



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Dificultades en el proceso de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO

Presentado por: Francisco Javier Laliena Tolosana

Línea de investigación: 1.1.8 Métodos pedagógicos (Matemáticas)

1.7.4 Recursos Educativos (TIC)

Director/a: Javier Fondevila Gómez

Ciudad: Huesca

Fecha: 10 de junio de 2013

RESUMEN DEL TFM

El trabajo que se presenta a continuación, trata sobre las dificultades que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO. En primer lugar, se analiza mediante un trabajo de campo la situación real de una clase de dicho curso, referida tanto a sus conocimientos y dificultades en este área como a sus circunstancias personales. Una vez conocida la situación, se buscan soluciones que mejoren estas dificultades. La búsqueda de estas soluciones se realiza en el campo de las nuevas tecnologías (TIC), debido al grado de afinidad y familiaridad de los jóvenes con la informática y la comunicación. Se buscan tipos de software de cálculo, didácticos, relacionados con las matemáticas y que igualmente sean libres, además de tipos de software de entretenimiento relacionados con la habilidad viso-espacial, cuya finalidad es que se desarrollen la lógica, la inteligencia y la imaginación de los estudiantes de una manera lúdica. Después de un análisis exhaustivo y crítico, finalmente, los programas de cálculo escogidos son Geogebra y Geoplano, y los de entretenimiento Diamonds y Tetris. A continuación, se justifica su elección y se explica su utilización. Como líneas de investigación futura, se propone valorar la calidad de las soluciones y actividades del presente trabajo en el aula, debido a que es inviable comprobarlo y aplicarlo en la actualidad. También se sugiere la investigación de los métodos de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en Finlandia. Y por último se propone la utilización de otras técnicas menos informáticas para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría, como podrían ser el tangram o la papiroflexia.

Palabras clave: geometría, TIC, software de cálculo, software de entretenimiento, Geoplano, Geogebra, Diamonds, Tetris.

ABSTRACT

The work presented here, discusses the difficulties that arise in the teaching-learning process of geometry in the 1st ESO. First, we analyze the actual situation of a course class by a fieldwork, regarding both their knowledge and difficulties in this area and their personal circumstances. Once we know the situation, we try to find solutions to improve these difficulties. The search for these solutions is done in the field of new technologies (TIC), due to the degree of affinity and familiarity of young people with computer and communication. We are looking for calculation software types, educational, related to mathematics and which are also free, as well as entertainment software types related to visuospatial ability, which aim is to develop the logic, intelligence and imagination of the students in a playful way. After a thorough and critical analysis, finally, the chosen calculation programs are Geogebra and Geoplano and the selected entertainment ones are Brain Cube and Tetris. Then, we justify their choice and explain their use. As future research, we propose to assess the quality of solutions and activities of this work in the classroom, because it is impractical to check and apply today. There is also suggested the investigation of teaching-learning methods of geometry in Finland. Finally we propose the use of other less computing techniques to improve the teaching-learning processes of geometry, as could be the tangram or origami.

Key words: geometry, TIC, calculation software, entertainment software, Geoplano, Geogebra, Diamonds, Tetris.

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN	1
1.1.	JUSTIFICACIÓN	1
1.2.	OBJETIVOS.....	1
1.3.	METODOLOGÍA.....	2
1.4.	FUENTES BIBLIOGRÁFICAS	4
2.	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DEL TFM	4
2.1.	LA GEOMETRÍA	4
2.2.	FUNDAMENTACIÓN HISTÓRICA.....	5
2.3.	DIFICULTADES CON LAS MATEMÁTICAS EN 1º DE LA ESO.....	6
2.4.	CONTENIDOS DEL BLOQUE DE GEOMETRÍA DE 1º DE LA ESO	7
2.5.	USO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS	11
3.	PROPUESTAS DIDÁCTICAS.....	12
3.1.	ANÁLISIS DE LAS ENCUESTAS	12
3.2.	TIPOS DE SOFTWARE DE CÁLCULO	14
3.2.1.	GEOGEBRA.....	16
3.2.2.	GEOPLANO.....	23
3.3.	TIPOS DE SOFTWARE DE ENTRETENIMIENTO.....	28
3.3.1.	DIAMONDS.....	28
3.3.2.	TETRIS.....	29
4.	CONCLUSIONES.....	30
5.	LINEAS DE TRABAJO FUTURAS.....	32
6.	BIBLIOGRAFÍA	34
6.1	BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA	34
6.2	BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA	37
7.	ANEXO.....	38

1. INTRODUCCIÓN

En este apartado se indica en primer lugar la **justificación** del tema elegido en el presente trabajo. En segundo lugar, los **objetivos** general y específicos que se pretenden conseguir a través de la presente investigación. En tercer lugar, la **metodología** que se ha seguido y desglosada en seis fases. Y por último una breve justificación de las **fuentes bibliográficas** utilizadas.

1.1. JUSTIFICACIÓN

La elección de este tema se debe en gran parte a que durante mi estancia en prácticas en el *Colegio Salesiano “San Bernardo” de Huesca*, coincidió que en los dos cursos en los que estuve -1º y 2º de la ESO-, el temario que se estuvo tratando pertenecía al bloque de la geometría. Allí me di cuenta de las dificultades que tenían un elevado número de alumnos con ella.

En **1º de la ESO**, los ángulos, la clasificación y construcción de cuadriláteros y triángulos, hallar características de los polígonos (diagonales, suma ángulos interiores, perímetro y áreas), los círculos y figuras circulares y el teorema de Pitágoras fueron los mayores “quebraderos de cabeza” tanto para el profesor (a la hora de que todos los alumnos comprendieran los conceptos) como para los alumnos (aprendizaje y comprensión de estos contenidos).

En **2º de la ESO** los mayores problemas se tenían con la semejanza entre triángulos, el Teorema de Tales y sobre todo con las áreas y volúmenes de cuerpos. Cuando se les daba el enunciado escrito en lugar del dibujo, o se les presentaban cuerpos diferentes de los usuales, se encontraban bastante perdidos.

1.2. OBJETIVOS

El objetivo general que se pretende lograr a través de esta investigación es *proponer soluciones que mejoren las dificultades que aparecen durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO*.

La elección de 1º de la ESO como el curso donde actuar, se debe a que es el primer curso de la Secundaria y es donde más fundamental resulta formar una buena base y comprender los conceptos.

Hay que tener en cuenta que el primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria inicia una nueva etapa en el proceso de escolarización obligatorio y para todos, lo que supone un compromiso específico para dar una respuesta a la atención a la diversidad.

En el aprendizaje matemático la dificultad es añadida porque a la propia del contenido de la materia, deberemos sumar las características psicológicas y cognitivas de todos y cada uno de los alumnos que forman parte de la clase.

Para lograr este objetivo general, se tienen que conseguir una serie de objetivos específicos:

- 1) *Conocer el bloque de contenidos de la parte de geometría en 1º de la ESO*: Es fundamental comprenderlo, para así tener una base teórica donde apoyarse a la hora de investigar y de establecer causas probables y las dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría.
- 2) *Conocer los problemas existentes*: El bloque de la geometría en 1º, como se verá en los próximos apartados, engloba varios temas. Por lo tanto este objetivo consiste en saber en cuáles de ellos los alumnos tienen más problemas.
- 3) *Investigar las dificultades*: Una vez que ya se conocen los temas donde los alumnos tienen más obstáculos, hay que averiguar las causas y los problemas concretos que tienen los alumnos en cada uno de estos temas, para así poder encontrar soluciones.
- 4) *Conocer el funcionamiento de los programas, técnicas o juegos que se propongan para mejorar esas dificultades*: es fundamental tener un amplio conocimiento de su funcionamiento para poder ayudar a los alumnos.
- 5) *Proponer nuevas actividades que se resuelvan con estos programas*: desarrollar actividades (de todos los niveles: medio, apoyo y ampliación) adaptadas a estos programas, y que ayuden a los alumnos a mejorar sus dificultades.

1.3. METODOLOGÍA

La metodología que se ha seguido en este trabajo ha sido la siguiente:

FASE 1

Primero se diseñó una encuesta (*ver anexo*) y se realizó a una clase de 1º de la ESO del Colegio Salesiano “San Bernardo” de Huesca (una de las dos clases de 1º en que estuve de prácticas durante mi periodo del Prácticum). Antes de establecer causas probables de las dificultades y de tomar medidas, es primordial conocer la situación real del nivel de conocimiento de la geometría por los alumnos, las circunstancias personales de cada uno de ellos y la familiaridad y habilidades que tienen con programas informáticos didácticos.

FASE 2

Una vez realizada la encuesta, se analizaron los resultados obtenidos. Se detectaron qué temas del currículo (del bloque de la geometría) les causaban más problemas a los alumnos y se empezó a elaborar una lista de posibles técnicas que permitiesen minimizar estas dificultades.

FASE 3

A las técnicas ya pensadas, se añadieron más procedentes de la búsqueda en la red y en libros.

FASE 4

Se analizó críticamente cada técnica: su posible uso, los medios necesarios para llevarla a cabo, prever los resultados, investigar sobre su acogida entre los alumnos, etc.

FASE 5

Se eligieron las técnicas más adecuadas y que mejores resultados se prevé que den. Y por supuesto conocer su funcionamiento y no dejar nada al azar.

FASE 6

Se elaboraron actividades y planificaciones adecuadas para cada una de esas técnicas elegidas.

Tabla 1. Resumen objetivos-metodología.

Objetivo específico	Método usado
Conocer el bloque de contenidos de la parte de geometría en 1º de la ESO	Lectura del Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte (BOA 1/06/07).
Conocer los problemas existentes	Realización de una encuesta y recopilación e interpretación de sus resultados.
Investigar las dificultades	Realización de una encuesta y recopilación e interpretación de sus resultados.
Conocer el funcionamiento de los programas, técnicas o juegos que se propongan para intentar mejorar esas dificultades	Análisis bibliográfico.
Proponer nuevas actividades que se resuelvan con estos programas	Ideadas y diseñadas gracias a los conocimientos sobre los nuevos programas.

1.4. FUENTES BIBLIOGRÁFICAS

La elección de las fuentes bibliográficas se debe a las siguientes razones:

- Son las más verídicas.
- Son las que más relevancia tienen con el tema que tratamos (están todas ellas relacionadas con el tema o contienen algún capítulo o epígrafe referido).
- Por lo general, además, los autores de las obras o artículos son autores de referencia (citados en numerosos trabajos).
- Y por último, la mayoría de las fuentes consultadas son actuales.

Las referencias de las obras consultadas están indicadas en el apartado **Bibliografía**.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DEL TFM

En los siguientes puntos, se expone información teórica que va a resultar muy útil para conocer y entender la realidad en el aula, y para la consecución de algunos objetivos específicos. En primer lugar, se realiza una breve introducción sobre la **geometría** (concepto y clasificación), seguido de una **fundamentación histórica** (origen y autores significativos). En segundo lugar se exponen y se explican las causas de las **dificultades de los alumnos con el currículo de las matemáticas en 1º** (bloques de las matemáticas más problemáticos para los alumnos). En tercer lugar, se desarrolla el bloque de **contenidos de la parte de geometría de 1º de la ESO**. Y por último se introduce el **uso de las nuevas tecnologías (TIC) en la educación**.

2.1. LA GEOMETRÍA

La palabra **geometría** está compuesta por dos términos: *geo* -en griego significa tierra- y *metría* -medida-.

Con esta palabra nos referimos a toda una rama de las matemáticas.

Cuando hablamos de geometría, nos referimos al estudio de las formas. Formas entre las que se distinguen los puntos, las rectas, los planos, los polígonos, los poliedros, las curvas, las superficies, los volúmenes, etc.

Hay diferentes tipos de geometría (Villarroel, s.f.), no es posible establecer una clasificación exacta, pues muchas de ellas están relacionadas. A continuación se citan algunas de las más importantes:

- 1) La geometría *euclidiana*, dentro de la cual podemos distinguir otros dos tipos de geometría: la geometría lineal y la geometría del espacio. Estudia las propiedades geométricas del plano afín euclídeo real y tridimensional real, según los postulados de Euclides.
- 2) La geometría *no euclidiana*, que es aquella que no cumple alguno de los postulados de Euclides. Como la hiperbólica y la elíptica.
- 3) La geometría *analítica*, la cual se caracteriza por el uso del análisis matemático.
- 4) La geometría *algebraica*, combinación entre el álgebra (abstracta) y la geometría. Algunos conceptos importantes que se tratan en este apartado son los ceros de polinomios simultáneos, las variedades afines, funciones reales...
- 5) La geometría *riemanniana*: estudio de las variedades diferenciales con métricas de Riemann. Fundamental para solucionar problemas de topología diferencial.

De todos estos tipos de geometría, la que se trabaja durante toda la Secundaria es la primera, la geometría euclídea.

2.2. FUNDAMENTACIÓN HISTÓRICA

La geometría ha sido muy importante ya desde la antigüedad. En la época de los griegos –a partir del S. V a.C- adquirió especial relevancia, gracias a las influencias egipcias y babilónicas. Antes del S. V a.C estaba relegada a un segundo plano, siendo la aritmética la que “atraía todos los focos”.

De la antigua Grecia (De Paz, 2013), hay que resaltar varios autores significativos:

- 1) *Tales*, cuyas teorías tienen especial relevancia en el concepto de las semejanzas entre triángulos. Hoy en día sus teorías siguen siendo válidas e importantes, la semejanza de triángulos se trata durante todo el currículo de las matemáticas en la ESO.
- 2) *Pitágoras*, cuyo teorema es una de las referencias de la geometría. Gracias a él se descubrieron los números inconmensurables (mientras estudiaba los triángulos rectángulos cuyos catetos tenían una longitud de 1).
- 3) *Zenón*, famoso por sus aporías (relacionadas con el movimiento, el tiempo y el espacio).
- 4) *Platón*, el cual además de ser un filósofo de gran importancia, tuvo su influencia en la geometría también.
- 5) *Euclides*, gracias a sus 5 postulados se ha podido clasificar la geometría.
- 6) Y por último *Arquímedes*. El matemático de más importancia de la antigüedad. Famoso por su metodología (método mecánico, reducción al absurdo y método

de exhaución) y por sus descubrimientos y teorías (aproximación de π , cuadratura del círculo, relación entre área de círculo y la del triángulo...).

Al hablar de las matemáticas (y en concreto de la geometría) de la Antigua Grecia, además de los matemáticos más relevantes en la geometría, hay que mencionar también los tres grandes problemas clásicos relacionados con la geometría:

- 1- La *trisección de un ángulo*: consiste en dividir un ángulo en tres partes iguales, utilizando para ello sólo una regla y un compás.
- 2- La *duplicación del cubo*: consiste en hallar geométricamente el lado de un cubo cuyo volumen es el doble del de un cubo cuyo lado conocemos.
- 3- La *cuadratura del círculo*: consiste en hallar mediante regla y compás un cuadrado cuya área sea la misma que la de un círculo dado.

Hoy en día todavía continúan sin poder ser resueltos mediante regla y compás.

2.3. DIFICULTADES CON LAS MATEMÁTICAS EN 1º DE LA ESO

La **geometría** junto con el **álgebra**, son consideradas por los expertos como los dos bloques de las matemáticas que más problemas presentan a los docentes y a los discentes.

En 1º de la ESO, según algunos expertos como Cortés, Vergnaud y Kavafian (Barallobres, 2000), los problemas con el **álgebra** residen en lo novedosos que son sus contenidos y en el cambio radical en la concepción de las matemáticas que tienen los alumnos. El pensamiento algebraico se construye sobre el soporte del pensamiento aritmético; pero también existe una ruptura entre los dos.

Es muy difícil para un alumno el tránsito de la aritmética al álgebra. Esa nueva “sintaxis”, es decir, el uso de letras para referirnos a incógnitas, es algo que desconcierta a los alumnos.

En relación con la enseñanza y aprendizaje de la geometría, según el modelo de razonamiento de Van Hiele (Gutiérrez, 2006), elaborado en los años 50, existen cinco niveles de razonamiento matemático (aspecto que ayuda a cultivar la geometría), que van desde el que tienen los alumnos de infantil hasta el razonamiento que poseen los doctores, catedráticos y licenciados en matemáticas. En el nivel tres es donde se situarían los alumnos de 1º-2º de ESO. En estos cursos las demostraciones rigurosas, por muy bajo nivel de complejidad que tengan, les resultan muy complicadas a los alumnos. Tan solo comprenden algunas demostraciones deductivas, y siempre con una explicación previa del profesor.

En ese nivel, Balacheff (Montoya, 2008) distingue el experimento mental del cálculo simbólico. Con experimento mental defiende que las demostraciones se deben realizar mediante ejemplos; y como los alumnos aprenden observando, pueden convertir dichos ejemplos en razonamientos deductivos. Y con cálculo simbólico se refiere a las demostraciones que no se basan en ejemplos, sino en deducciones de términos simbólicos y de sus planteamientos.

Los problemas con la geometría son de tipo diferente a los que el alumno tiene con el álgebra. Así como en el bloque del álgebra los problemas con los contenidos residían en lo novedosos que eran (primera vez que se trataban) y en el cambio en la concepción de las matemáticas, en el bloque de geometría los contenidos no son tan novedosos, ya que se empiezan a tratar en 6º de Primaria (Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, BOA 1/06/07). Sin embargo, el nivel de abstracción y dificultad de estos contenidos, hace que resulten sumamente complicados a los alumnos tanto en dicho curso como en toda la etapa de la Secundaria.

Los problemas con la geometría están relacionados con nuestra percepción visual y son debidos al alto nivel de rigidez y abstracción de los conceptos que se engloban en este bloque. Hay que recordar que las habilidades viso-espaciales influyen de manera importante en la adquisición de la competencia matemática.

2.4. CONTENIDOS DEL BLOQUE DE GEOMETRÍA DE 1º DE LA ESO

Como ya se menciona en los objetivos, es fundamental conocer qué contenidos relacionados con la geometría se imparten en primero de la ESO. Pero antes de eso hay que recordar que el currículo (y por consiguiente todas las materias y los bloques que las componen) está regido por una normativa y una legislación, la cual es diferente en cada comunidad. En mi caso, la comunidad autónoma es Aragón, y por lo tanto está regido por las siguientes normativas y legislaciones entre otras:

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE 4/05/06).
- Real Decreto 806/2006, de 30 de Junio, por el que se establece el calendario de aplicación de la nueva ordenación del sistema educativo, establecida por la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE 14/07/06).
- REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria (BOE 5/01/07).

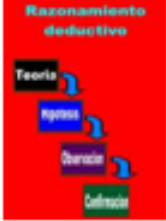
- Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación secundaria obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón. (BOA 1/06/07)

Una vez que se conocen las bases teóricas, pasamos a desarrollar el bloque de contenidos de la parte de geometría en 1º de ESO, fundamental para conseguir el primer objetivo específico.

Obtenido del Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte (BOA 1/06/07):

Tabla 2. Contenidos Geometría en 1º de ESO

GEOMETRÍA: Contenidos en 1º de ESO		
1.1	Elementos básicos de la geometría del plano	Punto, recta y segmento. Posición relativa de rectas: incidencia y paralelismo. Ángulos: propiedades. Medida de ángulos: operaciones. La perpendicularidad. 
1.2	Análisis de relaciones y propiedades de figuras en el plano	Paralelismo y perpendicularidad. Empleo de métodos inductivos y deductivos para analizar relaciones y propiedades en el plano. Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. 
1.3	El triángulo	Descripción, elementos, construcción, clasificación y propiedades. Perímetro y área: concepto y cálculo. 
1.4	Polígonos	Descripción, elementos, construcción, clasificación y propiedades. Perímetro y área: concepto y cálculo. 
1.5	Circunferencia y círculo	Descripción, elementos, construcción y propiedades. Arco de circunferencia. Ángulo inscrito y ángulo central: relaciones. Sector y segmento circular. Cálculo de longitudes y áreas. 
1.6	Bisectrices y mediatrices	Construcción de bisectrices y mediatrices con los instrumentos de dibujo habituales. 
1.7	Clasificaciones de figuras geométricas planas	Realización de clasificaciones de figuras geométricas planas atendiendo a diferentes características 

1.8	Estimación y cálculo de áreas	Mediante fórmulas, triangulación y cuadriculación. Uso de la composición y descomposición de figuras planas en otras para facilitar la resolución de problemas.	
1.9	Simetría de figuras planas.	Apreciación de la simetría en la naturaleza y en las construcciones.	
1.10	Herramientas informáticas	Empleo para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.	
1.11	Utilización de terminología y notación	Describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones del mundo físico.	$\frac{\sqrt{x-3}}{x+5}$
1.12	Objetos geométricos	Elaboración de definiciones en un proceso de depuración de la descripción de sus características.	
1.13	Utilización de métodos inductivos	Para formular conjeturas sobre propiedades geométricas.	
1.14	Uso de razonamientos deductivos	Para validar alguna afirmación o propiedad geométrica sencilla.	

2.5. USO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS

Para abordar estos problemas con la geometría existen numerosos tipos de técnicas. Una de esas técnicas es el uso del ordenador a través de diferentes tipos de software especializados en geometría. Durante estos años, los ordenadores se han convertido en un instrumento muy útil para desarrollar nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje en todas las asignaturas.

De acuerdo con lo que dicen Rico y Bedoya (Abraira, 2007), la educación matemática, como actividad intelectual importante y compleja, es una de las principales disciplinas para conseguir alcanzar resultados con éxito y satisfacer las necesidades científicas y tecnológicas requeridas actualmente. Por eso, es imprescindible que los profesores tengan una buena formación en las nuevas tecnologías. Lo que les facilitará su labor como buenos orientadores en la enseñanza-aprendizaje de sus alumnos. Además, usando la tecnología como herramienta educativa perfeccionan la comprensión de los conceptos matemáticos y de la utilidad de enseñarlos.

El concepto TIC (tecnologías de la información y la comunicación) está siendo continuamente utilizado para expresar el uso de herramientas informáticas en cualquier realidad actual. En la educación, es frecuente su uso desde hace más de 20 años. No obstante, su aplicación directa en los sistemas escolares es más reciente. En realidad, ha sido un proceso lento y paulatino, no exento de obstáculos y resistencias.

Las TIC son consideradas como herramientas revolucionarias en la enseñanza práctica en el aula. El problema es que la mayoría de currículos siguen siendo muy conservadores y no aceptan su inserción con facilidad. Y así, limitan peligrosamente la autonomía del alumno, que ha adquirido fuera del ámbito escolar mediante el uso de las TIC de manera continuada (Rojano, 2003).

Estas consideraciones han impulsado un nuevo movimiento llamado Edutainment (Estrada, 2003), es decir, cualquier entretenimiento de contenido que está diseñado para educar y entretener. Esta técnica consiste en usar como herramientas de aprendizaje medios tecnológicos, videojuegos... El alto grado de familiaridad que tienen los alumnos con ellos, motiva su aprendizaje.

Por lo tanto, podría decirse que toda metodología que use estas técnicas, debe ser tomada en cuenta si queremos llevar a cabo una verdadera innovación educativa. Somos conscientes de que la comunicación es el núcleo de todas las actividades realizadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula. Si las TIC son las herramientas que están transformando las sociedades modernas en sociedad del

conocimiento, también deben tener un papel fundamental en la mejora de las habilidades y conocimientos que se consideran necesarias para desarrollar con éxito los contenidos curriculares.

3. PROPUESTAS DIDÁCTICAS

En este apartado se van a **analizar los resultados** de la encuesta (*ver anexo*) que se mencionan en la metodología (Fase 1). Dicha encuesta se realizó para diagnosticar una situación de partida de los alumnos de uno de los cursos de 1º de la ESO del Colegio Salesiano “San Bernardo” de Huesca. Y a continuación, una vez evaluados, se expondrán las **propuestas o posibles soluciones** pensadas para mejorar las dificultades de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría. Estas soluciones implicarán el uso de diferentes tipos de software de cálculo y de entretenimiento.

3.1. ANÁLISIS DE LAS ENCUESTAS

Se ha realizado una encuesta a los alumnos de uno de los cursos de 1º de la ESO del Colegio Salesianos “San Bernardo” de Huesca. La muestra fue de 21 alumnos.

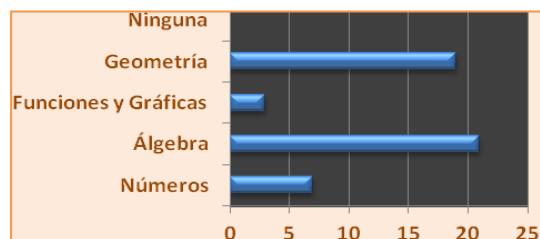
Como ya se ha mencionado, esta encuesta ha servido para: establecer causas probables de las dificultades, tomar medidas y conocer la situación real del nivel de conocimiento de la geometría por los alumnos, las circunstancias personales de cada uno de ellos y la familiaridad y habilidades que tienen con programas informáticos didácticos.

La encuesta se reproduce en el anexo.

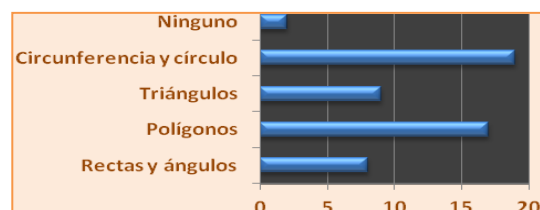
RESULTADOS DE LA ENCUESTA:

Análisis cuantitativo

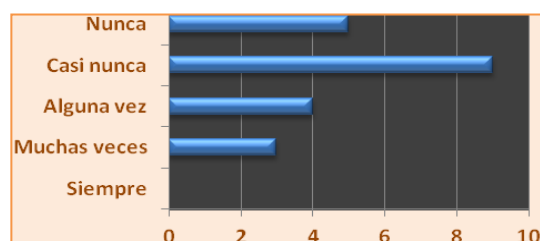
PREGUNTA 1: ÁREAS DE LAS MATEMÁTICAS PROBLEMÁTICAS (respuesta múltiple)	
Números	7
Álgebra	21
Funciones y Gráficas	3
Geometría	19
Ninguna	0



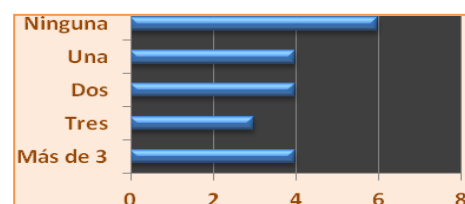
PREGUNTA 2: DIFICULTADES EN EL BLOQUE DE GEOMETRÍA (respuesta múltiple)	
Rectas y ángulos	8
Polígonos	17
Triángulos	9
Circunferencia y círculo	19
Ninguno	2



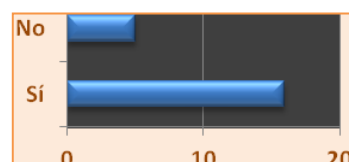
PREGUNTA 3: DIFICULTADES EN LAS MATEMÁTICAS DE CURSOS ANTERIORES	
Siempre	0
Muchas veces	3
Alguna vez	4
Casi nunca	9
Nunca	5



PREGUNTA 4: DIFICULTADES EN OTRAS ASIGNATURAS	
Más de 3	4
Tres	3
Dos	4
Una	4
Ninguna	6



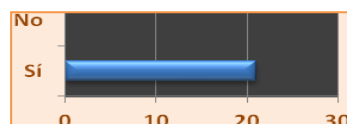
PREGUNTA 5: SOFTWARE UTILIZADO RELACIONADO CON LAS MATEMÁTICAS	
Sí	16
No	5
Cuál	GEOGEBRA



PREGUNTA 6: DIFICULTADES APRENDIZAJE PROGRAMA	
Sí	0
No	16
No sabe/No contesta	5



PREGUNTA 7: ORDENADOR EN CASA	
Sí	21
No	0



PREGUNTA 8: UTILIZACIÓN DE PROGRAMAS/JUEGOS EN CASA	
Sí	3
Sí, pero básicos	13
No	5



Nota: Gráficos y tablas elaboración propia

- Un porcentaje muy elevado de los alumnos han tenido dificultades con el bloque de la **geometría** (90%) y con el del **álgebra** (100%). Este dato es habitual en la mayoría de los primeros cursos de secundaria, debido a que los contenidos de álgebra no se explican en primaria, y los de geometría se tratan pero brevemente (conceptos elementales) y son muy abstractos.
- La mayoría de alumnos han tenido problemas con el tema de los **polígonos** (81%) y con el tema de la **circunferencia y del círculo** (90%).
- Alrededor de un 30% de la clase opina haber tenido problemas con las **matemáticas en años anteriores** (alguna vez, siempre o muchas veces)
- También cabe citar que un porcentaje algo elevado (70%) tienen problemas en **otras asignaturas**, sin contar las matemáticas.
- Un porcentaje elevado de los alumnos (76%) han utilizado programas relacionados con las matemáticas, concretamente **Geogebra** (con el que por cierto no han tenido dificultades de aprendizaje, bien es cierto que se debe al hecho de que sólo han empleado las órdenes más básicas –dibujar puntos, rectas secantes, perpendiculares, polígonos, etc.-), algo que se ha tenido muy en cuenta.
- En vista de los resultados obtenidos (presencia de ordenadores en todas las viviendas, familiaridad con programas como Geogebra y pocas dificultades para aprender cómo funcionaba a nivel elemental) y debido a que en la sociedad actual los jóvenes se desenvuelven mejor en el ámbito tecnológico e informático (incluso mejor que los adultos), las técnicas por las que se ha decantado pertenecen a este ámbito.

3.2. TIPOS DE SOFTWARE DE CÁLCULO

Como ya se ha comentado, el alto grado de familiaridad y confort de los alumnos con las nuevas tecnologías es algo a tener muy en cuenta. Por ello la primera solución que se pensó para mejorar estas dificultades fueron los programas de tipo software de cálculo.

Tipos de software de cálculo, didácticos, interactivos, libres y relacionados con las matemáticas fueron los criterios seguidos para realizar esta búsqueda.

Así, se encontraron los siguientes programas (Pérez, s.f.): Cabri, Geogebra, Sketchpad, Cinderella, R y C (Regla y Compás), GEOP, WinGeom y Geoplano.

De todos ellos, se han escogido los programas, **Geogebra** y **Geoplano**. A continuación, se analizan brevemente cada uno de estos tipos de software de cálculo descartados y el por qué:

- **Cabri:** es al que se le atribuye más importancia y antigüedad. Es el más utilizado. Es muy similar a Geogebra, pero debido al mayor grado de familiaridad y conocimiento entre los alumnos de este último, ha hecho que se descartara Cabri. Además, otro factor que ha hecho que se seleccionara Geogebra, es el hecho de que en este software se pueden ingresar coordenadas y ecuaciones, algo que se puede aprovechar en otros bloques de las matemáticas.
- **Sketchpad:** ha sido descartado debido a que es un poco más complejo que Cabri y Geoplano. Incorpora más funcionalidades, lo que permite que sea utilizado en más temas que los estrictamente geométricos. Aunque no ha sido seleccionado como herramienta para la didáctica de la geometría en 1º, se recomienda su uso en años posteriores.
- **Cinderella:** al igual que ocurre con Sketchpad, albergan más funcionalidades que los otros dos, lo que hace que sean más complejos (demasiado para 1º de la ESO). De éste además, cabe destacar otro inconveniente y es que no permite construcciones auxiliares.
- **R y C (Regla y Compás):** similar a Cabri y Cinderella, pero es menos versátil, lo cual ha hecho que se descartará también.
- **WinGeom** y **GEUP:** nuevamente estamos en el caso de Sketchpad, son programas destinados a trabajar con geometrías más avanzadas (esféricas, hiperbólicas...), por lo tanto resultarían demasiado complejos a los alumnos. Pero estos programas, sería muy interesante tenerlos en cuenta para cursos superiores.

Una vez que se ha explicado el porqué de los descartes, se pasa a analizar los programas seleccionados y a desarrollar justificaciones más precisas acerca de su selección.

3.2.1. GEOGEBRA

Geogebra es un tipo de software matemático, interactivo, didáctico y libre (cualquier persona puede acceder al código interno del programa) que reúne la geometría, aritmética, álgebra y cálculo. Fue elaborado por Markus Hohenwarter (International GeoGebra Institute, 2013).

A continuación se puede ver la interfaz del programa Geogebra. Posee una barra de herramientas con diferentes órdenes, una hoja donde realizar construcciones y cálculos entre otras tareas, y una barra de entrada para introducir funciones y fórmulas de manera explícita.

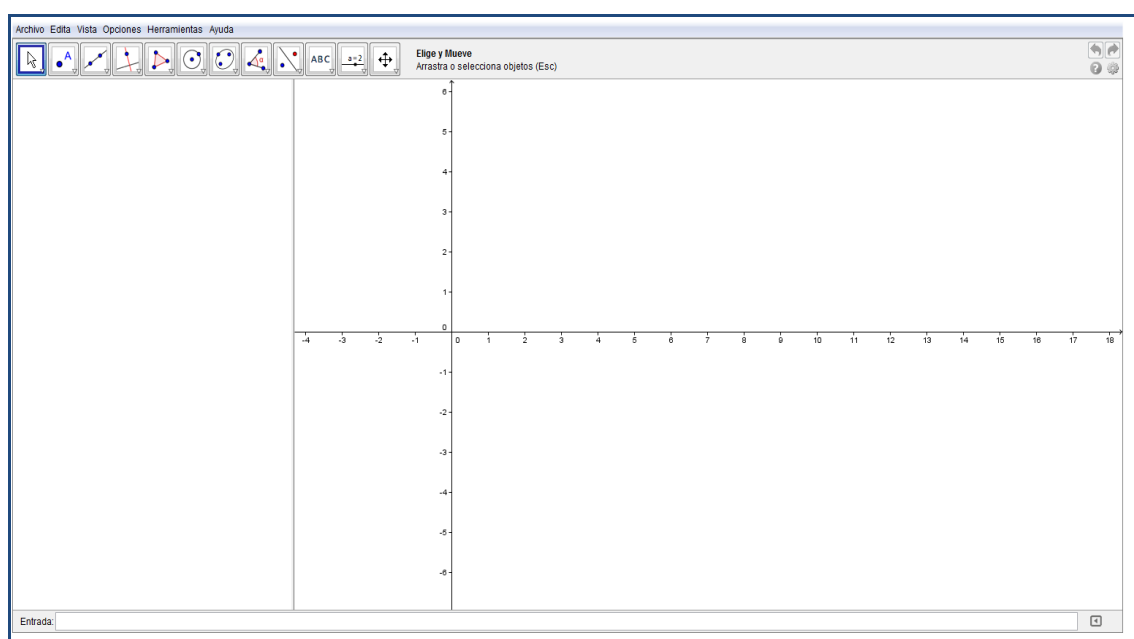


Figura 1. Hoja en blanco inicial de Geogebra. (GeoGebra, 2009, versión 3.2)

Las posibilidades educativas que ofrece este software son múltiples. Desde practicar la construcción de puntos, rectas, semirrectas, funciones, vectores, segmentos, alturas, medianas, polígonos, circunferencias, figuras circulares, etc., hasta el cálculo o estimación de las áreas y perímetros de polígonos.

Además de realizar construcciones geométricas, Geogebra permite representar gráficamente, realizar un tratamiento algebraico y calcular y dibujar funciones.

Por lo tanto, la elección de este programa se justifica (además de que los alumnos están más familiarizados con él) en que permite a los alumnos conocer, practicar y aprender nuevos conceptos geométricos tales como los polígonos, su clasificación, su construcción y el cálculo de áreas y perímetros entre otros conceptos, es decir, los temas donde tienen más dificultades.

Las herramientas que permiten realizar todas estas tareas –y que se encuentran en la barra de herramientas de la que se ha hablado antes- son las siguientes:

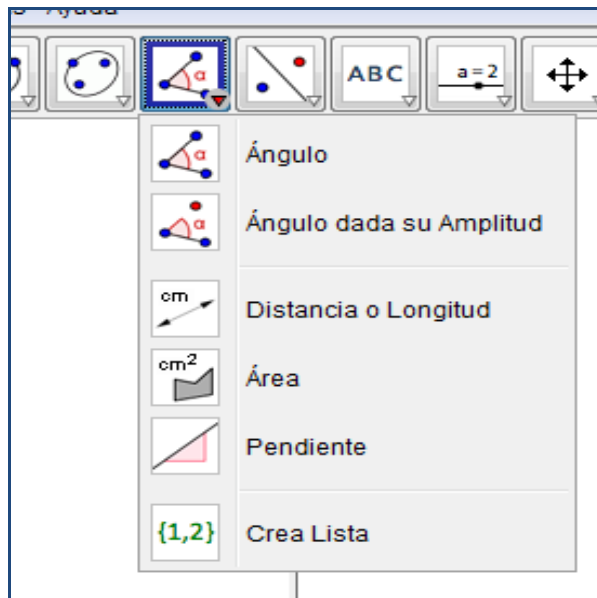


Figura 2. Herramientas para la construcción de ángulos y para el cálculo de áreas y perímetros. (GeoGebra, 2009, versión 3.2)

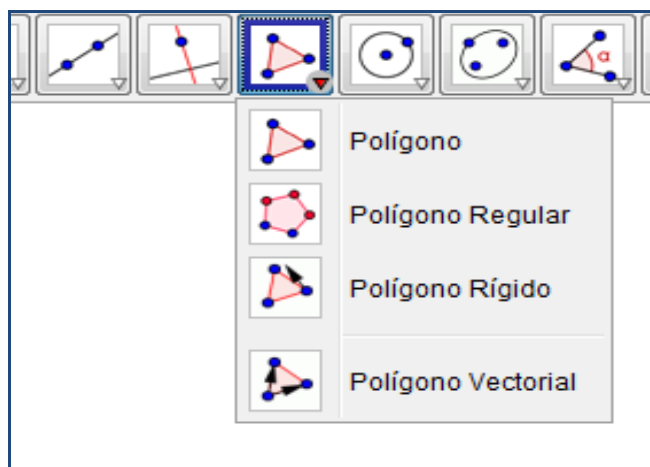


Figura 3. Herramientas para la construcción de polígonos. (GeoGebra, 2009, versión 3.2)

Además hay varias herramientas que serán de utilidad para el tema de circunferencias, círculos, sectores, coronas etc.:



Figura 4. Herramientas para la construcción de circunferencias y figuras circulares. (GeoGebra, 2009, versión 3.2)

La metodología a seguir para la implantación de este software en el aula sería la siguiente:

- 1- Enseñar o recordar el funcionamiento de este programa y las funciones y órdenes que alberga.
- 2- Realización por parte del profesor de alguna actividad con ayuda de la pizarra digital, de manera que los alumnos puedan seguir la sesión mejor y se familiaricen aún más con el software.
- 3- Y por último, los alumnos individualmente (o en parejas) realizarán las actividades propuestas por el profesor.

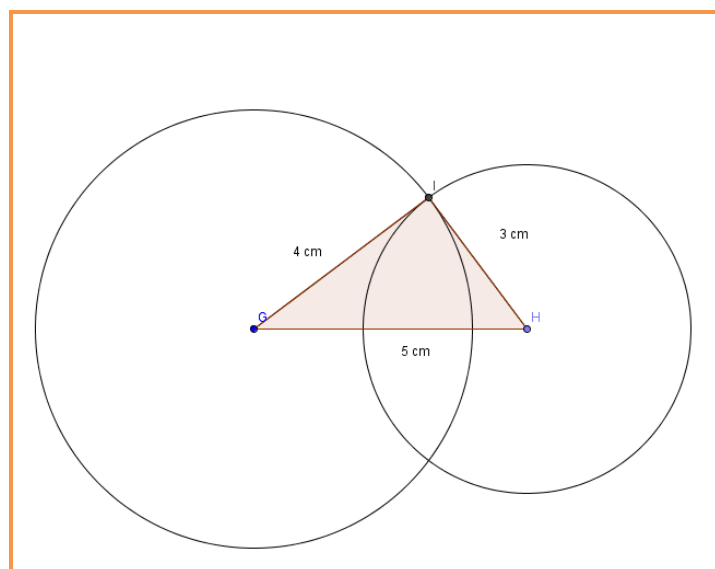
Las actividades a desarrollar se clasifican en tres niveles: nivel medio, de refuerzo y de ampliación. A continuación se muestran algunas de las actividades y la resolución de tres de ellas (se destacan en **negrita** aquellos que se van a resolver) para que sirvan de ejemplo y modelo:

ACTIVIDADES NIVEL MEDIO

- a) Construye los siguientes ángulos: convexo, cóncavo, agudo, obtuso, llano, recto, consecutivos, adyacentes, complementarios, suplementarios, ángulos opuestos por el vértice, de lados paralelos, de lados perpendiculares y ángulos determinados por dos paralelas y una secante.
- b) Realiza gráficamente con los ángulos $\hat{A}= 60^\circ$, $\hat{E}= 30^\circ$ y $\hat{U}=45^\circ$ las siguientes operaciones:
- $3\hat{A} - \hat{E}$
 - $5\hat{E} + 2\hat{A} - (1/3)\hat{U}$
 - $\hat{A} + \hat{E} + \hat{U}$
 - $\hat{A} - \hat{E} + \hat{U}$
- c) Construye polígonos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 lados, dibuja todas sus diagonales y halla la suma de los ángulos interiores de cada uno. Una vez hallado todo esto, ¿ves alguna relación entre estos elementos y el número de lados? trata de deducir la fórmula que permite calcular el número total de cada uno de estos elementos.
- d) Construye un hexágono regular, marca un ángulo interior y otro central y hálalo. Después, halla cuánto deben medir cada uno de ellos (sin utilizar el ordenador), y a continuación compruébalo con la orden de Geogebra correspondiente. Lo mismo con un octógono.
- e) Construye un triángulo cuyos lados miden 3, 4 y 5 cm.**
- f) Construye un triángulo cuyos lados midan 10, 6 y 4 cm. ¿Es posible?
- g) Construye un triángulo isósceles de lado desigual 6 cm y cuyo ángulo desigual mide 40° .
- h) Construye un triángulo sabiendo que un lado mide 7 cm y sus ángulos contiguos 65° y 50° .
- i) Construye un triángulo sabiendo que dos lados miden 4 cm y 6 cm, y el ángulo comprendido entre ellos 100° .
- j) Construye un triángulo sabiendo que dos de sus lados miden 5 y 7 cm, y el ángulo opuesto mayor de ellos 30° .

- k) Construye un triángulo rectángulo isósceles, sabiendo que uno de sus catetos mide 3 cm.
- l) Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 y 8 cm. Comprueba mediante Geogebra tu resultado.
- m) Construye un cuadrado de 3cm de lado, un rombo de 5cm de lado sabiendo que uno de sus ángulos mide 51° , un romboide cuyos lados midan 7 y 9 cm y formen entre sí un ángulo de 130° , y finalmente, un rectángulo cuyos lados midan 4 y 10 cm.
- n) Construye una circunferencia de 10cm de diámetro. Señala el centro, un radio, un arco, una cuerda y un diámetro.
- o) Dibuja una corona circular de 3 y 5 cm de radio respectivamente. Halla su área y comprueba el resultado mediante la orden de Geogebra correspondiente.
- p) Construye dos circunferencias exteriores, dos interiores concéntricas y otras dos no concéntricas, dos secantes y dos tangentes.
- q) Construye una circunferencia de diámetro 10 cm. Calcula el área del círculo y la longitud de la circunferencia y comprueba los resultados mediante geogebra.
- r) Construye un sector circular de 300° y halla su área. Comprueba el resultado mediante geogebra.
- s) Construye los siguientes polígonos regulares inscritos en una circunferencia: hexágono, triángulo, cuadrado y octógono.

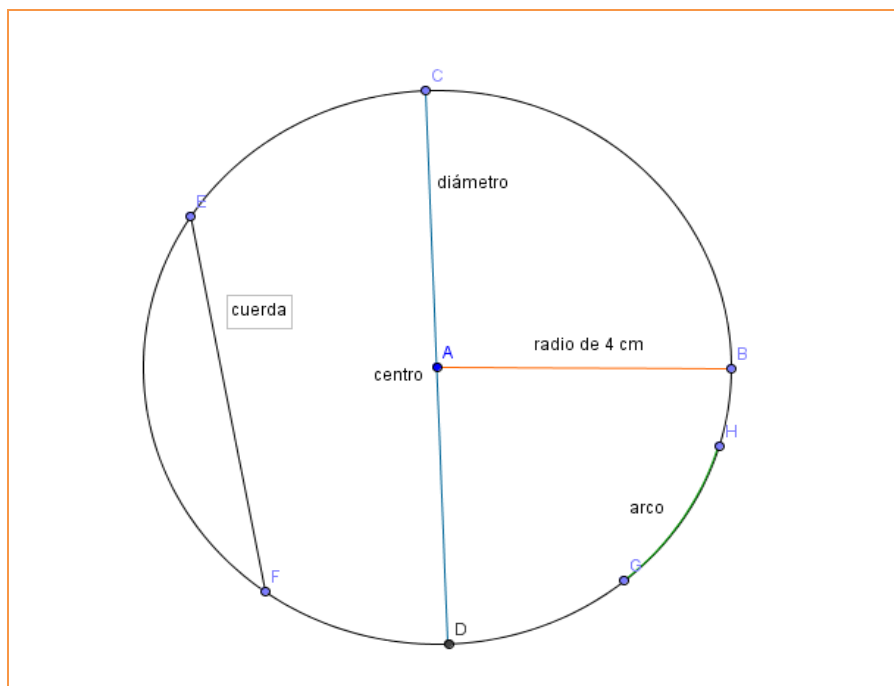
RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DEL EJERCICIO e):



ACTIVIDADES DE APOYO:

- 1- Construye una recta, una semirrecta y un segmento.
- 2- Construye un triángulo, un cuadrado, un paralelogramo dados 3 puntos, un hexágono regular y otro irregular.
- 3- Construye una circunferencia de radio 4cm y señala todos sus elementos (una cuerda, el centro, un diámetro, un radio y un arco).**
- 4- Construye una circunferencia de radio 4 cm. Calcula el área del círculo y la longitud de la circunferencia y comprueba los resultados mediante geogebra.
- 5- Dibuja una circunferencia, y señala un punto interior, exterior y perteneciente a ella.

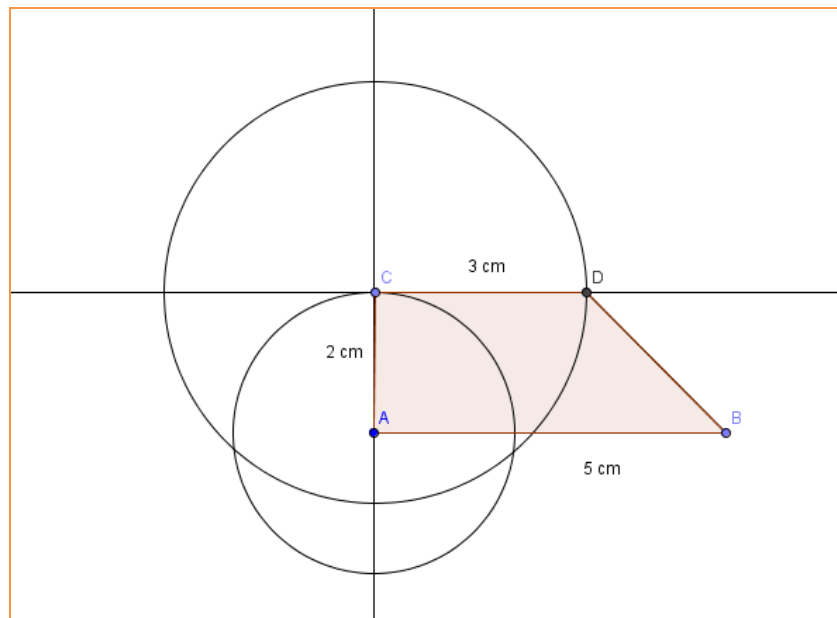
RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DEL EJERCICIO 3:



ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN:

- 1- Prueba la falsedad de la siguiente afirmación: dos triángulos que tienen sus tres ángulos iguales, son iguales. Utiliza ejemplos (construidos mediante Geogebra) para refutar esta afirmación.
- 2- Construye un rombo conocidas sus diagonales (6 y 8 cm) y halla su perímetro. Comprueba que el resultado coincide con el dibujo que has hecho con geogebra.
- 3- Dibuja un trapecio rectángulo cuyas bases sean de 3 y 5 cm, y tenga una altura de 2 cm.**
- 4- Dibuja una circunferencia cualquiera y traza un ángulo recto inscrito en dicha circunferencia. Traza también una recta tangente a esta circunferencia.
- 5- Construye un triángulo equilátero de lado 5cm.
- 6- Construye un cuadrado a partir de dos vértices opuestos.

RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DEL EJERCICIO 3:



3.2.2. GEOPLANO

Se trata de un recurso didáctico para la geometría muy útil e interesante. Fue creado por Caleb Gatten (Peralta, 2005). Su elección se ha debido fundamentalmente a que permite practicar el cálculo de áreas y perímetros de una manera muy gráfica (más incluso que Geogebra), es más novedoso y no sigue la misma temática que los otros tipos de software mencionados.

Hay numerosas versiones. La más famosa es el tablero de madera cuadrado, que se cuadrícula mediante clavos que sobresalen unos 2cm.

Pero la versión que va a resultar de más utilidad, sobre todo para practicar el cálculo de perímetros y áreas de polígonos regulares e irregulares (aspecto que no se ha practicado mucho con el programa Geogebra), es una versión interactiva gratuita que se puede encontrar por internet (Proyecto Gauss, 2012).

Esta aplicación consiste en una cuadrícula formada por pequeños puntos, los cuales distan entre sí 1 cm. Aquí podemos ver una pequeña imagen:

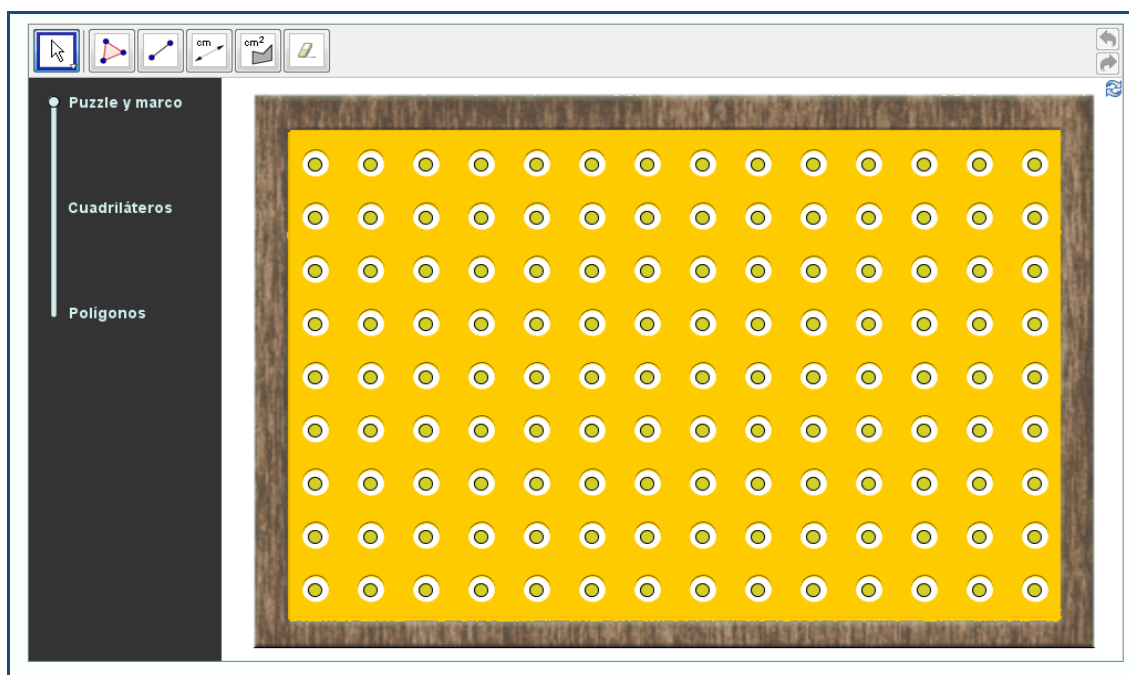


Figura 5. Hoja de trabajo de Geoplano. (Geoplano, Proyecto Gauss)

La utilidad de este programa radica en que permite dibujar diferentes tipos de polígonos. Y como la distancia entre cada punto (horizontal y verticalmente) es 1 cm, se puede calcular el área y el perímetro contando puntos, mediante intuición y/o utilizando la fórmula correspondiente para cada polígono, además de poner en práctica Pitágoras en algún caso.

Además, los resultados se pueden comprobar mediante estas herramientas:



Figura 6. Herramienta para calcular áreas. (Geoplano, Proyecto Gauss)



Figura 7. Herramienta para calcular perímetros y longitudes. (Geoplano, Proyecto Gauss)

Para la inserción de este programa en el aula, la metodología a seguir sería similar (o incluso la misma) que con el programa Geogebra.

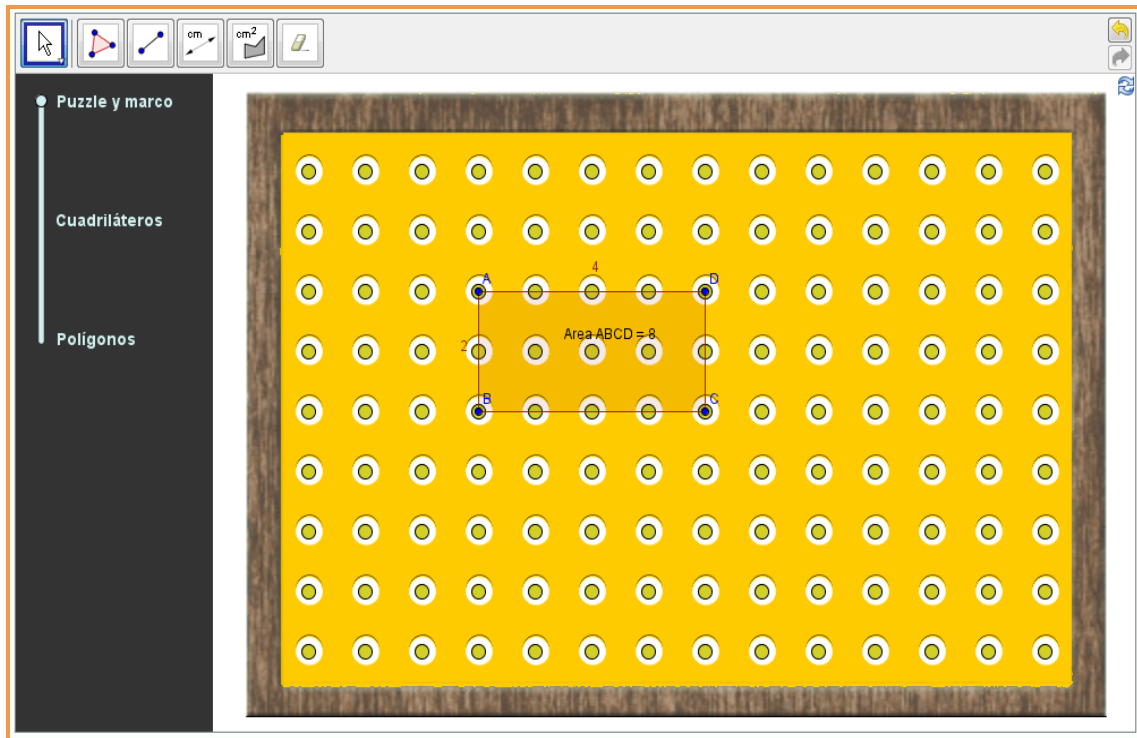
Y tal y como se ha hecho con el otro programa, se han pensado una serie de ejercicios a realizar, de los cuales se realizan tres –uno de cada nivel- para que sirvan de ejemplo y modelo (se destacan en negrita los que se van a resolver). En este caso, están más relacionados con los perímetros y áreas de polígonos –regulares e irregulares-. Se clasifican también en esos tres niveles:

ACTIVIDADES NIVEL MEDIO

Dibuja con la ayuda de Geoplano las siguientes figuras:

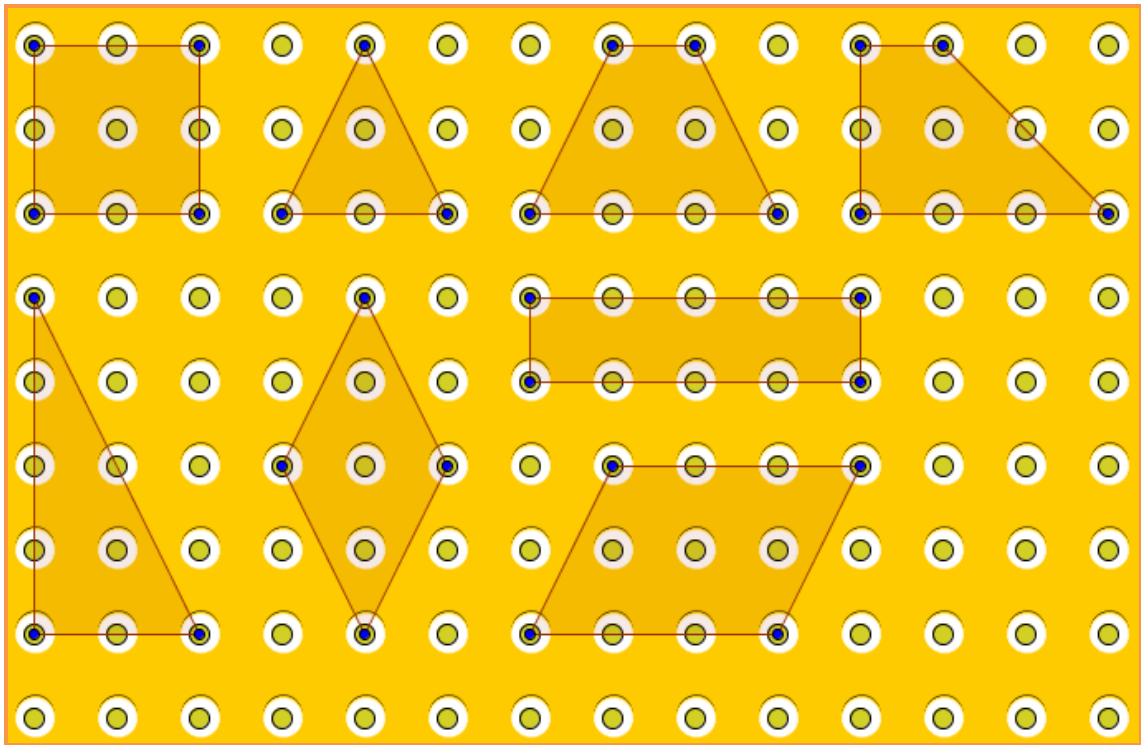
- a) Un triángulo isósceles de 10cm^2 de área.
- b) Un triángulo rectángulo de 8cm^2 de área.**
- c) Un rectángulo y un cuadrado de 16cm^2 de área.
- d) Un rombo de 15cm^2 de área.
- e) Un romboide de 9cm^2 de área.
- f) Un trapecio isósceles de 20cm^2 de área.
- g) Un rectángulo y un cuadrado de 20cm de perímetro.

RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOPLANO DEL EJERCICIO b):



ACTIVIDADES DE APOYO:

- Construye un triángulo isósceles cuyo lado desigual mida 3 cm.
- Construye y calcula el área y el perímetro de un cuadrado de 4 cm de lado.
- Construye y calcula el área y el perímetro de un rectángulo cuyos lados midan 4 y 6 cm.
- Construye un polígono convexo de ocho lados.
- Construye un polígono cóncavo de diez lados.
- Construye un trapecio isósceles cuyos lados iguales midan 5 cm.
- Construye un rombo de perímetro 25 cm.
- Identifica los polígonos que aparecen a continuación y halla su área y su perímetro:**



RESOLUCIÓN DEL ROMBO DEL EJERCICIO f):

Área del rombo:

$$A = (D \times d) / 2$$

$$A = (4 \times 2) / 2 = 4 \text{ cm}^2$$

Perímetro del rombo:

$$P = 4 \times L$$

$$L = (2^2 + 4^2)^{(1/2)} \text{ (Teorema de Pitágoras)}$$

$$L = 2,24 \text{ cm}$$

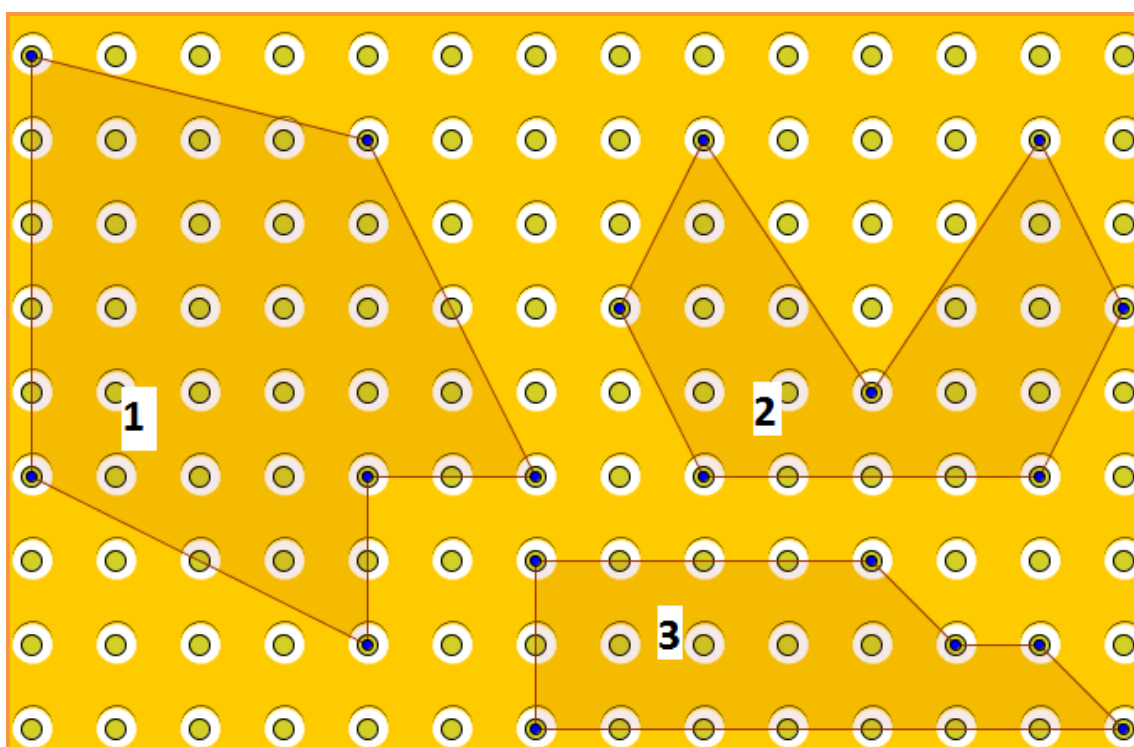
$$P = 8,96 \text{ cm}$$

ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN:

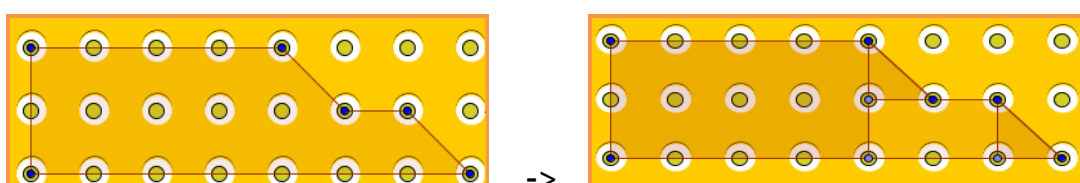
- Construye un polígono de más de 7 lados cuyo perímetro sea de 20 cm.
- Construye un polígono cuya área sea 35 m².
- Construye un polígono de más de 5 lados cuya área sea 16 cm².

d) Construye un polígono de 14 lados cuyo perímetro mida 40 cm.

e) **Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras compuestas:**



RESOLUCIÓN DE LA FIGURA 3 DEL EJERCICIO e):



Área= área rectángulo grande + área rectángulo pequeño + 2*área triángulo

Área= $8 + 2 + 1 = 11 \text{ cm}^2$

Perímetro= $2 + 4 + 7 + 1 + 1,41 + 1,41 = 16,82 \text{ cm}$

Todas estas actividades, se pueden realizar tanto de forma individual como colectiva. Es decir, se pueden realizar en grupos de 2 ó 3 personas, de manera que los estudiantes se ayuden entre sí y colaboren y aprendan a superar las dificultades juntos. En caso de no acabar la tarea en clase, se les encomendará ésta para casa. Si la forma de realizarlas que se ha escogido es en grupo, ellos mismos elegirán el modo de acabarla (quedar en un lugar –colegio, casa particular, etc.-, realizarla online, cada uno una parte, etc.)

3.3. TIPOS DE SOFTWARE DE ENTRETENIMIENTO

Como ya se ha mencionado con anterioridad, las matemáticas (en especial la geometría) están relacionadas con la habilidad viso-espacial. Por tanto, la finalidad de introducir tipos de software de entretenimiento (juegos) es para que los estudiantes desarrollen la lógica, la inteligencia y la imaginación de una manera lúdica.

Los juegos que por antonomasia permiten desarrollar habilidades espaciales y matemáticas son los puzles (Sánchez, 2012). Por lo tanto, se han buscado soluciones (tipos de software de entretenimiento) que pertenezcan a la categoría de los puzles y que resulten atractivos al alumno.

Además de pertenecer a la categoría de puzles, los juegos que se han buscado debían cumplir otro requisito, que pertenecieran a lo que se conoce con el nombre de Casual Games (videojuegos esporádicos) (Parreño, 2010). Estos juegos además de desarrollar las habilidades que se buscan, son perfectos para descansar del trabajo o para relajarse un poco, pero haciéndolo de una forma entretenida y didáctica.

Los juegos que se proponen dentro de estos puzles y Casual Games son Diamonds (diamantes) y Tetris. Se explica su funcionamiento a continuación:

3.3.1. DIAMONDS

Es un juego de puzzle, que consiste en juntar tres o más gemas iguales, de manera que al hacerlo, éstas desaparecen y se van acumulando puntos. Se posee un tiempo limitado.



Figura 7. Ejemplo de puzzle diamonds (Producciones Lo Nunca Visto, S.L.U. , 2006).

3.3.2. TETRIS

Es un videojuego inventado por el ruso Alexey Pajitnov (Konstantopoulos, Perantonis, Karkaletsis y Spyropoulos, 2010).

El Tetris es un juego que consiste en que van apareciendo aleatoriamente desde arriba diversas figuras geométricas formadas por cuatro cuadrados de idéntico tamaño. Dándoles la rotación que se prefiera (0° , 90° , 180° , 270°), el jugador debe colocarlas en la parte inferior. Si se completa una línea de forma horizontal, ésta desaparece. A medida que va avanzando el juego la velocidad con la que caen las fichas va aumentando. El juego finaliza cuando las fichas llegan a la parte superior.

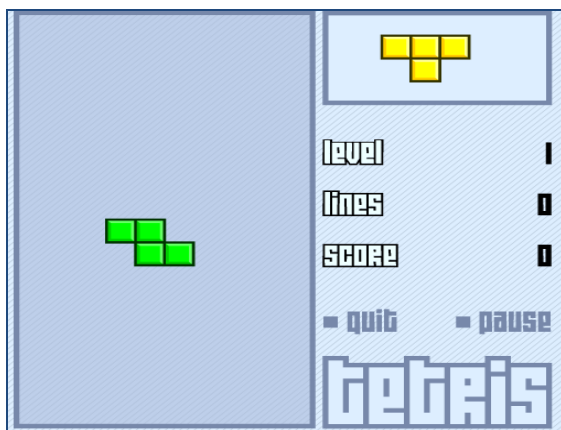


Figura 8. Ejemplo de juego de Tetris (Mendoza, s.f.)

4. CONCLUSIONES

El objetivo general del presente trabajo era proponer soluciones para mejorar las dificultades que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO. Para lograrlo ha sido necesario conocer los problemas y las dificultades existentes en una clase de dicho curso. Todo esto se ha conseguido mediante una encuesta (*ver anexo*). Después de realizar este estudio, se han analizado los resultados obtenidos y se ha buscado información tanto en libros como en internet para que se creara una sólida base teórica. Gracias a ello se encontraron numerosas propuestas, entre las que se escogieron dos tipos de software de cálculo –Geogebra y Geoplano- y dos de entretenimiento –Diamonds y Tetris- como posibles propuestas para lograr este objetivo.

Análisis del grado de consecución de cada uno de los objetivos secundarios:

- 1) *Conocer el bloque de contenidos de la parte de geometría en 1º de la ESO:* Este objetivo se ha conseguido satisfactoriamente, gracias a uno de los apartados de la fundamentación teórica y a la realización de las encuestas.
- 2) *Conocer los problemas existentes:* Este objetivo se ha conseguido pero de forma limitada (tan sólo se conocen los problemas de la clase encuestada), ya que estos resultados no se pueden extrapolar a todos los demás alumnos de 1º de la ESO.
- 3) *Investigar las dificultades:* Nuevamente ocurre lo mismo que en el objetivo anterior. Se ha logrado, pero limitado a la clase investigada.
- 4) *Conocer el funcionamiento de los programas, técnicas o juegos que se propongan para mejorar esas dificultades:* Este objetivo se ha llevado a cabo de forma práctica y con excelentes resultados.
- 5) *Proponer nuevas actividades que se resuelvan con estos programas:* Este objetivo también se ha conseguido llevar a cabo. Se han propuesto actividades de todos los niveles –medio, apoyo y ampliación- y variadas, además de adecuadas al programa que tienen que emplear en su resolución.

Como aspectos reseñables del trabajo, hay que mencionar en primer lugar las TIC. Durante todo el trabajo se ha estado tratando la importancia de las nuevas tecnologías y de las ventajas de su incorporación a la educación. Dentro de las TIC, en este caso, se han utilizado dos tipos de software de cálculo, didácticos, libres y relacionados con las

matemáticas, y dos tipos de software de entretenimiento, relacionados con los puzles, que permiten desarrollar la inteligencia, la lógica y la imaginación de los estudiantes.

Otro aspecto a destacar de este trabajo, es que ha servido para darse cuenta de que los alumnos tienen bastantes problemas con las matemáticas en 1º de la ESO, especialmente con el álgebra y la geometría (como ya afirmaban muchos estudios y expertos).

Además, este trabajo, se presenta como una forma de introducir estos programas informáticos en la enseñanza y ver las grandes posibilidades educativas que contienen.

En conclusión, la intención de este trabajo ha sido minimizar los problemas de los alumnos con la geometría en 1º de la ESO, y de paso innovar la metodología y motivar el aprendizaje de los alumnos gracias al uso de las TIC.

5. LINEAS DE TRABAJO FUTURAS

El trabajo realizado puede servir como base para otros trabajos: para la investigación de dificultades en procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría en otros cursos de la ESO y Bachillerato; y también para las dificultades que aparecen en otros bloques “peligrosos”, como puede ser el álgebra.

Además de todas las propuestas que se acaban de mencionar, se proponen las siguientes líneas de trabajo futuras:

1. Valorar la calidad de las soluciones y actividades del presente trabajo en el aula:

Se pensó la forma de estructurar las sesiones, la manera de introducir y utilizar los diferentes tipos de software -de cálculo y de entretenimiento- en el aula. Pero lamentablemente, en el curso actual resulta imposible comprobarlo, en el grupo encuestado o, en general, en cualquier curso de 1º de la ESO, pues el bloque de la geometría está ya explicado y examinado en todos los centros. Por lo tanto la **primera línea de trabajo** que se propone consiste en la inserción de estos programas en las explicaciones y actividades en el aula, y la comprobación de si minimizan esas dificultades.

2. Investigar cómo se estudia la Geometría durante la ESO en Finlandia:

Finlandia actualmente es el país europeo número 1 de Educación (Marten, 2010). Es algo que conviene tener muy presente. Por ello, sería conveniente investigar la metodología que siguen o utilizan –en este caso en la enseñanza-aprendizaje de la geometría-.

3. Utilización del Tangram para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO:

El Tangram se trata de un rompecabezas originario de China. Está compuesto por siete piezas. Al unir las de diferentes formas se pueden formar infinitas figuras. Este juego permite desarrollar la lógica, la inteligencia y la imaginación (Lee, 2006). Por lo tanto, influye también en la habilidad viso-espacial, destreza fundamental relacionada con las matemáticas y su comprensión.

4. Utilización de la papiroflexia para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO:

La papiroflexia u origami consiste en plegar papel para conseguir formas y figuras de todo tipo. Origami es la palabra japonesa para referirse a la papiroflexia. La antigüedad de la papiroflexia se remonta incluso antes de Cristo (Harbin, 2005). El trabajo consistiría en comprobar si la precisión en el plegado, además de las figuras geométricas perfectas que hay que formar, sirven para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO.

6. BIBLIOGRAFÍA

6.1 BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- Abraira Fernández, C. (2007). *Nuevas tecnologías para la educación matemática: una asignatura pendiente*. Recuperado el 25 de mayo de 2013. Disponible en: http://www.educ.ar/recursos/ver?rec_id=90920.
- Barallobres, G. (2000). *Algunos elementos de la didáctica del álgebra*. Recuperado el 15 de mayo de 2013.
- De Paz Santana, Y. (2013). *Tema 1: La matemática griega*. Material no publicado. Recuperado el 26 de mayo de 2013, de: http://mes.unir.net/cursos/mes_per12_mat_hc/uploads/bibliografia/05122012_190340HCD_T1_P12.pdf
- Estrada González, A.E. (2003). *Edutainment: Estrategia Innovadora para una Educación para el Tiempo Libre*. Material no publicado. Recuperado el 4 de junio de 2013, de: <http://www.buenastareas.com/ensayos/Edutainment/1906421.html>
- Gutiérrez Rodríguez, A. (2006). *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría*. Recuperado el 20 de mayo de 2013. Disponible en: http://www.altascapacidades.org/uploads/6/3/7/5/6375624/ensenanza_aprendizaje_geometria.pdf
- Harbin, R. (2005). *Cómo aprender papiroflexia: Origami*. Ediciones Ceac: Barcelona.
- International GeoGebra Institute. (2013). Geogebra. Recuperado el 28 de junio de 2013 de: <http://www.geogebra.org/cms/es/>
- Konstantopoulos, S., Perantonis, S., Karkaletsis, V. y Spyropoulos, C. (2010). *Advances in Artificial Intelligence: Theories, Models, and Applications*. Atenas: Springer.
- Lee, R. (2006). *Tangram*. Sirio.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, *de Educación*. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo de 2006. Recuperado el 10 de mayo de 2013. Disponible en: <http://www.educaragon.org/files/LOEBOE.pdf>

- Marten, P. (2010). *thisisFINLAND*. Recuperado el 28 de Junio de 2013 de:
<http://finland.fi/Public/default.aspx?contentid=207817&nodeid=41807&culture=es-ES>
- Martí Parreño, J. (2010). *MARKETING Y VIDEOJUEGOS*. Madrid: ESIC.
- Mendoza, J.L. (sin fecha). *Juego Tetris online gratis*. Recuperado el 20 de julio de 2013 de: <http://www.onlinegratis.tv/juegos/juego-3886-tetris-online-gratis.html>
- Montoya, E (2008). *El razonamiento en matemáticas según Balacheff*. Recuperado el 25 de mayo de 2013. Disponible en:
http://ima.ucv.cl/bibliotecadm/biblioteca/investigacion/espaciomatematico/prduccion/Razonamiento_de_validacion.pdf
- Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, *de aprobación del currículo de la Educación Primaria*. Boletín Oficial de Aragón, de 1 de junio de 2007. Recuperado el 23 de junio de 2013. Disponible en:
<http://benasque.aragob.es:443/cgi-bin/BRSCGI?CMD=VEROBJ&MLKOB=201254402121>
- Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, *de aprobación del currículo de la Educación Secundaria Obligatoria*. Boletín Oficial de Aragón, de 1 de junio de 2007. Recuperado el 23 de Junio de 2013. Disponible en:
<http://benasque.aragob.es:443/cgi-bin/BRSCGI?CMD=VEROBJ&MLKOB=201255412828>
- Peralta, J. (2005). Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática (p. 66). Huerga y Fierro Editores. Recuperado de:
<http://books.google.es/books?id=VrYFiZyTXVUC&pg=PA66&dq=geoplano+Gattegno&hl=es&sa=X&ei=LXOwUf6VH8uv7AaHsYC4Dw&ved=oCDwQ6AEwAg#v=onepage&q=geoplano%20Gattegno&f=false>
- Perez Sanz, A. (Sin fecha). *Catálogo de software matemáticos*. Recuperado de:
<http://platea.pntic.mec.es/aperez4/catalogo/Catalogo-software.htm>
- Producciones Lo Nunca Visto, S.L.U. *Diamonds*. Recuperado el 20 de Julio de 2013 de: <http://www.juegosagogo.com/puzzle/juego/2983-diamonds>

- Proyecto Gauss (2012). *Áreas en el geoplano*. Recuperado el 19 de julio de 2013 de:
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/materiales_didacticos.htm
- Real Decreto 806/2006, de 30 de junio, *de calendario de aplicación de la nueva ordenación del sistema educativo*. Boletín Oficial del Estado, 167, de 14 de julio de 2006. Recuperado el 10 de mayo de 2013. Disponible en:
<http://www.educaragon.org/files/RD%20806%202006%2030%20de%20junio%20calendario%20aplicacion%20LOE.pdf>
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, *de las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. Boletín Oficial del Estado, 5, de 5 de enero de 2007. Recuperado el 10 de mayo de 2013. Disponible en:
<http://www.educaragon.org/files/RD%201631-06%20Ense%C3%B1anzas%20m%C3%ADnimas%20ESO.pdf>
- Rojano, T. (2003). *Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias de en escuelas secundarias públicas en México*. Recuperado el 20 de mayo de 2013. Disponible en: <http://www.rieoei.org/rie33a07.htm>
- Sanchez, S. (2012). Los beneficios de hacer puzles. *Sanamente*. Recuperado de:
<http://sanamente.com/los-beneficios-de-hacer-puzzles/>
- Villarroel, R. (Sin fecha). *Tipos de geometría*. Recuperado de:
<http://es.scribd.com/doc/63251770/Tipos-de-geometria>

6.2 BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

- Area, M. (2002). La integración escolar de las nuevas tecnologías entre el deseo y la realidad. *Organización y gestión educativa*. Madrid.
- Bishop, A. (1980). Spatial abilities and mathematics achievement. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.
- Camargo Uribe, L. (2011). *El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría*. Recuperado el 20 de mayo de 2013. Disponible en: [http://www.pedagogica.edu.co/admin/UserFiles/3\(1\).pdf](http://www.pedagogica.edu.co/admin/UserFiles/3(1).pdf)
- Crook, C. (1994). *Computers and the collaborative experience of learning*. Londres.
- García, A., Martínez, A. y Miñano, R. (1995). *Nuevas Tecnologías y Enseñanza de las Matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- García Hoz, V. y Pérez Juste, R. (1984). *La investigación del profesor en el aula*. Madrid: Escuela Española.
- Grupo Edebé. (2012). *Matemáticas 1eso*. Ed. Edebé
- Ursini, S., Sanchez, G., Orendain, M. y Butto, C. (2004). El uso de la tecnología en el aula de matemáticas: diferencias de género desde la perspectiva de los docentes. *Enseñanza de las ciencias*, 22(3), 409-424.

7. ANEXO

Encuesta:

1- ¿Con qué áreas de las matemáticas has tenido problemas durante el curso?

(respuesta múltiple)

- a) Números: números naturales y divisibilidad, números enteros, potencias y raíces, números fraccionarios y decimales, proporcionalidad, porcentajes...
- b) Álgebra: expresiones algebraicas, operaciones con expresiones algebraicas ecuaciones, resolución de ecuaciones, medidas, etc.
- c) Funciones y gráficas
- d) Geometría: rectas, ángulos, polígonos, construcción, áreas, perímetros, círculo y circunferencia, etc.
- e) Ninguna

2- Señala el o los temas que más dificultades te han presentado del bloque de la geometría:

(respuesta múltiple)

- a) Rectas y ángulos: elementos básicos de la geometría, clasificación, medida de ángulos, operaciones con ángulos.
- b) Polígonos: descripción, elementos, construcción, clasificación y propiedades. Cálculo de perímetros y áreas de polígonos.
- c) El triángulo: Descripción, elementos, construcción, clasificación y propiedades. Construcción de bisectrices y mediatrices. Teorema de Pitágoras.
- d) Circunferencia y círculo: Descripción, elementos, construcción y propiedades. Arco de circunferencia. Ángulo inscrito y ángulo central: relaciones. Sector y segmento circular. Cálculo de longitudes y áreas.
- e) Ninguno

3- ¿Habías tenido algún problema para entender las matemáticas en cursos anteriores?

- a) Siempre
- b) Muchas veces
- c) Alguna vez
- d) Casi nunca
- e) Nunca

- 4- ¿Con cuántas asignaturas tienes problemas o has tenido a lo largo del curso (sin contar las matemáticas)?
- a) Más de 3
 - b) Tres
 - c) Dos
 - d) Una
 - e) Ninguna
- 5- ¿Has utilizado alguna vez algún software (programa) relacionado con las matemáticas?:
- a) Sí
 - b) No
 - c) ¿Cuál?.....
- 6- ¿Te resultó difícil aprender cómo funcionaba ese/esos programa/s?
- a) Sí
 - b) No
 - c) No sabe/No contesta
- 7- ¿Tienes en casa ordenador?:
- a) Sí
 - b) No
- 8- ¿Utilizas programas o juegos de ordenador con un cierto nivel de dificultad en casa?:
- a) Sí
 - b) Sí, pero son básicos
 - c) No