



**Universidad Internacional de La Rioja**  
**Facultad de Educación**

**Trabajo fin de máster**

Implantación y aprovechamiento de las pizarras digitales interactivas en la asignatura de Matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en los centros educativos de Xàtiva (Valencia)

**Presentado por:** Roberto Mira Esteban  
**Línea de investigación:** Medios audiovisuales y nuevas tecnologías aplicadas a la educación.  
Recursos didácticos digitales.  
**Directora:** Ana Isabel Leal García

**Ciudad:** Xàtiva  
**Fecha:** 23 de julio de 2013

# Resumen

La irrupción de las Pizarras Digitales Interactivas (PDI) en las aulas es ya una realidad en el sistema educativo español y son múltiples los estudios que indican que el rendimiento que se obtiene de este recurso es muy bajo en comparación con su inmenso potencial. El presente trabajo pretende dar a conocer el grado de implantación y aprovechamiento que las PDI tienen en la actualidad en la asignatura de Matemáticas en los cuatro centros educativos de Secundaria y Bachillerato de la localidad de Xàtiva (Valencia). El importante desembolso que se está realizando para dotar a las aulas de pizarras digitales debe ser correspondido con un aprovechamiento óptimo del recurso, máxime en la actual coyuntura socioeconómica. A partir de un marco teórico que pone de manifiesto la importancia de las TIC en la educación se ha llevado a cabo un trabajo de campo mediante cuestionarios realizados a docentes de Matemáticas de los centros educativos objeto de estudio para conocer el grado de implantación del recurso en cada uno de ellos, el grado de conocimiento de los docentes del mismo y el nivel de uso real. Los resultados obtenidos han servido para realizar una propuesta práctica encaminada a proporcionar una serie de recursos básicos que permitan sacar partido a las PDI en la asignatura de Matemáticas.

**Palabras clave:** Pizarras Digitales Interactivas, implantación, Matemáticas, recursos didácticos, TIC.

# Abstract

The burst in of interactive digital whiteboards in the classroom is today a fact in the Spanish educational system. However, numerous studies show that the outcome obtained from this device is too low compared to its enormous potential. This research intends to bring out the relation between the implementation of the interactive whiteboard and making the most of it in the Math class having observed four Secondary and Bachillerato Education centers in the county of Xàtiva (Valencia). The substantial expense required to provide classrooms with interactive whiteboards must imply a peak performance of such device, especially given the present socio-economical situation. Having as a starting point the theoretical framework which emphasizes the relevance of ICT (Information and Communication Technology) in education, a field work was carried out through questionnaires to Math teachers in the four schools object of study. The aim was to find out the level of implementation of interactive whiteboards, knowledge of teachers on how to operate them, and the actual use such device is given in each of the schools. The results obtained pointed at a useful proposal designed to provide a set of basic resources that would lead to a full exploitation of interactive whiteboards in the Math class.

**Keywords:** interactive whiteboards, implementation, Math, teaching resources, ICT.

# Índice

1.- Introducción.....	3
1.1.- Justificación del trabajo y su título.....	3
1.2.- Planteamiento del problema.....	3
1.3.- Objetivos.....	4
1.4.- Breve fundamentación de la metodología.....	5
1.5.- Breve justificación de la bibliografía utilizada.....	5
2.- Desarrollo.....	7
2.1.- Marco Teórico.....	7
2.1.1.- La educación y las nuevas tecnologías.....	7
2.1.2.- La Pizarra Digital Interactiva.....	12
2.1.3.- Matemáticas y pizarra digital.....	14
2.2.- Materiales y métodos.....	16
2.3.- Resultados y análisis.....	18
2.3.1.- Dotación de los centros. Estado actual.....	19
2.3.2.- Aprovechamiento de la PDI en el aula de Matemáticas.....	21
3.- Propuesta práctica.....	26
3.1.- Polinomios.....	26
3.2.- Sistemas de Ecuaciones con el programa Descartes.....	29
3.3.- Fracciones.....	33
4.- Conclusiones.....	36
5.- Líneas de investigación futuras.....	38
6.- Referencias bibliográficas.....	39
Anexo I: Cuestionario sobre el estado de implantación de las PDI	
Anexo II: Cuestionario sobre el uso de las PDI en el aula de Matemáticas	
Anexo III: Programa Descartes: Cuaderno de trabajo de la Unidad Didáctica Sistemas de Ecuaciones de 3º de ESO	
Anexo IV: Manuales de la aplicación “Fracciones” de José A. Cuadrado	

# 1.- Introducción

## 1.1.- Justificación del trabajo y su título

A nadie escapa que la sociedad actual no puede entenderse sin las nuevas tecnologías, y que la educación como motor fundamental del desarrollo de una sociedad no puede verse ajena a este fenómeno resulta por tanto evidente.

Uno de los recursos que ha irrumpido de forma fulgurante en las aulas de los centros educativos españoles es la Pizarra Digital Interactiva (PDI). Sobre este novedoso recurso se han realizado y se están realizando de forma continua numerosos estudios acerca de su implantación, posibilidades, rendimiento, conocimiento y uso del mismo por parte de los docentes y de cualquier aspecto que envuelve a su utilización, aunque como Gandol, Carrillo y Prats (2012) ponen de manifiesto, el proceso no ha hecho sino comenzar: “a pesar de los años de implementación y de lo mucho que se ha escrito sobre el potencial de las PDI, la investigación sobre el impacto de la PDI en el aprendizaje todavía es escasa” (p. 172).

Las propias administraciones han impulsado la implantación del mismo con el programa Escuela 2.0 o con sus propios programas específicos. La actual coyuntura socioeconómica acentúa la necesidad de realizar inversiones eficientes y la implantación de las PDI supone un importante desembolso que debe ser correspondido con unos rendimientos aceptables, máxime cuando las partidas asignadas a la educación se han convertido en un bien de notable valor.

Por todo lo anteriormente expuesto el presente trabajo pretende conocer el estado real de implantación de las PDI en las aulas de Secundaria y Bachillerato de la localidad de Xàtiva (Valencia), analizar el grado de conocimiento y aprovechamiento del recurso por parte de los docentes de Matemáticas y realizar una propuesta práctica que pueda servir como punto de partida para mejorar el rendimiento que se está obteniendo en la actualidad.

## 1.2.- Planteamiento del problema

Durante la realización del período de prácticas del Máster Universitario en Formación del Profesorado de la UNIR se ha observado cómo las Pizarras Digitales Interactivas forman parte ya del día a día de los alumnos en la mayor parte de las aulas del centro donde tuvieron lugar dichas prácticas. Sin embargo, la impresión general ha sido que el recurso está significativamente infrautilizado.

Diversos autores ponen de manifiesto que “la experiencia TIC no debe entenderse como un reto tecnológico sino educativo” (España, Luque, Pacheco y Bracho, 2008, p. 15). La mera dotación de elementos tecnológicos a las aulas sin el conocimiento y aprovechamiento completo de los recursos y su introducción dentro de la planificación docente no conlleva una evolución en los procesos educativos. Los mismos autores matizan cuáles deben ser los objetivos fundamentales a la hora de introducir elementos tecnológicos en las aulas: “Creemos que los dos objetivos fundamentales de la experiencia TIC deben ser: el aprovechamiento didáctico de los recursos TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje y el desarrollo integral del proyecto educativo de centro a través de la experiencia TIC” (p. 16).

A pesar de que un estudio riguroso de la inclusión de las PDI en los procesos educativos debería englobar, como se ha mencionado, a todo el proyecto educativo de un centro, el presente trabajo se centra en los aspectos concretos del recurso en las clases de Matemáticas de los centros de Secundaria y Bachillerato de la localidad de Xàtiva (Valencia).

### 1.3.- Objetivos

Las reflexiones anteriormente expuestas llevan a definir como objetivo general del presente trabajo el conocer el grado de implantación y de uso de las Pizarras Digitales Interactivas en los cuatro centros educativos de Secundaria y Bachillerato de la localidad de Xàtiva, en la provincia de Valencia.

Dentro de ese objetivo general, los objetivos específicos planteados en la presente investigación son los siguientes:

- Conocer la dotación actual de PDI en las aulas de los centros de Xàtiva.
- Evaluar los conocimientos del recurso por parte de los profesores de Matemáticas de ESO.
- Conocer los niveles de aprovechamiento del recurso en la asignatura de Matemáticas de ESO.
- Comparar los resultados obtenidos en los diferentes centros.
- Proporcionar una serie de recursos básicos para aumentar el aprovechamiento de las PDI en la asignatura de Matemáticas.

La consecución de estos objetivos permitirá un acercamiento a la situación real de las PDI en los centros educativos de Xàtiva y a partir de ella realizar una propuesta práctica con una serie de recursos básicos para optimizar las PDI en la asignatura de Matemáticas.

## 1.4.- Breve fundamentación de la metodología

Para acometer una investigación como la que se plantea es necesario definir de una forma más concreta el escenario en el que se centra la misma, es decir la aplicación en las aulas de las Tecnologías de la Información y Comunicación en general y de las PDI en particular. Para ello se ha consultado en primera instancia la normativa vigente en la Comunidad Valenciana, dimensión administrativa en la que tiene lugar la presente investigación. Una vez definido el marco coyuntural, se han consultado diversas fuentes, fundamentalmente estudios y artículos de autores con reconocida autoridad en este campo (Marquès, Dulac), que nos permiten delimitar el marco teórico con una visión general del enorme potencial que las PDI poseen, con especial interés en el campo de las Matemáticas.

El estudio concreto de la situación del recurso en los centros objeto de la investigación se ha llevado a cabo mediante dos cuestionarios. El primero tiene como misión conocer el grado de implantación del recurso y ha sido completado por la persona competente en el tema de cada uno de los centros educativos, aportando información cuantitativa. El segundo de los cuestionarios está dirigido a conocer el grado de conocimiento y aprovechamiento del recurso y se ha pasado a los profesores de Matemáticas de los cuatro centros. Este segundo cuestionario, más extenso que el anterior, ha mostrado la visión de los docentes de Matemáticas de Xàtiva respecto al recurso, su conocimiento y grado de utilización, incluyendo preguntas que ofrecen una visión más cualitativa, abordando causas y motivaciones en relación al mismo.

Los datos recogidos por los cuestionarios ofrecen un acercamiento a la situación real de las PDI que ha permitido fundamentar una propuesta práctica para poder optimizar este recurso en la asignatura de Matemáticas.

## 1.5.- Breve justificación de la bibliografía utilizada

La mayor parte de la bibliografía utilizada procede de la biblioteca de la UNIR, a partir de las referencias seleccionadas de los documentos obtenidos en una primera búsqueda, fundamentalmente de revistas especializadas con acceso digital. También se han utilizado diferentes buscadores cuando se ha considerado que los documentos contaban con la suficiente relevancia, autoridad y actualidad tan necesarias en el campo de las nuevas tecnologías.

Para la delimitación del marco administrativo vigente en la Comunidad Valenciana se ha utilizado la web oficial de la *Conselleria d'Educació*.

Con el fin de delimitar el marco teórico se han consultado estudios y documentos centrados en el campo de las nuevas tecnologías que han permitido contextualizar la situación desde los aspectos más generales de la aplicación de las TIC en la educación hasta los más concretos de la investigación referentes a las posibilidades de aprovechamiento de las PDI en las aulas, especialmente en la asignatura de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato.

## 2.- Desarrollo

### 2.1.- Marco teórico

#### 2.1.1.- La educación y las nuevas tecnologías

La presencia de las nuevas tecnologías en todo lo que nos rodea resulta tan evidente que en algunos casos condiciona totalmente la forma de comportarse de los individuos dentro de la sociedad. El desempeño profesional, el ocio e incluso el día a día en la emergente sociedad del conocimiento están prácticamente dirigidos por la evolución de las tecnologías, especialmente de las relacionadas con la telefonía móvil y los accesos a Internet.

La educación no es ajena a este fenómeno y la inclusión de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en las aulas es ya un hecho constatable. Sin embargo son muchos los autores que piensan que el proceso de cambio no ha hecho más que iniciarse, España et al. (2008) afirman que “si bien la revolución digital es un hecho ineludible desde una amplia perspectiva social, aún no estamos en condiciones de afirmar que las correspondientes transformaciones profundas hayan llegado al ámbito educativo, históricamente más resistente a los cambios” (p. 9).

De la abundante producción bibliográfica que se está generando al respecto de la introducción de las nuevas tecnologías en el ámbito educativo, se han considerado tres aspectos fundamentales para contextualizar el escenario del presente trabajo: el reto de la integración de las TIC, la formación del profesorado y las políticas institucionales.

El primero de ellos es el referido al reto que supone la integración de las TIC en las aulas. En este sentido Ruiz y Sánchez (2012) afirman que “en la sociedad de la información en la que estamos inmersos, la presencia de estas herramientas hace que sea necesario replantear muchos de los modelos que permanecen estáticos en las escuelas” (p. 608). Dicho replanteamiento se concreta en la revisión real del proceso de enseñanza-aprendizaje para evitar que, tal y como afirma Suárez (2009), citado en Díez (2012):

Las TIC puedan ser utilizadas simplemente como un espacio de almacenamiento y difusión (...) lo cual evidencia la aplicación de un modelo pedagógico que no añade nada significativo a los sistemas tecnológicos, ya que los usos educativos virtuales se siguen pensando con parámetros tradicionales (p. 177).

Parece adecuado pensar que la dotación tecnológica no es el objetivo ni el fin de la innovación educativa mediante las TIC, sino que es un instrumento imprescindible para poder llevarla a cabo, y que además debe ir acompañado de una profunda reflexión respecto de su aplicación en los procesos de enseñanza-aprendizaje. No basta con conseguir que los alumnos dominen los dispositivos, hay que conseguir transformar la metodología para que todo el potencial de las nuevas herramientas pueda ser aprovechado por el profesor y por los alumnos.

El segundo de los aspectos que destaca por su relevancia en la mayoría de la documentación consultada es el referido a la formación del profesorado. Tras las reflexiones anteriores respecto a la necesidad de una transformación profunda, a partir de los planteamientos de los procesos de enseñanza-aprendizaje, la reflexión y formación de los docentes ante este nuevo reto se antoja como requisito fundamental para la integración real de las TIC en las aulas. Díez (2012) se refiere específicamente a la formación inicial de los docentes como “ocasión privilegiada para abrir estos espacios hacia la innovación docente y acercar a los futuros maestros y maestras al uso de las TIC con nuevos planteamientos pedagógicos” (p.177). La importancia de la formación continua del profesorado es esencial para la práctica de la docencia y si en dicha práctica se pretende integrar algo en constante y vertiginosa evolución como son las nuevas tecnologías, una renovación incesante y un espíritu crítico se tornan fundamentales. De esta manera, “los conocimientos, percepciones y actitudes que tengan los profesores con respecto a los medios se convertirán en factores determinantes a la hora de integrarlos en los procesos formativos” (Álvarez et al., 2011, p. 11).

Los dos aspectos mencionados, el reto que supone la integración de las TIC en los procesos educativos y la formación del profesorado, están inevitablemente relacionados y podría decirse que son complementarios. La formación de los docentes debe estar encarada a una transformación real de los planteamientos y de la metodología puesto que, como ya se ha comentado, los procesos de cambio en educación suelen ser lentos y costosos. Como afirma Díez (2012) “cambiar las prácticas y las concepciones pedagógicas de los docentes y del propio alumnado respecto al uso de las TIC en educación es un proceso lento, que exige tiempo, formación y voluntad decidida” (p. 193).

El último de los aspectos claves en el proceso de integración de las nuevas tecnologías en las aulas es el que se refiere a las políticas institucionales. En este sentido conviene recordar la forma en que las tecnologías de la información y comunicación están presentes en los Reales Decretos que regulan la Educación

Secundaria y el Bachillerato, y la referencia a los mismos que se hace en la legislación propia de la Comunidad Valenciana.

El Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a Educación Secundaria Obligatoria, indica los objetivos que se fijan para la etapa, entre los que se encuentra el de:

“Desarrollar las destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación” (art. 3).

Además, en el anexo I del citado Real Decreto se incorporan las competencias básicas al curriculum de esta etapa como aprendizajes imprescindibles y fundamentales que debe adquirir el alumno. La cuarta de estas competencias básicas es la referida al “Tratamiento de la información y competencia digital” y hace referencia a las capacidades que debe desarrollar el alumno respecto a la obtención, procesamiento y comunicación de la información, y su transformación en conocimiento, “incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y comunicación como elemento esencial para informarse, aprender y comunicarse” (anexo 1, punto 4).

Asimismo, las tecnologías de la información y la comunicación aparecen entre los contenidos de la mayoría de asignaturas de manera general como fuente de recursos o como herramienta para presentar las propias producciones, y de forma más detallada en los contenidos de la asignatura de Informática.

Por lo que respecta al Bachillerato, su estructura y contenidos mínimos se definen en el Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre. Entre sus objetivos se encuentra: “Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y de la comunicación” (art. 3) y establece la Tecnología de la Información y la Comunicación como una asignatura que deberá estar en la oferta de las asignaturas optativas (art. 8). También se hace mención expresa a que las autoridades educativas promuevan “las medidas necesarias para que en las distintas materias se desarrollen actividades que estimulen (...) el uso de las tecnologías de la información y la comunicación” (art. 9).

Al igual que en la etapa de Educación Secundaria, en el curriculum de Bachillerato las tecnologías de la información y la comunicación vuelven a aparecer entre los

contenidos de la mayoría de asignaturas fundamentalmente como fuente de recursos o como herramienta para presentar las propias producciones.

Por lo que respecta a la normativa específica de la Comunidad Valenciana, los decretos que establecen el curriculum de Secundaria (Decreto 112/2007, de 20 de julio) y de Bachillerato (Decreto 102/2008, de 11 de julio) en la Comunidad Valenciana no aportan novedades significativas en el tratamiento de las tecnologías de la información y la comunicación con respecto a los Reales Decretos estatales. Los objetivos son los mismos literalmente y el tratamiento de las tecnologías de la información y la comunicación en las diferentes asignaturas se centra, de la misma manera, en su utilización como fuentes o como herramientas para presentar las propias producciones. Como concreción curricular es reseñable que se establece como materia optativa de primer curso de Bachillerato en todas las modalidades la asignatura “Tecnologías de la información y la comunicación” (Decreto 102/2008, de 11 de julio, art. 9) y se desarrollan los objetivos, contenidos y criterios de evaluación de la misma.

Tanto la normativa estatal como la local centran el interés de las tecnologías de la información y comunicación en el desarrollo del alumno de las destrezas que le permitan su conocimiento y utilización, pero no entran a detallar los medios con los que deberán transmitirse dichos conocimientos. Parece evidente pensar que disponer de elementos tecnológicos en las aulas facilitará la labor del docente en aras de conseguir el cumplimiento de dichos objetivos mediante la transmisión de conocimientos referentes a las tecnologías de la información y la comunicación.

La innovación tecnológica en los centros educativos españoles se antoja, pues, necesaria para el cumplimiento de los objetivos marcados por las diferentes normativas. La organización del sistema educativo en el estado español hace imprescindible que sean las propias administraciones las impulsoras de dicha innovación tecnológica en los centros formativos. Sin su promoción y coordinación resulta inviable un cambio organizado y planificado en ningún aspecto que afecte a la comunidad educativa. En este sentido Sancho y Correa (2010) se muestran rotundos:

Analizar el sentido de las políticas educativas relacionadas con el uso de las TIC, puede poner en evidencia tanto la fragmentación y la desconexión (o no) de las distintas iniciativas de mejora impulsadas desde la Administración. Pero sobre todo, puede poner de manifiesto los cambios y la continuidad educativos propiciados en el proceso que va desde la promulgación de una ley, un decreto, una normativa o instrucción, hasta su aplicación en la práctica (p. 20).

El papel de las administraciones, por tanto, resulta fundamental a la hora de articular cualquier tipo de actuación en materia de educación, pudiéndose afirmar que la vida en las aulas se ve totalmente condicionada por la labor de los gestores “políticos”.

La realidad administrativa del estado español acentúa más si cabe esta dependencia y propicia la existencia de diferencias significativas entre las diferentes comunidades autónomas en materia de educación en general y en los planes de innovación de los procesos educativos en particular. Existen ya numerosas investigaciones, (Pons, Colás y González, 2010), que ponen de manifiesto significativas diferencias respecto a los factores estudiados entre las diferentes comunidades autónomas (Andalucía, Extremadura, País Vasco y Canarias en el citado trabajo).

La administración central puso en marcha en el curso 2009/2010 el programa Escuela 2.0 para la integración de las TIC en los centros educativos. Dicho programa pretendía dotar de infraestructura avanzada a las aulas, alumnado y profesorado: pizarra digital interactiva y red de banda ancha en las aulas y un portátil para cada alumno. La administración central suscribió convenios con todas las comunidades autónomas para la puesta en marcha de este programa excepto con la Comunidad de Madrid y la Valenciana, siendo esta última donde se ha desarrollado la presente investigación.

Papí (2011) realizó un exhaustivo análisis del posicionamiento de la Comunidad Valenciana ante el programa Escuela 2.0 y las alternativas ofrecidas, dejando constancia del vacío de información que existe al respecto.

La administración valenciana ha puesto en marcha diferentes programas como alternativas al programa central Escuela 2.0 de los que se puede obtener información en la propia web de la *Conselleria d'Educació* ([http://www.cece.gva.es/ite/index\\_es.asp](http://www.cece.gva.es/ite/index_es.asp)). Entre los programas que pueden verse en dicha página destacan:

- Centro Educativo Inteligente: Integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la totalidad de espacios existentes de un centro.
- Plan MÁS-TIC: Plan para generalizar el uso de infraestructuras tecnológicas innovadoras.
- Plan Integra-TIC: para convertir las TIC en un elemento integrador.
- LliureX: Distribución GNU/Linux para el ámbito educativo valenciano.
- Recicla'ls: Plan para alargar la vida de las aulas de informática.

- Mestre a casa: Plataforma virtual educativa con recursos para la práctica docente, contenidos digitales y software educativo online.
- Itaca: Nuevo Sistema de Información para la Gestión de Centros Educativos.

Sin embargo, conseguir datos reales de dotación, plazos establecidos, seguimiento y evaluación de dichos programas resulta una ardua tarea. Bellés (2007) hace referencia a estos programas de innovación, concretamente al proyecto LliureX, al Plan MÁS-TIC y al Plan Integra-TIC. Se habla de introducir elementos tecnológicos en las aulas y entre las cifras que se ofrecen, sin ningún tipo de detalle, se habla de 120 pizarras digitales.

La falta de información respecto a los programas específicos en la Comunidad Valenciana, unida a la actual coyuntura socio-económica ofrecen un contexto poco alentador para la integración de las TIC en las aulas.

### 2.1.2.- La Pizarra Digital Interactiva

El recurso tecnológico en que está centrada la presente investigación es la Pizarra Digital Interactiva (PDI), cuya definición y principales características se exponen a continuación.

Velasco y Romero (2012) definen Pizarra Digital como “sistema tecnológico que permite interactuar con los contenidos del ordenador desde una superficie de proyección lo suficientemente grande como para que se pueda trabajar en clase” (párr. 3). Actualmente, los tres componentes básicos de una pizarra digital son un ordenador, un proyector y una superficie de proyección, pero como las propias autoras indican “los componentes de la pizarra digital variarán dependiendo del modelo y la tecnología que se utilice, por lo que no parece conveniente incluir los componentes dentro de la definición” (párr. 4).

La Pizarra Digital Interactiva es una evolución de la Pizarra Digital convencional. La Pizarra Digital será interactiva cuando la superficie de proyección permita interactuar con el ordenador directamente a través de ella (con punteros específicos o de forma táctil) y no mediante los elementos periféricos del ordenador (ratón y teclado).

La evolución que supone la interactividad de las PDI supone un significativo salto en sus posibilidades. En primer lugar puede destacarse que, al contrario que las pizarras digitales, las PDI pueden utilizarse como pizarras tradicionales, es decir como superficie únicamente empleada para escribir sobre ella. De esta manera las

PDI pueden sustituir en las aulas a las pizarras tradicionales, mientras que con las pizarras digitales es necesario mantenerlas. La economía de espacio y de medios que esto supone es más que evidente.

Son ya muchos los autores que se refieren a las ventajas y posibilidades de las PDI como recurso educativo en las aulas. De manera general, Dulac (2006) afirma que la pizarra digital “es de fácil uso, mejora rápidamente la enseñanza y el aprendizaje y potencia la creatividad” (p.20). Entre los listados con las principales especificaciones y características se encuentra el de Gallego, Cacheiro y Dulac (2009, p. 130):

- La manipulación fácil y rápida de textos e imágenes
- Tomar apuntes digitales
- Utilizar la Web y sus recursos ante toda la clase
- Mostrar vídeos y facilitar el debate
- Utilizar y demostrar diferentes tipos de software
- Guardar notas para la posterior revisión
- Utilizar el e-mail para proyectos colaborativos intercentros
- Crear lecciones digitales con imágenes y sonidos
- Escribir y resaltar los aspectos de interés sobre textos, imágenes o vídeos
- Utilizar todas las técnicas y recursos de presentación
- Facilitar la presentación de trabajos de los alumnos

Parece evidente que el simple hecho de poder utilizar Internet ante toda la clase proporciona al docente un inmenso abanico de posibilidades y recursos que bien utilizados puede ser un complemento considerablemente enriquecedor para la metodología de cualquier asignatura.

Entre los estudios exhaustivos acerca de las ventajas e inconvenientes del recurso destaca el de Gandol et al. (2012) que a través de una revisión crítica de la literatura existente, pormenoriza el estudio de potencialidades y limitaciones de las PDI en siete categorías de análisis: contexto, formación del profesorado, uso de la PDI por parte del profesorado, método, características de la PDI, rendimiento y motivación del alumnado.

A pesar de que autores con gran autoridad en el campo de las PDI como Marquès (2006) defienden “la enorme eficacia didáctica del recurso” (p. 4) y plantea con rotundidad que la pizarra digital es “posiblemente el mejor instrumento que tenemos hoy en día para apoyar la renovación pedagógica en las aulas”, es reseñable, como ya se ha comentado, que otros trabajos como el mencionado de Gandol et al. (2012) ponen de manifiesto la ausencia de “estudios rigurosos con evidencia empírica que avalen las potencialidades y limitaciones de la utilización de la PDI en el aula y permitan comprender la interacción de la PDI con cada uno de los elementos que componen el acto didáctico” (p. 181).

Uno de los estudios que recoge las opiniones de los docentes respecto al uso de la PDI y las valoraciones de su influencia sobre el proceso de aprendizaje es el de Domingo (2011). En él se contemplan una serie de ventajas en el uso de la PDI reconocidas mayoritariamente por el profesorado (p. 109):

- Aumenta la atención, la motivación y la participación del alumnado (98%).
- Facilita el acceso a más recursos y a comentarlos en clase, y facilita la comprensión (97%).
- Potencia la soltura para hacer exposiciones, argumentaciones y correcciones (93%).
- Facilita la realización de actividades colaborativas y el trabajo en grupo (89%).
- Facilita el tratamiento de la diversidad del alumnado, y promueve su implicación y su participación (88%).
- Potencia la reflexión, el razonamiento crítico y las oportunidades para investigar y desarrollar la imaginación y la creatividad (83%).
- Facilita la mayor contextualización de las actividades en el entorno de los estudiantes (80%).

Por todo lo anteriormente expuesto la Pizarra Digital Interactiva puede considerarse un recurso educativo con unas potencialidades muy significativas y cuya proceso de implantación en las aulas, bien sea por programas institucionales, por iniciativa de los propios centros o por una inevitable inercia ligada al imparable desarrollo tecnológico, es ya una realidad.

### 2.1.3.- Matemáticas y Pizarra Digital

Las posibilidades de las PDI en la docencia son múltiples, como se ha comentado. Todas las asignaturas poseen aspectos susceptibles de ser potenciados con este recurso concreto y las Matemáticas en particular presentan unas características muy favorables a la utilización de la PDI en ámbitos específicos de la asignatura como son la representación gráfica o el cálculo.

Concretando las posibilidades y ventajas de los recursos TIC en el ámbito de las Matemáticas, Villarreal (Sin fecha) expone que:

En términos generales los recursos TIC, permiten y facilitan manejar datos y su posterior manipulación pudiendo hacer uso de un gran número de herramientas, como lo son las funciones matemáticas, gráficos, inserción de distintos objetos, manipulación de objetos, manejos de mapas conceptuales, manejo de formatos, entre otros elementos. Permite disminuir el nivel de abstracción es más transparente, quedando los procedimientos expuestos y visibles, el alumno se focaliza en los aspectos importantes sin tener distracciones (Feicht, 2000; Baker y Sugden, 2003) (párr. 20).

Y refiriéndose de manera concreta a la utilización de pizarras digitales, el mismo autor comenta que “la pizarra digital hace más explícita la matemática y el uso de las tecnologías, para los alumnos” (párr. 82).

Steedmann, Juan y Huertas (2011) dividen las posibilidades de aprendizaje electrónico de las matemáticas fundamentalmente en dos grupos, los asistentes matemáticos y los recursos para matemáticas en internet. Las PDI permiten trabajar con ambos grupos, pues pueden aprovechar el software específico para su utilización en clase a través de ellas y pueden también utilizar cualquier recurso disponible en la red si se considera oportuno para enriquecer la asignatura.

El primer grupo, los asistentes matemáticos, son los programas comerciales y herramientas específicamente diseñados para tratar aspectos del currículum de la asignatura de Matemáticas. Entre los más conocidos en la actualidad según los anteriores autores están: “Derive, Mathematica, Cabri, Wiris, Mathcab, MathLab, Scientific Notebook, SPSS, Minitab, Statistica, hojas de cálculo (Excel), calculadoras científicas, calculadoras gráficas, etc.” (Steedmann et al., 2011, p. 3). El programa GeoGebra también merece estar en la lista de los más conocidos, al menos en el ámbito educativo español, así como el programa Descartes, creado por del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (INTEF), del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

En segundo grupo incluye todos los recursos que se pueden encontrar en internet, de manera que englobaría las múltiples posibilidades que la red nos ofrece es este campo: recursos específicos para unidades didácticas de algún curso en concreto, plataformas que facilitan el aprendizaje “online” de las matemáticas y páginas web con información específica de las matemáticas (Steedmann et al., 2011). La utilización de la PDI como navegador por la red permite aprovechar cualquier tipo de recurso puesto en común por su autor, desde pequeñas presentaciones a unidades didácticas totalmente desarrolladas, sin necesidad de instalar software específico.

Como ejemplo de este segundo grupo cabría citar los trabajos de Ramírez y Santos (2004) y de Noda (2009) en los que se hace una detallada selección de recursos específicos para la asignatura de Matemáticas disponibles en la red, muy trabajados y muy sencillos de utilizar. También es reseñable citar los recursos que las diferentes editoriales educativas ponen a disposición del usuario en sus páginas web.

Cuando se trata de recursos específicos para las PDI debe tenerse en cuenta que existen diferentes marcas y modelos, por lo que pueden existir recursos únicamente compatibles con algún modelo de PDI.

En cualquier caso, realizando búsquedas sencillas en cualquier buscador convencional de la red, la cantidad de espacios que ofrecen recursos digitales para la asignatura de Matemáticas, algunos específicos para trabajar con PDI, es inmensa.

## 2.2.- Materiales y métodos

La revisión bibliográfica detallada en puntos anteriores ha permitido elaborar el marco teórico del trabajo y sentar las bases de la investigación.

Una vez determinado el contexto y con el fin de lograr el cumplimiento de los objetivos propuestos, se ha realizado un trabajo de campo específico para obtener la información necesaria respecto a la implantación de las PDI en los centros objetos de estudio y a su utilización por parte de los docentes de Matemáticas.

Para la recogida de información se han realizado dos cuestionarios, puesto que se ha considerado la herramienta más adecuada a la presente investigación a tenor de las características y plazos de la misma. Ambos cuestionarios han sido creados ex profeso para el presente trabajo y para su elaboración se han tenido en cuenta las recomendaciones de Carrasco y Calderero (2000) recogidas en los apuntes de la asignatura Sociología de la Educación, del Máster en Formación del Profesorado de la UNIR (2012). Están compuestos mayoritariamente por preguntas cerradas en las que se recogen todas las opciones posibles, (por ejemplo: *¿Cuál es su grado de conocimiento de las PDI? Nulo, Escaso, Medio o Avanzado*). En las preguntas susceptibles de incluir alguna información adicional además de las alternativas propuestas, se ofrece la posibilidad de añadirla (*¿Ha utilizado software específico de la asignatura en la PDI? No, Sí: Especifique cuál, por favor: \_\_\_\_\_*). Además, se ofrece también un espacio para las consideraciones que el encuestado considere oportunas y que no hayan sido contempladas en las preguntas.

El primer cuestionario consta de ocho preguntas y está centrado en obtener datos acerca de la dotación de PDI en las aulas de Secundaria y Bachillerato de los centros educativos de la localidad de Xàtiva: cantidad de pizarras digitales, plazos de implantación y financiación. Tras la elaboración del marco teórico y en vista de la dificultad para obtener información respecto a los programas específicos de innovación tecnológica de la administración valenciana, se incluyeron en este cuestionario tres preguntas concretas con el fin de determinar el conocimiento y/o la

adopción de dichos programas por los centros educativos objeto de estudio. Este primer cuestionario va dirigido a un responsable del centro competente en la materia, el director o en su defecto la persona designada para la administración y gestión de los elementos tecnológicos del centro.

Las preguntas de este primer cuestionario se dividen en tres bloques: las dos primeras preguntas recaban información sobre cuándo y por qué se inició la implantación de PDI en el centro, de la pregunta 3 a la 5 se recoge información sobre la dotación actual de pizarras en el centro y las tres últimas, la 6, la 7 y la 8 son las que se incluyeron para buscar información respecto a la relación de la dotación de PDI con programas de la administración.

Este cuestionario se incluye en el Anexo I del presente trabajo en su formato completo, tal y como los recibieron los destinatarios.

El segundo de los cuestionarios está dirigido a los docentes de Matemáticas de los centros educativos y consta de diez preguntas. En él se realizan preguntas con el objetivo de conocer el grado de conocimiento de los docentes del funcionamiento y posibilidades de las PDI y el aprovechamiento que se está dando a las mismas en el aula de Matemáticas.

El contenido de las preguntas del segundo cuestionario también se dividen en tres bloques: las dos primeras preguntas recaban la información respecto a la formación y conocimiento de la PDI por parte de los docentes, la 3 y la 4 preguntan por el grado de aprovechamiento que da el docente al recurso, y de la 5 a la 10 se recogen las impresiones generales del docente respecto a las posibilidades de las PDI (motivación de cara a los alumnos, aprovechamiento en su centro, expectativas de futuro del recurso...).

Este cuestionario se incluye en el Anexo II del presente trabajo en su formato completo.

La muestra de este trabajo proviene de los cuatro centros de Secundaria y Bachillerato de la localidad de Xàtiva (Valencia):

- Instituto de Educación Secundaria José de Ribera: fundado en 1933. En el presente curso cuenta con 501 alumnos de Secundaria y 549 de Bachillerato (centro con modalidad nocturna de Bachillerato).
- Instituto de Educación Secundaria Dr. Luis Simarro: fundado en 1988. En el presente curso cuenta con 496 alumnos de Secundaria y 147 de Bachillerato.

- Colegio Claret: centro concertado de confesión católica. En el presente curso cuenta con 348 alumnos de Secundaria y 138 de Bachillerato.
- Colegio Nuestra Señora de La Seo (Dominicas): centro concertado de confesión católica. En el presente curso cuenta con 180 alumnos de Secundaria. Este centro no imparte Bachillerato.

Los cuestionarios se aplicaron a una persona competente en la materia en el caso del primer cuestionario, y a los docentes de Matemáticas de cada centro que se prestaron a colaborar, en el caso del segundo. Para tal efecto, se mantuvo una breve entrevista con una persona de contacto en cada centro, explicándole los objetivos de la investigación y los tipos de cuestionario y se le facilitaron los mismos. Dicha persona se encargó de solicitar a los destinatarios la colaboración para completar los cuestionarios y posteriormente devolvió los mismos ya rellenos.

Se dio la circunstancia de que el responsable del Instituto Luis Simarro, tras cumplimentar el cuestionario de implantación, como el centro no contaba con PDI en las aulas no consideró relevante para la investigación aplicar los cuestionarios a los profesores. El responsable del Instituto José de Ribera sí los administró, por lo que en algunos resultados los encuestados añadieron respuestas en el sentido de hacer constar la “falta de PDI en el centro”.

Por tanto, la muestra con la que se cuenta para la presente investigación es la reflejada en la Tabla 1:

Tabla 1. Cantidad de cuestionarios recogidos

	<b>Total</b>	Ribera	Simarro	Claret	La Seo
Cuest. implantación (responsable)	<b>4</b>	1	1	1	1
Cuest. aprovechamiento (profesores)	<b>13</b>	4	0	5	4

Elaboración propia

De los resultados obtenidos se han realizado los pertinentes análisis, fundamentalmente de aspecto cuantitativo en el primer cuestionario y con gran componente cualitativo en el segundo.

## 2.3.- Resultados y análisis

La exposición de los resultados y el análisis de los mismos se organizan en torno a los dos aspectos fundamentales que sirven de base a la presente investigación: el estado actual de dotación de pizarras digitales en los centros educativos de Xàtiva (Valencia) y el aprovechamiento de las mismas en el aula de Matemáticas.

### 2.3.1.- Dotación de los centros. Estado actual

Como se ha comentado anteriormente, los datos de la situación actual de las PDI en los centros educativos objeto de estudio se han obtenido mediante el cuestionario mostrado en el Anexo I.

Con respecto a la pregunta 1 de dicho cuestionario ¿En qué curso se empezó a dotar a las aulas del centro con PDI?, el responsable del Colegio Claret indicó 2008/2009, el de Nuestra Sra. de La Seo 2010/2011, el del Instituto José de Ribera 2009/2010 y el del Instituto Luis Simarro no respondió la pregunta.

Con respecto a si la implantación se inició respondiendo a un programa de la administración o por iniciativa del centro (pregunta 2), los dos centros concertados indican que ha sido por propia iniciativa mientras que los públicos atribuyen una de las dos PDI con las que cuentan a un programa de la administración y la otra a una promoción de una editorial privada.

El principal aspecto de especial relevancia puesto de manifiesto por la presente investigación es la gran diferencia de dotación entre centros públicos y centros concertados. Ante la tercera pregunta, ¿cuántas aulas del centro disponen de PDI?, los dos Institutos públicos de la localidad de Xàtiva manifiestan que no disponen de ninguna PDI en las aulas de Secundaria y Bachillerato, contando únicamente con dos PDI cada centro ubicadas en aulas especiales (informática y dibujo el Instituto Luis Simarro y sin especificar el Instituto José de Ribera). Los dos centros concertados, por el contrario, disponen de PDI en todas las aulas de Secundaria y Bachillerato, salvo el colegio Claret que tiene pendiente la implantación en primer ciclo de Secundaria (1º y 2º curso). Aparte cada centro concertado cuenta con otras tres PDI más en aulas específicas (tecnología, música y capilla en el Colegio Nuestra Sra. de La Seo y sin especificar en el Colegio Claret). La dotación global de PDI en los centros en el curso 2012/2013 se resume en la Tabla 2:

Tabla 2. Número de PDI por centro y curso

	C. Públicos		C. Concertados	
	Ribera	Simarro	Claret	La Seo
1º ESO	0	0	0	2
2º ESO	0	0	0	2
3º ESO	0	0	3	2
4º ESO	0	0	4	2
1º BACH	0	0	2	-
2º BACH	0	0	2	-
A. Especiales	2	2	3	3
<b>Total PDI</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>14</b>	<b>11</b>

Elaboración propia

Con respecto a la pregunta 4 en la que se pedía información sobre si las aulas dotadas de PDI también disponen de internet, todos los centros coinciden en que sí disponen de conexión a internet para sus PDI.

En cuanto a la pregunta 5, si está previsto aumentar la dotación de pizarras en los cursos siguientes, ningún centro piensa aumentarla por el momento.

Tal y como se indicó en el apartado materiales y métodos, las tres últimas preguntas del presente cuestionario (6, 7 y 8) se incluyeron con el fin de determinar el conocimiento y/o la adhesión a dichos programas por los centros educativos objeto de estudio. El resultado de las mismas corroborado la falta de información puesta de manifiesto en la elaboración del marco teórico.

Ante la pregunta 6, ¿se cuenta con alguna partida específica para la financiación de las PDI?, los cuatro centros coinciden en que actualmente no existe una partida específica para la implantación de PDI

La pregunta 7 se interesaba por el conocimiento de los responsables de los centros de los planes específicos de innovación tecnológica de la *Conselleria d'Educació*, poniendo como ejemplo el Plan MÁS-TIC, o los programas Itaca o Lliurex. El responsable del Colegio Claret afirma conocerlos en profundidad, los responsables del Instituto José de Ribera y del Colegio Nuestra Sra. de La Seo reconocen que han oído hablar de ellos pero no en profundidad y el responsable del Instituto Luis Simarro indica expresamente que conoce dos de los tres ejemplos mencionados, siendo el Plan MÁS-TIC, precisamente el encaminado a generalizar el uso de infraestructuras tecnológicas innovadoras (PDI), el que manifiesta no conocer.

Y respecto a la cuestión final, que pregunta si están los centros acogidos a alguno de los programas de innovación tecnológica educativa de la *Conselleria d'Educació*, los

responsables de los dos centros concertados y del Instituto José de Ribera manifiestan que no les consta, mientras que el del Instituto Luis Simarro afirma que sí tienen acceso al programa LliureX.

### 2.3.2.- Aprovechamiento de la PDI en el aula de Matemáticas

Las respuestas del cuestionario dirigido a los profesores, cuyo detalle se expone a continuación, son las que muestran el contexto de la utilización real de las PDI en las aulas de Matemáticas de los centros de Xàtiva.

Como primera consideración, en la Figura 1 se expone el rango de edad de los encuestados:

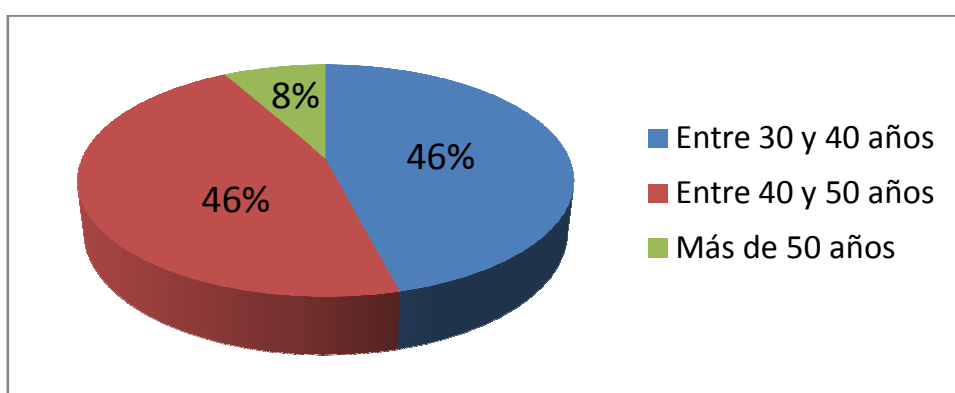


Figura 1. Rango de edad de los encuestados (Elaboración propia)

Los resultados de los cuestionarios no establecen relaciones significativas entre la edad de los encuestados y las respuestas obtenidas.

Es destacable comentar que cinco de los profesores encuestados (38%) no rellenaron la casilla de años de experiencia, por lo que se ha optado por prescindir de este dato a la hora de realizar análisis de los resultados.

El primer bloque de preguntas, configurado por las dos primeras, aclara el grado de conocimiento y nivel de formación de los docentes respecto a las PDI. Respecto a la pregunta 1 en la que se pedía información sobre el grado de conocimiento del recurso, la mayor parte de docentes se incluye en el grupo de conocimiento medio, su uso como pizarra y alguna aplicación más, tal y como refleja la Figura 2:

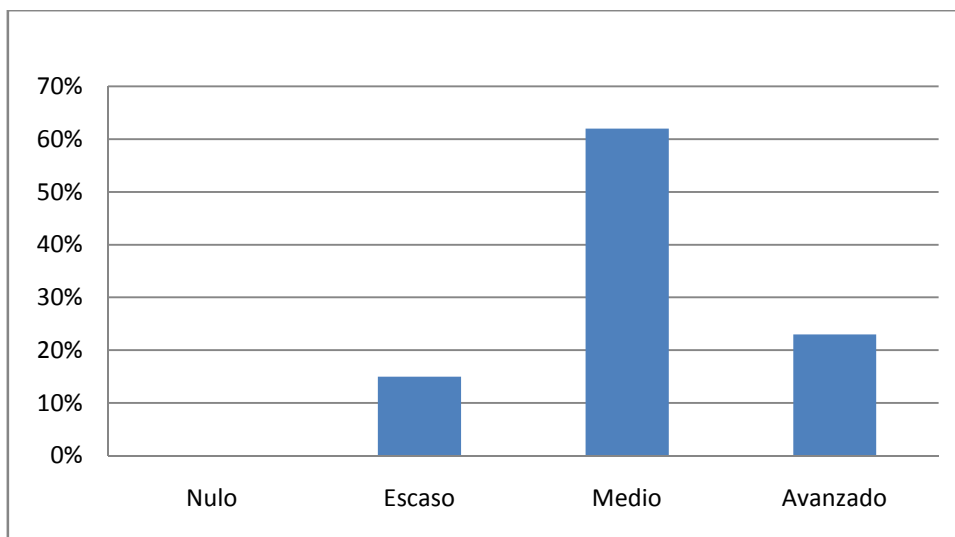


Figura 2. Conocimiento del recurso. Resultados de la pregunta 1 (Elaboración propia)

Por lo que se refiere a la formación recibida en la utilización de la PDI (pregunta 2), el 62% afirma haber recibido únicamente formación respecto a su funcionamiento básico, mientras que el 38% restante amplía dicha formación a posibilidades y recursos para trabajar con las PDI.

Los resultados de estas dos primeras preguntas son particularmente interesantes si se tienen en cuenta en el siguiente bloque donde los encuestados se refieren a la utilización de las PDI. Destaca entre los resultados obtenidos que a pesar de que la mayoría de los encuestados considera, como se ha expuesto, que su nivel de conocimiento del recurso es medio y su nivel de formación es básico, la respuesta mayoritaria a la pregunta de en qué medida utiliza la PDI en el aula (pregunta 3) sea *“Utilizo con frecuencia recursos de la asignatura (presentaciones, aplicaciones específicas, conexión a internet, etc.)”*, según muestra la Figura 3:

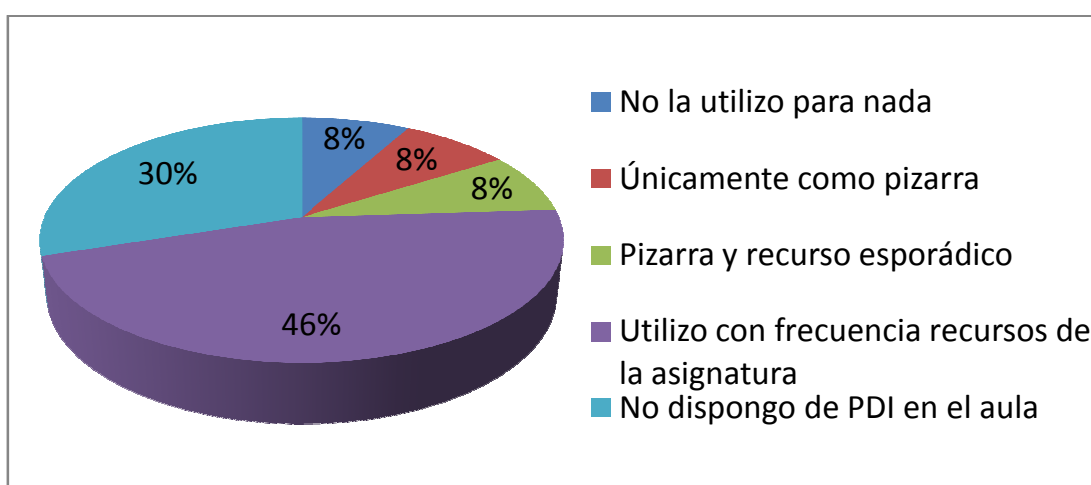


Figura 3. Grado de utilización de la PDI en el aula. Resultados de la pregunta 3 (Elaboración propia)

También se constata que a pesar que la mayoría indique que utiliza con frecuencia recursos de la asignatura, ante la pregunta de si se ha utilizado software específico de la asignatura (pregunta 4) únicamente dos de los encuestados (15%) han respondido afirmativamente, aunque ninguno de los mismos ha especificado el programa en el espacio destinado a tal fin.

El bloque final de preguntas (5-10) recoge la visión de los docentes respecto a la PDI en diferentes aspectos: utilidad, aprovechamiento, motivación del alumnado y futuro del recurso.

La pregunta 5 era ¿Piensa que la PDI es un recurso útil? La mayoría de los encuestados (69%) consideran la PDI como un recurso muy aprovechable y enriquecedor para la asignatura, frente al 31% restante que consideran que puede resultar útil, pero tampoco aporta nada especialmente significativo.

Respecto al aprovechamiento en la asignatura de Matemáticas que le están dando los centros al recurso según los propios docentes (pregunta 6) es necesario analizar los resultados con cautela. El 31% de los encuestados, al no disponer de PDI en las aulas, o han marcado la respuesta “Muy Bajo” o han añadido como respuesta alternativa “No disponemos de PDI”. El interés de la investigación se centra en los niveles de aprovechamiento del recurso cuando éste está disponible, por lo que en la Figura 4 se desglosan las respuestas del grupo de encuestados (69%) cuyos centros tienen implantadas PDI:

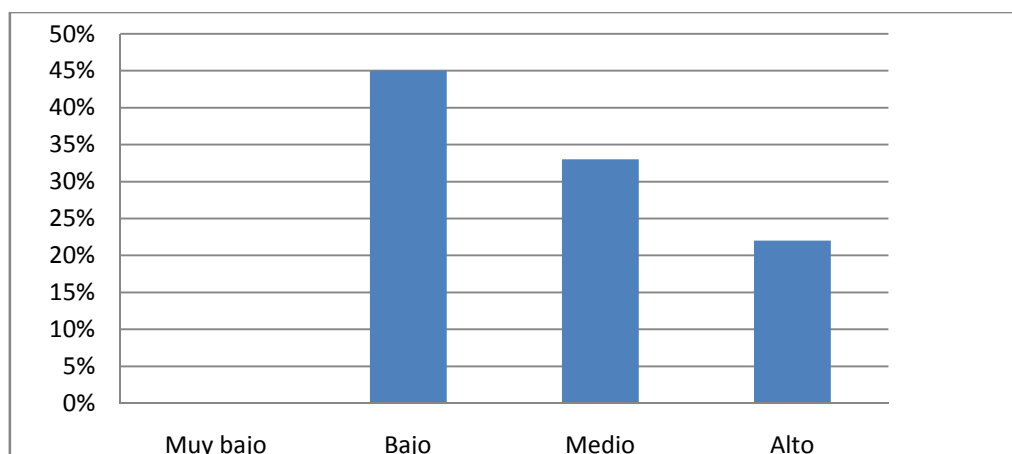


Figura 4. Grado de aprovechamiento que se está dando a la PDI en la asignatura de Matemáticas en los centros. Resultados de la pregunta 6 (Elaboración propia)

Los resultados de la pregunta 6 se prestan a su comparación por los dos centros que disponen de PDI en las aulas. Mientras los cuatro profesores Matemáticas encuestados del Colegio Nuestra Señora de la Seo muestran una opinión muy

uniforme (tres docentes piensan que el aprovechamiento es medio y el cuarto que es bajo), las respuestas de los profesores del colegio Claret presentan resultados ciertamente sorprendentes, pues tres de ellos consideran que el aprovechamiento es bajo mientras que los otros dos restantes lo consideran alto, sin término medio en ningún caso.

La pregunta 7 aborda las causas por las que las PDI no se aprovechan en mayor medida en la asignatura de Matemáticas (pudiéndose marcar todas las respuestas que se considerase oportuno). Por sus circunstancias, el grupo de docentes del centro que no dispone de PDI en las aulas (31%) ha añadido la falta de pizarras como motivo. Las respuestas de los encuestados se recogen en la Figura 5:

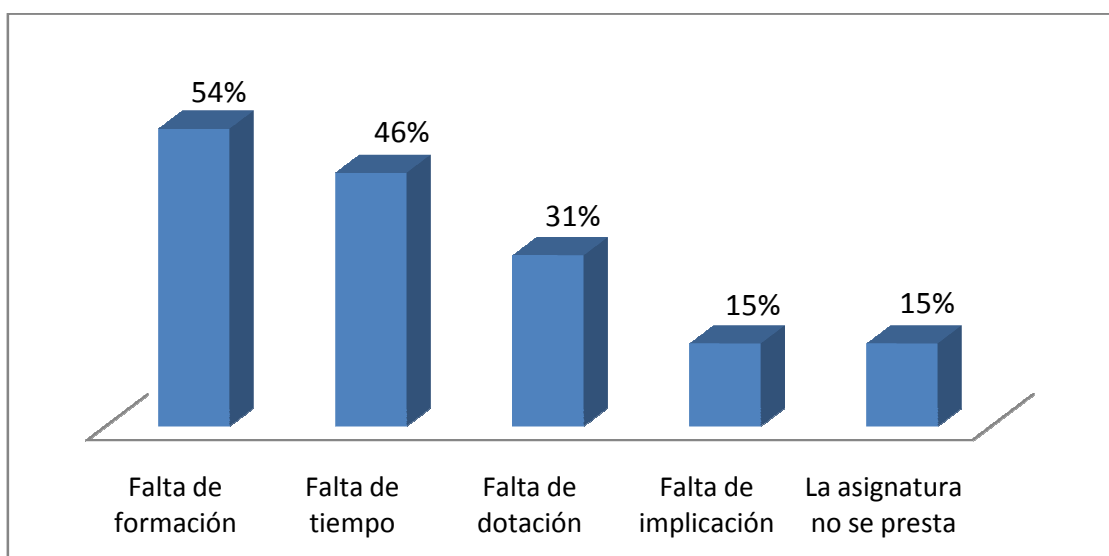


Figura 5. Causas por las que las PDI no se aprovechan en mayor medida en la asignatura de Matemáticas en los centros. Resultados de la pregunta 7 (Elaboración propia)

Cabe resaltar que únicamente un 15 % de los profesores ha marcado que la asignatura no se presta a ello. Esto indica que la mayoría de los docentes encuestados piensan que la asignatura de Matemáticas se presta a la utilización de las PDI, como se ha puesto de manifiesto en el marco teórico.

Con respecto a la pregunta 8 ¿Piensa que utilizar la PDI con programas, imágenes o recursos específicos de la asignatura puede ser un factor de motivación adicional para los alumnos?, únicamente uno de los profesores (8%) contestó que no tiene porqué, mientras que los doce restantes (92%) consideran que sí puede hacer más atractiva la asignatura, siguiendo la tendencia de otros estudios (Domingo, 2011) comentados en el marco teórico.

Del mismo modo, en respuesta a la pregunta 9 ¿En qué medida piensa que la utilización de la PDI puede ayudar a mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en los alumnos?, la mayoría de docentes considera que la PDI puede ayudar a mejorarlo, tal y como se observa en los resultados detallados en la Figura 6:

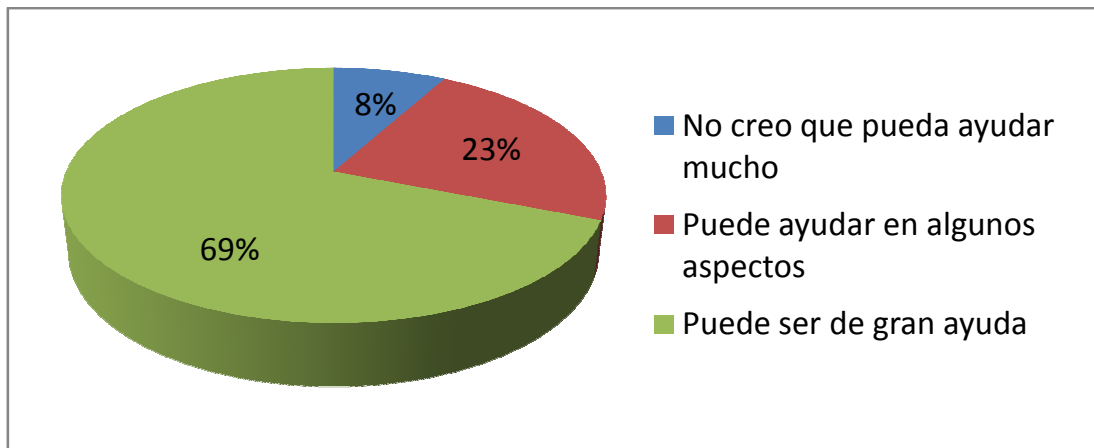


Figura 6. En qué medida puede ayudar la PDI a mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en los alumnos. Resultados de la pregunta 9 (Elaboración propia)

La décima y última pregunta se interesaba por la opinión de los docentes respecto al futuro del recurso. La mayoría (69%) piensa que en un futuro las PDI serán un elemento totalmente integrado en las aulas, mientras que el 31% restante manifiesta sus dudas respecto a la total incorporación del recurso a las aulas.

En general, las respuestas de las preguntas respecto a la valoración y posibilidades de las PDI, (5, 8 y 9) ponen de manifiesto una visión muy positiva de los docentes de Matemáticas de los centros de Xàtiva con respecto al potencial del recurso, de la misma manera que la mayoría de estudios que se han realizado del mismo y cuyos resultados se han comentado en el marco teórico. No existe diferencia por centros, incluso los docentes del centro que no tiene PDI implantadas en las aulas se muestran favorables al recurso.

La diferencia más significativa entre centros está directamente relacionada con la falta de implantación de PDI en las aulas del centro público cuyos profesores respondieron al cuestionario, afectando directamente a las preguntas que hacen referencia a ella, como ya se ha indicado.

Los dos centros con similares características, los dos concertados, no presentan diferencias significativas en los porcentajes de sus respuestas, salvo el caso concreto de la pregunta 6 que ya se ha detallado anteriormente.

## 3.- Propuesta práctica

Cumpliendo con uno de sus objetivos específicos, la propuesta práctica del presente trabajo está encaminada a mostrar recursos para que los alumnos de las clases de Matemáticas tengan ocasión de aprovechar las potencialidades de la PDI, dado que uno de los resultados obtenidos es que más del 60 % de los profesores encuestados manifiesta tener un grado de conocimiento medio, usando la pizarra digital como pizarra y alguna aplicación más.

Como se ha expuesto en el marco teórico, la cantidad, calidad y tipos de recursos utilizables con la PDI en el aula de Matemáticas es inmensa. No es necesario tener un conocimiento avanzado de las PDI para utilizar muchos de ellos, por dicho motivo a continuación se proponen tres actividades disponibles en la red que se presentan de forma escalonada según su complejidad.

### 3.1.- Polinomios

La editorial Santillana pone a disposición del usuario un recurso muy sencillo para trabajar el tema de los Polinomios. Podría utilizarse al plantear el tema en 2º de ESO o incluso como introducción del tema en 3º de ESO.

Se trata de una sencilla presentación en la que el docente aprovecha el recurso de la PDI como base de su exposición, pudiendo centrarse mucho más en los alumnos y sus dudas al no tener que escribir nada en la pizarra.

El recurso está disponible en la red y se puede acceder a él fácilmente a través de la conexión a internet de la PDI en el siguiente enlace Editorial Santillana (Sin fecha): [http://contenidos.santillanaenred.com/jukebox/servlet/GetPlayerP3V?p3v=true&xref=200412020903\\_PRE\\_o\\_-544606305&mode=1&rtc=1001&locale=es&cache=false](http://contenidos.santillanaenred.com/jukebox/servlet/GetPlayerP3V?p3v=true&xref=200412020903_PRE_o_-544606305&mode=1&rtc=1001&locale=es&cache=false)

A partir de ahí funciona como una presentación en la que en las distintas pantallas se van exponiendo los conceptos de forma progresiva, divididos en cuatro apartados, y es el profesor el que va avanzando según el ritmo de sus explicaciones.

A continuación se exponen a modo de ejemplo algunas de las pantallas de la presentación para dar una idea de la sencillez y funcionalidad del recurso.

El primer apartado, “Definición”, se centra en la definición del concepto y sus partes y consta de dos pantallas. A continuación se muestra una de ellas:

**Los polinomios** 1 2 3 4 << >>

**Definición**

Es importante trabajar con polinomios ordenados y **reducidos**.

El grado del polinomio es 3.

Los cuatro términos del polinomio son:  
 $4x^3, -2x^2, -x, +2$

$$P(x) = 4x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Variable x.

El término independiente es 2.

Pulsar sobre el texto remarcado para más información

Figura 7. Captura de la pantalla de definición del recurso Los Polinomios (Editorial Santillana, Sin fecha)

El segundo apartado, “Operaciones con Polinomios”, explica la suma, resta, multiplicación y división de polinomios en cuatro pantallas diferentes. Se expone como ejemplo la pantalla de la suma:

**Los polinomios** 1 2 3 4 << >>

**Operaciones con polinomios**

Vamos a calcular distintas operaciones con polinomios.

$P(x) = (x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2x + 2)$       $Q(x) = (-5x^3 - x^2 + 2x)$

---

- > SUMA
- > RESTA
- > MULTIPLICACIÓN
- > DIVISIÓN

**Suma**

Para sumar dos o más polinomios se suman los términos semejantes de cada uno de ellos.

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2x + 2 \\
 + \quad -5x^3 - x^2 + 2x \\
 \hline
 x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 2
 \end{array}$$

Figura 8. Captura de la pantalla de operaciones (suma) del recurso Los Polinomios (Editorial Santillana, Sin fecha)

El tercer apartado detalla las “Igualdades notables” para polinomios. Se expone como ejemplo la pantalla del cuadrado de la suma:

**Los polinomios** 1 2 3 4 << >>

**Igualdades notables**

> CUADRADO DE UNA SUMA  
> CUADRADO DE UNA DIFERENCIA  
> SUMA POR DIFERENCIA

**Cuadrado de una suma**

El cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primero más dos veces el primero por el segundo más el cuadrado del segundo.


$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

De modo similar:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Figura 9. Captura de la pantalla de igualdades notables del recurso Los Polinomios (Editorial Santillana, Sin fecha)

El cuarto apartado, “Caída libre”, se centra en la fórmula de la caída libre de objetos como ejemplo de polinomio.

**Los polinomios** 1 2 3 4 << >>



Galileo hizo la importante deducción de que los cuerpos caen con igual aceleración, independientemente de su masa.

$$p(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

Figura 10. Captura de la pantalla de caída libre del recurso Los Polinomios (Editorial Santillana, Sin fecha)

Como se ha comentado es un recurso muy sencillo, con ejemplos únicos o generales y sin ejercicios, que necesita un amplio trabajo complementario para completar la unidad didáctica, pero como punto de partida del tema, o incluso para crear presentaciones propias a partir de él, se considera un recurso muy válido para docentes poco familiarizados con la PDI.

### 3.2.- Sistemas de Ecuaciones con el programa Descartes

La siguiente actividad que se propone resulta más completa a todos los niveles que la anterior, por lo que puede considerarse más compleja y requiere un trabajo previo por parte del profesor para conocer bien el recurso.

El Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, a través del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (INTEF) pone a disposición de todo tipo de usuarios recursos educativos para el profesorado y para toda la comunidad educativa (<http://www.ite.educacion.es/es/recursos>). Entre estos recursos se encuentra el programa Descartes, específicamente diseñado para trabajar unidades didácticas de Matemáticas desde 2º de Primaria hasta 2º de Bachillerato (<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>).

El programa Descartes es una herramienta con un enorme potencial y es una de las citadas por Noda (2009) en su recopilación de recursos para PDI en la asignatura de Matemáticas.

Descartes no es una aplicación exclusiva para PDI, es un programa informático que puede ser utilizado en cualquier soporte digital con los requisitos necesarios para la descarga y uso del programa. Presenta diferentes unidades didácticas de la asignatura de Matemáticas agrupadas por cursos e idiomas (la mayoría están en castellano, aunque existen algunas en inglés y otras lenguas). Las posibilidades del programa son enormes para docentes con formación en el campo de la programación, aunque la actividad que a continuación se va a proponer se basa exclusivamente en aprovechar una de las unidades didácticas ya creadas, concretamente la de Sistemas de Ecuaciones de 3º de ESO, disponible en [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/EDAD\\_3eso\\_sistemas\\_de\\_ecuaciones/index\\_3quincena4.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3eso_sistemas_de_ecuaciones/index_3quincena4.htm) y cuyo autor es Cabezón (2009).

Como ya se ha comentado, el material del programa no está específicamente diseñado para PDI, sino más bien para que el alumno siga la unidad con un dispositivo individual. En cualquier caso es posible aprovechar las unidades propuestas con la PDI utilizando sus explicaciones y ejercicios.

La unidad didáctica que se propone para esta actividad (sistemas de ecuaciones para 3º de ESO) sería una de las que el programa ofrece en su apartado Educación Digital a Distancia (EDAD), puesto que este tipo de unidades están mucho más detalladas y se considera que se les puede sacar más partido con la PDI. Las unidades tipo EDAD incluyen un “Cuaderno de trabajo” para el alumno, descargable en diferentes

formatos de texto, con el que el alumno va siguiendo la unidad y avanzando por ella al ritmo que le marcan sus ejercicios. En el Anexo III del presente trabajo se adjunta el “Cuaderno de trabajo” de esta unidad didáctica.

Para utilizar esta unidad con la PDI el profesor deber ser el que marque los ritmos, utilizando los alumnos el “Cuaderno de trabajo” en los tiempos que él indique. De esta manera se puede seguir la unidad con claridad en la PDI mientras se va completando el cuaderno que, por otra parte, se convierte en una herramienta de evaluación continua del tema muy evidente y funcional.

Como se ha indicado anteriormente, las unidades didácticas tipo EDAD están muy bien desarrolladas. Constan de seis apartados: antes de empezar, contenidos, ejercicios, autoevaluación, para enviar al tutor y para saber más, en el que únicamente el apartado para enviar al tutor parece exclusivo de la educación a distancia, aunque en la coyuntura actual también podría aprovecharse incitando a los alumnos a lo aprovechen en su tiempo de trabajo fuera del horario escolar, bien con una conexión a internet privada o pública (biblioteca).

La utilización de un soporte digital en la asignatura de Matemáticas resulta especialmente interesante cuando se trabajan unidades con representación gráfica, como es el caso de los sistemas de ecuaciones, evitando al docente la realización de representaciones más o menos rigurosas en la pizarra, con el ahorro de tiempo que eso supone.

A continuación se exponen alguna de las pantallas de la unidad propuesta.

Del apartado “Antes de empezar”:

The screenshot shows the 'Antes de empezar' (Before starting) section of the 'Sistemas de ecuaciones' (Systems of equations) unit. The page header includes 'cideoad 3º ESO Matemáticas' and 'Ministerio de Educación, 2009 intef'. The navigation bar has tabs for 'Antes de empezar', 'Contenidos', 'Ejercicios', 'Autoevaluación', 'Para enviar al tutor', and 'Para saber más'. On the left, there is a sidebar with a table of contents and a 'RESUMEN' section. The main content area is titled 'Objetivos' (Objectives) and lists four learning goals. Below the objectives is a green box with the title 'Ecuaciones' and three equations:  $x^2 - 16 = 9$ ,  $x^2 = 25$ , and  $x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$ . To the right, there are two columns of text containing a poem and a challenge: 'Prueba a encontrar la solución, introduce el resultado y pulsa intro.' Below this is a text input field labeled 'Aciertos' with the value '0'. At the bottom left, there are Creative Commons BY-NC-SA license icons and the author's name: 'Autor: Miguel Ángel Cabezón Ochoa'.

Figura 11. Captura de pantalla de la unidad Sistemas de Ecuaciones (apartado antes de empezar) del recurso Descartes (Cabezón, 2009)

Del apartado “Contenidos”:

The screenshot shows the 'Contenidos' (Contents) section of the 'Sistemas de ecuaciones' unit. The page header is the same as in Figure 11. The navigation bar highlights the 'Contenidos' tab. The main content area is titled '2. Sistemas de Ecuaciones Lineales' (2. Systems of Linear Equations). It starts with a 'Definición. Solución.' (Definition. Solution.) section, explaining that a system of two linear equations with two unknowns is formed by two linear equations of the form  $a_1x + b_1y = c_1$  and  $a_2x + b_2y = c_2$ . A solution is defined as a pair of values  $(x_0, y_0)$  that satisfies both equations. Below this is a yellow box with the equations  $a_1x + b_1y = c_1$  and  $a_2x + b_2y = c_2$ . To the right, there is a section titled 'Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas' (System of two linear equations with two unknowns) showing a system of equations:  $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ -4x + y = -4 \end{cases}$ . It explains that the solution is the point where the two lines intersect, which is  $(1, 0)$ . A table shows the steps to solve the system by elimination, and a graph shows the two lines intersecting at the point  $(1, 0)$ . At the bottom, there is a button that says 'Pulsa para hacer unos ejercicios' (Click to do some exercises) with a pencil icon.

Figura 12. Captura de pantalla de la unidad Sistemas de Ecuaciones (apartado contenidos) del recurso Descartes (Cabezón, 2009)

Del apartado “Ejercicios”:

Ministerio de Educación, 2009 **intef**

**cideod** **3º ESO Matemáticas** **Sistemas de ecuaciones**

ocultar índice **Antes de empezar** **Contenidos** **Ejercicios** **Autoevaluación** **Para enviar al tutor** **Para saber más**

1. Ecuaciones lineales  
Definición, Solución

2. Sistemas de ecuaciones lineales  
Definición, Solución  
Número de soluciones

3. Métodos de resolución  
Reducción  
Sustitución  
Igualación

4. Aplicaciones prácticas  
Resolución de problemas

RESUMEN

**Para practicar** **Sistemas de Ecuaciones**

**ejercicio**

La suma de las edades de Pedro y Raquel son 105. La edad de Raquel más dos veces la edad de Pedro es igual a 140. ¿Qué edades tienen ambos?

Edad de Pedro : x  
Edad de Raquel : y

$$\begin{cases} x + y = 105 \\ 2x + y = 140 \end{cases}$$

Se multiplica por -1

$$\begin{cases} -x - y = -105 \\ 2x + y = 140 \end{cases}$$

Se suman las dos ecuaciones para eliminar la letra y

$$x = 35$$

Si quieres cambiar y eliminar la letra x

Se sustituye el valor de x en la primera ecuación

$$(35) + y = 105 \rightarrow 35 + y = 105$$

Si quieres cambiar y sustituir en la ecuación

$$y = 70$$

segunda

Solución  $\begin{cases} x = 35 \\ y = 70 \end{cases}$

Si quieres, puedes resolverlo por otro método **reducción**

La edad de Pedro es 35 años  
La edad de Raquel es 70 años

Figura 13. Captura de pantalla de la unidad Sistemas de Ecuaciones (apartado ejercicios) del recurso Descartes (Cabezón, 2009)

Del apartado “Autoevaluación”:

Ministerio de Educación, 2009 **intef**

**cideod** **3º ESO Matemáticas** **Sistemas de ecuaciones**

ocultar índice **Antes de empezar** **Contenidos** **Ejercicios** **Autoevaluación** **Para enviar al tutor** **Para saber más**

1. Ecuaciones lineales  
Definición, Solución

2. Sistemas de ecuaciones lineales  
Definición, Solución  
Número de soluciones

3. Métodos de resolución  
Reducción  
Sustitución  
Igualación

4. Aplicaciones prácticas  
Resolución de problemas

RESUMEN

**Comprueba lo que sabes**

Coge lápiz, papel y la calculadora, y resuelve estos ejercicios que te proponemos, para que puedas comprobar lo que has aprendido.

Debes introducir los resultados redondeados a centésimas.

**Si tu puntuación es inferior a 6 conviene que repases los apartados en que has fallado.**

Ahora pulsa sobre el número correspondiente para empezar la prueba.

1. ?  
2. ?  
3. ?  
4. ?  
5. ?  
6. ?  
7. ?  
8. ?  
9. ?  
10. ?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Figura 14. Captura de pantalla de la unidad Sistemas de Ecuaciones (apartado autoevaluación) del recurso Descartes (Cabezón, 2009)

El programa Descartes es uno de los recursos que el docente de Matemáticas interesado en utilizar la PDI debería conocer.

### 3.3.- Fracciones

Como última actividad para esta propuesta práctica se ha elegido una aplicación para el aprendizaje de un tema muy significativo en el curriculum de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato como son las Fracciones. El autor de “Fracciones” es Cuadrado (2008) y la aplicación está disponible de manera libre en <http://palmera.pntic.mec.es/~jcuadr2/fraccion/index.html>. “Fracciones” también se encuentra entre los recursos incluidos en la recopilación de Noda (2009).

Se ha elegido esta aplicación porque, a diferencia de las dos actividades anteriores, el autor sí ha configurado una opción de utilización específica para PDI, preguntándolo al iniciar la misma para que la aplicación se ejecute con unas características determinadas.

La aplicación destaca por sus gráficos y por la interactividad del usuario con los ejemplos y situaciones que se proponen. Además, el componente pedagógico es evidente y se refleja en los tres documentos que ofrece al usuario: manual del usuario, guía del profesor y guía del alumno. En el Anexo IV del presente trabajo se incluyen los tres documentos.

“Fracciones” está dividida en nueve apartados que desglosan los extensos contenidos aplicables a este concepto matemático: concepto, tipos, números mixtos, comparación, equivalencias, operaciones, algebraicas y representación gráfica.

Para la presente actividad, se trabaja con “Fracciones” como aplicación de apoyo a la unidad didáctica de 1º de ESO, por lo que se centra en utilizar los apartados concepto, tipos, comparación, equivalencia y operaciones como apoyo de la exposición de la unidad didáctica. El dinamismo de los gráficos y la posibilidad de interactuar de los alumnos son un elemento de motivación adicional que el profesor debe aprovechar. Los ejercicios propuestos en la pestaña inferior de cada apartado también serían aprovechables en este planteamiento de actividad.

A continuación se exponen algunas de las pantallas de la aplicación de apartados a utilizar en 1º de ESO.

## Apartado “Tipos”:

Tipos de Fracción

Arrastra el huevo sobre la huevera hasta llenarlas y observa el tipo de fracción que va apareciendo.

Cada huevera tiene capacidad para seis huevos y hemos colocado 7

$$\frac{7}{6} > 1$$

Pincha sobre los huevos colocados para eliminarlos.

**FRACCIÓN IMPROPIA:** Es una fracción cuyo numerador es mayor que el denominador, es decir, el resultado de la división es mayor que la unidad.

Ejercicios

50 / 100

Bloc de notas

Reflector

Evaluación 0 / 0

Figura 15. Captura de pantalla del apartado “Tipos” de la aplicación Fracciones (Cuadrado, 2008)

## Apartado “Equivalencias”:

Fracciones Equivalentes

Observa la animación y comprobarás que fracciones diferentes se representan igual gráficamente por ser equivalentes (sector circular azul).

Avanzar

$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{45}{60}$	Partes que abarca el sector circular
			Divisiones de la circunferencia

Las fracciones equivalentes tienen distinto numerador y denominador, pero valen lo mismo. Si multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número se obtiene una fracción equivalente.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$$

Dos fracciones son equivalentes cuando al multiplicarlas en cruz se obtiene el mismo resultado;  $1 \times 12 = 4 \times 3$ .

Ejercicios

10 / 100

Bloc de notas

Reflector

Evaluación 0 / 0

Figura 16. Captura de pantalla del apartado “Equivalencias” de la aplicación Fracciones (Cuadrado, 2008)

## Apartado “Reducción”:

Reducción de Fracciones

Para comparar, sumar o restar fracciones necesitamos que tengan igual denominador. El método más sencillo es el de productos cruzados, aunque en ocasiones genera números de gran tamaño, que dificultan las operaciones.

Método de productos cruzados

Mínimo común múltiplo

Concepto  
Tipos  
Números mixtos  
Comparación  
Equivalentes  
Reducción  
Operaciones  
Algebraicas  
Representación gráfica

3/5      1/3

9/15      5/15

15  
Común denominador

$\frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$

$\frac{3}{5} \quad \frac{1}{3} = \frac{9}{15} \quad \frac{5}{15}$

$\frac{5 \times 1}{5 \times 3} = \frac{5}{15}$

Para igualar fracciones a común denominador por el método de productos cruzados, multiplicamos numerador y denominador de una fracción por el denominador de la otra. Se trata pues de transformar las fracciones en otras equivalentes a ellas, pero con el mismo denominador para las

Ejercicios

Bloc de notas    Reflector    Evaluación 0 / 0

Figura 17. Captura de pantalla del apartado “Reducción” de la aplicación Fracciones (Cuadrado, 2008)

## Apartado “Operaciones”:

Operaciones con Fracciones

Arrastra y suelta las fichas de colores sobre la parte superior del tablero y observa la suma de fracciones que se produce.

Suma    Resta    Multiplicación    División

= Denominador    ≠ Denominador

42/42 = 4/42 + 5/42 + 33/42

Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores y se pone el mismo denominador.

Ejercicios

Bloc de notas    Reflector    Evaluación 0 / 0

Figura 18. Captura de pantalla del apartado “Operaciones” de la aplicación Fracciones (Cuadrado, 2008)

“Fracciones” es una aplicación muy adecuada para la PDI y que puede utilizarse en todos los cursos de Secundaria, por lo que también se considera un recurso muy a tener en cuenta por los docentes de Matemáticas que tengan la posibilidad de trabajar con PDI.

## 4.- Conclusiones

Los resultados del presente trabajo permiten extraer conclusiones respecto a los dos aspectos fundamentales en las que se ha centrado la investigación, la implantación y el aprovechamiento de las Pizarras Digitales Interactivas en los centros educativos de Secundaria y Bachillerato de la localidad de Xàtiva (Valencia).

- 1) Se ha constatado que existe una importante diferencia entre los dos centros públicos y los dos centros concertados de la localidad en lo que a dotación del recurso se refiere. Los dos centros públicos estudiados en la actualidad no disponen de PDI en ninguna de las aulas de los cursos de Secundaria y Bachillerato, mientras que en los dos centros concertados, la presencia de las PDI en las aulas es ya una realidad consolidada.
- 2) La realidad de los datos obtenidos en la presente investigación no hace presagiar que a corto plazo se destine una partida presupuestaria para la dotación de PDI en las aulas de los centros públicos.
- 3) La mayoría de docentes encuestados únicamente ha recibido formación respecto al funcionamiento básico de la PDI y considera que su grado de conocimiento del recurso es medio. A pesar de ello, ninguno de los encuestados ha mencionado ningún programa específico de la asignatura de Matemáticas.
- 4) La mayor parte de los encuestados que tienen el recurso a su disposición considera que el aprovechamiento que se está dando al recurso en sus centros en la asignatura de Matemáticas es medio/bajo.
- 5) En lo que no hay tanta unanimidad es en las causas de ese rendimiento mejorable, la falta de formación y la falta de tiempo han sido los dos motivos más señalados por los profesores encuestados. Como se ha constatado en la propuesta práctica del presente trabajo, existen recursos muy aprovechables que no necesitan ningún tipo de formación específica, por lo que puede decirse que es más el desconocimiento (falta de tiempo) que la falta de formación específica lo que impide que los docentes utilicen más el recurso.
- 6) Sin embargo, a pesar de los aspectos hasta ahora comentados, supone un dato de significativa relevancia que la mayor parte de los profesores encuestados consideran que las PDI: son un recurso muy aprovechable en la asignatura, puede ser un factor de motivación adicional para los alumnos y puede ayudar a mejorar el aprendizaje de las Matemáticas. Este resultado está de acuerdo con la mayoría de investigaciones comentadas en el marco

teórico. La PDI no es un recurso imprescindible en la actualidad, incluso podría considerarse que la actual coyuntura no es la más propicia para su implantación, pero el inmenso potencial que posee es más que evidente.

*Las posibilidades de la pizarra digital para innovar, motivar a los estudiantes, promover aprendizajes más significativos, atender adecuadamente la diversidad del alumnado..., son inmensas. En algunos casos, el profesorado deberá realizar esfuerzos complementarios importantes (elaboración de transparencias, apuntes, materiales didácticos interactivos), pero en general su empleo no supondrá una mayor dedicación. A un toque de ratón, tenemos la biblioteca universal de Internet a nuestro alcance en clase. ¿No les parece un sueño hecho realidad?*

(Marquès y Casals, 2002, p. 42)

## 5.- Líneas de investigación futuras

Los resultados y conclusiones del presente estudio plantean interrogantes en aspectos muy específicos que, con los plazos y medios adecuados, abren posibles líneas de investigación futuras que servirían de continuación y completarían el presente trabajo.

Una de los aspectos más relevantes, si no el más, en el que se podría profundizar es en el de la dotación actual de Pizarras Digitales Interactivas en los centros de la Comunidad Valenciana. Sería muy interesante investigar si a lo largo de toda la geografía valenciana se mantiene la diferencia de dotación tan significativa entre centros públicos y concertados como la constatada en la localidad de Xàtiva y, si la hubiera, investigar las causas de la misma.

Del mismo modo, el presente trabajo abre una línea de investigación en referencia a los programas de innovación tecnológica de las diferentes administraciones, especialmente el programa Escuela 2.0 de la administración central y los programas específicos de la Comunidad Valenciana mencionados en el presente trabajo, que podría centrarse en los objetivos de los programas, plazos de implantación y cumplimiento de los mismos, comparando la situación en la Comunidad Valenciana con la del resto de comunidades acogidas al programa Escuela 2.0.

En caso de considerarse que los resultados para la asignatura de Matemáticas no son extrapolables al resto de asignaturas, se podría repetir el estudio para otras materias, incluso de forma general para todas las asignaturas. En este sentido, podría realizarse un estudio comparativo de los niveles de aprovechamiento de las PDI en función de las asignaturas, investigando cuáles se prestan más a la utilización de la PDI.

Finalmente, ampliando los horizontes de la investigación más allá del contexto del presente Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, también sería muy interesante trasladar la investigación realizada (implantación y aprovechamiento de las PDI) a otras etapas educativas, como puede ser la etapa de educación primaria o la etapa universitaria. En el primer caso se podría repetir el estudio realizado en la localidad de Xàtiva mientras que en la etapa universitaria habría que establecer un nuevo contexto para desarrollar el trabajo.

## 6.- Referencias bibliográficas

- Álvarez, S., Cuéllar C., López, B., Adrada, C., Anguiano, R., Bueno, A., Comas, I. y Gómez, S. (2011). Actitudes de los profesores ante la integración de las TIC en la práctica docente. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 35. Recuperado en [http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec35/pdf/Edutec-e\\_n35\\_Alvarez\\_Cuellar\\_Adrada\\_Anguiano\\_Bueno\\_Comas\\_Gomez.pdf](http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec35/pdf/Edutec-e_n35_Alvarez_Cuellar_Adrada_Anguiano_Bueno_Comas_Gomez.pdf)
- Bellés, S. (2007). Implantación de las TIC en el sistema educativo valenciano. *Ponencia presentada en el Seminario: Sociedad de la comunicación y educación*, 8 de noviembre, Sevilla. Recuperado el 3 de julio de 2013 en: <http://www.socinfo.info/seminarios/EDUCAsevilla/valencia.pdf>
- Cabezón, M.A. (2009). *Sistemas de Ecuaciones*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF). Unidad didáctica del programa Descartes. Recuperado el 8 de julio de 2013 en: [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/EDAD\\_3\\_eso\\_sistemas\\_de\\_ecuaciones/index\\_3quincena4.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3_eso_sistemas_de_ecuaciones/index_3quincena4.htm)
- Conselleria d'Educació (Sin fecha): *Innovación Tecnológica Educativa*. Recuperado el 3 de julio de 2013 en [http://www.cece.gva.es/ite/index\\_es.asp](http://www.cece.gva.es/ite/index_es.asp)
- Cuadrado, J.A. (2008). *Fracciones*. Recuperado el 8 de julio de 2013 en: <http://palmera.pntic.mec.es/~jcuadr2/fraccion/index.html>
- Decreto 112/2007, de 20 de julio, por el que se establece el currículo de la *Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana*. Diario Oficial de la Comunidad Valenciana, 5562, de 24 de julio de 2007.
- Decreto 102/2008, de 11 de julio, por el que se establece el currículo del bachillerato en la Comunidad Valenciana. Diario Oficial de la Comunidad Valenciana, 5806, de 15 de julio de 2008.
- Díez, E.J. (2012). Modelos socioconstructivistas y colaborativos en el uso de las TIC en la formación inicial del profesorado. *Revista de Educación*, 358, 175-196. Recuperado en <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulos-re358/re35809.pdf?documentId=0901e72b8128205e>

- Domingo, M. (2011). Pizarra Digital Interactiva en el aula: uso y valoraciones sobre el aprendizaje. *Estudios sobre Educación*, 20, 99-116. Recuperado en <http://dspace.unav.es/dspace/bitstream/10171/18345/2/ESE%2099-116.pdf>
- Dulac, J. (2006). *La pizarra digital: ¿Una nueva metodología en el aula?*. Memoria final del Proyecto de Investigación Educativa. Recuperado en <http://dulac.es/investigaciones/pizarra/Informe%20final.%20WEB.pdf>
- Editorial Santillana (Sin fecha). *Los Polinomios*. Recuperado el 8 de julio de 2013 en:  
[http://contenidos.santillanaenred.com/jukebox/servlet/GetPlayerP3V?p3v=true&xref=200412020903\\_PRE\\_o\\_-544606305&mode=1&rtc=1001&locale=es&cache=false](http://contenidos.santillanaenred.com/jukebox/servlet/GetPlayerP3V?p3v=true&xref=200412020903_PRE_o_-544606305&mode=1&rtc=1001&locale=es&cache=false)
- España, F., Luque, C.M., Pacheco, M. y Bracho, R. (2008). *Del lápiz al ratón. Guía práctica para la utilización de las nuevas tecnologías en la enseñanza*. Córdoba: Toro Mítico.
- Gallego, D. J., Cacheiro, M.L. y Dulac, J. (2009). La pizarra digital interactiva como recurso docente. *Revista Electrónica Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 10 (2), 127-145. Recuperado en [http://www.usal.es/~teoriaeducacion/rev\\_numero\\_10\\_02/n10\\_02\\_gallego\\_cacheiro\\_dulac.pdf](http://www.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_10_02/n10_02_gallego_cacheiro_dulac.pdf)
- Gandol, F., Carrillo E. y Prats, M.A. (2012). Potencialidades y limitaciones de la pizarra digital interactiva. Una revisión crítica de la literatura. *Píxel-bit. Revista de Medios y Educación*, 40, 171-183. Recuperado en <http://acdc.sav.us.es/pixelbit/images/stories/p40/13.pdf>
- Marquès, P y Casals, P. (2002). La pizarra digital en el aula de clase, una de las tres bases tecnológicas de la escuela del futuro. *Revista Fuentes*, 4, 36-44. Recuperado en [http://institucional.us.es/fuentes/gestor/apartados\\_revista/pdf/numeros\\_anteriores/enhqgrxc.pdf](http://institucional.us.es/fuentes/gestor/apartados_revista/pdf/numeros_anteriores/enhqgrxc.pdf)
- Marquès, P. (2006). *La pizarra digital en el aula de clase*. Barcelona: Edebé. Recuperado en: [http://www.edebedigital.net/biblioteca/pizarra-digital\\_CAST.pdf](http://www.edebedigital.net/biblioteca/pizarra-digital_CAST.pdf)

- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) (Sin fecha). *Descartes*. Recuperado el 8 de julio de 2013 en: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) (Sin fecha). *Recursos educativos*. Recuperado el 8 de julio de 2013 en: <http://www.ite.educacion.es/es/recursos>
- Noda, A. (2009). Pizarra digital interactiva en aulas de matemáticas. *Números. Revista Didáctica de las Matemáticas*, 72, 121-127. Recuperado en [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/72/Enlared\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/72/Enlared_01.pdf)
- Papí, N. (2011). Sociedad de la información y políticas de educación. El programa Escuela 2.0 y la Comunidad Valenciana. *Ponencia presentada en el I Congreso Internacional: La cultura mediática y competencia digital*, 13-15 de octubre, Segovia. Recuperado el 3 de julio de 2013 en: <http://www.educacionmediatica.es/comunicaciones/Eje%201/Natalia%20Pap%C3%AD.pdf>
- Pons, J.P., Colás, P. y González, T. (2010). Factores facilitadores de la innovación con TIC en los centros escolares. Un análisis comparativo entre diferentes políticas educativas autonómicas. *Revista de Educación*, 352, 23-51. Recuperado en <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre352/re35202.pdf?documentId=0901e72b812342bf>
- Ramírez, J. y Santos, N. (2004). *Recursos computacionales para la enseñanza aprendizaje de la matemática en la educación superior*. Recuperado en <http://www.monografias.com/trabajos17/computacion-matematicas/computacion-matematicas.shtml>
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado, 5, 5 de enero de 2007.
- Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. Boletín Oficial del Estado, 266, 6 de noviembre de 2007.

- Ruiz, J. y Sánchez, J. (2012). Expectativas de los centros educativos ante los proyectos de integración de las TIC en las aulas. *Revista de Educación*, 357, 587-613. Recuperado en <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre357/re35726.pdf?documentId=0901e72b8127d1fe>
- Sancho, J.M. y Correa, J.M. (2010). Cambio y continuidad en sistemas educativos en transformación. *Revista de Educación*, 352, 17-21. Recuperado en <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre352/re35201.pdf?documentId=0901e72b81234573>
- Stegmann, C., Juan, A. y Huertas, M.A. (2011). Enseñanza de las matemáticas asistida por las tecnologías del aprendizaje y la comunicación: el proyecto *Mathele@rning*. *Revista Iberoamericana de Educación*, 55/4. Recuperado en <http://www.rieoei.org/deloslectores/3947Stegmann.pdf>
- Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). (2012). *Sociología de la Educación. Tema 3: Herramientas de Medición Sociológica*. Material no publicado.
- Velasco, A. y Romero, L. (2012). *Monográfico Pizarras Digitales 2012*. Ministerio de Educación, Cultura y deporte. Observatorio Tecnológico. Recuperado en <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/equipamiento-tecnologico/aulas-digitales/1038-monografico-pizarras-digitales?showall=1>
- Villarreal, G. (Sin fecha). *La pizarra interactiva: una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Recuperado en [http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev\\_numero\\_07/n7\\_art\\_villarreal.htm](http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_villarreal.htm)

## **Anexo I**

**Cuestionario sobre el estado de implantación  
de Pizarras Digitales Interactivas en los  
centros de ESO y Bachillerato de Xàtiva**

Cuestionario sobre el estado de  
implantación de Pizarras Digitales  
Interactivas en los centros de  
Secundaria y Bachillerato de Xàtiva

*Dirigido al responsable en la materia de cada centro*

Master en Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato  
Trabajo Fin de Master  
Roberto Mira Esteban  
Xàtiva, junio de 2013

El presente cuestionario se realiza como parte del Trabajo Fin de Máster en Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato “*Implantación y uso de las Pizarras Digitales Interactivas en la asignatura de Matemáticas de ESO en los centros educativos de la localidad de Xàtiva (Valencia)*” realizado por el alumno Roberto Mira Esteban, residente de la localidad objeto de estudio.

Su colaboración es fundamental para poder completar el trabajo. Muchas gracias.

***Instrucciones para cumplimentar el cuestionario:*** Marque con una X la casilla que considere más adecuada a las cuestiones que se le planteen. Salvo que se indique lo contrario marque sólo una respuesta. Complete la respuesta rellenando sobre las líneas en caso de que la opción elegida le presente esa posibilidad. Si desea incluir alguna aclaración puede hacerlo en la parte de atrás de la portada.

CENTRO EDUCATIVO: \_\_\_\_\_

1. ¿En qué curso se empezó a dotar a las aulas del centro con PDI?

Todavía no se ha iniciado la implantación

Indicar el curso: \_\_\_\_\_

2. ¿La implantación se inició respondiendo a un programa de la administración o por iniciativa del centro?

Programa de la administración

Iniciativa del centro

Otros: \_\_\_\_\_

3. En el curso 2012-1013, ¿cuántas aulas del centro disponen de PDI?

En 1º de ESO hay \_\_\_\_ grupos y \_\_\_\_ de ellos disponen de PDI en el aula

En 2º de ESO hay \_\_\_\_ grupos y \_\_\_\_ de ellos disponen de PDI en el aula

En 3º de ESO hay \_\_\_\_ grupos y \_\_\_\_ de ellos disponen de PDI en el aula

En 4º de ESO hay \_\_\_\_ grupos y \_\_\_\_ de ellos disponen de PDI en el aula

En 1º de Bachillerato hay \_\_\_\_ grupos y \_\_\_\_ de ellos disponen de PDI en el aula

En 2º de Bachillerato hay \_\_\_\_ grupos y \_\_\_\_ de ellos disponen de PDI en el aula

Otras (aula informática, de audiovisuales, etc.): \_\_\_\_\_

4. Las aulas dotadas con PDI, ¿disponen también de conexión a Internet?

Sí

No

5. En cursos siguientes, ¿está previsto aumentar la dotación?

No por el momento

Sí, curso 2013-2014 ampliar en \_\_\_\_ grupos de \_\_\_\_\_  
curso 2014-2015 ampliar en \_\_\_\_ grupos de \_\_\_\_\_  
curso 2015-2016 ampliar en \_\_\_\_ grupos de \_\_\_\_\_  
curso 2016-2017 ampliar en \_\_\_\_ grupos de \_\_\_\_\_

6. Para la financiación de las PDI, ¿se cuenta con alguna partida específica?

Sí, existe una partida dedicada exclusivamente a las PDI sin la cual no es posible su implantación

No, los costes se cubren con el presupuesto ordinario del centro

7. Dentro de los planes específicos de innovación tecnológica educativa de la Conselleria d'Educació, ¿conoce usted el Plan MÁS-TIC, o los programas ITACA o LLIUREX?

No los conozco

He oído hablar de ellos pero no en profundidad

Los conozco bastante bien

8. ¿Está su centro acogido a alguno de los programas de innovación tecnológica educativa de la Conselleria d'Educació?

No me consta

Sí a los programas \_\_\_\_\_ y están en marcha

Sí a los programas \_\_\_\_\_ pero no están en funcionamiento por los siguientes motivos \_\_\_\_\_

## **Anexo II**

### **Cuestionario sobre el uso de Pizarras Digitales Interactivas en la asignatura de Matemáticas de los centros de ESO y Bachillerato de Xàtiva**

Cuestionario sobre el uso de Pizarras  
Digitales Interactivas en la asignatura  
de Matemáticas de los centros de  
Secundaria y Bachillerato de Xàtiva

*Dirigido a los docentes de Matemáticas de cada centro*

Master en Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato

Trabajo Fin de Master

Roberto Mira Esteban

Xàtiva, junio de 2013

El presente cuestionario se realiza como parte del Trabajo Fin de Máster en Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato “*Implantación y uso de las Pizarras Digitales Interactivas en la asignatura de Matemáticas de ESO en los centros educativos de la localidad de Xàtiva (Valencia)*” realizado por el alumno Roberto Mira Esteban, residente de la localidad objeto de estudio.

Su colaboración es fundamental para poder completar el trabajo. Muchas gracias.

***Instrucciones para cumplimentar el cuestionario:*** Marque con una X la casilla que considere más adecuada en los datos del encuestado y en las cuestiones que se le planteen. Salvo que se indique lo contrario marque sólo una respuesta. Complete la respuesta rellenando sobre las líneas en caso de que la opción elegida le presente esa posibilidad. Si desea incluir alguna aclaración puede hacerlo en la parte de atrás de la portada.

### **Datos del encuestado:**

Centro educativo: \_\_\_\_\_

Edad:  menos de 30 años  entre 30 y 40 años  entre 40 y 50 años  más de 50

Experiencia:  menos de 5 años  entre 5 y 15 años  entre 15 y 25  más de 25

### **Cuestionario:**

1. ¿Cuál es su grado de conocimiento del recurso?

- Nulo
- Escaso, lo justo para utilizarlo como pizarra
- Medio, su uso como pizarra y alguna aplicación más
- Avanzado, conozco la mayoría de sus posibilidades

2. ¿Ha recibido algún tipo de formación en la utilización de la PDI?

- No, ningún tipo de formación
- Únicamente formación respecto a su funcionamiento básico
- Sí, formación respecto a su funcionamiento básico, sus posibilidades y los recursos disponibles para trabajar con ella.

3. Si el aula cuenta con PDI, ¿en qué medida la utiliza?

- No la utilizo para nada
- La utilizo únicamente como pizarra
- Como pizarra y como recurso esporádico (alguna proyección, algún gráfico, etc.)
- Utilizo con frecuencia recursos de la asignatura (presentaciones, aplicaciones específicas, conexión a internet, etc.)

4. ¿Ha utilizado alguna vez software específico de la asignatura en la PDI?

- No  
 Sí (Especifique cuál, por favor: \_\_\_\_\_)

5. ¿Piensa que la PDI es un recurso útil?

- No le veo mayor aplicación que la de pizarra  
 Puede resultar útil, pero tampoco aporta nada especialmente significativo  
 Lo veo un recurso muy aprovechable y enriquecedor para la asignatura

6.- ¿Qué grado de aprovechamiento cree que se le está dando al recurso en la asignatura de Matemáticas de ESO en su centro?

- Muy bajo                       Medio  
 Bajo                                 Alto

7.- ¿Cuál piensa que puede ser la causa de que las PDI no se aprovechen en mayor medida en la asignatura de Matemáticas de ESO en su centro? (*En esta pregunta puede marcar más de una respuesta*)

- Falta de formación del profesorado  
 La asignatura de Matemáticas no se presta demasiado a su uso  
 Falta de tiempo  
 Falta de implicación del profesorado

8. ¿Piensa que utilizar la PDI con programas, imágenes o recursos específicos de la asignatura puede ser un factor de motivación adicional para los alumnos?

- No tiene porqué  
 No, incluso puede ser contraproducente  
 Sí, puede hacer más atractiva la asignatura

9. ¿En qué medida piensa que la utilización de la PDI puede ayudar a mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos?

- No creo que pueda ayudar mucho  
 Puede ayudar en algunos aspectos  
 Pienso que puede ser de gran ayuda

10. ¿Qué futuro le augura al recurso?

- Creo que es una moda pasajera  
 Tengo mis dudas respecto a su total integración en las aulas  
 Considero que a corto/medio/largo plazo (*subraye la que le parezca*) las PDI serán un elemento totalmente integrado en las aulas

## **Anexo III**

**Programa Descartes: Cuaderno de trabajo de la Unidad  
Didáctica Sistemas de Ecuaciones de 3º de ESO**



## Sistemas de ecuaciones

### Contenidos

1. Ecuaciones lineales  
Definición. Solución
  
2. Sistemas de ecuaciones lineales  
Definición. Solución  
Número de soluciones
  
3. Métodos de resolución  
Reducción  
Sustitución  
Igualación
  
4. Aplicaciones prácticas  
Resolución de problemas

### Objetivos

- Reconocer y clasificar los sistemas de ecuaciones según su número de soluciones.
- Obtener la solución de un sistema mediante unas tablas.
- Resolver sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, por los métodos de sustitución, igualación y reducción.
- Utilizar el lenguaje algebraico y los sistemas para resolver problemas.

**Antes de empezar**

Lee en la escena el texto del poema y trata de plantear una ecuación y de buscar la solución.

<p><i>Por presumir de certero un tirador atrevido se encontró comprometido en el lance que os refiero. Y fue, que ante una caseta de la feria del lugar presumió de no fallar ni un tiro con la escopeta, y el feriante alzando el gallo un duro ofreció pagarle por cada acierto y cobrarle a tres pesetas el fallo</i></p>	<p><i>Dieciséis veces tiró el tirador afamado al fin dijo, despechado por los tiros que falló: "Mala escopeta fue el cebo y la causa de mi afrenta pero ajustada la cuenta ni me debes ni te debo". Y todo el que atentamente este relato siguió podrá decir fácilmente cuántos tiros acertó.</i></p>	<p>Completa la tabla de premios para obtener la solución de otra forma:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="border: none;">Aciertos</th> <th style="border: none;">Fallos</th> <th style="border: none;">Premio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="border: none;">16</td><td style="border: none;">0</td><td style="border: none;">80</td></tr> <tr><td style="border: none;">15</td><td style="border: none;">1</td><td style="border: none;">72</td></tr> <tr><td style="border: none;">14</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">13</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">12</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">11</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">10</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">9</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">8</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">7</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> <tr><td style="border: none;">6</td><td style="border: none;"></td><td style="border: none;"></td></tr> </tbody> </table>	Aciertos	Fallos	Premio	16	0	80	15	1	72	14			13			12			11			10			9			8			7			6		
Aciertos	Fallos	Premio																																				
16	0	80																																				
15	1	72																																				
14																																						
13																																						
12																																						
11																																						
10																																						
9																																						
8																																						
7																																						
6																																						

Quando acabes pulsa para ir a la página siguiente.

**1. Ecuaciones lineales**

**1.a. Definición. Solución.**

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

**EJERCICIO:** Completa:

	Respuestas
¿Cuál es el grado de las ecuaciones lineales?	
¿Cuál es la expresión general de una ecuación lineal con dos incógnitas?	
¿Qué es una solución de una ecuación lineal con dos incógnitas?	
¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal con dos incógnitas?	
¿Qué tipo de línea forman las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas si las representamos gráficamente?	

Copia cuatro de los ejemplos que aparecen en la escena en los siguientes recuadros y haz la gráfica de la recta que forman las soluciones de cada una de las ecuaciones:

Ecuación:		
x	y	

Ecuación:		
x	y	

Ecuación:		
x	y	

Ecuación:		
x	y	

Quando hayas comprendido bien el concepto ... Pulsa en para hacer ejercicios.

**EJERCICIO:**

Completa a continuación tres de los enunciados que aparecen en esa escena de ejercicios y resuélvelos. Después comprueba la solución en la escena:

	Soluciones
Halla una solución (x,y) de la ecuación _____ sabiendo que _____	
Razona si $x =$ , $y =$ es una solución de la ecuación: _____	
¿Cuánto vale "c" si $x =$ , $y =$ es una solución de la ecuación: _____	

Resuelve más ejercicios hasta que hayas comprendido bien el concepto de solución de una ecuación lineal con dos incógnitas.

**EJERCICIOS**

1. Dada la ecuación:  $3x + 2y = 17$  , razona si los siguientes pares son solución.
  - a)  $x=1$  ,  $y=3$
  - b)  $x=5$  ,  $y=1$
2. Dada la ecuación  $5x - 2y = c$  , halla el valor de c sabiendo que una solución es:
  - a)  $x=3$  ,  $y=6$
  - b)  $x=4$  ,  $y=1$
3. Halla una solución (x,y) de la ecuación  $-4x + 5y = 17$  sabiendo que:
  - a)  $x=7$
  - b)  $y=1$
4. Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas cuya solución sea:
  - a)  $x=1$  ,  $y=3$
  - b)  $x=-2$  ,  $y=1$
5. Haz una tabla de valores (x,y) que sean solución de la ecuación:  $2x + y = 17$  , y representa estos valores en un sistema de coordenadas.

Quando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

## 2. Sistemas de ecuaciones lineales

### 2.a. Definición. Solución.

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

**EJERCICIO:** Completa:

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas \_\_\_\_\_

Fórmula general de un sistema de dos ecuaciones



Una solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es \_\_\_\_\_

Copia **dos ejemplos** de los que aparecen en la escena y haz la gráfica de las rectas que corresponden a cada una de las ecuaciones e indica cuál es la solución del sistema:

Sistema: {		<p>Gráfica</p>																							
Ec. 1:	Ec. 2:																								
y =	y =																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="width: 50px;">x</th> <th style="width: 50px;">y</th> </tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x		y											<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="width: 50px;">x</th> <th style="width: 50px;">y</th> </tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x	y									
x	y																								
x	y																								

Solución del sistema

( , )

Sistema: {		<p>Gráfica</p>																							
Ec. 1:	Ec. 2:																								
y =	y =																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="width: 50px;">x</th> <th style="width: 50px;">y</th> </tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x		y											<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="width: 50px;">x</th> <th style="width: 50px;">y</th> </tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x	y									
x	y																								
x	y																								

Solución del sistema

( , )

Cuando hayas comprendido bien el concepto ... Pulsa en para hacer ejercicios.

**EJERCICIO:**

Completa a continuación tres de los enunciados que aparecen en esa escena de ejercicios y resuélvelos. Después comprueba la solución en la escena:

	Soluciones								
Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya solución sea: $x = \quad , y = \quad$	{								
Razona si $x = \quad , y = \quad$ es una solución del sistema: {									
Haz una tabla de valores y da la solución del sistema: {	X								
	y								

Resuelve más ejercicios hasta que hayas comprendido bien el concepto de solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Cuando acabes ... P pulsa para ir a la página siguiente.

**2.b. Número de soluciones.**

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

Aprende cómo se llaman los sistemas dependiendo del número de soluciones que tienen y como son en cada caso las rectas que forman las soluciones correspondientes a cada una de las ecuaciones que lo forman.

**EJERCICIO:** Contesta:

	Respuestas
¿Cómo se llama un sistema que tiene una única solución? ¿Cómo son las rectas que lo forman?	
¿Cómo se llama un sistema que tiene infinitas soluciones? ¿Cómo son las rectas que lo forman?	
¿Cómo se llama un sistema que no tiene solución? ¿Cómo son las rectas que lo forman?	

En la escena de la derecha elige la opción:

Sistema Compatible Determinado ▼

Sistema: {		Gráfica 																							
Ec. 1:	Ec. 2:																								
=	=																								
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x		y											<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x	y									
x	y																								
x	y																								

Las rectas son:

---

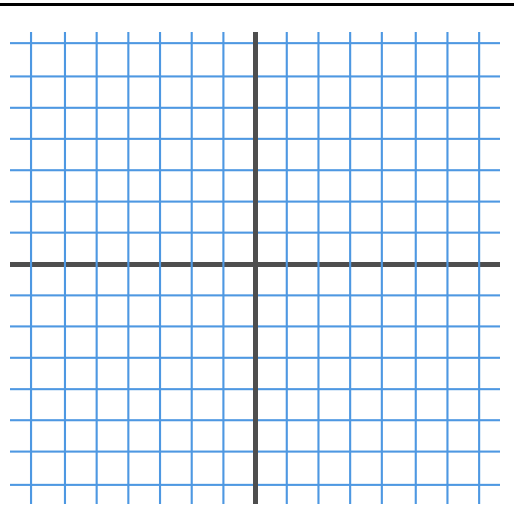
¿Cuántas soluciones tiene el sistema?

---

En la escena de la derecha elige la opción:

Sistema Compatible Indeterminado ▼

Sistema: {			
Ec. 1:		Ec. 2:	
=		=	
x	y	x	y



Las rectas son:

\_\_\_\_\_

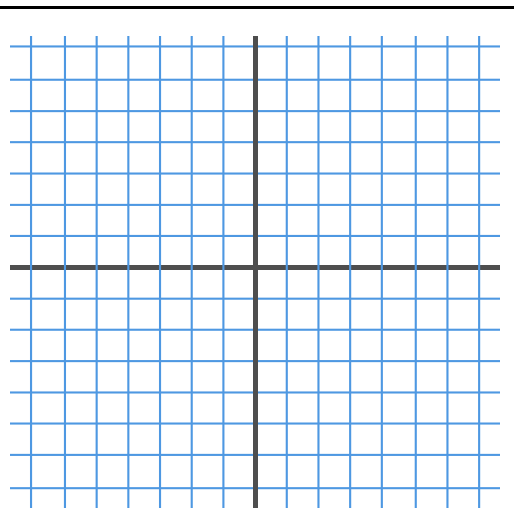
¿Cuántas soluciones tiene el sistema?

\_\_\_\_\_

En la escena de la derecha elige la opción:

Sistema Incompatible ▼

Sistema: {			
Ec. 1:		Ec. 2:	
=		=	
x	y	x	y



Las rectas son:

\_\_\_\_\_

¿Cuántas soluciones tiene el sistema?

\_\_\_\_\_

## EJERCICIOS

6. Dado el sistema:  $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$ , razona si los siguientes pares son solución.

a)  $x=3, y=4$

b)  $x=5, y=1$

c)  $x=3, y=1$

7. Escribe un sistema de dos ecuaciones cuya solución sea:

b)  $x=1, y=2$

b)  $x=3, y=1$

c)  $x=2, y=3$

8. Haz una tabla de valores y da la solución del sistema:  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

9. Indica cuántas soluciones tiene el sistema:  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

### 3. Métodos de resolución

#### 3.a. Reducción.

Lee en la pantalla en qué consiste el método de reducción.

**EJERCICIO:** Completa:

Resolver un sistema por el método de reducción consiste en encontrar otro sistema, \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

En la escena puedes ver como se resuelve un sistema por el método de reducción paso a paso. Completa en este recuadro el ejemplo que aparece en la escena.

Resolver el sistema: {

**Paso 1:** Multiplicar la primera ecuación por   
 Multiplicar la segunda ecuación por   
 Sumar las dos ecuaciones para eliminar la letra

**Paso 2:** Sustituir  en la  ecuación

**Paso 3:** Despejar la

**Paso 4:** Dar la solución

Observa que puedes **cambiar la letra** que se reduce y que puedes utilizar cualquiera de las dos ecuaciones a la hora de sustituir para hallar el valor de la otra incógnita. Practica con esa escena hasta que hayas comprendido bien el método.

Después... Pulsa en para hacer ejercicios.

Aparece una escena con un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Resuélvelo en este recuadro.

Después pulsa **Solución** para comprobar

Resolver el sistema por reducción: {

Multiplicar la primera ecuación por   
 Multiplicar la segunda ecuación por   
 Sumar las dos ecuaciones para eliminar la letra

Sustituir el valor de  en la ecuación

x =   
 y =

Pulsa

**OTRO EJEMPLO**

Y resuélvelo del mismo modo: Primero en el papel y después comprueba la solución.

Resolver el sistema por reducción: {

Multiplicar la primera ecuación por

Multiplicar la segunda ecuación por

Sumar las dos ecuaciones para eliminar la letra

Sustituir el valor de  en la ecuación

x =

y =

Haz varios ejemplos. Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

**3.b. Sustitución.**

Lee en la pantalla en qué consiste el método de sustitución.

**EJERCICIO:** Completa:

Para resolver un sistema por el método de sustitución \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

En la escena puedes ver como se resuelve un sistema por el método de sustitución paso a paso. Completa en este recuadro el ejemplo que aparece en la escena.

Resolver el sistema: {

**Paso 1:** Despejar la letra  en la  ecuación

**Paso 2:** Sustituir la letra  en la  ecuación

**Paso 3:** Resolver la ecuación de una incógnita que resulta:

**Paso 4:** Calcular la  Sustituyendo en la ecuación despejada

**Paso 5:** Dar la solución

Observa que podrías empezar **despejando la misma letra** en la otra ecuación o **la otra letra** en **cualquiera de las ecuaciones** y siempre obtendrías el mismo resultado. Practica con esa escena hasta que hayas comprendido bien el método.

Después... Pulsa en para hacer ejercicios.

Aparece una escena con un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Resuélvelo en este recuadro.

Después pulsa **Solución** para comprobar

Resolver el sistema por sustitución: {

Se despeja la  en la  ecuación ...

Solución:  x =  
 y =

Haz varios ejemplos. Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

### 3.c. Igualación.

Lee en la pantalla en qué consiste el método de igualación.

**EJERCICIO:** Completa:

Para resolver un sistema por el método de igualación \_\_\_\_\_

En la escena puedes ver como se resuelve un sistema por el método de igualación paso a paso. Completa en este recuadro el ejemplo que aparece en la escena.

Resolver el sistema: {

<p><b>Paso 1:</b> Despejar la letra <input type="text"/> en las dos ecuaciones</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>	<p><b>Paso 2:</b> Igualar las dos ecuaciones despejadas</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
<p><b>Paso 3:</b> Resolver la ecuación de una incógnita que resulta:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>	
<p><b>Paso 4:</b> Calcular la <input type="text"/> sustituyendo en la ecuación despejada</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>	<p><b>Paso 5:</b> Dar la solución</p> <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%;"></div>

Observa que podrías empezar **despejando la otra letra** en **las dos ecuaciones** y obtendrías el mismo resultado.

Practica con esa escena hasta que hayas comprendido bien el método.

Después... Pulsa en para hacer ejercicios.

Aparece una escena con un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Resuélvelo en este recuadro.

Después pulsa **Solución** para comprobar

Resolver el sistema por igualación: {

Se despeja la  en las dos ecuaciones...

Solución: 

x =
y =

## EJERCICIOS

**11.** Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de reducción:

a)  $\begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ 3x - 7y = 4 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$

**12.** Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de sustitución:

a)  $\begin{cases} x + 7y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases}$

**13.** Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de igualación:

a)  $\begin{cases} x + 7y = 23 \\ x - 5y = -13 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + y = 9 \end{cases}$

## EJERCICIOS de Refuerzo

Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más adecuado en cada caso:

a)  $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - 5y = 11 \\ -2x + 7y = -19 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} -2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 17 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + 5y = -12 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 2x + 5y = -2 \\ 4x - 3y = 9 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} 4x + 3y = 3 \\ 2x + 9y = 4 \end{cases}$


Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

## 4. Aplicaciones prácticas

### 4.a. Resolución de problemas.

Lee el texto de pantalla: "Para resolver un problema mediante un sistema..."

Ejemplos. En la escena puedes ver ejemplos de problemas de tres tipos

Pulsa sobre Edades Geometría y continua con  para ver como se hace.  
Mezclas

Y "< volver" para volver al menú.

Para otros ejemplos del mismo tipo: Pulsa si quieres cambiar los datos CAMBIAR

<b>a) Copia un ejemplo completo tal y como aparece en la pantalla tipo EDADES.</b>
<b>b) Copia un ejemplo completo tal y como aparece en la pantalla tipo GEOMETRÍA.</b>
<b>c) Copia un ejemplo completo tal y como aparece en la pantalla tipo MEZCLAS.</b>

Después... Pulsa en  para hacer ejercicios.

En la escena irán apareciendo diferentes problemas. Busca seis enunciados que comiencen con las frases que se indican a continuación. Complétalos y resuélvelos (utiliza el método que consideres más adecuado en cada uno de ellos). Después comprueba si lo has hecho bien.

**Ejemplo 1:**

Hallar dos números sabiendo que \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Solución: 

x =	y =
-----	-----

**Ejemplo 2:**

Paco tiene en su monedero \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Solución: 

x =	y =
-----	-----

**Ejemplo 3:**

Al dividir un número entre otro \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Solución: 

x =	y =
-----	-----

**Ejemplo 4:**

La base de un rectángulo mide \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Solución: 

$x =$	$y =$
-------	-------

**Ejemplo 5:**

En una clase \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Solución: 

$x =$	$y =$
-------	-------

**Ejemplo 6:**

Salvador ha hecho un examen que \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Solución: 

$x =$	$y =$
-------	-------

## EJERCICIOS

14. Ana tiene en su cartera billetes de 10€ y 20€, en total tiene 20 billetes y 440€  
¿Cuántos billetes tiene de cada tipo?
15. La suma de las edades de Miguel y Pedro es 97. Dentro de 4 años la edad de Pedro será cuatro veces la edad de Miguel. ¿Qué edades tienen ambos?
16. Se quiere obtener 90 kg de café a 8'5 €/kg mezclando café de 15 €/kg con café de 6 €/kg, ¿cuántos kg de cada clase hay que mezclar?
17. En un taller hay 154 vehículos entre coches y motocicletas, si el número de ruedas es de 458, ¿cuántas motocicletas y coches hay?



## Recuerda lo más importante – RESUMEN

Ecuación de primer grado con dos incógnitas: \_\_\_\_\_

a y b son los \_\_\_\_\_, c es el \_\_\_\_\_.

Las soluciones de la ecuación son \_\_\_\_\_

Hay \_\_\_\_\_. Las soluciones, si las representamos, están \_\_\_\_\_

Sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. {

**a, b, p, q** son los \_\_\_\_\_, **c y r** son los \_\_\_\_\_.


Métodos de resolución:    •  
  •  
  •

**Sistema Compatible Determinado:** El que \_\_\_\_\_

**Sistema Compatible Indeterminado:** El que \_\_\_\_\_

**Sistema Incompatible:** El que \_\_\_\_\_

- Para resolver problemas:**
- 1) \_\_\_\_\_
  - 2) \_\_\_\_\_
  - 3) \_\_\_\_\_
  - 4) \_\_\_\_\_
  - 5) \_\_\_\_\_

Pulsa  para ir a la página siguiente



## Para practicar

En esta unidad encontrarás dos páginas de ejercicios: Sistemas de ecuaciones y Resolver problemas con sistemas

### SISTEMAS DE ECUACIONES

Resolver dos sistemas de los que aparecen en esa página de ejercicios, por cada método:

#### Por SUSTITUCIÓN

1. {	
2. {	

#### Por IGUALACIÓN

3. {	
4. {	

**Por REDUCCIÓN**

5. {	
6. {	

**RESOLVER PROBLEMAS CON SISTEMAS**

Aparece el enunciado de un problema. Cópialos en el primer recuadro y resuélvelo en el espacio reservado para ello. Después comprueba en el ordenador si los has hecho bien.

Pulsando en " Ejercicio" aparecerán otros enunciados.

Resuelve un mínimo de cinco problemas procurando que los enunciados sean diferentes.

7.

Resolución:

8.

Resolución:

9.

Resolución:

10.

Resolución:

11.

Resolución:

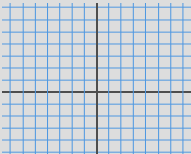
## Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea  $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $y = \underline{\hspace{1cm}}$

2 Completa el sistema para que sea:  
\_\_\_\_\_

3  (Dibuja las rectas en los ejes)  
Indica que tipo de sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es el representado.

4 Escribe una solución de la ecuación:  
\_\_\_\_\_

5 Resuelve por reducción: {

6 Resuelve por sustitución: {

7 Resuelve por igualación: {

8 Encuentra dos números \_\_\_\_\_ sea \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ sea \_\_\_\_\_ .

9 Indica sin resolver si el sistema es Incompatible o Compatible Indeterminado. {

10 Halla las dimensiones de un rectángulo de perímetro \_\_\_\_\_ si \_\_\_\_\_ .



## Para practicar más

- Calcula el valor de  $c$  para que la solución de la ecuación,  $x + 7y = c$  sea:
  - $x = 1, y = 2 \rightarrow$
  - $x = 3, y = -3 \rightarrow$
  - $x = 5, y = 0 \rightarrow$
  - $x = -2, y = 3 \rightarrow$
- Halla una solución  $(x,y)$  de la ecuación  $-4x + y = 17$  sabiendo que:
  - $x = 1 \rightarrow$
  - $y = -7 \rightarrow$
- Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución:
  - $x = 4, y = -3 \rightarrow \left\{ \right.$
  - $x = 1, y = -2 \rightarrow \left\{ \right.$
  - $x = 0, y = 5 \left\{ \right.$
  - $x = 1, y = 1 \left\{ \right.$
- Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que:
  - tenga infinitas soluciones  $\rightarrow \left\{ \right.$
  - tenga una sola solución  $\rightarrow \left\{ \right.$
  - no tenga solución  $\rightarrow \left\{ \right.$
- Razona si el punto  $(x,y)$  es solución del sistema:
  - $x = 3, y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases} \rightarrow$
  - $x = 1, y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} \rightarrow$
- Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases}$

**7. Resuelve por reducción:**

a) $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$	b) $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$	c) $\begin{cases} -9x - 4y = -53 \\ 9x + 8y = 61 \end{cases}$
--	---	---

**8. Resuelve por sustitución:**

a) $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y = -17 \\ 5x + 2y = -21 \end{cases}$
---	---	--

**9. Resuelve por igualación:**

a) $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$
--	--	---

- 10.** Hallar dos números sabiendo que el mayor más seis veces el menor es igual a 62 y el menor más cinco veces el mayor es igual a 78.
  
- 11.** Al dividir un número entre otro el cociente es 2 y el resto es 5. Si la diferencia entre el dividendo y el divisor es de 51, ¿de qué números se trata?
  
- 12.** La base de un rectángulo mide 20 dm más que su altura. Si el perímetro mide 172 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
  
- 13.** En una clase hay 80 alumnos entre chicos y chicas. En el último examen de matemáticas han aprobado 60 alumnos, el 50% de las chicas y el 90 % de los chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?
  
- 14.** La base de un rectángulo mide 70 dm más que su altura. Si el perímetro mide 412 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
  
- 15.** Juan ha realizado un examen que constaba de 68 preguntas, ha dejado sin contestar 18 preguntas y ha obtenido 478 puntos. Si por cada respuesta correcta se suman 10 puntos y por cada respuesta incorrecta se resta un punto, ¿cuántas preguntas ha contestado bien y cuántas ha contestado mal?
  
- 16.** Paco tiene en su monedero 210€ en billetes de 5 y 20 euros. Si dispone de 15 billetes, ¿cuántos billetes tiene de cada clase?
  
- 17.** La suma de dos números es 85 y su diferencia es 19. ¿Cuáles son los números?
  
- 18.** La suma de las edades de Luisa y de Miguel es 32 años. Dentro de 8 años la edad de Miguel será dos veces la edad de Luisa. ¿Qué edades tienen ambos?

- 19.** María ha comprado un pantalón y un jersey. Los precios de estas prendas suman 77€, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en el jersey, pagando en total 63'60€. ¿Cuál es el precio sin rebajar de cada prenda?
- 20.** Encontrar un número de dos cifras sabiendo que suman 10 y que si le restamos el número que resulta al intercambiar sus cifras el resultado es 72.
- 21.** Halla las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 88cm y que el triple de la base más el doble de la altura es igual a 118.
- 22.** La suma de las edades de Raquel y Luisa son 65 años. La edad de Luisa más cuatro veces la edad de Raquel es igual a 104. ¿Qué edades tienen ambos?.
- 23.** Se quiere obtener 25 kg de café a 12'36 €/kg, mezclando café de 15 €/kg con café de 9 €/kg. ¿Cuántos kilogramos de cada clase hay que mezclar?
- 24.** Un hotel tiene 94 habitaciones entre dobles e individuales. Si el número de camas es 170. ¿Cuántas habitaciones dobles tiene? ¿Cuántas individuales?
- 25.** Halla dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4, la suma de los cocientes es 15, mientras si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5 la suma de los productos es 188.
- 26.** En un corral hay gallinas y conejos: si se cuentan las cabezas, son 50, si se cuentan las patas son 134. ¿Cuántos animales de cada clase hay?.
- 27.** Calcula dos números que sumen 150 y cuya diferencia sea cuádruple del menor.

## **Anexo IV**

**Manuales de la aplicación “Fracciones”  
de José A. Cuadrado**

# “Fracciones por José Antonio Cuadrado”

## Aplicación web

### Matemáticas para Educación Primaria y ESO

Autor:

José Antonio Cuadrado Vicente.

## Manual de usuario

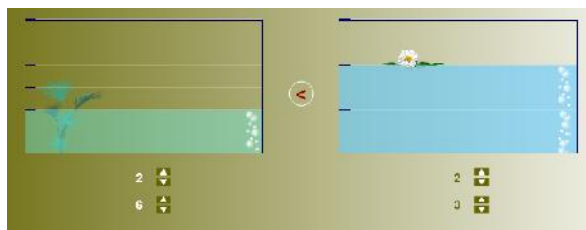
Esta es una aplicación multimedia e interactiva para Matemáticas , que permite al alumno experimentar con simulaciones realistas para comprender mejor los conceptos.



El conocimiento surge de la experimentación virtual en tres dimensiones, mediante ejemplos reales que aclaran conceptos abstractos, ampliado a posteriori con aportaciones teóricas y ejercicios para fijar el conocimiento adquirido.

La interactividad y simulación está presente tanto en las exposiciones teóricas como en los ejercicios prácticos. Creo importante que en temas complejos, sea el alumno quien descubra los conceptos apoyándose en experiencias reales próximas a su medio vital, para ser justamente valorados, útiles y memorizados.

Para cada uno de los contenidos tratados: Concepto de fracción, tipos de fracciones, números mixtos, comparación de fracciones, fracciones equivalentes, reducción de fracciones, operaciones con fracciones, fracciones algebraicas y representación de fracciones, he buscado una



animación gráfica que explique con total claridad el concepto, huyendo, aunque sin descuidarlos, de aspectos puramente estéticos en beneficio de la claridad expositiva.

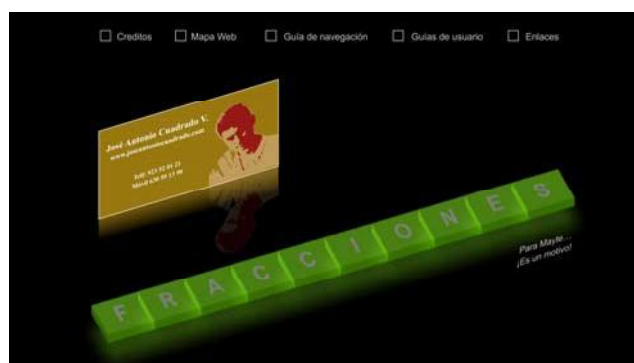
En la mayoría de los apartados, las animaciones funcionan como calculadoras gráficas, mostrando información adicional al dato que el alumno aporta, para transmitirle el contenido deseado en cada uno de ellos.

## **PORTADA**

En la portada de la aplicación se muestran una serie de servicios que detallan a continuación:

### **1. Créditos.**

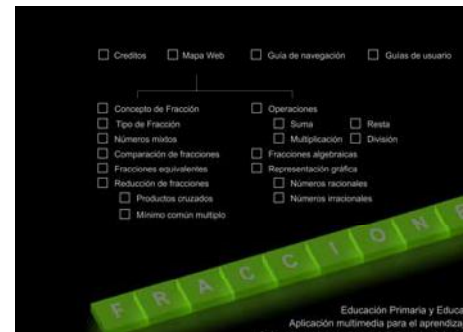
Al pasar el ratón por el botón “Créditos” aparece mi tarjeta personal y al picar sobre él salta la página personal de José Antonio Cuadrado donde se pueden visitar varias aplicaciones sobre dibujo técnico, matemáticas y conocimiento del medio.



## 2. Mapa Web.

Desde la portada, mediante el mapa Web, tenemos acceso directo a cualquier apartado de la aplicación. Es una manera rápida, sobre todo para el profesor, de acceder al punto deseado en cada momento sin pasar por la ruta programada.

Dada la sencillez de navegación, no he considerado necesaria la presencia del mapa Web dentro de la aplicación, ya que como máximo con dos clic de ratón se puede acceder a cualquier apartado.



## 3. Enlaces.

Este apartado incluye enlaces relacionados con el tema tratado: “Fracciones”.

Las propuestas completan lo expuesto en esta aplicación aunque de forma menos interactiva y pueden ser de utilidad para el profesor, ya que contienen ejercicios, problemas, etc...

## 4. Guías de usuario.

Guías didácticas se pueden bajar en formato pdf, son de gran ayuda para sacar mayor partido a la aplicación. Contiene: Requisitos del sistema, manual de usuario, guía del alumno y guía del profesor.

## 5. Guía de navegación.

Guía de navegación: Consiste en seis vídeos que explican los contenidos de este manual: Introducción, contenidos, servicios, pizarra digital interactiva, evaluación y accesibilidad. Pretende facilitar la navegación por la aplicación.

Se puede activar desde la portada y funciona de forma independiente a ella, es decir, podemos seguir navegando por la aplicación, para el vídeo, minimizar la ventana para trabajar sin interrupciones y utilizarla como una ayuda audiovisual en cualquier momento. Los vídeos están subtítulados para facilitar el visionado a personas sordas.



## 6. Accesibilidad.

Al entrar en la aplicación, si tenemos activado el lector de pantalla leerá un texto explicativo del contenido de la misma e indicará la forma de acceder a la página alternativa, donde de forma totalmente accesible se exponen los conceptos del tema que nos ocupa.

Desde el teclado accedemos con la letra “W” y desde la pantalla en el botón “accesibilidad” situado en la parte inferior derecha.

He utilizado Flash para las exposiciones teóricas porque permite una interactividad que no ofrecen otros sistemas. Creo que el potencial de esta aplicación es precisamente la interactividad, y desgraciadamente está reñida en bastantes ocasiones con la accesibilidad.

De todas formas, atendiendo normas básicas de accesibilidad, he elaborado esta página alternativa para usuarios con ceguera total, ya que personas con ceguera parcial pueden acceder a la página anterior, porque para su elaboración he tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Acceso a los contenidos con el mínimo número de pulsaciones posibles.
2. Se ofrece la posibilidad de descargar apuntes, manuales de uso y guías didácticas.
3. La exposición en la guía de navegación se hace mediante locuciones.
4. Los vídeos y locuciones están subtitulados para facilitar su comprensión por personas con problemas de audición.
5. Con el botón derecho del ratón podemos acercar o alejar la pantalla, lo que facilita el uso de la aplicación para personas con problemas de visión.
6. Las zonas activas de los botones son lo más amplias posibles, de forma que no afectan a la estética del botón pero son más accesibles para personas con dificultades motoras.
7. El tamaño y color de los textos garantizan el contraste suficiente para una lectura cómoda.

## 7. Visitas.

Contador de visitas.



## 8. Entrar.

Hay dos posibilidades de acceder a los contenidos de la aplicación:

1. Pinchando en cualquiera de las fichas verdes que componen la palabra “Fracciones”.
2. Desde el mapa Web que nos permitiría ir directamente al apartado deseado.

Dentro de la aplicación el reflector nos permite focalizar la atención del alumno en la parte de la pantalla que deseemos, esto es de gran utilidad en las exposiciones teóricas para evitar distracciones. Podemos variar el grado de transparencia del fondo y el tamaño de la ventana.



Las animaciones contienen sonidos para hacerlas más atractivas, pero en algunas ocasiones puede resultar molesto por lo que podemos variar su volumen o simplemente silenciarlo.

## 9. Herramientas PDI

La creciente incorporación de pizarras digitales interactivas al aula, no sólo hace necesarios cambios estructurales y metodológicos en la misma, sino que modifica los procesos productivos de los materiales didácticos.

En este sentido he tenido que crear herramientas específicas para la PDI.

Al entrar en la aplicación se pregunta si se va a navegar por la aplicación utilizando una PDI. Si contestamos negativamente se desactivarán las funciones para pizarra, evitando confusiones. Se activará el reflector, para focalizar la atención del alumno en la zona deseada y emular de alguna manera la PDI desde un videoproector.

Si contestamos afirmativamente se activan las siguientes herramientas:

1. Bloc de notas. En la parte inferior de la pantalla aparece el botón que lo activa y sirve para que los usuarios realicen operaciones sobre la pizarra sin tener que abandonar la aplicación.
2. En la sección de evaluación, en la parte inferior derecha, aparece el botón “PDI” que activa o desactiva teclados que facilitan la introducción de datos desde la propia pizarra, evitando romper la interactividad alumno-pizarra.
3. y se desactivará el reflector, ya que esta herramienta está disponible en todos los modelos de PDI.



### Aplicación multimedia sobre Fracciones

Realizada por:

**José Antonio Cuadrado Vicente**

[jcuadr2@palmera.pntic.mec.es](mailto:jcuadr2@palmera.pntic.mec.es)

# **“Fracciones por José Antonio Cuadrado”**

## **Aplicación web**

### **Matemáticas para Educación Primaria y ESO**

**Autor:**  
**José Antonio Cuadrado Vicente.**

## **Guía del Profesor.**

### **INDICE**

1. Introducción	2
2. Niveles de aplicación	6
3. Objetivos	8
4. Competencias básicas	9
5. Recursos necesarios	10
6. Manual de usuario	11
7. Contenidos	15
8. Evaluación	20

## **Introducción**

Esta aplicación pretende acercar al alumnado de 5º y 6º de Educación Primaria y ESO el mundo de las fracciones, de forma **interactiva** y **experimental**, a modo de **laboratorio virtual**, en la que el alumno podrá adquirir conocimientos de forma lúdica.

La Web está llena de páginas estáticas, que exponen los conceptos en formato libro. Esta aplicación lo hace de forma interactiva de tal manera que si el usuario varía alguno de sus parámetros y se actualiza el contenido de forma automática.

Una de las grandes dificultades que encuentra el alumno de Matemáticas es el **alto grado de abstracción** necesario para comprender ciertos procesos, lo que **tiene que facilitarse con métodos perceptivos y reflexivos**. Debe existir un diálogo constante entre teoría y experimentación, es necesario comprender los conceptos pero también aplicarlos a problemas reales.

**El soporte informático en las matemáticas nos ayuda a desarrollar la capacidad de abstracción. Permite al alumno marcar su propio ritmo y favorece la retroalimentación del proceso de aprendizaje.**

Respecto a la contrastación experimental tradicional, **la simulación ofrece las siguientes ventajas:**

- Ofrece la **posibilidad de repetir** procesos y fenómenos difíciles de lograr en condiciones reales. Se optimiza así el proceso de aprendizaje.
- **Elimina los riesgos** que siempre se presentan en la interacción con la realidad, con lo que se crea confianza para implicarse en el estudio de esa realidad.
- **Permite la realimentación inmediata**, como resultado de introducir modificaciones en determinados parámetros, lo que permite corregir la actuación del estudiante en cada momento.

Los alumnos de estos niveles utilizan las nuevas tecnologías de forma habitual en diferentes soportes: teléfonos móviles, televisión interactiva, Internet, video juegos, ordenadores, máquinas recreativas, DVD, etc., lo que hace que estén acostumbrados a un lenguaje multimedia, con alto grado de interactividad y si se enfrentan a aplicaciones educativas que no estén a ese nivel, las rechazan de entrada, sin pasar a analizar sus contenidos. Por esto, el recurso educativo ha de contar con un lenguaje similar: animaciones realistas interactivas y tridimensionales, botones con sonido, movimiento, etiquetas etc., aplicaciones y ejercicios que se alejen del formato de examen tradicional y se aproximen al juego, para **conseguir tres cosas básicas** en el proceso de enseñanza:

- **Llamar la atención del alumno.**
- **Transmitirle los conceptos que queremos que aprenda.**
- **Afianzar mediante diferentes actividades los conocimientos adquiridos.**

La enseñanza hoy más que nunca necesita renovarse, dando respuesta a las variadas demandas sociales y laborales. Por eso, incluir aplicaciones informáticas en el ámbito escolar constituye una acción necesaria y urgente, al servicio de una educación transformadora y beneficiosa para aprender con mayor rapidez y facilidad, brindando al alumno la posibilidad de investigar, adaptándose a la tecnología actual y a los cambios constantes.

Es obligación del docente desarrollar y apoyar mejores ambientes de aprendizaje, a través de la planeación de los contenidos, generando propuestas tecnológicas, asesorando cuando se requiere su apoyo. Este es el rol del nuevo docente, facilitador o mediador del aprendizaje.

Sin descuidar el QUÉ, con estas nuevas técnicas multimedia podemos mejorar considerablemente el CÓMO y fomentar así pasiones intelectuales, huyendo de la rutina.

**Consideraciones generales** sobre la presentación, organización y distribución de la información dentro de este recurso multimedia:

- **El visitante conoce en todo momento en que lugar del recurso se encuentra**, para lo que es muy importante que al pinchar en un botón, no se cierre esa página y se abra otra, sino que la aplicación, página o texto que queremos cargar, lo haga en el mismo entorno desde el que se le ha llamado (Por eso esta aplicación está hecha con **Flash 8**).
- En todos los apartados que conforman esta aplicación, se dará **prioridad a los gráficos frente al texto**. Aquello que podamos contar con gráficos, animaciones o imágenes en general, no será necesario repetirlo con el texto, este será un complemento indispensable, pero debemos hacer un esfuerzo de síntesis para no agobiar al visitante con páginas de texto interminables y facilitarle herramientas que les permitan deducir por sí solos los conceptos tratados.
- Los contenidos no están separados por cursos, se desarrollarán globalmente, de este modo **favorecemos que el alumno marque su propio ritmo de aprendizaje**, pudiendo repasar conceptos del curso anterior o profundizando con los del siguiente, a la vez que hacemos la herramienta más versátil para que el profesor pueda atender mejor la diversidad de niveles que se puede encontrar en sus grupos.
- Para tener el máximo control sobre la presentación, **evito el uso de scroll** (desplazamiento vertical de pantalla).
- Intentando dentro de lo posible hacer un diseño accesible a personas con ciertas discapacidades:  
 La **zona activa** de los botones será lo más **grande** posible.  
 Se podrá **imprimir la teoría** para facilitar el estudio a aquellos alumnos que no dispongan de ordenador en su casa o encuentren más cómodo la lectura en papel.  
 Utilicé **flash** en su elaboración que **permite acercar o alejar los gráficos** con el botón derecho del ratón.  
 Mediante el color he contrastado los diferentes elementos en pantalla.

- **La línea gráfica es dinámica, flexible y clara**, permite una navegación sencilla e intuitiva. Los botones están agrupados en botoneras dinámicas. Todo esto crea un entorno de trabajo llamativo, totalmente interactivo y próximo al lenguaje que el alumno está acostumbrado a usar, lo que evitará el rechazo *a priori* y hará que se sienta cómodo en este entorno.
- **Este recurso dispone de sistemas de autoevaluación** que permitan al alumno valorar el grado de conocimiento adquirido. Este sistema no sólo arrojará una calificación, sino que ofrece al alumno la posibilidad de ver sus errores en el mismo momento de cometerlos, lo **que favorece la retroalimentación** del proceso de aprendizaje. Los ejercicios de evaluación **serán corregidos por la propia aplicación**, lo que facilita enormemente la tarea del profesor. La aplicación genera un informe de evaluación en el que se precisan los tiempos de estancia en cada uno de sus apartados, así como los ejercicios resueltos correcta o incorrectamente, sirviendo al profesor de herramienta de control.
- Los profesores pueden utilizar el recurso como material de apoyo a sus clases, ya que disponen de **guías educativas**.

## **Niveles de aplicación**

A continuación se detallan los contenidos de los currículos y niveles, en los que se puede aplicar este recurso:

### **5° de Educación Primaria**

- La fracción: concepto.
- Términos de una fracción.
- Lectura y escritura de fracciones.
- Comparación de fracciones.
- Las fracciones y la unidad.
- Fracciones equivalentes.

### **6° de Educación Primaria**

- La fracción.
- Fracciones equivalentes.
- Suma y resta de fracciones.
- Reducción de fracciones a común denominador.
- Multiplicación de fracciones.
- División de fracciones.
- Potencia de una fracción.
- Raíz cuadrada de una fracción.

### **1° y 2° de ESO**

Números decimales y fraccionarios.

- -Principales usos de la fracciones: Expresión de cantidad, operador numérico, comparación entre magnitudes.
- -Comparar y ordenar números.
- -Representación gráfica de fracciones.
- -Relación entre fracción-número decimal y entre fracción-porcentaje.
- -Operaciones sencillas con fracciones (suma, resta, producto y cociente).

### **3° de ESO**

Realizar operaciones combinadas con fracciones.

- Resolver problemas de fracciones.
- Pasar de número decimal a fracción y de fracción a número decimal.

### **4° de ESO**

- Interpretación de fracciones.
- Fracciones equivalentes.
- Números racionales.
- Comparación de fracciones a partir de su reducción a común denominador.
- Operaciones con fracciones.

### **1° de Bachillerato**

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS. ( 8 SESIONES )

- Conocimientos previos.
- División de polinomios.
- Polinomios irreducibles. Factorización de polinomios.
- Fracciones algebraicas sencillas.

## *Objetivos*

**El objetivo principal es crear una aplicación WEB, que permita al alumnado de Primaria y ESO, experimentar de forma interactiva con los contenidos propios del tema: “Fracciones”.**

Con la elaboración de esta aplicación WEB se persigue conseguir los siguientes objetivos:

1. Identificar en la vida cotidiana situaciones y problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de fracciones, utilizando las propiedades y características de estas para una mejor comprensión y resolución de dichos problemas.
2. Aprovechar el potencial didáctico de las simulaciones y animaciones gráficas para transmitir estrategias de aprendizaje que faciliten la comprensión de conceptos matemáticos.
3. Facilitar a los padres la labor de seguimiento y apoyo a la educación de sus hijos, mediante aplicaciones sencillas que generan infinidad de ejercicios, los corrigen de forma inmediata y elaboran informes de seguimiento útiles para comprobar el aprovechamiento del usuario.
4. Ofrecer al profesor herramientas motivadoras para la enseñanza de las matemáticas, rompiendo clichés que impiden una buena predisposición al estudio de las mismas.
5. Poner a disposición de alumnos y profesores sistemas de seguimiento que permitan controlar el trabajo del alumno realizado tanto en clase como en casa.

## *Competencias básicas*

Esta aplicación pretende contribuir a desarrollar las siguientes competencias básicas:

- Competencia matemática

Habilidad para utilizar números y sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones, para conocer más sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad y para resolver problemas relacionados con la vida diaria y el mundo laboral.

- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

Habilidad para interactuar con el mundo físico, tanto en sus aspectos naturales como en los generados por la acción humana, de modo que facilite la comprensión de sucesos, la predicción de consecuencias y la actividad dirigida a la mejora y preservación de las condiciones de vida propia, de los demás hombres y mujeres y del resto de los seres vivos.

- Tratamiento de la información y competencia digital

Habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar la información y transformarla en conocimiento. Incluye aspectos diferentes que van desde el acceso y selección de la información hasta el uso y la transmisión de ésta en distintos soportes, incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como un elemento esencial para informarse y comunicarse.

- Competencia para aprender a aprender

Aprender a aprender supone iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuarlo de manera autónoma. Supone también poder desenvolverse ante las incertidumbres tratando de buscar respuestas que satisfagan la lógica del conocimiento racional. Implica admitir diversidad de respuestas posibles ante un mismo problema y encontrar motivación para buscarlas desde diversos enfoques metodológicos.

- Autonomía e iniciativa personal

Esta competencia se refiere a la posibilidad de optar con criterio propio y llevar adelante las iniciativas necesarias para desarrollar la opción elegida y hacerse responsable de ella, tanto en el ámbito personal como en el social o laboral.

## *Recursos necesarios*

Para el uso de este recurso en el aula, lo idóneo es contar con un ordenador por alumno para permitir que cada uno experimente por su cuenta las animaciones y las repita el número de veces que sea necesario. La aplicación ha sido pensada sobre todo, como un recurso individualizado que permita al alumno avanzar a su ritmo. También es recomendable contar con un acceso a Internet rápido, aunque el desglose de las animaciones en bastantes archivos hace que su peso sea reducido.

Para el trabajo en grupo, dirigido por el profesor, es de gran utilidad contar en el aula con una Pizarra Digital Interactiva. La aplicación cuenta con herramientas pensadas para su uso en PDI:

1. Bloc de notas. En la parte inferior de la pantalla aparece el botón que lo activa y sirve para que los usuarios realicen operaciones sobre la pizarra sin tener que abandonar la aplicación.
2. En la sección de evaluación, en la parte inferior derecha, aparece el botón “PDI” que activa o desactiva teclados que facilitan la introducción de datos desde la propia pizarra, evitando romper la interactividad alumno-pizarra.
3. y se desactivará el reflector, ya que esta herramienta está disponible en todos los modelos de PDI.



En su defecto podemos utilizar un video-proyector e interactuar desde el ordenador del profesor.

Lo ideal es contar con un aula dotada de puestos individuales que permitan el trabajo individual, y con PDI para poder hacer exposiciones dirigidas al grupo.

## Manual de usuario

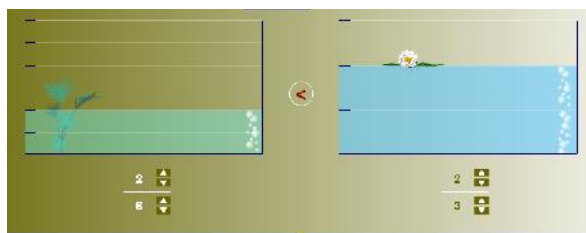
Esta es una aplicación multimedia e interactiva para Matemáticas, que permite al alumno experimentar con simulaciones realistas para comprender mejor los conceptos.



El conocimiento surge de la experimentación virtual en tres dimensiones, mediante ejemplos reales que aclaran conceptos abstractos, ampliado a posteriori con aportaciones teóricas y ejercicios para fijar el conocimiento adquirido.

La interactividad y simulación está presente tanto en las exposiciones teóricas como en los ejercicios prácticos. Creo importante que en temas complejos, sea el alumno quien descubra los conceptos apoyándose en experiencias reales próximas a su medio vital, para ser justamente valorados, útiles y memorizados.

Para cada uno de los contenidos tratados: Concepto de fracción, tipos de fracciones, números mixtos, comparación de fracciones, fracciones equivalentes, reducción de fracciones, operaciones con fracciones, fracciones algebraicas y representación de fracciones, he buscado una



animación gráfica que explique con total claridad el concepto, huyendo, aunque sin descuidarlos, de aspectos puramente estéticos en beneficio de la claridad expositiva.

En la mayoría de los apartados, las animaciones funcionan como calculadoras gráficas, mostrando información adicional al dato que el alumno aporta, para transmitirle el contenido deseado en cada uno de ellos.

## PORTADA

En la portada de la aplicación se muestran una serie de servicios que detallan a continuación:

### 1. Créditos.

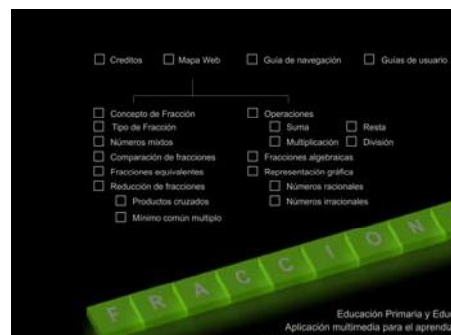
Al pasar el ratón por el botón “Créditos” aparece mi tarjeta personal y al picar sobre él salta la página personal de José Antonio Cuadrado donde se pueden visitar varias aplicaciones sobre dibujo técnico, matemáticas y conocimiento del medio.



### 2. Mapa Web.

Desde la portada, mediante el mapa Web, tenemos acceso directo a cualquier apartado de la aplicación. Es una manera rápida, sobre todo para el profesor, de acceder al punto deseado en cada momento sin pasar por la ruta programada.

Dada la sencillez de navegación, no he considerado necesaria la presencia del mapa Web dentro de la aplicación, ya que como máximo con dos clic de ratón se puede acceder a cualquier apartado.



### 3. Enlaces.

Este apartado incluye enlaces relacionados con el tema tratado: “Fracciones”.

Las propuestas completan lo expuesto en esta aplicación aunque de forma menos interactiva y pueden ser de utilidad para el profesor, ya que contienen ejercicios, problemas, etc...

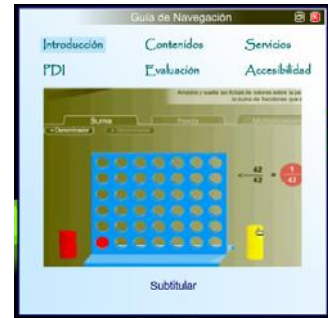
#### 4. Guías de usuario.

Guías didácticas se pueden bajar en formato pdf, son de gran ayuda para sacar mayor partido a la aplicación. Contiene: Requisitos del sistema, manual de usuario, guía del alumno y guía del profesor.

#### 5. Guía de navegación.

Guía de navegación: Consiste en seis vídeos que explican los contenidos de este manual: Introducción, contenidos, servicios, pizarra digital interactiva, evaluación y accesibilidad. Pretende facilitar la navegación por la aplicación.

Se puede activar desde la portada y funciona de forma independiente a ella, es decir, podemos seguir navegando por la aplicación, para el vídeo, minimizar la ventana para trabajar sin interrupciones y utilizarla como una ayuda audiovisual en cualquier momento. Los vídeos están subtítulos para facilitar el visionado a personas sordas.



#### 6. Accesibilidad.

Al entrar en la aplicación, si tenemos activado el lector de pantalla leerá un texto explicativo del contenido de la misma e indicará la forma de acceder a la página alternativa, donde de forma totalmente accesible se exponen los conceptos del tema que nos ocupa.

Desde el teclado accedemos con la letra “W” y desde la pantalla en el botón “accesibilidad” situado en la parte inferior derecha.

He utilizado Flash para las exposiciones teóricas porque permite una interactividad que no ofrecen otros sistemas. Creo que el potencial de esta aplicación es precisamente la interactividad, y desgraciadamente está reñida en bastantes ocasiones con la accesibilidad.

De todas formas, atendiendo normas básicas de accesibilidad, he elaborado esta página alternativa para usuarios con ceguera total, ya que personas con ceguera parcial pueden acceder a la página anterior, porque para su elaboración he tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Acceso a los contenidos con el mínimo número de pulsaciones posibles.
2. Se ofrece la posibilidad de descargar apuntes, manuales de uso y guías didácticas.
3. La exposición en la guía de navegación se hace mediante locuciones.
4. Los vídeos y locuciones están subtítulos para facilitar su comprensión por personas con problemas de audición.
5. Con el botón derecho del ratón podemos acercar o alejar la pantalla, lo que facilita el uso de la aplicación para personas con problemas de visión.
6. Las zonas activas de los botones son lo más amplias posibles, de forma que no afectan a la estética del botón pero son más accesibles para personas con dificultades motoras.
7. El tamaño y color de los textos garantizan el contraste suficiente para una lectura cómoda.

## 7. Visitas.

Contador de visitas.



## 8. Entrar.

Hay dos posibilidades de acceder a los contenidos de la aplicación:

1. Pinchando en cualquiera de las fichas verdes que componen la palabra “Fracciones”.
2. Desde el mapa Web que nos permitiría ir directamente al apartado deseado.

Dentro de la aplicación el reflector nos permite focalizar la atención del alumno en la parte de la pantalla que deseemos, esto es de gran utilidad en las exposiciones teóricas para evitar distracciones. Podemos variar el grado de transparencia del fondo y el tamaño de la ventana.



Las animaciones contienen sonidos para hacerlas más atractivas, pero en algunas ocasiones puede resultar molesto por lo que podemos variar su volumen o simplemente silenciarlo.

## 9. Herramientas PDI

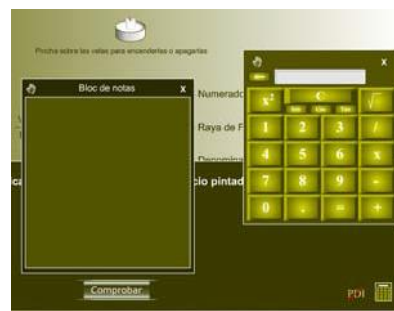
La creciente incorporación de pizarras digitales interactivas al aula, no sólo hace necesarios cambios estructurales y metodológicos en la misma, sino que modifica los procesos productivos de los materiales didácticos.

En este sentido he tenido que crear herramientas específicas para la PDI.

Al entrar en la aplicación se pregunta si se va a navegar por la aplicación utilizando una PDI. Si contestamos negativamente se desactivarán las funciones para pizarra, evitando confusiones. Se activará el reflector, para focalizar la atención del alumno en la zona deseada y emular de alguna manera la PDI desde un videoprojector.

Si contestamos afirmativamente se activan las siguientes herramientas:

4. Bloc de notas. En la parte inferior de la pantalla aparece el botón que lo activa y sirve para que los usuarios realicen operaciones sobre la pizarra sin tener que abandonar la aplicación.
5. En la sección de evaluación, en la parte inferior derecha, aparece el botón “PDI” que activa o desactiva teclados que facilitan la introducción de datos desde la propia pizarra, evitando romper la interactividad alumno-pizarra.
6. y se desactivará el reflector, ya que esta herramienta está disponible en todos los modelos de PDI.



# Contenidos

- Concepto
- Tipos
- Números mixtos
- Comparación
- Fracciones
- Reducción
- Operaciones
- Algebra
- Representación gráfica

La navegación por los contenidos es sencilla gracias a la barra lateral donde están accesibles cada uno de ellos.

Haremos un recorrido rápido por cada uno de ellos. En las siguientes capturas de pantalla puedes ver el contenido teórico de la aplicación, aunque de forma estática.

## Concepto



**El concepto de fracción** se adquiere mediante la animación de unas velas, en la que podemos encenderlas o apagarlas pulsando sobre ellas para ir configurando la fracción.

## Tipos



Los **tipos de fracción** propia, impropia y aparente se muestran mediante la animación que permite al alumno llenar las hueveras en pantalla. La teoría cambia a medida que el alumno interactúa con la aplicación.

## Números mixtos

Pincha sobre la pipeta y observa la descomposición de la fracción que se genera.

$$\frac{1}{3} = \frac{0}{3} + \frac{1}{3} = 0 + \frac{1}{3}$$

Vaciar pipetas.

La fracción mixta es aquella que está formada por un número entero y una fracción.  
Se genera por la descomposición de una fracción impropia en un número entero más una fracción propia.

Fracción Impropia  $\frac{1}{3} = 0 + \frac{1}{3}$  Fracción Propia

Número Natural

Ejercicios

Para explicar los **números mixtos** nos valemos de unas pipetas que vamos llenando, al completar una generamos un número entero, el 1 y si continuamos tendremos un número mixto, uno mas un tercio, uno más dos tercios, 2, etc..

## Comparación

Modifica el valor de las fracciones que controlan el llenado de las peceras, y compáralas cuando tengan: numeradores iguales, denominadores iguales o numeradores y denominadores desiguales.

$\frac{1}{5}$   $\frac{1}{3}$

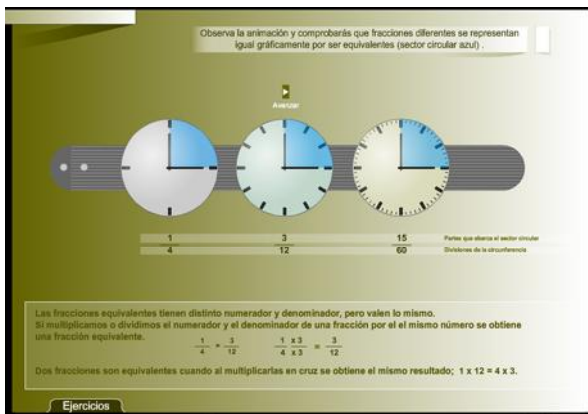
FRACCIONES QUE TIENEN EL MISMO NUMERADOR.

De dos o más fracciones que tienen igual numerador es mayor la que tiene menor denominador.

Ejercicios

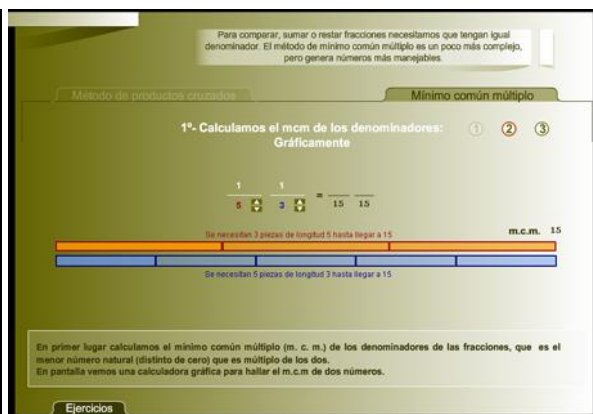
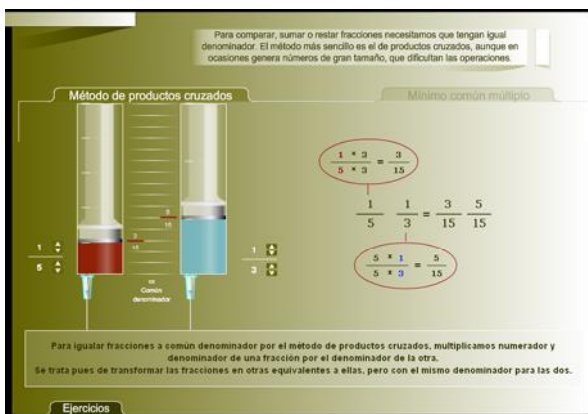
La **comparación de fracciones** se realiza mediante dos peceras que podemos dividir en el número de partes que deseamos y llenar de agua alguna de ellas. Esto nos permite la comparación visual de las fracciones como si de una calculadora gráfica se tratase. El signo central nos indica además cual es mayor o si son iguales. El texto inferior va mostrando al alumno la teoría a medida que este experimenta con los gráficos, así si las fracciones tienen igual numerador o denominador, son iguales o no, le indica como operar con ellas.

**Equivalentes**



Para comprender mejor el concepto de **fracciones equivalentes** se muestran tres relojes con diferentes esferas, de tal modo que marcando los tres la misma hora, representes fracciones de círculo diferentes.

**Reducción**



Para **reducir fracciones a común denominador** se ofrecen dos métodos: el método de productos cruzados y el del mínimo común múltiplo.

El método de productos cruzados se explica con una animación similar a la de comparación, las peceras. Son dos jeringuillas en las que el alumno puede manipular las divisiones y la cantidad de líquido que contienen. En la parte derecha de la pantalla se realizan las operaciones matemáticas tomando los valores que el alumno ha marcado en el gráfico y entre las dos jeringuillas se muestra de forma gráfica dicha operación, para que el alumno pueda comparar visualmente el tamaño de las fracciones una vez reducidas a común denominador y comprenda mejor para que sirve dicha reducción.

El método de mínimo común múltiplo contiene tres apartados, en el primero se muestra el cálculo del mcm de forma gráfica, es decir para calcular el mcm de 5 y 3 que son los denominadores de las fracciones dadas, se explica que es necesario colocar tres piezas de longitud 5 y 5 piezas de longitud 3 para que estas coincidan. Estos valores los podemos cambiar a nuestro antojo.

En el punto dos y tres se muestra el cálculo del mcm de forma matemática, una vez que se ha comprendido el concepto mediante los gráficos.

## Operaciones

Artrae y suelta las fichas de colores sobre la parte superior del tablero y observa la suma de fracciones que se produce.

Suma

# Denominador

# Denominador

$\frac{42}{42} = \frac{0}{42} + \frac{0}{42} + \frac{42}{42}$

Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores y se pone el mismo denominador.

Ejercicios

Modifica el valor de las fracciones y observa gráfica y numericamente como se realiza la resta de fracciones con distinto denominador.

Suma

Rest

# Denominador

# Denominador

$\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3}{15} - \frac{5}{15} = \frac{-2}{15}$

Para restar fracciones es necesario que tengan todos el mismo denominador. Repasa el capítulo "Reducción". En el gráfico puedes observar como se convierten las fracciones a igual denominador -divisiones blancas-

Ejercicios

Para explicar la **suma y resta de fracciones** con igual denominador se utiliza el juego de tres en raya.

Para estas mismas operaciones de fracciones pero con distinto denominador empleamos una pizza a la que se le aplica el mcm para poder realizar la operación.

Colocamos una fracción sobre el eje horizontal y otra sobre el vertical, la superficie coloreada es el resultado del producto. El numerador indica el número de partes coloreadas y el denominador las partes en las que está dividida la unidad.

Suma

Rest

Multiplicación

División

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Para multiplicar fracciones multiplicamos sus numeradores y obtenemos el numerador del producto, multiplicamos sus denominadores y obtenemos el denominador.

Ejercicios

Colocamos una fracción sobre el eje vertical y la inversa de la otra sobre el horizontal, la superficie coloreada es el resultado de la división. Numerador = nº de partes coloreadas Denominador = partes en las que está dividida la unidad.

Suma

Rest

Multiplicación

División

$\frac{2}{1} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{1}$

Dividir una fracción por otra es lo mismo que multiplicarla por la inversa de la segunda, por lo tanto se podrá dividir por cualquier fracción excepto por la fracción 0.

Ejercicios

La **multiplicación y la división** se apoyan en una cuadrícula que aclara bastante el concepto.

## Algebraicas

Analiza detenidamente la información que se ofrece sobre las fracciones algebraicas y pasa a resolver el problema para comprenderlas mejor.

Una fracción algebraica es una expresión de la forma:  $\frac{P}{Q}$ .

P y Q son polinomios.  
 P- se denomina numerador.  
 Q- se llama denominador.

Puedes encontrar fracciones algebraicas con distintos formatos:

$$\frac{a+b-c}{b-a} \quad \frac{x-2}{x+3} \quad \frac{2x-3}{x^2+2x-1} \quad \frac{x^2+2y^2}{x^2+2xy^2-y^2} \quad \frac{23 \text{ km}}{s}$$

**Problema**

Con las fracciones algebraicas podemos operar de forma similar a como lo hacemos con las fracciones comunes aritméticas. Podemos sumar, restar, dividir, multiplicar, reducir a común denominador, etc.

Ejercicios

Analiza detenidamente la información que se ofrece sobre las fracciones algebraicas y pasa a resolver el problema para comprenderlas mejor.

El tren verde viaja a una velocidad de 24 km por hora, y tarda en recorrer el espacio que ocupa el tren rojo 10 segundos. ¿Qué longitud tiene el tren rojo estacionado?

$$\frac{24 \text{ km}}{h} = \frac{24 \times 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}} \quad \frac{20 \text{ m} \times 10 \text{ s}}{3 \text{ s}} = 66 \text{ m}$$

10 Segundos

24 km/h

Repita animación

Con las fracciones algebraicas podemos operar de forma similar a como lo hacemos con las fracciones comunes aritméticas. Podemos sumar, restar, dividir, multiplicar, reducir a común denominador, etc.

Ejercicios

Las **fracciones algebraicas** se explican mediante un problema sencillo, en realidad es una aproximación al concepto de fracción algebraica, ya que es tema de estudio en niveles superiores.

## Representación gráfica

Modifica la fracción y observa la representación sobre la recta de los números enteros, fracciones propias, fracciones impropias y números positivos o negativos.

Números racionales      Números irracionales

$\frac{3}{4} = \frac{0}{4} + \frac{3}{4} = 0 + \frac{3}{4}$

Si la fracción es positiva y propia (numerador < denominador) estará representada entre el 0 y el 1.  
 Si la fracción es positiva e impropia (numerador > denominador) su representación será mayor o igual a 1.

Ejercicios

Los números irracionales también pueden representarse sobre la recta. Píntala sobre los botones situados a la izquierda del cuadrado para ver el desarrollo de los rectángulos dinámicos.

Números racionales      Números irracionales

Cuadrado y  $\sqrt{2}$   
 Rectángulo  $\sqrt{2}$   
 Rectángulo  $\sqrt{3}$   
 Rectángulo  $\sqrt{4}$   
 Rectángulo  $\sqrt{5}$

Al abatir la diagonal de un rectángulo  $\sqrt{2}$  construimos un rectángulo  $\sqrt{3}$ .  
 1. La diagonal de un rectángulo  $\sqrt{3}$  mide  $\sqrt{4}=2$ .

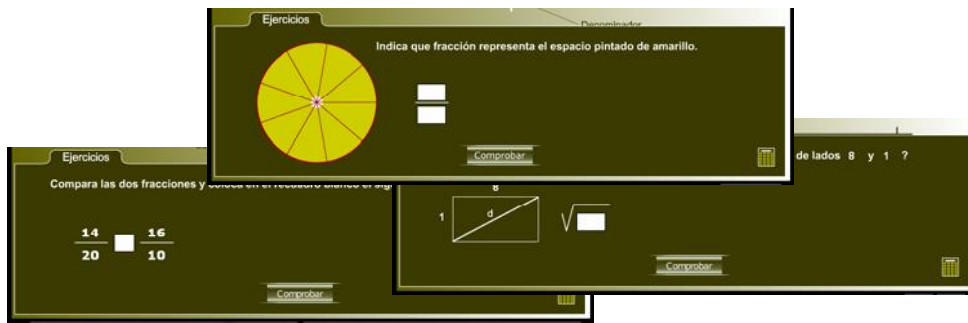
El desarrollo de los rectángulos dinámicos nos permite representar la raíz cuadrada de cualquier número sobre la recta. Generan proporciones apreciadas en diseño, por ejemplo, el formato DIN-A procede del rectángulo raíz de 2.

Ejercicios

La **representación gráfica** también contiene dos apartados: número racionales y número irracionales.

Los **números racionales** se representan sobre la línea recta cuando el alumno modifica la fracción y los **irracionales** muestran su generación a partir de los rectángulos dinámicos.

## Evaluación



Para retener los conceptos aprendidos en la aplicación se ofrecen ejercicios específicos para cada apartado, en total 16 bloques de ejercicios diferentes.

Los ejercicios se generan de forma aleatoria e infinita, es decir, el alumno podrá hacer tantos ejercicios como quiera de cada uno de los apartados de la aplicación. Esto, sumado a que la comprobación del resultado se realiza de forma inmediata, sirve para retroalimentar el proceso de aprendizaje. Sin duda, este aspecto será de gran ayuda para los padres que utilicen la aplicación con sus hijos en casa.

Otro aspecto que retroalimenta el proceso, es el tener teoría y ejercicios abiertos en un mismo espacio, lo que permite al alumno resolver sus dudas de forma inmediata.

Hay ejercicios con un componente gráfico y otros son de cálculo puramente matemático. Para todos ellos se ofrece una calculadora que permite incorporar el resultado de las operaciones al casillero correspondiente, algo similar al teclado que se explicó en el vídeo PDI.



Todo el trabajo que el alumno realice dentro de la aplicación se refleja en el informe de evaluación. En la parte inferior derecha de la pantalla aparece un botón llamado “Evaluación” que nos muestra en formato fracción, las preguntas contestadas correctamente de un total de ejercicios realizados. Al pulsar sobre él, se abre el informe de evaluación, donde se recoge:

1. La permanencia del usuario dentro de cada uno de los apartados, en tiempo y proporcionalmente.
2. Los ejercicios contestados correctamente.
3. Los ejercicios contestados erróneamente.
4. Los intentos realizados.
5. y una media aritmética de todo ello a modo de calificación.

Informe de evaluación					
Alumno: José Antonio Cuadrado Vicente			Fecha: 8 / 2 / 2008		
Apartados	Tiempos	%	Aciertos	Errores	Intentos
Concepto	0 h. 5' 6"	14 / 100	0	0	0
Tipos	0 h. 1' 0"	3 / 100	0	0	0
Mixtos	0 h. 0' 38"	2 / 100	0	0	0
Comparación	0 h. 2' 18"	6 / 100	0	0	0
Equivalentes	0 h. 0' 43"	2 / 100	0	0	0
Reducción	0 h. 1' 11"	3 / 100	0	0	0
Operaciones	0 h. 2' 0"	5 / 100	0	0	0
Algebraicas	0 h. 1' 23"	4 / 100	0	0	0
Representación	0 h. 22' 45"	61 / 100	0	0	0
<b>Totales</b>	0 h. 37' 12"		0	0	0

Imprimir

Calificación Na

Dado que el informe se puede imprimir con el nombre del alumno y la fecha, podemos utilizarlo como herramienta de control, tanto dentro como fuera del aula.

## Aplicación multimedia sobre Fracciones

Realizada por:

**José Antonio Cuadrado Vicente**

jcuadr2@palmera.pntic.mec.es

# **“Fracciones por José Antonio Cuadrado”**

## **Aplicación web**

### **Matemáticas para Educación Primaria y ESO**

**Autor:**  
**José Antonio Cuadrado Vicente.**

## **Guía del Alumno.**

### **INDICE**

1. Introducción	2
2. Objetivos	6
3. Manual de usuario	7
4. Contenidos	11
5. Evaluación	16

## **Introducción**

Esta aplicación pretende acercar al alumnado de 5º y 6º de Educación Primaria y ESO el mundo de las fracciones, de forma **interactiva** y **experimental**, a modo de **laboratorio virtual**, en la que el alumno podrá adquirir conocimientos de forma lúdica.

La Web está llena de páginas estáticas, que exponen los conceptos en formato libro. Esta aplicación lo hace de forma interactiva de tal manera que si el usuario varía alguno de sus parámetros y se actualiza el contenido de forma automática.

Una de las grandes dificultades que encuentra el alumno de Matemáticas es el **alto grado de abstracción** necesario para comprender ciertos procesos, lo que **tiene que facilitarse con métodos perceptivos y reflexivos**. Debe existir un diálogo constante entre teoría y experimentación, es necesario comprender los conceptos pero también aplicarlos a problemas reales.

**El soporte informático en las matemáticas nos ayuda a desarrollar la capacidad de abstracción. Permite al alumno marcar su propio ritmo y favorece la retroalimentación del proceso de aprendizaje.**

Respecto a la contrastación experimental tradicional, **la simulación ofrece las siguientes ventajas:**

- Ofrece la **posibilidad de repetir** procesos y fenómenos difíciles de lograr en condiciones reales. Se optimiza así el proceso de aprendizaje.
- **Elimina los riesgos** que siempre se presentan en la interacción con la realidad, con lo que se crea confianza para implicarse en el estudio de esa realidad.
- **Permite la realimentación inmediata**, como resultado de introducir modificaciones en determinados parámetros, lo que permite corregir la actuación del estudiante en cada momento.

Los alumnos de estos niveles utilizan las nuevas tecnologías de forma habitual en diferentes soportes: teléfonos móviles, televisión interactiva, Internet, video juegos, ordenadores, máquinas recreativas, DVD, etc., lo que hace que estén acostumbrados a un lenguaje multimedia, con alto grado de interactividad y si se enfrentan a aplicaciones educativas que no estén a ese nivel, las rechazan de entrada, sin pasar a analizar sus contenidos. Por esto, el recurso educativo ha de contar con un lenguaje similar: animaciones realistas interactivas y tridimensionales, botones con sonido, movimiento, etiquetas etc., aplicaciones y ejercicios que se alejen del formato de examen tradicional y se aproximen al juego, para **conseguir tres cosas básicas** en el proceso de enseñanza:

- **Llamar la atención del alumno.**
- **Transmitirle los conceptos que queremos que aprenda.**
- **Afianzar mediante diferentes actividades los conocimientos adquiridos.**

La enseñanza hoy más que nunca necesita renovarse, dando respuesta a las variadas demandas sociales y laborales. Por eso, incluir aplicaciones informáticas en el ámbito escolar constituye una acción necesaria y urgente, al servicio de una educación transformadora y beneficiosa para aprender con mayor rapidez y facilidad, brindando al alumno la posibilidad de investigar, adaptándose a la tecnología actual y a los cambios constantes.

Es obligación del docente desarrollar y apoyar mejores ambientes de aprendizaje, a través de la planeación de los contenidos, generando propuestas tecnológicas, asesorando cuando se requiere su apoyo. Este es el rol del nuevo docente, facilitador o mediador del aprendizaje.

Sin descuidar el QUÉ, con estas nuevas técnicas multimedia podemos mejorar considerablemente el CÓMO y fomentar así pasiones intelectuales, huyendo de la rutina.

**Consideraciones generales** sobre la presentación, organización y distribución de la información dentro de este recurso multimedia:

- **El visitante conoce en todo momento en que lugar del recurso se encuentra**, para lo que es muy importante que al pinchar en un botón, no se cierre esa página y se abra otra, sino que la aplicación, página o texto que queremos cargar, lo haga en el mismo entorno desde el que se le ha llamado (Por eso esta aplicación está hecha con **Flash 8**).
- En todos los apartados que conforman esta aplicación, se dará **prioridad a los gráficos frente al texto**. Aquello que podamos contar con gráficos, animaciones o imágenes en general, no será necesario repetirlo con el texto, este será un complemento indispensable, pero debemos hacer un esfuerzo de síntesis para no agobiar al visitante con páginas de texto interminables y facilitarle herramientas que les permitan deducir por sí solos los conceptos tratados.
- Los contenidos no están separados por cursos, se desarrollarán globalmente, de este modo **favorecemos que el alumno marque su propio ritmo de aprendizaje**, pudiendo repasar conceptos del curso anterior o profundizando con los del siguiente, a la vez que hacemos la herramienta más versátil para que el profesor pueda atender mejor la diversidad de niveles que se puede encontrar en sus grupos.
- Para tener el máximo control sobre la presentación, **evito el uso de scroll** (desplazamiento vertical de pantalla).
- Intentando dentro de lo posible hacer un diseño accesible a personas con ciertas discapacidades:  
 La **zona activa** de los botones será lo más **grande** posible.  
 Se podrá **imprimir la teoría** para facilitar el estudio a aquellos alumnos que no dispongan de ordenador en su casa o encuentren más cómodo la lectura en papel.  
 Utilicé **flash** en su elaboración que **permite acercar o alejar los gráficos** con el botón derecho del ratón.  
 Mediante el color he contrastado los diferentes elementos en pantalla.

- **La línea gráfica es dinámica, flexible y clara**, permite una navegación sencilla e intuitiva. Los botones están agrupados en botoneras dinámicas. Todo esto crea un entorno de trabajo llamativo, totalmente interactivo y próximo al lenguaje que el alumno está acostumbrado a usar, lo que evitará el rechazo *a priori* y hará que se sienta cómodo en este entorno.
- **Este recurso dispone de sistemas de autoevaluación** que permitan al alumno valorar el grado de conocimiento adquirido. Este sistema no sólo arrojará una calificación, sino que ofrece al alumno la posibilidad de ver sus errores en el mismo momento de cometerlos, lo **que favorece la retroalimentación** del proceso de aprendizaje. Los ejercicios de evaluación **serán corregidos por la propia aplicación**, lo que facilita enormemente la tarea del profesor. La aplicación genera un informe de evaluación en el que se precisan los tiempos de estancia en cada uno de sus apartados, así como los ejercicios resueltos correcta o incorrectamente, sirviendo al profesor de herramienta de control.
- Los profesores pueden utilizar el recurso como material de apoyo a sus clases, ya que disponen de **guías educativas**.

## *Objetivos*

**El objetivo principal es crear una aplicación WEB, que permita al alumnado de Primaria y ESO, experimentar de forma interactiva con los contenidos propios del tema: “Fracciones”.**

Con la elaboración de esta aplicación WEB se persigue conseguir los siguientes objetivos:

1. Identificar en la vida cotidiana situaciones y problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de fracciones, utilizando las propiedades y características de estas para una mejor comprensión y resolución de dichos problemas.
2. Aprovechar el potencial didáctico de las simulaciones y animaciones gráficas para transmitir estrategias de aprendizaje que faciliten la comprensión de conceptos matemáticos.
3. Facilitar a los padres la labor de seguimiento y apoyo a la educación de sus hijos, mediante aplicaciones sencillas que generan infinidad de ejercicios, los corrigen de forma inmediata y elaboran informes de seguimiento útiles para comprobar el aprovechamiento del usuario.
4. Ofrecer al profesor herramientas motivadoras para la enseñanza de las matemáticas, rompiendo clichés que impiden una buena predisposición al estudio de las mismas.
5. Poner a disposición de alumnos y profesores sistemas de seguimiento que permitan controlar el trabajo del alumno realizado tanto en clase como en casa.
6. Ayudar al alumnado a desarrollar las siguientes competencias básicas:
  - Competencia matemática
  - Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
  - Tratamiento de la información y competencia digital
  - Competencia para aprender a aprender
  - Autonomía e iniciativa personal

## Manual de usuario

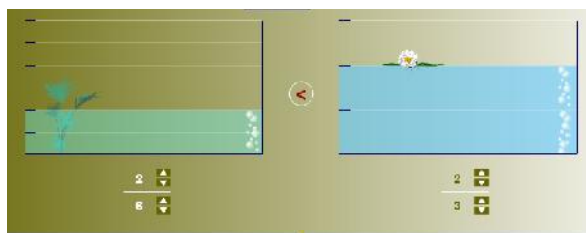
Esta es una aplicación multimedia e interactiva para Matemáticas, que permite al alumno experimentar con simulaciones realistas para comprender mejor los conceptos.



El conocimiento surge de la experimentación virtual en tres dimensiones, mediante ejemplos reales que aclaran conceptos abstractos, ampliado a posteriori con aportaciones teóricas y ejercicios para fijar el conocimiento adquirido.

La interactividad y simulación está presente tanto en las exposiciones teóricas como en los ejercicios prácticos. Creo importante que en temas complejos, sea el alumno quien descubra los conceptos apoyándose en experiencias reales próximas a su medio vital, para ser justamente valorados, útiles y memorizados.

Para cada uno de los contenidos tratados: Concepto de fracción, tipos de fracciones, números mixtos, comparación de fracciones, fracciones equivalentes, reducción de fracciones, operaciones con fracciones, fracciones algebraicas y representación de fracciones, he buscado una animación gráfica que explique con total claridad el concepto, huyendo, aunque sin descuidarlos,



de aspectos puramente estéticos en beneficio de la claridad expositiva.

En la mayoría de los apartados, las animaciones funcionan como calculadoras gráficas, mostrando información adicional al dato que el alumno aporta, para transmitirle el contenido deseado en cada uno de ellos.

## PORTADA

En la portada de la aplicación se muestran una serie de servicios que detallan a continuación:

### 1. Créditos.

Al pasar el ratón por el botón “Créditos” aparece mi tarjeta personal y al picar sobre él salta la página personal de José Antonio Cuadrado donde se pueden visitar varias aplicaciones sobre dibujo técnico, matemáticas y conocimiento del medio.



### 2. Mapa Web.

Desde la portada, mediante el mapa Web, tenemos acceso directo a cualquier apartado de la aplicación. Es una manera rápida, sobre todo para el profesor, de acceder al punto deseado en cada momento sin pasar por la ruta programada.

Dada la sencillez de navegación, no he considerado necesaria la presencia del mapa Web dentro de la aplicación, ya que como máximo con dos clic de ratón se puede acceder a cualquier apartado.



### 3. Enlaces.

Este apartado incluye enlaces relacionados con el tema tratado: “Fracciones”.

Las propuestas completan lo expuesto en esta aplicación aunque de forma menos interactiva y pueden ser de utilidad para el profesor, ya que contienen ejercicios, problemas, etc...

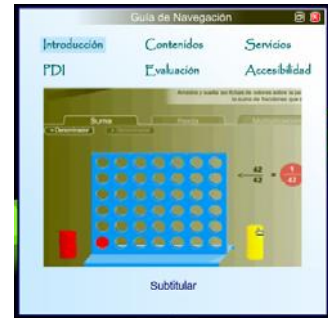
#### 4. Guías de usuario.

Guías didácticas se pueden bajar en formato pdf, son de gran ayuda para sacar mayor partido a la aplicación. Contiene: Requisitos del sistema, manual de usuario, guía del alumno y guía del profesor.

#### 5. Guía de navegación.

Guía de navegación: Consiste en seis vídeos que explican los contenidos de este manual: Introducción, contenidos, servicios, pizarra digital interactiva, evaluación y accesibilidad. Pretende facilitar la navegación por la aplicación.

Se puede activar desde la portada y funciona de forma independiente a ella, es decir, podemos seguir navegando por la aplicación, para el vídeo, minimizar la ventana para trabajar sin interrupciones y utilizarla como una ayuda audiovisual en cualquier momento. Los vídeos están subtítulos para facilitar el visionado a personas sordas.



#### 6. Accesibilidad.

Al entrar en la aplicación, si tenemos activado el lector de pantalla leerá un texto explicativo del contenido de la misma e indicará la forma de acceder a la página alternativa, donde de forma totalmente accesible se exponen los conceptos del tema que nos ocupa.

Desde el teclado accedemos con la letra “W” y desde la pantalla en el botón “accesibilidad” situado en la parte inferior derecha.

He utilizado Flash para las exposiciones teóricas porque permite una interactividad que no ofrecen otros sistemas. Creo que el potencial de esta aplicación es precisamente la interactividad, y desgraciadamente está reñida en bastantes ocasiones con la accesibilidad.

De todas formas, atendiendo normas básicas de accesibilidad, he elaborado esta página alternativa para usuarios con ceguera total, ya que personas con ceguera parcial pueden acceder a la página anterior, porque para su elaboración he tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Acceso a los contenidos con el mínimo número de pulsaciones posibles.
2. Se ofrece la posibilidad de descargar apuntes, manuales de uso y guías didácticas.
3. La exposición en la guía de navegación se hace mediante locuciones.
4. Los vídeos y locuciones están subtítulos para facilitar su comprensión por personas con problemas de audición.
5. Con el botón derecho del ratón podemos acercar o alejar la pantalla, lo que facilita el uso de la aplicación para personas con problemas de visión.
6. Las zonas activas de los botones son lo más amplias posibles, de forma que no afectan a la estética del botón pero son más accesibles para personas con dificultades motoras.
7. El tamaño y color de los textos garantizan el contraste suficiente para una lectura cómoda.

## 7. Visitas.

Contador de visitas.



## 8. Entrar.

Hay dos posibilidades de acceder a los contenidos de la aplicación:

1. Pinchando en cualquiera de las fichas verdes que componen la palabra “Fracciones”.
2. Desde el mapa Web que nos permitiría ir directamente al apartado deseado.

Dentro de la aplicación el reflector nos permite focalizar la atención del alumno en la parte de la pantalla que deseemos, esto es de gran utilidad en las exposiciones teóricas para evitar distracciones. Podemos variar el grado de transparencia del fondo y el tamaño de la ventana.



Las animaciones contienen sonidos para hacerlas más atractivas, pero en algunas ocasiones puede resultar molesto por lo que podemos variar su volumen o simplemente silenciarlo.

## 9. Herramientas PDI

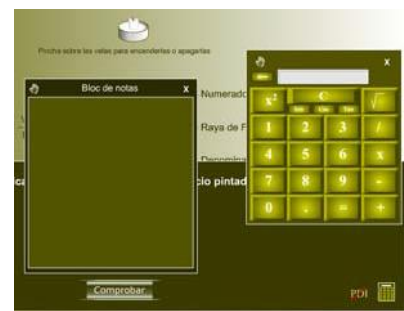
La creciente incorporación de pizarras digitales interactivas al aula, no sólo hace necesarios cambios estructurales y metodológicos en la misma, sino que modifica los procesos productivos de los materiales didácticos.

En este sentido he tenido que crear herramientas específicas para la PDI.

Al entrar en la aplicación se pregunta si se va a navegar por la aplicación utilizando una PDI. Si contestamos negativamente se desactivarán las funciones para pizarra, evitando confusiones. Se activará el reflector, para focalizar la atención del alumno en la zona deseada y emular de alguna manera la PDI desde un videoprojector.

Si contestamos afirmativamente se activan las siguientes herramientas:

1. Bloc de notas. En la parte inferior de la pantalla aparece el botón que lo activa y sirve para que los usuarios realicen operaciones sobre la pizarra sin tener que abandonar la aplicación.
2. En la sección de evaluación, en la parte inferior derecha, aparece el botón “PDI” que activa o desactiva teclados que facilitan la introducción de datos desde la propia pizarra, evitando romper la interactividad alumno-pizarra.
3. y se desactivará el reflector, ya que esta herramienta está disponible en todos los modelos de PDI.



# Contenidos

- Concepto
- Tipos
- Números mixtos
- Comparación
- Fracciones
- Reducción
- Operaciones
- Algebraicas
- Representación gráfica

La navegación por los contenidos es sencilla gracias a la barra lateral donde están accesibles cada uno de ellos.

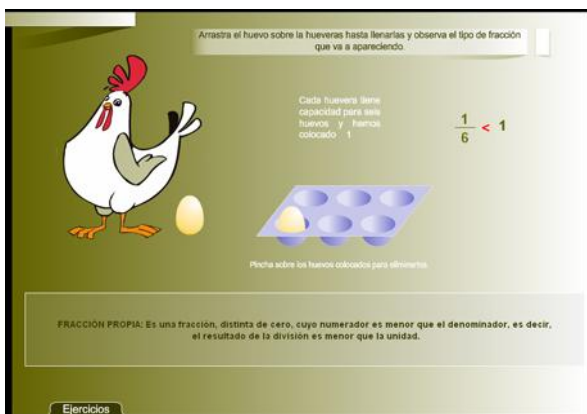
Haremos un recorrido rápido por cada uno de ellos. En las siguientes capturas de pantalla puedes ver el contenido teórico de la aplicación, aunque de forma estática.

## Concepto



**El concepto de fracción** se adquiere mediante la animación de unas velas, en la que podemos encenderlas o apagarlas pulsando sobre ellas para ir configurando la fracción.

## Tipos



Los **tipos de fracción** propia, impropia y aparente se muestran mediante la animación que permite al alumno llenar las hueveras en pantalla. La teoría cambia a medida que el alumno interactúa con la aplicación.

## Números mixtos

Pincha sobre la pipeta y observa la descomposición de la fracción que se genera.

$\frac{1}{3} = \frac{0}{3} + \frac{1}{3} = 0 + \frac{1}{3}$

Vaciar pipetas.

La fracción mixta es aquella que está formada por un número entero y una fracción.  
Se genera por la descomposición de una fracción impropia en un número entero más una fracción propia.

Fracción Impropia  $\frac{1}{3} = 0 + \frac{1}{3}$  Fracción Propia

Número Natural

Ejercicios

Para explicar los **números mixtos** nos valemos de unas pipetas que vamos llenando, al completar una generamos un número entero, el 1 y si continuamos tendremos un número mixto, uno mas un tercio, uno más dos tercios, 2, etc..

## Comparación

Modifica el valor de las fracciones que controlan el llenado de las peceras, y compáralas cuando tengan: numeradores iguales, denominadores iguales o numeradores y denominadores desiguales.

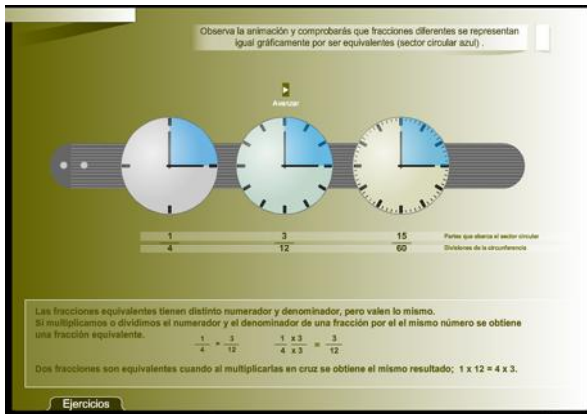
$\frac{1}{8}$   $\frac{1}{3}$

FRACCIONES QUE TIENEN EL MISMO NUMERADOR.  
De dos o más fracciones que tienen igual numerador es mayor la que tiene menor denominador.

Ejercicios

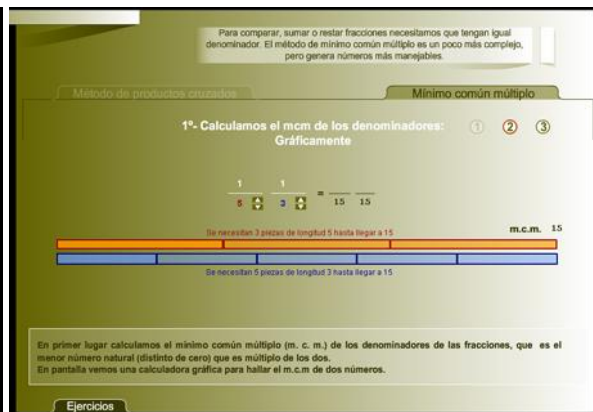
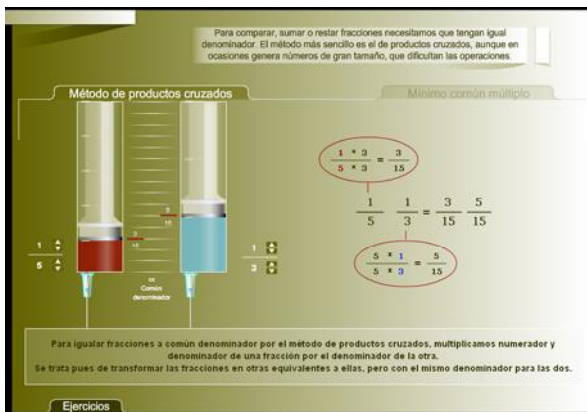
La **comparación de fracciones** se realiza mediante dos peceras que podemos dividir en el número de partes que deseamos y llenar de agua alguna de ellas. Esto nos permite la comparación visual de las fracciones como si de una calculadora gráfica se tratase. El signo central nos indica además cual es mayor o si son iguales. El texto inferior va mostrando al alumno la teoría a medida que este experimenta con los gráficos, así si las fracciones tienen igual numerador o denominador, son iguales o no, le indica como operar con ellas.

## Equivalentes



Para comprender mejor el concepto de **fracciones equivalentes** se muestran tres relojes con diferentes esferas, de tal modo que marcando los tres la misma hora, representes fracciones de círculo diferentes.

## Reducción



Para **reducir fracciones a común denominador** se ofrecen dos métodos: el método de productos cruzados y el del mínimo común múltiplo.

El método de productos cruzados se explica con una animación similar a la de comparación, las peceras. Son dos jeringuillas en las que el alumno puede manipular las divisiones y la cantidad de líquido que contienen. En la parte derecha de la pantalla se realizan las operaciones matemáticas tomando los valores que el alumno ha marcado en el gráfico y entre las dos jeringuillas se muestra de forma gráfica dicha operación, para que el alumno pueda comparar visualmente el tamaño de las fracciones una vez reducidas a común denominador y comprenda mejor para que sirve dicha reducción.

El método de mínimo común múltiplo contiene tres apartados, en el primero se muestra el cálculo del mcm de forma gráfica, es decir para calcular el mcm de 5 y 3 que son los denominadores de las fracciones dadas, se explica que es necesario colocar tres piezas de longitud 5 y 5 piezas de longitud 3 para que estas coincidan. Estos valores los podemos cambiar a nuestro antojo.

En el punto dos y tres se muestra el cálculo del mcm de forma matemática, una vez que se ha comprendido el concepto mediante los gráficos.

**Operaciones**

Artrae y suelta las fichas de colores sobre la parte superior del tablero y observa la suma de fracciones que se produce.

Suma Resta Multiplicación División

# Denominador # Denominador

$\frac{42}{42} = \frac{0}{42} + \frac{0}{42} + \frac{42}{42}$

Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores y se pone el mismo denominador.

Ejercicios

Modifica el valor de las fracciones y observa gráfica y numericamente como se realiza la resta de fracciones con distinto denominador.

Suma Resta Multiplicación División

# Denominador # Denominador

$\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3}{15} - \frac{5}{15} = -\frac{2}{15}$

Para restar fracciones es necesario que tengan todos el mismo denominador. Repasa el capítulo "Reducción". En el gráfico puedes observar como se convierten las fracciones a igual denominador -divisiones blancas-

Ejercicios

Para explicar la **suma y resta de fracciones** con igual denominador se utiliza el juego de tres en raya.

Para estas mismas operaciones de fracciones pero con distinto denominador empleamos una pizza a la que se le aplica el mcm para poder realizar la operación.

Colocamos una fracción sobre el eje horizontal y otra sobre el vertical, la superficie coloreada es el resultado del producto. El numerador indica el número de partes coloreadas y el denominador las partes en las que está dividida la unidad.

Suma Resta Multiplicación División

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Para multiplicar fracciones multiplicamos sus numeradores y obtenemos el numerador del producto, multiplicamos sus denominadores y obtenemos el denominador.

Ejercicios

Colocamos una fracción sobre el eje vertical y la inversa de la otra sobre el horizontal, la superficie coloreada es el resultado de la división. Numerador = nº de partes coloreadas Denominador = partes en las que está dividida la unidad.

Suma Resta Multiplicación División

$\frac{2}{1} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Dividir una fracción por otra es lo mismo que multiplicarla por la inversa de la segunda, por lo tanto se podrá dividir por cualquier fracción excepto por la fracción 0.

Ejercicios

La **multiplicación y la división** se apoyan en una cuadrícula que aclara bastante el concepto.

## Algebraicas

Analiza detenidamente la información que se ofrece sobre las fracciones algebraicas y pasa a resolver el problema para comprenderlas mejor.

Una fracción algebraica es una expresión de la forma:  $\frac{P}{Q}$ .

P y Q son polinomios.  
 P- se denomina numerador.  
 Q- se llama denominador.

Puedes encontrar fracciones algebraicas con distintos formatos:

$$\frac{a+b-c}{b-a} \quad \frac{x-2}{x+3} \quad \frac{2x-3}{x^2+2x-1} \quad \frac{x^2+2y^2}{x^2+2xy^2-y^2} \quad \frac{23 \text{ km}}{s}$$

**Problema**

Con las fracciones algebraicas podemos operar de forma similar a como lo hacemos con las fracciones comunes aritméticas. Podemos sumar, restar, dividir, multiplicar, reducirlas a común denominador, etc.

Ejercicios

Analiza detenidamente la información que se ofrece sobre las fracciones algebraicas y pasa a resolver el problema para comprenderlas mejor.

El tren verde viaja a una velocidad de 24 km por hora, y tarda en recorrer el espacio que ocupa el tren rojo 10 segundos. ¿Qué longitud tiene el tren rojo estacionado?

$$\frac{24 \text{ km}}{h} = \frac{24 \times 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}} \quad \frac{20 \text{ m} \times 10 \text{ s}}{3 \text{ s}} = 66 \text{ m}$$

10 Segundos

24 km/h

Repetir animación

Con las fracciones algebraicas podemos operar de forma similar a como lo hacemos con las fracciones comunes aritméticas. Podemos sumar, restar, dividir, multiplicar, reducirlas a común denominador, etc.

Ejercicios

Las **fracciones algebraicas** se explican mediante un problema sencillo, en realidad es una aproximación al concepto de fracción algebraica, ya que es tema de estudio en niveles superiores.

## Representación gráfica

Modifica la fracción y observa la representación sobre la recta de los números enteros, fracciones propias, fracciones impropias y números positivos o negativos.

Números racionales      Números irracionales

$$\frac{3}{4} = \frac{0}{4} + \frac{3}{4} = 0 + \frac{3}{4}$$

Si la fracción es positiva y propia (numerador < denominador) estará representada entre el 0 y el 1.  
 Si la fracción es positiva e impropia (numerador > denominador) su representación será mayor o igual a 1.

Ejercicios

Los números irracionales también pueden representarse sobre la recta. Pincha sobre los botones situados a la izquierda del cuadrado para ver el desarrollo de los rectángulos dinámicos.

Números racionales      Números irracionales

Cuadrado y  $\sqrt{2}$   
 Rectángulo  $\sqrt{2}$   
 Rectángulo  $\sqrt{3}$   
 Rectángulo  $\sqrt{4}$   
 Rectángulo  $\sqrt{5}$

Al abatir la diagonal de un rectángulo  $\sqrt{2}$  construimos un rectángulo  $\sqrt{3}$ .  
 La diagonal de un rectángulo  $\sqrt{3}$  mide  $\sqrt{4}=2$ .

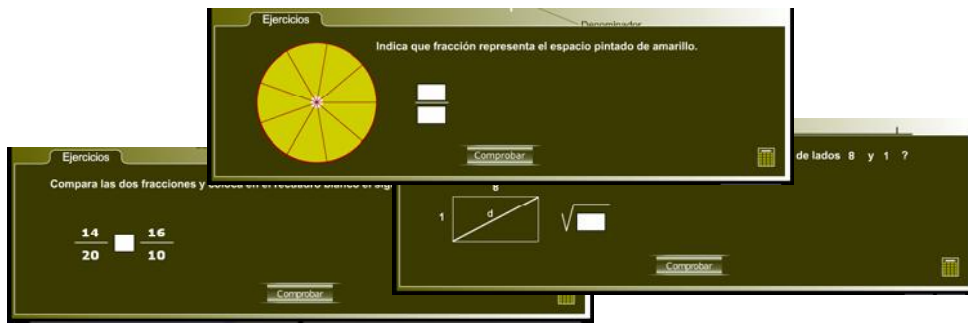
El desarrollo de los rectángulos dinámicos nos permite representar la raíz cuadrada de cualquier número sobre la recta. Generan proporciones apreciadas en diseño, por ejemplo, el formato DIN-A procede del rectángulo raíz de 2.

Ejercicios

La **representación gráfica** también contiene dos apartados: número racionales y número irracionales.

Los **números racionales** se representan sobre la línea recta cuando el alumno modifica la fracción y los **irracionales** muestran su generación a partir de los rectángulos dinámicos.

## Evaluación



Para retener los conceptos aprendidos en la aplicación se ofrecen ejercicios específicos para cada apartado, en total 16 bloques de ejercicios diferentes.

Los ejercicios se generan de forma aleatoria e infinita, es decir, el alumno podrá hacer tantos ejercicios como quiera de cada uno de los apartados de la aplicación. Esto, sumado a que la comprobación del resultado se realiza de forma inmediata, sirve para retroalimentar el proceso de aprendizaje. Sin duda, este aspecto será de gran ayuda para los padres que utilicen la aplicación con sus hijos en casa.

Otro aspecto que retroalimenta el proceso, es el tener teoría y ejercicios abiertos en un mismo espacio, lo que permite al alumno resolver sus dudas de forma inmediata.

Hay ejercicios con un componente gráfico y otros son de cálculo puramente matemático. Para todos ellos se ofrece una calculadora que permite incorporar el resultado de las operaciones al casillero correspondiente, algo similar al teclado que se explicó en el vídeo PDI.



Todo el trabajo que el alumno realice dentro de la aplicación se refleja en el informe de evaluación. En la parte inferior derecha de la pantalla aparece un botón llamado “Evaluación” que nos muestra en formato fracción, las preguntas contestadas correctamente de un total de ejercicios realizados. Al pulsar sobre él, se abre el informe de evaluación, donde se recoge:

1. La permanencia del usuario dentro de cada uno de los apartados, en tiempo y proporcionalmente.
2. Los ejercicios contestados correctamente.
3. Los ejercicios contestados erróneamente.
4. Los intentos realizados.
5. y una media aritmética de todo ello a modo de calificación.

Informe de evaluación					
Alumno: José Antonio Cuadrado Vicente			Fecha: 8 / 2 / 2008		
Apartados	Tiempos	%	Aciertos	Errores	Intentos
Concepto	0 h. 5' 6"	14 / 100	0	0	0
Tipos	0 h. 1' 0"	3 / 100	0	0	0
Mixtos	0 h. 0' 38"	2 / 100	0	0	0
Comparación	0 h. 2' 18"	6 / 100	0	0	0
Equivalentes	0 h. 0' 43"	2 / 100	0	0	0
Reducción	0 h. 1' 11"	3 / 100	0	0	0
Operaciones	0 h. 2' 0"	5 / 100	0	0	0
Algebraicas	0 h. 1' 23"	4 / 100	0	0	0
Representación	0 h. 22' 45"	61 / 100	0	0	0
<b>Totales</b>	0 h. 37' 12"		0	0	0

Imprimir

Calificación Na

Dado que el informe se puede imprimir con el nombre del alumno y la fecha, podemos utilizarlo como herramienta de control, tanto dentro como fuera del aula.

## Aplicación multimedia sobre Fracciones

Realizada por:

**José Antonio Cuadrado Vicente**

[jcuadr2@palmera.pntic.mec.es](mailto:jcuadr2@palmera.pntic.mec.es)