



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

El cálculo mental en el aula de tercero de primaria

Trabajo fin de grado presentado por: Javier Gallego Moll

Titulación: Grado Maestro en Educación Primaria

Línea de investigación: Investigación Educativa

Director/a: Paloma Gavilán Bouzas

Palma de Mallorca

5 de julio de 2013

Firmado por: Javier Gallego Moll

CATEGORÍA TESAURO: 1.1.8

Resumen

Este trabajo de investigación trata de relacionar el uso regular de estrategias de cálculo mental en un aula de tercero de primaria con 17 alumnos, situada en Mallorca, con el incremento de la exactitud y de la velocidad en la resolución de las operaciones. Se hace un recorrido por las principales corrientes existentes así como el tratamiento que ha recibido el cálculo mental durante las últimas reformas educativas.

El trabajo ha consistido en una prueba inicial o pre-test para evaluar la situación de partida, una serie de actividades realizadas durante un periodo de 6 semanas en el aula a razón de 10 minutos diarios y, para finalizar, una prueba final o post-test para comprobar el grado de eficacia de dichas actividades sobre los resultados obtenidos.

Palabras clave: cálculo, motivación, aritmética, estrategias, primaria

Índice

Resumen	Página
1. Introducción	5
1.1. Planteamiento del tema y justificación	5
1.2. Objetivos	6
2. Capítulo I. Marco Teórico	7
2.1. Introducción	7
2.2. Definición de cálculo mental	8
2.3. Como objeto de enseñanza	9
2.3.1. En el currículum oficial español	10
2.3.2. Contribución a las competencias básicas	11
2.4. Corrientes metodológicas	12
2.4.1. Método Trachemberg	12
2.4.2. Ábaco Mental	14
2.4.2.1. UCMAS	15
2.4.2.2. Aloha Mental Arithmetic	16
2.4.3. Método Vedic	16
2.5. Ventajas del uso del cálculo mental	17
2.6. Barreras del uso del cálculo mental en el aula	18
3. Capítulo II. Marco Metodológico	19
3.1. Introducción	19
3.2. Descripción de la Metodología	19
3.3. Descripción de la muestra	21
3.4. Variables	21
3.5. Recogida de información	22
3.6. Análisis de datos	22
4. Capítulo III. Marco Empírico	23
4.1. Introducción	23
4.2. Resultados	23
4.3. Análisis	28
4.4. Conclusiones del análisis	30

5. Capítulo IV. Conclusiones y Prospectiva	31
5.1. Conclusiones y valoración del TFG	31
5.2. Limitaciones	32
5.3. Prospectiva	33
6. Referencias Bibliográficas	34
7. Bibliografía	35
8. Anexos	36
8.1. Anexo I	36
8.2. Anexo II	37
8.3. Anexo III	40
8.4. Anexo IV	41

1. Introducción

En este capítulo se tratará de hacer una breve visión del problema o carencia detectada así como los motivos que han llevado a la elección de este tema como trabajo de fin de grado; para acabar estableciendo los objetivos que se pretenden conseguir a la finalización del mismo.

1.1. Planteamiento del tema y justificación

Las estrategias de cálculo mental son un tema que siempre me ha llamado la atención; creo que cada persona durante su formación desarrolla unas estrategias propias que le ayudan a resolver de una manera más rápida y sin la necesidad de lápiz y papel o algún elemento electrónico, las diferentes operaciones aritméticas, pero pocas veces se escucha que dichas estrategias sean impartidas desde las aulas. Normalmente cada uno elabora las suyas propias dependiendo del grado de conocimiento en la materia o la capacidad de representación mental que tenga.

Por lo general se asocian las estrategias de cálculo mental más eficaces y rápidas con personas a las que se les da bien las matemáticas o incluso con personas más inteligentes, por lo que este trabajo intentará demostrar que cualquier alumno/a puede aprender a utilizarlas, mejorando su confianza y el reconocimiento social que conlleva el buen uso de dichas estrategias de cálculo.

El problema es que en las aulas se enseña a resolver las operaciones aritméticas del modo estipulado y más extendido, pero en todos los casos, es necesaria la utilización del lápiz y papel para resolverlas; entonces, ¿de qué sirven en nuestro día a día? Si queremos que las matemáticas sean más significativas para nuestros alumnos, ¿no se deberían enseñar las estrategias que se puedan utilizar fuera del aula?

Otro de los problemas a los que nos enfrentamos en la actualidad, es el del uso excesivo de las calculadoras, que pueden ser muy útiles para realizar operaciones complejas, pero no deberían ser necesarias para realizar operaciones con números de menos de 4 cifras. El problema es que no siempre se dispone de ellas en situaciones reales y pueden provocar inseguridad en el alumno. Muchas veces recurrimos a la calculadora para realizar operaciones simples, que seguro que las podemos realizar de forma más rápida mentalmente, el problema es que estamos tan acostumbrados a usarlas que no nos fiamos de nosotros mismos, nos crea inseguridad en nuestros propios cálculos.

En esto se basa este trabajo de investigación, en tratar de enseñar a los alumnos de tercero de primaria de un centro situado en la población de Andratx, en Mallorca, algunas estrategias básicas para resolver mentalmente operaciones aritméticas que les puedan ser útiles en su día a día y comprobar el grado de mejora que experimentan.

Para ello se ha contado con la ayuda de la tutora del grupo para tratar de acordar una metodología que nos permitiera trabajar de forma sistemática el cálculo mental en el aula y que, a su vez, no suponga un retraso en el seguimiento de sus programaciones. Se han preparado una serie de actividades diarias que deberán ser realizadas los 10 primeros minutos de clase de matemáticas; se trata de ir trabajando las diferentes estrategias de cálculo mental y que sean los propios alumnos quienes decidan cuál de ellas les es más útil o más idónea en cada situación, dependiendo de la operación a realizar; por ejemplo, si pedimos que sumen $24 + 24$, tienen que ver si les va mejor hacer $25 + 25 - 2 = 50 - 2$ o hacer $20 + 20 + 4 + 4 = 40 + 8$.

Para evaluar el cambio que han producido las estrategias de cálculo en los alumnos, se realizará una prueba inicial que establezca el punto de partida; a la segunda y cuarta semana se volverá a realizar otra prueba para medir la evolución y, al finalizar las seis semanas, se volverá a repetir la prueba inicial; con estos tres datos se podrá dibujar una curva de la progresión de cada uno de los alumnos.

1.2. Objetivos

Objetivo del TFG

El objetivo de este TFG ha sido realizar una investigación educativa acerca de los beneficios que puede aportar el uso de técnicas de cálculo mental en el rendimiento de los alumnos en el área de matemáticas. Tomando como muestra un aula de tercero de primaria.

Objetivo general de la investigación

El principal objetivo que persigue este trabajo de investigación es comprobar la influencia que tiene el uso diario de estrategias de cálculo mental en el aula, durante un periodo de 6 semanas, sobre los resultados en la realización de operaciones aritméticas en alumnos de tercero de primaria.

Objetivos específicos

Tomando como eje el objetivo del TFG y el objetivo general de la investigación, se establecen una serie de objetivos específicos que se desean conseguir con dicho trabajo:

- ✓ Aprender a utilizar diferentes estrategias de cálculo en función de las operaciones a resolver.
- ✓ Establecer relaciones entre el cálculo mental y las situaciones cotidianas del día a día de los alumnos.
- ✓ Conseguir que el cálculo mental sea un hábito más que un ítem puntual en el aula.

2. Capítulo II. Marco Teórico

2.1. Introducción

El siguiente capítulo se centrará en hacer un breve resumen del tratamiento que ha recibido el cálculo mental en el currículum educativo español, para luego acercarse a los principales métodos extendidos por el mundo y acabar mencionando alguno de los autores más relevantes actualmente en España.

Todo esto con el fin de contextualizar esta investigación con algunos de los estudios más relevantes sobre la materia y establecer antecedentes que apoyen los objetivos establecidos para este trabajo de investigación.

La finalidad de este capítulo es la de dar base teórica a la investigación, con el fin de respaldarlas con estudios previos y teorías ya contrastadas.

También se pretende exponer el tratamiento que tiene el cálculo mental en el actual sistema educativo español, con el fin de justificar su importancia dentro del currículum escolar, así como hacer una pequeña aproximación a los principales métodos de cálculo mental más divulgados.

2.2. Definición de cálculo mental

Cálculo, del latín *calculus*, que quiere decir "guijarro" y, por extensión "bola", "ficha" y "peón". Hace referencia no solo a las antiguas técnicas de cálculo sobre el ábaco, sino también al método, todavía más primitivo, del montón de piedras (Gómez, 1986).

La definición que da la Real Academia Española (2001) es: "*Cómputo, cuenta o investigación que se hace de algo por medio de operaciones matemáticas*".

Podemos diferenciar dos tipos de cálculos:

- ✓ **Cálculo algorítmico**, un *"conjunto de reglas para obtener un determinado resultado a partir de datos específicos y mediante pasos descritos con tal precisión que podrían ser ejecutados por máquinas"* (Carraher, Carraher Carraher y Schliemann, 1995, p.61).
- ✓ **Cálculo mental** consiste en realizar cálculos aritméticos utilizando sólo el cerebro, sin ayudas de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel o los dedos para contar fácilmente. También se puede considerar cálculo mental al uso del cerebro y cuerpo. Estos cálculos se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximado (Parra y Saiz, 1994).

Autores como Ortiz (2012) destacan, además de estas características, otras como la autonomía, la flexibilidad de acción, el diálogo...; otros como Gómez (1986) establecen tres tipos de cálculo que deben diferenciarse: cálculo mental, cálculo aproximado y cálculo estimado. El cálculo mental trabaja con datos exactos; el cálculo estimado trabaja con datos que proceden de un juicio o valoración; y el cálculo aproximado trabaja con datos que proceden de la medición.

Los métodos de cálculo mental no son diferentes de los métodos de cálculo algorítmico; lo único que los diferencia es el uso que se haga de ellos, por lo tanto, cualquier algoritmo puede ser utilizado para resolver una operación tanto mentalmente como de manera escrita. Es decir, los cálculos algorítmicos permiten realizar las operaciones sin reparar en los números con los que se está operando y en el cálculo mental es necesario analizar cada caso en particular y buscar el modo más conveniente para realizar la operación. No hay reglas a seguir, cada caso es singular.

2.3. Como objeto de enseñanza

Hasta mediados del siglo XIX, la enseñanza del cálculo aritmético tenía un nivel de exigencia muy elevado y, debido a esto, apareció la figura del "calculista" (Gómez, 2006), que era la persona experta que destacaba por la rapidez y fiabilidad en las operaciones que se le planteaban. Su principal cualidad era la de conocer diferentes tipos de algoritmos para cada una de las operaciones aritméticas, lo que le ponía en ventaja a la hora de elegir el que más le conviniera en cada situación u operación.

Durante el siglo XIX, el sistema educativo únicamente se centraba en presentar para cada una de las operaciones aritméticas varios algoritmos que las resolvieran, de una manera teórica y sin ningún tipo de razonamiento. Había que seguir una serie de pasos o reglas para dar con la solución. Estas reglas eran aprendidas de memoria. En los libros de texto de esta época no se hace mención al cálculo mental o de memoria, todo era basado en el cálculo escrito.

A finales del siglo XIX, se rescató una vieja teoría que consideraba que la mente se constituía por facultades que, como músculos, se fortalecen y forman con el entrenamiento (Gómez, 2006); esto llevó a considerar al cálculo mental como objetivo educativo. A partir de este momento se concretaron una serie de materias que debían estar encaminadas a potenciar este fin educativo, entre ellas la aritmética mental, que consistía en la presentación de largas listas de operaciones que debían resolverse de manera reiterada y repetitiva de cabeza.

A principios del siglo XX, poco a poco, se fue abandonando la teoría de las facultades para evolucionar en otra más orientada al utilitarismo, a la rapidez y a la agilidad mental, y asignando al cálculo mental un uso más acorde a las necesidades de la vida real.

Hoy en día, el cálculo mental se relaciona con algoritmos alternativos, otras formas de realizar las operaciones fuera de las convencionales. Pero en un tipo de currículum flexible y que busca una educación personalizada, se puede justificar la enseñanza del cálculo mental como una manera de conocer mejor las propias habilidades o estrategias que sirvan a cada alumno, de manera individualizada, para obtener un resultado. Se trataría de disminuir la atención que se presta al cálculo escrito, más mecánico y rígido para centrarla un poco más en los métodos basados en el conocimiento y la comprensión de los conceptos relacionados con la operatoria (Gómez, 2006). Se buscaría dotar a los alumnos de estrategias para que fueran ellos mismos quienes llegaran al resultado final de la manera más conveniente a sus propias capacidades, fomentando la autonomía y la singularidad de cada alumno.

A continuación vamos a ver las referencias que hace la legislación española al uso del cálculo mental en el currículum escolar.

2.3.1. Referencias a la legislación actual española

En Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, (Boletín Oficial del Estado, 293, de 8 de diciembre de 2006), por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, se pueden encontrar multitud de referencias al uso y evaluación del cálculo mental tales como:

- En los objetivos del área de matemáticas:

*"5. Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de **cálculo mental** y medida, así como procedimientos de orientación espacial, en contextos de resolución de problemas, decidiendo, en cada caso, las ventajas de su uso y valorando la coherencia de los resultados."*

- En cuanto a los contenidos, en el bloque 1: "Números y operaciones", podemos encontrar dentro del apartado de estrategias de cálculo:

Primer Ciclo:

*"Desarrollo de estrategias personales de **cálculo mental** para la búsqueda del complemento de un número a la decena inmediatamente superior, para el cálculo de dobles y mitades de cantidades y para resolver problemas de sumas y restas".*

Segundo ciclo:

*"Utilización de estrategias personales de **cálculo mental**."*

Tercer ciclo:

*"Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando estrategias personales de **cálculo mental** y relaciones entre los números, explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas."*

- Criterios de Evaluación:

Primer Ciclo:

"3. Realizar, en situaciones cotidianas, cálculos numéricos básicos con las operaciones de suma, resta y multiplicación, utilizando procedimientos diversos y estrategias personales.

*Este criterio trata de comprobar la capacidad de utilizar en los cálculos de sumas, restas y multiplicaciones, la estructura del sistema decimal de numeración, mostrando flexibilidad a la hora de elegir el procedimiento más conveniente. Debe prestarse especial atención a la capacidad para desarrollar estrategias propias de **cálculo mental** en contextos habituales. Se valorará también la aplicación intuitiva de las propiedades de las operaciones y la capacidad de explicar oralmente los razonamientos."*

Segundo Ciclo:

*"3. Utilizar estrategias personales de **cálculo mental** en cálculos relativos a la suma, resta, multiplicación y división simples.*

*Se trata de valorar la capacidad para utilizar con cierta agilidad estrategias personales de **cálculo mental** en situaciones de cálculo sencillas..."*

Tercer Ciclo:

*"2. Realización de operaciones y cálculos numéricos sencillos mediante diferentes procedimientos, incluido el **cálculo mental**, que hagan referencia implícita a las propiedades de las operaciones, en situaciones de resolución de problemas."*

2.3.2. Contribución a las competencias básicas

La práctica diaria del cálculo mental nos ayuda de desarrollar varios tipos de competencias básicas:

- ✓ **Comunicación lingüística:** Ya que el carácter oral de este tipo de operaciones hace que el alumno tenga que participar más activamente en la dinámica del aula y a su vez deba argumentar sus respuestas al exponer cómo ha llegado a las soluciones.
- ✓ **Competencia matemática:** Su uso conlleva un mayor conocimiento en dicha materia y ayuda a profundizar en la comprensión de los números, sus propiedades y sus relaciones.

- ✓ **Conocimiento e interacción con el mundo físico:** Mediante la resolución de problemas u operaciones que estén relacionadas con la realidad del alumno, hará que dichos aprendizajes sean más significativos y su dominio les facilitará esa interacción
- ✓ **Competencia social y ciudadana:** El tipo de dinámica en el uso del cálculo mental en el aula favorece la interacción entre alumnos y en razonamiento y discusión sobre estrategias de cálculo, lo que les ayuda a tener en cuenta otras opiniones a la hora de estructurar sus propios procesos de cálculo.
- ✓ **Aprender a aprender:** El alumno deberá ser capaz de analizar cada una de las situaciones dadas y tratar de utilizar el método que mejor se adapte a sus propias cualidades, por lo tanto deberá ser él quien elija la mejor estrategia en cada uno de los casos tratando de aprender de sus propios errores y de los aciertos de sus compañeros.
- ✓ **Autonomía e iniciativa personal:** Va relacionada con la competencia anterior, dado que el alumno gozará de autonomía propia a la hora de elegir las estrategias de cálculo necesarias para obtener la respuesta.

2.4. Corrientes metodológicas

Desde finales del siglo XIX han surgido una serie de métodos que tratan de servir de ayuda a la hora de realizar cálculos aritméticos mentalmente; no se trata de conseguir una mayor velocidad de cálculo, simplemente vienen a suplir las principales carencias que tienen los métodos tradicionales: la necesidad de ser realizados mediante lápiz y papel.

Nos centraremos en tres de ellos:

2.4.1. Método Trachemberg

Creada por el profesor Trachtengerg (Rusia en 1888 - 1953), durante su cautiverio en un campo de concentración Nazi en la segunda Guerra Mundial.

¿Cómo surgió el método?

Durante su cautiverio en los diferentes campos de concentración, para tener ocupada su mente, realizaba cálculos matemáticos; pero al no disponer de libros, ni de lápices y papel, los hacía con la mente.

Durante largos periodos de tiempo visualizaba números cada vez más largos y trataba de establecer relaciones, propiedades, nuevas maneras de asociarlos..., hasta llegar a desarrollar un método que le permitía sumar cualquier número sin tener que sumar más de 11.

Mientras estuvo en cautiverio, enseñó dicho método a un grupo de prisioneros, ya que tenía miedo de no sobrevivir para contarlo, pero a su vez, esta necesidad de divulgarlo al mundo fue uno de los motivos por los que se aferró a la vida y no dejó que se derrumbara psicológicamente.

Una vez en Suiza, quiso probar primero su método con los niños, más concretamente con aquellos con problemas de aprendizaje, sobre todo en el área de matemáticas. La respuesta de los niños al nuevo método fue inmediata, aprendían como si se tratara de un juego y pronto trasladaron esa nueva actitud al resto de materias. La sensación de éxito que les proporcionaban las matemáticas les hacía esforzarse más y cambiar su actitud de fracasados.

¿En qué consiste?

El sistema consiste en una serie de sencillas reglas que se deben memorizar para realizar cálculos aritméticos. Son procedimientos aritméticos no convencionales o alternativos, que evitan el uso del lápiz y el papel.

Por ejemplo: Multiplicar cualquier número por 11:

$$2345678 \times 11$$

1. Se añade un cero delante y detrás del número: 023456780
2. Se suman las parejas del número de derecha a izquierda, si pasa de 10 se anota la unidad y se suma la decena, como valor unitario, a la siguiente operación.
3. Vamos anotando los números de derecha a izquierda:
 - a. **8** ($0 + 8$ (023456780) = **8**)
 - b. **58** ($8 + 7$ (023456780) = 15)
 - c. **458** ($7 + 6 + 1$ (023456780)=14)
 - d. **2458** ($6 + 5 + 1$ (023456780= 12)
 - e.
 - h. 25802458

Lo bueno de este método es que podemos ir escribiendo los dígitos de la respuesta a medida que realizamos las operaciones por lo que no necesitamos realizar operaciones en el papel, podemos dar el resultado simplemente mirando el número que estamos multiplicando por 11 (2345678).

2.4.2. Ábaco Mental

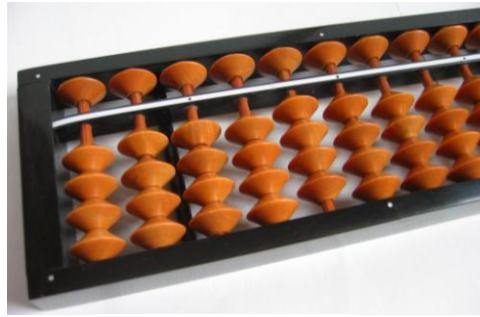
El término Ábaco proviene de la palabra latina *abācus*, y ésta de la griega *ἄβαξ* (*abox*), es un cuadro de madera con diez cuerdas o alambres paralelos y en cada uno de ellos otras tantas bolas móviles, usado en las escuelas para enseñar a los niños los rudimentos de la aritmética, y en algunos países para ciertas operaciones elementales en el comercio (Real Academia Española, 2001).

Es un instrumento de cálculo que utiliza cuentas que se deslizan a lo largo de una serie de alambres o barras de metal o madera fijadas a un marco para representar las unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, etc. Fue inventado en Asia menor y es considerado el precursor de la calculadora digital moderna. Utilizado por mercaderes en la Edad Media a través de toda Europa y el mundo árabe, fue reemplazado en forma gradual por la aritmética basada en los números indo-árabes. Aunque poco usado en Europa después del siglo XVIII, todavía se emplea en Medio Oriente, Rusia, China, Japón y Corea (Universal Concept of Mental Arithmetic System).

Dependiendo del tipo de ábaco, Japonés, Ruso o Chino, la representación de los números se hace de forma distinta. En el Japonés, cada alambre está dividido en dos zonas, la superior con una cuenta que tiene un valor de cinco y la inferior con cuatro cuentas con un valor de uno cada una; se representan los números acercando las cuentas al alambre central, que divide el ábaco horizontalmente, por tanto para representar el 7 se utilizará la cuenta superior y dos de la parte inferior. El ábaco Ruso cuenta con diez cuentas en cada alambre, y es el que se parece más a nuestra forma de realizar operaciones. Por último el ábaco Chino utiliza la misma separación central de los alambres que el Japonés, pero a diferencia de éste, tiene dos cuentas en la parte superior con un valor de cinco cada una y cinco en la parte inferior con una valor de uno cada una.



Ábaco Chino



Ábaco Japonés



Ábaco Ruso

El ábaco mental, como sistema de cálculo matemático, es aquel en el que los usuarios visualizan mentalmente un ábaco a la hora de realizar las operaciones.

En los primeros estadios de la formación se emplean ábacos físicos, para más adelante, una vez están familiarizados con ellos, ser retirados para operar mentalmente.

Una de las ventajas de su uso es que hace trabajar ambos hemisferios del cerebro, uno hace la representación mental del ábaco y el otro realiza las operaciones; el derecho es el encargado de la visualización y el izquierdo es el matemático y analítico.

Por regla general el ábaco puede usarse para realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones pero puede llegar a utilizarse para obtener raíces cuadradas y cúbicas.

Existen multitud de métodos basados en este tipo de cálculos, algunos de ellos impartidos en nuestro país, como son:

2.4.2.1. UCMAS (Universal Concept of Mental Arithmetic System), que según sus creadores, contribuye a desarrollar la concentración, memoria visual y auditiva, autoconfianza, creatividad y en definitiva las competencias básicas necesarias para ser capaces de afrontar cualquier reto que requiera esfuerzo mental (UCMAS). Se basa en la utilización de 34 fórmulas sobre diversas operaciones aritméticas sobre un ábaco físico japonés. A partir de los primeros niveles empieza un proceso de independización del ábaco físico japonés y se trasladan dichos conocimiento a su representación mental, con el ábaco imaginario.

2.4.2.2. Aloha Mental Arithmetic, creado en Malasia en 1993 tiene presencia en 19 países de 5 continentes. Se presenta como un divertido programa de desarrollo mental para estudiantes de 4 a 13 años, con beneficios para toda la vida (Alohaspain Mental Arithmetic). Es muy similar al método UCMAS, tanto en la idea de la estimulación de ambos hemisferios cerebrales como en el uso del ábaco japonés.

2.4.3. Método Vedic

Creado por Sri Bharati Krsna Tirthaji (India, 1884-1960), contemporáneo del profesor Trachemberg.

¿En qué consiste?

El método consta de 16 formulaciones o *sutras*; estos *sutras* pueden relacionarse con funciones mentales como completar huecos, hacer analogías, generalizaciones y muchas más.

Sus reglas son nuevas, simples y llamativas, y destacan las relaciones que se hacen entre operaciones opuestas, como serían las divisiones, que pueden ser vistas como inversiones fáciles de los métodos simples de las multiplicaciones.

Ejemplos: *sutra*: "todos hasta nueve y el primero hasta 10"

Para restar un número cualquiera a la unidad seguida de ceros debemos empezar por el dígito de la derecha, el 6 y calcular cuánto le falta para llegar a 10, es este caso son 4, para el resto de dígitos habrá que buscar la diferencia hasta 9.

$$10.000 - 3.456 = (9-3)\&(9-4)\&(9-5)\&(10-6) = 6.544$$

Nota: Si el sustraendo tiene menos dígitos que ceros tiene en minuendo, se le deberán añadir al minuendo tantos ceros a la izquierda cómo dígitos falten, ejemplo:

$$10.000 - 65 = 10.000 - 0065 = (9-0)\&(9-0)\&(9-6)\&(10-5) = 9.935$$

2.5. Ventajas del uso del cálculo mental

Según Ortiz (2012), las ventajas que nos aporta la práctica del cálculo mental se podrían resumir en tres grupos:

- ✓ **La formación matemática:** Ayuda a profundizar en la comprensión de los números y su valor relativo ya que a la hora de realizar los cálculos tendemos a transformar los números en otros más sencillos.

- ✓ **El desarrollo de capacidades:** Como la planificación, la atención, la concentración, el razonamiento, la toma de decisiones, la flexibilidad, la creatividad, la imaginación, la autonomía o la memoria.

En cuanto a la memoria, hay que destacar que se trabaja tanto la memoria a corto plazo para retener momentáneamente resultados intermedios como la memoria a largo plazo para recordar tablas, cuadrados o cubos de determinados números, equivalencias, etc... A este último tipo de memoria la denomina Hope (1984) "biblioteca de hechos".

- ✓ **La utilidad en la vida diaria:** Ya que en la vida diaria, el alumno se va a encontrar con multitud de situaciones que requieran realizar operaciones matemáticas sin ningún tipo de soporte escrito y por el mero hecho de ser capaz de resolverlas medianamente rápido se tendrá un reconocimiento social.

Este tipo de actividades puede servir de estímulo a los alumnos más aventajados en el área de matemáticas, ya que les da la oportunidad de expandir sus habilidades y de encontrar una fuente de motivación, puesto que supone para ellos un estímulo o reto continuo el tratar de encontrar una manera más rápida de dar con la solución. Para los alumnos con dificultades de aprendizaje en esta área, el uso y familiarización de las técnicas de cálculo mental les puede permitir conseguir respuestas más rápidas y certeras, superando incluso los tiempos que obtendría la media, lo que les brinda la posibilidad de sentirse valorados y por tanto ver como a través del éxito aumentan su autoestima.

2.6. Barreras en el uso del cálculo mental en el aula

La principal barrera que se puede encontrar el cálculo mental para su inclusión en las aulas es la poca formación de los profesores al respecto, debido en parte al poco peso que tiene este tipo de contenidos en su propia formación académica. Durante la investigación he podido comprobar cómo muchos de los profesores del centro eran reticentes a la implantación en el aula de este tipo de actividades, muchos de ellos se amparan en respuestas como "la falta de tiempo para acabar el programa", "la ausencia de contenidos en los libros de texto", "el excesivo tiempo de preparación", "no dominar este tipo de cálculo", todo ello contribuye a que se le siga dando más importancia al cálculo escrito en las aulas.

Los países asiáticos o del norte de Europa los han incorporado al sistema educativo desde edades tempranas y su uso está generalizado. Sin embargo en nuestro país

carecen de peso específico; aquí estamos centrados en algoritmos arcaicos que carecen de utilidad fuera de las aulas debido a la necesidad de disponer de un soporte escrito para su realización.

El problema que han tenido las matemáticas a lo largo de la historia, es que eran concebidas como una sucesión de reglas sin sentido que debían ser memorizadas de forma mecánica y esto provocaba una desconexión entre las aulas y la vida real (Ruiz y Alfaro, 2003).

La aparición de nuevos métodos de enseñanza en las aulas tales como el Aloha, se encuentran con la problemática económica; los centros educativos en ocasiones no disponen de recursos para poder implantarlos y otras veces chocan con el desconocimiento por parte del profesorado que sigue confiando en los métodos tradicionales, que son en los que han sido formados.

Y por último cabría mencionar el mal uso que se les da a las calculadoras; su inclusión en las aulas ha disminuido de forma drástica la utilización que hacen los alumnos de las operaciones mentales. Pero el uso de las calculadoras no nos hace mejores estudiantes en matemáticas, del mismo modo que los audio-libros no nos hacen mejores lectores o los teclados no nos proporcionan una mejor caligrafía. Son útiles para operaciones complejas como funciones o logaritmos, pero no para operaciones diarias con 2 o 3 dígitos.

3. Capítulo III. Marco Metodológico

3.1. Introducción

En este apartado se hará una completa descripción de la metodología usada en esta investigación tanto para la recogida de datos como su tratamiento y posterior análisis.

Este apartado es de gran importancia a la hora de realizar una investigación, debido a que si no se elige correctamente la metodología, los datos obtenidos carecerán de validez.

Con la metodología propuesta se tratará de comprobar si es posible incluir el trabajo de cálculo mental en el día a día en el aula sin interferir en el cumplimiento del currículum del área de matemáticas, para que pueda servir de ejemplo y referencia a otros profesores del centro a la hora de realizar su programación, ya que la intención es que el trabajo realizado durante estas 6 semanas tenga una continuidad en el tiempo.

Esta investigación es del tipo cuasi-experimental ya que como indicaban Campell y Stanley (1973):

Son aquellas situaciones sociales en que el investigador no puede presentar los valores de la Variable Independiente a voluntad ni puede crear los grupos experimentales por aleatorización pero sí puede, en cambio, introducir algo similar al diseño experimental en su programación de procedimientos para la recogida de datos. (p.73)

La finalidad de este capítulo será la de hacer una selección de los instrumentos de medida acordes a los datos que se pretenden medir, hacer una descripción de la población objeto de investigación, seleccionar cuidadosamente las variables, tanto dependientes como independientes con el fin de conseguir cumplir con los objetivos generales y específicos, detallar el tratamiento que se le va a dar a los datos y por último el modo en el que se analizarán dichos datos para poder sacar las conclusiones sobre los resultados de la investigación.

3.2. Descripción de la Metodología

Una vez establecido un marco teórico, se procede a diseñar una investigación con el fin de medir la influencia que tiene la enseñanza del cálculo mental, en la muestra de alumnos de tercero de primaria, sobre los resultados a la hora de realizar operaciones aritméticas.

Partiendo de este objetivo general y tratando de cumplir también con los objetivos específicos se diseñará un plan de trabajo en el aula que será impartido durante un periodo de 6 semanas y ocupará los 10 primeros minutos de cada sesión de matemáticas. Se ha decidido hacer de este modo ya que superado este tiempo, y debido a las características de las actividades, el nivel de concentración de los alumnos decrece, por lo tanto las sesiones deben ser diarias y breves (Ortiz, 2012).

Durante la puesta en práctica de las actividades, se deberá tener en cuenta una serie de recomendaciones:

- ✓ El profesor debe dominar las estrategias de cálculo mental expuestas
- ✓ Se deberá tener en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje
- ✓ El objetivo no es competir con los compañeros, sino competir con uno mismo.

El proceso se realizará de la siguiente manera:

1. Se ha creado una prueba de recogida de datos con el fin de medir el tiempo utilizado por cada alumno para realizar mentalmente 44 operaciones aritméticas, 11 sumas, 11 restas, 11 multiplicaciones y 11 divisiones (**Anexo I**). Las operaciones han sido adaptadas a la edad de la muestra y a las técnicas o métodos que posteriormente serán impartidos en el aula, y siempre tratando de dejar un margen de mejora que se pretende adquieran al finalizar la investigación, es decir, se propondrán operaciones que es poco probable que ahora sepan resolver mentalmente, pero que se pretende resuelvan una vez finalizada la programación de esta investigación. Son operaciones que son capaces de realizar con lápiz y papel, pero difícilmente están acostumbrados a resolver mentalmente. En esta prueba deberán anotar la solución para cada operación y una vez resueltas todas, deberán alzar la mano para que la profesora indique el tiempo que han tardado en resolverlas; el alumno deberá anotar dicha marca de tiempo en su prueba.
2. Tomando como base los métodos creados por el profesor Trachtenberg (1960), los expuestos en el método Vedic (1965), las recomendaciones metodológicas de Ortiz (2011), Ortiz (1998) y los trabajos de Gómez (2006), se ha creado una programación semanal que consta de estrategias de cálculo (**Anexo II**) y de ejercicios (**Anexo III**) para llevar a cabo en el aula, en la que se trabajarán una serie de técnicas o métodos de cálculo mental que faciliten la resolución de operaciones mentalmente de manera rápida a la vez que divertida y motivadora.
3. Cada 2 semanas, mientras dure la programación, y a la finalización de la misma, se recogerán datos mediante la realización de la misma prueba (**Anexo I**), para su tratamiento y análisis. Con esto se pretende realizar una comparativa a nivel individual y otra a nivel grupal sobre la incidencia que el tratamiento ha tenido sobre los resultados.

Las sesiones deberán basarse en la participación de todos los alumnos tratando de dar voz a todos de manera que cada alumno pueda tomar sus propias decisiones, compartirlas y defenderlas ante el resto de la clase, lo que los obligará a ser reflexivos y a su vez fijar conocimientos (Ortiz, 2012).

3.3. Descripción de la muestra

Para esta investigación se ha tomado como muestra a un grupo de alumnos de tercero de primaria, 3ºA, de un centro público, situado en la población de Andratx, Mallorca, por las facilidades que nos ofrecía para trabajar con su tutora. Por tanto, al estar el grupo de alumnos ya formado y no poder intervenir en su confección, la selección ha seguido un criterio no probabilístico.

El grupo está formado por 17 alumnos/as, con edades comprendidas entre los 8 y los 9 años.

3.4. Variables

Para la realización de este trabajo de investigación debemos primero identificar las variables que intervienen para poder medir su incidencia en el resultado:

Variable independiente:

- Programa de estrategias para la mejora del cálculo mental.

Variables dependientes:

- Estrategias de cálculo empleadas por los alumnos/as.

Variables intervinientes:

- El sexo de los alumnos/as.
- El grado de madurez de los alumnos/as.
- Posibles necesidades educativas especiales

3.5. Recogida de información

La recogida de información se realizará mediante una prueba de evaluación escrita (**Anexo I**), que se repetirá cada 2 semanas y se le dedicará una sesión completa del área de matemáticas. Por tanto se dispondrá de datos al inicio, a las dos semanas, a las cuatro semanas y al finalizar la investigación, a las 6 semanas.

Al finalizar cada prueba, se dedicará el resto de la sesión a que los alumnos expongan en voz alta qué métodos han seguido para realizar las operaciones con otros ejemplos similares. Con esto se pretende que sean conscientes de sus propios errores y puedan aprovecharse de los métodos empleados por sus compañeros y también comprobar que no existe un único modo de dar con la solución.

Debido a las características de las operaciones y la necesidad de adaptarlas tanto a las características del grupo como a la programación de las actividades de cálculo mental, no se ha encontrado ningún material que se adaptara a esta investigación, por lo tanto se ha decidido crear el propio material de recogida de datos que reflejara el resultado y el tiempo empleado en la realización de 44 operaciones aritméticas, 11 sumas, 11 restas, 11 multiplicaciones y 11 divisiones (**Anexo I**).

3.6. Análisis de datos

En el análisis de datos se tendrán en cuenta los aciertos, los errores y el tiempo empleado, de este modo se podrá medir por un lado la fiabilidad en el cálculo y por otro enlazarlo con el tiempo empleado por el alumno. Los datos se anotarán en una tabla para su posterior análisis (**Anexo IV**). Dichos datos tendrán un carácter puramente cuantitativo ya que son medibles en una escala numérica y no caben interpretaciones de las respuestas, son datos objetivos que pueden ser manejados estadísticamente.

El análisis no pretende hacer comparaciones de unos alumnos con otros, se tendrá muy en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje que puedan existir en el grupo, por lo tanto únicamente se estudiará la evolución en cada uno de los casos para establecer unos parámetros de mejora a nivel individual.

La evolución tanto individual como grupal se reflejará mediante gráficas.

En el siguiente capítulo se dará cuenta detallada de los resultados obtenidos y su valoración con respecto a los objetivos propuestos en esta investigación.

4. Capítulo III. Marco Empírico

4.1. Introducción

Una vez recogidos todos los datos y finalizadas las sesiones de cálculo mental, se ha procedido a anotarlos en tablas para poder procesar, analizar y valorar la información obtenida.

Dicha información será presentada y comentada en los siguientes apartados de este capítulo de una manera cuantitativa.

4.2. Resultados

Los datos obtenidos de la prueba (**Anexo I**) han sido separados según el tipo de operación para poder analizar la operación aritmética que ha sufrido mayor cambio y la que menos. En las tablas 1, 2, 3 y 4, aparecen los datos de las cuatro pruebas de recogida de datos que se han realizado, se muestra el número de operaciones correctas sobre un máximo de 11 posibles. Para la resolución de las operaciones no estaba permitida la realización de operaciones en papel, debían ser resueltas mentalmente anotando únicamente el resultado en la hoja.

Tabla 1. Número de sumas correctas

Alumno	Sumas			
	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest
alumno 1	7	9	10	11
alumno 2	4	7	9	11
alumno 3	9	11	11	11
alumno 4	9	11	10	11
alumno 5	11	11	11	11
alumno 6	10	11	11	11
alumno 7	9	11	11	11
alumno 8	2	6	9	10
alumno 9	11	11	11	10
alumno 10	11	11	11	11
alumno 11	7	9	11	11
alumno 12	8	10	11	11
alumno 13	10	11	11	11
alumno 14	11	11	11	11
alumno 15	9	11	11	11
alumno 16	10	11	11	11
Media	8,63	10,13	10,63	10,88

Tabla 2. Número de restas correctas

Alumno	Restas			
	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest
alumno 1	11	11	10	11
alumno 2	5	7	9	11
alumno 3	2	7	8	10
alumno 4	6	8	9	11
alumno 5	7	9	8	10
alumno 6	11	11	11	11
alumno 7	7	9	11	11
alumno 8	2	5	9	11
alumno 9	11	11	11	11
alumno 10	11	11	11	11
alumno 11	9	11	11	11
alumno 12	5	7	8	9
alumno 13	8	9	10	11
alumno 14	9	9	11	11
alumno 15	7	9	10	11
alumno 16	8	10	10	10
Media	7,44	9,00	9,81	10,69

Tabla 3. Número de multiplicaciones correctas

Alumno	Multiplicaciones			
	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest
alumno 1	6	9	8	10
alumno 2	3	6	9	9
alumno 3	4	6	6	9
alumno 4	4	7	9	10
alumno 5	10	11	10	11
alumno 6	7	9	11	11
alumno 7	8	9	11	11
alumno 8	3	6	9	11
alumno 9	9	9	11	11
alumno 10	10	11	11	11
alumno 11	6	8	10	11
alumno 12	0	5	8	10
alumno 13	6	8	9	10
alumno 14	10	11	11	11
alumno 15	8	11	11	10
alumno 16	9	10	11	11
Media	6,44	8,50	9,69	10,44

Tabla 4. Número de divisiones correctas

Alumno	Divisiones			
	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest
alumno 1	3	7	8	11
alumno 2	9	11	11	11
alumno 3	4	9	11	11
alumno 4	6	9	11	11
alumno 5	4	7	10	11
alumno 6	9	11	11	11
alumno 7	3	7	10	11
alumno 8	3	7	10	11
alumno 9	8	9	11	11
alumno 10	11	11	11	11
alumno 11	8	9	11	11
alumno 12	3	6	10	11
alumno 13	6	9	10	11
alumno 14	9	10	11	11
alumno 15	5	8	11	11
alumno 16	11	11	11	11
Media	6,38	8,81	10,50	11,00

Si tomamos como referencia las puntuaciones medias en cada una de las pruebas obtendremos los siguientes resultados:

Tabla 5. Media de aciertos por operación

	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest
Sumas	8,63	10,13	10,63	10,88
Restas	7,44	9,00	9,81	10,69
Multiplicaciones	6,44	8,50	9,69	10,44
Divisiones	6,38	8,81	10,50	11,00

Los datos de la tabla 5 pueden representarse de dos modos:

1. Las puntuaciones medias por operación (figura 1), colocando en el eje Y las puntuaciones medias, con un rango que puede ir de 0 a 11 que es el máximo de aciertos por tipo de operación, y en el eje X los cuatro tipos de operaciones que aparecen en las pruebas.
2. Otro modo de representarlos es viendo las puntuaciones medias por prueba (figura 2), donde cambiamos el eje X por las diferentes pruebas realizadas.

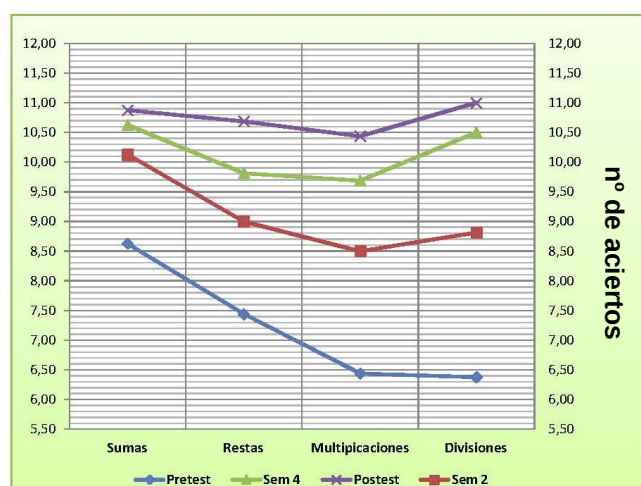


Figura 1. Puntuaciones medias por operación



Figura 2. Puntuaciones medias por prueba

De los siguientes datos se puede extraer que en la prueba de pre-test las operaciones que mejor resultados han obtenido son las sumas, seguidas de las multiplicaciones, restas y por último las divisiones.

Hay que comentar que en tercero de primaria apenas han trabajado las divisiones; y las multiplicaciones de más de un dígito no están acostumbrados a realizarlas mentalmente, por lo que es normal que tengan un nivel bajo. Pero lo que se quiere medir es la evolución de los alumnos, no el nivel inicial ni el final.

De estos resultados cabría destacar que en las pruebas de pre-test algunos alumnos partían bastante retrasados con respecto a la media y al final en el post-test los resultados se han igualado mucho.

El otro dato que se medía era el tiempo empleado en realizar todas las operaciones y el resultado ha sido el siguiente:

Tabla 6. Tiempo empleado por alumno y prueba

Alumno	Pre-Test	Semana 2	Semana 4	Post-Test
1	0:10:13	0:11:19	0:08:32	0:07:23
2	0:10:33	0:10:56	0:09:00	0:06:37
3	0:19:25	0:17:33	0:11:23	0:07:45
4	0:17:22	0:15:00	0:10:23	0:06:33
5	0:08:55	0:07:55	0:07:00	0:05:40
6	0:08:06	0:08:12	0:06:32	0:05:20
7	0:12:02	0:13:33	0:08:56	0:07:00
8	0:13:15	0:14:30	0:11:23	0:06:35
9	0:19:26	0:15:55	0:06:01	0:04:59
10	0:07:39	0:06:48	0:05:12	0:04:20
11	0:09:09	0:08:01	0:05:23	0:03:58
12	0:10:41	0:10:13	0:09:11	0:08:04
13	0:12:01	0:11:45	0:11:00	0:07:19
14	0:11:45	0:11:40	0:06:45	0:05:15
15	0:19:35	0:17:29	0:11:23	0:06:34
16	0:07:38	0:06:11	0:04:58	0:04:22

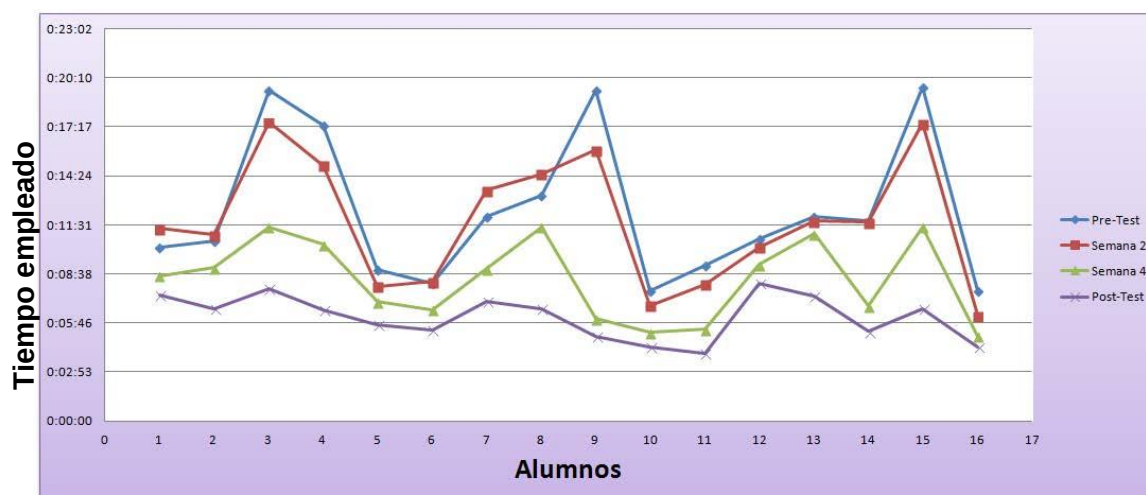


Figura 3. Tiempo empleado por alumno y prueba

En la figura 3 aparecen representados en el eje Y el tiempo empleado y en el eje X los diferentes alumnos. En ella podemos observar cómo todos los alumnos emplearon menos tiempo en hacer el post-test que el resto de pruebas. Entre el pre-test y la semana 2 hubo algunos alumnos (1, 7 y 8) que tardaron más tiempo en realizar la segunda prueba, pero como podremos comprobar en la tabla 7, vino acompañado por un aumento considerable en el número de respuestas correctas.

Ha habido varios alumnos que en las pruebas de pre-test necesitaron casi 20 minutos para su realización (alumno 3, 9 y 15) y, como podemos observar en la figura 3, los tiempos varían mucho de un alumno a otro y se van igualando a medida que repiten la prueba.

Se ve cómo la línea del pre-test tiene unas variaciones muy grandes entre los diferentes alumnos y cómo a medida que las pruebas se van repitiendo, la línea que marca el tiempo empleado tiene menores oscilaciones, agrupando sus puntos en torno a la línea de tiempo que marca 0:05:46.



Figura 4. Tiempo empleado por alumno y prueba

En la figura número 4 se muestra la variación entre el tiempo máximo y el mínimo empleado por cada alumno, con unas mejoras muy significativas entre los alumnos que obtuvieron peores registros en el pre-test (3, 4, 9 y 15).

Ahora representamos ambos datos (puntuaciones y tiempo empleado) en una misma tabla para poder establecer relaciones y sacar conclusiones. Para ello se ha creado una columna "T/R" que indicará el tiempo empleado en base a las respuestas correctas; para obtener dicho dato se ha dividido el tiempo empleado entre las respuestas correctas. Cuanto mayor sea el número de respuestas correctas (denominador) o menor el tiempo empleado (numerador) menor será el "T/R".

Primero se muestra la tabla con los datos de las cuatro pruebas para poder observar la evolución durante las seis semanas:

Tabla 7. Respuestas correctas y tiempo empleado

Alumno	Pre-Test			Semana 2			Semana 4			Post-Test		
	Aciertos	Tiempo	T/R	Aciertos	Tiempo	T/R	Aciertos	Tiempo	T/R	Aciertos	Tiempo	T/R
alumno 1	27	0:10:13	0:00:23	36	0:11:19	0:00:19	36	0:08:32	0:00:14	43	0:07:23	0:00:10
alumno 2	21	0:10:33	0:00:30	31	0:10:56	0:00:21	38	0:09:00	0:00:14	42	0:06:37	0:00:09
alumno 3	19	0:19:25	0:01:01	33	0:17:33	0:00:32	36	0:11:23	0:00:19	41	0:07:45	0:00:11
alumno 4	25	0:17:22	0:00:42	35	0:15:00	0:00:26	39	0:10:23	0:00:16	43	0:06:33	0:00:09
alumno 5	32	0:08:55	0:00:17	38	0:07:55	0:00:12	39	0:07:00	0:00:11	43	0:05:40	0:00:08
alumno 6	37	0:08:06	0:00:13	42	0:08:12	0:00:12	44	0:06:32	0:00:09	44	0:05:20	0:00:07
alumno 7	27	0:12:02	0:00:27	36	0:13:33	0:00:23	43	0:08:56	0:00:12	44	0:07:00	0:00:10
alumno 8	10	0:13:15	0:01:20	24	0:14:30	0:00:36	37	0:11:23	0:00:18	43	0:06:35	0:00:09
alumno 9	39	0:19:26	0:00:30	40	0:15:55	0:00:24	44	0:06:01	0:00:08	43	0:04:59	0:00:07
alumno 10	43	0:07:39	0:00:11	44	0:06:48	0:00:09	44	0:05:12	0:00:07	44	0:04:20	0:00:06
alumno 11	30	0:09:09	0:00:18	37	0:08:01	0:00:13	43	0:05:23	0:00:08	44	0:03:58	0:00:05
alumno 12	16	0:10:41	0:00:40	28	0:10:13	0:00:22	37	0:09:11	0:00:15	41	0:08:04	0:00:12
alumno 13	30	0:12:01	0:00:24	37	0:11:45	0:00:19	40	0:11:00	0:00:16	43	0:07:19	0:00:10
alumno 14	39	0:11:45	0:00:18	41	0:11:40	0:00:17	44	0:06:45	0:00:09	44	0:05:15	0:00:07
alumno 15	29	0:19:35	0:00:41	39	0:17:29	0:00:27	43	0:11:23	0:00:16	43	0:06:34	0:00:09
alumno 16	38	0:07:38	0:00:12	42	0:06:11	0:00:09	43	0:04:58	0:00:07	43	0:04:22	0:00:06
Media	28,88	0:12:22	0:00:26	36,44	0:11:41	0:00:19	40,63	0:08:19	0:00:12	43,00	0:06:07	0:00:09
Desviación típica	9,201	4,274	0,315	5,366	3,698	0,132	3,160	2,360	0,068	0,966	0,281	0,033

De esta tabla llama la atención que algunos alumnos, como el nº 9, tenían muchos aciertos en el pre-test, pero el tiempo empleado era muy elevado. Por otro lado, el alumno nº 11 empleó 10 minutos menos, pero falló 9 respuestas más. También observamos cómo en el pre-test, la diferencia entre el primer alumno que finalizó y el último es de 12 minutos y 3 segundos; en el post-test la diferencia entre el primero y el último en finalizar apenas es de 4 minutos y seis segundos, una diferencia mucho menor. Todo esto aparece reflejado en la desviación típica de cada uno de los valores, que como podemos observar, se reduce mucho de una prueba a otra.

Si omitimos los datos de las pruebas intermedias y nos centramos en el pre-test y post-test la tabla comparativa queda de esta manera.

Se ha añadido una columna que indica la variación sufrida en los aciertos, en el tiempo empleado y en el "T/R".

Tabla 8. Respuestas correctas, tiempo empleado

Alumno	Aciertos				Tiempo				T/R			
	Pre-Test	Post-Test	Variación	%	Pre-Test	Post-Test	Variación	%	Pre-Test	Post-Test	Variación	%
alumno 1	27	43	16	59,26%	0:10:13	0:07:23	0:02:50	27,73%	0:00:23	0:00:10	0:00:12	55%
alumno 2	21	42	21	100,00%	0:10:33	0:06:37	0:03:56	37,28%	0:00:30	0:00:09	0:00:21	69%
alumno 3	19	41	22	115,79%	0:19:25	0:07:45	0:11:40	60,09%	0:01:01	0:00:11	0:00:50	82%
alumno 4	25	43	18	72,00%	0:17:22	0:06:33	0:10:49	62,28%	0:00:42	0:00:09	0:00:33	78%
alumno 5	32	43	11	34,38%	0:08:55	0:05:40	0:03:15	36,45%	0:00:17	0:00:08	0:00:09	53%
alumno 6	37	44	7	18,92%	0:08:06	0:05:20	0:02:46	34,16%	0:00:13	0:00:07	0:00:06	45%
alumno 7	27	44	17	62,96%	0:12:02	0:07:00	0:05:02	41,83%	0:00:27	0:00:10	0:00:17	64%
alumno 8	10	43	33	330,00%	0:13:15	0:06:35	0:06:40	50,31%	0:01:20	0:00:09	0:01:10	88%
alumno 9	39	43	4	10,26%	0:19:26	0:04:59	0:14:27	74,36%	0:00:30	0:00:07	0:00:23	77%
alumno 10	43	44	1	2,33%	0:07:39	0:04:20	0:03:19	43,36%	0:00:11	0:00:06	0:00:05	45%
alumno 11	30	44	14	46,67%	0:09:09	0:03:58	0:05:11	56,65%	0:00:18	0:00:05	0:00:13	70%
alumno 12	16	41	25	156,25%	0:10:41	0:08:04	0:02:37	24,49%	0:00:40	0:00:12	0:00:28	71%
alumno 13	30	43	13	43,33%	0:12:01	0:07:19	0:04:42	39,11%	0:00:24	0:00:10	0:00:14	58%
alumno 14	39	44	5	12,82%	0:11:45	0:05:15	0:06:30	55,32%	0:00:18	0:00:07	0:00:11	60%
alumno 15	29	43	14	48,28%	0:19:35	0:06:34	0:13:01	66,47%	0:00:41	0:00:09	0:00:31	77%
alumno 16	38	43	5	13,16%	0:07:38	0:04:22	0:03:16	42,79%	0:00:12	0:00:06	0:00:06	49%
Media	28,88	43,00	14,13	48,92%	0:12:22	0:06:07	0:06:15	50,58%	0:00:26	0:00:09	0:00:17	66,81%

Se han marcados en color verde los datos más relevantes de cada una de las tablas, en amarillo se han marcado el segundo, tercer y cuarto mejor registro y en color gris el dato/s más bajo/s.

Hay dos puntos a destacar, por un lado el poco margen de mejora en los aciertos de alumnos como el 16 y 10 pero que en el post-test han registrado unos tiempos muy bajos; y por otro lado destacar la progresión de alumnos como el 8 y el 3 que han conseguido reducir mucho el tiempo por respuesta pasando de tener más de un minuto por respuesta correcta en el pre-test, a rondar los 10 segundos en el post-test.

4.3. Análisis

Expuestos y representados en el apartado anterior todos los datos obtenidos en las diferentes pruebas, debemos mirarlos con atención para comprobar la influencia que ha tenido el tratamiento sobre los resultados obtenidos.

Miraremos los datos desde tres puntos de vista:

1. **El número de aciertos obtenidos:** Observando los datos de las tablas en las tablas 1, 2, 3, 4 y 5 podemos deducir que hay un avance muy significativo en el número de aciertos obtenidos por los alumnos, sobre todo en las divisiones y multiplicaciones que son el punto débil en el pre-test con 6,38 y 6,44 aciertos de media respectivamente sobre un total de 11 posibles. También observamos que la diferencia de aciertos con la prueba anterior se reduce considerablemente a medida que se repite la prueba. Esto puede ser debido a dos motivos, el primero es que los alumnos pueden haber memorizado algunas de las operaciones de una prueba a otra y el segundo motivo puede deberse a que al ser el número de aciertos bastante alto, hay poco margen de mejora.

Tabla 9. Aciertos totales por prueba

Prueba	ACIERTOS			
Aciertos	462	583	650	688
Dif. con el anterior	0	121	67	38
% de mejora con el anterior		26,19%	11,49%	5,85%
% de mejora acumulada		26,19%	40,69%	48,92%
Dif. con el máximo	242	121	54	16
% aciertos	66%	83%	92%	98%

El periodo que obtiene un avance más significativo en el número de aciertos es el que se comprende entre el pre-test y la semana 2, con un 26,19% de aumento, debido a que parten de la prueba inicial donde carecen de estrategias claras con las que afrontar las operaciones mentalmente y, una vez corregidas las pruebas y trabajadas las estrategias de cálculo mental en el aula (**Anexo II**) durante dos semanas, se produce un avance muy significativo.

Los posteriores avances indicarían el grado de dominio que van adquiriendo en las estrategias de cálculo, pero no tanto la fila "**Dif. con el anterior**" sino la diferencia que existe entre el número de aciertos y el máximo posible (16 alumnos x 44 operaciones = 704), que indica el grado de precisión en los resultados, que en este caso alcanza unos niveles muy altos.

2. **El tiempo empleado en la realización de las operaciones:** De los datos mostrados en la tabla 6 y representados en las figuras 3 y 4 podemos deducir que el tiempo empleado en realizar las pruebas sigue una curva claramente descendente, pero que a diferencia del dato de aciertos, ésta sufre su mayor variación entre la semana 2 y la semana 4, que según indican las tablas de datos puede ser debido a que entre el pre-test y la semana 2 lo que mejora es el número de aciertos en las respuestas y a partir de la semana 4 empiezan a ganar en velocidad para estabilizarse en el número de aciertos . Este dato indicaría que los alumnos/as van adquiriendo más destreza en la utilización de las estrategias de cálculo mental a la vez que ganan en velocidad de cálculo.

Tabla 10. Tiempo empleado por prueba

Prueba	TIEMPO EMPLEADO			
	Pre-test	Semana 2	Semana 4	Post-test
Tiempo total alumnos	3:17:45	3:07:00	2:13:02	1:37:44
Dif. con el anterior		0:10:45	0:53:58	0:35:18
% de mejora con el anterior		-5,44%	-28,86%	-26,53%
% de mejora acumulada		-5,44%	-32,73%	-50,58%
Media por alumno	0:12:22	0:11:41	0:08:19	0:06:07
Dif. con el anterior		0:00:40	0:03:22	0:02:12

Otro dato llamativo que podemos comprobar es que el tiempo empleado se ha reducido un 58,58% en el post-test con respecto al pre-test, que ligado al aumento del 48,92% en los aciertos proporcionan unos datos muy alentadores de la evolución registrada en los alumnos.

- 3. La relación entre las respuestas correctas y el tiempo empleado:** Realmente este será el dato que nos indique que se están empleando de forma correcta las estrategias de cálculo mental y el nivel de dominio que se tiene de ellas. Los datos mostrados en las tablas 7 y 8 muestran el tiempo medio que emplea cada alumno para obtener una respuesta correcta ("T/R"), y analizando los datos de la columna "T/R" podemos concluir que el tiempo medio ha disminuido considerablemente.

Tabla 11. T/R por prueba		T/R			
Prueba	Pretest	Semana 2	Semana 4	Postest	
T/R	0:00:26	0:00:19	0:00:12	0:00:09	
Dif. con el anterior		0:00:06	0:00:07	0:00:04	
% de mejora con el anterior		-25,06%	-36,19%	-30,59%	
% de mejora acumulada		-25,06%	-52,18%	-66,81%	

Los datos de la tabla 9 muestran la gran diferencia que se ha producido en el tiempo medio por respuesta correcta ("T/R"), por una parte debido al aumento de respuestas correctas en el post-test, un 48,92% sobre las obtenidas en el pre-test y un 91% sobre el máximo de respuestas correctas; y por otro lado una reducción del tiempo empleado de un 50,58%. Ambos datos nos dan un porcentaje de mejora del "T/R" de un 66,81%.

4.4. Conclusiones del análisis

Una vez expuestos y analizados los datos de las pruebas podemos sacar una serie de conclusiones en base a los objetivos expuestos al comenzar la investigación.

En primer lugar se puede ver con claridad que el tratamiento impartido durante las seis semanas ha resultado efectivo tanto en la mejora de aciertos (48,92%) como en la reducción del tiempo empleado (-50,58%), por lo que podemos decir que se ha comprobado que el uso diario de estrategias de cálculo mental en el aula tiene mucha influencia sobre los resultados en la realización de operaciones aritméticas. .

También podemos afirmar que los alumnos han aprendido a utilizar las estrategias de cálculo mental y que son capaces de elegir la que mejor se adapta a cada operación en función de sus propias habilidades para ir reduciendo el tiempo de respuesta.

En el post-test se ha reducido mucho la brecha que existía en el pre-test entre los alumnos más avanzados y los más retrasados, como podemos observar en los datos de la desviación típica de la tabla 7, lo que podría indicar que los alumnos con peores resultados en las pruebas de pre-test carecían de estrategias mentales para afrontar las operaciones y una vez formados en su uso han equiparado su rendimiento al de los alumnos que afrontaron el pre-test con alguna estrategia propia. Un punto que sería interesante incluir en futuras investigaciones, es el de analizar por qué los alumnos más retrasados en las pruebas de pre-test han conseguido mejorar mucho más que aquellos que partían con puntuaciones más altas en la prueba.

5. Capítulo IV. Conclusiones, Limitaciones y Prospectiva

5.1. Conclusiones y valoración del TFG

Con referencia a los objetivos del TFG y en base a los resultados expuestos en apartados anteriores podemos concluir que el uso de técnicas de cálculo mental ha producido resultados beneficiosos en el rendimiento de los alumnos.

Si hacemos una valoración de cómo ha transcurrido todo el proceso de esta investigación, debemos hacer mención a aspectos cualitativos que formaban parte del proceso de análisis pero que teniendo en cuenta las observaciones de la tutora debemos dar cabida en este apartado. Lo primero que hay que mencionar es la buena predisposición que han mostrado los alumnos en todo el proceso, tanto en las sesiones de cálculo mental como en las pruebas de recogida de datos; siempre eran ellos los que demandaban las actividades de cálculo mental y si algún día no disponían de tiempo o la tutora quería empezar por otro tipo de actividades, se disgustaban e insistían.

Según las observaciones de la tutora, muchos de los alumnos con problemas de aprendizaje en esta materia (alumno 3, 9 o 15), han conseguido seguir el ritmo medio del aula y se han mostrado muy participativos en las actividades, algo que no ocurría anteriormente. Se sentían con más confianza a la hora de dar la respuestas oralmente y

se veían en una situación que era nueva para ellos, la de verse en igualdad de condiciones con el resto de sus compañeros.

Ha sido una experiencia muy motivadora que les ha ayudado a ganar autoconfianza. Incluso los padres han notado un cambio de actitud de sus hijos, algunos de ellos han comentado a la tutora que sus hijos trataban de retarles en casa realizando operaciones de cálculo mental y que disfrutaban mucho viendo cómo eran capaces de superar en velocidad y fiabilidad a personas adultas.

Algunos de ellos (alumno 6, 10 y 16) han llegado a adquirir un nivel alto en el uso y selección de estrategias de cálculo, con razonamientos muy claros a la hora de abordar las operaciones y de seleccionar la estrategia más adecuada a cada situación. Otros en cambio utilizaban un abanico más reducido de operaciones con las que se sentían más cómodos y ha sido un poco complicado el hacerles cambiar de estrategia.

Las primeras sesiones han sido de toma de contacto ya que se perdía mucho tiempo explicando la sistemática, preparando a los alumnos para que estuvieran en silencio y dispuestos a empezar, etc., pero a medida que las sesiones avanzaban todos estos inconvenientes iban desapareciendo, sobre todo por las ganas que tenían de comenzar rápido ya que el tiempo les pasaba volando, según el comentario de la tutora.

Por lo general, la experiencia ha sido muy positiva y ha tenido buena acogida entre los padres y alumnos, e incluso dos tutores del centro se han dirigido a la tutora para pedirle información acerca de la programación seguida y de la metodología empleada para estudiar incluirla el próximo curso en su aula.

5.2. Limitaciones

No todo ha salido como se había planificado, el día a día en el aula es demasiado complejo para poder tenerlo controlado al 100% y algunas de las actividades no se han podido llevar a término, quizás se ha querido abarcar demasiado y al final, por falta de experiencia, no se ha podido cumplir con toda la programación preparada en el **Anexo II** y **III**. En muchas ocasiones hemos notado a la tutora un poco agobiada con la idea de tener que ocupar los 10 o 15 primeros minutos de la sesión a realizar cálculo mental y más a estas alturas de curso que tienen que terminar el temario y realizar las pruebas de evaluación del último trimestre. También el nivel de concentración de los alumnos al final del tercer trimestre no es el más idóneo, llegan cansados, hace calor, tienen las vacaciones a la vuelta de la esquina, etc., por lo que sería más interesante realizar esta investigación en el segundo trimestre.

Otro de los puntos a mejorar sería el de las pruebas de recogida de datos, lo ideal sería cambiar las operaciones de una prueba a otra con el fin de que no las memoricen, transcurren 14 días entre prueba y prueba y además no saben si las respuestas son correctas, pero quizás hubiera sido conveniente tratar de confeccionar alguna otra prueba con una dificultad equivalente, pero al ser un material de elaboración propia, se corre el riesgo de crear pruebas de diferente nivel de dificultad y por tanto también perderían fiabilidad.

5.3. Prospectiva

Se espera que esta investigación sea un punto de partida para la inclusión del cálculo mental en las programaciones de matemáticas, tanto para los profesores del centro en el que se ha realizado la investigación como para docentes que tengan acceso a este trabajo.

La educación actual debe dotar de herramientas a los alumnos para desenvolverse en la vida real ofreciendo contenidos que sean útiles y significativos, por tanto el cálculo mental debería ser una pieza clave en el área de matemáticas.

Con pequeñas investigaciones como ésta es fácil comprobar la influencia que el uso de estrategias de cálculo tiene sobre el rendimiento de los alumnos a la hora de realizar operaciones aritméticas. Pero no solo queremos destacar su uso dentro del aula sino también en la vida real dónde los alumnos se encontrarán en situaciones en las que deban resolver alguna operación y lo más probable es que no dispongan de lápiz y papel para resolverlas.

También ha quedado demostrado que con un poco de planificación es posible incluir este tipo de contenidos en las programaciones diarias y espero que el trabajo realizado en esta investigación sirva de base a futuros trabajos que vengan a complementar estos resultados.

6.Referencias bibliográficas

Cálculo Mental. (s.f.). En Wikipedia. Recuperado el 15 de Mayo de 2013 de http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A1lculo_mental.

Campbell y Stanley (2012). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Buenos Aires. Amorrortu.

Carraher, Carraher y Schliemann (1995). *En la vida diez, en la escuela cero*. México. Siglo XXI.

Gómez, B. (1986). *Numeración y cálculo*. Madrid. Síntesis.

Gómez, B. (2006). *La enseñanza del cálculo mental*. Unión. Revista Latinoamericana de Educación Matemática, 4, 17-29.

Ley Orgánica 1513/2006, de 7 de diciembre, de *Educación*. Boletín Oficial del Estado, 293, de 8 de diciembre de 2006

Ortiz Vallejo M^a. (1997-1998). *Estrategias de cálculo mental*. Dentro del curso *Cálculo mental y estimación en cálculo y medida*. CPR de Palencia

Ortiz Vallejo M^a. (2011). *Cálculo mental en el aula*. Madrid. Editorial CCS.

Ortiz Vallejo, M. (2012). *Cálculo mental para profesores y padres (II)*. Recuperado el 7 de mayo de 2013 de <http://calculomentalmate.blogspot.com.es/>

Parra y Saiz.(1994). *Multiplicación en segundo grado*. Ficha mimeografiada

Ruiz y Alfaro (2003). *Aprendizaje de las matemáticas: conceptos, procedimientos, lecciones y resolución de problemas*. Revista UNICIENCIA, Vol. 20 Número 2, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica

Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22.aed.). Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>

Trachtenberg, Jakow (1960). *The Trachtenberg Speed System of Basic Mathematics*. Translated by A. Cutler, R. McShane. England. Doubleday and Company, Inc.

7. Bibliografía

Dirección General de Educación y Cultura de Buenos Aires (2009). *Cálculo mental y algorítmico*. Recuperado de <http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm>

Gómez, B. (1995). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Mathema. Granada. Ed. Comares.

Hidalgo S. y otros (1999): *Evolución y destrezas básicas para el cálculo y su influencia en el rendimiento escolar en matemáticas*. SUMA. Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas 30, 37-46.

Keneth R. Williams (2002). *Vedic Mathematics Teachers Manual's*. Scotland, UK. Inspiration Books.

Ortega Tomás y Ortiz Vallejo M^a.(2000). *Diseño de una intervención para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental en el aula*. Rev. Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 5. Núm.3. noviembre 2002, pp. 271-292. México

Ortiz Vallejo M^a. (1994-1995). Proyecto de investigación educativa: *Los errores en los algoritmos*. Curso de estrategias metodológicas para la enseñanza de las Matemáticas en E. Primaria. CPR de Palencia 94-95.

Ortiz Vallejo M^a. (1999-2000). *Proyecto de investigación y curso de Cálculo mental*. Dirigido a profesorado de Primaria y Secundaria. C.P.R. de Valladolid.

Ortiz Vallejo, M. (2012). *Cálculo mental en el aula en el segundo ciclo de Educación Primaria*. Madrid. Editorial CCS.

Ortiz Vallejo, M. (2013). *Cálculo mental en el aula en el tercer ciclo de Educación Primaria*. Madrid. Editorial CCS.

Sally Kleinknecht (2003). *The effects of developing Mental Math Skills in Pre-Service Elementary Teachers*. Education 671: Integrated Seminar, University of South Indiana

8. Anexos

8.1. Anexo I

Prueba de recogida de datos, debe ser resuelta mentalmente y anotados los resultados de las distintas operaciones en la casilla correspondiente. Una vez finalizada la prueba anotarán el tiempo empleado en la casilla correspondiente. Posteriormente el tutor realizará las correcciones y anotará los aciertos y errores. Esta prueba se repetirá cada dos semanas y los alumnos no verán las correcciones para que no memoricen las respuestas correctas.

Nom: _____

Data: _____

Temps: _____

Encerts: _____

Errades: _____

25+25=		100-95=		11x10=		50:2=	
99+99=		100-87=		10x10=		18:2=	
98+14=		24-22=		23x10=		100:2=	
19+19=		25-15=		30x11=		20:4=	
49+49=		13-5-3=		9x11=		8:4=	
7+6+3+4=		100-25=		5x12=		10:2=	
14+13=		100-50=		70x2=		6:2=	
22+12=		100-75=		25x2=		4:4=	
9+5=		35-10=		50x2=		14:2=	
7+8=		15-3-2=		50x4=		21:3=	
12+13+8+7=		50-45=		19x2=		9:1=	

8.2. Anexo II

Estrategias de cálculo trabajadas en el aula.

Estrategias **semanas 1 y 2**

Restas

$$\begin{array}{llll}
 46-9= & 46-10+1= & (46-10)+1= & 36+1= 35 \\
 46-12= & 46-10-2= & (46-10)-2= & 36-2= 34
 \end{array}$$

Sumas

$$\begin{array}{llll}
 46+9= & 46+10-1= & 56-1= & 55 \\
 46+12= & 46+10+2= & 56+2= & 58
 \end{array}$$

Multiplicar

$$\begin{array}{ll}
 5 \times 10 = & 50 \\
 10 \times 10 = & 100 \\
 20 \times 10 = & 200 \\
 45 \times 10 = & 450 \\
 13 \times 10 = & 130
 \end{array}$$

Dividir

$$\begin{array}{ll}
 50 / 10 = & 50 \\
 100 / 10 = & 100 \\
 450 / 10 = & 450 \\
 10 / 10 = & 10 \\
 140 / 10 = & 140
 \end{array}$$

Estrategias semanas 3 y 4

Restas

$$246-30=$$

$$346-12=$$

$$2(4-3)(6-0)=216$$

$$3(4-1)(6-1)=334$$

Sumas

$$546+123=$$

$$46+12=$$

$$(5+1)(4+2)(6+1)=$$

$$46+10+2=$$

$$669$$

$$56+2=$$

$$58$$

Multiplicar

$$70 \times 3 =$$

$$900 \times 20 =$$

$$12 \times 30 =$$

$$12 \times 20 =$$

$$(7 \times 3)0 = 210$$

$$(9 \times 2)000 = 18000$$

$$12 \times (10 \times 3) = (12 \times 10) \times 3 = 120 \times 3 = (12 \times 3)0 = 360$$

$$(12 \times 2)0 = 240$$

X 11

$$2345678 \times 11 =$$

$$25802458$$

1. Se añade un cero delante y detrás del número: 0 2345678 0

2. se suman las parejas de número de derecha a izquierda, si pasa de 10 se anota la unidad y se suma la decena, como valor unitario, a la siguiente operación.

3. Vamos anotando los números de derecha a izquierda:

$$8(8+0(023456780)=8)$$

$$58(7+8(023456780)=15)$$

$$458(6+7+1(023456780)=14)$$

$$2458(5+6+1(023456780)=12)$$

....

$$\text{Total} = 25802458$$

Dividir

entre 4 (igual que dividir 2 veces ente 2)

$$80 / 4 =$$

$$16 / 4 =$$

$$80/2 = 40$$

$$16/2 = 8$$

$$40 / 2 = 20$$

$$8 / 2 = 4$$

Estrategias semanas 5 y 6

Sumas y restas

$$23 + 31 + 17 + 2 = \textcircled{23} + 31 + \textcircled{17} + 2 \Rightarrow 40 + 31 + 2 = 40 + 33 = 73$$

$$13 + 4 + 7 + 16 = 13 + 4 + 7 + 16 = 20 + 20 = 40$$

$$15 - 4 - 5 = 15 - 4 - 5 = (15 - 5) - 4 = 10 - 4 = 6$$

$$98 + 14 = (100 - 2) + 14 = 100 + 14 - 2 = 114 - 2 = 112$$

Multiplicar

Cuadrados

Números acabados en 5

siempre 25

$$\begin{array}{rclclclclclclcl} 25 & \times & 25 & = & 2 \times 3 & 25 & = & 6 & 25 & = & 625 \\ 35 & \times & 35 & = & 3 \times 4 & 25 & = & 12 & 25 & = & 1.225 \\ 55 & \times & 55 & = & 5 \times 6 & 25 & = & 30 & 25 & = & 3.025 \end{array}$$

+1

Del 50 al 59

$$\begin{array}{rclclclclclclcl} 54 & \times & 54 & = & 25 + 4 & 4 \times 4 & = & 29 & 16 & = & 2.916 \\ 58 & \times & 58 & = & 25 + 8 & 8 \times 8 & = & 33 & 64 & = & 3.364 \\ 56 & \times & 56 & = & 25 + 6 & 6 \times 6 & = & 31 & 36 & = & 3.136 \end{array}$$

Del 90 al 99

hasta 100 94 $\times$ 94 = $\underline{94 - 6}$ $\underline{6 \times 6}$ = $\underline{86}$ $\underline{36}$ = 8.636

hasta 100 98 $\times$ 98 = $\underline{98 + 2}$ $\underline{2 \times 2}$ = $\underline{96}$ $\underline{04}$ = 9.604

hasta 100 96 $\times$ 96 = $\underline{96 + 4}$ $\underline{4 \times 4}$ = $\underline{92}$ $\underline{16}$ = 9.216

Multiplicar números cercanos a 100

hasta 100 94 $\times$ 98 = $\begin{array}{c} 94 - 2 \\ \text{ó} \\ 98 - 6 \end{array}$ $\underline{6 \times 2}$ = $\underline{92}$ $\underline{12}$ = 9.212

8.3. Anexo III

Operaciones trabajadas en el aula

Operaciones semanas 1 y 2

Sumas

Continuar las series

3	6	9	12				+3
1	4	7	10				+3
4	8	12	16				+4
20	40	60	80				+20
50	100	150	200				+50

Completa la suma

13	+		=	20
5	+		=	10
3	+		=	10
37	+		=	40
43	+		=	50
77	+		=	80

13	+	20	=	
5	+	20	=	
3	+	20	=	
37	+	20	=	
43	+	20	=	
77	+	20	=	

Restas

Continuar las series

30	27	24	21				-3
31	29	27	25				-2
30	26	22	18				-4
150	130	110	90				-20
500	450	400	350				-50

Completa las restas

43	-		=	20
55	-		=	10
33	-		=	10
97	-		=	40
73	-		=	50
107	-		=	80

13	-	20	=	
5	-	20	=	
3	-	20	=	
37	-	20	=	
43	-	20	=	
77	-	20	=	

Multiplicar

8	x	4	=	
10	x	4	=	
20	x	4	=	
21	x	4	=	
30	x	4	=	

25	x	2	=	
50	x	2	=	
100	x	2	=	
200	x	2	=	
14	x	2	=	

Dividir

Mitad = /2

100	/	2	=	
200	/	2	=	
400	/	2	=	
1000	/	2	=	
50	/	2	=	

Operaciones semanas 3 y 4

Sumas

Continuar las series

3	6	9	12				+3
1	4	7	10				+3
4	8	12	16				+4
20	40	60	80				+20
50	100	150	200				+50

Completa la suma

140	+		=	190
634	+		=	675
994	+		=	1000
677	+		=	800
123	+		=	234
546	+		=	657

147	+	122	=	
543	+	125	=	
329	+	110	=	
375	+	24	=	
431	+	252	=	
723	+	245	=	

Restas

Continuar las series

30	27	24	21				-3
31	29	27	25				-2
30	26	22	18				-4
150	130	110	90				-20
500	450	400	350				-50

Completa las restas

175	-		=	145
369	-		=	336
400	-		=	325
97	-		=	80
373	-		=	270
107	-		=	57

149	-	20	=	
250	-	30	=	
73	-	51	=	
37	-	22	=	
43	-	11	=	
77	-	35	=	

Multiplicar

243	x	11	=	
1234	x	11	=	
443	x	11	=	
211	x	11	=	
333	x	11	=	

25	x	20	=	
50	x	30	=	
22	x	2	=	
200	x	30	=	
12	x	40	=	

Dividir

Mitad = /2

100	/	4	=	
200	/	4	=	
800	/	4	=	
1000	/	4	=	
60	/	4	=	

Operaciones **semanas 5 y 6****Sumas***Continuar las series*

3	6	5	8				$+3 -1$
1	4	6	9				$+3 +2$
4	8	5	9				$+4 -3$
20	40	35	55				$+20 -5$
50	100	103	153				$+50 +3$

Sumas

13	+	12	+	8	=
22	+	7	+	8	=
49	+	7	+	1	=
98	+	33	+	2	=
12	+	27	+	13	=
33	+	7	+	4	=

*En el ordenador personal**Juegos de rapidez en el cálculo mental*<http://www.supersaber.com/>**Restas***Continuar las series*

30	27	28	25				$-3 +1$
31	29	33	31				$-2 +4$
30	26	24	20				$-4 -2$
150	130	133	113				$-20 +3$
500	450	455	405				$-50 +5$

Restas

13	-	3	-	8	=
22	-	7	-	12	=
49	-	7	-	2	=
98	-	30	-	8	=
39	-	1	-	8	=
100	-	25	-	25	=

Multiplicar

45	x	45	=	
53	x	53	=	
99	x	99	=	
51	x	51	=	
15	x	15	=	

49	x	2	=	
19	x	2	=	
22	x	3	=	
99	x	2	=	
20	x	99	=	

8.4. Anexo IV

Hoja de recogida de datos en la que se anotarán los aciertos en cada una de la pruebas.

	Sumas				Restas				Multiplicaciones				Divisiones				Total			
Alumno	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest	Pretest	Sem 2	Sem 4	Postest
alumno 1																				
alumno 2																				
alumno 3																				
alumno 4																				
alumno 5																				
alumno 6																				
alumno 7																				
alumno 8																				
alumno 9																				
alumno 10																				
alumno 11																				
alumno 12																				
alumno 13																				
alumno 14																				
alumno 15																				
alumno 16																				
Media																				