



Universidad Internacional de la Rioja (UNIR)

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Máster Universitario en Astrofísica y Técnicas de Observación en Astronomía

Análisis y mejora de métodos
para el estudio de la
variabilidad en curvas de luz
en astronomía

Trabajo Fin de Máster

Autor: Miguel Ángel Romero Fernández-Bravo

Director: Ezequiel Albentosa Ruiz

Ciudad: Ciudad Real

Fecha: 15/07/2026

Índice de Contenidos

Resumen	v
Abstract	vi
Agradecimientos	vii
1. Introducción	1
1.1. Limitaciones del análisis espectral bajo muestreo irregular	2
1.2. Aplicaciones astrofísicas del análisis espectral	4
1.3. Enfoque metodológico del trabajo	5
1.4. Aportación y delimitación del trabajo	6
1.5. Objetivos	8
2. Estado de la técnica	9
2.1. Análisis temporal de series astronómicas	9
2.1.1. Muestreo uniforme y límite de Nyquist	9
2.1.2. Muestreo irregular y función ventana	10
2.1.3. El periodograma como estimador espectral	10
2.1.4. Función de estructura	18
2.1.5. Modelos estadísticos de variabilidad	18
3. Materiales y métodos	21
3.1. Diseño de las simulaciones	21
3.2. Parámetros de simulación	22
3.3. Estimación de la pendiente espectral	25
3.4. Evaluación de periodicidades	27
3.4.1. Resumen del procedimiento	29
3.5. Software y entorno de cálculo	31
4. Resultados y discusión	33
4.1. Recuperación de la pendiente espectral de la PSD	33
4.1.1. El periodograma de Lomb–Scargle	33
4.1.2. El periodograma de Lomb–Scargle generalizado	35

4.1.3.	El periodograma de Deeming	36
4.1.4.	Comparación cuantitativa de la recuperación de la pendiente de la PSD	38
4.2.	Eficiencia en la detección de periodicidades	40
4.2.1.	El periodograma de Lomb–Scargle	43
4.2.2.	El periodograma de Lomb–Scargle generalizado	46
4.2.3.	El periodograma de Deeming	47
4.2.4.	Comparación de la eficiencia de detección	49
4.3.	Análisis de las detecciones adicionales	53
4.3.1.	El periodograma de Lomb–Scargle	54
4.3.2.	El periodograma de Lomb–Scargle generalizado	58
4.3.3.	El periodograma de Deeming	60
4.3.4.	Comparación global de las detecciones adicionales	63
4.4.	Discusión conjunta de los resultados	64
5.	Conclusiones	67
6.	Limitaciones y líneas futuras	69
	Declaración de uso de herramientas de inteligencia artificial	71
	Referencias	72

Índice de Ilustraciones

1.1. Efecto del muestreo irregular sobre la estimación de la densidad espectral de potencia	7
2.1. Efecto del muestreo no uniforme sobre la representación espectral de una señal	11
3.1. Patrones de muestreo utilizados en las simulaciones	23
4.1. Distribución de la discrepancia relativa para el periodograma de Lomb–Scargle	34
4.2. Distribución de la discrepancia relativa para el periodograma generalizado de Lomb–Scargle	36
4.3. Distribución de la discrepancia relativa para el periodograma de Deeming .	37
4.4. Relación entre el periodo relativo y el número de ciclos observados	43
4.5. Eficiencia de detección obtenida con Lomb–Scargle sobre las señales originales	44
4.6. Eficiencia de detección obtenida con Lomb–Scargle combinado con HPF . .	45
4.7. Eficiencia obtenida con Lomb–Scargle generalizado sobre las señales originales	46
4.8. Eficiencia obtenida con Lomb–Scargle generalizado combinado con HPF . .	47
4.9. Eficiencia obtenida con el periodograma de Deeming sobre las señales originales	48
4.10. Eficiencia obtenida con el periodograma de Deeming combinado con HPF .	49
4.11. Detecciones adicionales con Lomb–Scargle sobre las señales originales	55
4.12. Detecciones adicionales con Lomb–Scargle tras aplicar HPF	56
4.13. Ejemplo de respuestas secundarias próximas a múltiplos del periodo inyectado	57
4.14. Detecciones adicionales con Lomb–Scargle generalizado sobre las señales originales	58
4.15. Detecciones adicionales con Lomb–Scargle generalizado tras aplicar HPF . .	59
4.16. Detecciones adicionales con el periodograma de Deeming sobre las señales originales	61
4.17. Detecciones adicionales con el periodograma de Deeming tras aplicar HPF .	62

Índice de Tablas

3.1. Resumen de los patrones de muestreo utilizados	24
4.1. Mediana de la discrepancia absoluta en la recuperación de la pendiente de la PSD	39
4.2. Mediana de la eficiencia de detección por patrón de muestreo	51
4.3. Resumen global de la eficiencia de detección	52
4.4. Número medio de detecciones significativas por simulación	64

Resumen

Las series temporales astronómicas suelen presentar un muestreo irregular y huecos observacionales que alteran la distribución de potencia en frecuencia, dificultando la estimación de la densidad espectral de potencia y la detección de periodicidades. Este trabajo evalúa un procedimiento de filtrado pasa-alto dependiente de la frecuencia (HPF) aplicado a tres formulaciones del periodograma: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming.

La comparación se realiza mediante señales simuladas con pendientes espectrales conocidas, siete patrones de muestreo y ruido gaussiano equivalente al 3 % de la desviación estándar de la señal. Se analizan la recuperación de la pendiente de la PSD, la detección de periodicidades inyectadas y las detecciones adicionales.

Los resultados muestran que el HPF reduce la discrepancia en la recuperación de la pendiente de la PSD, mejora la eficiencia en la detección y disminuye los falsos positivos en las señales de control.

Palabras clave: periodograma, muestreo irregular, densidad espectral de potencia, filtrado pasa-alto, curvas de luz.

Abstract

Astronomical time series often show irregular sampling and observational gaps that alter the frequency-domain power distribution, complicating power spectral density (PSD) estimation and periodicity detection. This study evaluates a frequency-dependent high-pass filtering procedure (HPF) applied to three periodogram formulations: Lomb–Scargle, generalized Lomb–Scargle, and Deeming.

The comparison is based on simulated signals with known spectral slopes, seven sampling patterns, and Gaussian noise equivalent to 3% of the signal standard deviation. The analysis considers PSD slope recovery, detection of injected periodicities, and additional detections.

The results show that HPF reduces the discrepancy in PSD slope recovery, improves periodicity detection efficiency, and decreases false positives in control signals.

Keywords: periodogram, irregular sampling, power spectral density, high-pass filtering, light curves.

Agradecimientos

A mi familia y a las personas cercanas que me han acompañado durante este proceso, por su apoyo, paciencia y su confianza a lo largo de la realización del máster y de la elaboración de este trabajo.

Quiero expresar mi agradecimiento a mi director, Ezequiel Albentosa Ruiz, por su orientación, disponibilidad y seguimiento durante el desarrollo de este trabajo. Sus comentarios y correcciones han contribuido a mi aprendizaje y a mejorar el planteamiento de la memoria.

1. Introducción

El presente trabajo se centra en el análisis metodológico de la variabilidad en series temporales astronómicas. Las curvas de luz describen la evolución temporal de la emisión observada de una fuente y pueden expresarse, según el tipo de observación, en magnitud, flujo o densidad de flujo. El estudio permite caracterizar los cambios en la emisión y puede aportar información sobre fenómenos como las pulsaciones estelares, la rotación, los procesos de acreción o la emisión no térmica en núcleos activos de galaxias.

El objetivo de este trabajo no consiste en interpretar físicamente fuentes concretas, sino en evaluar y comparar distintas formulaciones del periodograma mediante señales simuladas con una densidad espectral de potencia conocida. Estas señales se generan a partir de seis patrones de muestreo obtenidos de observaciones radioastronómicas reales y de un séptimo patrón regular artificial que se utiliza como referencia. Este diseño permite conocer las propiedades espectrales introducidas en las simulaciones y comprobar con qué precisión las recupera cada formulación.

El análisis de estas series temporales está condicionado por diferentes factores. Por una parte, las medidas pueden verse afectadas por el ruido asociado al proceso de observación, que en las simulaciones se representa mediante una componente gaussiana controlada. Por otro lado, las observaciones astronómicas suelen presentar intervalos de observación irregulares y periodos sin datos. Aunque este patrón temporal no constituye ruido en sentido estricto, su función ventana, que representa los instantes en los que se dispone de observaciones y los intervalos sin datos, modifica la distribución de potencia en el dominio de frecuencias.

Entre los efectos asociados se encuentra el plegamiento espectral, equivalente al término inglés *aliasing*, entendido como la aparición de potencia en frecuencias distintas de las que corresponden a la variabilidad original de la señal debido al muestreo. En el caso del muestreo uniforme, esta redistribución de potencia se relaciona tanto con la frecuencia de muestreo como con el límite de Nyquist (VanderPlas, 2018). En cambio, bajo el muestreo irregular, la transferencia de potencia entre frecuencias depende de la distribución temporal de las observaciones y puede generar estructuras menos ordenadas en el periodograma (Albentosa-Ruiz & Marchili, 2024). Este fenómeno, junto con la contaminación espectral producida por la ventana temporal, puede introducir sesgos en la estimación de la pendiente de la densidad espectral de potencia (PSD) y en la detección de periodicidades.

Existen diferentes herramientas para estudiar la variabilidad de una serie temporal. Algunas proporcionan medidas globales de la amplitud de las fluctuaciones, mientras que otras, como la función de estructura, describen la variabilidad en función de la escala temporal. Los métodos espectrales, por su parte, permiten analizar cómo se distribuye la potencia de la señal entre las distintas frecuencias temporales.

Este trabajo se centra en tres formulaciones del periodograma: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. Cada una se evalúa tanto sobre las señales originales como en combinación con un procedimiento de filtrado pasa-alto dependiente de la frecuencia (HPF). El objetivo es determinar si este procedimiento reduce los efectos asociados al muestreo irregular y mejora tanto la recuperación de la pendiente de la densidad espectral de potencia como la detección de periodicidades.

Aunque el estudio se desarrolla en un contexto astronómico, los problemas asociados al ruido, a los huecos temporales y al muestreo no uniforme también aparecen en otros ámbitos donde se analizan señales discretas. Por este motivo, la metodología se plantea como una aportación principalmente astronómica, aunque puede tener interés metodológico para otros tipos de series temporales. Estas extensiones se consideran únicamente como líneas futuras y requerirían una validación específica con datos propios de cada campo.

1.1. Limitaciones del análisis espectral bajo muestreo irregular

En astronomía, las series temporales suelen estar formadas por medidas tomadas en distintos instantes no uniformemente espaciados. Esta situación se debe a la visibilidad limitada de la fuente, a la disponibilidad del instrumento, a las condiciones de observación y a la duración efectiva de la observación. Bajo estas condiciones, el análisis espectral no depende únicamente de la variabilidad intrínseca de la fuente, sino también de la distribución temporal de las observaciones.

El periodograma permite extraer de una curva de luz información sobre las periodicidades presentes y sobre la pendiente de la densidad espectral de potencia (PSD). Albentosa-Ruiz y Marchili señalan que la detección de periodicidades y la caracterización de la PSD constituyen dos resultados principales del análisis de series temporales, debido a que ambas magnitudes contribuyen al estudio de la variabilidad de la región emisora y a distinguir entre modelos de emisión (Albentosa-Ruiz & Marchili, 2024).

La forma en que el muestreo afecta al análisis espectral puede interpretarse considerando la función ventana asociada a los instantes en que se realizan las observaciones. En el caso ideal de muestreo uniforme, las observaciones se toman siempre con el mismo intervalo temporal. Esto establece una frecuencia límite, denominada frecuencia de Nyquist, por encima de la cual una oscilación no puede identificarse correctamente debido a que quedaría representada como una frecuencia más baja en el espectro.

Además, la duración total de la observación condiciona la resolución frecuencial, es decir, la capacidad de separar dos frecuencias próximas. Cuando el muestreo no es uniforme, los intervalos irregulares entre medidas introducen una función ventana más compleja que es capaz de redistribuir la potencia entre distintas frecuencias. Como consecuencia, pueden aparecer picos desestructurados, contaminación en altas frecuencias y alteraciones en la pendiente recuperada de la PSD (Albentosa-Ruiz & Marchili, 2024).

La duración limitada de una serie temporal condiciona la estimación espectral, porque solo se observa una parte finita de la variabilidad. Esto reduce la resolución en frecuencia, es decir, la capacidad para separar componentes espectrales próximas, y hace que el periodograma dependa de la ventana temporal disponible (VanderPlas, 2018). Por tanto, la potencia estimada no debe interpretarse como una propiedad aislada de la fuente, sino como el resultado combinado de la variabilidad de la señal, la duración de la observación y la distribución temporal de las medidas (Albentosa-Ruiz & Marchili, 2024).

Ante estas limitaciones, se han desarrollado estimadores espectrales capaces de trabajar directamente con observaciones no uniformemente espaciadas. Entre ellos, el periodograma de Lomb–Scargle constituye una referencia clásica en astronomía. Lomb formuló el análisis espectral de datos irregularmente espaciados mediante un enfoque de mínimos cuadrados (Lomb, 1976). Posteriormente, Scargle desarrolló una formulación con interpretación estadística adaptada al uso astronómico del periodograma (Scargle, 1982).

Sin embargo, el método Lomb–Scargle no elimina por sí solo los efectos del patrón temporal de observación. Aunque permite analizar datos no uniformemente muestreados sin interpolar la serie temporal, la potencia recuperada continúa condicionada por la función ventana. Por este motivo, una detección estadísticamente significativa no implica necesariamente que se haya eliminado la contaminación espectral asociada al muestreo irregular (Albentosa-Ruiz & Marchili, 2024).

Por este motivo, en el presente trabajo no se considera el periodograma únicamente como una herramienta para localizar picos, sino como un estimador cuya respuesta puede

variar en función del muestreo, del ruido y de la estructura temporal de la señal. Esta idea justifica la comparación entre distintas implementaciones del periodograma y el análisis de su comportamiento al estimar la PSD y detectar periodicidades en curvas de luz con muestreo irregular.

1.2. Aplicaciones astrofísicas del análisis espectral

El análisis frecuencial de series temporales con muestreo irregular se presenta en diversos problemas astrofísicos. Su utilidad no se limita a un único tipo de fuente, debido a que muchas observaciones astronómicas consisten en medidas discretas, separadas por huecos temporales y afectadas por ruido de medida.

En astrosismología, el estudio de curvas de luz permite analizar oscilaciones estelares y relacionarlas con propiedades internas de las estrellas. Las oscilaciones de tipo solar (*solar-like oscillations*) se observan tanto en estrellas similares al Sol como en gigantes rojas y están asociadas a procesos convectivos en sus capas externas. Las misiones espaciales CoRoT (*Convection, Rotation and planetary Transits*) y Kepler proporcionaron series fotométricas de alta precisión que impulsaron el desarrollo de este campo. Chaplin y Miglio (2013) revisan estos avances y su aplicación al estudio de la estructura y evolución estelar.

En los núcleos activos de galaxias (AGN, del inglés *Active Galactic Nuclei*), la variabilidad puede estudiarse mediante densidades espectrales de potencia. Estos objetos corresponden a las regiones centrales de galaxias donde la emisión está relacionada con la acreción de materia sobre un agujero negro supermasivo. En este tipo de análisis, una ley de potencia describe una relación del tipo $P(f) \propto f^\beta$, donde $P(f)$ es la potencia espectral, f la frecuencia temporal y β la pendiente espectral con signo. A partir de observaciones ópticas de cuatro AGN realizadas con Kepler, Mushotzky et al. (2011) obtuvieron PSD descritas mediante leyes de potencia, $P(f) \propto f^\beta$, con exponentes espectrales β comprendidos entre -2.6 y -3.3 . Estos valores corresponden a pendientes más negativas que las observadas habitualmente en las PSD de rayos X.

En el dominio de rayos X, la caracterización de la variabilidad también requiere separar la variabilidad propia de la fuente de los efectos estadísticos y observacionales que afectan a la estimación espectral. El trabajo de Vaughan et al. (2003) muestra que la PSD constituye una herramienta útil para el estudio de la variabilidad de fuentes compactas, siempre que se consideren los efectos del muestreo, el ruido y la duración de la observación.

En radioastronomía, la variabilidad de las fuentes extragalácticas compactas se ha analizado empleando tanto enfoques espectrales como herramientas basadas en el dominio temporal. Por ejemplo, Simonetti et al. (1985) emplearon funciones de estructura, una herramienta del dominio temporal que cuantifica cómo cambia una señal entre pares de observaciones separados por un intervalo temporal determinado, para comparar el comportamiento temporal de diferentes clases de fuentes de radio. Este tipo de análisis resulta relevante debido a que muchas observaciones radioastronómicas presentan muestreos irregulares, intervalos sin observación y cambios en la densidad temporal de las mediciones.

Sagitario A*, el agujero negro supermasivo situado en el centro de la Vía Láctea, constituye otro ejemplo de interés. A partir de observaciones milimétricas obtenidas en 2017 por el Event Horizon Telescope, Wielgus et al. (2022) analizaron curvas de luz con variabilidad en escalas temporales cortas. Este tipo de estudios muestra la importancia de caracterizar adecuadamente la variabilidad temporal cuando se interpretan señales procedentes de regiones compactas y dinámicas.

Estos ejemplos muestran que el análisis espectral de series temporales astronómicas tiene aplicaciones en contextos muy diferentes. Sin embargo, el presente trabajo no pretende estudiar físicamente ninguna de estas fuentes, sino utilizar simulaciones controladas para comparar el comportamiento de distintas formulaciones del periodograma bajo condiciones de muestreo irregular.

1.3. Enfoque metodológico del trabajo

El enfoque metodológico del trabajo se basa en comparar, bajo condiciones controladas, la respuesta de distintas formulaciones del periodograma frente a dos problemas complementarios: la recuperación de la pendiente de la densidad espectral de potencia (PSD) y la detección de componentes periódicas. Esta comparación se realiza sobre señales simuladas, lo que permite conocer de antemano la estructura espectral introducida y evaluar de forma directa el comportamiento de cada formulación.

Para llevar a cabo esta comparación, el periodograma se considera un estimador de la distribución de potencia de una señal en función de la frecuencia temporal. En este trabajo se comparan tres formulaciones: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. Cada una se aplica directamente a las señales simuladas y, posteriormente, se combina con el procedimiento de filtrado pasa-alto dependiente de la frecuencia (HPF). El HPF no

constituye una formulación independiente del periodograma, sino un procedimiento que estima y sustrae, para cada frecuencia evaluada, parte de la variabilidad asociada a escalas temporales más largas que el periodo correspondiente.

En el primer análisis, la PSD simulada se introduce mediante una ley de potencia y se compara su pendiente con la pendiente recuperada por cada formulación. En el segundo análisis, se añaden componentes sinusoidales de amplitud y periodo conocidos sobre la variabilidad estocástica de fondo, con el fin de evaluar si cada formulación recupera correctamente la periodicidad inyectada. Esta separación permite distinguir entre la caracterización global de la distribución de potencia y la identificación de componentes periódicas concretas.

Estos dos análisis requieren tratamientos diferentes de los resultados espectrales. Para estimar la pendiente de la PSD es necesario conservar la forma de la distribución de potencia en función de la frecuencia, debido a que una normalización orientada únicamente a resaltar los máximos puede ocultar información relevante sobre la pendiente espectral. En cambio, para evaluar las periodicidades, los periodogramas se normalizan respecto a la tendencia espectral estimada, lo que permite aplicar un umbral de detección y valorar la significación relativa de los máximos alcanzados.

La Figura 1.1 representa de forma esquemática el efecto del muestreo irregular sobre la estimación de la PSD. Los huecos y la distribución no uniforme de las observaciones modifican la función ventana y pueden redistribuir la potencia entre frecuencias, alterando así la pendiente espectral recuperada.

1.4. Aportación y delimitación del trabajo

La aportación principal de este trabajo consiste en comparar, bajo un mismo marco de simulación, tres formulaciones del periodograma aplicadas a señales con muestreo irregular: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. La comparación se realiza tanto sobre las señales originales como tras incorporar el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia propuesto por Albentosa-Ruiz y Marchili (2024).

Para ello, el código original se amplía mediante la implementación de las formulaciones del periodograma de Lomb–Scargle generalizado y el periodograma de Deeming. Estas incorporaciones se integran en el mismo flujo de simulación y análisis, manteniendo constantes las señales simuladas, los patrones de muestreo, el nivel de ruido y los criterios de

evaluación. De este modo, las diferencias observadas pueden relacionarse con la formulación del periodograma, la aplicación del HPF y la interacción de ambos factores con el patrón temporal de observación.

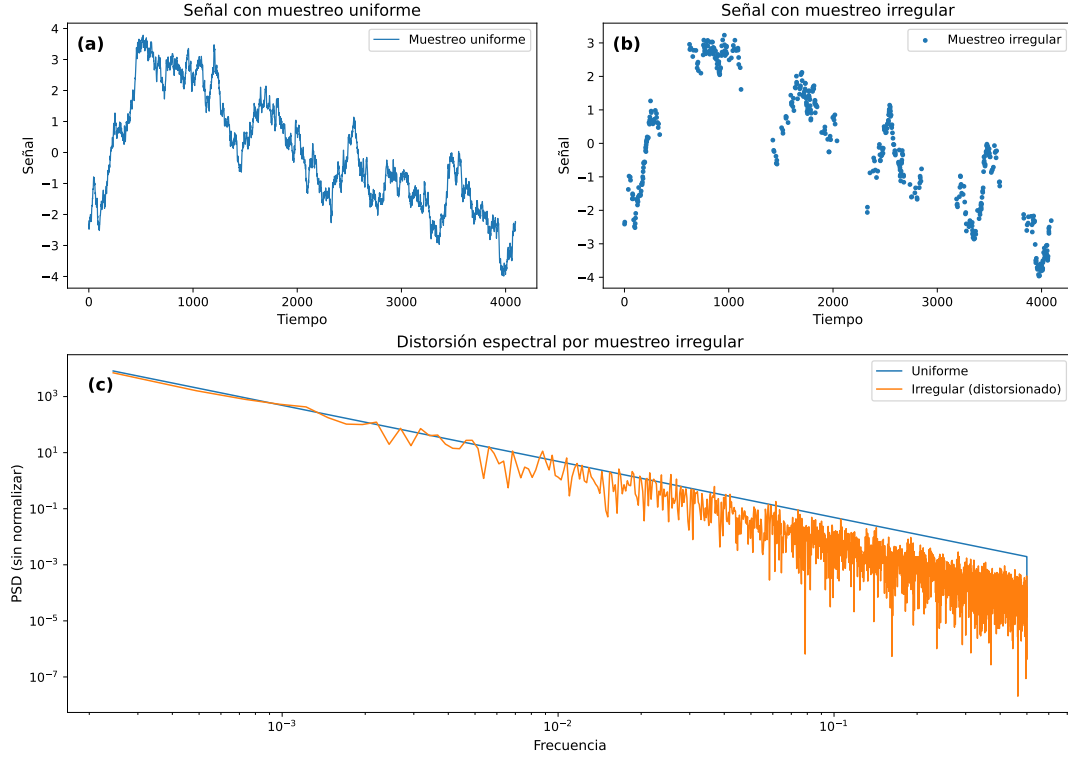


Figura 1.1: Efecto del muestreo irregular sobre la estimación de la densidad espectral de potencia de una señal simulada con $\beta = -2$. (a) Señal con muestreo uniforme. (b) Señal con muestreo irregular, caracterizado por huecos y una distribución temporal no uniforme. (c) Estimación de la PSD sin normalizar para ambos patrones de muestreo, donde se observa la distorsión espectral asociada a la función ventana. Fuente: elaboración propia.

El empleo de señales simuladas con una PSD conocida permite calcular directamente la discrepancia entre la pendiente introducida y la pendiente recuperada por cada periodograma. Además, la inyección de componentes sinusoidales de amplitud y periodo conocidos permite evaluar de forma controlada la detección de periodicidades y la aparición de detecciones adicionales.

El HPF no se aplica como un preprocesado único de la curva de luz, sino como un procedimiento integrado en el cálculo del periodograma. Para cada frecuencia evaluada, se construye una señal residual específica en la que se atenúa la variabilidad asociada a escalas temporales más largas que el periodo correspondiente. Sobre esta señal residual, se calcula la potencia espectral mediante la formulación del periodograma empleada en cada caso: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado o Deeming. De esta forma, se estudia si

la reducción de las componentes de baja frecuencia mejora la recuperación de la pendiente de la PSD y la detección de periodicidades en cada uno de los tres periodogramas.

El trabajo no pretende desarrollar modelos físicos de las fuentes asociadas a los patrones de muestreo, ni extraer conclusiones astrofísicas sobre objetos concretos. Los instantes de observación procedentes de curvas de luz radioastronómicas reales se utilizan exclusivamente para reproducir patrones de muestreo representativos sobre señales simuladas. Por tanto, el alcance del estudio es metodológico y se limita a comparar el comportamiento de los estimadores espectrales bajo condiciones controladas.

1.5. Objetivos

El objetivo general de este trabajo consiste en comparar el comportamiento de distintas formulaciones del periodograma en el análisis de señales simuladas con muestreo no uniforme, prestando atención tanto a la recuperación de la pendiente de la densidad espectral de potencia como a la detección de las periodicidades.

Se establecen los siguientes objetivos específicos:

1. Estudio del efecto del muestreo no uniforme sobre la recuperación de la pendiente de la densidad espectral de potencia en señales simuladas con distintos valores de β .
2. Comparación de los periodogramas de Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming bajo las mismas condiciones de simulación.
3. Evaluación del efecto del procedimiento de filtrado HPF, dependiente de la frecuencia, sobre la recuperación de la pendiente de la PSD en las tres formulaciones consideradas.
4. Análisis de la capacidad de cada formulación, con y sin HPF, para detectar periodicidades sinusoidales de amplitud y periodo conocidos, inyectadas sobre una variabilidad estocástica de fondo.
5. Cuantificación de los falsos positivos obtenidos en las señales de control y de las detecciones adicionales registradas en las señales con periodicidad inyectada, diferenciando estas medidas operativas de la identificación de periodicidades falsas independientes.

2. Estado de la técnica

2.1. Análisis temporal de series astronómicas

El análisis de series temporales astronómicas permite caracterizar la variabilidad observada en las curvas de luz tanto en el dominio del tiempo como en el de las frecuencias. A partir de estas series, es posible identificar escalas características de variación y detectar componentes periódicas o cuasiperiódicas. También puede estudiarse cómo se distribuye la potencia de la señal en función de la frecuencia temporal, relación que se describe mediante la densidad espectral de potencia.

2.1.1. Muestreo uniforme y límite de Nyquist

En el caso ideal de un muestreo uniforme, las observaciones se realizan a intervalos temporales constantes. Si dicho intervalo se denota por Δt , la frecuencia de muestreo viene dada por:

$$f_s = \frac{1}{\Delta t}. \quad (2.1)$$

A partir de esta ecuación se define la frecuencia de Nyquist:

$$f_{\text{Nyq}} = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2\Delta t}, \quad (2.2)$$

que establece la frecuencia máxima que puede reconstruirse sin ambigüedad a partir de un muestreo uniforme, siempre que el contenido espectral de la señal esté acotado.

Cuando la señal contiene componentes con frecuencias superiores a f_{Nyq} , se produce el fenómeno de plegamiento espectral o *aliasing*. Como consecuencia, una componente situada por encima del límite de Nyquist puede aparecer representada como otra de menor frecuencia, lo que distorsiona la interpretación del contenido espectral de la señal (VanderPlas, 2018).

Este límite se define adecuadamente cuando todas las observaciones están separadas por el mismo intervalo temporal. Sin embargo, en muchas curvas de luz astronómicas, la separación entre las medidas varía y aparecen intervalos sin observaciones. En estos casos, no existe una frecuencia única de Nyquist con la misma interpretación que en el muestreo uniforme, y la distorsión espectral depende también de la distribución temporal

de los datos. Por lo tanto, resulta necesario considerar la función ventana asociada a los instantes de observación.

2.1.2. Muestreo irregular y función ventana

En las observaciones astronómicas, los datos rara vez se adquieren de forma uniforme en el tiempo. Las medidas pueden concentrarse en determinados intervalos, quedar separadas por huecos prolongados o presentar separaciones temporales variables. En estas condiciones, la estimación del espectro no depende únicamente de la señal observada, sino también de los instantes concretos en los que se han realizado las mediciones.

Desde el punto de vista del análisis de señales, la serie temporal observada puede interpretarse como el resultado de multiplicar la señal continua subyacente por una función ventana que representa los instantes de observación. En el dominio de frecuencias, esta operación equivale a una convolución entre el espectro de la señal original y el espectro de la función ventana asociada al muestreo.

Como consecuencia, parte de la potencia puede redistribuirse entre distintas frecuencias. Esto puede generar estructuras espurias en el periodograma y dificultar tanto la identificación de periodicidades reales como la estimación fiable de la densidad espectral de potencia. Por este motivo, algunos rasgos del espectro estimado no deben atribuirse directamente a la variabilidad intrínseca de la fuente sin considerar previamente el efecto del patrón temporal de observación (VanderPlas, 2018).

Una representación esquemática de este comportamiento se muestra en la Figura 2.1.

2.1.3. El periodograma como estimador espectral

El periodograma permite representar la distribución de potencia de una serie temporal en función de la frecuencia. En una curva de luz, esta representación sirve para identificar frecuencias con potencia elevada, que pueden estar asociadas a componentes periódicas, y para caracterizar la densidad espectral de potencia, que describe cómo se distribuye la variabilidad entre distintas escalas temporales.

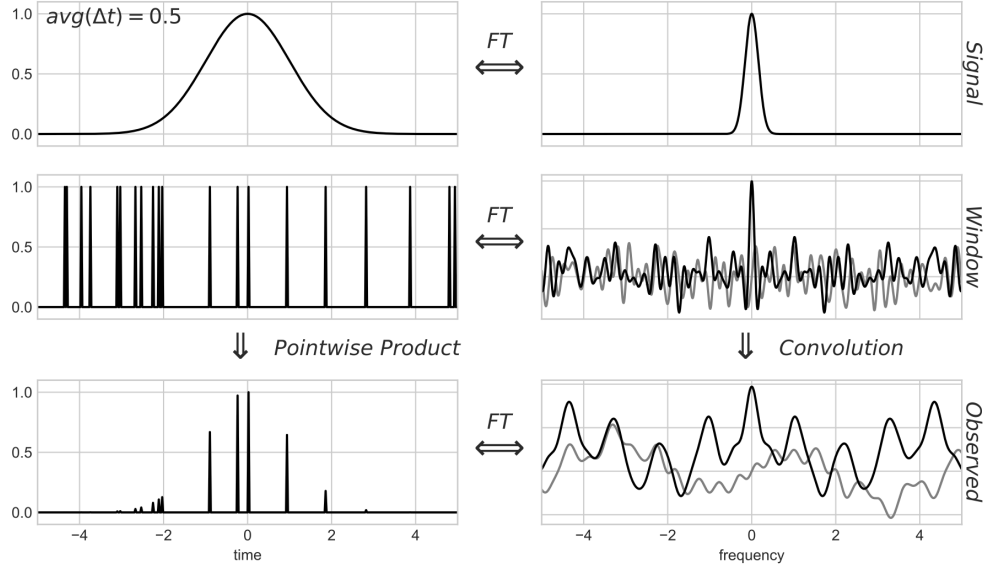


Figura 2.1: Efecto del muestreo no uniforme sobre la representación espectral de una señal. La columna izquierda muestra el dominio temporal y la columna derecha el dominio de las frecuencias temporales. La señal observada se obtiene al multiplicar la señal continua por una función ventana que representa los instantes de observación. En el dominio de frecuencias, esta operación equivale a una convolución entre el espectro de la señal y el espectro de la función ventana asociada al muestreo. Fuente: adaptado de VanderPlas (2018).

En el caso de las series temporales con muestreo uniforme, el periodograma clásico se obtiene a partir de la transformada discreta de Fourier. Sin embargo, muchas observaciones astronómicas no presentan una separación temporal constante entre las medidas, por lo que resulta necesario emplear formulaciones que sean capaces de trabajar directamente con los tiempos reales de observación.

En este trabajo se consideran tres formulaciones adaptadas a datos no uniformemente muestreados. En primer lugar, se emplea el periodograma de Lomb–Scargle, desarrollado a partir del análisis por mínimos cuadrados de datos desigualmente espaciados (Lomb, 1976). La formulación de Scargle introdujo una normalización y una interpretación probabilística ampliamente utilizadas en astronomía (Scargle, 1982).

En segundo lugar, se considera el periodograma generalizado de Lomb–Scargle (GLS, por sus siglas en inglés, *Generalized Lomb–Scargle*), que incorpora una media flotante y permite incluir pesos observacionales (Zechmeister & Kürster, 2009).

Finalmente, se implementa el periodograma de Deeming, basado en una transformada discreta de Fourier aplicable a datos muestreados de manera irregular (Deeming, 1975).

Periodograma de Lomb–Scargle

El periodograma de Lomb–Scargle fue desarrollado para el análisis frecuencial de series temporales con observaciones no uniformemente espaciadas (Lomb, 1976; Scargle, 1982). Para cada frecuencia angular evaluada, $\omega = 2\pi f$, el método determina la contribución de dos componentes sinusoidales, una asociada al coseno y otra al seno, utilizando directamente los tiempos reales de observación.

Se considera una serie temporal formada por N observaciones $\{t_i, x_i\}$, donde t_i representa el instante de observación y x_i el valor de la señal analizada. Para cada frecuencia angular ω , se introduce un desplazamiento temporal τ , definido en la implementación mediante:

$$\tau(\omega) = \frac{1}{2\omega} \arctan \left[\frac{\sum_{i=1}^N \sin(2\omega t_i)}{\sum_{i=1}^N \cos(2\omega t_i)} \right]. \quad (2.3)$$

Esta definición satisface la relación clásica (Scargle, 1982):

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N \sin(2\omega t_i)}{\sum_{i=1}^N \cos(2\omega t_i)}. \quad (2.4)$$

El desplazamiento temporal τ hace que las componentes seno y coseno sean ortogonales en el sentido de las sumas discretas evaluadas para cada frecuencia, anulando el término cruzado entre ambas contribuciones.

La potencia del periodograma de Lomb–Scargle empleado en este trabajo se calcula como:

$$P_{\text{LS}}(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{\left[\sum_{i=1}^N x_i \cos(\omega(t_i - \tau)) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \cos^2(\omega(t_i - \tau))} + \frac{\left[\sum_{i=1}^N x_i \sin(\omega(t_i - \tau)) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \sin^2(\omega(t_i - \tau))} \right]. \quad (2.5)$$

Esta expresión proporciona una medida de la potencia asociada a las proyecciones sinusoidales de la señal en cada frecuencia. La escala adoptada incluye el factor $1/2$, pero no divide la potencia por la varianza total de la serie. De este modo, se mantiene una magnitud proporcional a la potencia espectral, adecuada para estudiar su dependencia con la frecuencia y estimar la pendiente de la PSD.

La misma formulación se utiliza posteriormente en combinación con el procedimiento HPF. En ese caso, para cada frecuencia evaluada, los valores x_i se sustituyen por la señal residual centrada $\tilde{x}_{i,\omega}^{\text{HPF}}$ obtenida después de estimar y sustraer la componente lenta.

Periodograma generalizado de Lomb–Scargle

El periodograma generalizado de Lomb–Scargle (GLS), desarrollado por Zechmeister y Kürster (2009), amplía la formulación clásica mediante la incorporación de un término constante libre y la posibilidad de asignar pesos a las observaciones. De este modo, no es necesario asumir que la señal se encuentra previamente centrada en torno a una media nula, debido a que el nivel medio y las componentes sinusoidales se estiman simultáneamente.

En este trabajo se utiliza una versión no ponderada, debido a que no se incorporan incertidumbres observacionales individuales en el cálculo del periodograma. Por tanto, todas las observaciones contribuyen con el mismo peso al ajuste. El modelo considerado para cada frecuencia angular ω es:

$$x(t_i) = A \cos(\omega t_i) + B \sin(\omega t_i) + C + \epsilon_i, \quad (2.6)$$

donde A y B son los coeficientes de las componentes sinusoidales, C representa el término constante o media flotante, y ϵ_i es el residuo del ajuste.

Para expresar la solución analítica del ajuste, se definen las siguientes sumas centradas:

$$C_c = \sum_i \cos^2(\omega t_i) - \frac{[\sum_i \cos(\omega t_i)]^2}{N}, \quad (2.7)$$

$$S_s = \sum_i \sin^2(\omega t_i) - \frac{[\sum_i \sin(\omega t_i)]^2}{N}, \quad (2.8)$$

$$C_s = \sum_i \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i) - \frac{[\sum_i \cos(\omega t_i)] [\sum_i \sin(\omega t_i)]}{N}, \quad (2.9)$$

$$Y_c = \sum_i x_i \cos(\omega t_i) - \frac{(\sum_i x_i) [\sum_i \cos(\omega t_i)]}{N}, \quad (2.10)$$

$$Y_s = \sum_i x_i \sin(\omega t_i) - \frac{(\sum_i x_i) [\sum_i \sin(\omega t_i)]}{N}. \quad (2.11)$$

A partir de estas cantidades, se define:

$$D(\omega) = C_c S_s - C_s^2, \quad (2.12)$$

que corresponde al determinante del sistema normal asociado al ajuste de las componentes sinusoidales.

La formulación normalizada de Zechmeister y Kürster (2009) divide la potencia asociada al ajuste entre la suma cuadrática centrada de la señal, definida como:

$$YY = \sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{N}. \quad (2.13)$$

En este trabajo se utiliza una adaptación del periodograma GLS orientada a la estimación de la pendiente de la PSD. Se conserva el modelo con media flotante y la estructura analítica del ajuste en cada frecuencia, pero se omite la normalización mediante YY .

Esto se debe a que, cuando el GLS se calcula sobre una única serie temporal, YY permanece constante para todas las frecuencias. Por tanto, su omisión modifica únicamente la magnitud global de la potencia y no afecta a la pendiente espectral. Además, cuando el método se combina con el procedimiento HPF, la señal residual cambia con la frecuencia evaluada y, en consecuencia, también lo hace YY . En ese caso, la normalización mediante $YY(\omega)$ podría modificar la forma del espectro. Esta cuestión se desarrolla con mayor detalle en el apartado dedicado al filtrado pasa-alto.

La potencia implementada se calcula como:

$$P_{\text{GLS}}^{\text{PSD}}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{S_s Y_c^2 + C_c Y_s^2 - 2C_s Y_c Y_s}{D(\omega)}. \quad (2.14)$$

Esta expresión conserva el ajuste con media flotante y el tratamiento explícito del término cruzado C_s , pero no normaliza la potencia respecto a la variabilidad total de la señal. La ausencia de esta normalización es independiente del uso de una versión no ponderada: la primera responde al objetivo de estimar la pendiente de la PSD, mientras que la segunda se debe a que no se dispone de incertidumbres de medida individuales asociadas a cada observación y, por tanto, todos los puntos contribuyen con el mismo peso al ajuste.

Periodograma de Deeming

Otra formulación considerada en este trabajo es el periodograma de Deeming, desarrollado para extender el análisis de Fourier a series temporales con observaciones no uniformemente espaciadas (Deeming, 1975). A diferencia de los periodogramas de Lomb–Scargle y GLS, que se basan en el ajuste de un modelo sinusoidal mediante mínimos cuadrados, esta formulación evalúa directamente una transformada discreta de Fourier utilizando los tiempos reales de observación.

Para una serie temporal $\{t_i, x_i\}$, la implementación comienza centrando la señal respecto a su media:

$$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}, \quad (2.15)$$

donde $\bar{x}$ representa la media aritmética de los valores de la serie. Esta operación se lleva a cabo tanto sobre la señal original como sobre la señal residual obtenida para cada frecuencia al aplicar el procedimiento HPF.

La transformada discreta de Fourier para los datos muestreados de forma irregular puede expresarse como:

$$F_D(\omega) = \sum_{i=1}^N \tilde{x}_i \exp(-i\omega t_i), \quad (2.16)$$

donde i representa la unidad imaginaria. La potencia implementada se obtiene a partir del módulo cuadrado de esta transformada:

$$P_D(\omega) = \frac{1}{N} \left[\left(\sum_{i=1}^N \tilde{x}_i \cos(\omega t_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \tilde{x}_i \sin(\omega t_i) \right)^2 \right]. \quad (2.17)$$

El factor $1/N$ establece la escala utilizada para la potencia, pero no constituye una normalización por la varianza de la señal. Por tanto, la expresión conserva la dependencia relativa de la potencia con la frecuencia necesaria para estimar la pendiente de la PSD.

Esta formulación permite evaluar el contenido espectral utilizando directamente los tiempos no uniformes, sin necesidad de interpolar previamente la serie. Sin embargo, en la implementación utilizada, no se introduce una corrección explícita por la falta de ortogonalidad entre las componentes seno y coseno, provocada por el muestreo irregular, como se realiza mediante τ en Lomb–Scargle o mediante las sumas centradas y el término cruzado C_s en GLS.

La inclusión del periodograma de Deeming permite, por tanto, comprobar el efecto del procedimiento HPF sobre un estimador más directamente relacionado con la transformada discreta de Fourier. De este modo, se puede evaluar si la reducción de la variabilidad de baja frecuencia mejora también la recuperación de la pendiente de la PSD y la detección de periodicidades con esta formulación.

En conjunto, las tres formulaciones permiten estimar la distribución de potencia en función de la frecuencia temporal, pero lo hacen mediante supuestos algebraicos distintos. Lomb–Scargle introduce un desplazamiento temporal para separar las componentes seno y

coseno; GLS incorpora una media flotante y sumas centradas; y el periodograma de Deeming mantiene una relación más directa con la transformada discreta de Fourier evaluada en tiempos no uniformes. Esta diferencia metodológica justifica su comparación bajo los mismos patrones de muestreo y permite analizar si el procedimiento HPF produce efectos consistentes sobre estimadores espectrales de naturaleza diferente.

Filtrado pasa-alto aplicado al cálculo del periodograma

Además de comparar distintas formulaciones del periodograma, en este trabajo se estudia el efecto del procedimiento de filtrado pasa-alto dependiente de la frecuencia propuesto por Albentosa-Ruiz y Marchili (2024). En este procedimiento no se aplica un único filtro a toda la serie temporal para calcular posteriormente el periodograma completo. Por el contrario, para cada frecuencia evaluada se construye una señal residual específica, obtenida al estimar y sustraer una componente lenta asociada a escalas temporales comparables con el periodo correspondiente. Sobre esa señal residual se calcula el valor del periodograma en la frecuencia considerada.

Para una frecuencia angular ω , se define la escala temporal:

$$\Delta t_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}, \quad (2.18)$$

donde $f = \omega/(2\pi)$. Esta escala coincide con el periodo asociado a la frecuencia evaluada.

La serie temporal se agrupa en intervalos de anchura Δt_ω . En cada intervalo se calculan el tiempo medio y el valor medio de los datos disponibles. A partir de los tiempos medios y los valores medios obtenidos en los intervalos, se construye una *spline* cúbica, es decir, una función de interpolación formada por polinomios de tercer grado definidos por tramos y enlazados de modo que la función y sus primeras derivadas sean continuas (Albentosa-Ruiz & Marchili, 2024). Esta función se evalúa posteriormente en los tiempos originales de observación para obtener una estimación de la componente lenta, $\hat{x}_\omega(t_i)$.

En las simulaciones de este trabajo se emplea la escala lineal del procedimiento, correspondiente a `LogScale=0`. Por tanto, la señal residual asociada a cada frecuencia se calcula mediante:

$$x_{i,\omega}^{\text{HPF}} = x_i - \hat{x}_\omega(t_i). \quad (2.19)$$

Esta operación pretende reducir la contribución de la variabilidad lenta respecto a la frecuencia evaluada. No obstante, debe entenderse como una estimación obtenida mediante

agrupación e interpolación, y no como un filtro ideal con una frecuencia de corte exacta.

En el caso del método Lomb–Scargle, la señal residual se centra antes de calcular la potencia:

$$\tilde{x}_{i,\omega}^{\text{HPF}} = x_{i,\omega}^{\text{HPF}} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{j,\omega}^{\text{HPF}}. \quad (2.20)$$

El valor del periodograma se obtiene sustituyendo la señal original por este residuo centrado:

$$P_{\text{LS+HPF}}(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{\left[\sum_{i=1}^N \tilde{x}_{i,\omega}^{\text{HPF}} \cos(\omega(t_i - \tau)) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \cos^2(\omega(t_i - \tau))} + \frac{\left[\sum_{i=1}^N \tilde{x}_{i,\omega}^{\text{HPF}} \sin(\omega(t_i - \tau)) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \sin^2(\omega(t_i - \tau))} \right]. \quad (2.21)$$

En la implementación utilizada, el periodograma de Lomb–Scargle aplicado a la señal original utiliza directamente los valores simulados, mientras que la versión combinada con HPF se calcula sobre el residuo centrado definido en la ecuación 2.20. Este centrado forma parte del procedimiento HPF implementado en el software original. Por lo tanto, la mejora observada al comparar ambas versiones debe interpretarse como el efecto del procedimiento completo empleado, que incluye tanto la estimación y sustracción de la componente lenta como el centrado posterior de la señal residual.

Por tanto, el procedimiento no produce una única señal filtrada para calcular posteriormente todo el espectro. Cada frecuencia se evalúa a partir de una señal residual distinta, construida utilizando una anchura temporal igual al periodo correspondiente.

El mismo procedimiento se combina con GLS y Deeming. En GLS, el centrado de la señal residual queda incorporado en las sumas Y_c e Y_s , y la potencia se calcula mediante:

$$P_{\text{GLS+HPF}}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{S_s Y_c^2 + C_c Y_s^2 - 2C_s Y_c Y_s}{C_c S_s - C_s^2}. \quad (2.22)$$

En esta expresión, Y_c e Y_s se calculan utilizando $x_{i,\omega}^{\text{HPF}}$. No se incluye la normalización por $YY(\omega)$, debido a que la señal residual varía con cada frecuencia y dicha normalización podría modificar la forma de la PSD.

En el periodograma de Deeming, la media de $x_{i,\omega}^{\text{HPF}}$ se resta dentro de la propia rutina antes de calcular las proyecciones seno y coseno. De este modo, las tres formulaciones utilizan el mismo procedimiento para estimar y sustraer la componente lenta, pero conservan sus respectivas expresiones para calcular la potencia espectral.

2.1.4. Función de estructura

De forma complementaria al análisis espectral, la función de estructura describe la variabilidad de una serie temporal en función de la separación temporal entre pares de observaciones. A diferencia del periodograma, que representa la distribución de potencia en el dominio de las frecuencias temporales, esta herramienta trabaja directamente en el dominio temporal.

La función de estructura de segundo orden puede definirse como:

$$SF(\tau) = \langle [x(t + \tau) - x(t)]^2 \rangle, \quad (2.23)$$

donde $x(t)$ representa la señal en el instante t , τ es el retardo temporal y $\langle \cdot \rangle$ denota el promedio sobre los pares de observaciones separados por dicho intervalo (Simonetti et al., 1985).

Desde un punto de vista conceptual, la función de estructura está relacionada con la autocorrelación de la señal. En procesos estacionarios, la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia están conectadas mediante el teorema de Wiener–Khinchin (Wiener, 1930). Por este motivo, la forma de la función de estructura puede contener información sobre la distribución de potencia en frecuencia. No obstante, la relación entre la pendiente de la función de estructura y la pendiente de la PSD depende de las propiedades estadísticas del proceso y de los efectos introducidos por el muestreo (Emmanoulopoulos et al., 2010).

En este trabajo, la función de estructura se incluye únicamente como referencia conceptual y como posible herramienta complementaria para análisis posteriores con datos reales. La comparación numérica desarrollada en las secciones posteriores se centra en las tres formulaciones espectrales consideradas: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming, con y sin la aplicación del procedimiento HPF.

2.1.5. Modelos estadísticos de variabilidad

Además de los métodos espectrales comentados, en astronomía también se emplean modelos estadísticos de variabilidad que describen la curva de luz como la realización de un proceso estocástico en el dominio temporal. Estos modelos permiten estudiar la correlación entre observaciones separadas por distintos intervalos de tiempo y, a partir de dicha descripción, inferir propiedades de la variabilidad de la señal.

Entre estos enfoques destacan los modelos CARMA (*Continuous-time AutoRegressive Moving Average*), que representan la curva de luz como un proceso estocástico en tiempo continuo, cuya evolución depende de sus valores anteriores y de una componente aleatoria. En astronomía, Kelly et al. (2014) proponen este enfoque para estimar propiedades cuantitativas de las curvas de luz, especialmente su densidad espectral de potencia, teniendo en cuenta el muestreo irregular y los errores de medida. Los modelos CARMA resultan útiles cuando se pretende modelar la señal sin interpolación previa, predecir valores no observados o comparar diferentes modelos estocásticos de variabilidad. No obstante, su aplicación requiere seleccionar el orden del modelo y asumir una estructura paramétrica para el proceso, por lo que los resultados pueden depender de la especificación inicial adoptada.

Los procesos gaussianos constituyen otra familia de métodos empleados en el análisis de series temporales astronómicas. En estos procesos, la señal observada se describe mediante una función de covarianza que establece cómo se relacionan entre sí las medidas tomadas en instantes distintos. Un ejemplo relevante es el método K2SC, desarrollado para el tratamiento de las curvas de luz obtenidas durante la misión K2, la extensión de la misión *Kepler* tras la pérdida de parte de su capacidad de apuntado estable. Esta limitación provocaba pequeñas derivas de apuntamiento que desplazaban las estrellas sobre el detector y generaban variaciones artificiales de flujo. Para corregir este problema, Aigrain et al. (2016) emplean dos procesos gaussianos: uno dependiente del tiempo, destinado a modelar las variaciones intrínsecas del brillo estelar, y otro dependiente de la posición sobre el detector, destinado a modelar las sistemáticas instrumentales asociadas al movimiento de la imagen.

También se han desarrollado implementaciones escalables de procesos gaussianos para series temporales astronómicas. Foreman-Mackey et al. (2017) presentan *celerite*, un método diseñado para reducir el coste computacional del ajuste de procesos gaussianos unidimensionales, lo que permite su aplicación a conjuntos de datos temporales de mayor tamaño.

A pesar de estas ventajas, los modelos CARMA y los procesos gaussianos presentan limitaciones relevantes para el presente trabajo, debido a que requieren definir una estructura previa del modelo, ya sea mediante el orden del proceso o mediante la función de covarianza. Además, su ajuste puede resultar más costoso que el cálculo de un periodograma.

Por este motivo, el presente trabajo se centra en el análisis mediante periodogramas. Esta elección permite comparar de forma homogénea distintas implementaciones espectrales sobre las mismas señales simuladas, manteniendo constantes los patrones de muestreo, el nivel de ruido y los criterios de evaluación. En concreto, se comparan el periodograma de Lomb–Scargle, el periodograma generalizado de Lomb–Scargle y el periodograma de Deeming, junto con sus correspondientes versiones tras aplicar el procedimiento HPF. De este modo, el análisis se centra en la recuperación de la pendiente de la PSD y en la detección de periodicidades bajo condiciones de muestreo irregular.

3. Materiales y métodos

3.1. Diseño de las simulaciones

El análisis se basa en una colección de series temporales simuladas con una densidad espectral de potencia conocida. Cada señal se genera a partir de una ley de potencia de la forma:

$$P(f) \propto f^\beta, \quad (3.1)$$

donde $P(f)$ representa la potencia espectral asociada a la frecuencia temporal f y β define la pendiente con signo de la PSD. Se consideran tres pendientes espectrales, $\beta = -1.5$, $\beta = -2.0$ y $\beta = -2.5$, representativas de distintos regímenes de variabilidad dominados por componentes de baja frecuencia.

Para generar cada señal, las componentes real e imaginaria de la transformada de Fourier se obtienen a partir de variables aleatorias gaussianas cuya varianza se escala de acuerdo con la PSD prescrita:

$$\text{Re}[X(f)], \text{Im}[X(f)] \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{P(f)}{2}\right). \quad (3.2)$$

La señal se obtiene posteriormente mediante una transformada inversa de Fourier. De este modo, se genera una serie temporal aleatoria cuya densidad espectral de potencia reproduce, en promedio, la ley de potencia prescrita. Este procedimiento sigue el método de generación de ruido con ley de potencia descrito por Timmer y König (1995).

El número de realizaciones generadas para cada combinación de patrón de muestreo y pendiente espectral, así como el nivel de ruido añadido a las señales, se detallan en la subsección siguiente.

Este diseño permite conocer de antemano la pendiente espectral de cada simulación y utilizarla como referencia para evaluar la pendiente recuperada por cada formulación del periodograma. Se incluye un muestreo regular de control y seis patrones no uniformes procedentes de observaciones astronómicas. La incorporación de ruido y de muestreo irregular permite evaluar la robustez de los métodos en condiciones más próximas a las observaciones.

3.2. Parámetros de simulación

Las simulaciones se realizan utilizando siete patrones de muestreo. Los muestreos I–VI son no uniformes, es decir, las separaciones entre las observaciones varían y pueden existir huecos temporales, lo que reproduce distribuciones temporales con distinta densidad de observaciones y cambios en la separación temporal entre medidas, así como huecos sin datos. El muestreo VII corresponde a un patrón regular artificial empleado como caso de referencia.

Los mismos patrones de muestreo se aplican a todas las señales simuladas y a las tres formulaciones del periodograma analizadas: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. De este modo, las diferencias observadas entre los periodogramas no se deben a cambios en los tiempos de observación, sino al comportamiento propio de cada formulación y al efecto del filtrado HPF.

La Figura 3.1 muestra los patrones utilizados. En cada caso, las marcas representan los instantes temporales en los que hay una medida disponible, mientras que los espacios sin marcas corresponden a intervalos no observados. Estos huecos provocan que la señal disponible sea una versión incompleta de la variabilidad original, introduciendo incertidumbre adicional en la reconstrucción espectral.

En series temporales con muestreo no uniforme, el patrón temporal de observación puede modificar la distribución de la potencia recuperada por el periodograma (VanderPlas, 2018). En el caso concreto del periodograma con filtrado pasa-alto, Albentosa-Ruiz y Marchili (2024) señalan que el muestreo irregular introduce ruido en la estimación espectral y condiciona la recuperación de la pendiente de la PSD.

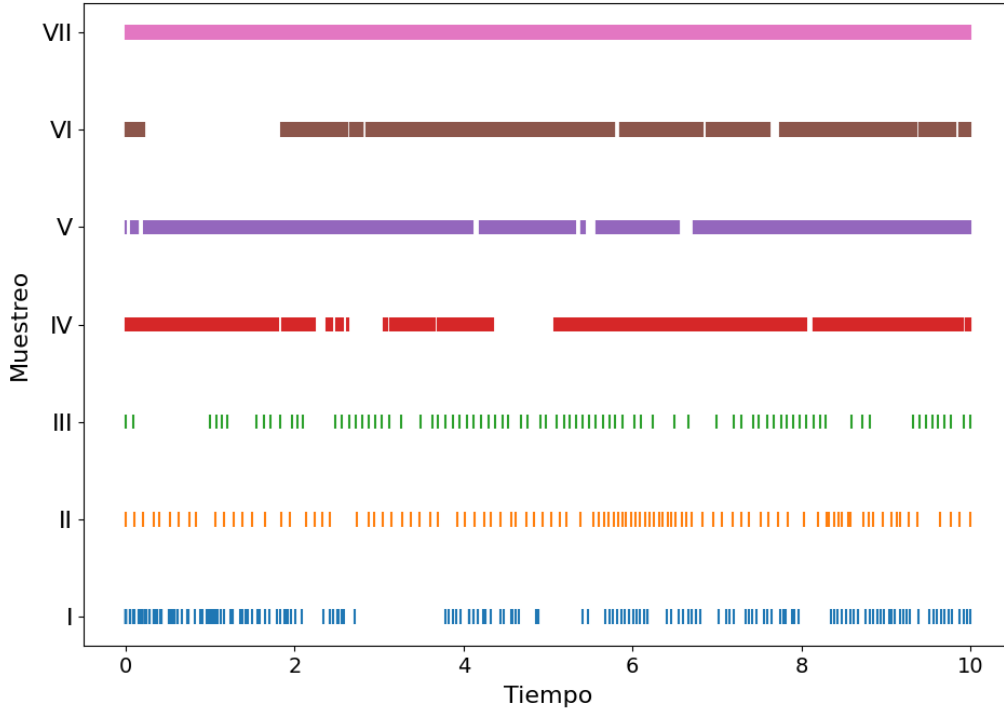


Figura 3.1: Patrones de muestreo utilizados en las simulaciones. Las marcas indican los instantes con observaciones disponibles y los espacios sin marcas corresponden a intervalos sin datos. Los muestreos I–VI representan casos no uniformes con distinta densidad de puntos, separaciones temporales variables y presencia de huecos, mientras que el muestreo VII corresponde al caso de referencia con intervalos regulares. Fuente: elaboración propia.

Los seis muestreos no uniformes están asociados a patrones temporales de curvas de luz radioastronómicas de fuentes compactas. Es decir, proceden de observaciones de la emisión de estas fuentes en longitudes de onda de radio y no de observaciones ópticas o de rayos X. En este trabajo no se utilizan para estudiar la variabilidad física de dichas fuentes, sino para reproducir distribuciones temporales realistas sobre señales simuladas con PSD conocida.

El primer patrón se asocia a observaciones de 3C 454.3 realizadas con la antena de Medicina, dentro del contexto de la monitorización radioastronómica de blázares (Bach et al., 2007).

El segundo patrón se asocia a observaciones de S5 0716+714 en el contexto de F-GAMMA, un programa de monitorización multifrecuencia de blázares en bandas de radio a una longitud de onda de 6 cm (Fuhrmann et al., 2016).

El tercer patrón se relaciona con las observaciones de S5 0716+714 con el radiotelescopio de Urumqi a 4.8 GHz. Esta fuente ha sido objeto de estudio debido a las variaciones en la densidad de flujo en escalas temporales cortas, del orden de horas o días, un fenómeno conocido en radioastronomía como variabilidad intradía (Liu et al., 2012).

El cuarto, quinto y sexto patrón se asocian al programa de monitorización de fuentes compactas del Green Bank Interferometer, que incluye fuentes como 0212+735, 0133+476 y AO 0235+164 (Lazio et al., 2001).

El séptimo muestreo corresponde a un patrón regular artificial empleado como caso de referencia. La Tabla 3.1 resume la procedencia observacional asociada y la interpretación de cada patrón utilizado en las simulaciones.

Muestreo	Archivo	Procedencia
I	1_3C454_Medicina_X	Observaciones radioastronómicas de 3C 454.3 realizadas con la antena de Medicina (Bach et al., 2007).
II	2_0716_fgamm_6cm	Observaciones de S5 0716+714 obtenidas en el contexto del programa F-GAMMA a una longitud de onda de 6 cm (Fuhrmann et al., 2016).
III	3_0716_urumqi_200607	Observaciones de S5 0716+714 realizadas con el radiotelescopio de Urumqi a 4.8 GHz (Liu et al., 2012).
IV	4_0212_gbi	Observaciones de la fuente 0212+735 realizadas con el Green Bank Interferometer (Lazio et al., 2001).
V	5_0133_gbi	Observaciones de la fuente 0133+476 realizadas con el Green Bank Interferometer (Lazio et al., 2001).
VI	6_0235_gbi	Observaciones de AO 0235+164 realizadas con el Green Bank Interferometer (Lazio et al., 2001).
VII	7_even	Muestreo regular artificial utilizado como caso de referencia.

Tabla 3.1: Resumen de los patrones de muestreo utilizados para generar las curvas de luz sintéticas y de su procedencia asociada.

Nota: Los patrones I–VI corresponden a tiempos de observación asociados a curvas de luz radioastronómicas, reutilizados exclusivamente como patrones de muestreo sobre señales simuladas. El patrón VII corresponde a un muestreo regular artificial.

Para el análisis de la pendiente espectral se generan 1111 realizaciones independientes para cada combinación de muestreo y pendiente, considerando $\beta = -1.5$, $\beta = -2.0$ y

$\beta = -2.5$. Esto proporciona un total de $7 \times 3 \times 1111 = 23331$ señales simuladas. A cada señal se le añade ruido gaussiano con una desviación estándar equivalente al 3 % de la desviación estándar de la señal simulada.

Para el análisis de periodicidades se emplea, para cada combinación de patrón de muestreo y pendiente espectral, un conjunto de 300 realizaciones independientes. Sobre estas mismas realizaciones se evalúan los distintos factores de amplitud y periodos de la componente periódica, permitiendo realizar comparaciones bajo condiciones equivalentes. Los factores de amplitud considerados son 0.3, 1 y 3 veces la desviación estándar de la señal original, y los periodos equivalen al 1 %, 5 %, 10 %, 25 % y 40 % de la duración total de la observación.

Para cada conjunto de señales simuladas, se calculan tres formulaciones del periodograma: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. Estas formulaciones se aplican primero a la señal original y, posteriormente, se incorpora el filtrado pasa-alto HPF.

El procedimiento HPF no se considera como un preprocesado único aplicado una sola vez a toda la serie temporal, sino como un filtrado dependiente de la frecuencia. Por tanto, para cada frecuencia evaluada se construye una señal filtrada diferente, sobre la cual se calcula la potencia del periodograma correspondiente.

La comparación se realiza manteniendo constantes las señales simuladas, los patrones de muestreo, el nivel de ruido y los criterios de evaluación. Esta estrategia permite analizar de forma separada el efecto de la formulación del periodograma y el efecto del filtrado HPF sobre la recuperación de la pendiente de la PSD y la detección de periodicidades.

El filtrado pasa-alto está diseñado para atenuar la contribución de las componentes de baja frecuencia que pueden contaminar la potencia estimada a una frecuencia dada. Las simulaciones permiten comprobar si esta atenuación mejora efectivamente la recuperación de la pendiente espectral y la detección de periodicidades. Al aplicar este procedimiento a Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming, se evalúa si el efecto del HPF es consistente entre distintas formulaciones espectrales o si depende del periodograma empleado.

3.3. Estimación de la pendiente espectral

La pendiente de la PSD se estima mediante un ajuste lineal del periodograma en el espacio $\log_{10} P$ frente a $\log_{10} f$. Para realizar este ajuste, se excluye el primer punto de

baja frecuencia, así como las frecuencias que se sitúan más allá de la región en la que la potencia mantiene una tendencia aproximadamente decreciente. Esta zona de altas frecuencias presenta un comportamiento más plano, asociado al predominio del ruido, y su inclusión podría sesgar la pendiente recuperada.

El límite entre la región dominada por la variabilidad y la región dominada por el ruido se determina mediante la identificación de un único punto de cambio con algoritmos de la biblioteca **ruptures** (Truong et al., 2020). Una vez localizado dicho punto, el ajuste lineal se realiza desde el segundo punto del periodograma hasta el punto de cambio, sin incluir este último.

En este trabajo se evalúan cinco algoritmos de detección del punto de cambio implementados en la biblioteca **ruptures**: Dynamic, Binary, BottomUp, Kernlin y Kernrbf (Truong et al., 2020). El método Dynamic se basa en un enfoque de segmentación óptima mediante programación dinámica, relacionado con la identificación óptima de segmentos homogéneos (Auger & Lawrence, 1989). Binary aplica una segmentación binaria recursiva que estima los puntos de cambio de forma secuencial (Bai, 1997). BottomUp corresponde a una estrategia jerárquica ascendente, en la que los segmentos iniciales pequeños se fusionan sucesivamente hasta conservar los cambios más relevantes (Truong et al., 2020).

Finalmente, Kernlin y Kernrbf se corresponden con las variantes basadas en funciones de núcleo, con núcleo lineal y núcleo radial, respectivamente, dentro del enfoque de detección de puntos de cambio mediante métodos kernel (Harchaoui & Cappé, 2007). En todos los casos, se busca un único punto de cambio, exigiendo una longitud mínima de 11 puntos por segmento.

El método BottomUp se utiliza como configuración representativa en los mapas de color de eficiencia y en las distribuciones de discrepancia de la PSD presentadas en los resultados. Se seleccionó como referencia común debido a que permite automatizar de forma eficiente el análisis de un gran número de periodogramas y proporciona resultados coherentes con las tendencias observadas mediante los demás algoritmos evaluados. Además, mantener fijo el criterio de corte evita atribuir a la formulación del periodograma diferencias que podrían deberse al algoritmo empleado para delimitar la región dominada por el ruido.

La pendiente recuperada, b , se compara con la pendiente con signo introducida en la simulación, β , mediante:

$$\Delta_\beta = \frac{\beta - b}{\beta}. \quad (3.3)$$

Un valor $\Delta_\beta = 0$ indica una recuperación exacta de la pendiente espectral. Los valores positivos corresponden, en general, a pendientes recuperadas menos negativas y, por tanto, más planas que la pendiente simulada. Los valores negativos indican que las pendientes recuperadas son más pronunciadas. Esta discrepancia se calcula para cada formulación del periodograma, tanto sin filtrado como con HPF.

3.4. Evaluación de periodicidades

La detección de periodicidades se estudia añadiendo a cada señal simulada una oscilación sinusoidal de amplitud y periodo conocidos. De este modo, se conoce de antemano qué periodicidad debería detectar el periodograma. Esta prueba permite evaluar si cada formulación es capaz de recuperar una señal periódica cuando esta aparece superpuesta a la variabilidad estocástica de fondo.

Para esta evaluación se emplean 300 señales simuladas independientes por cada configuración de muestreo y pendiente espectral, manteniendo fijo el nivel de ruido. Sobre estas señales, se prueban las diferentes amplitudes y periodos de la componente periódica, de forma que las comparaciones entre las formulaciones se realicen bajo condiciones equivalentes.

La amplitud de la componente periódica se expresa como un múltiplo de la desviación estándar de la señal estocástica simulada:

$$A_0 = X_0 \sigma_x, \quad (3.4)$$

donde σ_x es la desviación estándar de la señal estocástica y X_0 es el factor de amplitud. Se consideran los valores $X_0 = 0.3$, $X_0 = 1$ y $X_0 = 3$, que representan desde periodicidades débilmente marcadas frente a la variabilidad de fondo hasta señales periódicas de mayor amplitud relativa.

El periodo inyectado se define como una fracción de la duración total de la observación:

$$p = \frac{T_0}{T_{\text{obs}}}, \quad (3.5)$$

donde T_0 es el periodo de la componente sinusoidal inyectada y T_{obs} es la duración total de la serie temporal. De forma equivalente:

$$T_0 = p T_{\text{obs}}. \quad (3.6)$$

Por tanto, el número de ciclos contenidos en la observación viene dado por:

$$N_{\text{ciclos}} = \frac{T_{\text{obs}}}{T_0} = \frac{1}{p}. \quad (3.7)$$

Se consideran los valores $p = 0.01$, $p = 0.05$, $p = 0.10$, $p = 0.25$ y $p = 0.40$, que corresponden a 100, 20, 10, 4 y 2.5 ciclos dentro de la duración total de la señal simulada, respectivamente.

Por ejemplo, para $p = 0.40$, el periodo inyectado representa el 40 % de la duración total, por lo que únicamente se observan 2.5 ciclos. En estas condiciones, la señal contiene menos repeticiones de la oscilación dentro de la ventana temporal, lo que dificulta su recuperación mediante el criterio de detección utilizado. Para $p = 0.25$ se observan cuatro ciclos, de modo que la periodicidad puede recuperarse cuando la amplitud de la componente inyectada es suficientemente elevada.

En el caso de $p = 0.10$, $p = 0.05$ y $p = 0.01$, el número de ciclos aumenta a 10, 20 y 100, respectivamente. La detección puede verse afectada en todos los casos por los huecos y los cambios en la densidad del muestreo. La magnitud de este efecto depende de la relación entre el periodo inyectado, la distribución temporal de las observaciones y la amplitud de la componente periódica.

La frecuencia inyectada viene dada por:

$$f_0 = \frac{1}{T_0}. \quad (3.8)$$

Tras añadir la componente periódica, se calcula el periodograma correspondiente. Para evaluar la significación de las detecciones, el periodograma se normaliza respecto a la tendencia de la PSD estimada en escala logarítmica. Las frecuencias situadas más allá del punto de corte asociado al dominio dominado por el ruido se excluyen del análisis. Para localizar dicho punto, se emplean los métodos Dynamic, BottomUp y Kernlin, utilizándose BottomUp en las figuras principales.

Se adopta el siguiente umbral como criterio común de detección:

$$z_0 = \ln \left(\frac{N_f}{P_{\text{FA}}} \right), \quad (3.9)$$

donde N_f es el número de frecuencias analizadas y $P_{\text{FA}} = 0.01$ es el valor de referencia adoptado para definir el umbral de falsa alarma. En este trabajo, dicho umbral se utiliza como criterio común para comparar las tres formulaciones, sin asumir que proporcione una

probabilidad exacta de falsa alarma para todos los patrones de muestreo, debido a que la significación estadística de los máximos del periodograma depende del muestreo y del conjunto de frecuencias evaluadas (Baluev, 2008).

El análisis contabiliza los puntos de la malla de frecuencias cuya potencia supera el umbral de detección. La periodicidad inyectada se considera recuperada cuando una frecuencia detectada es compatible con la frecuencia esperada f_0 . En el criterio implementado, esto ocurre cuando f_0 se encuentra comprendida entre las frecuencias inmediatamente adyacentes a una detección:

$$f_{k-1} \leq f_0 \leq f_{k+1}, \quad P_{\text{norm}}(f_k) > z_0, \quad (3.10)$$

donde f_k es la frecuencia detectada, f_{k-1} y f_{k+1} son las frecuencias evaluadas inmediatamente adyacentes, $P_{\text{norm}}(f_k)$ es el valor del periodograma normalizado en la frecuencia detectada y z_0 representa el umbral de detección. Además, se registra si dicha detección coincide con el máximo global del periodograma normalizado.

Las detecciones obtenidas en frecuencias distintas de la frecuencia inyectada se contabilizan como detecciones adicionales. Estas pueden estar asociadas al ruido, al muestreo irregular, al plegamiento espectral o a picos secundarios del periodograma. Asimismo, se analizan señales sin componente periódica inyectada para estimar el nivel basal de falsos positivos.

En este trabajo se considera un falso positivo toda detección significativa obtenida en una señal de control en la que no se ha inyectado ninguna periodicidad. En las señales con periodicidad inyectada, las detecciones fuera de la frecuencia inyectada se denominan detecciones adicionales, debido a que pueden deberse al ruido, al muestreo, al plegamiento espectral o a picos secundarios del periodograma.

La comparación se realiza para Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming, tanto sobre las señales originales como tras aplicar el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia.

3.4.1. Resumen del procedimiento

El procedimiento seguido se estructura en las siguientes etapas:

1. Generación de señales simuladas con una PSD conocida, descrita mediante una ley de potencia de pendiente definida β .

2. Aplicación a los 7 patrones de muestreo y adición de ruido gaussiano controlado.
3. Cálculo de las tres formulaciones del periodograma sobre las señales originales: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming.
4. Aplicación del procedimiento HPF dependiente de la frecuencia, estimando y sustrayendo para cada frecuencia evaluada una componente lenta asociada a escalas temporales comparables con el periodo correspondiente, y cálculo de los periodogramas resultantes.
5. Determinación automática del punto de corte entre la región dominada por la variabilidad de la señal y la región dominada por el ruido, mediante algoritmos de detección de puntos de cambio.
6. Estimación de la pendiente de la PSD en escala logarítmica y comparación con el valor simulado mediante la discrepancia relativa Δ_β .
7. Inyección de una componente periódica de amplitud y periodo conocidos en las señales simuladas.
8. Cálculo y normalización de los periodogramas de las señales con periodicidad añadida.
9. Evaluación de la detección de la periodicidad en la frecuencia esperada, adoptando un valor de referencia de falsa alarma de 0.01 como criterio común de detección.
10. Análisis de las señales sin periodicidad inyectada para estimar el nivel basal de falsos positivos.
11. Registro de las detecciones adicionales en frecuencias distintas de la inyectada. Estas se consideran, de forma operativa, detecciones adicionales y pueden estar relacionadas con el ruido, el muestreo irregular, el plegamiento espectral o picos secundarios.

Este esquema resume el flujo de análisis aplicado en el trabajo. La estructura permite evaluar de manera separada la recuperación de la pendiente espectral, la capacidad de detección de periodicidades y la aparición de detecciones adicionales bajo distintas condiciones de muestreo, formulación espectral y aplicación del procedimiento HPF.

3.5. Software y entorno de cálculo

El análisis se implementa a partir del software `HPF_Periodogram`, desarrollado por Albentosa-Ruiz y Marchili (Albentosa-Ruiz, 2024), que permite calcular el periodograma clásico de Lomb–Scargle tanto sobre la señal original como mediante un filtrado HPF dependiente de la frecuencia. La metodología asociada al HPF se describe en Albentosa-Ruiz y Marchili (2024).

En el presente trabajo, el código original se modifica para incorporar una formulación del periodograma generalizado de Lomb–Scargle basada en Zechmeister y Kürster (2009) y el periodograma de Deeming propuesto por Deeming (1975). En el caso del periodograma generalizado de Lomb–Scargle (GLS), se emplea una adaptación no ponderada y no normalizada de su solución analítica, en la que se conserva el ajuste con media flotante, pero se omite la normalización por YY . Esta elección evita introducir una normalización dependiente de la frecuencia, debido a que el GLS se combina con el procedimiento HPF y la señal residual cambia para cada frecuencia evaluada.

El núcleo de cálculo está desarrollado en C++ e integra scripts de Python que se utilizan para la generación de señales, el cálculo de los periodogramas, la estimación de las pendientes espectrales y la evaluación de periodicidades. Las formulaciones GLS y Deeming se incorporan mediante la modificación de las rutinas de cálculo espectral en C++, mientras que la estructura general del flujo de simulación y análisis se mantiene sin cambios.

Para cada formulación se calculan dos versiones: el periodograma aplicado directamente a la señal original y el periodograma calculado después de eliminar, de forma específica para cada frecuencia, la variabilidad asociada a escalas temporales comparables o superiores al periodo correspondiente. Esta organización permite comparar las formulaciones espectrales bajo condiciones equivalentes y conservar la eficiencia computacional del código original.

Los cálculos se realizan en un entorno macOS, combinando módulos compilados en C++ con scripts de Python. Las tareas de tratamiento numérico, ajuste, detección de puntos de cambio y representación gráfica se apoyan principalmente en las bibliotecas `numpy`, `scipy`, `matplotlib` y `ruptures`.

Dentro de cada comparación se mantienen constantes los patrones de muestreo, las pendientes simuladas, el nivel de ruido y los criterios de detección. De este modo, las diferencias observadas pueden atribuirse principalmente a la formulación del periodograma,

al filtrado HPF o a la interacción entre ambos factores, y no a cambios en las condiciones de simulación.

4. Resultados y discusión

En esta sección se analizan los resultados obtenidos con los tres periodogramas implementados: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. Cada formulación se aplica primero a las señales originales y, posteriormente, a las señales tratadas con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia.

El análisis se organiza en dos bloques. El primero evalúa la recuperación de la pendiente de la PSD, comparando la pendiente impuesta en las simulaciones con la pendiente estimada por cada periodograma. El segundo estudia la detección de las periodicidades mediante la inyección de una oscilación sinusoidal de periodo y amplitud conocidos sobre la variabilidad estocástica de fondo.

Debido a que la frecuencia inyectada es conocida, se puede comprobar si cada periodograma la recupera correctamente. Asimismo, se analizan las detecciones registradas en otras frecuencias y los resultados obtenidos en señales sin periodicidad introducida. Esta comparación permite valorar conjuntamente el efecto del ruido, el muestreo irregular, el plegamiento espectral y los picos secundarios del periodograma.

La comparación entre las versiones original y HPF permite evaluar si el procedimiento mejora la recuperación de la pendiente espectral y la detección de periodicidades, así como comprobar si dicho efecto se mantiene en las tres formulaciones o depende del periodograma utilizado y del patrón de muestreo aplicado.

4.1. Recuperación de la pendiente espectral de la PSD

La primera evaluación se centra en la capacidad de cada formulación del periodograma para recuperar la pendiente de la PSD impuesta durante la generación de las señales simuladas. Para ello, se analiza la discrepancia relativa Δ_β , definida en la ecuación 3.3. Un valor de Δ_β próximo a cero indica que la pendiente estimada es cercana a la pendiente simulada, mientras que un desplazamiento sistemático de la distribución respecto a cero muestra la existencia de un sesgo en su recuperación.

4.1.1. El periodograma de Lomb–Scargle

La Figura 4.1 muestra la distribución de la discrepancia relativa obtenida con el periodograma de Lomb–Scargle para los siete patrones de muestreo.

En los muestreos no uniformes I–VI, las distribuciones obtenidas con el periodograma Lomb–Scargle sobre la señal original aparecen desplazadas hacia valores positivos de Δ_β . Este comportamiento indica que la pendiente recuperada no reproduce de forma exacta la pendiente espectral impuesta en la simulación.

El sesgo es especialmente visible en los muestreos I, III, IV, V y VI, mientras que en el muestreo II se presenta de forma más moderada. Esta diferencia resulta coherente con la presencia de huecos temporales, cambios en la separación temporal entre las medidas y regiones con diferente densidad de observación.

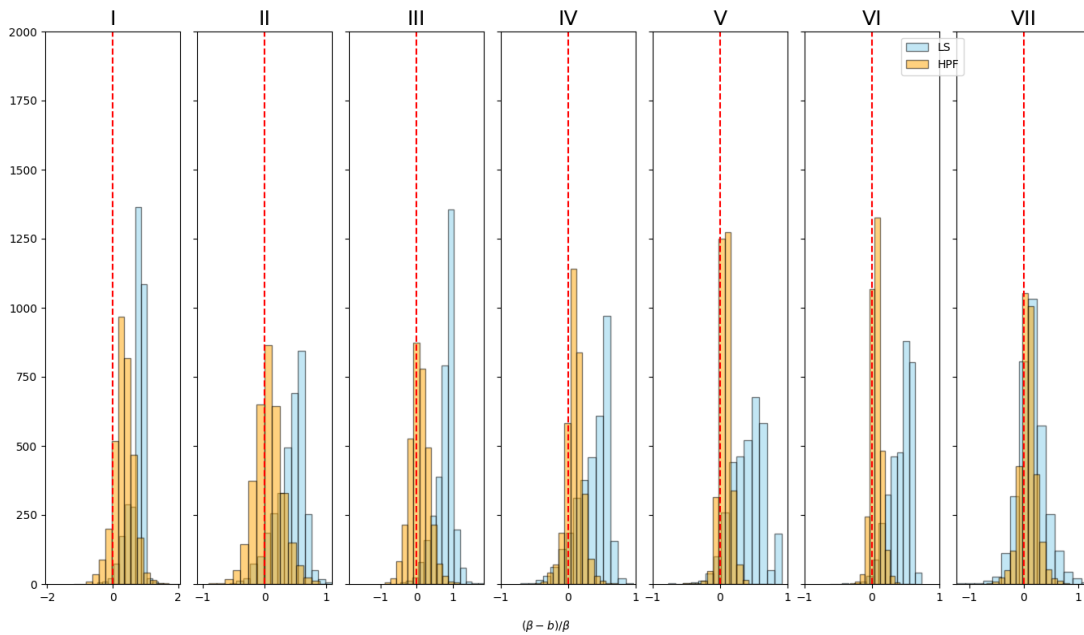


Figura 4.1: Distribución de la discrepancia relativa $\Delta_\beta = (\beta - b)/\beta$ para el periodograma de Lomb–Scargle en los siete patrones de muestreo. La línea roja discontinua indica el valor $\Delta_\beta = 0$, que corresponde a una recuperación exacta de la pendiente espectral. Los histogramas azules corresponden al periodograma aplicado sobre la señal original, mientras que los histogramas naranjas corresponden al cálculo tras aplicar el filtrado HPF. Fuente: elaboración propia.

La aplicación del filtrado HPF desplaza las distribuciones hacia valores más próximos a cero. La mejora es especialmente clara en los muestreos IV, V y VI, donde el histograma asociado al HPF queda concentrado alrededor de $\Delta_\beta = 0$. En los muestreos I, II y III también se observa una corrección respecto al Lomb–Scargle original, aunque con una dispersión residual mayor, atribuible al carácter más desfavorable de estos patrones de muestreo.

En el muestreo VII, correspondiente al caso regular de referencia, las distribuciones obtenidas con Lomb–Scargle antes y después de aplicar HPF son muy similares. Esto indica que, cuando la señal se observa con una separación temporal regular entre las

medidas y sin huecos temporales relevantes, la estimación de la pendiente espectral se ve menos afectada por la redistribución de potencia asociada al muestreo. En consecuencia, el filtrado HPF introduce una mejora limitada en este caso, debido a que la señal original presenta condiciones de muestreo más favorables para la recuperación de la pendiente de la PSD.

En conjunto, estos resultados muestran que el filtrado HPF mejora la recuperación de la pendiente de la PSD en el periodograma de Lomb–Scargle, principalmente debido a la reducción del sesgo introducido por los patrones de muestreo no uniformes. Esta mejora es más evidente en los muestreos observacionales con irregularidades moderadas, mientras que en los casos más desfavorables persiste una mayor dispersión. La cuantificación numérica por patrón de muestreo se recoge posteriormente en la Tabla 4.1.

4.1.2. El periodograma de Lomb–Scargle generalizado

La Figura 4.2 muestra la distribución de la discrepancia relativa obtenida con la implementación del periodograma de Lomb–Scargle generalizado descrito en la metodología. Esta formulación incorpora una media flotante en el ajuste sinusoidal realizado para cada frecuencia y , en este trabajo, se emplea sin ponderación observacional ni normalización por YY .

En las señales originales, las distribuciones presentan desplazamientos positivos respecto a $\Delta_\beta = 0$ en la mayoría de los muestreos irregulares. Esto indica que las pendientes recuperadas son, en valor absoluto, menos pronunciadas que las pendientes simuladas. Por tanto, la incorporación de una media flotante no elimina por sí sola el sesgo producido por el muestreo irregular.

Tras aplicar el procedimiento HPF, las distribuciones obtenidas en los muestreos irregulares se aproximan a $\Delta_\beta = 0$. La corrección es especialmente clara en los muestreos III, V y VI, donde las distribuciones asociadas a GLS + HPF se encuentran más concentradas alrededor del valor nulo. En el muestreo II también se observa una reducción apreciable de la discrepancia. En el muestreo IV, la mejora relativa es menor, debido a que el periodograma GLS original presentaba una discrepancia inicial más baja que en otros patrones de muestreo. El muestreo I, que representa uno de los patrones temporales más desfavorables, mejora tras aplicar HPF, aunque mantiene una dispersión residual elevada.

En el muestreo VII, correspondiente al patrón regular de referencia, GLS y GLS + HPF presentan resultados muy similares, con distribuciones cercanas a $\Delta_\beta = 0$. Este compor-

tamiento indica que el efecto del HPF es reducido debido a que el muestreo es uniforme y no contiene grandes huecos temporales.

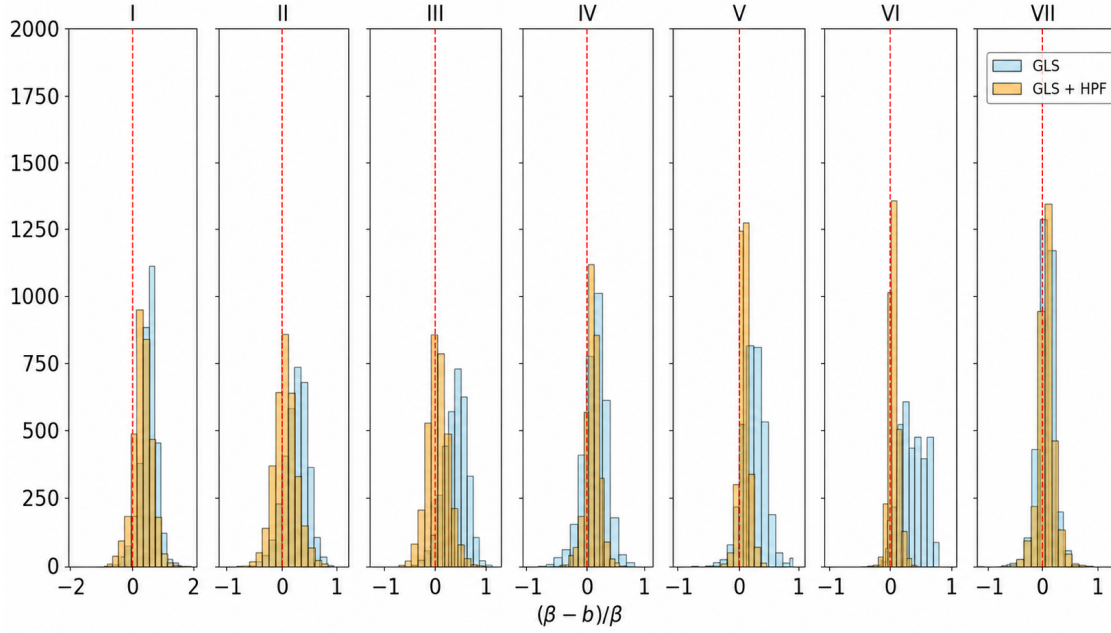


Figura 4.2: Distribución de la discrepancia relativa $\Delta_\beta = (\beta - b)/\beta$ obtenida con la variante del periodograma generalizado de Lomb-Scargle (GLS) orientada a PSD para los siete patrones de muestreo. La línea roja discontinua representa $\Delta_\beta = 0$, correspondiente a una recuperación exacta de la pendiente espectral. Los histogramas azules corresponden a GLS aplicado directamente a las señales simuladas, mientras que los histogramas naranjas corresponden a GLS combinado con el procedimiento HPF. Fuente: elaboración propia.

En conjunto, los resultados indican que la media flotante de GLS no basta para corregir por completo el sesgo producido por el muestreo irregular. Aunque esta formulación modifica el ajuste sinusoidal en cada frecuencia, las pendientes recuperadas siguen alejándose del valor simulado en varios muestreos. Tras aplicar HPF, las distribuciones se desplazan hacia valores más próximos a $\Delta_\beta = 0$, lo que indica una reducción de la discrepancia en la recuperación de la pendiente espectral. La Tabla 4.1 resume, para cada muestreo, la mediana de la discrepancia y la dispersión central de los resultados, calculada a partir de la distancia entre el primer y el tercer cuartil.

4.1.3. El periodograma de Deeming

La Figura 4.3 muestra la distribución de la discrepancia relativa obtenida con el periodograma de Deeming para los siete patrones de muestreo.

En los muestreos no uniformes I–VI, el periodograma de Deeming aplicado directamente a las señales simuladas presenta distribuciones desplazadas principalmente hacia

valores positivos de Δ_β . Esto indica que las pendientes recuperadas tienden a ser menos pronunciadas, en valor absoluto, que las pendientes simuladas.

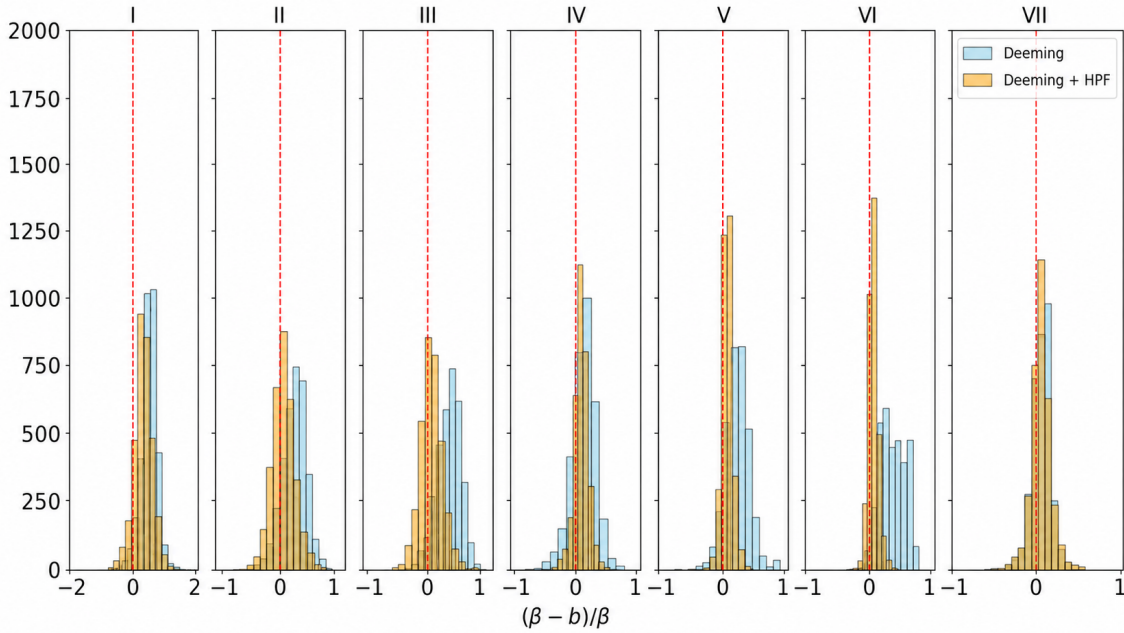


Figura 4.3: Distribución de la discrepancia relativa $\Delta_\beta = (\beta - b)/\beta$ obtenida con el periodograma de Deeming para los siete patrones de muestreo. La línea roja discontinua representa $\Delta_\beta = 0$, correspondiente a una recuperación exacta de la pendiente espectral. Los histogramas azules corresponden al periodograma aplicado directamente a las señales simuladas, mientras que los histogramas naranjas corresponden a Deeming combinado con el procedimiento HPF. Fuente: elaboración propia.

La comparación con la versión filtrada muestra una reducción del desplazamiento respecto a $\Delta_\beta = 0$ en los muestreos irregulares. La corrección es especialmente clara en los muestreos III, V y VI, y también se observa una reducción apreciable en el muestreo II. En el muestreo IV se reduce el desplazamiento respecto al valor nulo, aunque la diferencia entre ambas versiones es más moderada. El muestreo I también mejora tras aplicar HPF, si bien mantiene una distribución amplia, en concordancia con el carácter especialmente desfavorable de este patrón temporal.

En el muestreo VII, correspondiente al caso regular de referencia, ambas distribuciones aparecen relativamente próximas a $\Delta_\beta = 0$. El procedimiento HPF produce solo una pequeña corrección en la posición de la distribución, sin modificar de forma clara su dispersión. Este resultado indica que el efecto del filtrado es menor debido a que el muestreo es uniforme y no presenta grandes huecos temporales.

En conjunto, los resultados muestran que el procedimiento HPF también mejora la recuperación de la pendiente espectral cuando se combina con el periodograma de Deeming.

La tendencia observada es coherente con la descrita en Lomb–Scargle y Lomb–Scargle generalizado: las diferencias entre la versión original y la versión con HPF son reducidas en el muestreo regular, pero aumentan en presencia de muestreos irregulares. Esta comparación se cuantifica por muestreo en la Tabla 4.1, donde los resultados se presentan como mediana de la discrepancia absoluta y dispersión central.

4.1.4. Comparación cuantitativa de la recuperación de la pendiente de la PSD

Para cuantificar la recuperación de la pendiente de la PSD, se utiliza la discrepancia relativa absoluta entre la pendiente inyectada en la simulación, β_i , y la pendiente estimada a partir del periodograma, b_i :

$$|\Delta_{\beta,i}| = \left| \frac{\beta_i - b_i}{\beta_i} \right|. \quad (4.1)$$

Esta magnitud adimensional representa la discrepancia relativa absoluta entre la pendiente recuperada y la introducida en cada simulación. Los resultados se resumen mediante la mediana debido a su menor sensibilidad frente a distribuciones asimétricas y valores extremos (Whitley & Ball, 2002).

La dispersión se expresa como $(Q_{75} - Q_{25})/2$, es decir, la mitad de la distancia entre el primer y el tercer cuartil. El valor indicado después de $\pm$ representa esta dispersión central y no una incertidumbre estadística, una desviación estándar ni un intervalo de confianza.

La Tabla 4.1 presenta estos valores correspondientes a cada patrón de muestreo y formulación del periodograma.

La mediana se expresa en porcentaje y se calcula como $100 \text{ mediana}(|\Delta_{\beta}|)$. La dispersión central se calcula como $100 (Q_{75} - Q_{25})/2$, donde Q_{25} y Q_{75} representan el primer y el tercer cuartil, respectivamente. Esta dispersión se expresa en puntos porcentuales.

En todos los casos se utiliza BottomUp como criterio común para localizar el punto de corte y se adopta un nivel de ruido del 3 %. La columna “Mejora” indica la reducción absoluta entre la mediana obtenida sobre la señal original y la mediana obtenida tras aplicar HPF, expresada en puntos porcentuales.

La Tabla 4.1 confirma cuantitativamente la tendencia observada en los histogramas. En todos los muestreos y para las tres formulaciones, la mediana de la discrepancia disminuye tras aplicar HPF. Sin embargo, la magnitud de la mejora no es uniforme, sino que depende tanto del patrón de muestreo como del periodograma utilizado.

Muestreo	Periodograma	Original [%]	HPF [%]	Mejora [p.p.]
I	Lomb–Scargle	84.70 ± 9.40	34.30 ± 15.95	50.40
I	Lomb–Scargle generalizado	53.40 ± 13.15	33.00 ± 16.00	20.40
I	Deeming	56.70 ± 12.70	34.70 ± 16.35	22.00
II	Lomb–Scargle	46.50 ± 14.85	14.10 ± 9.20	32.40
II	Lomb–Scargle generalizado	29.00 ± 13.45	14.10 ± 9.15	14.90
II	Deeming	29.10 ± 13.40	14.00 ± 9.30	15.10
III	Lomb–Scargle	86.70 ± 12.50	17.00 ± 10.50	69.70
III	Lomb–Scargle generalizado	51.70 ± 18.70	16.90 ± 10.55	34.80
III	Deeming	51.70 ± 18.85	16.90 ± 10.45	34.80
IV	Lomb–Scargle	43.00 ± 16.70	10.70 ± 5.85	32.30
IV	Lomb–Scargle generalizado	17.40 ± 9.45	10.60 ± 5.85	6.80
IV	Deeming	17.40 ± 9.50	10.60 ± 5.85	6.80
V	Lomb–Scargle	43.70 ± 16.95	7.80 ± 4.20	35.90
V	Lomb–Scargle generalizado	23.40 ± 10.65	7.70 ± 4.15	15.70
V	Deeming	23.50 ± 10.60	7.80 ± 4.20	15.70
VI	Lomb–Scargle	47.50 ± 11.75	6.40 ± 3.65	41.10
VI	Lomb–Scargle generalizado	34.30 ± 15.35	6.30 ± 3.65	28.00
VI	Deeming	34.40 ± 15.30	6.40 ± 3.70	28.00
VII	Lomb–Scargle	17.40 ± 11.50	10.00 ± 6.40	7.40
VII	Lomb–Scargle generalizado	11.60 ± 6.80	9.70 ± 6.55	1.90
VII	Deeming	11.80 ± 6.65	10.00 ± 6.40	1.80

Tabla 4.1: Mediana de la discrepancia absoluta en la recuperación de la pendiente de la PSD para cada muestreo y periodograma, utilizando BottomUp y un nivel de ruido del 3%. Las columnas “Original [%]” y “HPF [%]” presentan la mediana de la discrepancia relativa absoluta, expresada en porcentaje, seguida de su dispersión central, expresada en puntos porcentuales. La mediana se calcula como $100 \text{ mediana}(|\Delta_\beta|)$ y la dispersión como $100 (Q_{75} - Q_{25})/2$, donde Q_{25} y Q_{75} representan el primer y el tercer cuartil, respectivamente. La columna “Mejora [p.p.]” indica la reducción absoluta entre la mediana original y la mediana obtenida tras aplicar HPF, expresada en puntos porcentuales. Fuente: elaboración propia.

En Lomb–Scargle, la reducción es elevada en todos los muestreos irregulares, especialmente en los muestreos I, III, V y VI. Este comportamiento está relacionado con el hecho de que el periodograma original parte de discrepancias iniciales más altas que las otras dos formulaciones en la mayor parte de los patrones de muestreo. En Lomb–Scargle generalizado y Deeming también se observa una mejora tras aplicar el filtrado HPF, aunque la reducción es menor en varios casos debido a que las formulaciones originales presentan discrepancias iniciales más bajas.

El muestreo III presenta la mayor mejora en las tres formulaciones, con una reducción de 69.70 puntos porcentuales en Lomb–Scargle y de 34.80 puntos porcentuales tanto en Lomb–Scargle generalizado como en Deeming. Este resultado indica que el HPF es especialmente útil cuando el patrón temporal introduce un sesgo importante en la estimación

de la pendiente espectral. También se observan reducciones destacadas en los muestreos V y VI, sobre todo en Lomb–Scargle. En cambio, en el muestreo VII, correspondiente al patrón de referencia regular, la mejora es mucho más limitada, particularmente en el Lomb–Scargle generalizado y Deeming. Este comportamiento es coherente con el hecho de que, en ausencia de grandes irregularidades temporales, el filtrado HPF tiene menos margen para corregir la estimación espectral.

La comparación entre periodogramas muestra que Lomb–Scargle generalizado y Deeming presentan, en general, discrepancias menores que Lomb–Scargle clásico antes de aplicar HPF. Esta diferencia se observa en la mayoría de los patrones de muestreo y sugiere que ambas formulaciones son menos sensibles al sesgo inicial producido por el muestreo irregular en la recuperación de la pendiente de la PSD.

Tras aplicar HPF, las discrepancias medianas disminuyen en las tres formulaciones. Además, los valores obtenidos con los tres periodogramas tienden a aproximarse entre sí. Este efecto es especialmente claro en los muestreos I, II, III, IV, V y VI, donde las tres formulaciones con HPF presentan discrepancias similares dentro de cada patrón de muestreo. Por tanto, el filtrado reduce parte de las diferencias iniciales entre los periodogramas y actúa como una mejora transversal en la recuperación de la pendiente espectral.

En conjunto, los resultados cuantitativos apoyan la interpretación observada en los histogramas: el procedimiento HPF reduce la discrepancia en la recuperación de la pendiente de la PSD en todos los muestreos y periodogramas analizados. La magnitud de la mejora depende del patrón temporal y de la formulación del periodograma, pero el efecto global es consistente. La reducción es más acusada en Lomb–Scargle, debido a que sus discrepancias iniciales son más elevadas, mientras que Lomb–Scargle generalizado y Deeming muestran mejoras más moderadas al presentar un comportamiento inicial más favorable.

4.2. Eficiencia en la detección de periodicidades

Tras evaluar la recuperación de la pendiente espectral, se analiza la capacidad de cada formulación para detectar las periodicidades inyectadas en las señales simuladas. Ambos análisis están relacionados, debido a que la detección de una periodicidad no depende únicamente de la presencia de un pico en el periodograma, sino también de una estimación adecuada de la PSD de fondo. Esta estimación se utiliza para normalizar el periodograma y destacar la potencia asociada a la componente periódica frente a la variabilidad estocástica

de la señal.

Por este motivo, los errores en la recuperación de la pendiente espectral pueden afectar también a la detección de periodicidades. Si la PSD de fondo queda mal estimada, la normalización del periodograma puede reducir el contraste de la periodicidad inyectada o favorecer la aparición de máximos secundarios. Esta relación permite conectar los resultados del apartado anterior con el análisis de eficiencia desarrollado en este apartado.

La comparación se realiza para Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming, tanto sobre las señales originales como tras aplicar el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. Para cada combinación de patrón de muestreo, pendiente espectral, amplitud y periodo, la eficiencia representada en los mapas se define como:

$$\eta_{\text{det}} = \frac{N_{\text{max}}}{N_{\text{sim}}}, \quad (4.2)$$

donde N_{max} es el número de señales simuladas en las que la frecuencia inyectada se recupera como el máximo significativo del periodograma normalizado, y $N_{\text{sim}} = 300$ es el número total de señales analizadas en cada configuración.

Esta eficiencia se representa mediante mapas de color, en los que cada celda corresponde a una combinación concreta de muestreo, pendiente espectral, amplitud y periodo relativo. La escala de color codifica el valor de η_{det} , de modo que los valores próximos a uno indican una recuperación frecuente de la periodicidad inyectada, mientras que los valores próximos a cero indican una recuperación escasa o nula.

La periodicidad se considera recuperada cuando el periodograma normalizado supera el umbral de detección en una frecuencia compatible con la frecuencia inyectada f_0 . Además, para contabilizarla en la eficiencia representada, dicha detección debe corresponder al máximo del periodograma normalizado. En el criterio implementado, esta condición se expresa como:

$$f_{k-1} \leq f_0 \leq f_{k+1}, \quad P_{\text{norm}}(f_k) > z_0, \quad P_{\text{norm}}(f_k) = \max_j P_{\text{norm}}(f_j). \quad (4.3)$$

donde f_k es la frecuencia detectada, f_{k-1} y f_{k+1} son las frecuencias evaluadas inmediatamente adyacentes, $P_{\text{norm}}(f_k)$ es el valor del periodograma normalizado en la frecuencia detectada y z_0 es el umbral de detección. El umbral se define a partir del valor de referencia de la falsa alarma adoptado para el periodograma normalizado. Este criterio se inspira en la interpretación estadística clásica del periodograma de Lomb–Scargle (Scargle, 1982) y se utiliza aquí como criterio común dentro del flujo de análisis aplicado a las

tres formulaciones. La aplicación del procedimiento HPF sigue la metodología descrita por Albentosa-Ruiz y Marchili (2024).

Por tanto, $\eta_{\text{det}} \simeq 1$ indica que la frecuencia inyectada constituye el máximo significativo del periodograma normalizado en la mayoría de las simulaciones, mientras que $\eta_{\text{det}} \simeq 0$ indica que dicha periodicidad rara vez se recupera como detección dominante.

En los mapas de color de eficiencia, las columnas I–VII corresponden a los siete patrones de muestreo definidos en la metodología. El eje horizontal representa la amplitud de la componente periódica como múltiplo de la desviación estándar de la señal estocástica simulada. Los tres bloques horizontales representan las pendientes espectrales $\beta = -1.5$, $\beta = -2.0$ y $\beta = -2.5$.

El eje vertical no representa periodos expresados en unidades de tiempo, sino el cociente:

$$p = \frac{T_0}{T_{\text{obs}}}, \quad (4.4)$$

donde T_0 es el periodo inyectado y T_{obs} la duración total de la observación. Por tanto, el número de ciclos contenidos en la serie viene dado por:

$$N_{\text{ciclos}} = \frac{T_{\text{obs}}}{T_0} = \frac{1}{p}. \quad (4.5)$$

La Figura 4.4 ilustra esta relación mediante una ventana temporal de 100 días. Para $p = 0.40$, el periodo inyectado es $T_0 = 40$ días y solo se registran 2.5 ciclos durante toda la observación. Para $p = 0.25$, el periodo es $T_0 = 25$ días y se observan cuatro ciclos completos. Por tanto, los valores más altos de p presentan menos repeticiones de la oscilación dentro de la ventana temporal, lo que complica la confirmación estadística de la periodicidad.

Para $p = 0.10$, $p = 0.05$ y $p = 0.01$, los periodos serían de 10, 5 y 1 día, respectivamente, y se registrarían 10, 20 y 100 ciclos. Esta interpretación resulta relevante debido a que la detección no depende únicamente de la amplitud de la componente periódica, sino también del número de veces que la oscilación se registra dentro de la ventana temporal. Un mayor número de ciclos tiende a favorecer la identificación de la periodicidad; no obstante, los huecos y los cambios en la densidad del muestreo pueden provocar que parte de estas oscilaciones no queden registradas.

Los valores nulos de amplitud y periodo representan el caso de control sin periodicidad inyectada. Únicamente la combinación de amplitud nula y periodo nulo corresponde a una

señal sin componente periódica. Las regiones blancas asociadas a una amplitud nula con periodo distinto de cero, o a un periodo nulo con amplitud distinta de cero, representan combinaciones indefinidas y no evaluadas. Por tanto, estas regiones no deben interpretarse como una eficiencia de detección igual a cero.

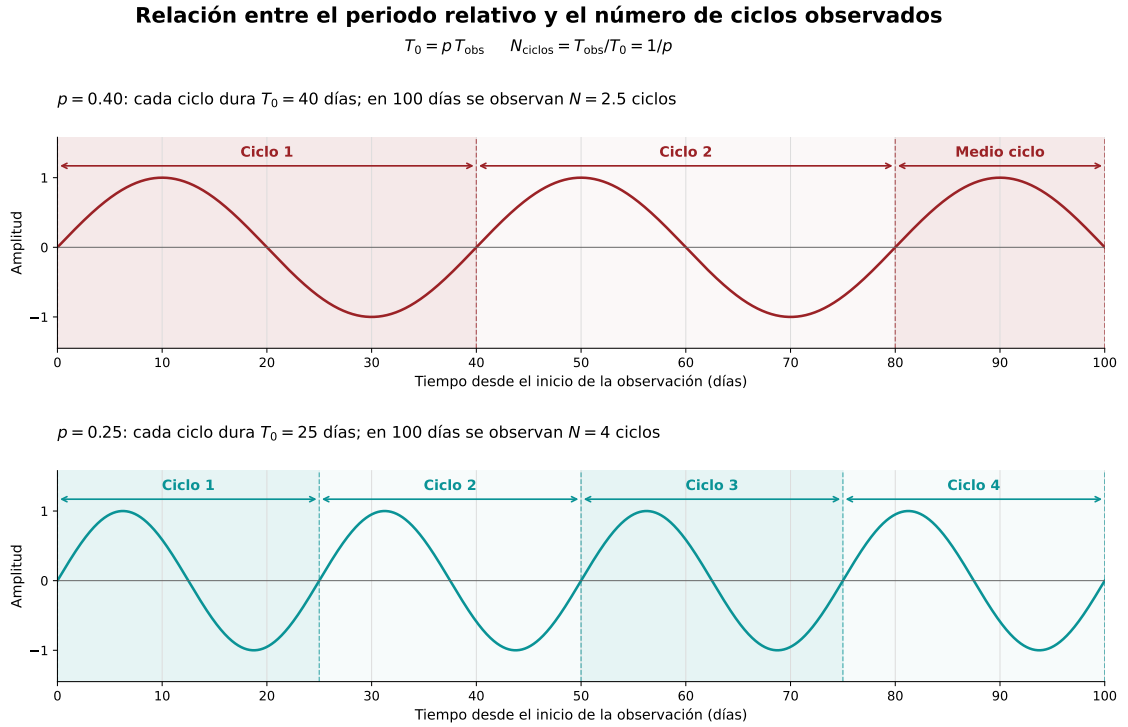


Figura 4.4: Ejemplo de la relación entre el periodo relativo $p = T_0/T_{\text{obs}}$ y el número de ciclos observados. Para una ventana temporal de 100 días, un valor $p = 0.40$ implica un periodo de 40 días y permite observar 2.5 ciclos, mientras que $p = 0.25$ implica un periodo de 25 días y permite observar cuatro ciclos completos. Fuente: elaboración propia.

4.2.1. El periodograma de Lomb–Scargle

El primer caso analizado corresponde al periodograma de Lomb–Scargle, que se emplea como formulación de referencia para evaluar la detección de periodicidades en señales con muestreo irregular. En primer lugar, se estudia su comportamiento sobre las señales originales, sin aplicar el procedimiento HPF, con el fin de establecer una base de comparación frente a la versión filtrada.

En las señales originales, la eficiencia es baja para la amplitud más reducida, $X_0 = 0.3$, y aumenta al considerar amplitudes mayores, especialmente para $X_0 = 1$ y $X_0 = 3$. Este comportamiento se aprecia con mayor claridad en los muestreos IV, V, VI y VII, donde aparecen regiones amplias de detección cuando la señal periódica presenta suficiente

amplitud y el periodo inyectado no ocupa una fracción excesiva de la ventana temporal. La Figura 4.5 muestra la eficiencia de detección obtenida con el periodograma de Lomb–Scargle aplicado directamente a las señales simuladas.

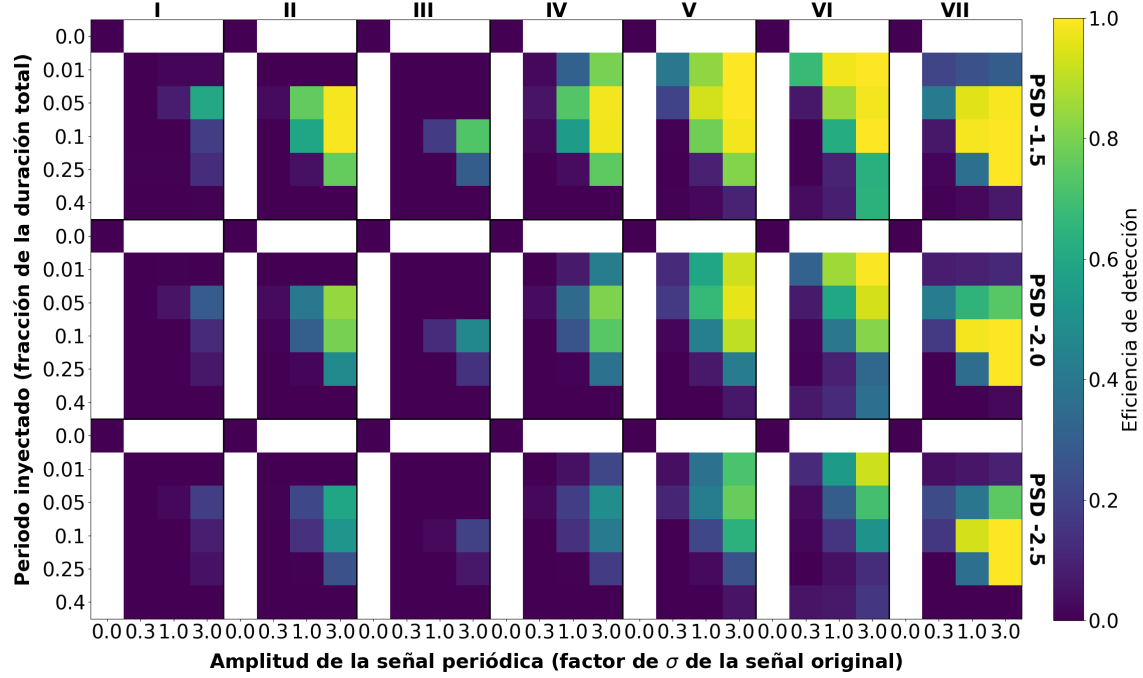


Figura 4.5: Eficiencia de detección obtenida con Lomb–Scargle aplicado directamente a las señales simuladas. Las columnas I–VII representan los patrones de muestreo y los bloques horizontales los valores de $\beta = -1.5$, $\beta = -2.0$ y $\beta = -2.5$. El eje horizontal indica la amplitud relativa de la periodicidad y el eje vertical su periodo como fracción de la duración total. La escala de color muestra la fracción de señales en las que la frecuencia inyectada se recupera como máximo significativo del periodograma normalizado. Fuente: elaboración propia.

La comparación entre patrones de muestreo muestra que I y III se encuentran entre los casos más desfavorables para Lomb–Scargle aplicado sobre la señal original. El muestreo II también presenta eficiencias reducidas en algunas combinaciones, aunque mejora cuando aumentan la amplitud y el número de ciclos observados. Esta dificultad es coherente con los resultados de la recuperación de la pendiente de la PSD, dado que los muestreos I, II y III presentan una estimación espectral menos favorable que afecta a la normalización del periodograma. En consecuencia, la periodicidad inyectada puede quedar menos destacada frente a la variabilidad de fondo. Por el contrario, los muestreos IV–VII muestran, en general, una mayor capacidad de detección.

La Figura 4.6 presenta los resultados obtenidos al combinar Lomb–Scargle con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. Esta comparación permite evaluar si la eliminación, para cada frecuencia evaluada, de la variabilidad asociada a escalas tempora-

les más largas mejora la identificación de la periodicidad inyectada en comparación con el periodograma convencional.

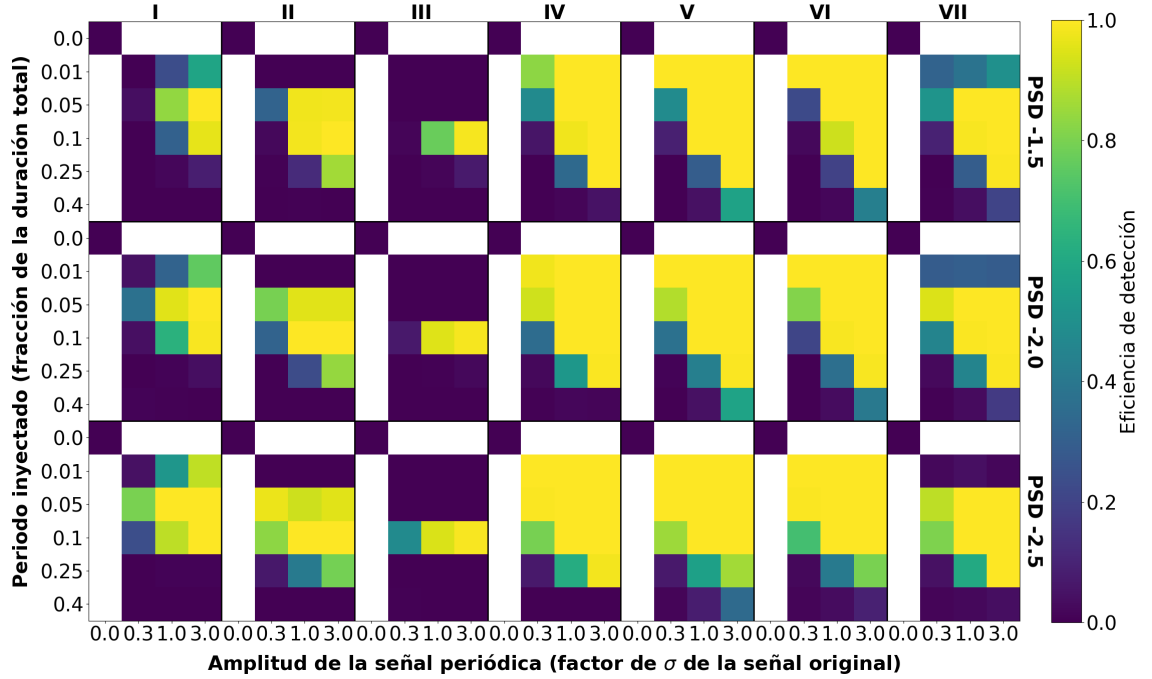


Figura 4.6: Eficiencia obtenida al combinar Lomb–Scargle con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. La escala de color representa la fracción de las 300 simulaciones en las que la frecuencia inyectada se recupera como máximo significativo del periodograma normalizado. La estructura de los paneles y los ejes es equivalente a la de la Figura 4.5, lo que permite comparar directamente ambas versiones. Fuente: elaboración propia.

La incorporación del HPF aumenta la eficiencia en gran parte de las combinaciones analizadas. La mejora es especialmente visible en los muestreos IV, V y VI, donde se alcanzan eficiencias próximas a uno para numerosas combinaciones de amplitud y periodo. También se observan mejoras en los muestreos I, II y VII, aunque su magnitud depende de la pendiente espectral y de los parámetros de la periodicidad inyectada.

El muestreo III sigue siendo uno de los casos más limitantes. El HPF mejora la detección en algunas combinaciones, especialmente cuando la amplitud es elevada, pero no compensa por completo la pérdida de información asociada con este patrón temporal.

En conjunto, la comparación entre las Figuras 4.5 y 4.6 muestra que el procedimiento HPF incrementa generalmente la capacidad del periodograma de Lomb–Scargle para recuperar la periodicidad inyectada. La mejora es más evidente en los patrones irregulares, aunque su magnitud depende del muestreo, de la pendiente de la PSD y de las características de la componente periódica inyectada.

4.2.2. El periodograma de Lomb–Scargle generalizado

El segundo periodograma evaluado es el Lomb–Scargle generalizado, en la variante empleada para el análisis de la PSD. Esta formulación permite valorar si la modificación del ajuste sinusoidal mejora la recuperación de la periodicidad inyectada respecto al Lomb–Scargle clásico, antes de aplicar el procedimiento HPF.

Los muestreos I y III presentan las mayores dificultades para recuperar la periodicidad inyectada. El muestreo II también muestra una eficiencia reducida en algunas combinaciones, aunque mejora notablemente al aumentar la amplitud de la componente periódica. Por el contrario, los muestreos IV–VII contienen regiones más amplias con eficiencias elevadas, especialmente para amplitudes intermedias y altas.

La Figura 4.7 muestra la eficiencia obtenida con Lomb–Scargle generalizado aplicado directamente a las señales simuladas.

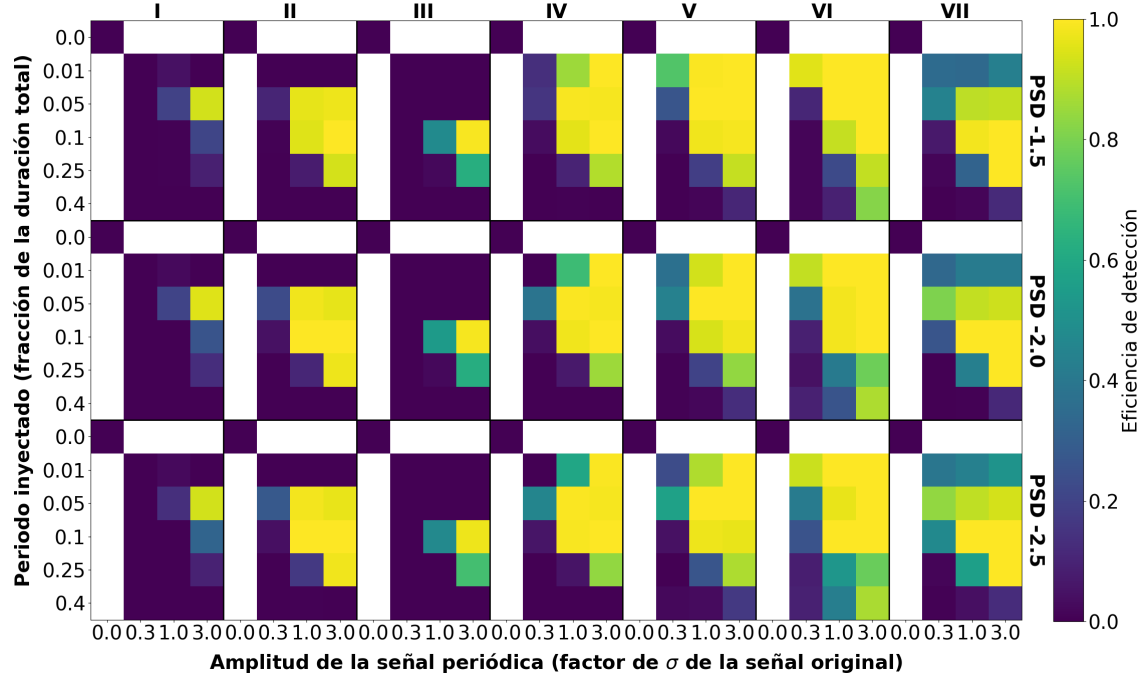


Figura 4.7: Eficiencia obtenida con Lomb–Scargle generalizado aplicado directamente a las señales simuladas. La escala de color representa la fracción de las 300 simulaciones en las que la periodicidad inyectada se recupera como máximo significativo del periodograma normalizado. El significado de los ejes, los bloques y las regiones blancas se describe al comienzo de esta sección. Fuente: elaboración propia.

En el análisis de Lomb–Scargle generalizado, el filtrado produce un incremento en la eficiencia en la mayor parte de las configuraciones evaluadas. La mejora es especialmente clara en los casos IV, V y VI, donde aparecen regiones extensas con valores cercanos a uno.

También se observan mejoras en I, II y VII, aunque su magnitud depende de la pendiente espectral, de la amplitud y del periodo inyectados. El muestreo III continúa siendo el caso más desfavorable, pese a que mejora en algunas combinaciones.

La Figura 4.8 presenta los resultados obtenidos al combinar Lomb–Scargle generalizado con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia.

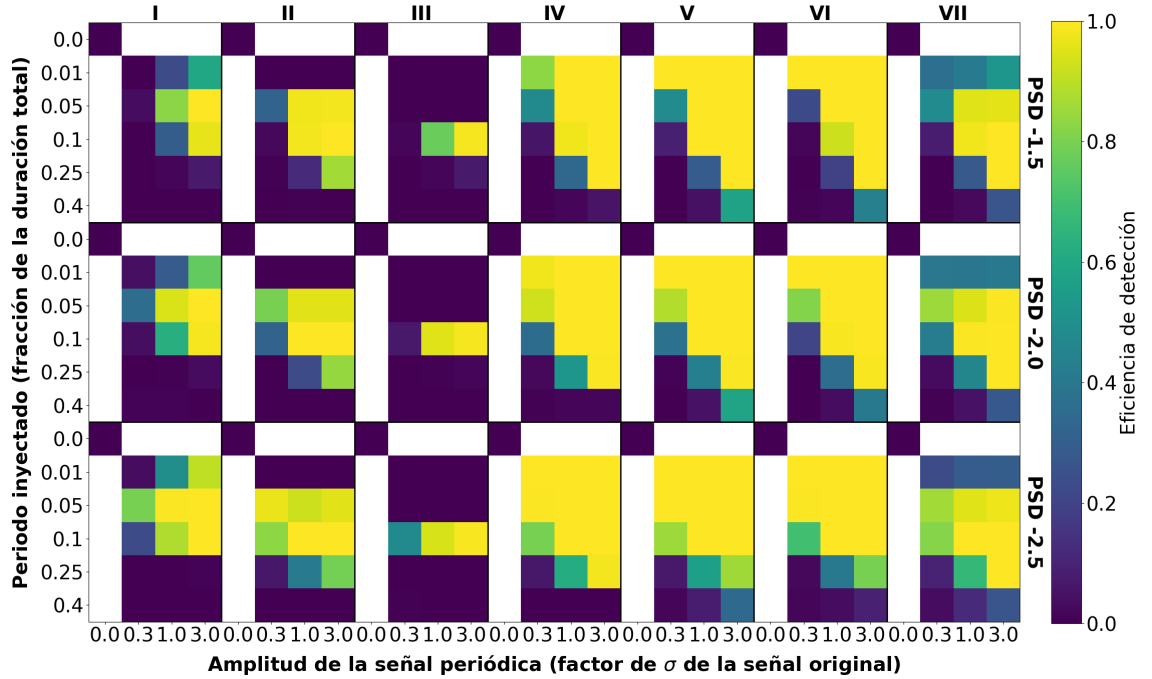


Figura 4.8: Eficiencia obtenida al combinar Lomb–Scargle generalizado con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. La estructura y el significado del mapa son equivalentes a los de la Figura 4.7, lo que permite comparar directamente el efecto del filtrado sobre la recuperación de la periodicidad inyectada. Fuente: elaboración propia.

Antes de aplicar HPF, Lomb–Scargle generalizado alcanza una eficiencia de detección superior a la de Lomb–Scargle en las configuraciones evaluadas. El filtrado aporta una mejora adicional y reduce parte de las diferencias entre ambos periodogramas, aunque su efecto continúa condicionado por el patrón de muestreo, la pendiente espectral, la amplitud y el periodo de la componente inyectada.

4.2.3. El periodograma de Deeming

El tercer periodograma evaluado es el de Deeming, el cual se incorpora como una formulación basada en la transformada discreta de Fourier para datos no uniformemente muestreados. Su inclusión permite comparar Lomb–Scargle y Lomb–Scargle generalizado con una alternativa espectral distinta, manteniendo el mismo criterio de detección y las

mismas configuraciones de simulación.

Los muestreos I y III presentan las mayores dificultades para recuperar la periodicidad inyectada. El muestreo II muestra un comportamiento intermedio y alcanza eficiencias elevadas cuando la amplitud de la componente periódica es suficiente. Por el contrario, los muestreos IV–VII contienen regiones más amplias con valores elevados, especialmente para amplitudes intermedias y altas.

La Figura 4.9 muestra la eficiencia obtenida con el periodograma de Deeming aplicado directamente a las señales simuladas.

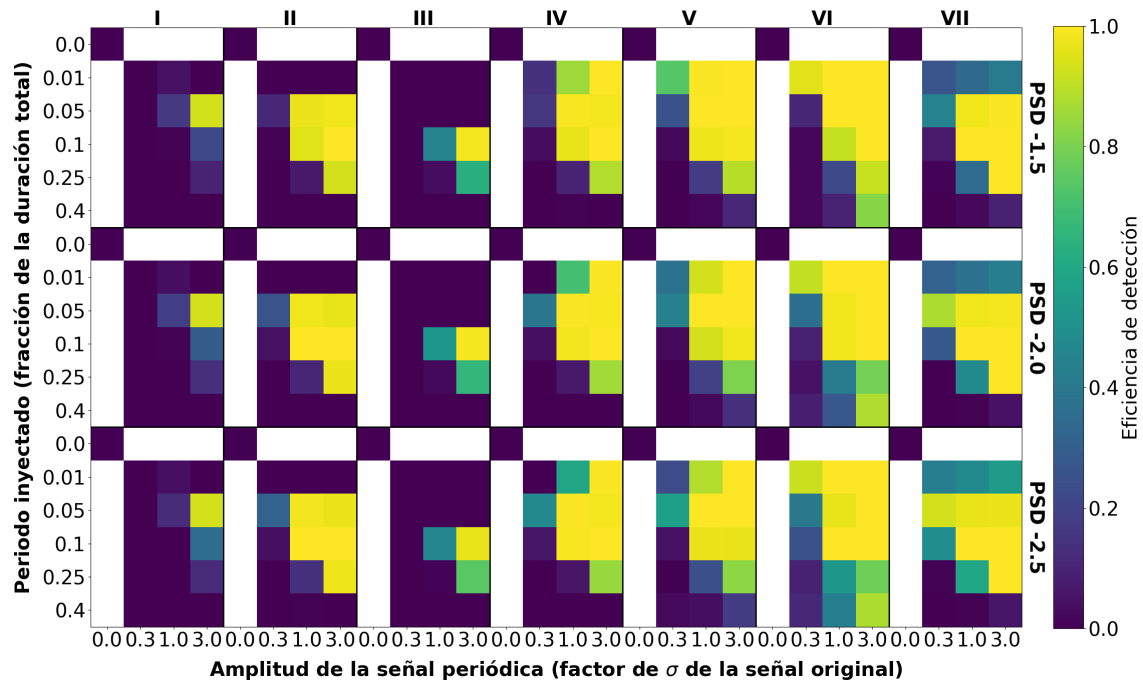


Figura 4.9: Eficiencia obtenida con el periodograma de Deeming aplicado directamente a las señales simuladas, utilizando BottomUp para determinar el punto de corte. La escala de color representa la fracción de las 300 simulaciones en las que la periodicidad inyectada se recupera como máximo significativo del periodograma normalizado. El significado de los ejes, los bloques y las regiones blancas se describe al comienzo de esta sección. Fuente: elaboración propia.

En el periodograma de Deeming, la versión combinada con HPF presenta eficiencias superiores en numerosas combinaciones de amplitud, periodo y patrón de muestreo. La mejora es especialmente visible en los muestreos IV, V y VI, donde aparecen regiones extensas con valores próximos a uno. También se observan mejoras en los muestreos I, II y VII. El muestreo III continúa siendo el caso más desfavorable, aunque la detección mejora para algunas combinaciones de amplitud y periodo.

La Figura 4.10 presenta los resultados obtenidos al combinar el periodograma de Dee-

ming con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia.

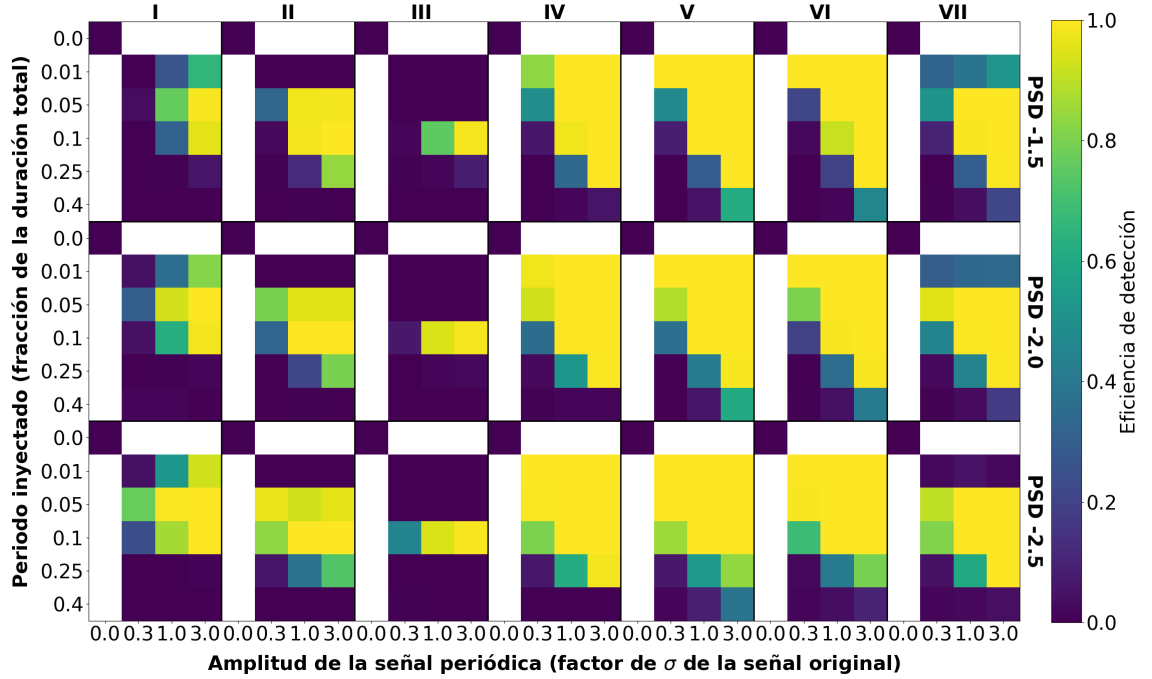


Figura 4.10: Eficiencia obtenida al combinar el periodograma de Deeming con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. La estructura y el significado del mapa son equivalentes a los de la Figura 4.9, lo que permite comparar directamente el efecto del filtrado sobre la recuperación de la periodicidad inyectada. Fuente: elaboración propia.

La comparación entre ambas versiones muestra que el procedimiento HPF favorece la identificación de la periodicidad inyectada como el máximo significativo del periodograma normalizado. La mejora se observa en numerosas combinaciones de amplitud, periodo y patrón de muestreo, aunque persisten limitaciones en los casos temporalmente más desfavorables.

4.2.4. Comparación de la eficiencia de detección

La comparación entre las tres formulaciones se realiza utilizando la configuración BottomUp como criterio común para determinar automáticamente el punto de corte entre la región dominada por la variabilidad de la señal y la región dominada por el ruido. De este modo, se mantiene constante el procedimiento de segmentación y se evitan diferencias asociadas al criterio de corte. El análisis incluye únicamente las configuraciones con periodicidad inyectada, por lo que se excluyen los casos de control con amplitud y periodo nulos.

También se excluye el caso $p = 0.40$, correspondiente a un periodo igual al 40 % de

la duración total de la observación. Esta configuración contiene únicamente 2.5 ciclos dentro de la ventana temporal, lo que dificulta la recuperación de la periodicidad. La comparación se centra, por tanto, en los cuatro periodos relativos con un número mayor de ciclos observados.

Para cada formulación se consideran siete patrones de muestreo, tres pendientes espectrales, tres amplitudes y cuatro periodos relativos. El número de configuraciones evaluadas por periodograma y condición es:

$$N_{\text{conf}} = 7 \times 3 \times 3 \times 4 = 252. \quad (4.6)$$

Cada configuración se evalúa sobre 300 simulaciones, por lo que el número total de evaluaciones por periodograma y condición es:

$$N_{\text{eval}} = 252 \times 300 = 75\,600. \quad (4.7)$$

Estas 75 600 evaluaciones no corresponden a otras tantas realizaciones estocásticas independientes, ya que una misma señal simulada se reutiliza para evaluar diferentes combinaciones de amplitud y periodo de la componente periódica.

La eficiencia de detección de cada configuración se calcula mediante la ecuación 4.2. Para cada patrón de muestreo, periodograma y condición se obtienen $3 \times 3 \times 4 = 36$ valores de eficiencia, correspondientes a las combinaciones de tres pendientes espectrales, tres amplitudes y cuatro periodos relativos.

Siguiendo el mismo criterio aplicado en la comparación de la recuperación de la pendiente de la PSD, estos valores se resumen mediante la mediana en lugar de la media. Esta medida presenta una menor sensibilidad a los valores extremos y resulta especialmente adecuada para describir distribuciones asimétricas (Whitley & Ball, 2002). Los valores nulos se mantienen en el cálculo. Debido a que cada resumen contiene 36 valores, la mediana es igual a cero cuando al menos 19 de las configuraciones presentan una eficiencia nula.

La mediana de los 36 valores proporciona, de esta forma, una medida representativa de la eficiencia asociada a cada patrón de muestreo.

La Tabla 4.2 presenta los resultados desglosados. Las eficiencias se expresan en una escala adimensional comprendida entre cero y uno. La columna “Mejora” representa la diferencia absoluta entre las medianas obtenidas con y sin HPF en la escala de eficiencia comprendida entre cero y uno. Este valor no corresponde a una variación relativa y se calcula antes de redondear los resultados mostrados.

Muestreo	Periodograma	Sin HPF	HPF aplicado	Mejora
I	Lomb–Scargle	0.002	0.315	0.313
I	Lomb–Scargle generalizado	0.003	0.292	0.288
I	Deeming	0.003	0.308	0.305
II	Lomb–Scargle	0.023	0.600	0.577
II	Lomb–Scargle generalizado	0.137	0.600	0.463
II	Deeming	0.130	0.553	0.423
III	Lomb–Scargle	0.000	0.000	0.000
III	Lomb–Scargle generalizado	0.000	0.000	0.000
III	Deeming	0.000	0.000	0.000
IV	Lomb–Scargle	0.158	0.998	0.840
IV	Lomb–Scargle generalizado	0.845	0.998	0.153
IV	Deeming	0.850	0.998	0.148
V	Lomb–Scargle	0.408	1.000	0.592
V	Lomb–Scargle generalizado	0.897	1.000	0.103
V	Deeming	0.888	1.000	0.112
VI	Lomb–Scargle	0.368	0.998	0.630
VI	Lomb–Scargle generalizado	0.937	0.998	0.062
VI	Deeming	0.937	0.998	0.062
VII	Lomb–Scargle	0.365	0.707	0.342
VII	Lomb–Scargle generalizado	0.538	0.742	0.203
VII	Deeming	0.570	0.708	0.138

Tabla 4.2: Mediana de la eficiencia de detección de la periodicidad inyectada para cada patrón de muestreo, periodograma y condición. Cada valor resume las 36 eficiencias correspondientes a las combinaciones de tres pendientes espectrales, tres amplitudes y cuatro periodos relativos. La columna “Mejora” representa la diferencia absoluta entre las medianas obtenidas con y sin HPF en la escala de eficiencia comprendida entre cero y uno, calculada antes del redondeo. El análisis utiliza BottomUp y excluye el caso $p = 0.40$. Fuente: elaboración propia.

Los siete valores obtenidos para cada periodograma y condición, uno por patrón de muestreo, se resumen posteriormente mediante la mediana y el mismo criterio de dispersión utilizado en la comparación de la recuperación de la pendiente de la PSD. Los resultados globales se presentan de la siguiente forma:

$$\text{mediana} \pm \text{dispersión}.$$

El primer valor corresponde a la mediana de la eficiencia entre los siete patrones de muestreo. El valor situado después del símbolo $\pm$ representa la dispersión central entre dichos patrones y se calcula como:

$$\frac{Q_{75} - Q_{25}}{2},$$

donde Q_{25} y Q_{75} son el primer y el tercer cuartil, respectivamente. Por ejemplo, un

resultado de 0.707 ± 0.270 indica una mediana de eficiencia de 0.707 y una dispersión central entre muestreos de 0.270. El valor posterior a $\pm$ no representa un error de medida, una desviación estándar ni un intervalo de confianza.

Periodograma	Sin HPF	HPF aplicado	Mejora
Lomb–Scargle	0.158 ± 0.177	0.707 ± 0.270	0.548
Lomb–Scargle generalizado	0.538 ± 0.400	0.742 ± 0.276	0.203
Deeming	0.570 ± 0.401	0.708 ± 0.284	0.138

Tabla 4.3: Mediana de la eficiencia de detección entre los siete patrones de muestreo para cada periodograma y condición. El valor situado después de $\pm$ representa la mitad de la distancia entre el primer y el tercer cuartil, $(Q_{75} - Q_{25})/2$, calculada entre los siete valores mostrados para cada periodograma en la Tabla 4.2. La columna “Mejora” indica la diferencia absoluta entre las medianas obtenidas con y sin HPF en la escala de eficiencia comprendida entre cero y uno. Este valor no corresponde a una variación relativa y se calcula antes de redondear los resultados mostrados. Fuente: elaboración propia.

La Tabla 4.2 muestra diferencias importantes entre los patrones de muestreo. El muestreo III presenta una mediana de eficiencia igual a cero en las tres formulaciones, tanto antes como después de aplicar HPF. Este resultado no implica una ausencia total de detecciones, sino que al menos 19 de las 36 configuraciones incluidas en cada resumen presentan eficiencia nula. El comportamiento no se debe a una duración total más corta, ya que todos los patrones abarcan la misma duración normalizada, sino principalmente al reducido número de observaciones del muestreo III, que contiene únicamente 83 puntos, y al intervalo frecuencial considerado en el análisis basado en BottomUp.

En particular, la periodicidad más corta, correspondiente a $p = 0.01$, queda fuera del rango de frecuencias evaluado, mientras que la correspondiente a $p = 0.05$ se sitúa en el extremo superior del periodograma normalizado y no satisface el criterio utilizado para contabilizar su recuperación. Estas dos familias aportan ya 18 valores nulos de los 36 considerados, por lo que basta un valor nulo adicional entre las configuraciones restantes para que la mediana sea igual a cero. No obstante, el muestreo III sí alcanza eficiencias elevadas en algunas combinaciones, especialmente para $p = 0.10$, amplitudes altas y tras aplicar HPF. Por el contrario, los muestreos IV, V y VI alcanzan medianas próximas a la unidad después del filtrado. En los muestreos I y II también se observa una mejora, aunque sus eficiencias finales son inferiores a las obtenidas en los muestreos IV, V y VI.

El resumen de la Tabla 4.3 muestra que el HPF aumenta la mediana de la eficiencia de detección en las tres formulaciones. En Lomb–Scargle, la mediana entre muestreos aumenta

de 0.158 a 0.707, lo que representa una mejora absoluta de 0.548, la más elevada de los tres periodogramas.

En Lomb–Scargle generalizado, la mediana aumenta de 0.538 a 0.742, con una mejora de 0.203. En Deeming, pasa de 0.570 a 0.708, con una mejora de 0.138. Lomb–Scargle generalizado y Deeming presentan, por tanto, eficiencias iniciales superiores, mientras que Lomb–Scargle experimenta el mayor incremento al combinarse con HPF.

La dispersión entre muestreos disminuye ligeramente tras aplicar HPF en los periodogramas Lomb–Scargle generalizado y Deeming, mientras que aumenta en Lomb–Scargle. Este resultado indica que el efecto del filtrado no es uniforme y continúa condicionado por la estructura temporal de las observaciones.

En conjunto, HPF mejora la detección de periodicidades en las tres formulaciones, aunque la magnitud del incremento depende tanto del periodograma como del patrón de muestreo.

4.3. Análisis de las detecciones adicionales

Además de evaluar la eficiencia de detección de la periodicidad inyectada en f_0 , se analiza la aparición de detecciones significativas en frecuencias distintas de la frecuencia inyectada. En las salidas del procedimiento automático, dichas detecciones se registran como adicionales. Esta clasificación tiene un carácter operativo debido a que el algoritmo no determina de forma automática el origen físico o estadístico de cada detección.

Para cada simulación, el programa contabiliza el número de puntos discretos de la malla de frecuencias cuya potencia normalizada supera el umbral de detección z_0 . Estos puntos discretos, denominados intervalos de frecuencia, corresponden a las frecuencias individuales en las que se evalúa el periodograma. Por tanto, no representan necesariamente periodicidades independientes. Cuando la periodicidad inyectada se detecta en una frecuencia compatible con f_0 según el criterio de vecindad definido en la ecuación 3.10, se descuenta una detección asociada a dicha periodicidad. De este modo, se calcula el número medio de detecciones adicionales como:

$$\overline{N}_{\text{adicionales}} = \frac{N_{\text{detecciones}} - N_{\text{rec}}}{N_{\text{sim}}}, \quad (4.8)$$

donde $N_{\text{detecciones}}$ es el número total de intervalos de frecuencia que superan el umbral z_0 , N_{rec} es el número de simulaciones en las que se detecta la periodicidad inyectada en

una frecuencia compatible con f_0 , y $N_{\text{sim}} = 300$.

Esta magnitud no representa necesariamente el número de periodicidades falsas independientes, debido a que varios intervalos de frecuencia adyacentes pueden pertenecer a una misma estructura del periodograma. Además, las detecciones adicionales pueden tener distintos orígenes, entre ellos el ruido, los efectos del muestreo irregular, el plegamiento espectral o las respuestas secundarias relacionadas con la periodicidad inyectada. En particular, cuando la señal contiene un número elevado de ciclos dentro de la duración total de la observación y la amplitud de la componente periódica es elevada, pueden aparecer detecciones relacionadas con la periodicidad principal, como alias, subarmónicos aparentes, lóbulos laterales o respuestas secundarias inducidas por la función ventana.

Esta interpretación no debe extenderse a todos los periodos relativos. En los casos con menor número de ciclos observados, especialmente para $p = 0.25$ y $p = 0.40$, la recuperación de la frecuencia principal resulta menos robusta y pueden aparecer máximos desplazados respecto a f_0 . Por este motivo, las detecciones adicionales deben interpretarse con cautela. En este trabajo, las respuestas secundarias se distinguen conceptualmente de las falsas periodicidades estrictas, aunque el procedimiento automático no permite diferenciar directamente entre estos fenómenos.

En las Figuras 4.11–4.17, la escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia adicionales detectados mediante simulación. Los valores próximos a cero indican que apenas aparecen detecciones significativas fuera de la frecuencia inyectada, mientras que los valores más elevados reflejan una mayor presencia de respuestas adicionales. La comparación entre los mapas de color correspondientes a las señales originales y a las señales tratadas con HPF debe realizarse considerando los valores numéricos de las barras de color, puesto que sus límites no son necesariamente iguales.

4.3.1. El periodograma de Lomb–Scargle

En las señales originales, el periodograma de Lomb–Scargle presenta detecciones adicionales en distintas regiones del espacio de parámetros. Estas detecciones son especialmente visibles cuando el periodo inyectado representa una fracción elevada de la duración total de la observación, como ocurre para $p = 0.25$ y $p = 0.40$.

En estos casos, la señal periódica contiene pocos ciclos completos dentro de la ventana temporal analizada, lo que hace que la identificación de la frecuencia esperada resulte menos robusta y pueda llevar a la aparición de detecciones significativas en frecuencias

distintas de f_0 .

La Figura 4.11 muestra el número medio de intervalos de frecuencia detectados adicionalmente para Lomb–Scargle aplicado a las señales originales.

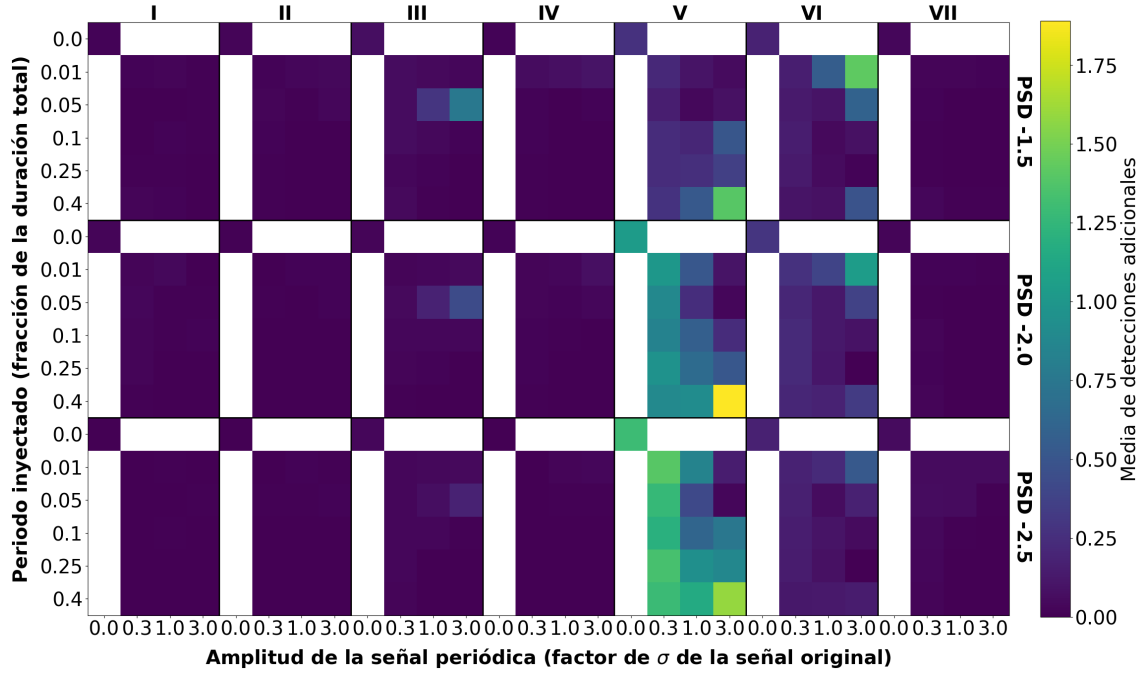


Figura 4.11: Número medio de detecciones adicionales registradas fuera de la frecuencia inyectada para el periodograma de Lomb–Scargle aplicado sobre las señales originales. Las columnas I–VII corresponden a los patrones de muestreo considerados. El eje horizontal indica la amplitud de la componente periódica como factor de la desviación estándar de la señal original, y el eje vertical indica el periodo inyectado como fracción de la duración total de la observación. La escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia detectados adicionalmente por simulación. Fuente: elaboración propia.

Este comportamiento también se observa en algunos muestreos no uniformes, donde los huecos temporales y los cambios en la separación temporal entre medidas favorecen la aparición de estructuras significativas fuera de la frecuencia inyectada. Por tanto, en la configuración original, Lomb–Scargle no solo puede perder eficiencia en la detección de la periodicidad inyectada, sino también registrar detecciones adicionales desplazadas respecto a f_0 .

La Figura 4.12 muestra el resultado obtenido tras aplicar el filtrado HPF al periodograma de Lomb–Scargle.

Tras aplicar HPF, la distribución de las detecciones adicionales cambia de forma apreciable. En los mapas de color se observa una modificación de las regiones con potencia significativa fuera de la frecuencia inyectada, aunque la interpretación cuantitativa de este comportamiento requiere distinguir entre las señales de control y las señales con perio-

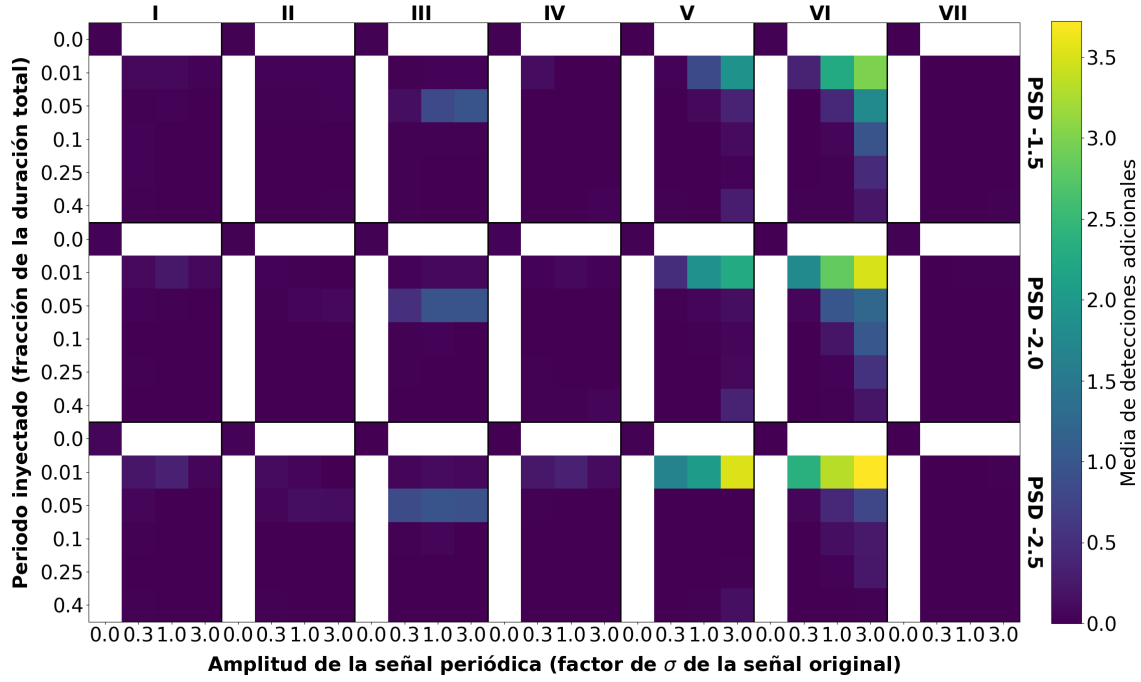


Figura 4.12: Número medio de detecciones adicionales registradas fuera de la frecuencia inyectada para el periodograma de Lomb–Scargle tras aplicar el filtrado HPF. La estructura de los paneles y de los ejes es equivalente a la de la Figura 4.11. La escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia detectados adicionalmente por simulación. Fuente: elaboración propia.

dicidad inyectada. Por este motivo, la valoración global de las detecciones adicionales se realiza posteriormente mediante la comparación resumida en la Tabla 4.4.

No obstante, algunas detecciones adicionales permanecen en determinados muestreos y durante periodos cortos. Estas detecciones no deben interpretarse siempre como falsas periodicidades estrictas. La inspección de simulaciones individuales muestra que, en algunos casos, aparecen picos secundarios próximos a múltiplos del periodo principal inyectado, compatibles con respuestas secundarias asociadas a la periodicidad dominante. Por tanto, el procedimiento automático puede contabilizar como detecciones adicionales máximos que no corresponden necesariamente a nuevas periodicidades físicas independientes.

Con el fin de ilustrar este comportamiento, la Figura 4.13 muestra una simulación individual con muestreo VI, amplitud $X_0 = 3$ y periodo inyectado $p_0 = 0.01$. En este ejemplo, además del pico asociado al periodo introducido, aparecen otros máximos próximos a múltiplos de p_0 . Estos máximos indican que el recuento automático puede registrar detecciones adicionales relacionadas con la propia señal periódica inyectada y no necesariamente nuevas periodicidades falsas independientes.

En consecuencia, el recuento automático de detecciones adicionales debe interpretarse con cautela, debido a que el algoritmo identifica frecuencias que superan el umbral de

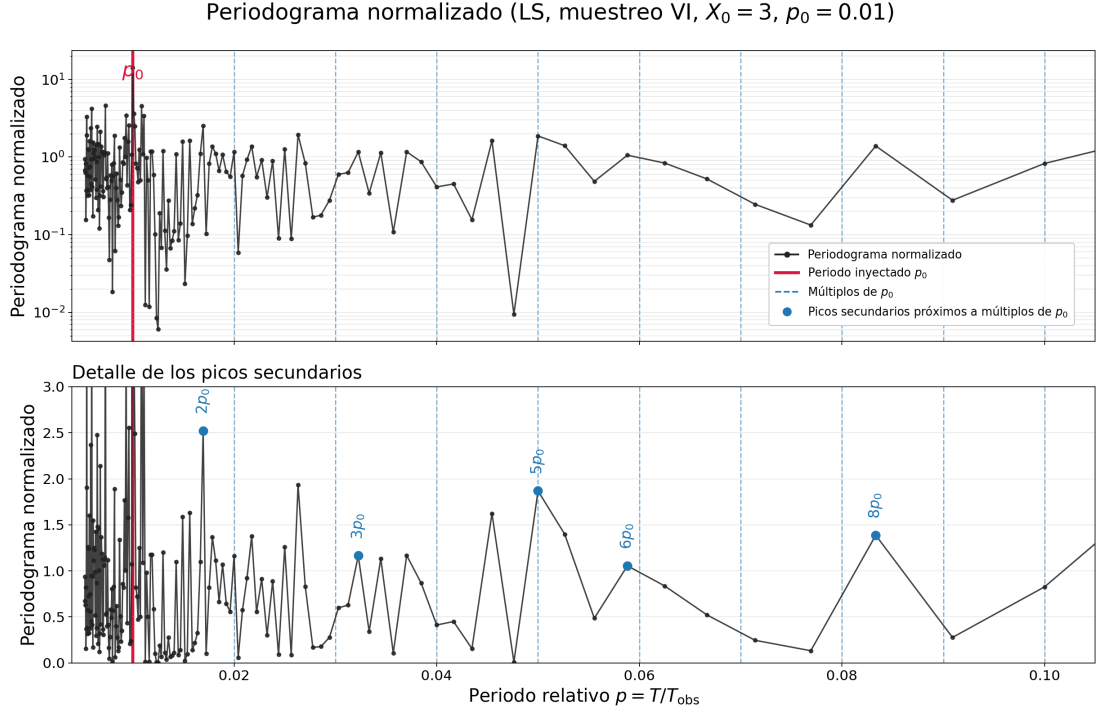


Figura 4.13: Ejemplo de una simulación individual analizada con Lomb–Scargle, sin aplicar HPF, para el muestreo VI, con amplitud inyectada $X_0 = 3$ y periodo relativo $p_0 = 0.01$. La línea roja marca el periodo introducido en la simulación. Las líneas azules discontinuas indican múltiplos de ese periodo. Algunos picos del periodograma aparecen cerca de dichos múltiplos, por lo que pueden interpretarse como respuestas secundarias de la señal periódica inyectada y no necesariamente como periodicidades falsas independientes. La gráfica inferior amplía esta zona para mostrar estos picos con mayor claridad. Fuente: elaboración propia.

detección fuera del intervalo asociado a f_0 , pero no distingue por sí mismo entre fluctuaciones debidas al ruido, efectos del muestreo, plegamiento espectral o respuestas secundarias relacionadas con la periodicidad inyectada.

Esta interpretación no implica que todas las detecciones adicionales sean respuestas secundarias. En los mapas de detecciones adicionales también aparecen estructuras asociadas a periodos relativos más largos, que deben interpretarse con cautela. En particular, para $p = 0.25$ y $p = 0.40$ el número de ciclos observados es reducido, por lo que la recuperación de la frecuencia inyectada resulta menos robusta y pueden aparecer máximos desplazados respecto a f_0 . En otros casos, especialmente cuando la periodicidad inyectada tiene suficiente amplitud, algunas detecciones adicionales pueden estar relacionadas con respuestas secundarias de la periodicidad principal. La reducción de estas regiones tras aplicar HPF indica que la mejora en la estimación de la PSD de fondo incrementa la robustez del periodograma frente a máximos espurios, aunque no todas las detecciones adicionales deben interpretarse automáticamente como periodicidades falsas independientes.

4.3.2. El periodograma de Lomb–Scargle generalizado

En el caso del periodograma de Lomb–Scargle generalizado, el análisis de las señales originales permite comprobar si la modificación del ajuste sinusoidal reduce la aparición de detecciones adicionales respecto a la formulación clásica. Estas detecciones corresponden a frecuencias evaluadas cuya potencia normalizada supera el umbral establecido, pero que se encuentran fuera del intervalo utilizado para identificar la periodicidad inyectada.

La Figura 4.14 muestra el número medio de detecciones adicionales obtenido con esta formulación aplicada directamente a las señales simuladas.

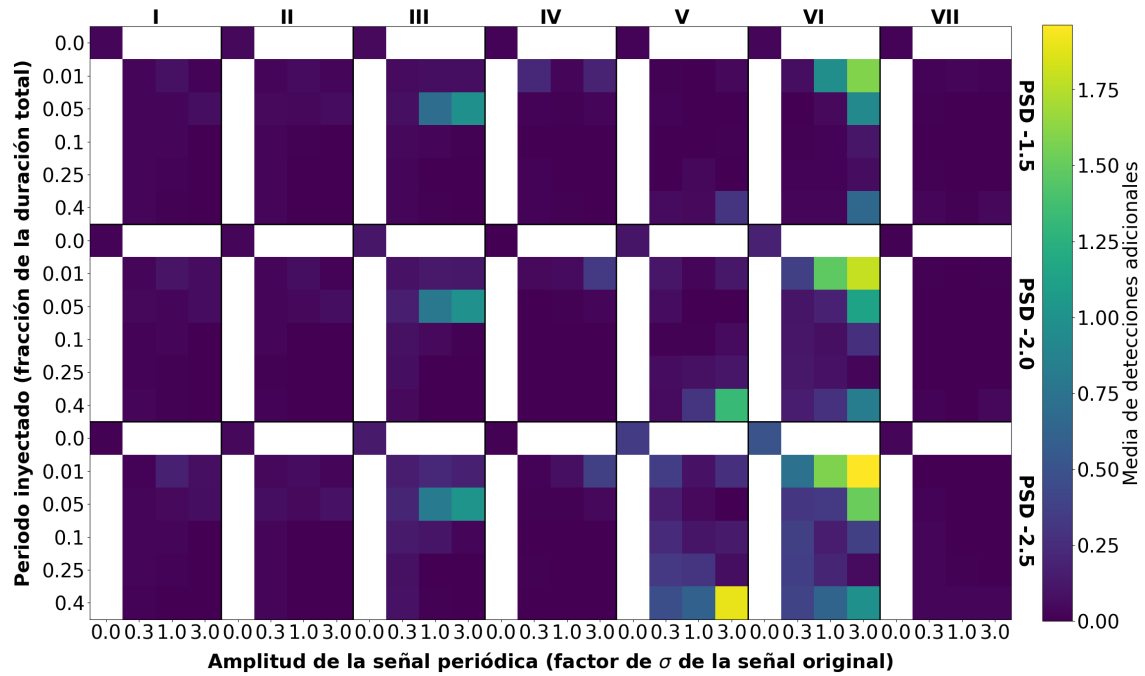


Figura 4.14: Número medio de detecciones adicionales obtenido con Lomb–Scargle generalizado aplicado directamente a las señales simuladas. Las columnas I–VII corresponden a los patrones de muestreo considerados. El eje horizontal indica la amplitud de la componente periódica como múltiplo de la desviación estándar de la señal estocástica, mientras que el eje vertical representa el periodo inyectado como fracción de la duración total de la observación. La escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia adicionales que superan el umbral de detección por simulación. Fuente: elaboración propia.

El patrón observado es similar al obtenido con el clásico Lomb–Scargle. La incorporación de una media flotante modifica el ajuste realizado en cada frecuencia, pero no evita completamente la aparición de potencia significativa fuera de la frecuencia inyectada.

No obstante, conviene distinguir entre dos comportamientos diferentes. Para periodos cortos y amplitudes elevadas, parte de las detecciones adicionales puede estar relacionada con respuestas secundarias de la periodicidad inyectada, como se ha ilustrado previamente mediante una simulación individual.

En cambio, en periodos relativos más largos, especialmente para $p = 0.25$ y $p = 0.40$, el menor número de ciclos observados dificulta la recuperación de la frecuencia principal y puede favorecer la aparición de máximos desplazados respecto a f_0 .

Este comportamiento se aprecia especialmente en los muestreos V y VI de la Figura 4.14, donde se observan detecciones adicionales para periodos relativos largos. En estos casos, el número reducido de ciclos observados dificulta la identificación de la periodicidad inyectada y favorece la aparición de máximos espurios. La aplicación del HPF reduce estas regiones al mejorar la estimación de la PSD de fondo y aumentar la robustez del periodograma tras el filtrado pasa-alto.

La Figura 4.15 presenta el resultado obtenido al combinar el periodograma de Lomb–Scargle generalizado con el procedimiento de filtrado HPF dependiente de la frecuencia.

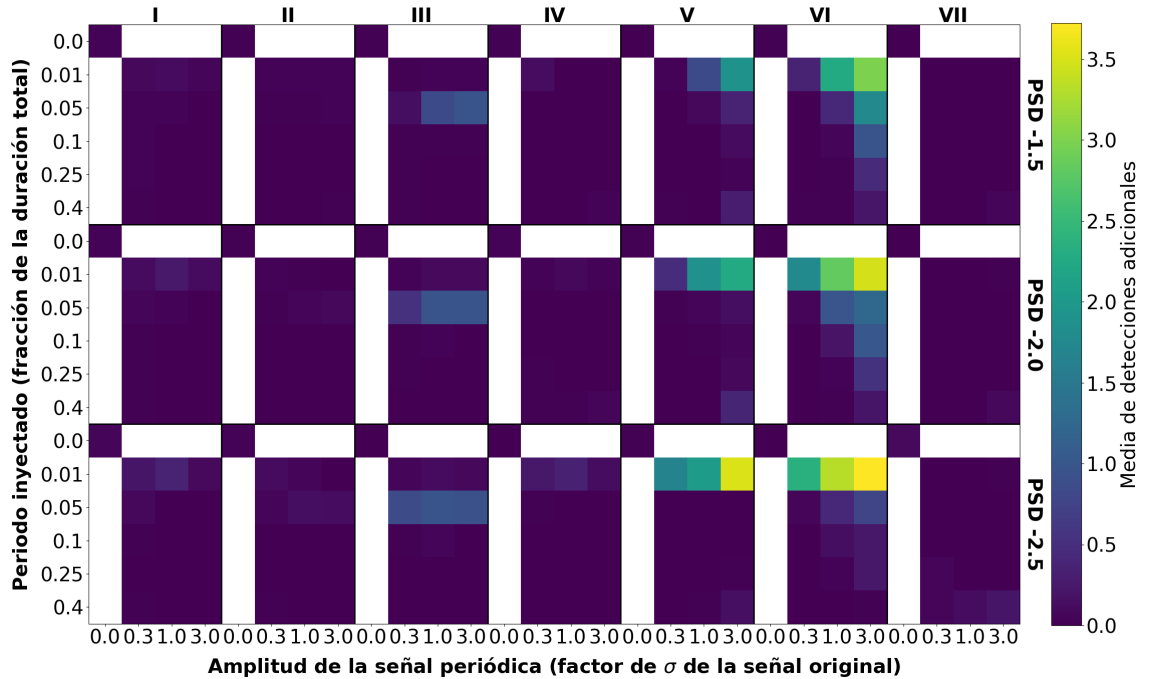


Figura 4.15: Número medio de detecciones adicionales obtenido al combinar Lomb–Scargle generalizado con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. La estructura de los paneles y de los ejes es equivalente a la de la Figura 4.14. La escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia adicionales que superan el umbral de detección por simulación, por lo que debe considerarse el rango numérico de la barra de color al comparar ambas figuras. Fuente: elaboración propia.

Tras aplicar el filtrado, cambia la distribución de las frecuencias que superan el umbral fuera del intervalo asociado a la periodicidad inyectada. Aunque en los mapas de color se aprecia una reorganización de las regiones con potencia significativa fuera de la frecuencia inyectada, este comportamiento no debe interpretarse de forma aislada a partir de un único panel. El recuento automático contabiliza frecuencias discretas de la malla del

periodograma y no periodicidades independientes.

Por tanto, las detecciones adicionales registradas con Lomb–Scargle generalizado no tienen una única interpretación. En algunos casos, pueden corresponder a respuestas secundarias relacionadas con la periodicidad inyectada, mientras que en otros pueden corresponder a máximos desplazados respecto a la frecuencia esperada, especialmente cuando el número de ciclos observados es reducido. La comparación entre la formulación original y la versión con HPF muestra que estas regiones se reducen tras aplicar el filtrado, lo que refuerza la relación entre la mejora en la estimación de la PSD y la robustez del periodograma. La interpretación cuantitativa de este comportamiento se realiza de forma conjunta en la comparación global, donde se distinguen las señales de control de las señales con periodicidad inyectada.

4.3.3. El periodograma de Deeming

En el caso del periodograma de Deeming, el análisis de las detecciones adicionales permite evaluar si una formulación basada en la transformada discreta de Fourier aplicada a tiempos no uniformes presenta un comportamiento diferenciado respecto a Lomb–Scargle y Lomb–Scargle generalizado.

Al igual que en los apartados anteriores, se consideran detecciones adicionales aquellas frecuencias evaluadas cuya potencia normalizada supera el umbral de significación establecido, pero que no se encuentran dentro del intervalo utilizado para identificar la periodicidad inyectada. Por tanto, estas detecciones no deben interpretarse automáticamente como periodicidades espurias en un sentido físico, sino como detecciones secundarias obtenidas mediante el criterio automático aplicado al periodograma.

La Figura 4.16 muestra el número medio de detecciones adicionales obtenido con Deeming aplicado directamente a las señales simuladas. Su comportamiento es similar al observado con el periodograma de Lomb–Scargle generalizado, aunque presenta variaciones asociadas al patrón de muestreo, la pendiente espectral y las características de la periodicidad inyectada.

La comparación cuantitativa global se presenta posteriormente en la Tabla 4.4, por lo que los mapas individuales se utilizan principalmente para identificar cómo se distribuyen estas detecciones en el espacio de parámetros.

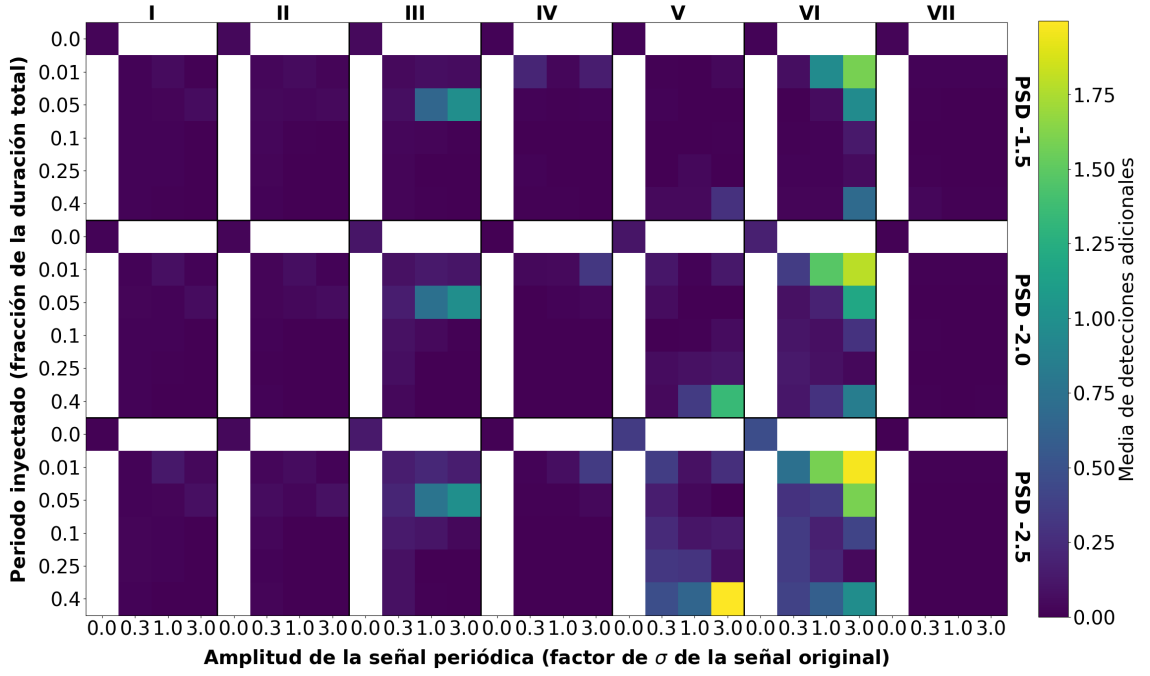


Figura 4.16: Número medio de detecciones adicionales obtenido con el periodograma de Deeming aplicado directamente a las señales simuladas. Las columnas I–VII corresponden a los patrones de muestreo considerados. El eje horizontal representa la amplitud de la componente periódica como múltiplo de la desviación estándar de la señal estocástica, mientras que el eje vertical indica el periodo inyectado como fracción de la duración total de la observación. La escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia adicionales que superan el umbral de detección por simulación. Fuente: elaboración propia.

La versión combinada con HPF presenta una redistribución apreciable de las frecuencias que superan el umbral, como se observa en la Figura 4.17. Este cambio no debe interpretarse de forma directa como un empeoramiento del método, debido a que el filtro modifica la distribución de potencia del periodograma al reducir la contribución de la variabilidad de baja frecuencia. En presencia de una periodicidad inyectada intensa, algunas de las detecciones adicionales pueden corresponder a estructuras secundarias asociadas a la señal periódica principal.

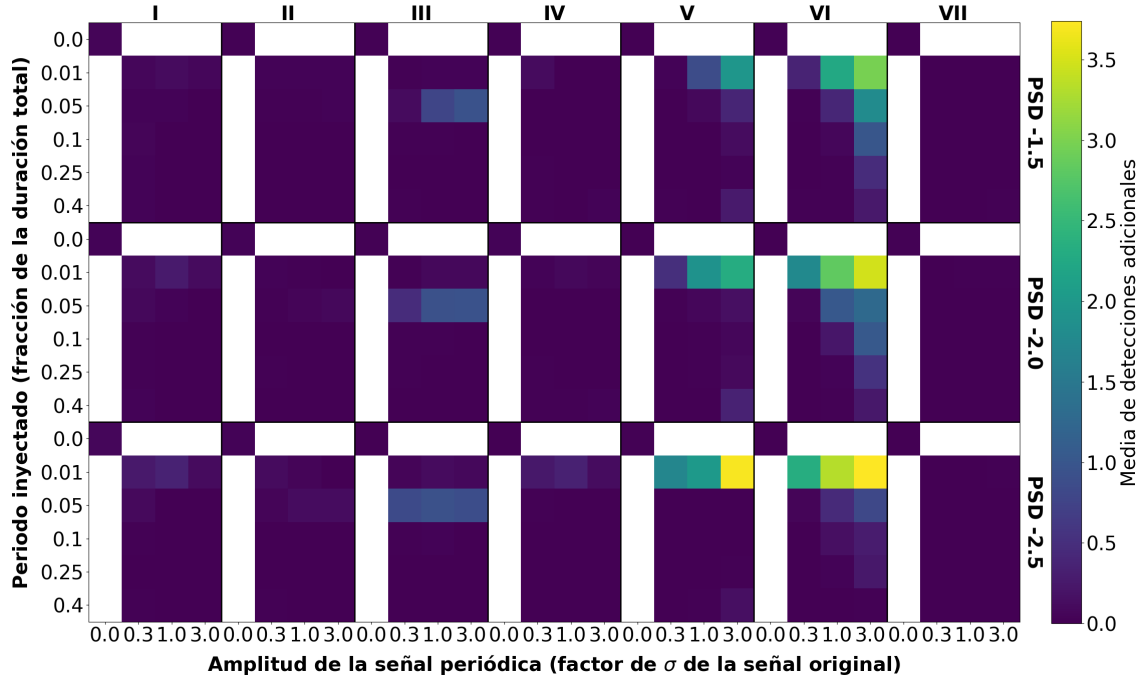


Figura 4.17: Número medio de detecciones adicionales obtenido al combinar el periodograma de Deeming con el procedimiento HPF dependiente de la frecuencia. Las columnas I–VII corresponden a los patrones de muestreo considerados. El eje horizontal representa la amplitud de la componente periódica como múltiplo de la desviación estándar de la señal estocástica, mientras que el eje vertical indica el periodo inyectado como fracción de la duración total de la observación. La escala de color representa el número medio de intervalos de frecuencia adicionales que superan el umbral de detección por simulación. Fuente: elaboración propia.

No obstante, al igual que en el periodograma de Lomb–Scargle y en el de Lomb–Scargle generalizado, conviene distinguir entre las detecciones adicionales asociadas a periodos cortos y las localizadas en periodos relativos más largos. En estos últimos casos, especialmente para $p = 0.25$ y $p = 0.40$, el reducido número de ciclos observados dificulta la recuperación de la periodicidad inyectada y puede favorecer la aparición de máximos significativos desplazados respecto a la frecuencia esperada.

La comparación entre ambos casos indica que el efecto del HPF sobre las detecciones adicionales depende del tipo de señal analizada y del periodo relativo considerado. En las simulaciones de control, donde no se ha inyectado una componente periódica, la reducción de detecciones adicionales puede interpretarse como una disminución de falsos positivos asociados al muestreo irregular. En las simulaciones con periodicidad inyectada, las detecciones adicionales situadas en periodos cortos pueden incluir respuestas secundarias de la periodicidad principal.

El efecto del HPF sobre estas regiones no es uniforme y debe interpretarse conjuntamente con la eficiencia de detección, los resultados de las señales de control y la estructura

de los picos del periodograma. Por tanto, el número de detecciones adicionales debe interpretarse conjuntamente con la tasa de recuperación de la periodicidad principal y con la recuperación de la pendiente de la PSD, y no como un indicador aislado de la calidad del método.

4.3.4. Comparación global de las detecciones adicionales

Una vez analizados los mapas de color de cada formulación, se lleva a cabo una comparación global del número medio de intervalos de frecuencia que superan el umbral de detección. Se distinguen las señales de control, en las que no se introduce ninguna componente periódica, y las señales con una periodicidad inyectada de frecuencia esperada f_0 .

El número medio de detecciones adicionales se calcula mediante la ecuación 4.8, definida anteriormente. Para esta comparación, se utiliza el método BottomUp como criterio común para determinar el punto de corte en las tres formulaciones del periodograma.

A diferencia de la comparación global de eficiencia, en este análisis se conservan todos los periodos relativos evaluados, incluido $p = 0.40$, debido a que el objetivo no es medir únicamente la recuperación fiable de la periodicidad principal, sino cuantificar la aparición de detecciones adicionales y falsos positivos en las señales de control en todo el espacio de parámetros.

La Tabla 4.4 resume el número medio de falsos positivos en las señales de control y de detecciones adicionales en las señales con periodicidad inyectada. Las columnas de control corresponden a señales sin periodicidad inyectada, mientras que las columnas con periodicidad corresponden a señales en las que se añadió una componente sinusoidal. En ambos casos, se distinguen los resultados obtenidos sin aplicar HPF y tras incorporar este procedimiento.

Los resultados muestran comportamientos distintos según exista o no una periodicidad inyectada. En las señales de control, el HPF reduce claramente el número medio de falsos positivos. Para Lomb–Scargle, el valor disminuye de 0.173 a 0.020 intervalos de frecuencia por simulación; para Lomb–Scargle generalizado, de 0.084 a 0.025; y para Deeming, de 0.081 a 0.022.

Periodograma	Control sin HPF	Control con HPF	Periodicidad sin HPF	Periodicidad con HPF
Lomb–Scargle	0.173	0.020	0.141	0.197
Lomb–Scargle generalizado	0.084	0.025	0.133	0.200
Deeming	0.081	0.022	0.132	0.200

Tabla 4.4: Número medio de intervalos de frecuencia que superan el umbral de detección por simulación, utilizando BottomUp. Las columnas de control corresponden a señales sin periodicidad inyectada; en ellas, todas las detecciones se clasifican como falsos positivos según el criterio automático. Las columnas con periodicidad corresponden a señales con una componente sinusoidal inyectada; en este caso, se contabilizan las detecciones adicionales después de excluir la asociada a la frecuencia esperada cuando esta se recupera. Los resultados de control se calculan sobre $7 \times 3 \times 300 = 6300$ simulaciones. Los resultados con periodicidad se calculan sobre $7 \times 3 \times 3 \times 5 \times 300 = 94\,500$ evaluaciones, conservando los cinco periodos relativos. Las detecciones adicionales no equivalen necesariamente a periodicidades falsas independientes. Fuente: elaboración propia.

Cuando existe una periodicidad inyectada, el número medio de intervalos de frecuencia adicionales aumenta de 0.141 a 0.197 para Lomb–Scargle, de 0.133 a 0.200 para Lomb–Scargle generalizado y de 0.132 a 0.200 para Deeming. Este incremento no implica necesariamente que el HPF produzca más periodicidades espurias.

La magnitud analizada contabiliza intervalos discretos de frecuencia, no máximos espectrales independientes ni periodicidades físicas independientes. Por tanto, varios intervalos de frecuencia próximos pueden formar parte de un mismo pico del periodograma. Además, las detecciones adicionales pueden deberse al ruido, a la función ventana del muestreo, al plegamiento espectral o a estructuras relacionadas con la periodicidad inyectada, como máximos locales próximos a múltiplos del periodo inyectado o respuestas secundarias.

En consecuencia, esta magnitud debe interpretarse conjuntamente con la eficiencia de detección y con los resultados obtenidos en las señales de control. El HPF reduce claramente los falsos positivos en ausencia de una periodicidad inyectada, mientras que el aumento observado en presencia de una señal periódica requiere considerar la estructura completa de los picos del periodograma.

4.4. Discusión conjunta de los resultados

Esta sección integra los resultados obtenidos con Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming para evaluar el efecto global del procedimiento HPF. En las tres

formulaciones analizadas, se observa que el comportamiento de cada periodograma no depende únicamente de su expresión matemática, sino también de la interacción entre la formulación espectral, el patrón temporal de muestreo y la distribución de la potencia de la señal simulada.

En la recuperación de la pendiente de la PSD, Lomb–Scargle es el periodograma que muestra una diferencia mayor entre la pendiente simulada y la pendiente recuperada, especialmente en varios muestreos no uniformes. Esto indica que la formulación clásica se ve más afectada por la función ventana del muestreo, es decir, por los huecos temporales y por la distribución irregular de las observaciones, que pueden desplazar parte de la potencia hacia frecuencias distintas de las componentes originales de la señal.

En cambio, los periodogramas Lomb–Scargle generalizado y Deeming muestran discrepancias iniciales menores. En el caso del GLS, este comportamiento puede relacionarse con el ajuste sinusoidal con media flotante y con el uso de sumas centradas, teniendo en cuenta que la implementación utilizada corresponde a la descrita en la metodología. En el caso de Deeming, el resultado es relevante porque procede de una formulación distinta, más próxima a una transformada de Fourier evaluada directamente sobre tiempos no uniformes.

La aplicación del HPF modifica este comportamiento. Al reducir la contribución de componentes de baja frecuencia antes de calcular la potencia asociada a cada escala temporal, el procedimiento disminuye parte de la distorsión introducida por el muestreo irregular. Por este motivo, el efecto del HPF es más visible en Lomb–Scargle, que parte de una situación inicial menos favorable. Sin embargo, también mejora los resultados de GLS y Deeming, lo que indica que el filtrado no actúa únicamente sobre una limitación particular de Lomb–Scargle, sino sobre un problema común asociado a la contaminación de baja frecuencia.

En la detección de las periodicidades se observa una correspondencia general con los resultados obtenidos en la estimación de la PSD. Una recuperación menos precisa de la pendiente espectral dificulta la normalización del periodograma y reduce el contraste de la componente periódica frente a la variabilidad estocástica de fondo. Por este motivo, los muestreos que presentan mayores dificultades en la recuperación de la pendiente de la PSD también tienden a mostrar una detección menos eficiente de la periodicidad inyectada.

El análisis de las detecciones adicionales introduce un matiz importante. En las señales de control, la reducción de falsos positivos tras aplicar HPF respalda la mejora del mé-

todo. En cambio, cuando existe una periodicidad inyectada, el aumento de intervalos de frecuencia significativos no debe interpretarse automáticamente como un empeoramiento. Parte de estos intervalos puede corresponder a puntos próximos dentro de un mismo pico del periodograma o a respuestas secundarias relacionadas con la periodicidad principal, como se ilustra en la simulación individual mostrada en la Figura 4.13.

Por tanto, la valoración de cada periodograma debe considerar conjuntamente tres aspectos: la discrepancia en la recuperación de la pendiente de la PSD, la eficiencia en la detección de la periodicidad inyectada y el número de detecciones adicionales. Lomb–Scargle es el periodograma que más se beneficia del HPF, debido a que presenta el mayor margen de mejora. Lomb–Scargle generalizado presenta un comportamiento inicial más favorable, coherente con las diferencias de su formulación respecto al Lomb–Scargle clásico, entre ellas el ajuste con media flotante y el uso de sumas centradas. El periodograma de Deeming, a pesar de partir de una formulación diferente, muestra un rendimiento comparable al de GLS y también mejora al aplicar HPF.

En conjunto, estos resultados indican que el HPF actúa como una mejora transversal del análisis espectral bajo muestreo irregular, aunque su efecto depende del periodograma inicial y del patrón temporal considerado.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se han comparado tres formulaciones del periodograma: Lomb–Scargle, Lomb–Scargle generalizado y Deeming. Estas formulaciones se han aplicado a curvas de luz simuladas utilizando seis patrones de muestreo no uniforme y un patrón regular artificial como referencia.

La comparación se ha centrado en tres aspectos: la recuperación de la pendiente de la densidad espectral de potencia, la detección de periodicidades sinusoidales superpuestas a una componente de variabilidad estocástica y el análisis de las detecciones adicionales y de los falsos positivos obtenidos en las señales de control.

Los resultados muestran que el muestreo irregular afecta de forma apreciable a la estimación espectral. Sin aplicar el procedimiento HPF, los periodogramas Lomb–Scargle generalizado y Deeming presentan, en términos generales, discrepancias menores en la recuperación de la pendiente de la densidad espectral de potencia (PSD) en comparación con el periodograma Lomb–Scargle. Por tanto, la formulación empleada influye en el comportamiento del análisis cuando las observaciones no se distribuyen de manera uniforme en el tiempo.

La aplicación del procedimiento HPF dependiente de la frecuencia reduce la discrepancia en la recuperación de la pendiente de la PSD en los tres periodogramas analizados. Este resultado es coherente con la atenuación de la variabilidad asociada a escalas temporales más largas que el periodo correspondiente a cada frecuencia evaluada, cuya contribución puede contaminar la estimación espectral bajo muestreo irregular.

El procedimiento HPF también mejora la eficiencia en la detección de la periodicidad inyectada en los tres periodogramas. El incremento es especialmente acusado en Lomb–Scargle, que presenta una eficiencia inicial inferior y, por tanto, un mayor margen de mejora. Lomb–Scargle generalizado y Deeming muestran eficiencias iniciales más elevadas, aunque también se benefician de la aplicación del filtrado.

Tras incorporar el HPF, los valores obtenidos con los tres periodogramas tienden a aproximarse tanto en la discrepancia de la pendiente de la PSD como en la eficiencia de detección, especialmente en varios de los patrones de muestreo no uniformes. Esto indica que el procedimiento constituye una estrategia complementaria a la elección del periodograma, debido a que mejora la recuperación de la pendiente espectral y la detección de periodicidades en formulaciones basadas en tratamientos algebraicos diferentes.

En las señales de control, el HPF reduce el número medio de detecciones que superan el umbral establecido, y que, al no existir una periodicidad inyectada, se clasifican como falsos positivos según el criterio automático. En cambio, en las señales con periodicidad inyectada, las detecciones registradas fuera de la frecuencia esperada deben interpretarse con cautela. La magnitud analizada contabiliza frecuencias discretas de la malla del periodograma y no necesariamente máximos espectrales o periodicidades independientes. Estas detecciones pueden estar relacionadas con el ruido, la función ventana, el plegamiento espectral o respuestas secundarias asociadas a la periodicidad introducida.

En conclusión, el procedimiento HPF mejora el comportamiento del análisis espectral en las condiciones de muestreo evaluadas, especialmente en los patrones no uniformes. El periodograma de Lomb–Scargle generalizado y el periodograma de Deeming constituyen alternativas metodológicas útiles frente a la formulación clásica de Lomb–Scargle, mientras que la incorporación del HPF reduce parte de las diferencias iniciales entre los tres periodogramas y mejora globalmente la recuperación de la pendiente de la PSD y la detección de las periodicidades inyectadas.

6. Limitaciones y líneas futuras

Aunque seis de los siete patrones de muestreo utilizados se construyeron a partir de los instantes de observación de curvas de luz radioastronómicas reales, los valores de la señal, el ruido y las periodicidades analizados fueron simulados. Por tanto, el estudio no evalúa todavía el comportamiento del procedimiento sobre curvas de luz completamente observacionales, en las que pueden intervenir variabilidades no controladas, incertidumbres de medida heterogéneas y efectos instrumentales adicionales. La aplicación del HPF a este tipo de datos constituye una línea futura necesaria para comprobar si las mejoras observadas en las simulaciones se mantienen en condiciones observacionales reales.

Otra limitación del diseño es el empleo de un único nivel de ruido, fijado en el 3 % de la desviación estándar de la señal simulada. Esta elección permite mantener una comparación homogénea entre periodogramas, pero no permite determinar cómo varía el rendimiento del HPF al modificarse la relación entre la señal y el ruido. Por ello, una ampliación futura consistiría en repetir las simulaciones con diferentes niveles de ruido y evaluar en qué condiciones se conserva la mejora en la recuperación de la pendiente espectral y en la detección de periodicidades de baja amplitud.

También sería conveniente profundizar en el análisis de las detecciones registradas en frecuencias distintas de la frecuencia inyectada. En el presente trabajo se contabilizan las frecuencias discretas cuya potencia normalizada supera el umbral de detección z_0 , definido en la metodología. Sin embargo, varios puntos adyacentes de la malla de frecuencias pueden pertenecer a un mismo máximo del periodograma. Una mejora futura consistiría en agrupar las frecuencias próximas que formen parte de una misma estructura espectral, con el fin de distinguir entre máximos independientes, puntos adyacentes de un mismo pico, armónicos y respuestas secundarias asociadas a la periodicidad inyectada.

El análisis se ha limitado a tres formulaciones del periodograma: Lomb–Scargle, la implementación de Lomb–Scargle generalizado descrita en la metodología y Deeming. Aunque esta selección permite comparar enfoques algebraicos diferentes bajo las mismas condiciones, no abarca todas las técnicas disponibles para el estudio de series temporales irregulares. En trabajos posteriores podrían incorporarse procesos gaussianos, modelos CARMA o enfoques bayesianos. Esta ampliación permitiría evaluar si la mejora observada mediante el HPF se mantiene en marcos metodológicos distintos de los periodogramas analizados.

Finalmente, podría investigarse la viabilidad del procedimiento HPF en otros ámbitos

caracterizados por series temporales con componentes de baja frecuencia, muestreo irregular o intervalos sin observaciones. Entre las posibles áreas de estudio se encuentran las señales biomédicas, las series temporales obtenidas mediante sistemas globales de navegación por satélite (GNSS) y determinadas observaciones de geodesia espacial.

Estas posibles aplicaciones no forman parte del análisis cuantitativo desarrollado en el presente trabajo y se plantean exclusivamente como líneas futuras de investigación. Su estudio permitiría determinar si el procedimiento HPF resulta aplicable en estos contextos y bajo qué condiciones. Para ello, sería necesario utilizar datos representativos, definir criterios de validación específicos y adaptar la interpretación de los resultados a las características de cada disciplina.

Declaración de uso de herramientas de inteligencia artificial

Durante la elaboración de este trabajo, se utilizó ChatGPT, herramienta de inteligencia artificial generativa de OpenAI (OpenAI, 2026), como apoyo auxiliar en tareas de tratamiento, organización y revisión de la información derivada de los resultados obtenidos. Su uso se limitó a facilitar el manejo de tablas, la reducción y estructuración de datos numéricos, la verificación de la coherencia interna de algunos cálculos y la revisión formal de fragmentos de redacción académica.

Las simulaciones, la ejecución de los scripts, la obtención de los archivos de resultados, la selección de la metodología, la interpretación final de los datos y la elaboración definitiva del trabajo fueron realizadas y asumidas por el autor. La herramienta de inteligencia artificial no se utilizó como fuente científica primaria, no sustituyó el criterio académico del autor y no participó en la generación autónoma de los resultados presentados.

Referencias

- Aigrain, S., Parviainen, H., & Pope, B. J. S. (2016). K2SC: Flexible systematics correction and detrending of K2 light curves using Gaussian process regression. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 459(3), 2408-2419. <https://doi.org/10.1093/mnras/stw706>
- Albentosa-Ruiz, E. (2024). HPF_Periodogram (Version 1.0.0) [Computer software]. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13917829>
- Albentosa-Ruiz, E., & Marchili, N. (2024). High-pass filter periodogram: An improved power spectral density estimator for unevenly sampled data. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 136(1045), 114502. <https://doi.org/10.1088/1538-3873/ad8781>
- Auger, I. E., & Lawrence, C. E. (1989). Algorithms for the optimal identification of segment neighborhoods. *Bulletin of Mathematical Biology*, 51(1), 39-54. <https://doi.org/10.1007/BF02458835>
- Bach, U., Raiteri, C. M., Villata, M., Fuhrmann, L., Buemi, C. S., Larionov, V. M., Leto, P., Arkharov, A. A., Coloma, J. M., Di Paola, A., Dolci, M., Efimova, N., Forné, E., Ibrahimov, M. A., Hagen-Thorn, V., Konstantinova, T., Kopatskaya, E., Lanteri, L., Kurtanidze, O. M., ... Umana, G. (2007). Multi-frequency monitoring of γ -ray loud blazars. I. Light curves and spectral energy distributions. *Astronomy & Astrophysics*, 464(1), 175-186. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20066561>
- Bai, J. (1997). Estimating multiple breaks one at a time. *Econometric Theory*, 13(3), 315-352. <https://doi.org/10.1017/S0266466600005831>
- Baluev, R. V. (2008). Assessing the statistical significance of periodogram peaks. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 385(3), 1279-1285. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.12689.x>
- Chaplin, W. J., & Miglio, A. (2013). Asteroseismology of solar-type and red-giant stars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 51, 353-392. <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-082812-140938>
- Deeming, T. J. (1975). Fourier analysis with unequally-spaced data. *Astrophysics and Space Science*, 36(1), 137-158. <https://doi.org/10.1007/BF00681947>
- Emmanoulopoulos, D., McHardy, I. M., & Uttley, P. (2010). On the use of structure functions to study blazar variability: Caveats and problems. *Monthly Notices of*

- the Royal Astronomical Society*, 404(2), 931-946. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16328.x>
- Foreman-Mackey, D., Agol, E., Ambikasaran, S., & Angus, R. (2017). Fast and scalable Gaussian process modeling with applications to astronomical time series. *The Astronomical Journal*, 154(6), 220. <https://doi.org/10.3847/1538-3881/aa9332>
- Fuhrmann, L., Angelakis, E., Zensus, J. A., Nestoras, I., Marchili, N., Pavlidou, V., Karamanavis, V., Ungerechts, H., Krichbaum, T. P., Larsson, S., Lee, S.-S., Max-Moerbeck, W., Myserlis, I., Pearson, T. J., Readhead, A. C. S., Richards, J. L., Sievers, A., Tornikoski, M., & Kiehlmann, S. (2016). The F-GAMMA programme: Multi-frequency study of active galactic nuclei in the Fermi era. Programme description and the first 2.5 years of monitoring. *Astronomy & Astrophysics*, 596, A45. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201528034>
- Harchaoui, Z., & Cappé, O. (2007). Retrospective multiple change-point estimation with kernels. *2007 IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing*, 768-772. <https://doi.org/10.1109/SSP.2007.4301363>
- Kelly, B. C., Becker, A. C., Sobolewska, M., Siemiginowska, A., & Uttley, P. (2014). Flexible and scalable methods for quantifying stochastic variability in the era of massive time-domain astronomical data sets. *The Astrophysical Journal*, 788(1), 33. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/788/1/33>
- Lazio, T. J. W., Waltman, E. B., Ghigo, F. D., Fiedler, R. L., Foster, R. S., & Johnston, K. J. (2001). A dual-frequency, multiyear monitoring program of compact radio sources. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 136(1), 265-392. <https://doi.org/10.1086/322531>
- Liu, X., Song, H.-G., Marchili, N., Liu, B.-R., Liu, J., Krichbaum, T. P., Fuhrmann, L., & Zensus, J. A. (2012). Intra-day variability observations of S5 0716+714 over 4.5 years at 4.8 GHz. *Astronomy & Astrophysics*, 543, A78. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201219367>
- Lomb, N. R. (1976). Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophysics and Space Science*, 39(2), 447-462. <https://doi.org/10.1007/BF00648343>
- Mushotzky, R. F., Edelson, R., Baumgartner, W. H., & Gandhi, P. (2011). Kepler observations of rapid optical variability in active galactic nuclei. *The Astrophysical Journal Letters*, 743(1), L12. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/743/1/L12>

- OpenAI. (2026). ChatGPT [Large language model]. Consultado el 15 de junio de 2026, desde <https://chatgpt.com/>
- Scargle, J. D. (1982). Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *The Astrophysical Journal*, *263*, 835-853. <https://doi.org/10.1086/160554>
- Simonetti, J. H., Cordes, J. M., & Heeschen, D. S. (1985). Flicker of extragalactic radio sources at two frequencies. *The Astrophysical Journal*, *296*, 46-59. <https://doi.org/10.1086/163418>
- Timmer, J., & König, M. (1995). On generating power law noise. *Astronomy and Astrophysics*, *300*, 707-710. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1995A%26A...300..707T>
- Truong, C., Oudre, L., & Vayatis, N. (2020). Selective review of offline change point detection methods. *Signal Processing*, *167*, 107299. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.107299>
- VanderPlas, J. T. (2018). Understanding the Lomb-Scargle periodogram. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, *236*(1), 16. <https://doi.org/10.3847/1538-4365/aab766>
- Vaughan, S., Edelson, R., Warwick, R. S., & Uttley, P. (2003). On characterizing the variability properties of X-ray light curves from active galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *345*(4), 1271-1284. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2966.2003.07042.x>
- Whitley, E., & Ball, J. (2002). Statistics review 1: Presenting and summarising data. *Critical Care*, *6*(1), 66-71. <https://doi.org/10.1186/cc1455>
- Wielgus, M., Marchili, N., Martí-Vidal, I., Keating, G. K., Ramakrishnan, V., Tiede, P., Fomalont, E., Issaoun, S., Neilsen, J., Nowak, M. A., Blackburn, L., Gammie, C. F., Goddi, C., Haggard, D., Lee, S.-S., Mościbrodzka, M., Tetarenko, A. J., Bower, G. C., Chan, C.-k., ... Gold, R. (2022). Millimeter light curves of Sagittarius A* observed during the 2017 Event Horizon Telescope campaign. *The Astrophysical Journal Letters*, *930*(2), L19. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6428>
- Wiener, N. (1930). Generalized harmonic analysis. *Acta Mathematica*, *55*, 117-258. <https://doi.org/10.1007/BF02546511>
- Zechmeister, M., & Kürster, M. (2009). The generalised Lomb-Scargle periodogram: A new formalism for the floating-mean and Keplerian periodograms. *Astronomy & Astrophysics*, *496*(2), 577-584. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:200811296>