que la materia matemática considerada como una asignatura imparcial, sin contenido ideológico o político, es una creencia tradicional muy lejana a la realidad de los libros de textos. La contextualización, una herramienta eficaz para los procesos cognitivos y afectivos de los alumnos, sin embargo, ha sido utilizada más para introducir ideologías de la época que para motivar y dotar de significatividad la actividad del aula.

Con respecto a la primera vía de trabajo, en el componente afectivo, Gómez Chacón (2002) afirma la influencia de los materiales y el profesor como claves en los procesos de aprendizaje a través de la contextualización. Sin embargo, los materiales y específicamente los enunciados de los problemas, cuestión también afirmada por Gatto (2003), carecen de significatividad para los estudiantes que les limita el uso de su conocimiento informal para superar estados iniciales de bloqueo que permiten el paso a elaborar estrategias de resolución. Los problemas se agrupan por categorías que impiden abstraer los contenidos matemáticos a cualquier situación real.

La siguiente cuestión sería: ¿Qué docente antes de impartir la asignatura de matemáticas pregunta a sus alumnos que intereses tienen en su día a día? Gatto (2003)

responde de forma contundente, los editores proporcionan preguntas prefabricadas que muchos profesores consideran un regalo, porque hacen la tarea de pensar por ellos.

Siguiendo en esta línea, ambos autores, hacen hincapié en la necesidad de atender la singularidad de cada alumno, su contexto real y la importancia del docente como mediador, facilitador que hace posible la integración de conocimientos y experiencias de cada estudiante con sus capacidades y habilidades. En palabras de Gatto (2003) cada alumno con sus nombre y apellidos en vía a una educación realmente personalizada.

Manteniendo la línea afectiva y siguiendo las consideraciones de Gómez Chacón (2002), hoy en día nadie duda sobre la importancia de las creencias y emociones de los estudiantes a la hora de afrontar los procesos de aprendizaje matemático. Los bloqueos de este tipo aumentan considerablemente en los primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria impidiendo el desarrollo académico y personal de los alumnos. Sin embargo, la integración de actitudes, emociones y motivación no se está llevando a cabo en las situaciones de aprendizaje. Hay multitud de documentos sobre su relevancia, pero apenas hay actuaciones en los contextos del aula, lo que nos lleva a la segunda parte de este apartado, la contextualización.

Crear un contexto inicial, adecuado y significativo para el sujeto, puede ser clave para determinar el éxito del proceso de enseñanza aprendizaje. Una situación conocida y motivadora en el enunciado de un problema, puede proporcionar la seguridad necesaria para superar los bloqueos iniciales del alumno que se enfrenta a una situación conocida de la que tiene experiencia. A partir de ese momento, el educando está preparado para comenzar las fases de resolución que le permitirá posteriormente abstraer los conocimientos a otras realidades no tan próximas. Se establece por tanto que tan importante es transmitir las distintitas estrategias de resolución como la de establecer un marco adecuado a la hora de aproximarnos a un problema.

Se utilizan distintas escalas de medida y cuestionarios en las investigaciones afectivas hacia las matemáticas, pero pocas son las que se realizan en los contextos del aula o sociales del alumnado (Gómez Chacón, 2002).

En el ámbito educativo, diversos autores citan la importancia de las creencias, actitudes y emociones que engloba el ámbito afectivo. Las creencias vienen marcadas por el contexto social del individuo, pero la actitud como predisposición hacia el proceso de aprendizaje matemático puede modificarse en función de la situación que presente el docente en el aula. Optimizando un contexto que el educando considere como cercano, conocido, significativo y útil, las emociones y la motivación pueden romper no sólo las creencias negativas hacia la materia si no también puede eliminar los bloqueos iniciales ante el temor de problemas desconocidos sólo para cabezas inteligentes y que se escapan de su entorno cotidiano.

Para construir este contexto de aula, cercano al alumno, muy comunicativo y participativo, es necesario contar con la formación, motivación e implicación del docente. En este sentido Gatto (2003) plantea una cuestión a reflexionar: "¿Se ha dado cuenta de que nadie habla a los niños en las escuelas? Quiero decir nadie. Todos los intercambios verbales en la escuela son instrumentales" (p. 265)

Parece que toda educación personalizada cuyo objetivo es el desarrollo integral e individual del educando pueda ser contradictoria al sistema actual de enseñanza a través de libros de textos en cuyas redacciones no han participado los verdaderos protagonistas del proceso, los alumnos. Se constata la necesidad de docentes que dominen la materia matemática con capacidad de improvisar en el aula no sólo introduciendo las nuevas tecnologías de la información o recursos sino la habilidad de cambiar los contextos donde se desarrolla la actividad matemática.

Según Font (2006), uno de los principios básicos para aprender matemáticas es partir de la experiencia real de los alumnos, por tanto, considerando cada individuo como único, el docente debe indagar, conocer y reflexionar sobre la experiencia e interés de cada alumno, condición necesaria para un correcto desarrollo de la actividad matemática en el aula. Los otros dos principios clave y relacionados directamente con el anterior, es que el proceso de enseñanza aprendizaje marcado por el docente debe permitir a los alumnos una alta participación y el segundo, la posibilidad de reinventar los conceptos.

Queda centrada por tanto la propuesta de este trabajo en la posibilidad de crear un entorno adecuado, previo al inicio de los procesos de enseñanza y resolución de problemas que permita prever y mejorar el marco afectivo con que el alumno va a afrontar su propio aprendizaje. Este marco tiene el propósito de proporcionar un escenario seguro, conocido y significativo al alumno con el fin de evitar bloqueos iniciales a la hora de afrontar la resolución de problemas y atender la diversidad del alumnado.

A la hora de planificar las acciones didácticas con el objetivo de motivar, despertar la atención o estructurar la consciencia que tienen los alumnos con respecto a la materia de matemática, es necesario el estudio de las teorías psicológicas en un intento de personalizar las teorías didácticas. El campo es muy amplio por lo que se ha seleccionado realizar la propuesta aplicando la teoría de procesamiento de información de Gagné, con el objetivo de fortalecer e incrementar habilidades intelectuales y cognoscitivas para tener una mejor actitud y atención asociadas en cada una de las fases que propone para la resolución de problemas.

La razón de esta elección es que Gagné, en su teoría cognitiva del diseño instruccional tiene como finalidad propiciar el desarrollo de habilidades y destrezas, es decir las competencias del alumno, mediante estrategias que favorecen la adquisición del

conocimiento partiendo de las condiciones internas y externas del educando, lo que se ha denominado afectividad y contextualización, a la hora de resolver problemas matemáticos.

2.5. Teoría del aprendizaje ecléctico de Gagné

El eclecticismo es el resultado del compromiso con una línea teórica particular en respuesta al estancamiento de la ciencia en el dogmatismo. La necesidad del ecléctico es recuperar la actitud científica de búsqueda desinteresada de la verdad, además de un reconocimiento de la ignorancia frente a la realidad, que siempre es más compleja (Rivas, 2000).

Robert Gagné es un psicólogo norteamericano contemporáneo, estudió en Yale y leyó su doctorado en Brown University. Ha sido profesor en varias universidades y ha escrito un gran número de artículos y libros en el área del aprendizaje.

Tras una escrupulosa búsqueda e investigación en Internet comparando entradas y artículos varios, se ha decidido desarrollar este apartado a partir de la monografía de Rivas (2000) que sintetiza fidedignamente la bibliografía consultada.

2.5.1. Características

Para Gagné hay muchas formas de aprender, pero todo aprendizaje puede y debe ser planificado y adaptado a las necesidades del sujeto. Desarrolla una teoría que se ha denominado ecléctica porque esta racionalmente organizada, es sistemática y fusiona la teoría cognitivista y conductista. También pretende a través de un modelo de procesamiento de la información integrar la posición evolutiva de Piaget y el aprendizaje social (Rivas, 2000). El enfoque de su teoría se resume en la tabla 2.

Tabla 2. *Teoría del aprendizaje ecléctico de Gagné*

PRINCIPIOS DE LA TEORÍA DE APRENDIZAJE	DESCRIPCIÓN
Procesos del aprendizaje.	Cómo aprende el individuo.
	Postulados hipotéticos de la teoría.
Resultados del aprendizaje.	Capacidades que aprende el estudiante.
Condiciones del aprendizaje.	Eventos facilitadores del aprendizaje.
Aplicaciones de la teoría.	Las aplicaciones de la teoría al diseño del currículo, incluyendo el análisis de la conducta final esperada y el diseño de la enseñanza.

Fuente: Elaboración propia a partir de Rivas (2000).

2.5.2. Los procesos de aprendizaje

Gagné concibe los procesos de aprendizaje como el cambio de una capacidad o disposición del sujeto que se mantiene en el tiempo y no corresponde al proceso de maduración del individuo. El autor expone lo que sucede internamente al individuo en el proceso de aprendizaje a través de su modelo de procesamiento de información

El proceso de aprendizaje comienza a través de los receptores situados en el sistema central del individuo, este recibe los estímulos del entorno, lo que denomina información. Dicha información pasa al *registro sensorial*, una estructura hipotética donde los objetos y eventos se codifican de forma que obtienen validez en el cerebro, lo que produce que la nueva información codificada quede en la memoria a corto plazo. En esta memoria, la información vuelve a codificarse conceptualmente y en este punto se presentan cuatro vías de evolución:

1. La información pase a ser repetida con el estímulo adecuado.
2. La información esté ligada a información ya existente en el cerebro.
3. La información tenga estímulos externos muy fuertes.
4. La información no haya sido codificada correctamente.

Las tres primeras posibilidades facilitan que los contenidos pasen a la memoria a largo plazo, mientras que la cuarta hace que desaparezcan. Cuando la información es registrada por cualquiera de las dos memorias, ésta puede ser recuperada si los estímulos externos provocan que sea necesaria produciéndose una respuesta en forma de acción a través de una conducta visible. Hay dos elementos más en el modelo de aprendizaje:

- El control ejecutivo: determina la codificación en la memoria de largo plazo y su recuperación.
- Las expectativas: elemento de motivación extrínseca e intrínseca que ayudan al individuo a codificar la información.

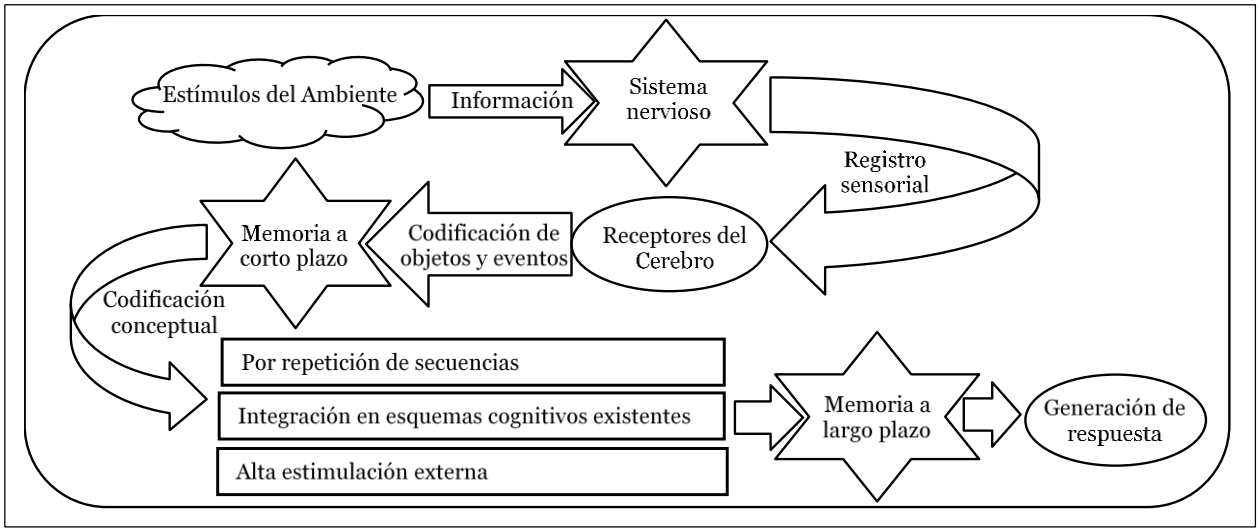


Figura 1. Proceso de aprendizaje de Gagné.
Fuente: Elaboración propia a partir de Rivas (2000).

2.5.3. Fases del aprendizaje

Gagné divide los mecanismos internos de aprendizaje en ocho fases que pueden producirse en segundos o en varios meses y se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. *Fases de aprendizaje de Gagné.*

	FASES	DESCRIPCIÓN
1	Motivación.	Elemento de motivación o expectativa para que el estudiante pueda aprender.
2	Generar atención y percepción selectiva.	La información pasa del registro sensorial a la memoria a través de: • Mecanismos de atención hacia el elemento o unidad que debe ser aprendida. • Selección perceptiva de los elementos destacados de la situación.
3	Adquisición.	Se inicia con la codificación de la información que ha llegado a la memoria de corto alcance y se recodifica simplificándose en material verbal o en imágenes para su paso a la memoria de largo alcance.
4	Memorización.	Es la transición entre la memoria de corto a la de largo alcance, suele ser necesario repasos breves para que se produzca la codificación de la información. La información puede ser almacenada permanentemente o ser retenida temporalmente.
5	Recuperación de la información.	Se recupera la información almacenada en la memoria de largo alcance en respuesta a estímulos externos mediante un rastreo de la memoria hasta encontrar la información, utilizando la misma codificación que se empleó para almacenarla.
6	Generalización.	La recuperación de una información almacenada puede hacerse en situaciones que no están en el mismo contexto del aprendizaje original, por eso el alumno debe tener la capacidad de generalizar lo aprendido en nuevas situaciones.
7	Evocación del desempeño.	La información recuperada y generalizada, pasa al *generador de respuestas*, donde se organiza una respuesta al aprendizaje exhibiendo un desempeño que refleja lo que la persona ha aprendido.
8	Retroalimentación.	Es un refuerzo de un desempeño posible gracias a un aprendizaje. Presumiblemente el reforzamiento en el ser humano se produce no porque el refuerzo esté presente, sino porque se confirman las expectativas que se habían presentado en el primer paso de este proceso. Dar la respuesta correcta es suficiente para confirmar la situación.

Fuente: Elaboración propia a partir de Rivas (2000).

2.5.4. Variedad de capacidades aprendidas

Existen cinco clases de capacidades distintas que pueden ser aprendidas y difieren en:

- Términos de la naturaleza esencial de las actuaciones en las que intervienen.
- Características en cuanto a retención y transferencia.
- Condiciones en las que fueron enseñadas, para apoyarlas o mejorarlas.

Tabla 4. *Capacidades aprendidas según Gagné.*

	CAPACIDAD	DESCRIPCIÓN	APRENDIZAJE
1	Destrezas motoras	Se aprende destrezas del sistema muscular del ser humano importante en el aprendizaje de idiomas.	Se enfatiza la uniformidad y la regularidad de las respuestas, rasgo crítico de las destrezas motoras. Estos aspectos se ven fuertemente influidos por la retroalimentación.
2	Información verbal	El alumno aprende información: nombres, hechos y generalizaciones.	La conducta después de aprender este tipo de información, es una oración, proposición o palabras escritas que demuestran el dominio de las unidades de información y es almacenada internamente en frases. Lo importante en este aprendizaje es la provisión de un amplio contexto significativo con el que se puede asociar el ítem o dentro del cual se pueda incorporar.
3	Destrezas intelectuales	Comienzan con la adquisición de discriminaciones y cadenas simples para llegar a conceptos y reglas, permitiendo al alumno trabajar con los símbolos que representan su ambiente. Esta capacidad consiste en "cómo hacer" y no sólo "qué es".	Las habilidades básicas son las discriminaciones, conceptos, reglas y reglas de orden superior en matemática y demás materias. Requiere una combinación de las destrezas intelectuales sencillas y de la información verbal que se ha aprendido anteriormente.
4	Actitudes	Influyen sobre la elección de las acciones personales.	Es necesario estudiar actitudes positivas hacia materias escolares y en este caso hacia la matemática. Gagné define las actitudes como "un estado interno" pero enfatiza que su medición se hace a través de la observación de la conducta externa.
5	Estrategias cognoscitivas	Son destrezas organizadas internamente que gobiernan el comportamiento del individuo en términos de atención, lectura, memoria y pensamiento. Relacionándolo con los modelos de aprendizaje estos son los que se definen como procesos de control.	Se diferencian del resto de categorías porque no están cargadas de contenido. En esta categoría "el cómo" es utilizado para hacer algo con ese contenido, en general para decir cómo aprender y cómo usar la información. Las estrategias cognoscitivas constituyen formas con las que el estudiante cuenta para controlar los procesos de aprendizaje, aprender a aprender.

Fuente: Elaboración propia a partir de Rivas (2000).

Cada uno de estos dominios del aprendizaje requiere distintas formas de controlar las condiciones del mismo para aumentar la probabilidad de éxito. La adquisición de una habilidad depende de la anterior y no sólo existe un aprendizaje de contenidos, sino también de procesos.

2.5.5. Los tipos de aprendizaje

Gagné presenta una jerarquía de ocho tipos de aprendizaje, que son parte del proceso. La resolución de problemas la considera de mayor dificultad e implica la asimilación de conceptos y su relación en forma de principios para finalizar con la ejecución del problema:

1. Aprendizaje de señales: casi equivalente al condicionamiento clásico.
2. Aprendizaje de estímulos: respuesta al condicionamiento operante.
3. Encadenamiento motor: aprende una secuencia de acciones.
4. Asociación verbal: implica operaciones de procesos simbólicos.

5. Discriminaciones múltiples: asocia, separa o discrimina elementos.
6. Aprendizaje de conceptos: responde a los estímulos en términos abstractos.
7. Aprendizaje de principios: relaciona dos a más conceptos.
8. Resolución de problemas: incorpora a los principios aprendidos un nuevo principio.

Se puede realizar una combinación de los ocho tipos de aprendizaje con las categorías, si éstas son entendidas como resultados del aprendizaje y los tipos como elementos del proceso y de las condiciones del aprendizaje, es posible facilitar el uso de ambos en el diseño y desarrollo de actividades educativas.

2.5.6. Las condiciones del aprendizaje

Los procesos internos irremediablemente están influidos por las condiciones externas, el docente debe crear a través de estrategias y una adecuada contextualización de los problemas, las condiciones más favorables para el proceso de enseñanza aprendizaje.

La combinación de las condiciones internas del sujeto que aprende y las condiciones externas que crea el docente da lugar a distintos resultados en el desarrollo del alumno en cuanto a habilidades intelectuales, estrategias cognitivas, información verbal, destrezas motrices y actitudes. El autor enfatiza la necesidad de establecer unas óptimas condiciones externas antes de iniciar la situación de aprendizaje e identifica cuatro elementos, el primero es el alumno, el segundo es la situación bajo la cual se hará el aprendizaje, el tercero es lo que ya está en la memoria y el cuarto es la conducta final o respuesta que se espera del educando.

Si lo primordial es el alumno como persona, entonces se debe considerar su parte afectiva y emocional como parte importante del proceso de aprendizaje y si el segundo elemento es la situación, es necesario crear un entorno seguro y significativo teniendo en cuenta el tercer elemento, los conocimientos previos del aprendiz y siempre teniendo claro los objetivos a conseguir por cada alumno.

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

3.1. Análisis de la situación educativa y mejora propuesta

Como se ha expuesto en al apartado 2.1, los resultados de los alumnos en el área matemática en los informes PISA son desalentadores y muestran un declive progresivo desde las pruebas de 2006. Es obvio que existe una necesidad inminente de reflexión y cambio en el sistema educativo español para el fomento de nuevas metodologías y estrategias de aprendizaje que se ajusten a las necesidades educativas de la sociedad actual.

En materia matemática, la resolución de problemas se considera como una parte fundamental de currículo. Guzmán (1984) citado por Aranda y Gómez (2010) expone:

> Lo que sobre todo deberíamos proporcionar a nuestros alumnos a través de las matemáticas es la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos. ¿De qué les puede servir hacer un hueco en su mente en que quepan unos cuantos teoremas y propiedades relativas a entes con poco significado si luego van a dejarlos allí herméticamente emparedados? A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha traído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas (p. 138).

Gómez Chacón (2002) señala la importancia del contexto matemático y las conexiones entre la matemática escolar y los problemas del mundo real, describiéndolas como elementos motivantes y parte de una compleja interacción entre las experiencias del alumno, las creencias, las metas y las percepciones del aprendizaje, que se sitúan en la base de construcción del contexto del individuo.

Parece obvio que los docentes tienen un gran trabajo por delante, deben fomentar el desarrollo de actitudes positivas hacia la matemática mostrando su utilidad a los alumnos a través de metodologías activas y participativas que acerquen los problemas a la realidad cercana del educando.

3.1.1. Estudio previo

Durante el período de observación de las prácticas del Máster, la autora del trabajo asiste a varias clases de la materia matemática en el primer curso de la etapa de educación secundaria en las que los alumnos comenzaban a trabajar las primeras nociones de álgebra. Una de las mayores dificultades que tenían los estudiantes a la hora de enfrentarse a los ejercicios y a la resolución de problemas es que no comprendían que utilidad tenían las letras y las ecuaciones. Los alumnos más responsables conseguían resolver los ejercicios a base de repetición y estudio, pero incluso ellos declaraban que su

deber es estudiar y aprobar, pero no eran capaces de averiguar como una ecuación les podía ayudar a resolver un problema cotidiano.

En el período de intervención, la autora de este documento, imparte la unidad de *Gráficas y Funciones* con una adaptación de las fases de aprendizaje de Gagné con el fin de que los alumnos aprendan a través de un proceso de razonamiento lógico y cercano a su realidad, evitando así, una memorización por repetición de ejercicios. Se describen los aspectos más característicos de la experiencia, así como los resultados obtenidos y que son relevantes a la hora de desarrollar la propuesta de esta investigación. En la tabla 5 se recogen algunas de las experiencias positivas que tuvieron lugar durante las clases.

Tabla 5. *Experiencias del período de intervención clasificadas según las fases de aprendizaje de Gagné.*

	FASES	DESCRIPCIÓN	EXPERIENCIAS POSITIVAS
1	Generar la atención y motivar.	Estimular al alumno para que active los receptores internos y captar la atención del alumnado.	Utilización de palabras y preguntas adecuadas, por ejemplo, el juego. Ante una clase de alumnos de 12 años se plantea comenzar con la pregunta inicial: "¿Conocéis el juego de los barcos? Un juego sencillo que sólo necesita papel y lápiz". La extrañeza que produce la pregunta en el contexto de una clase de matemáticas produce curiosidad, requisito para una atención consciente del individuo.
2	Informar del objetivo.	Dar información a los alumnos sobre los resultados de aprendizaje esperados que creará expectativas que se reforzarán en la fase de retroalimentación.	La autora del trabajo está concienciada con la protección animal y así se lo comunica a los alumnos, las gráficas y las funciones le van a ayudar a valorar que acción puede realizar contra el abandono animal y cuál es su alcance. Ahora es cuando a los alumnos se les indica que cojan una hoja cuadriculada y ponga su nombre y apellidos y un objetivo que cada uno quiere alcanzar. Se les orienta en las opciones debido al grado madurez cronológica, pueden ser objetivos como comprar un móvil, un juego para la Nintendo, ser músico, organizar una fiesta o ayudar en casa en el ahorro de la compra. Lo van contextualizar a través de gráficas para comprobar su viabilidad. La actividad es un éxito, los alumnos están motivados y van a realizar algo importante para ellos.
3	Conocimientos previos.	Estimular el recuerdo de los conocimientos y habilidades previas, esenciales y relevantes.	Se mantiene la línea del juego de los barcos, la docente prosigue con una breve introducción histórica donde las antiguas civilizaciones ya utilizaban el sistema de coordenadas ya que sus sistemas económicos dependían del comercio a través de rutas marítimas. Participativamente se buscan ejemplos actuales conocidos y que utilicen sistemas de coordenadas y los alumnos aportan sus conocimientos.
4	Presentar el estímulo.	Presentar el material a aprender. Se activa la percepción selectiva del alumno.	La profesora a través de su problema guía les indica a los alumnos cómo y para qué sirve lo que van a estudiar, gráficas, fórmulas y tablas. La información se presenta desglosada y organizada significativamente.

5	Orientar el aprendizaje.	Guiar y estructurar el trabajo del alumno o codificación semántica que hace que el estímulo sea lo más significativo posible.	La docente guía y estructura el trabajo del alumno a través del problema guía. En la fase anterior se presenta de forma global y ahora poco a poco se explica y orienta en cada una de las partes en que está organizado el problema. Los alumnos van aplicando los contenidos a sus propios contextos y la orientación se hace diariamente estableciendo tiempos de debate y participación. La atención y motivación se mantiene porque el aprendizaje es para una situación real que ellos han elegido.
6	Evocación del desempeño.	Provocar la respuesta.	Destacamos la importancia de las emociones en el momento de pedir una respuesta al alumno con un ejemplo. Mariano es un chico de 15 años con síndrome de Down, la asignatura matemática le supone un gran esfuerzo y así como en otros ámbitos del currículo va avanzando, en esta materia el objetivo marcado es que aprenda a desenvolverse en situaciones muy cotidianas como la compra del pan. Tras estar trabajando sumas, restas y series, la autora del trabajo le propone un problema contextualizado en que intervenía uno de sus hermanos. Mariano mira fijamente el papel y no hace nada, cualquier observador externo puede suponer que el alumno no es capaz de dar respuesta al problema. La docente que ha trabajado con él y tiene unas expectativas muy positivas, indaga la razón de su bloqueo. Mariano está enfadado con su hermano porque no le había dejado el ordenador, automáticamente se cambia el nombre del hermano y el alumno realiza correctamente el problema. El profesor siempre debe ir más allá a la hora de provocar la respuesta y no obtenerla, además es un buen momento para trabajar las actitudes y los valores.
7	Proporcionar retroalimentación.	Informar al alumno de su desempeño.	Carmen es una alumna de nivel académico medio-bajo. El problema contextualizado que realiza es de sobresaliente en contenido, resolución y presentación, uno de los mejores de la clase. A medida que se reparten los trabajos a todos se les anima por escrito y verbalmente, se enfatiza lo que han hecho bien y se les orienta en mejoras. Carmen recibe las felicitaciones por escrito y verbalmente, se le explica porque ha gustado tanto el proyecto y se repasa todo lo que ha hecho. En la prueba de control y en el examen final, la alumna obtiene una calificación de 8 cuando su media hasta entonces era de 5,5.
8	Promover la generalización del aprendizaje.	Proporcionar estabilidad en el aprendizaje provocando la abstracción de los contenidos matemáticos a otras situaciones.	La puesta en común de los problemas ayuda a generalizar el aprendizaje y los alumnos se muestran atentos porque quieren conocer que temas han elegido sus compañeros. La participación es muy alta y los alumnos conocen los contextos, son significativos para ellos.
9	Facilitar el recuerdo.	Facilitar el paso a la memoria de largo plazo a través de la evocación de lo aprendido.	Una simple palabra o el recuerdo de una situación puede ser el pequeño empujón que necesita un alumno. Miguel es un niño con problemas de aprendizaje y conducta, no está diagnosticado a pesar de tener revisiones periódicas, los médicos desconocen lo que padece. En la prueba de control está distraído y mira a la pizarra con cara soñadora. La docente se acerca y le pregunta porque no hace el examen y él contesta que no sabe. La profesora observa que ha realizado la tabla del examen perfectamente pero no traslada los datos al sistema de coordenadas, entonces le dice: “Miguel, tienes los barcos, ahora debes colocarlos para empezar el juego” Se le ilumina la cara y comienza a situar correctamente los puntos de coordenadas y prosigue con el examen. La ejecución del examen no es muy buena porque tiene muchas lagunas de conocimiento, pero es la primera vez que finaliza un examen.

10	Evaluar la realización.	Confirmar que el aprendizaje se ha producido.	Para confirmar que el aprendizaje ha tenido lugar, se realiza una prueba de control en la que tienen que aplicar los conceptos y destrezas adquiridas a lo largo de la unidad didáctica. El formato es una pequeña historia con una de las temáticas de los problemas realizados por ellos, de manera que se puede comprobar si saben transferir los conocimientos a otras situaciones o contextos conocidos.

Fuente: Elaboración propia a partir de Rivas (2000).

Se describen ahora los resultados obtenidos por los alumnos. En coherencia con la metodología activa y participativa aplicada para impartir la unidad se les evalúa de forma objetiva y subjetiva atendiendo a los siguientes puntos:

- Prueba de control escrita que es calificada de 0 a 10. Contiene un problema contextualizado con todos los contenidos de la unidad
- Cuaderno que es calificado de 0 a 10. Debe estar completo, limpio y ordenado con las actividades realizadas y corregidas.
- Observación y esfuerzo, se califica de 0 a 10. Se valora que lleven la materia al día, tanto los ejercicios que se realizan en clase como los que se manda para casa y puntúan las intervenciones orales en la pizarra, en sus puestos de trabajo y la evolución de la presentación de tareas.
- Actitud se califica de 0 a 10. Se tiene en cuenta el comportamiento e interés que el alumno muestra en el aula y su grado de participación.

El cálculo final de la nota teniendo en cuenta los puntos anteriores se realiza a partir de la tabla 6.

Tabla 6. *Rúbrica de evaluación de la unidad didáctica impartida*.

ACTIVIDAD	PORCENTAJE DE LA NOTA FINAL
Examen escrito	50 %
Cuaderno y problema contextualizado propuesto por ellos.	30 %
Observación y esfuerzo	10 %
Actitud	10 %

La prueba de control realizada a las tres aulas de 1º de ESO es un problema contextualizado diferente para cada línea en base a los temas que ellos han elegido.

Los resultados obtenidos en el primer grupo son excelentes, cabe destacar que es un alumnado trabajador, sin conductas disruptivas y que al final de la prueba declaró que tanto la metodología como el problema de control les había resultado extraño y había

momentos que no parecía que estaban en una clase de la asignatura matemática y que lo que habían aprendido no lo iban a olvidar porque sabían utilizarlo e interpretarlos.

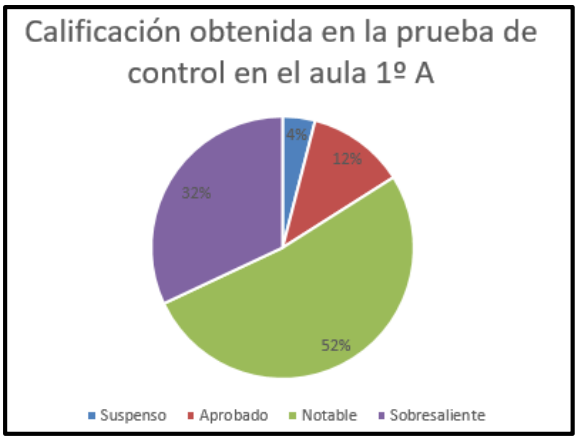


Figura 2. Calificación grupo A.

Los resultados obtenidos en el grupo B, son inferiores al anterior. Este grupo se caracteriza por un clima de aula muy negativo dominado por relaciones interpersonales impulsivas donde los grupos de *WhatsApp* están dañando la ley de reciprocidad entre pares. La metodología utilizada les gustó y participaron, pero los conceptos finales de pendiente y función de proporcionalidad no los adquirieron correctamente. El día que se impartió estos contenidos, al finalizar, tenían una charla con el director del colegio sobre *bullying* y aunque intentaron participar, se despistaban en seguida. Aun así, los resultados se consideran muy buenos porque en el examen final de trimestre, todos los alumnos sacaron mejor nota en la parte de gráfica y funciones que en álgebra y potencias en las que no se había utilizado esta metodología.

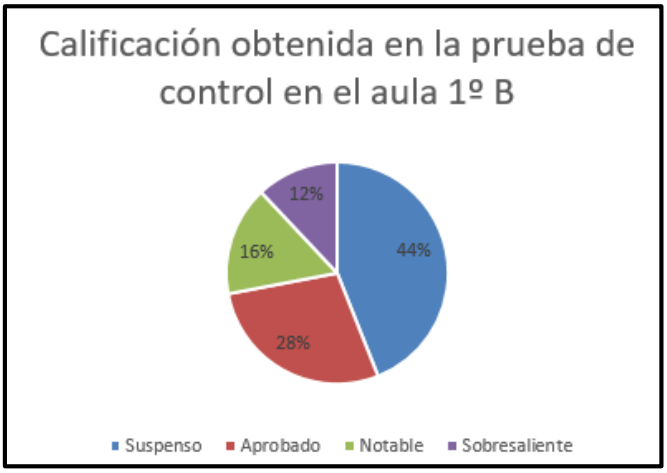


Figura 3. Calificación grupo B

El grupo C, es un grupo de 10 alumnos con problemas de aprendizaje, no prestan atención y la motivación es nula. Cuando la autora del trabajo estuvo con ellos por primera vez, estaban corrigiendo en la pizarra un examen y sólo había aprobado un alumno. Cuando se imparte el bloque de funciones y se personaliza a contextos elegidos por ellos, se observa un cambio en el 50 % del aula en cuanto a adquisición de contenidos. Participan en las clases, se esfuerzan en las tareas, proponen temas, quieren jugar a los barcos y salir a la pizarra a resolver problemas y aunque la prueba de control no ha sido superada por todos porque tienen muchas lagunas de aprendizaje incluso en operaciones básicas de sumas y restas, la actitud de 9 de los 10 alumnos da un giro positivo de 180 grados en clase.

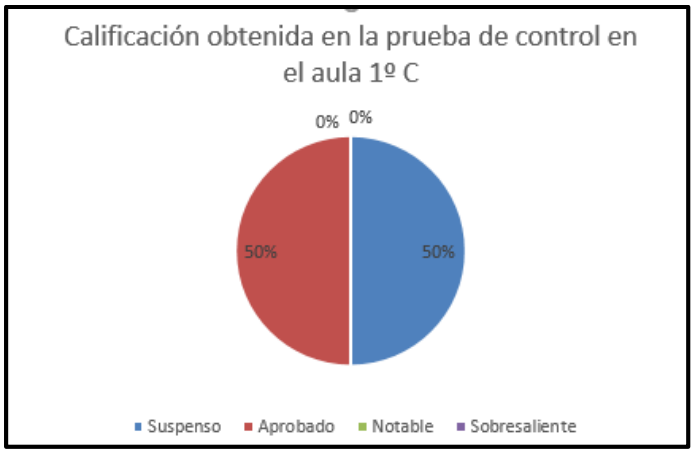


Figura 4. Calificación grupo C.

Por todo lo expuesto, se deduce que tan importante es el contenido, como la forma de enseñar, la planificación y la preparación de las clases, de manera que se creen situaciones de aprendizaje adecuadas al grupo y al contexto.

3.2. Objetivos de la propuesta

En el bloque de funciones para un desarrollo óptimo de la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, los alumnos deben localizar, reconocer, comprender y aplicar. Será entonces cuando podemos afirmar que han aprendido. Por esta razón y recogiendo las indicaciones de los criterios de evaluación del Real Decreto 1105/2014 por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria, se plantean tres tipos de objetivos recogidos en la tabla 7.

Tabla 7. *Objetivos. Bloque 4. Funciones.*

OBJETIVOS	DESCRIPCIÓN
Objetivos de reconocimiento.	• Definir y describir cada uno de los elementos básicos de representación: ejes de coordenadas, coordenadas, abscisas, ordenada, función, gráfica, tabla, recta y pendiente. • Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales. • Localizar puntos en el plano a partir de sus coordenadas y nombrar puntos del plano escribiendo sus coordenadas. • Reconocer si una gráfica representa o no una función. • Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, aplicándolas a la resolución problemas.
Objetivos de compresión.	• Comprender el concepto de función. • Relacionar fórmulas, tablas y gráficas. • Interpretar y analizar la información de una gráfica, reconociendo sus propiedades más características.
Objetivos de aplicación.	• Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas. • Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y fórmula, pasando de unos registros a otros y eligiendo la mejor opción en cada contexto. • Realizar trazados de gráficas con los instrumentos de dibujo y con calculadora gráfica. • Resolver problemas contextualizados utilizando tablas, fórmulas y gráficas.

Fuente: Elaboración propia a partir de Real Decreto 1105/2014 (BOE, núm. 3, 2015, p. 412).

3.3. Contenidos generales en el bloque de funciones

La propuesta didáctica para trabajar las funciones con alumnos de 1º de ESO toma como referencia los contenidos del currículum de matemática del Real Decreto 1105/2014 para alumnos del primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Tabla 8. *Contenidos. Bloque 4. Funciones.*

CONTENIDOS
Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados.
El concepto de función: • Variable dependiente e independiente. • Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). • Crecimiento y decrecimiento. • Continuidad y discontinuidad. • Cortes con los ejes. • Máximos y mínimos relativos. • Análisis y comparación de gráficas.
Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta.
Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.

Fuente: Real Decreto 1105/2014 (BOE, núm. 3, 2015, p. 412).

Siendo los contenidos para para el primer curso de educación secundaria los que muestra la tabla 9.

Tabla 9. *Contenidos. Bloque 4. Funciones en 1º de ESO.*

CONTENIDOS
Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados.
El concepto de función: • Variable dependiente e independiente. • Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). • Cortes con los ejes. • Análisis y comparación de gráficas.
Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta.
Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.

Fuente: Real Decreto 1105/2014 (BOE, núm. 3, 2015, p. 412).

3.4. Competencias

La asignatura matemática es una materia que permite trabajar todas las competencias y con ese fin se proponen las competencias del Real Decreto 1105/2014 recogidas en la tabla 10.

Tabla 10. *Competencias de la unidad didáctica*.

COMPETENCIA	DESCRIPCIÓN
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.	Se trabaja la capacidad para reconocer e interpretar gráficas, tablas y fórmulas además de aplicarlas a la resolución de problemas contextualizados.
Competencia en comunicación lingüística.	Se cuestiona oralmente la interpretación y el análisis de las gráficas en la resolución de problemas en clase y de manera escrita en el cuaderno y en una prueba de control. Se refuerza través de ejercicios, el conocimiento de distintos lenguajes matemáticos.
Competencia digital.	Se inicia a los alumnos en la práctica de una calculadora gráfica online con la que puedan autoevaluarse y valorar la existencia de distintos recursos digitales en Internet como facilitadores de su aprendizaje.
Aprender a aprender.	A través del análisis de gráficas y funciones se fomenta a los alumnos a valorar críticamente los datos obtenidos y la capacidad de extrapolarlos a contextos reales que puedan interpretar y dar solución.
Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.	Se trabaja la capacidad para que los alumnos resuelvan problemas nuevos en base a los análisis de las gráficas. Se fomenta la creación e invención de un problema contextualizado por ellos.
Competencias sociales y cívicas.	Se motiva la participación de una forma activa manteniendo una retroalimentación con los alumnos a través de preguntas guiadas y debates para que aprendan a respetar el turno de palabra, escuchar y valorar opiniones ajenas.
Conciencia y expresiones culturales.	Se propone un problema contextualizado de ayuda a terceros.

Fuente: Elaboración propia a partir de Real Decreto 1105/2014 (BOE, núm. 3, 2015, p. 172).

3.5. Criterios de Evaluación y Estándares de aprendizaje

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria, establece los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje para funciones y gráficas como se muestran en la tabla.

Tabla 11. *Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje*.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas.	Localiza puntos en el plano a partir de sus coordenadas y nombra puntos del plano escribiendo sus coordenadas.
Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto.	Pasa de unas formas de representación de una función a otras y elige la más adecuada en función del contexto.
Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales.	Reconoce si una gráfica representa o no una función.
	Interpreta una gráfica y la analiza, reconociendo sus propiedades más características.
Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, utilizándolas para resolver problemas.	Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación o de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de la recta correspondiente.
	Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica o tabla de valores.
	Escribe la ecuación correspondiente a la relación lineal existente entre dos magnitudes y la representa.
	Estudia situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica el modelo matemático funcional (lineal o afín) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.

Fuente: Elaboración propia a partir de Real Decreto 1105/2014 (BOE, núm. 3, 2015, p. 412).

3.6. Metodología

3.6.1. Propuesta metodológica.

Por lo expuesto en el presente trabajo y partiendo de la experiencia de la autora se propone una adaptación de las fases de aprendizaje de Gagné para una sesión de resolución de problemas facilitando el manejo las distintas formas de representación de una gráfica (lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y fórmula), reforzando los puntos donde los alumnos encuentran las mayores dificultades en el bloque de funciones y facilitando la interpretación de la información que proporcionan dichas gráficas.

Con el fin de conseguir los objetivos, la metodología se plantea participativa, facilitando el aprendizaje activo y significativo del alumno, favoreciendo la adquisición de contenidos y competencias clave. Las estrategias que se proponen son:

Tabla 12. *Estrategias de la propuesta.*

ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN
Lección magistral	Exposiciones cortas con retroalimentación permanente por parte de los alumnos con el objetivo de mantener su atención.
Trabajo individual	Se establecen periodos de tiempo en los que cada alumno realiza su problema de forma individual, la profesora atiende las dudas de cada uno de ellos en sus puestos de trabajo.
Trabajo en grupo aula	Se realiza la corrección de los problemas por un alumno en la pizarra con la participación de los compañeros guiada por el profesor. Se fomenta el debate, respeto a los compañeros y la búsqueda de nuevas soluciones.

3.6.2. Destinatarios

El centro donde se ha desarrollado el proyecto que ha marcado el desarrollo de este trabajo, es el centro concertado Rey Pastor situado en un barrio céntrico de Logroño con un nivel socio económico medio y medio-bajo. El centro se divide en tres partes claramente diferencias arquitectónicamente, la parte central es un edificio con solera de 48 años de antigüedad donde se encuentran las aulas de 1º de ESO.

La media de edad de los alumnos es de 12 años y no hay repetidores. Los estudiantes se encuentran al inicio de la etapa adolescente donde empiezan a experimentar cambios bruscos corporales e intelectuales. Comienza a autoafirmarse su personalidad acompañada con una notable afectividad y espíritu crítico que irremediablemente influye en sus conductas y sus relaciones dentro y fuera del aula.

La diversidad de los individuos que componen las aulas da lugar a grupos muy heterogéneos lo que deriva en comportamientos y relaciones interpersonales muy dispares con intereses muy diversos que hay que conciliar.

La propuesta se dirige a tres aulas distintas que se caracterizan por:

Tabla 13. *Destinatarios.*

Aula	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
Alumnado aula A (25 alumnos)	Grupo infantil y tímido que hay que animar cuando se utiliza metodología participativa.
	Grupo muy cohesionado, las relaciones interpersonales son muy buenas y crean un clima de aula y un marco contextual ideal para impartir clase.
	Cumplen las normas de convivencia.
	Un alumno con TDHA.
	Horario de la asignatura: siempre a última hora de la jornada escolar.

Alumnado aula B (25 alumnos)	Alto grado de madurez, críticos, con iniciativa y plantean cuestiones avanzadas que permiten trabajar las competencias de expresión lingüística y aprender a aprender.
	Relaciones interpersonales competitivas y con falta de atención hacia la asignatura
	Cumplen las normas de convivencia.
Alumnado aula C (10 alumnos)	Grupo de refuerzo con problemas de atención y aprendizaje.
	Relaciones interpersonales impulsivas.
	Conductas disruptivas, falta de interés por aprender, sin habilidades sociales y muy irrespetuosos.
	Alumno diagnosticado de daño cerebral.
	Alumno diagnosticado de síndrome negativo desafiante con conducta violenta.

En este curso de educación secundaria los conflictos más habituales observados son: impuntualidad, no traer el material, correr y gritar por los pasillos, agresiones verbales y a veces físicas, estropear el material del centro, falta de limpieza en clase, desobediencia de las normas, uso de móviles, desconsideraciones hacia los profesores y no entregar las notas escritas a los padres. Son alumnos que comienza su etapa adolescente y deben estar 6 horas en un aula de una asignatura a otra, con apenas descanso y continuar con los deberes en casa. ¿No tienen al menos derecho a que el docente ajuste las materias a sus intereses más cercanos?, y en especial la matemática, una asignatura con la que se puede trabajar todas las competencias y es sencilla de contextualizar.

3.6.3. Planificación de las acciones

Gagné expone que el primer paso antes del proceso instructivo debe ser un análisis de las distintas actividades que son necesarias para obtener los resultados esperados por parte de los sujetos que aprenden, y generar las condiciones internas necesarias para evitar los bloqueos que se producen al enfrentarse a la tarea de resolución de problemas creando los contextos adecuados. Así se establece el entorno adecuado para el desarrollo de proceso instructivo. Además, el docente debe considerar y determinar los requisitos previos necesarios para el desarrollo de la unidad.

3.6.3.1. Actividades de la propuesta

La propuesta metodológica se desarrolla en una sesión de 120 minutos, a través de tres actividades, las cuales permiten el refuerzo de la unidad didáctica de funciones a través de las fases de la teoría del aprendizaje instruccional.

Las tres actividades se plantean a los alumnos de forma que se sientan en entornos conocidos y motivadores que eviten bloqueos iniciales y afectivos.

Tabla 14. *Actividades de la propuesta.*

ACTIVIDAD	SESIÓN	ESTRATEGIA/RECURSOS
Conocimientos previos	Conocimientos previos de contexto real: • Recordar el juego de los barcos. • Recordar ejemplo histórico de los barcos y los mapas. • Jugar a: *Sistema de coordenadas en tres minutos* • Recordar ejemplos actuales: GPS de los coches.	• Grupo aula. • PDI.
	Conocimientos previos matemáticos: Breve recordatorio de los contenidos del bloque de funciones. Se utiliza el cuadro resumen que se muestra en el anexo 1.	• Grupo aula. • PDI.
Aprendizaje por resolución de problemas contextualizados	La docente resuelve el problema guía en la pizarra estableciendo cuatro períodos de tiempo de explicación / trabajo individual. 1. Introducción. 2. Construcción de tabla. 3. Construcción de gráfica. 4. Construcción de fórmula y respuesta a las preguntas finales. Se introduce la actividad de resolución de problemas y se reparten los cuatro tipos de problemas. Elección de nuevos contextos.	• Lección magistral y trabajo individual. • PDI y calculadora gráfica online.
Aprendizaje multidisciplinar	La impartición de funciones coincide con el tema de biodiversidad de *Biología y Geología*. Se hace un mini debate guiado a través del cual se resuelve un problema de una colonia de gatos relacionando ambas asignaturas.	• Grupo aula. • PDI y calculadora gráfica online.

La actividad de conocimientos previos se acomete desde dos perspectivas, la primera es recordar los conocimientos que tienen los alumnos de situaciones precedentes reales y cotidianas y captar la atención a través de un juego. La segunda, desde una perspectiva puramente matemática, pretende recordar la materia impartida con la unidad didáctica de modo que permita a los alumnos afianzar conocimientos ya adquiridos y poder abstraerlos a los nuevos contextos que se les van a presentar.

La actividad de aprendizaje por problemas contextualizados permite a los alumnos conocer la utilidad de los contenidos aprendidos, abstraerlos a nuevas situaciones y retenerlos en la memoria a largo plazo. Se realiza en entornos conocidos y propuestos por ellos, de manera que se fomenta la capacidad de iniciativa. Los problemas comienzan con una breve introducción textual que consigue que cada alumno rompa su bloqueo inicial ante el problema matemático, a la par que lo caracteriza a sus intereses.

La autora del trabajo ha estado presente en las clases de *Biología y Geología* en el período de prácticas. Dada la importancia que establece el currículo para transmitir los contenidos en un ámbito multidisciplinar y siendo el lenguaje matemático el medio de trasmisión de los conocimientos científicos, se finaliza la propuesta con un mini debate guiado que relaciona, a través de la temática de una colonia de gatos, la biodiversidad y la selección natural y no natural, los contenidos matemáticos, usando concretamente tablas, gráficas y fórmulas. Permite reforzar el objetivo de la propuesta en la generalización de los contenidos.

3.6.3.2. Selección del contexto para elaborar los problemas

Durante el período de prácticas la autora del trabajo imparte la unidad didáctica que le fue asignada a través de una actividad basada en proyectos, en la que cada alumno debe elegir la temática y elaborarlo.

En la tabla 15 se resume la temática elegida por los alumnos del 1º de ESO de las líneas A y B en la experiencia que ha relatado la autora del documento en el apartado 3.1.

Los alumnos de la línea C con problemas de aprendizaje, realizaron la actividad basada de una forma más guiada a través de la temática animal que ellos eligieron.

Tabla 15. *Contextos seleccionados por 50 alumnos de 1º de ESO para una actividad de aprendizaje basada en proyectos.*

TEMA		Nº DE ALUMNOS	
Compra	Móviles	7	14
	Videojuego	2	
	Mochila	2	
	Ropa	2	
	Lavadora	1	
Viajes	Países	10	11
	Carretera	1	
Deporte	Béisbol	1	9
	Futbol	7	
	Baloncesto	1	
Medio Ambiente	Reciclaje	2	5
	Temperatura ambiental	2	
	Telescopio	1	
Proyecto a terceros	Sala de juegos para niños hospitalizados	1	2
	Parque con 12 atracciones	1	
Animales	Protectora	3	4
	Veterinario	1	
Coches	Fábrica	2	2
Fiesta	Fin de curso	1	2
	Concierto	1	
Estudios	B1 inglés	1	1
TOTAL		50	

Tomando como referencia los contextos más significativos de los alumnos, se plantean las siguientes temáticas para contextualizar los problemas que van a resolver.

Tabla 16. *Contextualización de los problemas de la propuesta.*

PROBLEMA	CONTEXTO
Problema guía.	Animales.
Problemas para resolver por los alumnos.	1. Tecnología: móvil. 2. Futbol. 3. Viaje. 4. Proyecto a terceros.
Problema multidisciplinar.	Biodiversidad / Medio ambiente.

3.6.3.3. Problema guía y problema contextualizados

Seleccionadas las actividades y los contextos, se adjunta el problema guía y los cuatro que han de resolver los alumnos. Los problemas se han realizado de modo que cumplen los requisitos establecidos en el trabajo:

- Se resuelve en un contexto significativo y elegido por los alumnos que nos permite trabajar las cuatro primeras fases de aprendizaje instruccional de Gagné:
    1. Generar atención y motivar.
    2. Informar del objetivo.
    3. Reforzar conocimientos previos.
    4. Presentar el estímulo.
- Se estructura en: introducción del entorno significativo, construcción de tabla, construcción de gráfica, fórmula, interpretación de las distintas formas de representar la información y finalización con una pregunta y una imagen que facilite el recuerdo del problema. Se trabajan las fases de aprendizaje:
    5. Orienta el aprendizaje.
    6. Se establece tiempos para que respondan sus problemas, evocación de respuesta
    7. Retroalimentación individual en sus puestos de trabajo.
    8. Se generaliza el aprendizaje.
    9. Se facilita el recuerdo.

Como ya se ha hecho referencia en el trabajo, los problemas comienzan con una breve introducción textual en la que tienen que caracterizar el problema con sus propios intereses, de modo que el alumno comienza la ejecución del problema, siempre evitando bloqueos iniciales y dando seguridad ante un entorno conocido, pudiendo intuir un resultado utilizando estrategias heurísticas.

Cada aula está forma por 25 alumnos, hay cuatro tipos de problemas diferentes que se repartirán en función de los intereses de los alumnos. Cada educando realiza y caracteriza su propio problema. En la corrección en común los alumnos trabajarán los cuatro tipos de problemas lo que permite generalizar los contenidos.

En la figura 5 se presenta el problema guía y en las figuras 6,7,8 y 9 se muestran los problemas contextualizado que resolverán los alumnos.

En el cuarto problema, el enunciado establece los datos de manera que el resultado final es una función de proporcionalidad directa, de modo que el docente asegura el trabajo, repaso y refuerzo de la fórmula de proporcionalidad y el concepto de pendiente.

Nombre: Laura. **Tema: ¿Qué puedo hacer para reducir el abandono animal?**

Tengo adoptada una perrita que se llama Moka, que dejaron abandonada en la perrera.

¿Qué pasa si la esterilizo? No tiene cachorritos y además mejora su salud.

Una perra tiene un celo al año. Un embarazo tiene de media: 8 cachorros.

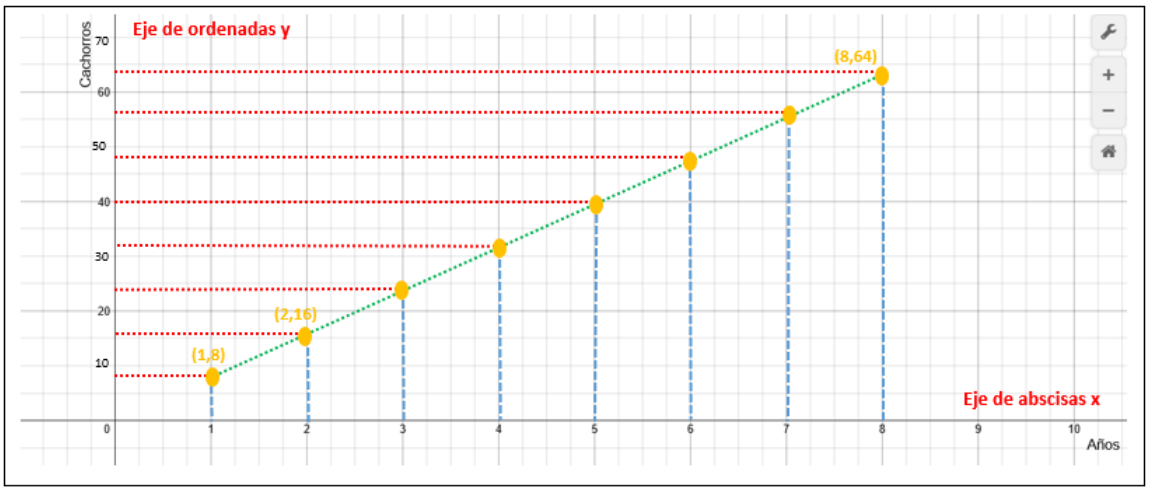
Pregunta: ¿Cuántos cachorros evito que vengan al mundo y haya que buscarles familias en 8 años?

Tabla:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8
1 Embarazo = 8 cachorros	8	16	24	32	40	48	56	64

Solución: 64 cachorros.

Gráfica:



Ojo con las escalas. **¿Tiene sentido que unamos los puntos?**

Fórmula: pista ¿hemos estudiado proporcionalidad? Yo creo que sí.

X: años	Y: guau
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
6	48
7	56
8	64

Y=8x

Pregunta con trampa: ¿Cuántos **perros** he salvado en ocho años? y = 8x + 1.

Figura 5. Problema guía.

MATEMÁTICAS 1º ESO ***TABLAS Y GRÁFICAS PARA COMPRARME UN MÓVIL.***

Nombre: ..... **Fecha**: .....

Me llamo _____ y soy forofo de las nuevas tecnologías. Llevo un tiempo pensando que móvil quiero comprarme y al final he decidido adquirir el modelo _____. Tiene muchas prestaciones y me va a permitir comunicarme y _____.

Voy a calcular el tiempo que tengo que ahorrar para conseguir el dinero suficiente y poder comprarlo:

Precio del móvil: _____ euros.

Paga semanal: _____euros.

Paga mensual: _____ euros.

Voy a mirar la hucha por si tuviera algo ahorrado: _____ euros. (puede que no tengas dinero en la hucha).

En Navidad ¿me dan algo de dinero? O quizás en mi cumpleaños: _____euros.

A mi madre o a un amigo le suelo regalar alguna cosita en el mes _____ porque es su cumpleaños y me gasto: _____ euros.

Voy a construir una tabla para averiguar en qué mes voy a poder comprar el móvil (vamos a reflejar los datos anteriores en una tabla):

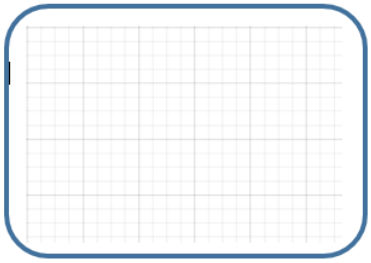
En el mes de _____ tengo suficiente dinero para comprarme el móvil. Estamos cerca, pero vamos intentar conseguirlo antes.

Pensando, pensando, a mis padres le gustan muchos los gráficos, los hacen para calcular los ingresos y los gastos de casa. Decidido, les voy a construir una gráfica fantástica que les guste mucho y así me ayudarán con la compra del móvil.

No te olvides: coloca los pares de coordenadas (___, ___)

Marca en la gráfica: eje de coordenadas, eje de ordenadas, eje de abscisas, variable dependiente, variable independiente.

Dibújala bien chula para que les guste a tus padres. Puedes utilizar colores. Recuerda los avisos a navegantes de clase.



¿Tenemos que unir los puntos?

¿Por qué? Piensa en los ejemplos más característicos que hemos hecho en clase, te van a ayudar.

¿Sabemos escribir la fórmula? Si es sí, escríbela.

¿Tenemos una gráfica? ☺ ¿Qué nos cuenta?

¿Tenemos una función? Recuerda que la constante de proporcionalidad debe mantenerse en toda la tabla.

_____ ¿Por qué?

¿Es una función proporcionalidad? _____ ¿Por qué?

¿Podemos calcular la pendiente? _____ Si es sí, indica cual. Recuerda en que gráficas la calculamos en clase y ahora ira tu gráfica.

A tus padres le va a encantar y a mí también!!!! A por el móvil

El próximo tema es estadística y probabilidad, ¿quieres que te ayude a algo? Elige tres temas que te gusten e intentaré incorporar alguno en los problemas: un deporte, un juego, un proyecto, etc. Tú opinión es importante.

Figura 6. Problema contextualizado 1: Tablas y gráficas para comprarme un móvil.

MATEMÁTICAS 1º ESO ***TABLAS Y GRÁFICAS PARA MI EQUIPO DE FUTBOL.***

Nombre: ..... **Fecha:** .....

Me llamo _____ y mi equipo favorito es _____. Este domingo ha jugado estupendamente, un gran partido y se lo voy a contar a mis amigos en clase de matemáticas. Los colores de la camiseta de mi equipo son: _____.

El equipo contra el que hemos jugado es: _____.

Un partido de futbol dura: _____ minutos. Mi equipo ha jugado muy bien y ha sido muy regular a lo largo de todo el partido, ha metido 6 súper goles.

Si en el minuto 1, mete un gol y a partir de ahí puntúa a intervalos de tiempo iguales, ¿cada cuánto tiempo mete un gol? Piensa los datos que tienes para resolverlo.

Ahora que ya sé que cada _____ minutos mete 1 gol, lo voy a poner en una tabla para explicarlo estupendamente en clase y que todos mis compañeros sepan el fantástico equipo que es.

Voy a construir una tabla para que se vea bien la regularidad del equipo, ¿Qué variables tengo que reflejar?

1.- Variable 1: _____. 2.- Variable 2: _____.

Si sigue jugando así, esta copa la tenemos ganada.

Y ahora lo voy a bordar, voy a construir una gráfica fantástica que les guste mucho y se pasen todos a mi equipo.

No te olvides: coloca los pares de coordenadas (__, __)

Marca en la gráfica: eje de coordenadas, eje de ordenadas, eje de abscisas, variable dependiente, variable independiente. Dibújala bien chula para que les guste a tus compañeros. Puedes utilizar colores, a lo mejor quieres usar los de la camiseta de tu equipo, adelante tú puedes. Recuerda los avisos a navegantes de clase.

¿Tenemos que unir los puntos? ___ ¿Por qué? Piensa en los ejemplos más característicos que hemos hecho en clase, te van a ayudar.

¿Sabemos escribir la fórmula? Si es sí, escríbela.

¿Tenemos una gráfica? ☺ ¿Qué nos cuenta?

¿Tenemos una función? Recuerda que la constante de proporcionalidad debe mantenerse en toda la tabla. _____ ¿Por qué?

¿Es una función proporcionalidad? ____ ¿Por qué?

¿Podemos calcular la pendiente? _____ Si es sí, indica cual. Recuerda en que gráficas la calculamos en clase y ahora mira tu gráfica.

A tus compañeros les va a encantar y a mí también!!!! A por la copa!!!! ☺

El próximo tema es estadística y probabilidad, ¿quieres que te ayude a algo? Elige tres temas que te gusten e intentaré incorporar alguno en los problemas: un deporte, un juego, un proyecto, etc. Tú opinión es importante.

Figura 7. Problema contextualizado 2: Tablas y gráficas para mi equipo de futbol.

MATEMÁTICAS 1º ESO ***TABLAS Y GRÁFICAS PARA PLANIFICAR MIS VACACIONES.***

Nombre: ..... **Fecha:** .....

Me llamo _____ y me gustaría viajar a _____.

Allí voy a visitar _____. En ese país voy a poder practicar el idioma: _____. Pienso hacer un motón de fotos para enseñarlas en clase y contar toda la experiencia.

Para organizar bien mi viaje, primero voy a saber a qué distancia está el país que quiero visitar para calcular el coste del desplazamiento. Distancia: _____ Km.

Si cada Km cuesta 0,5 euros, el billete de **ida** cuesta: _____ euros.

Mira la negrita, vas a viajar, pero tienes que volver para contar toda la experiencia en clase, el viaje de vuelta me cuesta: _____ euros.

Soy un crack de Internet y he encontrado un hotel que me va a costar: 30 euros al día. Qué barato!!!!

Coste total del viaje sí utilizo 1 día para ir, 7 días de hotel para conocer el país y 1 día para volver:

A partir de ahora sólo vamos a tener en cuenta los datos del hotel.

Voy a construir una tabla para que se vea bien el coste por día del hotel **(sólo el hotel)** para que ayude a mis padres a calcular el coste de la estancia. El importe del transporte ya lo tengo ahorrado.

1.- Variable 1: _____. 2.- Variable 2: _____.

¡¡¡Viva las vacaciones!!!

Y ahora lo voy a bordar, voy a construir una gráfica fantástica que voy a colgar en el corcho de mi habitación y me recuerde que tengo que ahorrar para traerme un bonito recuerdo del viaje.

No te olvides: coloca los pares de coordenadas (___, ___)

Marca en la gráfica: eje de coordenadas, eje de ordenadas, eje de abscisas, variable dependiente, variable independiente. Dibújala bien chula para que les guste a tus compañeros. Puedes utilizar colores, a lo mejor quieres usar los de la camiseta de tu equipo, adelante tú puedes. Recuerda los avisos a navegantes de clase.

El hotel te cobra por el tiempo que estás de modo que, si no estás el día completo, te cobra menos.

¿Tenemos que unir los puntos? ___ ¿Por qué? Piensa en los ejemplos más característicos que hemos hecho en clase, te van a ayudar.

¿Sabemos escribir la fórmula? Si es sí, escríbela.

¿Tenemos una gráfica? ☺ ¿Qué nos cuenta?

¿Tenemos una función? Recuerda que la constante de proporcionalidad debe mantenerse en toda la tabla. ¿Por qué?

¿Es una función proporcionalidad? ____ ¿Por qué?

¿Podemos calcular la pendiente? _____ Si es sí, indica cual. Recuerda en que gráficas la calculamos en clase y ahora mira tú gráfica.

A tus compañeros les va a encantar todas las fotos que traigas y a mí también!!!!

El próximo tema es estadística y probabilidad, ¿quieres que te ayude a algo? Elige tres temas que te gusten e intentaré incorporar alguno en los problemas: un deporte, un juego, un proyecto, etc. Tú opinión es importante.

Figura 8. Problema contextualizado 3: Tablas y gráficas para planificar mis vacaciones.

MATEMÁTICAS 1º ESO ***TABLAS Y GRÁFICAS PARA AYUDAR A LOS NIÑOS.***

Nombre: ..... **Fecha:** .....

Me llamo _____ y vivo en la ciudad de _____.

Me gustaría comprar juguetes para que la próxima Navidad todos los niños de mi barrio reciban un regalo.

No sabía por dónde empezar así que le pedí a un familiar mí que me acompañara a la Iglesia a hablar con el sacerdote. El me dijo que cerca de donde yo vivo hay 12 familias sin recursos económicos y en total 20 niños.

Después he ido a una juguetería y he comprobado que comprar un regalo para cada niño cuesta: _____ euros.

Voy a poner unas huchas en el colegio porque necesito recaudar_____ euros para que se repartan entre los niños de cada familia. En mi colegio, todos mis amigos me están ayudando y si calculamos que semanalmente recogeremos 50 euros. ¿Cuántas semanas necesito para recaudar todo el dinero?

Voy a construir una tabla para que se vea el dinero que tenemos que recaudar semanalmente para animar a todos los compañeros del colegio y la voy a poner en el tablón general de la entrada

1.- Variable 1: _____. 2.- Variable 2: _____.

¡¡¡Nosotros podemos y lo haremos!!!

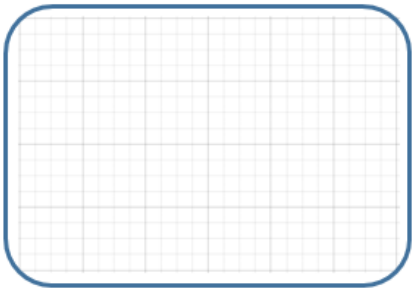
Me han llamado del periódico porque les ha gustado nuestra iniciativa y la van a publicar. Voy a preparar una súper gráfica para que todos conozcan nuestro proyecto y nos ayuden, va a ser muy emocionante.

Puedes hacerla a colores, tiene que estar muy bien, va a salir en prensa en escrita y en internet.

No te olvides: coloca los pares de coordenadas (__, __)

Marca en la gráfica: eje de coordenadas, eje de ordenadas, eje de abscisas, variable dependiente, variable independiente.

Dibújala bien chula para que les guste a tus compañeros. Puedes utilizar colores, a lo mejor quieres usar los de la camiseta de tu equipo, adelante tú puedes. Recuerda los avisos a navegantes de clase.



¿Tenemos que unir los puntos? ___ ¿Por qué? Piensa en los ejemplos más característicos que hemos hecho en clase, te van a ayudar.

¿Sabemos escribir la fórmula? Si es sí, escríbela.

¿Tenemos una gráfica? ☺ ¿Qué nos cuenta?

¿Tenemos una función? Recuerda que la constante de proporcionalidad debe mantenerse en toda la tabla.

_____ ¿Por qué?

¿Es una función proporcionalidad? _____ ¿Por qué?

¿Podemos calcular la pendiente? _____ Si es sí, indica cual. Recuerda en que gráficas la calculamos en clase y ahora mira tú gráfica.

Tú y tus compañeros sois geniales y ahora a poner el proyecto en marcha¡!!!! ☺

El próximo tema es estadística y probabilidad, ¿quieres que te ayude a algo? Elige tres temas que te gusten e intentaré incorporar alguno en los problemas: un deporte, un juego, un proyecto, etc. Tú opinión es importante.

Figura 9. Problema contextualizado 4: Tablas y gráficas para ayudar a los niños.

3.6.3.4. Cronograma

La propuesta de resolución de problemas contextualizados se desarrolla en un período de 120 minutos que equivalen a dos clases preferentemente seguidas. Para realzar al alumno como protagonista del proceso de enseñanza aprendizaje, se le comunica la actividad que van a realizar con el título de *¿Y tú que quieres?,* en el que ya se les transmite que ellos van a tener una importancia central en el desarrollo de los problemas.

En la tabla 17 se muestra la secuencia temporal y las acciones de las 3 actividades que componen la propuesta de resolución de problemas contextualizados.

Tabla 17. *Cronograma de actividades.*

TIEMPO	DESCRIPCIÓN
FASE 1: GENERAR ATENCION Y MOTIVAR	
5	Para generar la atención de los alumnos les proponemos la actividad de resolución de problemas con la pregunta*: ¿Y tú que quieres?* Las opciones de respuesta seleccionadas pueden ser: 1. Comprar un móvil. 2. Hacer un viaje. 3. Proyecto: juguetes. 4. Crear tu partido de fútbol. Según las preferencias de cada alumno se le proporcionara un tipo de problema propuesto en el apartado anterior. Son 25 alumnos con lo que deben formar 4 grupos de preferencia, tres con 6 alumnos y uno con 7 alumnos.
FASE 2: INFORMAR DEL OBJETIVO	
5	El profesor informa a los alumnos cómo y para que pueden utilizar las tablas, las formulas y los gráficos que se han impartido en la unidad didáctica. El objetivo que se les comunica, es que van a utilizar los distintos registros, fórmulas, tablas y funciones para presentar los proyectos que más les gusta de las temáticas anteriormente expuestas.
FASE 3: CONOCIMIENTO PREVIOS	
15	Conocimientos previos de contexto real: • Recordar el juego de los barcos. • Recordar ejemplo histórico de los barcos y los mapas. • Jugar a: *Sistema de coordenadas* en seis minutos. • Recordar ejemplos actuales. Conocimientos previos matemáticos: Breve recordatorio de los contenidos del bloque de funciones. Se utiliza el cuadro resumen que se muestra en el anexo 1.
FASE 4: PRESENTAR EL ESTÍMULO	
5	Se presenta el problema guía con el que se va a repasar los contenidos matemáticos dándoles una utilidad. Se reparten los problemas de los 4 temas por preferencia de los alumnos que el profesor conoce previamente porque han sido elegidos por los alumnos.

FASE 5: ORIENTAR EL APRENDIZAJE	
40	La profesora comienza la realización del problema guía en la pizarra de manera estructurada: • Introducción. • Tabla. • Gráfica. • Fórmula y preguntas. • Interpretación de los resultados. • Pregunta e imagen para facilitar el recuerdo. Se dan espacios de tiempo intermedios para que los alumnos realicen sus propios problemas a medida que avanza el problema guía. En esos espacios de tiempo la docente orientará y resolverá dudas de modo individual.
FASE 6: EVOCACIÓN DEL DESEMPEÑO	
0	Los alumnos finalizarán sus problemas y se guardarán los bolígrafos en los estuches. Se les dejara un lápiz para que tomen notas si lo necesitan.
FASE 7: PRPOPORCIONAR RETROALIMENTACIÓN	
25	Se felicita a los alumnos por la implicación personal en sus problemas y el esfuerzo de un buen trabajo. La docente sacará a un alumno al *azar* a la pizarra por cada tipo de problema para su corrección, lo que le permitirá dar retroalimentación a los alumnos reforzando las dificultades que haya observado en los períodos de trabajo individual.
FASE 8: GENERALIZACIÓN DEL APRENDIZZAJE	
15	Se realiza un problema contextualizado en grupo aula que relaciona los contenidos de biodiversidad de la asignatura de *Biología y Geología* con los contenidos matemáticos del bloque de funciones.
FASE 9: FACILITAR EL RECUERDO	
5	Apoyándonos en la actividad de aprendizaje multidisciplinar, el juego de hundir la flota, la pregunta y la imagen del problema se les ofrece recursos a los alumnos que les facilite el recuerdo.
FASE 10: EVALUAR EL RESULTADO	
5	Se recogen los problemas realizados para su calificación según la rúbrica que se presenta en al apartado y que previamente conocen los alumnos. El examen correspondiente al segundo trimestre de curso académico, también es una forma adecuada de valorar si los conocimientos han pasado a la memoria de largo alcance y los alumnos son capaces de abstraerlos a nuevas situaciones cuando los necesitan.

Nota: El tiempo se establece en minutos.

3.6.4. Recursos humanos, materiales y económicos

La propuesta tiene un coste económico prácticamente nulo, las aulas donde se va a desarrollar tienen ordenador, proyector, PDI y conexión a Internet. Los recursos web necesarios son la calculadora digital y el juego *Sistema de coordenadas* ambos online.

A los alumnos se les proporciona fotocopias de los problemas contextualizados que tiene que resolver. Finalizada la actividad, a través de la plataforma educativa Alexia que tiene el centro para la gestión educativa, se les envía a los alumnos todos los problemas incluido el utilizado como guía, resueltos por el docente para que tengan como referencia para su estudio y el resumen del anexo 1.

Como recursos humanos, los alumnos de 1º de ESO del centro concertado Rey Pastor sito en Logroño, protagonistas indiscutibles, y un buen docente implicado en el proceso de aprendizaje de todos y cada uno de sus educandos.

3.6.5. Forma de evaluación previstas

La metodología participativa, los períodos de trabajo individual en resolución de problemas y la corrección en pizarra, permite al docente una evaluación continua del alumnado en la que puede establecer criterios actitudinales y de participación a lo largo del proceso.

Todos los problemas individuales comienzan con una introducción textual, cuyo objetivo, como ya se ha comentado, es superar los bloqueos iniciales ante la materia matemática y por su sencillez de respuesta, es también un indicador de la predisposición del alumno ante la tarea en cuanto a actitud y esfuerzo.

La evaluación del proceso viene determinada por la actitud, el comportamiento, la participación y el esfuerzo de los alumnos, lo que nos indicará si se ha conseguido la suficiente motivación y curiosidad en los alumnos, lo que permite desbloquear el miedo a enfrentarse a un problema matemático.

En cuanto a los contenidos matemáticos, la resolución de los problemas indica si han alcanzado los objetivos mínimos del bloque de funciones. Las preguntas finales y la puesta en común, si han desarrollado las competencias necesarias en cuanto a la compresión e interpretación de los datos obtenidos en situaciones reales y conocidas, en las que por lógica pueden intuir si la ejecución y resultados son los esperados.

La rúbrica se acomete evaluando a los alumnos tanto en el proceso como en los resultados obtenidos en la ejecución de los problemas que se recogen al finalizar la corrección común.

En la tabla 18 se presentan los indicadores y niveles de desempeños por los que se va a evaluar a los alumnos tanto en el proceso como en los resultados, esta rúbrica es conocida por todos los alumnos y en la tabla 19 el porcentaje asignado a cada indicador en la calificación final.

Tabla 18. *Rúbrica de Evaluación.*

EVALUACIÓN DEL PROCESO				
	MUY POBRE	INSUFICIENTE	CORRECTO	EXCELENTE
Actitud/Esfuerzo	No intenta realizar la actividad.	Sólo realiza la parte textual de la actividad y no intenta acometer la parte de contenidos matemáticos.	Realiza la parte textual e intenta realizar el resto del problema con una actitud curiosa y abierta.	Acomete el problema completo e intenta buscar distintas estrategias de solución.

Comportamiento	Comportamiento muy pasivo o disruptivo. No cumple las normas de participación y convivencia.	Comportamiento pasivo, pero no disruptivo.	Participa cumpliendo las normas de convivencia y escuchando con respeto a sus compañeros la mayoría de las veces.	Participa cumpliendo las normas de convivencia y escuchando con respeto a sus compañeros.
Participación	No participa en la actividad ni con preguntas directas.	Sólo contesta cuando se le pregunta directamente.	Levanta la mano aproximadamente la mitad de las situaciones de debate.	Participa casi siempre o siempre.
Presentación del problema.	No se esfuerza en la limpieza, el orden, la letra y expresiones.	No se esfuerza en utilizar los instrumentos de dibujo adecuados para una correcta presentación de la gráfica.	Se esfuerza por mantener la limpieza y el orden y utiliza los instrumentos de dibujo adecuados.	Se esfuerza por mantener la limpieza y el orden y utiliza los instrumentos de dibujo adecuados. Utiliza colores y tiene creatividad y estilo a la hora de presentar el problema.
EVALUACIÓN DE LOS CONTENIDOS				
	MUY POBRE	INSUFICIENTE	CORRECTO	EXCELENTE
Tablas	No la realiza.	La realiza con datos no correctos.	La realiza con datos correctos, pero insuficientes.	La realiza correctamente y con datos suficientes.
Gráficas	No la realiza.	La realiza mal y sin instrumentos adecuados de dibujo.	La realiza bien pero no utiliza los instrumentos adecuados de dibujo o escalas.	La realiza correctamente con las escalas y los instrumentos de dibujo adecuados.
Fórmulas	No lo intenta.	No sabe si puede conocerla a partir de los datos de la tabla o gráfica.	Sabe si puede conocerla o no, pero se equivoca en el proceso.	Da las explicaciones adecuadas y la fórmula si el problema lo precisa.
Interpretación de la información	No lo intenta.	Lo intenta de forma muy vaga y errónea.	La interpretación de los datos es correcta al menos en el 60% del contenido.	La interpretación de los datos es correcta.

Tabla 19. *Porcentaje de cada indicador en la calificación.*

EVALUACIÓN DEL PROCESO	
Actitud/Esfuerzo	5%
Comportamiento	5%
Participación	5 %
Presentación del problema.	5%
EVALUACIÓN DE LOS CONTENIDOS	
Tablas	20%
Gráficas	20%
Fórmulas	20%
Interpretación de la información	20%

3.6.6. Resultados previstos

El resultado previsto aplicando la metodología participativa y adaptando las fases de aprendizaje instructivo de Gagné en un aula de 1º de ESO (acostumbrada a la enseñanza tradicional de realización de ejercicios y aprendizaje por repetición), es un aumento de la atención y motivación y un cambio de actitud hacia la materia matemática.

Como dice Tourón (2014):

> El diseño de instrucción es la práctica de crear experiencias de enseñanza que hacen que la adquisición de conocimientos y habilidades sea más eficiente, eficaz y atractiva. El proceso consiste, en líneas generales, en determinar el estado y necesidades del alumno actual, definir el objetivo final de la instrucción y crear un proceso de "intervención" que ayude en la transición desde el estado inicial al estado final deseado. (párr. 2)

Es verdad, como se comentará en el apartado de discusión, que esta propuesta no espera eliminar las lagunas de conocimiento que tienen los alumnos en una única sesión de 120 minutos, pero es un primer paso para motivarles en el quehacer matemático, proporcionándoles experiencias positivas en contextos conocidos y significativos, y esta actitud facilita la labor del docente a la hora de detectar y corregir dificultades y errores de los alumnos que surgen durante el proceso y no tanto en la prueba final de examen.

No hay nada más motivador cuando el individuo elije su propio objetivo, es entonces cuando el profesor consigue acercarse a la realidad de estudiante, como dice Vygotsky al referirse a la zona de desarrollo próximo del alumno que permite un aprendizaje realmente significativo. Contextualizar el proceso de enseñanza aprendizaje además en fases iniciales, no impide matematizarlos de forma más abstracta en posteriores etapas (Freudenthal, 1991).

Los resultados se esperan óptimos porque partimos de uno de los factores más importantes que influye en el aprendizaje, como es el conocimiento previo que posee el aprendiz (Ausubel, 1968).

Para los alumnos más responsables y con mejores resultados académicos, con esta propuesta se prevé que afiancen los contenidos del bloque de funciones, facilitando su paso a la memoria de largo plazo y la recuperación de la información para su utilización en nuevas situaciones que conlleven problemas complejos.

Para los alumnos con problemas de aprendizaje y motivación se pretende que sea el primer paso para atraer su atención y motivación hacia los contenidos matemáticos, dotándoles de una utilidad real a través de actividades significativas de dificultad progresiva que les aporten experiencias positivas y enriquecedoras. La instrucción de Gagné facilita la compresión y retención de los contenidos, facilitando a los alumnos sus tareas dentro y fuera del contexto del aula lo que se traduce en un aumento de la autoestima del educando.

Al evaluar tanto el proceso como el resultado, los alumnos que se esfuerzan y participan, se sentirán recompensados, de manera que se fomenta una actitud positiva y más duradera hacia la materia matemática.

4. DISCUSIÓN

En una propuesta de aprendizaje por problemas contextualizados, como instrumento de apoyo al alumno para favorecer su actitud y afectividad hacia las matemáticas, es de obligada mención, una de las conclusiones del seminario federal de *Autoevaluación del profesor e indicadores de calidad de la enseñanza de las matemáticas* de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2010):

> Para que el aprendizaje sea efectivo, los nuevos conocimientos que se pretende que el alumno construya han de apoyarse en los que ya posee, tratando siempre de relacionarlos con su propia experiencia y de presentarlos preferentemente en un contexto de problemas. (párr. 50)

También indica que el método deductivo no es el más adecuado en los cursos iniciales de la etapa de educación secundaria, y es fundamental iniciar todo proceso de aprendizaje a partir de los conocimientos previos de los alumnos, por lo que la propuesta, si bien es modesta, parece estar bien encaminada.

Las investigaciones actuales de la intervención educativa avalan que modificar la disposición y atención de los alumnos hacia el aprendizaje, repercute en el propio rendimiento por lo que la propuesta pretende realzar tanto el protagonismo del alumno como la forma de actuar y la figura del docente. Por tanto, destacar que, en cuanto a recursos necesarios, si bien el alumno es el protagonista del acto educativo, la figura del profesor adquiere una gran importancia, no sólo en el rol de orientador, guía o facilitador, si no en la implicación y el tiempo que lleva adaptar y contextualizar los problemas de cada tema a la diversidad de cada aula. La tarea del profesor es impulsar y motivar el trabajo reflexivo de los educandos, controlar los aspectos sociales y afectivos de los alumnos, ser eficaz en la creación de entornos enriquecedores, ayudar a los alumnos en su integración laboral o en la continuidad de su formación, según los perfiles que la sociedad actual demanda.

Este tipo de metodología no sólo puede acercar la materia matemática al alumno también puede ayudar a mejorar el clima de aula. Hubiese sido interesante comprobar las mejoras del grupo B en sus relaciones, si el bloque de estadística y probabilidad se hubiese trabajado con la temática de *bullying,* de modo que los contenidos matemáticos les mostraran las consecuencias de tan ignominioso fenómeno.

Este trabajo también ofrece una nueva visión de los libros de textos que deben ser vistos como medios para el proceso de enseñanza aprendizaje, pero no el fin, no deben ser considerados como un conjunto de ejercicios y problemas que deben aprender los alumnos a base de repetición en la búsqueda de un aprobado en la materia. Los educandos deben y merecen conocer el sentido de un ejercicio, cómo y para qué.

La autora solicita disculpas, pero quiere terminar este apartado reiterando o repitiendo lo dicho en el marco teórico en la página 16. La siguiente cuestión sería: ¿Qué docente antes de impartir la asignatura de matemáticas pregunta a sus alumnos que intereses tienen en su día a día? Gatto (2003) responde de forma contundente, los editores proporcionan preguntas prefabricadas que muchos profesores consideran un regalo, porque hacen la tarea de pensar por ellos.

5. CONCLUSIONES

El estudio y la investigación realizada en el marco teórico en cuanto a contextualización de problemas y su influencia en el dominio afectivo del alumno, ha hecho posible marcar la dirección adecuada para conseguir el objetivo principal de este trabajo, presentar una propuesta de intervención didáctica, real y práctica, basada en la contextualización de problemas enfocados a los intereses individuales y grupales que fomente la eliminación de bloqueos iniciales, facilitando un aprendizaje eficaz.

Una propuesta adaptada a la situación actual de la enseñanza matemática y que se puede impartir en cualquier centro, tenga o no recursos económicos, sólo es necesario un alumno con intereses concretos y un profesor de matemática implicado y motivado para que ese alumno aprenda.

Para finalizar este documento, es importante mencionar cada uno de los objetivos específicos propuestos y su grado de consecución para determinar el éxito de esta investigación:

1. Respecto al análisis de la situación actual de la enseñanza matemática a través de los resultados de los informes PISA en esta disciplina, lejos de mejorar, muestran un declive progresivo que indica la necesidad de nuevas propuestas metodológicas que se adapten a la nueva sociedad y perfil del alumno.
2. En cuanto al análisis de las creencias del alumno de 1º de educación secundaria obligatoria hacia las matemáticas, a lo largo del documento, se hace evidente que el educando aprende por repetición de ejercicios, no siendo capaz de asumir la materia matemática como una vía o lenguaje útil para resolver problemas multidisciplinares o cotidianos. Es una materia ardua y difícil que hay que aprobar, pero no son capaces de abstraer o generalizar los conceptos a situaciones cercanas a sus intereses.
3. Se ha diseñado una propuesta que permita identificar los intereses y motivaciones individuales y grupales del aula, y se ha trabajado las dificultades del bloque de funciones con problemas contextualizados significativos para los alumnos.
4. En cuanto a los resultados en las actitudes de los alumnos, el diseño de la propuesta parte de la experiencia exitosa en la impartición de la unidad didáctica de funciones, e incorpora necesidades y mejoras que se han detectado en el proceso. Por tanto, habiendo sido como muestran los datos de la experiencia un gran logro en el aprendizaje de los alumnos, incluso en los que tienen problemas de atención, se puede deducir que la propuesta cumple el objetivo marcado. Por supuesto los alumnos como personas que son cambian y evolucionan por lo que futuras investigaciones deben y pueden modificarse en función de ellos, protagonistas

indiscutibles, lo que debe ser también es un reto para el docente y una vía para no caer en el aburrimiento por rutina.

En educación, como dice Séneca, largo es el camino de la enseñanza por medio de teorías, breve y eficaz por medio de ejemplos y como dijo Pablo, un alumno con problemas de aprendizaje cuando la docente entraba por la puerta: “¡Bien, Matemáticas!” mientras hacia un gesto de alegría.

6. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA

Se finaliza el Trabajo Fin de Master analizando las limitaciones que se han encontrado en su realización, así como las líneas que han quedado abiertas para futuras investigaciones.

La mayor limitación de esta propuesta es que, aunque parte de ella se basa en la experiencia exitosa que ha tenido la autora, no ha podido ser implementada y por tanto no ofrece datos reales de los resultados que se esperan obtener. Además, la muestra en la que se basa la experiencia comentada, se limita a 50 alumnos de un solo centro por lo que a futuro sería interesante incorporar un mayor número de alumnos y centros, pudiendo ser ampliada a otros cursos de educación secundaria y bachiller con las modificaciones pertinentes adaptadas al tipo de edad e intereses y otros bloques de contenidos.

En el proceso de búsqueda de bibliografía, se ha observado que se ha escrito mucho sobre afectividad y contextualización, pero en la mayoría de las veces como variables aisladas del proceso de aprendizaje, es ahora cuando comienzan a abrirse líneas de investigación de este binomio.

La teoría de aprendizaje de Gagné se implementa incorporando la teoría de Piaget y al dominio afectivo de Bloom. Hubiese sido interesante ahondar más en el constructivismo y en el campo emocional de alumno, aportando un mayor respaldo científico a la propuesta.

Nos obstante y como el docente quiere transmitir a los alumnos, las limitaciones deben ser afrontadas como nuevas propuestas y líneas de investigación que permitan seguir avanzando en los procesos de aprendizaje.

Se considera que el tema investigado a lo largo de la propuesta puede servir de base a otras metodologías que se están trabajando en el ámbito educativo en busca de una mejora de resultados en los procesos de aprendizaje. La contextualización de los problemas y el dominio afectivo del alumno pueden y deben ser trabajados en metodología cooperativas, aprendizaje basado en proyectos y aprendizaje basado en problemas, los que abre varias líneas de investigación dentro de las existentes actualmente.

Por último, sería interesante realizar una investigación del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación como herramientas facilitadoras en la contextualización de problemas, motivadoras y cercanas al entorno de los alumnos. Los recursos TIC son de gran utilidad en los procesos de enseñanza aprendizaje, es por tanto conveniente emplear este tipo de herramientas a la hora de diseñar problemas contextualizados para trabajar con los alumnos.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Serrazina, L. y Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

Aranda, F. D. y Gómez, M. (2010). Problemas en la resolución de problemas. Epsilon, *Revista de Educación Matemática*, Vol. 27(2), nº 75, pp. 137-154. Recuperado de http://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es.epsilon/files/revistas2/revista75_11.pdf

Arce, M. y Ortega, T. (2013). Deficiencias en el trazado de gráficas de funciones en estudiantes de bachillerato. *PNA*, 8(2), 61-73. Recuperado de http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Arce2014PNA8(2)Deficiencias.pdf

Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehert and Winston.

Bagni, G. T. (2004). Una experiencia didáctica sobre funciones, en la escuela secundaria. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 7*(1), 5-24. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2095332

Carlson, M. y Oehrtman, M. (2005). Key Aspects of Knowing and Learning the Concept of Function. Researche Sampler. *MAA ONLINE, The mathematical Association of America*. Recuperado de http://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/teaching-and-learning/9-key-aspects-of-knowing-and-learning-the-concept-of-function#important

De Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma, 19,* 5-25. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_19/3_Educacion_Matematica.pdf

Decreto 19/2015, de 12 de junio, *por el que se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se regulan determinados aspectos sobre su organización, así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado de la Comunidad Autónoma de La Rioja*. Boletín Oficial de La Rioja, 79, de 19 de junio de 2015.

Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2010). *Conclusiones del Seminario Federal sobre Autoevaluación del profesor e indicadores de calidad en la enseñanza de las matemáticas*. Recuperado de http://www.fespm.es/Conclusiones-del-Seminario-Federal

Font, V. (2006). Problemas en un contexto cotidiano. *Cuadernos de pedagogía*, *355*, 52-54. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Vicenc_Font/publication/39216727_Problemas_en_un_contexto_cotidiano/links/0046351a36868dfbdf000000.pdf

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrectht: Kluwer Academic Publishers. https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=gAXSBwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR8&ots=d-27RoPEfh&sig=z3JsNcqfc1gpfSZpjgfE0CfSam4&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Gatto, J. T. (2003). *Historia secreta del sistema educativo*. Nueva York: Oxford. Recuperado el 16 de mayo de 2016 de http://historiasecretadelsistemaeducativo.weebly.com/

Gómez-Chacón, I. M. (2002). Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas: una perspectiva para el profesor. En L. C. Contreras y L. J. Blanco, *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente* (pp. 23-58). Cáceres: Universidad de Extremadura. Recuperado de http://eprints.sim.ucm.es/23300/1/IGomez24.pdf

Gómez-Chacón, I. M. (2007). Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de secundaria. *Revista Complutense de Educación, 18*(2), 125-143. Recuperado de: http://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/RCED0707220125A

González M. T. y Martín, E. (2003). *Dificultades y concepciones de los alumnos de educación secundaria sobre la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas*. Universidad de Salamanca: Salamanca. Recuperado de www.iberomat.uji.es/carpeta/comunicaciones/77_teresa_gonzalez_2.doc

Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: MacMillan Publishing Company.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, *para la mejora de la calidad educativa*. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2010.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). PISA 2012. *Programa para la Evaluación Internacional de los alumnos. OCDE Informe Español*. Madrid: Secretaría General Técnica. Recuperado el 18 de abril de 2016 de http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012.pdf?documentId=0901e72b8195d643

Núñez, J. M. y Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: Una aproximación histórica. *Revista de Educación, 306*, 293-314.

Recuperado de http://webs.ono.com/vicencfont/index_archivos/00820073003846.pdf

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, *por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*. Boletín Oficial del Estado, 25, de 29 de enero de 2015.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Boletín Oficial del Estado, 3, de 3 de enero de 2015.

Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M. y Socas, M.M. (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Madrid: ice - Horsori.

Rico, L. (2000). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. En L. C. Contreras, J. Carrillo, N. Climent y M. Sierra (Eds.), *Actas del IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (pp. 219-231). Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones. Recuperado de http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Rico2009PNA4(1)Sobre.pdf

Rivas, M. (2000). *Filosofía y ciencia: empirismo y teoría del aprendizaje* (Monografía). Recuperado el 17 de mayo de 2016 de http://www.monografias.com/trabajos/filoycienempi/filoycienempi.shtml

Sierra, M. González, M. T. y López, C. (1998) Funciones: traducción entre representaciones. *Aula*, 10, 89-104. Recuperado de http://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/69318/1/Funciones_traduccion_entre_representacio.pdf

Socas, M. M., Palarea, M. M. y Ruano, R. M. (2003). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización del álgebra. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.), Investigación en Educación Matemática. *Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM),* pp. 311-322. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Ruano2008PNA2(2)Analisis.pdf

Tourón, J. (2014). *Talento-Educación-Tecnología*. Recuperado el 16 de mayo de 2016 de http://www.javiertouron.es/

Villegas, J. L., Castro, E. y Gutiérrez, J. (2009). Representaciones en Resolución de Problemas: Un estudio de caso con problemas de optimización. *Electronic*

Journal of Research in Educational Psychology, 7(1), 279-308. Recuperado de http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/17/espannol/Art_17_297.pdf

ANEXOS

Anexo 1: Documentación actividad de conocimientos previos

A continuación, se muestra en imágenes el contenido para proyectar en la PDI para realizar el repaso de los contenidos en la actividad de conocimientos previos.

El plano Cartesiano. Coordenadas.

Los ejes de coordenadas.

Los ejes de cartesianos o ejes de coordenadas son dos rectas perpendiculares graduadas, una horizontal y otra vertical.

El eje horizontal se llama eje de abscisas y se representa por X.

El eje vertical se llama eje de ordenadas y se representa por Y.

Los ejes dividen el plano en cuatro cuadrantes.

El punto donde se cortan los ejes se llama origen de ordenadas y se representa por O.

https://www.desmos.com/calculator

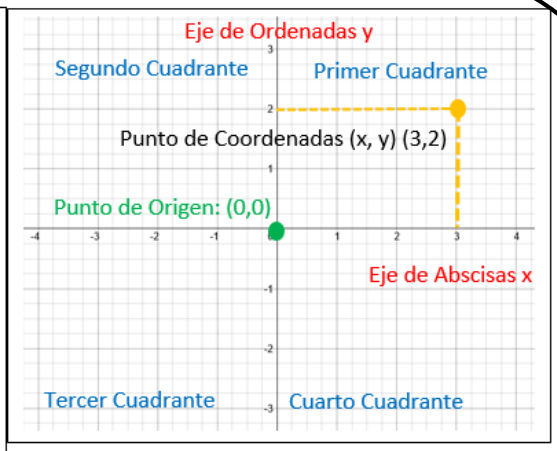
Coordenadas Cartesianas de los puntos del plano.

Para representar cualquier punto del plano debemos indicar su posición en el eje X y su posición en el eje Y.

Las coordenadas cartesianas de un punto P del plano son un par ordenado de números (a, b) que indican su posición respecto de los ejes de coordenadas. P(a, b).

La primera coordenada a, se denomina abscisa del punto.

La segunda coordenada b, se denomina ordenada del punto.



Eje de Coordenadas

Relaciones dadas por tablas, gráficas y fórmulas.

Para expresar la relación que existe entre dos magnitudes, podemos utilizar:

Una tabla de valores.

A cada valor de una magnitud le corresponde un valor de la otra. Se dice que la segunda magnitud depende de la primera.

Relaciones dadas por gráficas

Se asocia cada eje con una magnitud. La magnitud asociada con el eje de ordenadas, Y, depende de la asociada con el eje de abscisas, X.

Relaciones dadas por fórmulas

La relación entre dos magnitudes puede expresarse mediante una fórmula. A partir de valores de una magnitud (x) se obtienen valores de la otra magnitud (y). La segunda depende de la primera.

Funciones. Representación e interpretación.

Concepto de función: Una función es una relación entre dos magnitudes, de forma que, a cada valor de la primera, le corresponde un **único** valor de la segunda. **x**: variable independiente. **y**: variable dependiente.

La fórmula, tabla o gráfica asociada a una función permite hallar los valores de y a partir de los valores de x. Se expresa como: y = f(x)

Representación gráfica e interpretación. Pasos para representar una función:

1. Construimos una tabla:
   - Primero damos valores a **x**.
   - Segundo damos valores a **y**.
2. Representamos los puntos en los ejes de coordenadas (**x**, **y**).
3. **¿Unimos los puntos?**

Función de proporcionalidad directa.

La gráfica de una función de proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

Su fórmula es y = mx. m es la pendiente o razón de proporcionalidad. A mayor pendiente, mayor inclinación.

Figura 10. Conocimientos previos matemáticos.

Anexo 2: Documentación actividad de aprendizaje multidisciplinar

Tema: ¿Quién actúa correctamente? Cuestión a plantear a los alumnos:

Una persona adentrada en años se apiada de un gato que vive en un descampado a lado de su casa en un pueblo riojano. Recoge las sobras de comida y comienza a llevárselas a diario. Un vecino más joven la increpa con malos modales para que deje de hacerlo.

- "¿Quién cree que el vecino actúa mal?"
- "¿Quién cree que la persona mayor actúa mal? "

Figura 11. Cuestión de inicio para el aprendizaje multidisciplinar.

A la primera pregunta levantan todos los niños las manos, a la segunda sólo el docente. Toda acción tiene consecuencias y sabemos más de lo que creemos para actuar correctamente.

Como solución se les informa que el comportamiento de los gatos y el funcionamiento de la naturaleza. De forma resumida y participativa se les guía:

1.- Si colocas comida fresca en un descampado, vendrán más gatos.

2.- Las gatas si hay suficiente alimento, tiene más celos, lo que implica más embarazos.

3.- La colonia crece y las consecuencias son (proporcionalidad entre comida – aumento de colonia): la higiene pública disminuye y atrae moscas, mosquitos y enfermedades como la inmune negatividad propia de los felinos.

Al final tenemos una colonia excesivamente grande y además enferma.

X: Kilos comida	Y: Gatos
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16

Si la mitad son gatas y hay suficiente comida tienen 2 celos al año con una media de 4 gatitos por celo.
Total 8 gatos.
En un año además de basura, habrá:

X: Gatas	Gatitos	Y: Total gatos
1	8	10
2	16	20
3	24	30
4	32	40
5	40	50
6	48	60
7	56	70
8	64	80

Figura 12. Planteamiento de la actividad en tabla.

Crecimiento de la colonia por kilo de comida: y=10x

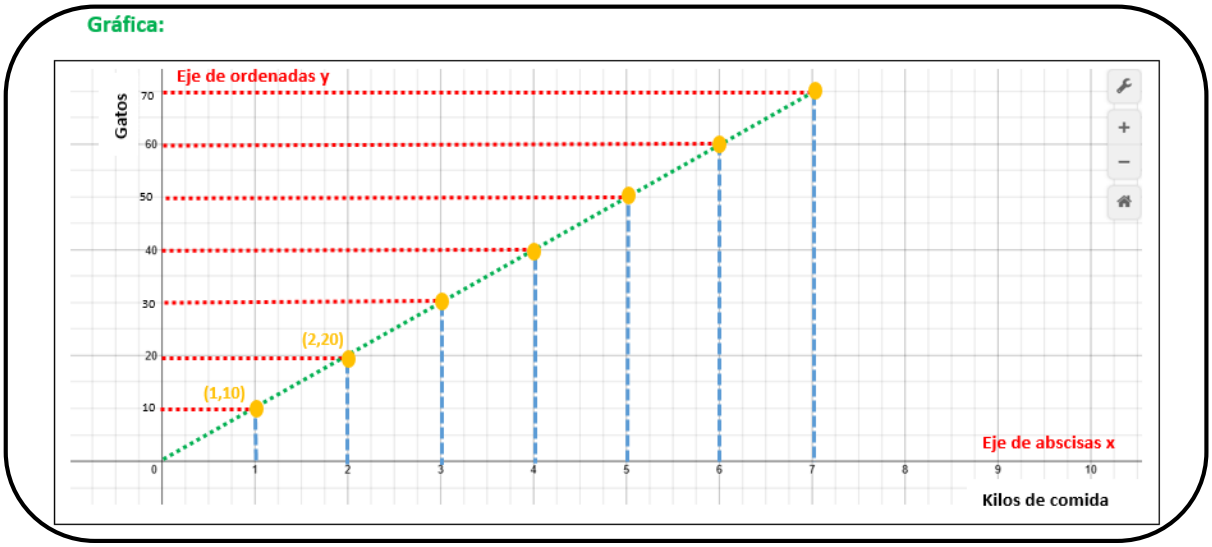


Figura 13. Planteamiento de la actividad en gráfica.

Se relaciona con el tema de biodiversidad de Biología y Geología.

Se aprovecha para explicar a través de las diferencias del carácter felino y canino, la selección de raza que ha hecho el hombre con algunos animales a lo largo de la historia visto en el tema de biodiversidad.

En grupo, se proponen diversas soluciones y rebaten los puntos positivos y negativos. Loa alumnos suelen preguntar, ¿y si quitamos los gatos de la calle? El profesor siempre guía: "Si no hay gatos ¿qué puede ocurrir? En la Naturaleza, ¿el gato es depredador directo de?"

Para finalizar se explica el proyecto que realizó el ayuntamiento de Zaragoza para solucionar las colonias de gatos y se les pide que busquen un ejemplo donde tengamos coordenadas negativas.