Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA ENSEÑAR POLINOMIOS A 3º ESO UTILIZANDO EDUSLIDE

Presentado por: Rosa Amparo Martín Santolaya
Línea de investigación: Métodos pedagógicos (Matemáticas) & Recursos educativos (TIC).
Director/a: Pedro Viñuela

Ciudad: Valencia
Fecha: 18/01/2013

Resumen:

En este trabajo se elabora una propuesta didáctica interactiva para enseñar polinomios a alumnos cursando 3º de la ESO, con apoyo de Eduslide como metodología para la didáctica de matemáticas. Eduslide es una plataforma interactiva, tecnología Web 2.0., que permite crear cursos de forma gratuita. La intención didáctica con la que se diseña la plataforma es dotar al álgebra de significación y asegurar la correcta transición desde el área de la aritmética. Por tanto, en la primera parte de este trabajo, para que el contenido responda a un análisis de las necesidades, características y hábitos tecnológicos de los alumnos, se ha realizado una investigación bibliográfica. En ella se han trabajado temas relacionados con la didáctica de las matemáticas, el desarrollo histórico del álgebra, las dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del álgebra, los conceptos equívocos que los alumnos han podido asimilar y los beneficios que conlleva la interacción entre los distintos sistemas de represtación. Además se ha llevado a cabo un estudio de campo en el Colegio Santa Maria de El Puig (Valencia) para recoger datos sobre los hábitos interactivos de alumnos en Secundaria y Bachillerato, y para averiguar qué aceptación tendría la incorporación de una plataforma interactiva como complemento a la clase de matemáticas. En la segunda parte del trabajo se presenta con Eduslide una secuencia de cinco apartados para ver polinomios e identidades notables. La principal conclusión que surge de este trabajo es que un uso adecuado de las TIC aumenta la motivación y participación del alumnado a la vez que facilita la gestión del aula al profesor, independientemente de los recursos tecnológicos del centro. Por tanto se anima al docente a explorar dentro de la nube digital para descubrir todo el software libre que está a nuestra disposición.

Palabras Clave: álgebra, conceptos erróneos, polinomios, SRS (sistemas de representación semióticos), Eduslide.

Abstract:

In this essay an interactive didactic proposal has been designed in order to teach polynomials to third year students of Secondary Education (according to the Spanish system) using Eduslide as part of the mathematics didactic method. Eduslide is an interactive platform, web 2.0. technology, which allows users to create courses without charge. The objective of this platform is to give algebra a meaning and to perform the correct transition from arithmetic's. Therefore, the first part of this essay has been a bibliographical investigation, so that the content can respond to the needs, characteristics and technological habits of the students. This initial research was related to the didactic of mathematics, algebraic historical evolution, difficulties, obstacles and errors encountered during the process of learning algebra, misconceptions students may have acquired and the benefits from using different representation systems. On top of this, a survey has been done in the school Santa Maria de El Puig (Valencia) to students belonging Secondary Education and High School, in order to learn about their interactive habits and to find out what acceptance could this interactive platform have as a complement to the Math class. In the second part of this essay, five blocks have been set in Eduslide to study polynomials and notable products. The main conclusion that can be extracted from the paper is that a reasonable and appropriate use of ICT increases students motivation and participation, while make the teacher's classroom management easier no matter the school's technological resources. Therefore we would like to encourage teachers to explore the digital cloud to discover the free software at our disposal.

Key words: algebra, misconceptions, polynomials, SRS (semiotic representation systems), Eduslide.

Tabla de contenidos

Índice de Figuras

Índice de Gráficas

Índice de Tablas

1. Introducción

1.1 Presentación y Justificación

El álgebra se introduce en la clase de matemáticas durante el primer ciclo de la ESO, pero pasados 2 años, en los cursos superiores de la ESO e incluso en Bachillerato, los alumnos siguen teniendo grandes dificultades con el álgebra. Es más, según un estudio británico en el que se recogen las narraciones de los adultos en cuanto a sus experiencias en clase de matemáticas, la gran mayoría no tiene muy buenos recuerdos del álgebra y la considera la parte más abstracta y compleja de las matemáticas (University of Bath, 1982).

Atendiendo a los resultados de diversas investigaciones (Matz, 1980 y Booth, 1984), los errores más comunes cometidos por los estudiantes trabajando el álgebra de Secundaria se pueden atribuir generalmente a errores procedentes de la aritmética (como puede ser el uso incorrecto de la propiedad distributiva, de los recíprocos y de la cancelación) y a errores relativos al propio lenguaje algebraico. Parte de la tarea del profesor impartiendo Polinomios en 3º de ESO es comprobar que el paso de la aritmética al álgebra se ha realizado correctamente y en caso contrario, corregir los conceptos erróneos que los alumnos se han formado al respecto. Pero éste es un proceso que requiere de tiempo y atención personalizada, dos aspectos difíciles de conseguir en el presente ya que, entre otras cosas, sería necesario: evaluar las carencias iniciales al menos a nivel de grupo, repasar contenidos ya aprendidos pero necesarios para introducir nuevos, corregir conceptos erróneos, impartir y comprobar la correcta adquisición de los nuevos, utilizar sistemas representativos semióticos (Socas y Palarea, 1997), vincular lo abstracto a lo real para darle un sentido al proceso de enseñanza-aprendizaje y fomentar la comunicación (tanto entre el educador y los educandos como entre los mismos alumnos) para garantizar la participación y aumentar las probabilidades de éxito del proceso.

Entre la creciente diversidad en las aulas como consecuencia de la globalización y la crisis económica de los últimos años, hay cada vez más alumnos por clase, con ritmos muy distintos de aprendizaje y con poco tiempo disponible para la atención personalizada. Para tratar de subsanar estos problemas y ayudar al docente en su gestión del aula, pero sin limitaciones de tiempo ni de espacio, se propone en este trabajo Eduslide como recurso didáctico.

Eduslide es una plataforma que permite la administración de cursos *on-line* ofreciendo múltiples herramientas para representar la información como pueden ser las wikis, chats, foros, blogs, diapositivas, tests, etc. Mediante Eduslide, no sólo se va a poder dar acceso a los alumnos a todos los contenidos de refuerzo o de ampliación que puedan necesitar, si no que además se va a poder obtener de forma muy sencilla y rápida resultados de una evaluación inicial lo que permite adaptarse mejor a las necesidades de los alumnos. Aún así, la principal ventaja de trabajar con Eduslide es el interés y participación que muestran los alumnos.

A lo que nos referimos con propuesta didáctica interactiva, para el caso concreto del bloque de Polinomios de 3º de la ESO, es a un formato de contenidos y actividades del que, siendo lo más diverso y atractivo posible, se desprenda un aprendizaje significativo. Es decir, que se eliminen conceptos equívocos y errores comunes, que se fomente la construcción de esquemas conceptuales en la estructura cognitiva de los alumnos para favorecer la futura adquisición de conceptos más complejos y abstractos, y que al mismo tiempo se desarrolle la competencia digital y el tratamiento de la información.

2. Planteamiento del Problema

Según se especifica en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, en los cuatro cursos de Secundaria hay un total de seis bloques de contenidos mínimos obligatorios, siendo el primero siempre *Contenidos Comunes,* el segundo *Números* y el tercero *Álgebra*. Tras las técnicas de resolución de problemas y las operaciones aritméticas, el álgebra es el siguiente apartado de mayor importancia en el currículo de matemáticas. El álgebra es en cierto modo la generalización de la aritmética; es la herramienta que nos permite estudiar todos los procesos que nos rodean y representar los hechos o sucesos mediante ecuaciones algebraicas. Esta capacidad de generalizar ciertos aspectos de nuestro entorno y de convertirlo en algo abstracto es lo que convierte al álgebra en imprescindible tanto para las matemáticas como para cualquier otra ciencia y lo que causa al mismo tiempo grandes dificultades a los alumnos. Y es que el problema estriba en que no sólo es necesario dotar de significación a los conceptos algebraicos sino que los alumnos también deben reconocer y aprender a percibir las relaciones aritméticas en todo lo que nos rodea (Booth, 1988).

Para determinar cuáles son estas dificultades y qué es lo que lleva a los alumnos a equivocarse se han realizado múltiples estudios. El SESM (Strategies and Errors in Secondary Mathematics) por ejemplo, que es una de las investigaciones con más renombre llevada a cabo entre 1980 y 1983 en el Reino Unido, analizó los errores más comunes entre los estudiantes de álgebra para tratar de averiguar por qué resulta una materia tan complicada (Booth, 1984). Independientemente de la diferencia de edad que había entre los alumnos entrevistados, todos los errores cometidos eran muy similares y se podían clasificar en cuatro categorías:

1. Referentes a la naturaleza del álgebra.
2. Referentes a la notación.
3. Referentes al concepto de variable.
4. Referentes a los procedimientos importados directamente de la aritmética.

Por tanto, llegado el momento de impartir el bloque de Polinomios a alumnos de 3º de la ESO, es imprescindible conseguir que los alumnos interioricen los conceptos fundamentales del álgebra. Como educadores, no podemos permitir que sigan arrastrando errores básicos (como el mal uso de la propiedad distributiva o de los recíprocos) de curso en curso, y que además sólo generan frustración y abandono de la asignatura, si pretendemos al mismo tiempo enseñarles entre otras cosas operaciones con polinomios e identidades notables. Claro está por otra parte, que el tiempo del que se dispone para impartir la materia es un bien escaso y ya resulta de por sí bastante complicado ver todos los contenidos mínimos.

Así pues, llegados a este punto surgen un número de cuestiones como por ejemplo, ¿cómo podemos reforzar el proceso de enseñanza-aprendizaje sin invertir múltiples sesiones en ello? ¿Cómo podemos cerciorarnos de que esta vez el proceso se ha llevado a cabo de forma satisfactoria? Y es más, ¿podemos detectar con mayor precisión cuáles son esas lagunas a cubrir?

2.1 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es el siguiente:

Presentar una propuesta didáctica interactiva del bloque de polinomios para alumnos de 3º de la ESO, utilizando Eduslide como recurso didáctico.

Pero para una adecuada consecución de dicho objetivo fue necesario alcanzar también los siguientes objetivos específicos:

1. Describir las dificultades, obstáculos y conceptos erróneos que encuentran los alumnos al aprender álgebra en la escuela.
2. Proponer un formato de contenidos y actividades interactivas para el bloque de polinomios para alumnos de 3º de la ESO que permitan al profesor evaluar las carencias del grupo y que complementen el proceso de enseñanza-aprendizaje tanto a nivel de refuerzo como de ampliación.
3. Estudiar la actitud de los alumnos de Secundaria y Bachillerato en cuanto al uso de una plataforma virtual como herramienta para mejorar su aprendizaje de matemáticas.

2.2 Fundamentación de la metodología

La metodología específica adoptada para la realización de este trabajo es el resultado de combinar una recopilación de textos referentes a la didáctica de las matemáticas, y en concreto del álgebra, mediante la investigación bibliográfica, con un estudio de campo realizado en un colegio de la Comunidad Valenciana a alumnos pertenecientes a la ESO y Bachillerato.

Para estudiar las diferentes perspectivas de los aspectos a tener en cuenta durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se recurrió a la investigación bibliográfica. Esto facilitó obtener las características esenciales de dicho proceso y los principios a los que debería responder la didáctica de las matemáticas.

La propuesta didáctica interactiva debe seguir la legislación educativa establecida por el Estado y la concreción curricular que de ésta hace cada Comunidad Autónoma (Comunidad Valenciana en este caso). Por ello se ha estudiado lo correspondiente al apartado de Álgebra (Bloque 3) en el Real Decreto 1631/2006, el Decreto de la Comunidad Valenciana y en el Anteproyecto de la LOMCE.

Se ha considerado también adecuado tener una idea general del desarrollo histórico del álgebra para conocer cuáles fueron las condiciones que llevaron al hombre a inventar el álgebra. Además, estudiar de la evolución del lenguaje algebraico a lo largo de los años, nos permite entender el proceso de construcción de conocimientos abstractos que, de forma similar, se da en las personas. Esto también facilitó la selección de enlaces para el apartado de curiosidades de la plataforma interactiva.

A continuación, se procedió a investigar los aspectos del álgebra relacionados directamente con los objetivos específicos: definir los principales obstáculos, dificultades y errores que acompañan la instrucción del álgebra; y que fácilmente pueden aparecer al operar con polinomios o al comprender las identidades notables. En este caso resultaron muy útiles estudios como el SESM realizado entre 1980 y 1983 en Reino Unido e informes como el de Cockcroft de 1982.

El último proceso dentro de la investigación bibliográfica consistió en valorar qué respuestas didácticas podían resultar de ayuda para la realización de este trabajo y cuáles de entre ellas tenía sentido plantearse su aplicación. Al final se optó, entre otras, por presentar a los objetos matemáticos en diversas representaciones semióticas mediante el lenguaje verbal, el algebraico, el aritmético y el geométrico.

Llegado el momento de comenzar a diseñar la propuesta didáctica interactiva, primero se evaluaron las opciones disponibles en cuanto a aplicaciones libres y en línea. Empezando por valorar las herramientas que ofrecen los Blogs se llegó a la conclusión de que para poder evaluar la evolución de los alumnos y fomentar la comunicación entre las partes implicadas en el aprendizaje matemático se necesitaba un software libre que garantizase una mayor interactividad, como por ejemplo la que ofrece una Web 2.0.. Odijoo y Eduslide son las dos plataformas más estables que se encontraron y se optó por Eduslide por su mayor versatilidad.

Para alcanzar parte de el último objetivo específico, se llevó a cabo un estudio de campo mediante cuestionario a los alumnos de 3º y 4º de ESO y de 1º y 2º de Bachillerato del Colegio Santa María de El Puig (Valencia) para tantear el uso que hacen los jóvenes de Internet a nivel de horas, servicios más utilizados, actitudes, etc. Primero de todo nos interesaba conocer la aceptación que, en principio, tendría la incorporación de una plataforma digital como recurso didáctico complementario y segundo para conseguir, en la medida de lo posible, que el diseño de la plataforma se ajustase al perfil de sus futuros usuarios. Aunque nos motivaba mucho más la idea de recoger los datos utilizando SurveyMonkey, ya que tanto la base de datos como las gráficas pertinentes se generarían de forma automática, se tuvo que emplear un método más manual para adaptarse a las características de la muestra. Siendo las personas encuestadas adolescentes de entre catorce y dieciocho años, se consideró adecuado estar presente en el momento de rellenar el formulario para poder responder a cualquier duda que pudiese surgir. Además el hacerlo en tiempo de clase garantizaba igualdad de condiciones para todos los encuestados y conseguir una muestra mayor; ya que si lo hubiesen tenido que hacer en su tiempo libre o en casa menos alumnos hubiesen participado. También se llegó a plantear reunirlos por grupos en el aula de informática pero en seguida se descartó porque era una opción que requería de demasiada coordinación.

Como se disponía tan sólo de unos dos días para intentar conseguir la mayor cantidad posible de datos útiles, se optó por los cuestionarios en vez de la técnica de la entrevista. Además coincidió con el periodo de evaluación del centro por lo que el acceso a los alumnos estaba bastante restringido. El formato final del cuestionario consistió en 20 preguntas de tipo test que los alumnos debían responder en un máximo de diez minutos durante el periodo lectivo.

2.3 Justificación de la bibliografía utilizada

A continuación se citan las principales referencia que se han utilizado en cada apartado durante la realización del trabajo.

Para estudiar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se han consultado los criterios de idoneidad para la didáctica de matemáticas y las competencias profesionales relacionadas con los procesos de investigación e innovación en el aula (Goñi, 2011a). Se ha utilizado también otro libro de Goñi (2011c), ya que dedica el capítulo 3 a tratar específicamente la aritmética y el álgebra.

En cuanto al análisis del marco legal se ha consultado la LOE y se ha comparado el Real Decreto 1631/2006 con el Decreto 112/2007 de la Comunidad Valencia en lo relativo a objetivos, contenidos y competencias del Bloque 3 de matemáticas para 3º de ESO. Además se ha recopilado la parte del currículo que se corresponde con el álgebra. Del *Anteproyecto de la LOMCE* se ha extraído información sobre cualquier cambio que pudiese afectar a 3º de ESO o a los contenidos del bloque de álgebra. La principal modificación planteada es dividir la asignatura de matemáticas de 3º en dos modalidades al igual que en 4º de ESO.

Tanto para analizar el desarrollo del lenguaje algebraico a lo largo de los siglos, como para saber qué fuentes eran fiables y se podían incluir como enlaces a curiosidades se han consultados diversas fuentes. De Wussing (1998) hemos obtenido información sobre las matemáticas en dos grandes civilizaciones antiguas: Mesopotamia y Egipto. De Krantz (2006) el desarrollo del álgebra gracias a los árabes y de Cooke (2008) ejemplos de problemas algebraicos chinos de tiempos remotos. Para estudiar el álgebra moderna, se ha acudido a Morris (1990).

Para la didáctica del álgebra se han consultado artículos de revista de donde se ha obtenido lo relativo a los SRS (sistemas representativos semióticos) (Socas, 2007) y las características de los cuatro lenguajes (Socas, 1989): verbal, aritmético, geométrico y algebraico. Del libro de Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1989), hemos extraído las tres características esenciales de la Matemática que se deben tener en cuenta durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al final de ese mismo libro volvemos a encontrar de nuevo un apartado muy interesante sobre la didáctica del álgebra y la interacción entre los cuatro lenguajes básicos. De un artículo de Palarea (1999) en una revista matemática y de otro libro de Socas y Palarea (1994) se ha extraído información sobre las dificultades y los obstáculos que presenta la didáctica del álgebra. Además se han citado frases de

Sierpinska (1994), Duval (1999) y Hiebert (1992) referentes a la importancia de trabajar en clase de matemáticas con distintos lenguajes de representación.

Gracias a los libros de Lesley R. Booth (1983, 1984) hemos podido estudiar las dificultades que encuentran los alumnos de secundaria aprendiendo álgebra. De Booth (1988) en concreto, es de donde hemos sacado datos precisos de los errores más comunes que cometen en la transición desde la aritmética al álgebra. Booth además incluye siempre fragmentos sobre otros estudios en sus textos, por ejemplo del SESM de Reino Unido, que han resultado de gran ayuda para comprender a otros autores más complejos.

3. Desarrollo

3.1 Marco Teórico

En el Marco teórico se han tratado temas relativos a la didáctica de las matemáticas, la legislación actual española, el desarrollo histórico del álgebra, las dificultades, obstáculos y conceptos erróneos que se encuentran los alumnos estudiando álgebra durante la educación secundaria y la utilización de diversos sistemas de representación semiótica como respuesta didáctica.

3.1.1 Didáctica de las matemáticas

De acuerdo a Goñi (2011a), todo proceso de investigación debe iniciarse con una reflexión personal, en este caso en concreto, sobre la propia práctica docente. Afortunadamente, la didáctica de las matemáticas nos ofrece una serie de principios que nos pueden orientar a la hora de reflexionar sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y mejorar en nuestra labor como docentes. Estos principio son ideales consensuados por la comunidad científica que recogen los criterios de idoneidad para la instrucción matemática.

En un artículo de 2005, Marín y Lupiañez enumeran los siguientes seis criterios de idoneidad:

1. Idoneidad epistémica
2. Idoneidad cognitiva
3. Idoneidad interaccional
4. Idoneidad mediacional
5. Idoneidad afectiva
6. Idoneidad ecológica

Vamos a estudiar el significado de cada uno de estos criterios de idoneidad para saber los principios a los que debe atender la propuesta didáctica interactiva.

Para que un proceso de enseñanza-aprendizaje siga el criterio de *idoneidad epistémica* el contenido de la instrucción debe tomar como referencia siempre el currículo oficial determinado por la legislación vigente y además ser significativo. Esto se consigue contextualizando el contenido, escogiendo un lenguaje matemático adecuado y alternando los distintos modos de expresión existentes: verbal, gráfico, simbólico, etc.

Siguiendo los estándares de *idoneidad cognitiva*, el contenido a impartir debe además adecuarse al nivel educativo del educando. Por tanto será necesario incluir actividades de refuerzo para garantizar que los alumnos tengan los conocimientos previos suficientes, junto con ejercicios de ampliación para los alumnos más aventajados.

Si durante el proceso de enseñanza-aprendizaje se fomenta el diálogo entre los alumnos, se consigue involucrarlos en su propio proceso formativo. Atendiendo al criterio de *idoneidad interaccional*, es importante partir de una estructura clara y jerarquizada del contenido para que el educando sepa distinguir lo importante de lo superfluo, pierda el miedo pues a ser el responsable de su aprendizaje y se favorezca así su autonomía dentro de dicho proceso.

La *idoneidad mediacional* depende de los recursos materiales y temporales empleados. Estos deben ser adecuados, atractivos, variados, manipulativos e informáticos. En el caso concreto de una plataforma *e-learning* la temporalización nunca resulta un problema ya que es el propio usuario el que decide cuándo, dónde y durante cuánto tiempo conectarse.

Con el criterio de *idoneidad afectiva* lo que se pretende es motivar a los alumnos, conseguir que se sientan parte integrante de toda actividad y, sobretodo, reconocer sus esfuerzos para reforzar su autoestima. El odio a las matemáticas disminuirá en el momento en el que el educando confíe en sí mismo y sepa que, aunque le cueste trabajo, podrá alcanzar unos objetivos razonables. Entre otras estrategias, sumar puntos en la evaluación continua por participar *on-line*, puede ser una buena idea.

Por último, el criterio de *idoneidad ecológica* busca relacionar los contenidos con el contexto social de un centro concreto, trabajando al mismo tiempo el currículo de forma transversal. Las matemáticas no son algo abstracto y aislado, son las herramientas que nos permiten comprender los procesos de todo lo que nos rodea y además se deberán enfocar de una forma u otra según corresponda atendiendo a intereses e inclinaciones laborales del grupo.

Aunque se pueda leer de forma más pormenorizada luego en el apartado 3.3 Propuesta Didáctica, a modo de resumen, las ideas que se han extraído de estos autores y se han tenido en cuenta en el diseño de la plataforma digital interactiva son: contenido referido al currículo, contenido significativo por alternar distintos modos de expresión, actividades con distintos niveles de dificultad, estructura clara y jerarquizada, fomentar el diálogo y favorecer autonomía, recursos materiales variados y atractivos, motivar y fomentar participación, actividades contextualizadas y buscar la transversalidad.

Actualmente las matemáticas, consideradas por muchos como el ogro del currículo, sigue siendo una asignatura que genera un gran número de dificultades y obstáculos durante el proceso de su aprendizaje. Pero, ¿por qué? Martín M. Socas (2010) propone tres características esenciales de la Matemática que deben tenerse en cuenta durante el proceso de enseñanza-aprendizaje y que son las principales responsables de complicar dicho proceso:

> La matemática es un sistema conceptual lógicamente organizado (campos conceptuales) y socialmente compartido. Esta organización lógica de los conceptos, propiedades, teoremas…, explica un gran número de dificultades y obstáculos en el aprendizaje.
> La matemática es una actividad de resolución de problemas socialmente compartida; problemas que pueden tener relación con el mundo natural o social o ser problemas internos de la propia disciplina. La respuesta a estos dos tipos de problemas explica la evolución y desarrollo progresivo de los objetos matemáticos (conceptos, teorías…). La actividad de resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que ocasiona dificultades en el aprendizaje de la Matemática.
> La matemática es un lenguaje simbólico característico y constituye un sistema propio de signos en el que se expresan los objetos matemáticos, los problemas y las soluciones encontradas. Como todo lenguaje, tiene funciones básicas y reglas de funcionamiento que dificultan el aprendizaje. (pp. 15-16).

La Matemática como actividad socialmente compartida, puede entenderse como la práctica regida por unas leyes comunes a la sociedad tanto como por ser una materia que debe ser aprendida de otras personas.

En el apartado que sigue, se ha estudiado cómo trabaja la legislación a la didáctica en general, y en concreto a las matemáticas.

3.1.2 Marco Legislativo

La LOE, en el artículo 1, establece como principio de la educación "la flexibilidad para adecuar la educación a la diversidad de aptitudes, intereses, expectativas y necesidades del alumnado, así como a los cambios que experimentan el alumnado y la sociedad" (BOE, núm. 106, p. 17164). A continuación, un par de páginas más adelante en el artículo 22, pero refiriéndose esta vez a los principios generales de la educación secundaria obligatoria, indica que los alumnos deben "desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación" (BOE, núm. 106, p. 17169). Justamente estos dos principios son aspectos que persigue la propuesta didáctica interactiva.

Además, con el diseño de la plataforma se ha pretendido al mismo tiempo mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de los alumnos, punto que cumple con parte de las funciones del profesor, como queda descrito en el artículo 91: "la investigación, la experimentación y la mejora continua de los procesos de enseñanza correspondiente" (BOE, núm. 106, p. 17183).

Para conocer exactamente qué es lo que tienen que aprender los alumnos de 3º de ESO en matemáticas, se comparó lo que el Real Decreto 1631/2006 exige en el bloque 3 de álgebra con la concreción que de éste hace la Comunidad Valenciana en el DOCV.

Tabla Nº1: Comparación entre los contenidos del Bloque 3 en el Real Decreto 1631/2006 y el Decreto 112/2007 establecido por la Comunidad Valenciana.

Decreto 112/2007, de 20 de julio.	*Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre.*
Sucesiones de números enteros y fraccionarios. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas. Estudio de las regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Traducción de situaciones del lenguaje verbal al algebraico. Polinomios. Valor numérico. Operaciones elementales con polinomios.	Análisis de sucesiones numéricas. Progresiones aritméticas y geométricas. Sucesiones recurrentes. Las progresiones como sucesiones recurrentes. Curiosidad e interés por investigar las regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Traducción de situaciones del lenguaje verbal al algebraico.

Resolución algebraica de ecuaciones de primer grado y de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Resolución algebraica de ecuaciones de segundo grado. Soluciones exactas y aproximaciones decimales. Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas. Interpretación crítica de las soluciones.	Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones, sistemas y otros métodos personales. Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.

Nota: Elaboración propia a partir del Decreto 112/2007, de 20 de julio y el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre.

En la Comunidad Valenciana no se exige por escrito ver las igualdades notables hasta 4º de ESO, sin embargo la mayoría de los libros de texto las incluyen y por tanto se suelen ver en clase.

Atendiendo exclusivamente a lo descrito en *el Decreto 112/2007, de 20 de julio, del Consell,* por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana, el bloque de contenidos de álgebra para los cursos anteriores recoge lo siguiente:

Tabla Nº2: Contenidos del Bloque 3 para 1º y 2º de la ESO según el Decreto 112/2007 establecido por la Comunidad Valenciana.

1º ESO, Bloque 3.	*2º ESO, Bloque 3.*
Empleo de letras para simbolizar números inicialmente desconocidos y números sin concretar. Utilidad de la simbolización para expresar cantidades en distintos contextos. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico y viceversa. Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades en secuencias numéricas. Obtención de valores numéricos en fórmulas sencillas. Valoración de la precisión y simplicidad del lenguaje algebraico para representar y comunicar diferentes situaciones de la vida cotidiana	El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y expresar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Obtención del valor numérico de una expresión algebraica. Binomios de primer grado: suma, resta y producto por un número. Transformación de ecuaciones en otras equivalentes. Resolución de ecuaciones de primer grado. Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas. Interpretación de las soluciones.

Nota: Elaboración propia a partir del Decreto 112/2007, de 20 de julio.

Fue conveniente tener también en mente el contenido del último curso de la ESO para plantear las actividades de ampliación para los alumnos más avanzados.

Tabla Nº3: Contenidos del Bloque 3 para 4ºA y 4ºB de la ESO según el Decreto 112/2007 establecido por la Comunidad Valenciana.

4º ESO, Opción A, Bloque3.	*4º ESO, Opción B, Bloque3.*
Valor numérico de polinomios y otras expresiones algebraicas. Suma, resta y producto de polinomios. Identidades notables: estudio particular de las expresiones (a+ b)2, (a - b)2 y (a+ b) · (a - b). Factorización de polinomios. Resolución algebraica y gráfica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Resolución de problemas cotidianos y de otros campos de conocimiento mediante ecuaciones y sistemas. Resolución de otros tipos de ecuaciones mediante aproximaciones sucesivas con ayuda de la calculadora científica o gráfica.	Raíces de un polinomio. Factorización de polinomios. Regla de Ruffini. Utilización de las identidades notables y de la regla de Ruffini en la descomposición factorial de un polinomio. Resolución algebraica de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Resolución algebraica y gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Uso de la descomposición factorial para la resolución de ecuaciones de grado superior a dos y simplificación de fracciones. Resolución de problemas cotidianos y de otros campos de conocimiento mediante ecuaciones y sistemas. Resolución de otros tipos de ecuaciones mediante aproximaciones sucesivas con ayuda de los medios tecnológicos. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita. Interpretación gráfica. Planteamiento y resolución de problemas en diferentes contextos utilizando inecuaciones.

Nota: Elaboración propia a partir del Decreto 112/2007, de 20 de julio.

Por último se estudió el *Anteproyecto de Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa, versión 1, 25/09/2012*. Justo al principio del documento encontramos un listado de los objetivos principales que persigue la reforma. Como ya se ha comentado antes estudiando la LOE, la razón de ser de este trabajo entraría dentro de los conceptos recogidos en el quinto objetivo ya que lo que se ha pretendido con la plataforma interactiva ha sido complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje:

> Desarrollo de las tecnologías de información y comunicación (TIC) como herramientas complementarias de aprendizaje. La incorporación generalizada de las TIC al sistema educativo permitirá personalizar la educación, adaptándola a las necesidades y al ritmo de cada alumno. Por una parte, servirá de refuerzo y apoyo en los casos de bajo rendimiento y, por otra, permitirá expandir los conocimientos transmitidos en el aula sin limitaciones (p. 4).

La modificación más llamativa que hace la LOMCE de la LOE atendiendo a la organización del 3º curso de la Educación Secundaria Obligatoria es que se pretende que haya, al igual que ahora en 4º de la ESO, "dos modalidades diferentes en la materia de Matemáticas, una de iniciación a las enseñanzas académicas y otra de iniciación a las enseñanzas aplicadas" (artículo 24.bis, p. 11). Esto no se tuvo en cuenta en el diseño de la plataforma para el trabajo actual ya que aún no se han descrito los contenidos pertenecientes a cada modalidad, pero es importante tenerlo en mente para proyectos futuros.

En el anteproyecto de la LOMCE, se añade el *artículo 122.bis. Tecnologías de la Información y la Comunicación*, que recoge en el punto 2 aspectos relacionados con "la extensión del concepto de aula en el tiempo y en el espacio para permitir a los alumnos el acceso desde cualquier sitio y en cualquier momento a los entornos de aprendizaje disponibles en los centros educativos en los que estudien" (p. 34). Esto es a su vez uno de los pilares sobre los que se ha fundamentado la propuesta didáctica interactiva del presente trabajo.

Una vez claro el contenido a impartir y los principios a que atenerse de acuerdo a la legislación española actual y a lo que se conoce de la entrante, se estudió la génesis del álgebra. La secuencia generada a partir de la aparición de cada concepto nuevo, sirve de guía para explicar cómo construimos nuestro conocimiento matemático y por tanto indica cómo debemos enseñar.

3.1.3 Breve estudio sobre el desarrollo histórico del álgebra

3.1.3.1 Definición. ¿A qué nos referimos exactamente con álgebra?

La palabra álgebra viene del árabe clásico *alǧabru* que se convirtió en *algĕbra* al transcribirla al latín tardío. En la Enciclopedia Británica (2013), encontramos una definición bastante acertada: "álgebra, rama de las matemáticas donde las operaciones aritméticas y las manipulaciones formales se aplican a símbolos abstractos en vez de a numeras concretos" (p. 1). Ésta queda completada con la acepción que presenta el Diccionario de La Lengua Española (2001): "parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita".

Además, el álgebra se puede subdividir en otras tres categorías:

1. Álgebra elemental
2. Álgebra lineal
3. Álgebra moderna

El álgebra elemental comprende los siguientes aspectos: números reales, números complejos, constantes y variables. En otras palabras, ecuaciones algebraicas y todo lo que de ellas derive; como reglas para operar, representaciones geométricas, solución de sistemas de ecuaciones, etc. El álgebra lineal es la disciplina que trata con vectores, matrices y transformaciones lineales; se considera que es la rama más fácil de comprender de las tres. En cambio el álgebra moderna, también conocida como álgebra abstracta, se dedica más a las estructuras algebraicas generales que a cómo manipular cada uno de los elementos mencionado antes de forma individual (Enciclopedia Británica, 2013).

Desde la perspectiva didáctica, Socas (2010) hace una descripción de las competencias del álgebra en la escuela obligatoria diferenciando cuatro usos: "Álgebra como aritmética generalizada (las letras forman parte de modelos que permiten generalizar las propiedades numéricas), Álgebra como el estudio de métodos para resolver ciertos problemas concretos (las ecuaciones), Álgebra como el estudio de relaciones entre cantidades y Álgebra como modelo estructural" (p. 31).

El hecho de que exista una sub-disciplina tan distintiva dentro de las matemáticas, así como la aparición del término álgebra para denotarla, es el resultado de un lento desarrollo histórico; como se puede ver en el siguiente apartado.

3.1.3.2 Evolución Histórica. ¿Cuándo y dónde surge el álgebra por vez primera?

En la actualidad, la ecuación es una de las nociones más básicas de las matemáticas. Pero por muy sencillo que ahora nos parezca, para llegar a ello se precisó de una larga y lenta maduración de ideas. De hecho, hasta el siglo XVI no se empiecen a abarcar conceptos parecidos a los que trabajamos hoy en día.

Leyendo a Hans Wussing (1998), descubrimos que los primeros indicios de la existencia del álgebra pertenecen a la matemática babilónica y egipcia; y se remontan entorno al 1700 a.C. En el caso de los babilonios, esta información ha llegado a nuestros días mediante textos grabados con inscripciones cuneiformes en tablillas de arcilla. Aunque los babilonios no conocían los números negativos, ya disponían de fórmulas para resolver ecuaciones cuadráticas. A modo de curiosidad, su sistema de numeración era de base 60, el cual aún conservamos para graduar tiempo y ángulos. De hecho Wussing opina que "la matemática mesopotámica se hallaba en un nivel notablemente superior a la egipcia" (p. 21). También es cierto que se han conservado muchos menos documentos sobre la matemática egipcia ya que los grabados se realizaban sobre papiros. Prácticamente todo lo que se conoce de la matemática egipcia es gracias al hallazgo del papiro Rhind y el de Moscú. El de Rhind es el más famoso y fue confeccionado hacia 1650 a.C. por un escriba llamado Ahmes, pero se cree que éste es a su vez una copia de uno doscientos años más antiguo. Tampoco queda claro si representa un libro de texto o meras anotaciones hechas por un alumno al recibir una lección. Incluye ochenta y siete problemas y soluciones en escritura hierática (en vez de escritura jeroglífica). A pesar de contener soluciones a problemas con una incógnita, la base de cualquier proceso oscilaba siempre entre la aritmética y la geometría.

La primera fuente de información sobre el álgebra en la matemática china es un tratado de nueve libros perteneciente a la época de la primera dinastía Han (206 a. C. hasta 24 d.C.). Recoge problemas relacionados con la administración y la economía. Un ejemplo del tipo de problemas que se pueden encontrar es el siguiente: "Una persona anda cien pasos al mismo tiempo que otra más lenta anda sesenta. Si a la persona que anda lento se le da una ventaja de cien pasos, ¿cuántos pasos son necesarios para que la persona que anda rápido lo alcance? ” (El arte de las matemáticas, cap. 6, citado en Cooke, 2008, p. 26).

Lo más llamativo que incluye el tratado es un procedimiento algorítmico para resolver sistemas lineales, bastante similar al método de Gauss. Gracias a este procedimiento, aparecieron los números negativos, principal aportación de la matemática china.

Los griegos incorporan los avances de la matemática babilónica y egipcia para dar paso a una nueva era en la historia del álgebra: la época del álgebra geométrica, entre el 450 y el 300 a.C. El método empleado consistía en asociar letras a los lados de alguna figura geométrica, es decir, las líneas eran representadas por términos. El matemático heleno por excelencia fue Diofanto (siglo III d.C.), considerado por muchos el padre del álgebra, ya que en *Aritmética* (texto redactado para ayudar a sus alumnos en la materia) incluye ciento ochenta y nueve problemas de álgebra que hoy resolveríamos utilizando ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones. Incluso utilizó en algunos casos potencias superiores a tres, lo que desvincula su trabajo de planteamientos puramente geométricos (Enciclopedia Británica, 2013).

En torno al siglo VIII d.C., un matemático árabe llamado Al-Jwarizmi fue el primero en resolver ecuaciones usando métodos generales. Por eso hay también muchos otros autores que defienden a Al-Jwarizmi como el verdadero padre del álgebra en vez de a Diofanto, basándose además en el hecho de que presentó los *métodos de reducción y equilibrio* donde se produce la cancelación de términos a ambos lados de la ecuación. No debemos olvidar el carácter eminentemente práctico de estos métodos, siendo el objetivo resolver problemas cotidianos. Por ello, Al-Jwarizmi (citado en Krantz, 2006) se refiere al álgebra como esa parte de la aritmética que el hombre utiliza para resolver “herencias, legados, particiones, demandas judiciales, comercio y todos los dilemas que de ellos surgen; o para lo concerniente a terrenos, excavaciones, computaciones geométricas y objetos similares” (p. 96).

A partir de este momento histórico, no se ha considerado necesario entrar en demasiado detalle en el desarrollo del lenguaje algebraico ya que parte del sentido de este epígrafe era saber qué fuentes escoger en el apartado de curiosidades de la plataforma digital. Siendo los usuarios alumnos de tercero de la ESO y los contenidos operaciones con polinomios e identidades notables, carecía pues de sentido tener que profundizar en exceso sobre apartados mucho más complejos.

A grandes rasgos, el álgebra tal como hoy la conocemos vino de la mano de Francisco Viéte (1540-1603), empleando letras mayúsculas para representar cantidades y por tanto dando lugar con ello al nacimiento del cálculo literal. Renato Descartes (1596-1650) contribuyó de forma importante a la notación simbólica con hallazgos como la regla para restar dos números negativos y lo mismo hizo Euler (1707-1783) aportando terminología moderna con sus *teorías de grafos*. Gabriel Cramer (1704-1752) trabajó con matrices y determinantes. El álgebra abstracta, lo que viene siendo el álgebra contemporánea, se desarrolló en el siglo XIX a partir de la teoría de Galois (1811-1832) y eso que murió con tan sólo veinte años (Kline, 1990).

Esta misma evolución histórica se puede plantear también por fases. La fase retórica, del 1700 a.C. al 250 d.C., define el periodo verbal. Todavía no existen los signos por lo que las operaciones se expresan con palabras. La fase sincopada (como ya se ha explicado antes en la matemática griega y con Diofanto de Alejandría) comienza en torno al 250 d.C. cuando aparecen por primera vez documentos con ecuaciones con una incógnita. Esto supone el inicio del álgebra abreviada, donde todos los problemas algebraicos se resuelven mediante construcciones geométricas. En los *Elementos* de Euclides se tratan diversas ecuaciones cuadráticas según los métodos del álgebra geométrica como por ejemplo la gran conocida Proposición 4 dentro del segundo libro:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$

No habrá excesivos avances hasta el s.XVI donde Viéte nos introduce en la fase simbólica gracias a la notación simbólica (Socas, 1989).

A continuación una línea-temporal resumiendo los principales sucesos en el desarrollo histórico del álgebra, dentro de cada fase.

Figura Nº1: Hitos en la evolución del lenguaje algebraico.

Álgebra Retórica		Álgebra Sincopada		Álgebra Simbólica		Álgebra Abstracta Contemporánea
1700 a.C.	300 a.C.	250d.C	1500 d.C	1600 d.C.	1850 d.C.	2000 d.C.
Primeros indicios: - Egipto - Babilonia	**Álgebra Geométrica:** - Grecia	Diofanto de Alejandría		**Notación Simbólica.** Principales aportaciones: - Viéte (1540-1603) - Descartes (1596-1650) - Euler (1707-1783)		**Álgebra Moderna.**

Nota: Elaboración propia a partir de los textos de Wussing (1998), Cooke (2008) y Kline (1990).

3.1.4 Dificultades, obstáculos y conceptos erróneos en el aprendizaje de Álgebra durante la Educación Secundaria Obligatoria

El álgebra provoca una actitud de rechazo en la mayoría de los estudiantes. Pero, ¿Por qué resulta tan difícil el álgebra? Se ha intentado dar una respuesta a esta pregunta comenzando por el análisis de las dificultades y obstáculos para concluir con los conceptos erróneos que arrastran los alumnos de curso en curso.

3.1.4.1 Dificultades

La primera dificultad del aprendizaje del algebra es la que deriva de su propio lenguaje; "la notación simbólica que capacita a las matemáticas para que se usen como medio de comunicación, y así ayuda a hacerlas *útiles*, puede también hacer las matemáticas difíciles de entender y usar" (Informe Cockcroft, 1985, pp. 3-4). Seguida de la dificultad que supone cualquier proceso de generalización de la aritmética y de la complejidad del concepto de variable.

De acuerdo con Palarea (1999), las dificultades a las que se enfrentan los alumnos estudiando álgebra en secundaria, pueden abordarse desde cinco perspectivas:

1. La complejidad de los objetos algebraicos.
2. Los procesos de pensamiento algebraicos.
3. Los procesos de enseñanza.
4. Los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
5. Las actitudes afectivas y emocionales hacia el álgebra.

Los objetos algebraicos permiten ser utilizados de forma semántica (conociendo con rigor su significado) o de forma sintáctica (operando de forma automática mediante reglas). De ahí la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos y el primero de los conceptos erróneos que se ha explicado un poco más abajo. Los procesos de pensamiento algebraico surgen de la naturaleza lógica del álgebra mientras que los procesos de enseñanza dependerán del centro escolar, el currículo y de la metodología empleada. El desarrollo cognitivo de los alumnos es una dificultad a nivel individual que se regula en función de su desarrollo intelectual y de su capacidad de razonar. Y aunque la última perspectiva, asociada a las actitudes afectivas y emocionales, debería tener también un carácter individual se suele emplear de forma generalizada ya que son muchos los alumnos que muestran tensión y miedo frente al álgebra.

3.1.4.2 Obstáculos

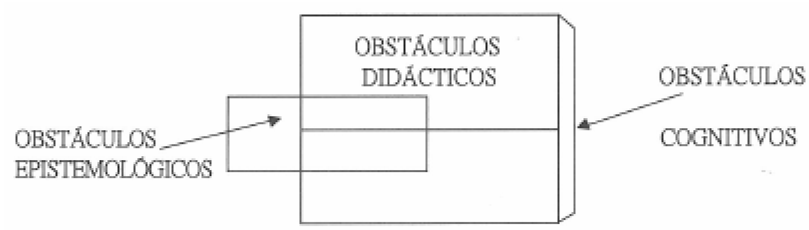
Un obstáculo aparece cuando se emplea un conocimiento aprendido con anterioridad en un contexto inadecuado por lo que las respuestas son incorrectas. Dicho de otra forma, un obstáculo es "aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas" (Bachelard y Brousseau, citado en Socas y Palarea, 1994, p. 93). Es muy importante detectarlos y delimitar los límites de actuación del concepto interiorizado, es decir las situaciones en las que su aplicación es correcta, porque si no se convertirá en un error constante, como se explica en el último de los conceptos erróneos del apartado siguiente.

La idea de obstáculo se inicia con Bachelard (1938-1983), filosofo francés, que clasifica los obstáculos en relación a su causa de origen:

1. La tendencia a confiar en engañosas experiencias intuitivas.
2. La tendencia a generalizar, que puede ocultar la particularidad de la situación.
3. El lenguaje natural (citado en Socas y Palarea, 1994, p. 92).

Más adelante Tall (1989) en sus reflexiones sobre los obstáculos en el desarrollo del pensamiento matemático, los clasificará de nuevo en tres categorías: a la primera pertenecen los obstáculos inherentes al propio desarrollo de la matemática (conceptos o teorías que aún no se conocen o no son del todo correctas), a la segunda pertenecen los obstáculos de tipo didáctico (ya bien por la selección de conceptos que se ha realizado o por la metodologías empleadas). Por último tenemos los obstáculos cognitivos que surgen de la necesidad de ir explicando conceptos de forma gradual (transposición didáctica) y de la estructura interna que se va generando con ellos.

Figura Nº2: Tipos de obstáculos.



Nota: Tipos de obstáculos. Fuente de la imagen: Palarea, 1999, p. 11.

Los obstáculos se manifiestan a través de los errores cometidos por los alumnos. Estos errores no se han cometido por un descuido, son errores persistentes y repetitivos; por tanto el docente debe detectarlos y tratar de corregirlos. Es importante tener presenta la diferencia entre obstáculo y error ya que aunque pueda haber obstáculos que lleven a errores no siempre es el caso. "Puede haber errores que sí son debidos a obstáculos cognitivos; otros, a falsas y prematuras generalizaciones y, otros, al mal uso de propiedades o características propias del lenguaje algebraico que no lo son de la aritmética" (Socas y Palarea, 1994, pp. 91-92).

3.1.4.3 Conceptos Erróneos

Tras la investigación realizada por el SESM en Reino Unido entre 1980 y 1983 a niños con edades comprendidas entre los trece y dieciséis años, se concluyó que los errores que cometen los alumnos en secundaria se pueden clasificar en torno a cuatro grandes categorías:

A. La razón de ser del álgebra y la naturaleza de la solución.
B. Las convenciones y el uso de la notación en álgebra.
C. El significado de las letras y variables.
D. Tipos de relaciones y métodos utilizados en aritmética (Booth, 1988, p. 299).

Se ha estudiado en qué consiste exactamente cada una para saber qué tipo de actividades de refuerzo proponer posteriormente.

A. La razón de ser del álgebra y la naturaleza de la solución

La razón de ser del álgebra

En primaria los alumnos dedican la clase de matemáticas a los cálculos aritméticos principalmente. El objetivo de dichos cálculos es hallar el valor numérico correcto. En cambio, en secundaria, con el álgebra lo importante van a ser los procesos y no tanto los resultados. Mediante el álgebra se pretende establecer las relaciones existentes entre las cosas y aunque en muchos casos se pida obtener el valor numérico de una ecuación para unas incógnitas dadas, la respuesta en sí es hallar la ecuación, es decir la relación.

Ejemplo: Un canguro avanza 3 metros en cada salto. Escribe cuántos metros recorre el canguro en "y" saltos.

Solución: $x = 3y$ (donde x = número de metros, y = número de saltos).

En este tipo de ejercicios los alumnos se quedan atascados porque no entienden qué es lo que de ellos se espera. Saben que si les dan un número de metros tienen que multiplicarlo por tres pero no ven $x = 3y$ como una solución válida (Booth, 1984, pp. 35-36).

La naturaleza de la solución

En cuanto a la naturaleza de la solución, más bien es la doble naturaleza de la solución. Una ecuación algebraica representa al mismo tiempo proceso y resultado, hecho muy complicado de entender por los alumnos.

Ejemplo: 1 + 4 representa al mismo tiempo los pasos a seguir para realizar la operación y el resultado de la misma.

Esto es lo que hoy en día se conoce como Procepto (Tall et al., 2000), combinación de proceso y producto bajo un mismo símbolo. La mejor forma de entenderlo es analizando el concepto de función; por ejemplo: $f(x)= x^2-9$ representa simultáneamente un objeto matemático (una función cuadrática) y el proceso de cómo calcular un punto de esa función para un determinado valor de “x”. Por eso se explica en el apartado 3.1.5 la necesidad de interacción entre lenguajes, ya que es un método muy efectivo para no confundir entre el objeto y su representación simbólica; y por tanto parte de los ejercicios propuestos mediante Eduslide son para trabajar distintas representaciones semióticas.

B. Las convenciones y el uso de la notación en álgebra

La interpretación que hacen los alumnos de los símbolos

En la aritmética de primaria los símbolos indican la acción a realizar (+ significa *realiza una operación*; = significa *escribe una respuesta*). El cambio que se produce en los símbolos con el álgebra en secundaria no es algo que todos los estudiantes tengan muy claro (ejemplo: el = pasa a ser un signo bidireccional y que además posee una doble naturaleza: proceso y resultado). “La idea de que el signo de adición pueda significar tanto el resultado de la adición como también la acción, o que el signo de la igualdad se pueda ver como indicación de una relación de equivalencia en vez de como el signo que equivale a *escribe la respuesta*, puede no ser apreciado por el alumno a simple vista [...]” (Booth, 1988, p. 302).

De ahí a que otro error muy común, relativo a la notación en álgebra, esté relacionado con la posición de los dígitos. Hay alumnos que creen que la posición donde se encuentra la incógnita indica su numeración decimal. Así pues para una ecuación del tipo 7y + 2, la única respuesta posible para "y" seria un número del 0 al 9 ya que representa la unidad y el 7 la decena (ejemplo: 74 + 2, para y = 4). Lo que quedó claro tras estudiar este apartado es que todos los profesores deberíamos recordar constantemente la bidireccionalidad del = y que 3n es lo mismo que 3xn. Para poder comprobar esto último como profesor antes de ver el tema de polinomios, se incluyó un ejercicio denominado *notación algebraica* dentro de evaluación inicial en la Web 2,0.

La necesidad de precisión notacional

Aunque la notación es importante en la aritmética, en el álgebra es crucial. El error más típico viene de asumir que la división, al igual que la adición, es conmutativa (p ÷ q ≠ q ÷ p). Otro error bastante generalizado suele ser asumir que, en la división, la cantidad más grande siempre es el numerador. Este tipo de suposiciones están directamente relacionadas con el tipo de operaciones realizadas durante primaria donde el resultado siempre era mayor que uno.

C. Letras y variables

Las letras en álgebra

Las letras aparecen tanto en álgebra como en aritmética solo que en cada caso representan cosas muy distintas. Una "m" será *metros* en aritmética, es decir una mera etiqueta, mientras que en álgebra cualquier letra representa una variable; en este caso concreto *número de metros*. Hasta ahora los alumnos han aprendido fórmulas matemáticas empleando letras, pero nunca se han topado con el concepto de variable. Por ejemplo, en el caso del área de un triángulo muchas veces se explica como A=(bxa)÷2, base por altura partido dos, ya que facilita la nemotecnia. La consecuencia directa es que muchos niños asumen que las letras representan la inicial de una palabra, como bien indican McGregor y Stacy (1997): "[...] los estudiantes se dan cuenta que, en la matemática aplicada, la notación de los conceptos suele coincidir con la letra inicial (A para área, m para masa, t para tiempo, etc.). Es probable que este uso de las letras refuerce la idea de que las letras en las de las expresiones matemáticas y fórmulas representan palabras u objetos en vez de números" (p. 16).

Es importante repasar tantas veces como sea necesario el concepto de variable y tener cuidado de no caer en el error durante las sesiones de álgebra de abreviar con m=metros en vez de m=número de metros. Por eso se ha evitado seleccionar ejercicios para Eduslide donde este tipo de abreviaturas aparecían y además se ha puesto un ejercicio dentro de la evaluación inicial donde se comprueba si el grupo entiende lo que significa distintos tipos de abreviaciones.

El concepto de Variable

Otro error muy común es suponer que una incógnita representa una cantidad concreta; es decir, que sólo existe una única solución posible para cada incógnita. Lo que lógicamente conlleva a asumir posteriormente que a cada letra le corresponde un valor diferente. Por eso, para muchos alumnos de secundaria, la siguiente expresión nunca puede ser cierta: x+y+z = x+p+z; porque "y" nunca puede ser igual que "p" (Booth, 1988). De ahí la incorporación del ejercicio *concepto de variable* dentro del apartado de evaluación inicial en Eduslide.

D. La aritmética

Hasta ahora hemos visto cómo casi todos los errores que cometen los alumnos derivan de aplicar las leyes de la aritmética al álgebra. Pero también es cierto que el álgebra es la generalización de la aritmética por lo que de normal se pueden utilizar los mismos procedimientos. Si se da el caso de que algo se haya aprendido de forma incorrecta en aritmética, lógicamente, este proceso se realizará mal también para el álgebra. Por ejemplo, el uso inadecuado de paréntesis es una causa de conflicto en la aritmética y por tanto aún más en álgebra, "[…] ellos creen que la secuencia en la que están escritas las operaciones determina el orden que debe seguirse en la computación" (Booth 1988, p. 305). Por eso mismo, en el apartado de evaluación inicial de la plataforma interactiva, una de las preguntas que se propuso hacía referencia al orden de las operaciones, para ver si esto estaba claro a nivel de grupo antes de pasar a ver polinomios.

3.1.5 Utilizar los cuatro lenguajes básicos como respuesta didáctica.

Desde la perspectiva didáctica, para aprender álgebra hay que obtener las habilidades necesarias entorno al manejo de símbolos, el desarrollo de operaciones y la construcción de expresiones, gracias a la correcta observación de las relaciones existentes en los objetos de nuestro entorno. Siendo el álgebra una materia que parte de la comunicación de ideas abstractas, una de las opciones para limitar el número de errores cometidos por los alumnos y para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje consiste en trabajar paralelamente los cuatro lenguajes básicos: aritmético, verbal, algebraico y geométrico. De este modo se favorece la comunicación de ideas abstractas, facilitando la integración de forma jerarquizada de nuevos conceptos en la estructura cognitiva de los alumnos mediante la creación de múltiples y variadas conexiones entre los nuevos contenidos y los previamente aprendidos (Socas, 1989).

Así pues, para poder buscar y proponer ejercicios que trabajasen los distintos lenguajes naturales se estudió las características de los sistemas de representación semiótica y su vinculación al álgebra escolar.

Partiendo de que la semiótica es la ciencia que estudia los sistemas de comunicación que existen en la sociedad, un sistema semiótico se convertirá en un registro de representación si permite las siguientes tres actividades cognitivas:

> 1. La presencia de una representación identificable…
> 2. El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro en la que ha sido formada…
> 3. La conversión de una representación es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial… (Duval, 1993, citado en Socas, 2010, p. 22).

Los objetos matemáticos pertenecientes al álgebra tienen identificados cuatro lenguajes o representaciones semióticas como ya se ha mencionado anteriormente. El lenguaje algebraico que se expresa mediante fórmulas, el lenguaje aritmético que es al que pertenecen los valores, el lenguaje geométrico constituido por las representaciones semióticas visuales y el lenguaje verbal que aparece en clase de matemáticas al redactar conclusiones o cuando se pide a los alumnos que expliquen con sus propias palabras un concepto.

El objetivo del profesor es dotar al álgebra de significación, dicho de otra forma, que los alumnos comprendan el álgebra. Pero como Sierpinska (1994) puntualiza, "muchos actos de comprensión pueden consistir no en representarse a si mismo el objeto de comprensión sino en trasladarlo de una representación a otra" (p. 52). Y como al trasladar un objeto de una representación a otra creamos nuevas conexiones cognitivas, "el grado de comprensión está determinado por la cantidad de conexiones y por la fortaleza de ellas. Una idea, un procedimiento o un hecho matemático ha sido comprendido a cabalidad en la medida en que esté ligado de una manera más sólida y con una mayor cantidad de conexiones" (Hiebert, 1992, citado en Hernando, 2009, p. 15). De ahí la importancia de que se fuerce a los alumnos a trabajar el álgebra con varias representaciones semióticas ya que "la comprensión de matemáticas requiere la coordinación de al menos dos registros de representación semiótica" (Duval, 1999, p. 2).

Como lo que se ha pretendido en parte con Eduslide como complemento didáctico del bloque de polinomios es comprobar si los alumnos han comprendido los objetos matemáticos, se ha incluido en la plataforma un apartado llamado *los cuatro lenguajes básicos* donde se pone a prueba sus destrezas de representación.

A modo de resumen de este último apartado teórico antes de pasar al estudio de campo, si abordamos el aprendizaje algebraico desde el uso de distintos lenguajes, será posible analizar desde una perspectiva cognitiva "las operaciones, procesos y estrategias que utiliza el alumno cuando construye este conocimiento, proporcionándole medios que le ayuden a reflexionar sobre sus propios procesos cognitivos además de facilitar las interacciones entre el profesor, los estudiantes y el contenido" (Palarea, 1999, p. 24).

3.2 Estudio de Campo

Uno de los puntos más importantes para saber qué apartados proponer dentro del diseño de una plataforma con comunicación bidireccional, es estudiar cuáles son las preferencias de los destinatarios de la web 2.0. Por eso, aunque ya se tenían algunas ideas en mente de los *Top 10* para los estudiantes (como Facebook por ejemplo), era preciso conocer cómo los alumnos utilizan Internet, para qué, por qué y cómo acceden a los servicios en red. También se consideró útil saber cuáles son los servicios a los que están más habituados (redes sociales, correos electrónicos, etc.) de modo que la utilización de dicha plataforma tuviese, en la medida de lo posible, un diseño cómodo y sencillo para obtener una rápida aceptación.

Por tanto, antes de comenzar a desarrollar la propuesta didáctica interactiva se realizó un estudio de campo para que nos aportase datos sobre lo mencionado anteriormente. Aprovechando el periodo de prácticas en el colegio Santa María de El Puig (Valencia), se pasó una encuesta a los cursos de 3º-4º de ESO y 1º-2º de Bachillerato. Una vez redactada de forma inicial se distribuyó por el claustro de profesores para que diese el visto bueno y se corrigieron las preguntas mal formuladas o que pudiesen llevar a error. La primera opción que se barajó fue enviarla a todos los alumnos por e-mail, para no emplear tiempo lectivo, utilizando SurveyMonkey. Pero dado que esto no garantizaba que la encuesta fuese rellenada por un número suficiente de alumnos y que era posible que surgieran dudas respecto a las preguntas formuladas, se optó por pasar las encuestas a modo de formulario cinco minutos antes de que finalizara la clase y así conseguíamos además, las mismas circunstancias de aplicación para todos los participantes.

Los alumnos debían de contestar veinte preguntas relacionadas con Internet. Las cuestiones planteadas ofrecían un listado de respuestas cerrado para facilitar luego la cuantificación. Algunas de las cuestiones admitían varias respuestas, mientras que otras eran de respuesta única. La encuesta era completamente anónima; sólo precisaba indicar edad, curso y sexo. Como encabezamiento quedaba explícito el objetivo de la encuesta, que se leía en alto en clase, y se preguntaba si había alguna dudad antes de que comenzaran a responderla. Se trató de emplear un leguaje adecuado para el nivel educativo al que está dirigida la encuesta (ver Anexo 1).

No hubo tiempo para garantizar 100% la fiabilidad de las respuestas porque además, los alumnos estaban en periodo de exámenes y sus profesores pidieron que se realizase todo lo más rápido posible. De todas formas las opiniones recogidas refuerzan las hipótesis que se plantearon tras leer los resultados del análisis del informe *¿Qué opina el profesorado sobre el programa Escuela 2.0.?* (2011). Y aunque la Conselleria de Educación de la Comunidad Valenciana (CV) no se adhiere en 2009 al Programa Escuela 2.0; sí que desarrolló uno propio conocido como Centro Educativo Inteligente (CEI). De los dieciocho centros que participaron, se obtuvieron los siguientes porcentajes en relación al tema *TIC y alumnado*:

> En primer lugar, destacar que el 40% del profesorado declara que, en su opinión, muchos de sus alumnos tienen ordenador y conexión a Internet, si unimos también los que opinan algunos y todos los alumnos, se llega al 80%. Sin embargo, en cuanto al uso que realizan va disminuyendo progresivamente, en cuanto a la variable todos los días, desde cerca del 40% si se refiere al ocio, un 30% a las redes sociales hasta llegar a un exiguo 3% en las tareas escolares y estudio (p. 97).

3. 2. 1 Marco Contextual

El colegio de donde fue tomada la muestra se encuentra en la localidad de El Puig, un municipio de aproximadamente unos 9000 habitantes dentro de la comarca de la Huerta Norte, provincia de Valencia, Comunidad Valenciana. Para ser exactos a unos 14Km de Valencia. Es un centro de carácter privado y aunque no es un colegio bilingüe, al pertenecer a la Comunidad Valenciana, se trabaja la asignatura de Lengua Valenciana pero no se imparte ninguna otra clase en valenciano. Entre los alumnos que asisten al centro podemos contar con un 50% aproximadamente de valenciano-parlantes, siendo el resto de habla castellana. El centro tiene un total de unos 350 alumnos repartidos entre las distintas etapas educativas: infantil, primaria, secundaria y bachillerato. En Secundaria y Bachillerato, sobretodo en las asignaturas de la modalidad de Ciencias y Tecnología, son muy pocos alumnos por clase. Dependiendo del curso y grupo los números oscilan entre 6 y 20 alumnos por clase.

La muestra encuestada incluye las respuestas de 64 alumnos del colegio Santa María de El Puig, de edades comprendidas entre los 14 y los 18 años. Dos tercios de los alumnos son hombres y aproximadamente la mitad de los encuestados estaban cursando

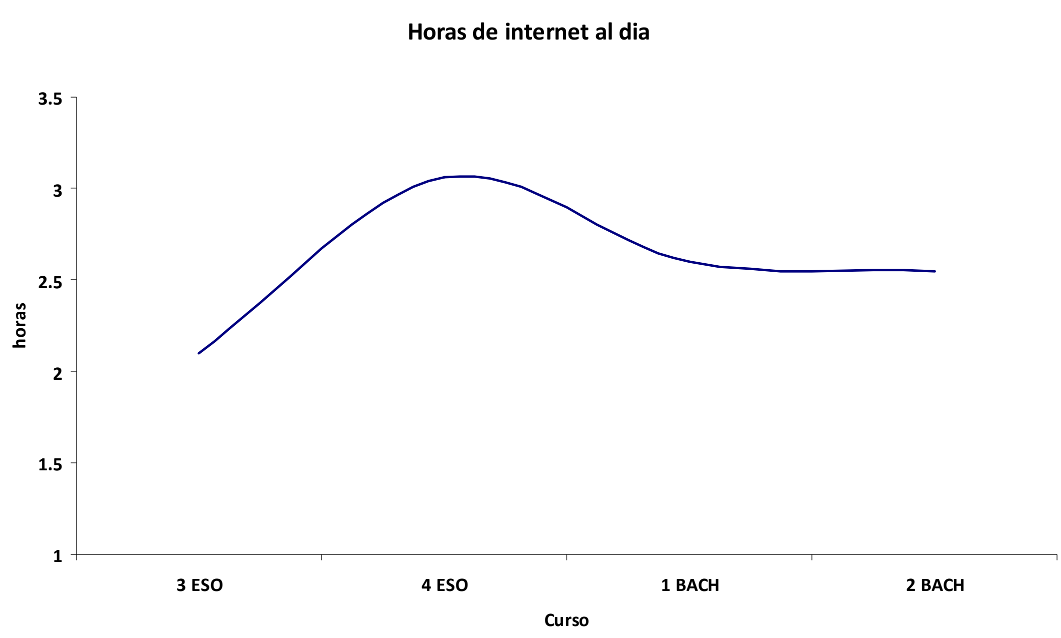
3º ESO en ese momento. Esto se debe a que el contacto con el tercer curso era mayor, por tanto se consiguió encuestar a dos clases en vez de a una y además es el curso al que se ha dirigido la propuesta didáctica.

Es importante tener en mente que el colegio Santa María de El Puig recoge a alumnos con capacidad intelectual normal, pero también a muchos con problemas de madurez o con expedientes académicos muy deficientes por lo que es un centro dónde tanto la motivación del alumnado como las actividades de repaso toman una gran importancia. El nivel socio-económico de los padres viene a ser medio tirando a alto indicando que el acceso a las nuevas tecnologías no debe suponer una barrera social a los alumnos del centro. Esto es algo que se ha podido comprobar en la encuesta.

3. 2. 2 Análisis de las Respuestas

A continuación se comenta las repuestas que han resultado de mayor interés para la propuesta didáctica, empezando por la accesibilidad a la red. A la pregunta: ¿Tienes Internet en casa? Todos los alumnos respondieron que sí, excepto uno, pero que tenía móvil con Internet con lo que la conexión a la plataforma fuera del centro escolar quedaba completamente garantizada (ver pregunta 4, Anexo 2).

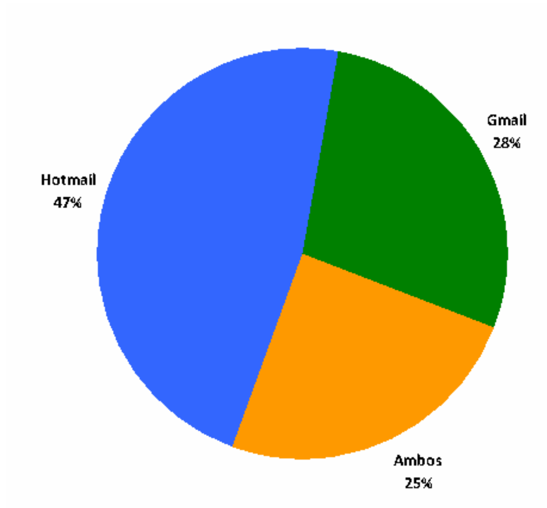
Gráfica Nº1: Horas de dedicación a Internet por curso.



Nota: Elaboración propia a partir de las preguntas 2 y 8 de la encuesta.

En cuanto a la relación entre la edad de los alumnos y las horas que le dedican a Internet, la gráfica de arriba extraída de los resultados de la encuesta refleja cómo los alumnos que dedican más horas a Internet son los de 4º ESO mientras los que dedican menos tiempo son los de 3º (ver pregunta 8, documento 2 en Anexos).

Gráfica Nº2: Cuentas de correo electrónico.

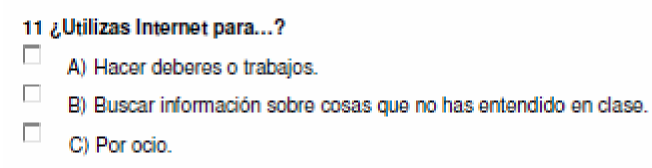


Nota: Elaboración propia a partir de la pregunta 10.

Mediante las preguntas 9 y 10 de la encuesta se trató de obtener datos precisos sobre los tipos de cuentas con las que están familiarizados los alumnos y qué proveedores de correo electrónico son los más utilizados. Toda la muestra tenía una cuenta de correo en Hotmail o en Gmail, es más, un 25% tenia cuenta de correo con ambos. Esto fue importante llegado el momento de seleccionar el tipo de plataforma a la que se debían conectar los alumnos ya que normalmente para poder suscribirse es necesario tener una cuenta de correo electrónico asociada a la plataforma.

Con la pregunta 11, se pretendía confirmar que los alumnos utilizaban también Internet para cosas no enfocadas al ocio. Era una pregunta de múltiples respuestas por lo que los alumnos podían marcar más de una casilla. Cerca del 100% de la muestra afirmó usar Internet para el ocio, pero más de la mitad (56,25%) dijo usar Internet tanto para el ocio como para hacer deberes o trabajos (opciones A y C) y un 21,87% marcó las tres casillas A, B y C. Por tanto un 78,12% de la muestra encuestada usa Internet para temas relacionados con los estudios y no exclusivamente por ocio. Esto favorece la implantación de la plataforma interactiva como recurso complementario.

Figura N°3: Pregunta Nº 11 de la encuesta.



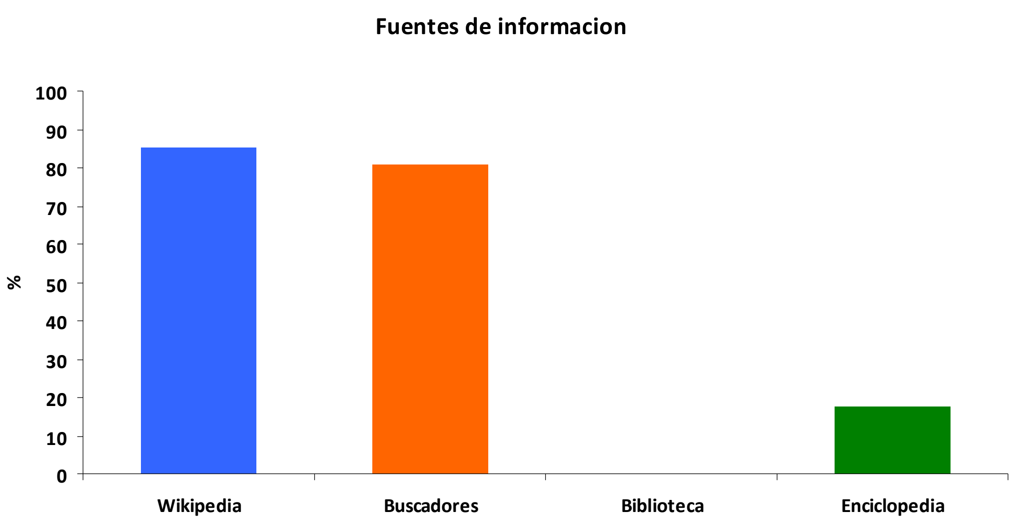
11 ¿Utilizas Internet para...?

- [ ] A) Hacer deberes o trabajos.
- [ ] B) Buscar información sobre cosas que no has entendido en clase.
- [ ] C) Por ocio.

Nota: Elaboración propia a partir de la encuesta, Anexo I.

Es curioso cómo, teniendo una biblioteca dentro del colegio, absolutamente ningún alumno la utilizaba para buscar información. Y eso que al ser un centro con transporte escolar muchos alumnos tienen que pasar las horas libres en la biblioteca haciendo los deberes. Aun así, como herramienta por excelencia para buscar información está Wikipedia a la par con buscadores (Google, Yahoo, Bing, etc) y como opción secundaria, buscar información en la enciclopedia que se tenga en casa como queda reflejado en la siguiente gráfica:

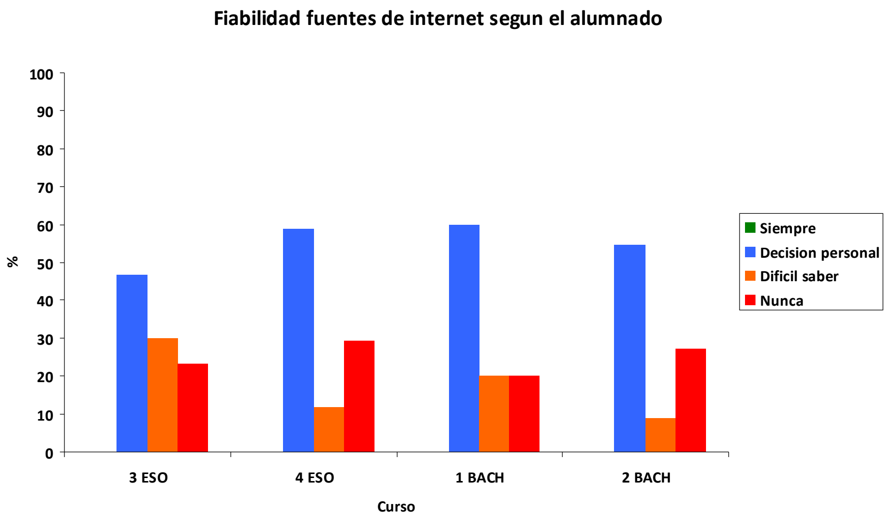
Gráfica N°3: ¿Qué fuentes de información utilizan los alumnos?



Nota: Elaboración propia a partir de la pregunta 12 de la encuesta.

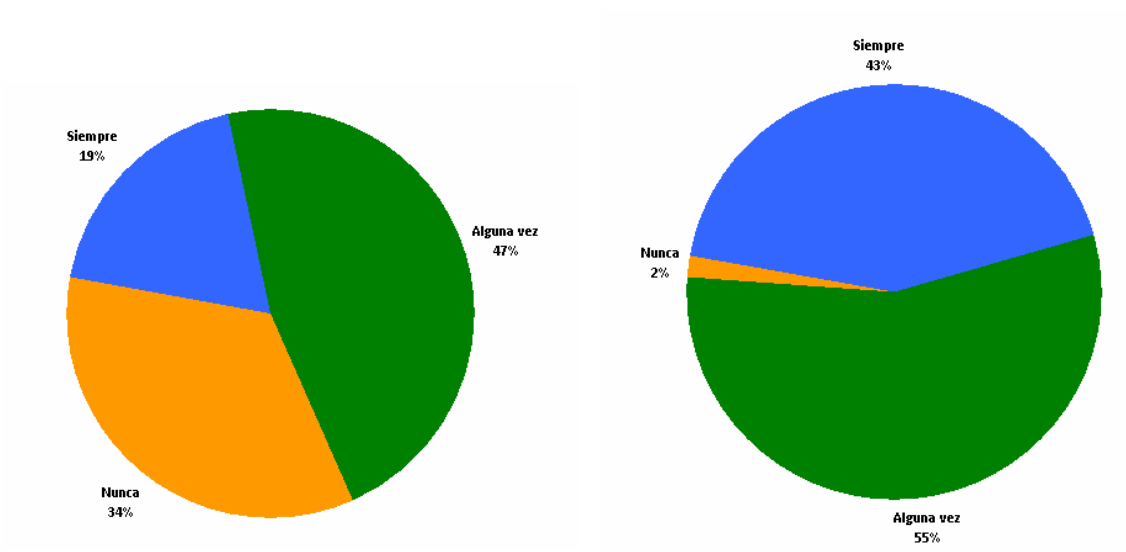
Más o menos todos los alumnos tienen claro que la información que encontramos a través de la red no es siempre de fiar, pero 3º de la ESO destaca por ser el curso que menos claro lo tiene. Lógicamente se debe a que son los más pequeños y los que menos tiempo han tenido para formarse un criterio. Esto se ha tenido en cuenta en la plataforma interactiva facilitando enlaces a lugares donde hay una información segura.

Gráfica Nº4: ¿Qué fuentes consideran los alumnos como seguras?



Nota: Elaboración propia a partir de las preguntas 2 y 13 de la encuesta.

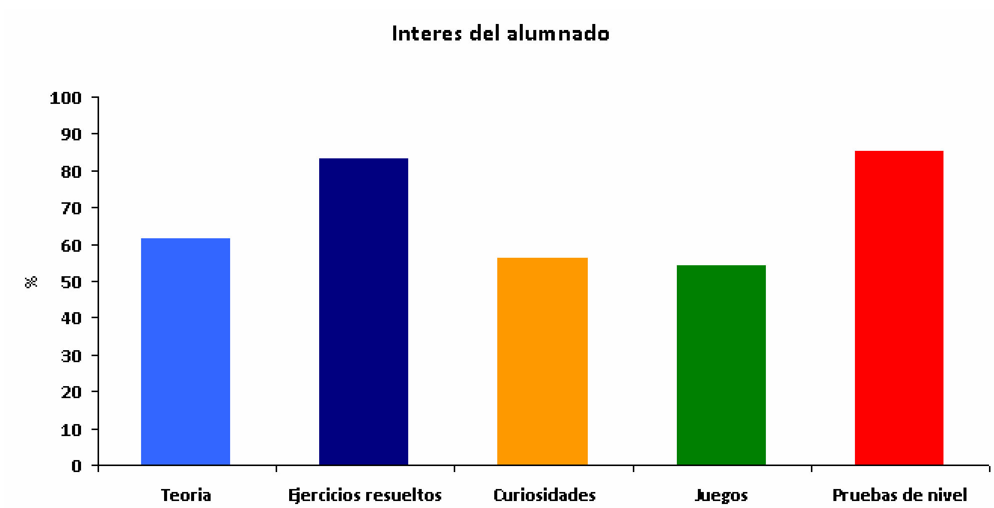
Gráfica Nº5: ¿Enviarías tus dudas al profesor por e-mail?



Nota: Elaboración propia a partir de las preguntas 16 y 17 de la encuesta.

En general, a todos los alumnos les gustaría tener colgado el contenido de matemáticas en Internet para poder consultarlo en cualquier momento desde cualquier sitio, aun así un elevado número (34%) respondió "C. Prefiero preguntar en clase" a la pregunta: 17. Si fuese posible, ¿enviarías tus dudas al profesor en un e-mail? Las otras dos opciones de respuesta eran A. Sí, seguro y B. Puede ser, alguna vez (ver gráfica Nº5, derecha). En cambio, una vez puesta en marcha la plataforma interactiva, trabajando desde Eduslide, tan solo un 2% de los alumnos no enviaría e-mails a profesor con sus dudas (ver gráfica Nº5, izquierda).

Gráfica Nº6: Valoración de contenidos de la propuesta.



Nota: Elaboración propia a partir de la pregunta 18 de la encuesta.

Los apartados mejor valorados por los alumnos y los cuales estarían más interesados en que apareciesen en la plataforma son los *ejercicios resueltos* y la opción de hacer *test de nivel*. De hecho, 37 de 64 alumnos aseguró que utilizaría siempre la prueba de nivel para prepararse para el examen y 24 dijeron que a veces. Pero cuando se preguntó de nuevo lo mismo, solo que esta vez se subía medio punto en la evaluación continua a todo aquel que participase en los tests, el 100% de los alumnos dijo que los haría.

3. 2. 3 Interpretación de los Resultados

Recogiendo toda esta información de forma breve y concisa, todos los alumnos encuestados del Colegio Santa María de El Puig (Valencia) pueden acceder a Internet fuera del centro. La plataforma debe permitir a los alumnos crearse un perfil mediante cuentas de correo en Gmail o Hotmail, ya que será necesario tener un perfil para poder pertenecer a un grupo o acceder a un curso.

Los estudiantes utilizan Internet principalmente para el ocio pero también como fuente única de donde extraer información para hacer trabajos. Wikipedia es la base de datos por excelencia. Apenas conocen otros enlaces a contenidos didácticos y, especialmente los de 3º de ESO, no son capaces de decidir si la información es o no de fiar. Por tanto es importante enseñarles a buscar información y a analizar las fuentes, con la intención de que confíen en su propio criterio en un futuro.

Los apartados con mayor puntuación de los ofertados para su incorporación en la plataforma son *ejercicios resueltos* y *pruebas de nivel*. De esto extraemos que lo principal para los alumnos es aprobar el examen y piensan que consultar estas dos actividades puede ayudarles a ello.

El subir nota por participar en la plataforma interactiva es definitivamente un factor de motivación para los alumnos, pero el hecho de que la mayoría de ellos vaya a hacer los tests facilita además la tarea del docente ya que obtendrá pre-examen los apartados en los que los alumnos hallan la mayoría de las dificultades.

3.3 Propuesta Didáctica

3.3.1 Objetivos

El estudio realizado en los capítulos anteriores nos ha permitido llegar a varias conclusiones, como qué criterios de idoneidad perseguir, para saber de qué modo enfocar esta propuesta didáctica para el bloque de polinomios. Lo que se ha pretendido con este trabajo es encontrar una plataforma interactiva de tecnología Web 2.0 que sirviese de recurso didáctico complementario y que pudiese funcionar de forma paralela al aula clásica. De modo que, sin necesidad de aumentar las horas lectivas dedicadas a un tema, el profesor pudiese planificar sesiones de deberes y facilitar enlaces a sus alumnos que ayudasen a repasar conceptos y afianzar bases para la incorporación de nuevos conocimientos. Al mismo tiempo se han planteado actividades para motivar al alumnado a estudiar matemáticas y conseguir una mayor participación en su propio aprendizaje, para trabajar las TIC y para posibilitar la transversalidad de la materia. Y cómo no, parte fundamental de la propuesta, se ha buscado obtener un control más exhaustivo sobre las carencias del grupo antes de cada tema nuevo.

Por tanto, los objetivos generales que nos hemos propuesto al utilizar Eduslide como complemento metodológico, aplicados a la enseñanza de las matemáticas son:

1. Trabajar desde los resultados de una evaluación inicial.
2. Fomentar la responsabilidad del propio aprendizaje y la autonomía.
3. Visión integrada de los conocimientos matemáticos: dentro de la realidad y del conjunto de saberes.
4. Actitud positiva ante las actividades de la asignatura de matemáticas.
5. Orientar en la búsqueda y tratamiento de la información.
6. Aprovechar los recursos didácticos interactivos y las ventajas de las redes sociales.
7. Fomentar actitudes de participación.
8. Evaluar el propio aprendizaje de forma crítica.
9. Adecuar las actividades a las necesidades de los alumnos.
10. Agilizar el proceso de educación personalizada.

Para concretar la propuesta didáctica en un curso de Eduslide, se ha escogido el tema de Polinomios en 3º de ESO. Los objetivos específicos que se han perseguido para este tema están enfocados a solventar las dificultades, obstáculos y conceptos erróneos que incluye la enseñanza de álgebra viendo en concreto el tema de polinomios. De los cuales destacamos los siguientes objetivos propios del bloque de polinomios:

1. Reconocer los polinomios como suma algebraica de monomios.
2. Determinar el grado de un polinomio.
3. Reconocer el término independiente y los coeficientes de un polinomio.
4. Reducir y ordenar polinomios.
5. Hallar el polinomio opuesto de uno dado.
6. Obtener el valor numérico de un polinomio.
7. Sumar, restar y multiplicar polinomios.
8. Dividir polinomios con el algoritmo usual.
9. Desarrollar las igualdades notables: cuadrado de una suma, cuadrado de una diferencia y producto de suma por diferencia.
10. Simplificar fracciones algebraicas sencillas.

Para aumentar la significación de los objetos matemáticos que se incluyen en estos objetivos y evitar errores de origen cognitivo, se ha pretendido trabajar algunos aspectos como:

1. Valoración del lenguaje algebraico como un lenguaje conciso y útil para expresar resultados.
2. Representar relaciones y patrones numéricos mediante expresiones algebraicas sencillas.
3. Utilizar de manera comprensiva el lenguaje algebraico para expresar situaciones.
4. Obtener destreza en el intercambio de los objetos del lenguaje algebraico al lenguaje verbal cotidiano, al geométrico y al aritmético.
5. Conocer, valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como la crítica de los resultados.

3.3.2 Herramientas: software libre online

Se han barajado distintas opciones para crear la web 2.0 para los alumnos de 3º ESO. La idea era desde un principio buscar algo parecido a Moodle (sistema de gestión de cursos de código abierto). Es una aplicación web gratuita que los educadores pueden utilizar para crear sitios de aprendizaje efectivo en línea. Es muy popular entre los educadores de todo el mundo como herramienta para crear sitios web dinámicos en línea para sus estudiantes. Pero para poder utilizarlo, necesita ser instalado en un servidor web por lo que no nos sirve para el desarrollo de este trabajo. No se trata de contratar un servidor proporcionado por una compañía de hospedaje de páginas web, si no de demostrar que de forma totalmente gratuita y sin ser un experto informático podemos conseguir lo que nos proponemos.

Inicialmente se planteó emplear Blogger, pero al tratarse exclusivamente de una herramienta pasa diseñar blogs no había opciones para incluir parte de las ideas que se habían defendido a lo largo del marco teórico como por ejemplo la opción da hacer evaluaciones iniciales al grupo. Así pues se encontraron otras dos posibles opciones: Eduslide y Odijoo.

Eduslide es una web 2.0 que permite a cualquier persona crear contenidos educativos y publicarlos on-line, de forma gratuita. Cualquiera puede crear sus propios cursos y decidir si cobra por ellos, si deben ser de acceso restringido o si los ofrece como contenido público (bajo demanda). Además, Eduslide ofrece múltiples herramientas para representar la información como pueden ser las wikis, chats, foros, blogs, diapositivas, tests, etc.

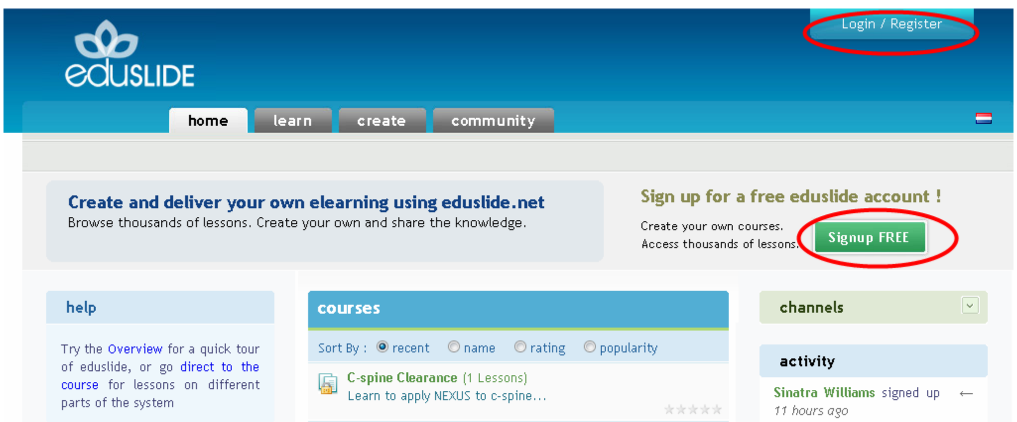
Por otra parte, Odijoo es también una web 2.0 gratuita con una estética más atractiva, pero permite un menor número de opciones a la hora de realizar tests a los alumnos. Como en este caso lo que nos interesaba era poder tener un control sobre quién hace qué y dónde están los fallos, nos quedamos pues con el diseño que ofrece Eduslide. Además Odijoo no permite cambiar el idioma de la página de inicio a español y aunque esto no debería de ser un problema, no todos los alumnos se sienten cómodos trabajando con una plataforma en inglés.

3.3.3 Cómo crear un curso en Eduslide

Antes de pasar a explicar la propuesta didáctica en sí, se ha incluido un pequeño resumen sobre cómo crear un curso por si hay alguien interesado en un futuro. Lo primero que hay que hacer para comenzar a trabajar con Eduslide es registrarse como profesor para poder tener acceso a las herramientas para crear grupos y cursos. Explicamos seguidamente paso a paso, como debe el profesor abrirse una cuenta.

Paso1: Accedemos a www.eduslide.net y vemos la siguiente página de inicio.

Figura N°4: Diseño de Eduslide.



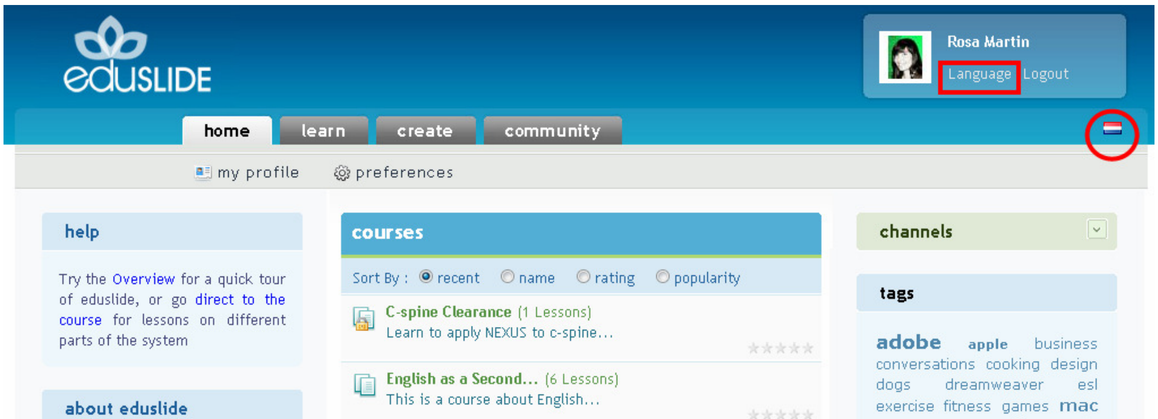
Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

Paso2: Pinchamos sobre *Login/Register* o sobre *Signup FREE*. Esto permite crear una cuanta en Eduslide asociada a una dirección de correo.

Paso3: Completamos la información del perfil con nuestros datos personales para la cuenta que acabamos de crear.

Paso4: Ahora, si fuese necesario, es posible cambiar el idioma de la plataforma al español simplemente pinchando sobre *Language*. La bandera representa el país desde donde se accede al curso. Por razones de transversalidad de contenidos y de relacionarlos con otras materias del mismo curso, hemos preferido dejar esta propuesta en inglés. De todas formas, es también posible a nivel de usuario elegir el idioma, de modo que si un alumno no se siente cómodo con la lengua extranjera seleccionada puede modificarla a su gusto, exceptuando los contenidos introducidos por el profesor que tiene un acceso restringido.

Figura N°5: Cambio de Idioma.

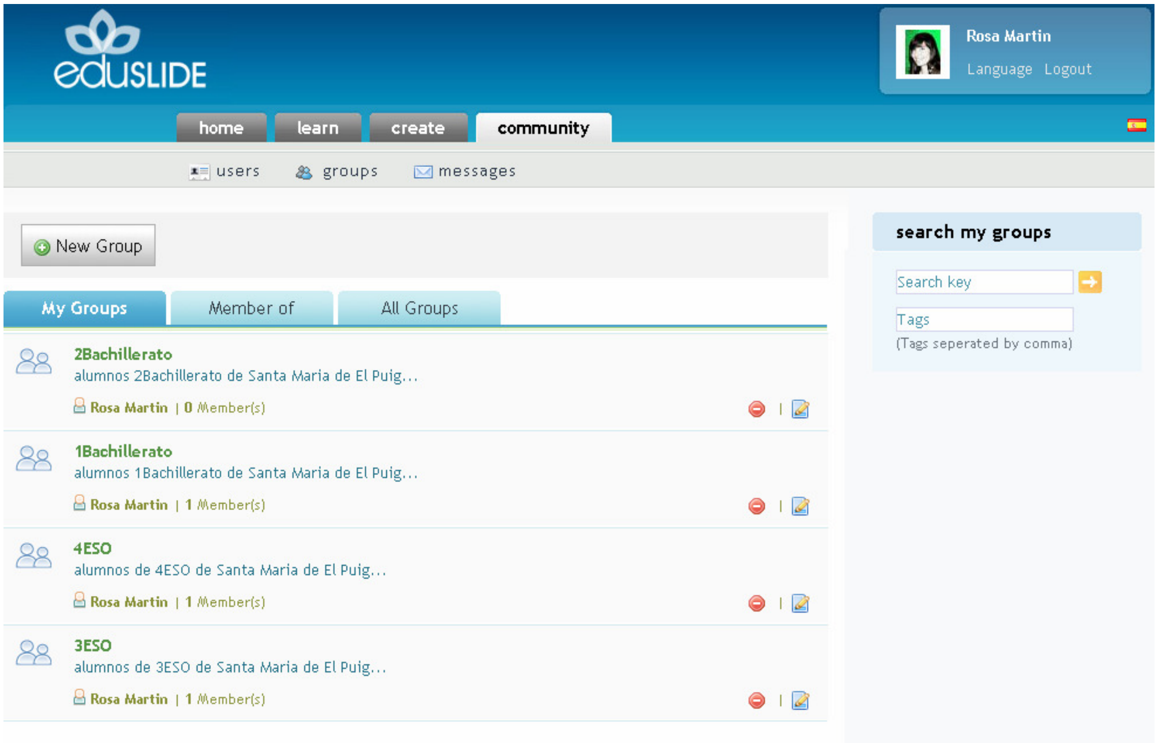


Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

Una vez registrado un usuario como profesor, puede crear un grupo, en este caso se creó el grupo Alumnos 3o ESO, entre otros (fig. 6). Crear grupos permite asignar más fácilmente cursos a los alumnos y enviarles noticias a todos con un único mensaje.

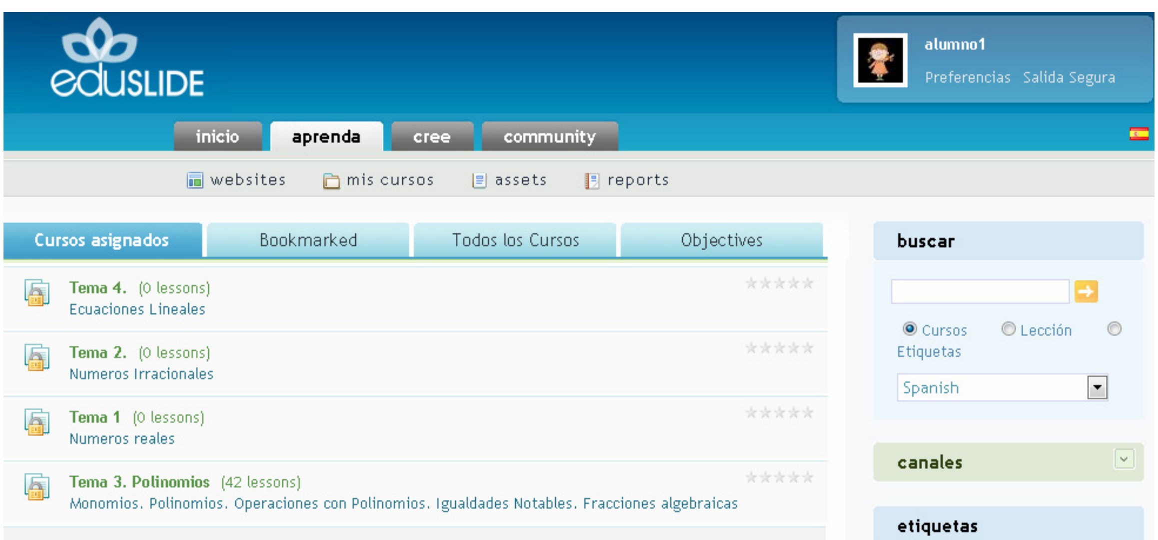
Así pues, lo primero que hay que hacer es enviar un email con invitaciones a los correos de los alumnos. En su cuenta (Hotmail o Gmail generalmente) reciben un enlace a Eduslide para que se creen un perfil y puedan unirse al grupo. Esto permite tener grupos cerrados para cada curso o clase y perfilar materiales especialmente adaptados a cada caso. El profesor puede a continuación asignar distintos cursos creados a ese grupo. Se garantiza pues tener controlado los alumnos que participan, es decir, tener un grupo cerrado y además, como alumno, desde el grupo resulta muy sencillo y directo acceder a los cursos (fig. 7). Para este trabajo se ha planteado cada curso como una unidad didáctica distinta.

Figura N°6: Grupos creados para el Colegio Sta. Maria de El Puig (Valencia).



Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

Figura N°7: Cursos a los que tiene acceso un miembro del grupo 3° de ESO.



Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

Eduslide proporciona también un correo interno para que resulte posible comunicarse con todos los usuarios de la plataforma sin necesidad de acceder a una cuenta de correo exterior. Con esto los alumnos pueden enviar cualquier duda al profesor directamente desde Eduslide y, lógicamente, el profesor puede también enviar comunicados a sus alumnos.

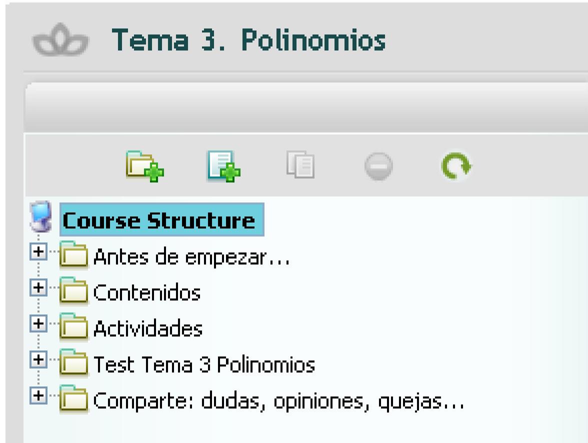
Figura N°8: Servicio de correo de Eduslide.

Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

3.3.4 Eduslide como recurso didáctico

Lo que el alumno se va a encontrar una vez acceda a la unidad correspondiente dentro de su curso, es una estructura jerarquizada de todo lo que incluye esa unidad didáctica. Así cumplimos en parte con el criterio de *idoneidad interaccional* porque presentando todos los contenidos de forma clara y ordenada se favorece la autonomía y el diálogo, como quedó explicado en el apartado 3.1.1 Didáctica de las matemáticas.

Figura N°9: Estructura de contenidos on-line.



Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

Por tanto se ordenó el contenido del bloque de Polinomios en cinco apartados con los siguientes nombres:

1. Antes de empezar con el Tema 3: Polinomios
2. Contenidos
3. Actividades
4. Test Tema 3 Polinomios
5. Comparte: dudas, opiniones, quejas, etc.

Vamos a explicar a continuación el porqué de estos cinco apartados, su sentido didáctico y lo que se pretendía conseguir al colgarlos en Eduslide.

3.3.4.1 Antes de empezar con el Tema 3: Polinomios

La idea es que antes de empezar cada unidad didáctica nueva, los alumnos hagan una evaluación inicial muy sencilla para indicar al profesor cuáles son las áreas que necesitan refuerzo. Esto se encontraría dentro de la primera carpeta del tema, la cual hemos llamado Antes de Empezar con el Tema 3: Polinomios. Dentro, se ha incluido tres sub-apartados: Evaluación Inicial, Cosas que ya deberías saber... y Curiosidades (fig. 10).

Como estamos tratando el tema de polinomios, lo que se necesita comprobar dentro del apartado Evaluación Inicial es que tengan claros los siguientes aspectos, como quedó demostrado en el apartado 3.1.4 Dificultades, obstáculos y conceptos erróneos en el aprendizaje de Álgebra durante la Educación Secundaria Obligatoria:

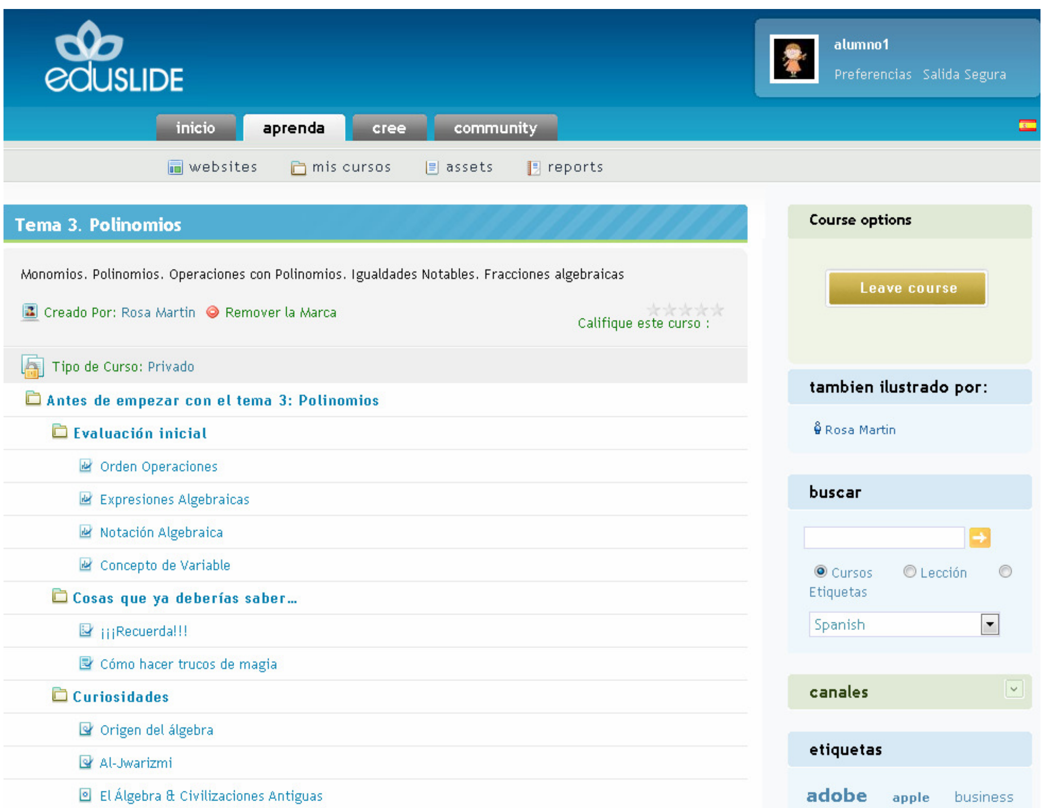
Orden Operaciones. Para comprobar si los alumnos se acuerdan del orden en el que deben efectuarse las operaciones (fig. 11-a), aunque más adelante se ha incluido un ejercicio para repasar el uso de paréntesis.

Expresiones Algebraicas. Para reforzar el concepto de letra como variable y para recordar que la ecuación algebraica sirve para expresar relaciones (fig. 11-b).

Notación Algebraica. Para recordar la diferencia notacional entre la suma y la resta el álgebra, haciendo hincapié en cosas como 3S = 3xS (fig. 11-c).

Concepto de Variable. Como el concepto de variable es importantísimo en algebra se consideró oportuno comprobar que no hay alumnos que crean que una incógnita va asociada a un valor específico y concreto (fig. 11-d).

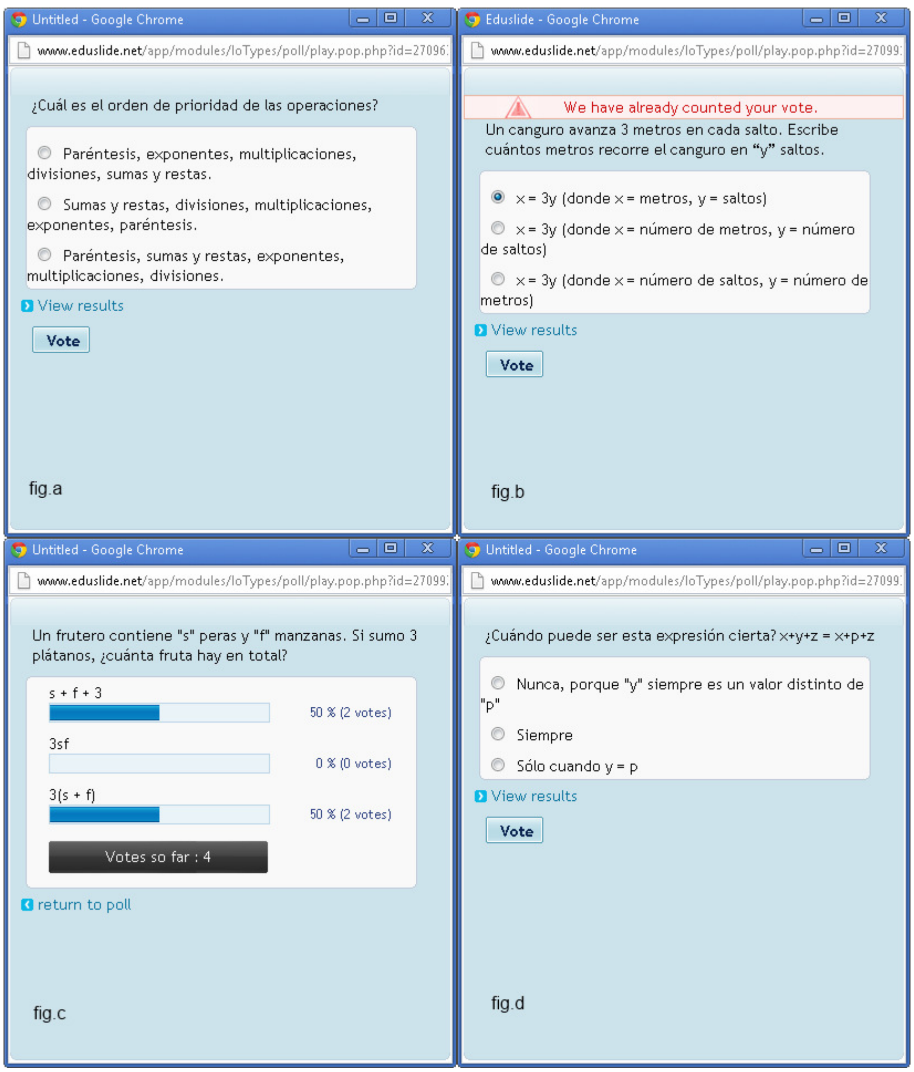
Figura Nº10: Accediendo como alumno al curso, primer apartado.



Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net

Eduslide ofrece una herramienta llamada *Poll* que permite hacer preguntas a los alumnos y obtener a continuación gráficas de las respuestas dadas. Esto es perfecto para comprobar si realmente hay carencias a nivel de grupo y da una idea al profesor de cuáles son los contenidos a reforzar antes de introducir conceptos nuevos. Por eso ha sido ésta la herramienta seleccionada para realizar una evaluación inicial a los alumnos, porque además reconoce al usuario y no deja a una persona responder dos veces seguidas por lo que no es posible boicotear los resultados.

Figura Nº11: Evaluación Inicial mediante herramienta *Poll*.



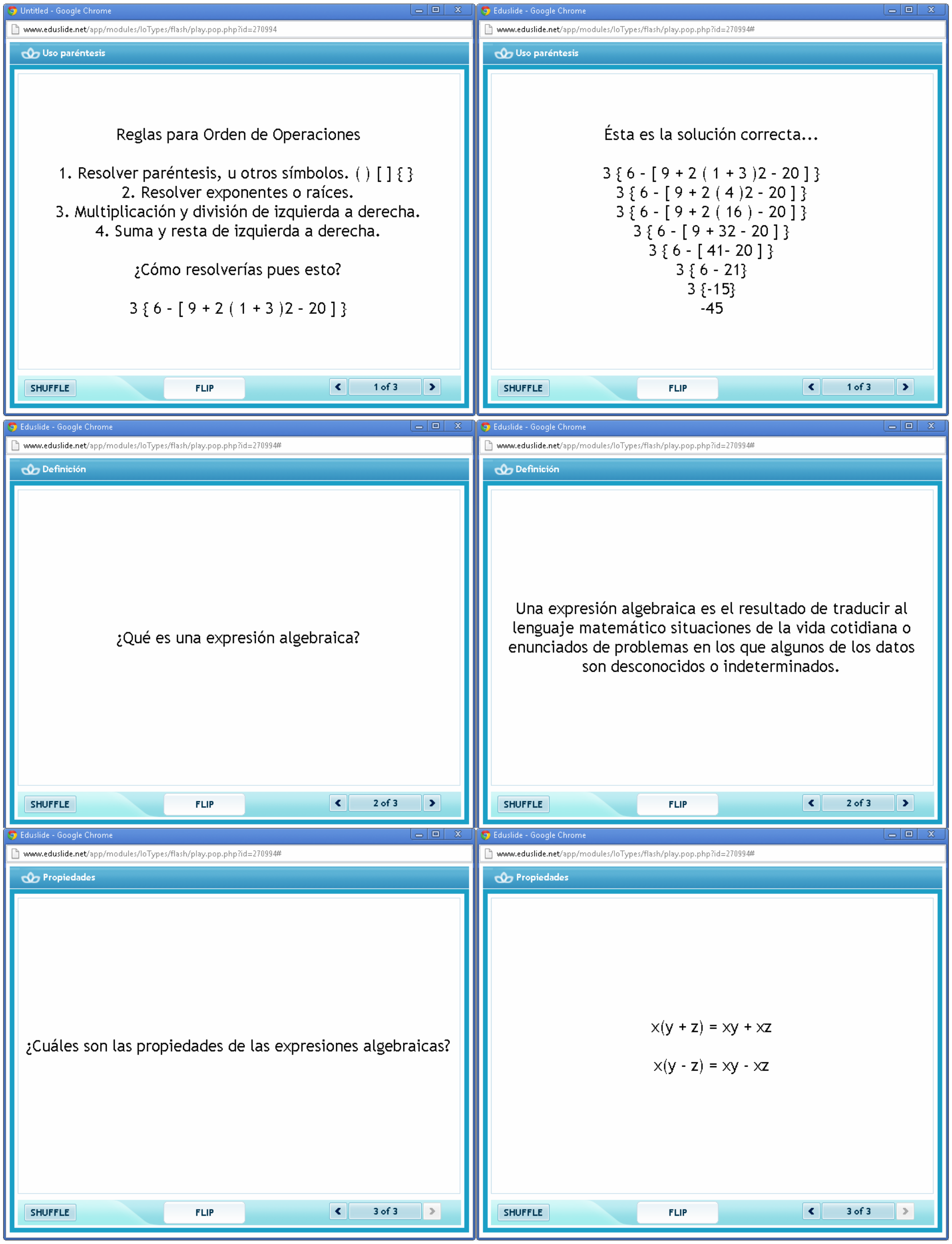
Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

En la imagen anterior (fig. 11) vemos la propuesta de evaluación inicial planteada con la herramienta *Poll*. En la *figura a* aparece la ventana que se abre cuando un alumno pincha directamente sobre la pregunta denominada Orden de Operaciones dentro de Evaluación inicial. La *figura b* (propuesta de Evaluación inicial para Ecuaciones Algebraicas) demuestra que no es posible votar dos veces, la *figura c* muestra los resultados de la votaciones recogidas hasta el momento para Notación Algebraica y la *figura d* ofrece de nuevo un posible pregunta para evaluar las nociones sobre Concepto de Variable.

El apartado *Cosas que ya deberías saber* incluye a modo de recordatorio, de lo visto en 1º y 2º de la ESO, lo que tienen que tener presente para trabajar el tema 3 (cumpliendo así parte del principio de *idoneidad cognitiva* al plantear actividades que garantizan partir de una base más sólida sobre la que asentar lo nuevo). En este caso los que se ha propuesto primero es una actividad llamada *¡¡Recuerda!!* donde mediante la herramienta *FlashCards* (tarjetas) se repasan conceptos algebraicos y aritméticos básicos. Estas tarjetas tienen en un lado proposiciones con una pregunta final y en el reverso está la respuesta. A modo de ejemplo se propusieron tres tarjetas: la primera sobre el orden de operaciones para a continuación resolver un ejercicio con paréntesis, la segunda con la definición de expresión algebraica y la tercera con las propiedades de las expresiones algebraicas (fig. 12). Parte del objetivo didáctico de utilizar la herramienta *FlashCards*, y también de otras herramientas que se explican a continuación, es presentar el contenido mediante recursos variados y atractivos. Ya que muchas de estas actividades están pensadas para hacerlas en casa como deberes, cuanto más divertidas sean para los alumnos la dedicación será mayor (principio de *idoneidad mediacional*).

Por eso mismo, para tratar de hacer la Matemática una asignatura más amena se ha incluido también una actividad llamada *Cómo hacer trucos de magia*, utilizando la herramienta *HTML Slides,* que es un enlace a una presentación en Slideshare en la que se explica cómo usar el álgebra para hacer trucos de magia. Este enlace no sólo ha sido seleccionado por su posible atractivo sino porque además combina el lenguaje algebraico (expresiones algebraicas) con el geométrico (figuras de colores) y el verbal (lenguaje cotidiano por escrito); estrategia muy recomendada para salvar las dificultades y obstáculos que puede presentar el álgebra como ya se ha comentado en el apartado 3.1.5.

Figura N^{o}12: Repasando conceptos mediante herramienta *FlashCards*.



Nota: Captura de pantalla; fuente: http://www.eduslide.net.

Figura N°13: Repasando conceptos mediante herramienta *HTML Slides*.

Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

El último sub-apartado, *Curiosidades*, incluye tres enlaces a páginas-web con información sobre la historia del álgebra. Además de descubrir dónde están los inicios del álgebra y cuáles han sido las necesidades que han llevado a la aparición del álgebra; se intenta trabajar también la C8 (Tratamiento de la información y competencia digital) facilitando enlaces a información segura. Con la encuesta nos dimos cuenta que, especialmente los alumnos de 3º ya que son los más pequeños de los encuestados, no tienen muy claro cuándo están ante información fiable o no y con este apartado se pretende demostrarles que hay más opciones además de Wikipedia.

Seleccionando *External URL*, otra herramienta que Eduslide facilita, se ha incluido tres enlaces bajo los nombre de *Origen del Álgebra* (breve repaso a las fases del álgebra a lo largo de los siglos), *Al-Jwarizmi* (datos sobre La Casa de la Sabiduría y sobre uno de los principales precursores del lenguaje algebraico) y *El Álgebra & Civilizaciones Antiguas* (con más información para los alumnos que quieran indagar un poco sobre la procedencia de distintos símbolos). Para seleccionar las fuentes de este apartado resulto de gran utilidad el estudio de la evolución histórica del álgebra realizado en el apartado 3.1.3.

3.3.4.2 Contenidos

El segundo grupo de actividades, llamado *Contenidos*, recoge el currículo oficial del Bloque 3 (álgebra) para alumnos de 3º de ESO según indica la legislación española vigente (apartado 3.1.2 del trabajo).

Atendiendo al criterio de *idoneidad epistémica*, se han colgado en la plataforma los contenidos del libro de texto que utilizan en 3º de ESO en el Colegio Santa Maria de El Puig (Valencia) para que además los alumnos puedan consultar el libro en cualquier momento y en cualquier lugar (fig. 14). Para cumplir con el criterio de *idoneidad interaccional*, se ha facilitado también un mapa conceptual del *Tema 3: Polinomios* (fig. 15) y se ha incluido ejercicios resueltos y enlaces a más ejercicios para que quien quiera pueda practicar on-line (fig. 16). Este apartado se ha trabajado empleando sólo dos herramientas ya mencionadas anteriormente: External URL y HTML Slides, que son las que facilitan el acceso y la visualización de la información externa a la plataforma.

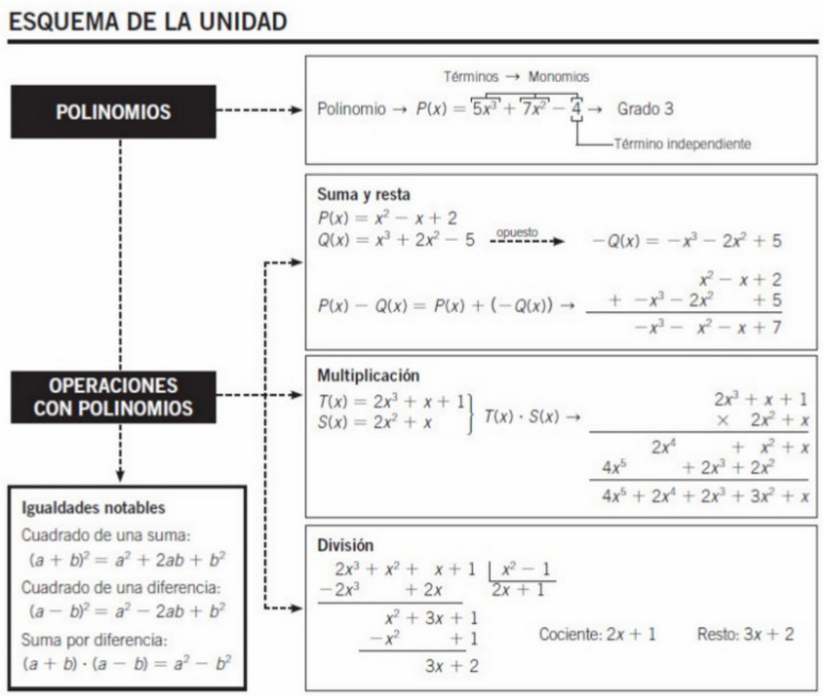
Al final se ha incluido un punto denominado *EDUCAREX*, que enlaza directamente con unas secuencias didácticas para el bloque de polinomios, preparadas por la Junta de Andalucía que tienen un diseño muy atractivo y además explican toda la unidad didáctica de forma agradable y sencilla.

Figura Nº14: Segundo apartado: *Contenidos*.

- **Contenidos**
  - **Esquema de la Unidad**
    - Estructura Contenidos
  - **Libro de Texto SM: Contenidos Básicos**
    - Contenidos & Ejercicios Resueltos
  - **Monomios**
    - Concepto
    - ¿Lo has entendido? ¡Compruébalo!
  - **Polinomios**
    - Concepto
    - Grado
    - Ejercicio
    - Valor Numérico
  - **Descomposición Factorial**
    - Concepto
    - Ejercicio
  - **Operaciones con Polinomios**
    - Suma y Resta
    - Ejercicio Suma
    - Multiplicación
    - Ejercicio Resta
    - Ejercicio
    - División
    - Ejercicio 1
    - Ejercicio 2
    - ¿Lo has entendido todo? ¡Compruébalo!
  - **Igualdades Notables**
    - Cuadrado de una suma
    - Cuadrado de una diferencia
    - Suma por diferencia
    - Ejercicio 1
    - Ejercicio 2
  - **EDUCAREX**
    - Tema 3: Polinomios

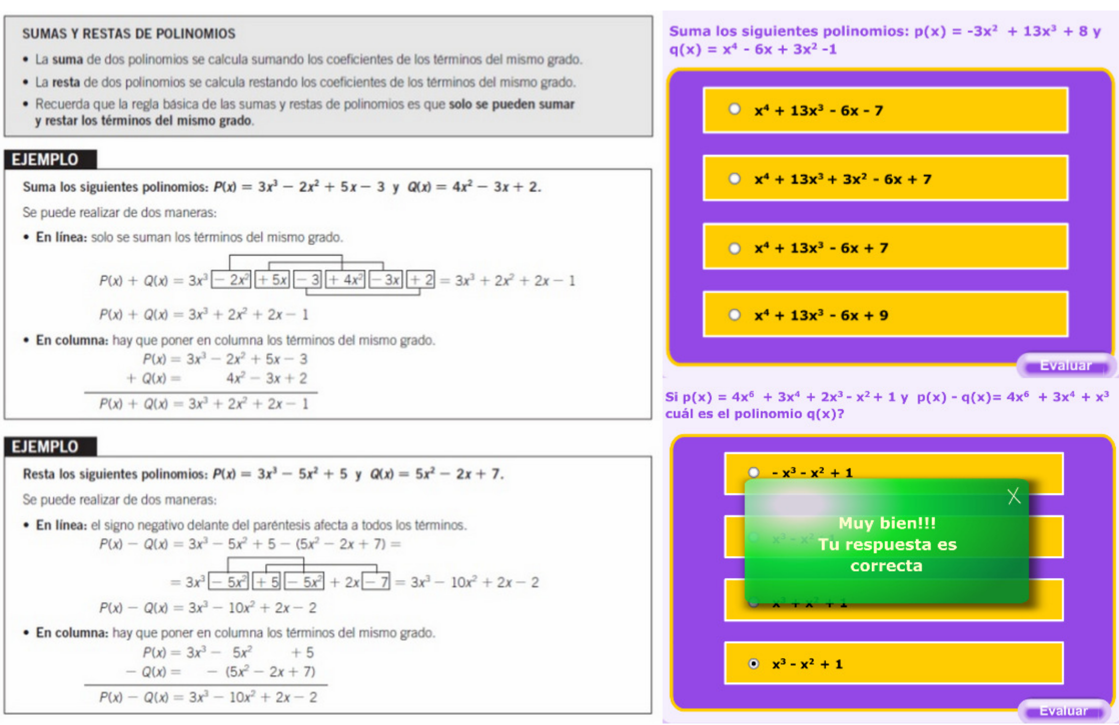
Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

Figura Nº15: Mapa Conceptual Tema 3: Polinomios.



Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

Figura Nº 16: Teoría, ejercicios resueltos y más enunciados.



Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

3.3.4.3 Actividades

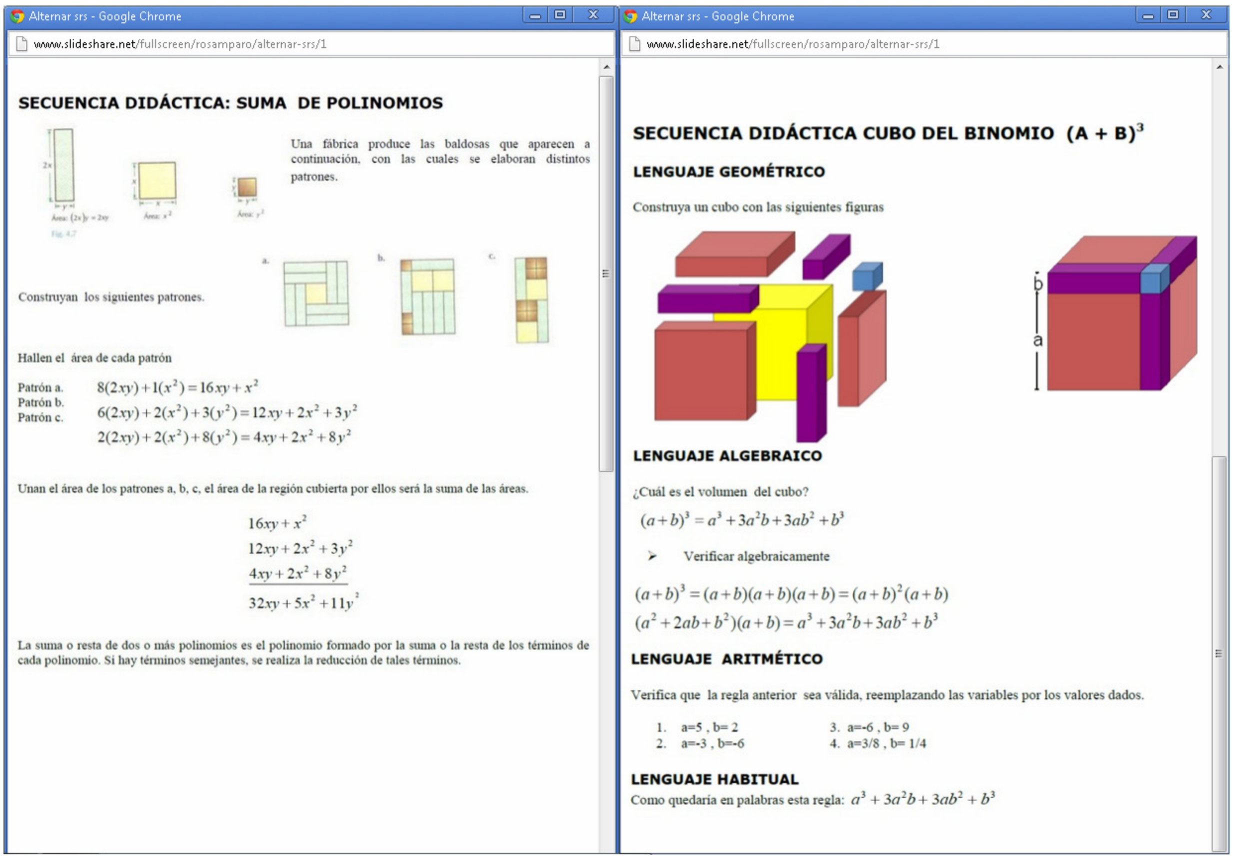
El tercer apartado del Tema 3: Polinomios se ha dedicado exclusivamente a trabajar los contenidos de esta unidad didáctica mediante la resolución de problemas (fig. 17). El primer punto, *Los 4 Lenguajes básicos*, se propone una secuencia didáctica con intención de ser realizada a modo de deberes. Con el primer enlace (*lenguaje verbal, geométrico, algebraico y aritmético;* ver fig. 18*)*, los alumnos trabajarán áreas y volúmenes pertenecientes a distintos patrones empezando por el lenguaje geométrico, pasando por el algebraico y el aritmético y finalizando la secuencia didáctica explicándolo todo con sus propias palabras (lenguaje cotidiano verbal). Con el segundo enlace (Del lenguaje cotidiano al algebraico) se refuerza la destreza del lenguaje matemático (fig. 19).

Figura N°17: Apartado de Actividades.

Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

Este sub-apartado incluye la propuesta de actividades más importantes de este trabajo ya que recoge muchos y variados principios didácticos. Primero alterna distintos modos de expresión aportando significación al álgebra (apartado 3.1.5) y fortaleciendo el criterio de *idoneidad epistémica*. También contextualiza conceptos abstractos de modo que las relaciones algebraicas pasan a representar áreas y volúmenes de figuras y patrones reales, fácilmente reconocibles en nuestro entorno, acercando las matemáticas a lo cotidiano (*idoneidad ecológica*). Además, al trabajar distintas representaciones semióticas se fortalece la estructura cognitiva de los alumnos mediante las conexiones múltiples entre conceptos lo que evita o previene sobre los errores típicos mencionados en el apartado 3.1.4 como por ejemplo tener claro el concepto de variable y la doble naturaleza de las expresiones algebraicas.

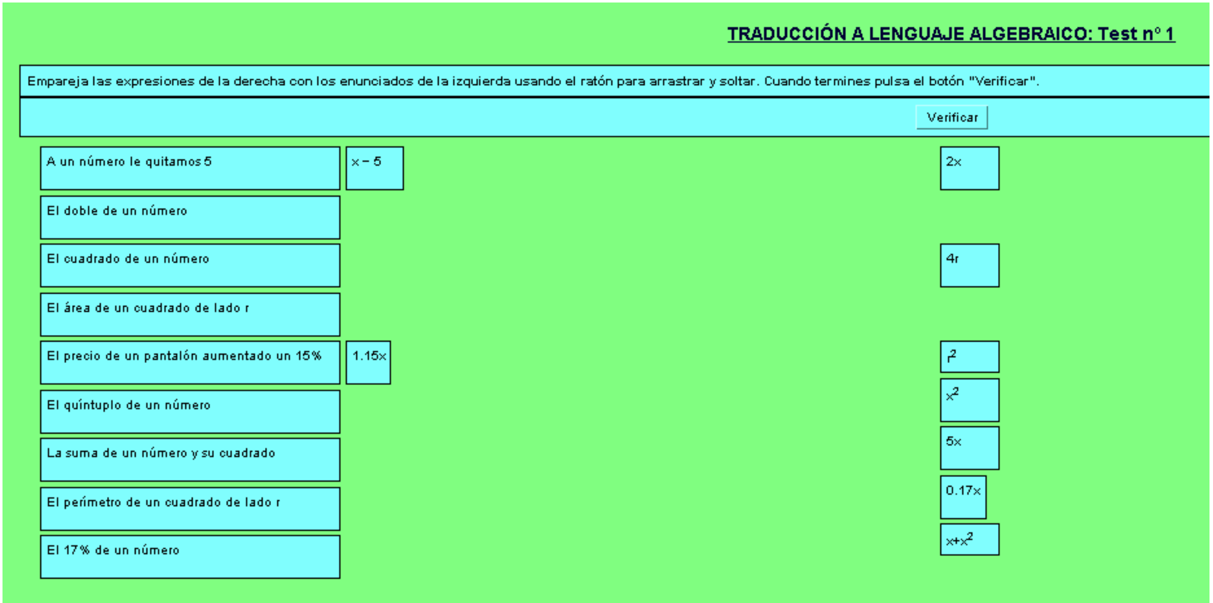
Figura N°18: Actividades para alternar modos de expresión.



Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net

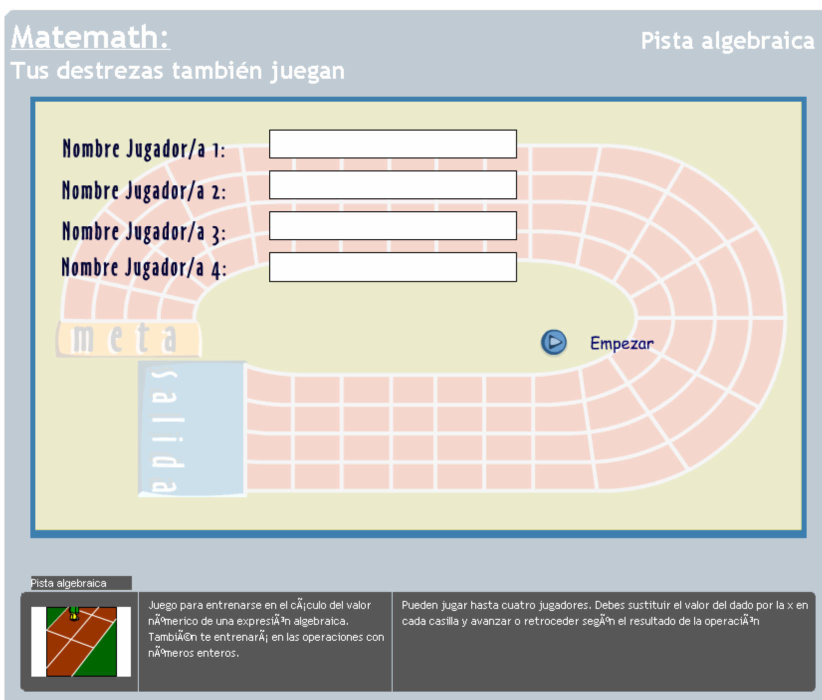
Aparte de Los 4 Lenguajes básicos, se han incluido tres puntos más, dos de ellos con enlaces a actividades de refuerzo y ampliación para permitir la personalización del ritmo de aprendizaje en función del alumno (principio de *idoneidad cognitiva*), y el tercero un juego: *La carrera algebraica*. El juego, también conocido como matemática recreativa, sirve para entrenarse en el cálculo del valor numérico de una expresión algebraica y de paso ameniza el apartado de resolución de problemas (fig. 20).

Figura Nº19: Actividades para trabajar el lenguaje matemático.



Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net

Figura Nº20. Matemática recreativa.



Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net

3.3.4.4 Test Tema 3 Polinomios

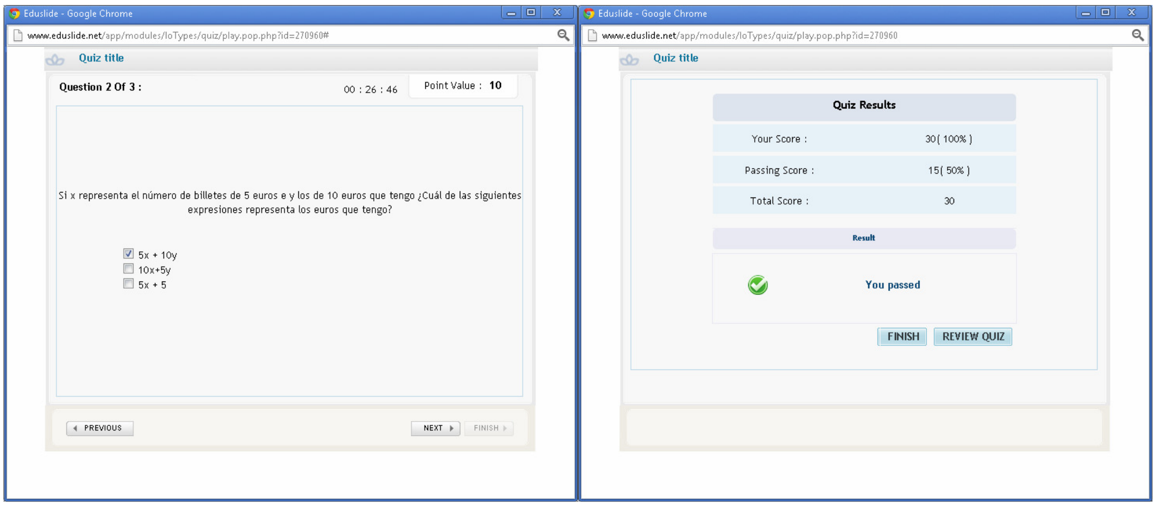
Éste es sin duda uno de los apartados más solicitado por los alumnos del Colegio Santa Maria de El Puig para que estuviese presente en Eduslide. Utilizando la herramienta *Quiz* es posible poner pruebas on-line para que los alumnos puedan comprobar su nivel o si llevan bien preparado el examen. Eduslide facilita una plantilla a los profesores donde deben indicar el número de preguntas, el tiempo para realizar la prueba y el porcentaje de aciertos necesario para que se considere apta. Luego es sólo cuestión de ir introduciendo una a una las preguntas y marcar cuál es la respuesta correcta. *Quiz* permite elaborar tests con tres tipos distintos de respuestas: la primera modalidad es la de verdadero/falso, la segunda modalidad la de respuesta múltiple (también conocida como A,B,C...) y la tercera y ultima es la opción de rellenar huecos. Así pues, aun siendo una prueba mediante plantilla, la variedad de modalidades de respuesta hace que sea muy sencillo incluir preguntas muy diversas donde el alumno deberá incluso escribir resultados y no marcar la casilla correcta exclusivamente.

Figura Nº21: Apartados *Test* y *Comparte*.

Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net

Como se pudo ver con los resultados del cuestionario casi todos los alumnos pensaban que usarían esta herramienta, pero cuando además se ofreció la posibilidad de sumar en la evaluación continua si se hacia el test, absolutamente toda la muestra afirmó que lo trabajaría. Aumentar un 0,5 en la evaluación continua no es ninguna idea descabellada si consigue motivar al alumnado y aumentar su participación de forma exponencial, lo que en parte persigue el principio de *idoneidad afectiva*. Además, si se consigue que por entrar en la plataforma a hacer el test algunos alumnos aprovechen y consulten otros apartados, podemos estar más que satisfechos con lo que se ha conseguido a través de la plataforma. Para el *Quiz* que se ha propuesto en Eduslide, Tema 3: Polinomios se han empleado preguntas extraídas de un test para 3º ESO, colgado en el portal Agrega.

Figura Nº22: *Test* Tema 3.



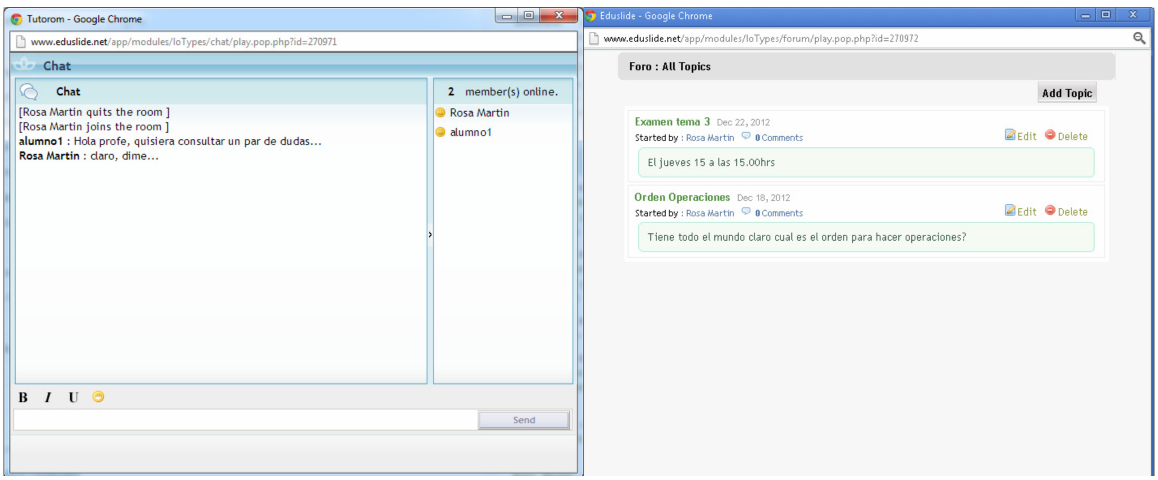
Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

3.3.4.5 Comparte: dudas, opiniones, quejas, etc.

El último apartado que se ha incluido en el curso creado en Eduslide para el bloque de polinomios, es un apartado dedicado a la comunicación tanto sincrónica como asincrónica (criterio de idoneidad mediacional). Si hay varios alumnos conectados al mismo tiempo pueden hablar entre ellos o con el profesor en el caso de que él también esté presente. Lo idílico sería que el uso fuese exclusivamente educativo, pero si mediante la existencia del Chat se consigue al igual que con el test que los alumnos accedan a la plataforma, tanto mejor.

El *Foro* (Forum en Eduslide) es otra de las opciones que nos ofrece esta plataforma interactiva para fomentar la participación y crear diálogo. Además, como no es necesario que todos los usuarios estén conectados es ese momento, los alumnos pueden dejar preguntas o dudas escritas que el profesor contestará más adelante, de cuyas respuestas otros alumnos pueden beneficiarse también. Como el foro ordena automáticamente las conversaciones por temas, es posible llevar paralelamente varias líneas de debate, una por ejemplo con dudas, otra con opiniones sobre algún tema propuesto por el docente y otra con información relevante como puede ser acordar una fecha de examen. Pero sin duda alguna, lo mejor del foro es que posibilidad las experiencias reflexivas (idoneidad ecológica), permitiendo a los alumnos formar un criterio propio. “Una forma de mostrar esa actitud es someter a discusión con los estudiantes los contenidos de las sesiones de clase como condición para mejorar la propia secuencia didáctica” (Goñi et. Al, 2011: 71).

Figura N°23: *Chat* y *Foro*.



Nota: Elaboración propia a partir de capturas de pantalla de http://www.eduslide.net.

Eduslide ofrece aún más herramientas para la creación de cursos como FAQ (preguntas frecuentes), Blog (crear un blog), Media (para colgar archivos audio o video), etc.; pero que no se han utilizado en esta propuesta didáctica interactiva.

3.3.5 Resultados esperados

Han sido muchos y variados los aspectos comentados sobre los cinco apartados que se han propuesto para el Tema 3: Polinomios. Para poder pasar a las conclusiones, se ha procedido a recapitular la intención didáctica con la que se han diseñado cada uno de ellos y los resultados esperados.

1. *Antes de empezar con el Tema 3: Polinomios* (criterios de idoneidad cognitiva y mediacional).
    a. Descubrir las áreas que necesitan refuerzo.
    b. Recordar el orden en que se efectúan las operaciones.
    c. Repasar el concepto de variable.
    d. Repasar el concepto de ecuación algebraica como generalización de la aritmética.
    e. Repasar el concepto de notación simbólica.
    f. Apreciar la importancia del algebra en la historia de la humanidad
2. *Contenidos* (criterio de idoneidad epistémica e interaccional).
    a. Aprender el contenido curricular que exige el estado.
    b. Integrar los contenidos nuevos de forma adecuada dentro del conjunto de saberes.
3. *Actividades* (criterios de idoneidad epistémica, ecológica y cognitiva).
    a. Resolver problemas basándose el los nuevos conocimientos adquiridos.
    b. Trabajar distintas representaciones semióticas.
    c. Permitir distintos ritmos y caminos en el aprendizaje.
    d. Aprender divirtiéndose.
    e. Fomentar la actitud positiva hacia los deberes.
4. *Test Tema 3 Polinomios* (criterio de idoneidad afectiva).
    a. Ser crítico sobre el propio aprendizaje.
    b. Reconocer los contenidos principales.
    c. Fomentar la responsabilidad en el proceso de aprendizaje.
5. *Comparte: dudas, opiniones, quejas, etc.* (criterio de idoneidad mediacional).
    a. Crear dialogo.
    b. Fomentar la comunicación.
    c. Crear espacios para la reflexión.

Los resultados que se espera obtener al poner en práctica esta propuesta didáctica son, por parte de los alumnos:

1. Significación de los objetos estudiados (monomio, polinomio, variable, ecuación algebraica, identidad notable, etc.).
2. Seguridad y destreza con el lenguaje algebraico.
3. Autonomía en la organización del estudio.
4. Criterio sobre las fuentes de conocimientos matemáticos, al menos algebraicos.
5. Mayor participación en las actividades y en el proceso educativo.
6. Actitud positiva hacia la asignatura de matemáticas.
7. Mayor seguridad para enfrentarse a los exámenes.
8. Reconocer los nuevos objetos matemáticos en lo cotidiano.

Y por parte del profesor:

1. Gestión más sencilla de la educación personalizada.
2. Empleo de más recursos didácticos y más variados.
3. Conocer las carencias cognitivas que hay en la clase con respecto al lenguaje algebraico.
4. Ofrecer una mayor variedad de ejercicios sin necesidad de dedicar más horas a corregirlos.

4. Aportaciones del trabajo

La oportunidad que brinda una plataforma como Eduslide para aprovechar al máximo el tiempo, tanto del horario lectivo como de las horas de estudio, es sin duda una de las mayores aportaciones que puede ofrecer el uso de este recurso educativo. La posibilidad de un mayor y mejor seguimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje facilitando la educación personalizada es también otra cualidad altamente valorada. Y es que mediante Eduslide es posible coordinar distintos ritmos y actividades para cada alumno de forma sencilla y organizada, aunque aumente el número de alumnos por aula. Aun siendo una tarea laboriosa de primeras crear cursos para cada unidad didáctica, se le facilita *a posteriori* en gran medida la tarea al profesor permitiendo además una metodología más flexible y dinámica. Un ejemplo claro del aumento en eficiencia es el hecho de que las evaluaciones y actividades pueden programarse para la corrección automática. Otro, la mejora cualitativa de la información a la que los alumnos están expuestos, fortaleciendo el criterio en cuanto al tratamiento de la información. Ya bien sea por el contenido que en sí recoge o mediante las indicaciones con enlaces a otros contenidos seguros.

Esta propuesta didáctica posibilita una evaluación inicial rápida y eficaz; dando opciones al docente para comprobar quiénes cometen qué errores antes de empezar un nuevo tema. También fomenta el aprendizaje significativo facilitando la interacción entre los distintos sistemas de representación semiótica, debido a que obtener destreza en el manejo de varios lenguajes naturales asienta de una forma más estable los conceptos nuevos en la estructura cognitiva del educando.

Pero por encima de todo, una de las mayores ventajas de utilizar tecnología Web 2.0 como parte de la metodología didáctica es que, independientemente de la cantidad de recursos de los que disponga un centro o de su nivel de desarrollo tecnológico, cualquier alumno va a tener acceso prácticamente inmediato a una información atractiva, variada y consensuada por comunidades educativas. De forma casi imperceptible se va familiarizando con el autoaprendizaje, se acostumbra a la existencia del *e-learning* y toma consciencia de las implicaciones que conlleva no tener limitaciones de espacio y tiempo en la educación; se predispone a aprender a aprender.

5. Discusión

Las TIC, siendo herramientas a nuestra disposición durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, aumentan la motivación y la participación en las aulas si se les da un uso adecuado. Esto lo que se esperaba y lo que se ha observado en los resultados de la encuesta realizada a alumnos de Secundaria y Bachillerato del Colegio Santa María de El Puig. A unas conclusiones muy parecidas llega también el Ministerio de Innovación y Ciencia (2011) en un informe sobre la opinión que tiene el profesorado del Programa Escuela 2.0. En los datos recogidos de la muestra encuestada perteneciente a la Comunidad Valencia se expone que, "si nos fijamos ahora en el efecto de las TIC en el aprendizaje de los alumnos, el mayor porcentaje de profesores señalan la motivación, y en menor medida el rendimiento y el desarrollo de la competencia digital" (p. 97).

Por otra parte, la búsqueda de un aprendizaje significativo lleva a metodologías didácticas enfocadas a la combinación de lenguajes, especialmente en campos tan abstractos como es álgebra. "Una idea, un procedimiento o un hecho ha sido comprendido, si forma parte de la red interna" (Hiebert, 1992, citado en Hernando, 2009, p. 15); y el esfuerzo que debe hacer un alumno al traducir un objeto matemático de un lenguaje a otro es el proceso mediante el cual la mente afianza esa red de conexiones. Dicho de otra forma, en lo referente a las matemáticas durante la Secundaria "las conversiones entre diferentes lenguajes: habitual, gráfico, aritmético, geométrico y algebraico, facilitan los procesos de sustitución formal y generalización, típicos del lenguaje algebraico en esta etapa educativa" (Socas, 2010: p. 22). Estas afirmaciones son en nuestra opinión acertadas, ya que el hecho de emplear un único sistema de representación no da indicación alguna sobre la compresión que el alumno tiene de ese concepto. Podría perfectamente haber sistematizado el proceso de resolución; y es al traducir entre lenguajes donde el docente tiene también la oportunidad de detectar si su alumno ha logrado una significación adecuada del objeto.

Por último, y dejando de lado la construcción de conocimiento de forma significativa, hay que tener muy presente que a pesar de todos los avances tecnológicos de la era digital en la que hemos nacido, el educador sigue siendo un agente principal en comunicación constante con el protagonista del proceso educativo: el alumno. Sin la interacción entre las dos partes y sin la guía y mediación por parte del profesor, por muchas TIC que se empleen, es imposible que se produzca un aprendizaje. "Ayudar al aprendizaje virtual, por tanto, no es simplemente una cuestión de presentar información o de plantear tareas a realizar por parte del alumno. Es, esencialmente, seguir de manera continuada el proceso de aprendizaje que éste desarrolla, y ofrecerle los apoyos y soportes que requiera en aquellos momentos en que esos apoyos y soportes sean necesarios" (Onrubia, 2005: p. 5). Pero claro, esto supone un cambio de base en el rol de profesor, de facilitador de conocimientos a guía en el proceso de aprendizaje. Y es justamente este cambio en el papel que el profesor desempeña, una de las mayores dificultades a la que se enfrenta la implantación de este tipo de metodologías didácticas como la expuesta en el trabajo.

Hay que tener en cuenta que los docentes, sobretodo en los colegios privados, llevan varios cursos y asignaturas a la vez. Es más, muchas veces les asignan cursos y asignaturas distintas a las del año anterior. Teniendo que partir siempre desde cero con cada clase, para cuando llegan a conocer los ritmos y necesidades de cada alumno es prácticamente el final del curso escolar. Por tanto apenas disponen de tiempo para investigar sobre las aportaciones de las nuevas tecnologías y, a veces, no todos se sienten cómodos en ambientes digitales. Por eso mismo resulta importantísimo compartir y difundir experiencias didácticas como Eduslide, para informar, animar y motivar a los miembros de la comunidad educativa.

6. Conclusiones

Este trabajo permite exponer algunas conclusiones sobre los objetivos que inicialmente se proponía.

1. Se puede afirmar que la tecnología Web 2.0. permite una concepción de la educación basada en la interacción, comunicación y colaboración mutua; donde la metodología docente destaca por su flexibilidad.
2. Empleando Eduslide como recurso didáctico, se facilita organizar, secuenciar y combinar actividades a lo largo del proceso de enseñanza aprendizaje de modo que el profesor pueda responder a las necesidades de sus alumnos según la evolución que éstos tengan.
3. Por tanto, es posible trabajar la educación personalizada mediante las TIC. Eduslide permite que, aunque aumente el número de alumnos por clase, todos sean partícipes de una educación personalizada y que todos disfruten del acceso a recursos tecnológicos muy variados, atractivos y de índole, cuanto menos, nacional.
4. El formato de contenidos y actividades propuestos, junto con la selección de herramientas de las ofertadas por Eduslide, permite al profesor evaluar las carencias del grupo a nivel general antes de empezar con un tema nuevo y complementan el proceso de enseñanza-aprendizaje tanto a nivel de refuerzo como de ampliación.
5. Parte de los fallos que encuentran los alumnos al aprender álgebra en la escuela derivan de una adquisición del objeto matemático carente de significación.
6. Numerosas investigaciones defienden que, en general y en concreto para las matemáticas, la compresión real de un concepto surge de traducirlo a varios sistemas de representación semiótica.
7. Eduslide nos puede ayudar a solventar los problemas del aprendizaje con polinomios e identidades notables y además es una metodología que destaca por desarrollar la competencia matemática, la competencia en el tratamiento de la información y competencia digital, la competencia para aprender a aprender y la autonomía.
8. Las TIC en la metodología didáctica generan gran expectativa entre los alumnos y aumentan la motivación, al menos inicial, con que enfrentan cada proyecto.

7. Limitaciones del trabajo

A lo largo de todo el trabajo nos hemos topado con distintos tipos de limitaciones que se han tenido que asumir. Por ejemplo las limitaciones técnicas, relacionadas en parte con las herramientas ofrecidas por Eduslide y con la diversidad lingüística. Siendo el colegio Santa María de El Puig un centro dentro de un entorno bilingüe, habría sido más conveniente una plataforma que ofertase también la opción de Valenciano, pero no ha sido el caso. Es más, fue necesario descartar otras muy buenas opciones como Odijoo, para conseguir una aplicación que permitiese todo en español.

Otro tema a tener en cuenta es que la mayoría de las bases de datos sobre las dificultades que encuentran los alumnos en matemáticas y en especial con el bloque de álgebra, recogen información sobre una muestra extranjera (inglesa en el caso de la Universidad de Bath) y no exclusivamente española; a pesar de que el receptor para el que se planteó este trabajo iba a ser alumnado residente en la Comunidad Valenciana.

Durante la realización de este trabajo se han encontrado dificultades directamente relacionadas con la escasez de recursos materiales y temporales. La encuesta sólo se pudo llevar a cabo en un colegio, siendo que dentro de la Comunidad Valenciana, las preferencias en cuanto a tecnologías y recursos pueden ser muy distintas según zonas y nivel de bilingüismo. También resultó bastante complicada la investigación bibliográfica por la falta de tiempo, no necesariamente por la falta de variedad en las fuentes si no porque en muchas ocasiones el tiempo de espera para recibir los libros encargados superaba el plazo entre entregas. Continuando con la escasez material de tiempo, hubiese sido positivo poderse plantear un mayor plazo para seleccionar actividades para Eduslide.

Como no se ha podido poner en marcha el curso de Eduslide en el colegio, a pesar de que todas las hipótesis formuladas llevan a planteamientos positivos y esperanzadores, no se sabe con certeza cuál habría sido la participación real por parte del alumnado, ni cuáles habrían sido los problemas iniciales de base con respecto al tema de polinomios. Por tanto surgen dudas en cuanto a si hubiese sido necesario ampliar alguno de los apartados incluidos en Eduslide o añadir algún ejercicio específico. Lo bueno es que, sea esto necesario o no, las modificaciones del contenido y de secuenciación de actividades pueden ser realizadas de forma inmediata y mediante procedimientos muy sencillos.

Es cierto que algunas de las limitaciones de este trabajo han sido auto-impuestas, en parte por la escasez de recursos materiales y temporales, y también por mantener una propuesta abarcable y que se concretase en una contribución pequeña pero posible y real. En este trabajo nos referimos por ejemplo a acotar la propuesta a una unidad didáctica, para un curso específico y empleando exclusivamente Eduslide. En realidad, existe un sinfín de herramientas muy útiles y similares que pueden ayudar a aumentar la significación de los objetos matemáticos, economizando el tiempo dedicado a la instrucción. Después de todo, de lo que se trata es de conseguir que los alumnos hayan aprendido lo mismo en menos tiempo o más en el mismo tiempo.

8. Líneas de investigaciones futuras

La cuestión principal que nos hubiese gustado poder examinar es el nivel de participación real del alumnado en la propuesta didáctica interactiva. Pero no de forma puntual, sino las oscilaciones y variaciones en cuanto al interés y motivación de los estudiantes a lo largo de todo el curso académico y en relación a lo que se esté viendo en ese momento del currículo. Por tanto, sería conveniente un estudio para recoger las experiencias reales de aplicación de esta metodología.

Una segunda cuestión es si los apartados de la secuenciación de actividades generan una mejora apreciable en cuanto a la construcción de contenidos significativos en la estructura cognitiva del alumno. La teoría dice que sí, pero faltaría ponerlo en práctica para corroborarlo. Para ello seria necesario evaluar si las secuencias didácticas propuestas concluyen en aprendizajes significativos.

Es posible que exista un software libre distinto al escogido que ofrezca más y mejores herramientas de uso didáctico. En este curso de Eduslide se ha inhabilitado la opción de subir archivos a los alumnos. Aunque es decisión exclusiva del administrador; lo cierto es que a mayor número de restricciones mayor control sobre el tipo de información que se comparte y más sencillo resulta evitar elementos inapropiados. Pero claro, así, el grado de participación y de responsabilidad de los alumnos sobre su propio proceso educativo es menor. Por ello se propone profundizar en la oferta de sistemas de gestión de cursos de código abierto, y en segundo lugar investigar sobre metodologías adecuadas para garantizar una participación responsable por parte del alumnado.

Como última línea de investigación, se propone estudiar las dificultades de implantación de los cursos de aprendizaje efectivo en línea como recurso didáctico. Con la introducción de las TIC en el aula, el papel del profesor es un factor crítico en el éxito de la metodología empleada. El hecho de que se precise de un cambio de rol del docente es uno de los principales obstáculos en la implantación de las nuevas tecnologías y por tanto resultaría muy interesante comprobar el punto de vista de los profesores y las dificultades que ellos detectan. Se propone la entrevista como técnica de investigación, ya que posibilita un mayor acercamiento al docente y una mayor flexibilidad para formular preguntas.

9. Bibliografía

Álvarez, M. D., Hernández, J. y Miranda, A. J. (et. Al) (2011). Matemáticas 3º E.S.O., Proyecto La Casa del Saber. Barcelona: Santillana Educación S.L.

Anteproyecto de la ley orgánica para la mejora de la calidad educativa (2012, septiembre, 25). M.E.C.D., versión 1. [En línea]. Consultado: [16, noviembre, 2012]. Disponible en: http://mes.unir.net/cursos/mes_per8_mat_tfm3/uploads/bibliografia/11122012_8565120120925-anteproyecto-LOMCE.pdf

Baldor, A. (2007). *Álgebra*. México, D. F.: Grupo Editorial Patria.

Booth, L. (1983). *A diagnostic teaching programme in elementary Algebra: Results and implications*. Israel: Procedings of the 7th conference of the PME.

Booth, L. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Windsor, England: NFER-Nelson.

Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. *The Ideas of Álgebra, K-12. 1988 Yearbook*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Cockcroft, W. (dir.) (1982). Mathematics counts. *Report for the Committee of Inquiry of Mathematics in Schools under the Chairmanship of Dr WH Cockcroft*. London: Her Majesty's Stationery Office. [En línea]. Consultado: [21, noviembre, 2012]. Disponible en: http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/cockcroft01.html

Cooke, R. (2008). *Clasical Algebra. Its nature, origins, and uses*. Burlington: Wiley.

Decreto 112/2007, de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunitat Valenciana (2007, julio, 24). Diario Oficial de la Comunidad Valenciana, 5562. Consultado: [16, noviembre, 2012]. Disponible en: http://www.docv.es/portal/ficha_disposicion.jsp?id=24&sig=9809/2007&L=1&url_lista

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*. Cali: Grupo de Educación Matemática.

Goñi, J. M. (2011b). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Grao.

Goñi, J. M. (coord.) (2011a). *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas*. Barcelona: Grao.

Goñi, J. M. (coord.) (2011c). *Matemáticas. Complementos de formación disciplinar*. Barcelona: Editorial Grao.

Hernando, H. (2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y Educadores*, 12, 3, 13-31.

Hiebert, J. y Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of Research on Mathematicas Teaching and Learning,* 65-97.

Krantz, S. (2006). *An Episodic History of Mathematics. Mathematical Culture through Problem Solving*. E.E.U.U.: Mathematical Association of America.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 mayo, de Educación (2006, mayo, 4). Boletín Oficial del Estado, 106, 17158-17207. [En línea]. Consultado: [16, noviembre, 2012]. Disponible en: http://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2006-7899

Marín, A. y Lupiañez, J. L. (2005). Los Nuevos Principios y Estándares del NTCM en castellano. *SUMA*, 48, 105-112.

Matz, M. (1980). Towards a computational Theory of Algebraic Competence. *Journal of Children's Mathematical Behavior*, 3, 1, 93-166.

McGregor, M. y Stacy, K (1997). Students understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.

Ministerio de Innovación y Ciencia (2011, Noviembre). *¿Qué opina el profesorado sobre el Programa Escuela 2.0? Un análisis por comunidades autónomas*. España: Investigación aprobada en la Convocatoria 2010 del Plan Nacional de I+D+i del Ministerio de Innovación y Ciencia (EDU-17037). [En línea]. Consultado: [16, diciembre, 2012]. Disponible en: http://mes.unir.net/cursos/mes_per8_mat_tic/uploads/bibliografia/08092012_215119Informe_Escuela20-Prof2011.pdf

Morris, K. (1990). *Mathematical thought. From ancient to modern times*, 2. Nueva York: Oxford University Press.

Morris, K. (1992). *El pensamiento matemático. Desde la Antigüedad a nuestros días*, 1. Madrid: Alianza.

Onrubia, J. (2005, Febrero). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. *RED. Revista de Educación a Distancia, II*. [En línea]. Consultado: [4, enero, 2013]. Disponible en: http://www.um.es/ead/red/M2/

Palarea, M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 40, 3-28.

Palarea, M. y Socas, M. M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *SUMA*, 16, 91-98.

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (2007, enero, 7). Boletín Oficial del Estado, 5, 667-773. [En línea]. Consultado: [16, noviembre, 2012]. Disponible en: http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf

Richard, M. (2000). *Historia de las Matemáticas*. Barcelona: Paidós.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. USA: The Falmer Press, p.52.

Socas, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque Lógico Semiótico. *Investigación en Educación Matemática,* 11, 19-52.

Socas, M. M. (2010). Competencia Matemática Formal. Un ejemplo: el Álgebra Escolar. *Formación del profesorado e investigación en educación matemática, 10, 9-42*.

Socas, M. M. y Palarea, M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje de lenguaje algebraico. *I Seminario Nacional sobre Lenguaje y Matemáticas*, pp. 91-98.

Socas, M. M. y Palarea, M. (1997). *The three dimensions of error in the understanding of algebraic language*. Finlandia: Proceeding of the PME-21, 1, 264.

Socas, M. M., Alfonso, M. C., Palarea, M. y Hernández, J. (1995). Un modelo de investigación convergente en educación Matemática desde una perspectiva curricular. *Revista Interuniversitaria de formación del Profesorado*, 21, 45-58.

Socas, M. M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.

Tall, D. (1989). *Different Cognitive Obstacles in a Technological Paradigm*. N.C.T.M.: Eds. Wagner & Kieran.

Tall, D., Gray, E., Bin Ali, M., Crowley, L., DeMarois, P., McGowen, M., Pitta, D., Pinto, M., Thomas, M., Yusof, Y. (2000). Symbols and the Bifurcation between Procedural and Conceptual Thinking. *The Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1, 80–104.

University of Bath (1982). *Mathematics in Employment: 16-18*. Bath, England: Autor, School of Mathematics.

Wussing, H. (1998). *Lecciones de Historia de las matemáticas*. Madrid: Siglo XXI.

Anexo 1: Encuesta

TIC & Mates & Autoaprendizaje

El objetivo de la encuesta es averiguar si los alumnos hacen alguna vez un uso didáctico de Internet y si no es así, cómo poder motivarlos para ello.

Esta encuesta es ANÓNIMA, no tienes que poner tu nombre.

¡ATENCIÓN a los símbolos! Y marca con una X la respuesta correcta.

- Admite sólo una respuesta
- Admite varias respuestas

---

1 Edad

- A)13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17
- F) 18

2 Curso

- A) 3º E.S.O.
- B) 4º E.S.O.
- C) 1º Bachillerato
- D) 2º Bachillerato

3 Sexo

- A) Hombre
- B) Mujer

4 ¿Tienes Internet en casa?

- A) Sí
- B) No

5 ¿Tienes un ordenador sólo para ti?

- A) Sí
- B) No, lo comparto con más personas

6 ¿Tienes móvil con Internet?

- A) Sí
- B) No

7 ¿Accedes todos los días a Internet?

- A) Sí
- B) No

8 ¿Cuántas horas dedicas al día a navegar por Internet?

- A) 1hr o menos
- B) 2hrs
- C) 3hrs
- D) 4hrs o más

9 ¿Tienes cuenta en...?

- A) Facebook
- B) Tuenti
- C) Twitter

10 ¿Con quién tienes tu/s cuenta/s de correo electrónico?

- A) No tengo e-mail
- B) Hotmail
- C) Gmail
- D) Yahoo
- E) Otro

11 ¿Utilizas Internet para...?

- A) Hacer deberes o trabajos.
- B) Buscar información sobre cosas que no has entendido en clase.
- C) Por ocio.

12 Cuando tienes que hacer un trabajo de investigación, ¿dónde buscas la información?

- A) Wikipedia
- B) Con buscadores (Google, Yahoo, etc.)
- C) En la biblioteca del colegio
- D) En la enciclopedia que tengo en casa

13 ¿Crees que toda la información en Internet es de fiar?

- A) Sí, siempre
- B) Debes decidirlo tú, con tu criterio
- C) No sé cuando algo es de fiar o no
- D) No te puedes fiar nunca de nada

14 ¿Juegas a los juegos on-line que hay en Internet?

- A) Muy a menudo
- B) A veces
- C) Casi nunca
- D) Nunca

15 ¿Crees que sería útil tener en Internet todo lo que has visto en clase? (teoría, ejercicios resueltos, etc.) Valora del 1 al 5, siendo 1 NADA útil y 5 MUY útil.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

16 Si se colgase el contenido de matemáticas en Internet, ¿consultarías la página web?

- A) Nunca
- B) Alguna vez
- C) Muchas veces

17 Si fuese posible, ¿enviarías tus dudas al profesor en un e-mail?

- A) Sí, seguro
- B) Puede ser, alguna vez
- C) Prefiero preguntar en clase

18 Imagínate que se crea una página-web de matemáticas y que incluye el listado de apartados expuesto a continuación. ¿Qué apartados consideras más útiles?
Valora del 1 al 5, siendo 1 NADA útil y 5 MUY útil.

	1	2	3	4	5
Teoría	☐	☐	☐	☐	☐
Ejemplos de ejercicios resueltos	☐	☐	☐	☐	☐
Enlaces a curiosidades	☐	☐	☐	☐	☐
Juegos	☐	☐	☐	☐	☐
Prueba de nivel (para que compruebes cómo llevas el tema)	☐	☐	☐	☐	☐

19 ¿Harías la prueba de nivel para prepararte para el examen?

☐ A) Sí

☐ B) Alguna vez

☐ C) No

20 Y si te sumase medio punto para el examen, ¿harías la prueba de nivel para prepararte?

☐ A) Sí

☐ B) Alguna vez

☐ C) No

<u>Muchas gracias por tu colaboración.</u>

Anexo 2: Resultados de la encuesta