



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades

Máster Universitario en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

**Ecuaciones y sistemas de ecuaciones
mediante aprendizaje cooperativo, aula
invertida y gamificación. Programación
para Matemáticas A de 4º de Educación
Secundaria**

Trabajo fin de estudio presentado por:	Ainhoa Rodríguez Valencia
Tipo de trabajo:	Programación didáctica
Especialidad:	Matemáticas
Director:	Pedro José Sanjurjo Pérez
Fecha:	03/06/2026

Resumen

El presente Trabajo de Fin de Máster tiene como objetivo principal diseñar, dentro del contexto de una programación anual, una situación de aprendizaje para trabajar el álgebra en Matemáticas A de 4º de Educación Secundaria Obligatoria utilizando aprendizaje cooperativo, aula invertida y gamificación. Para alcanzarlo, se ha realizado una revisión bibliográfica de literatura científica reciente y se ha aplicado el marco legislativo vigente en la Comunidad Autónoma de Euskadi, que es una concreción de la normativa estatal. Como resultado, se presenta una situación de aprendizaje de nueve sesiones centrada en ecuaciones y sistemas de ecuaciones, contextualizada en una programación anual de carácter competencial y motivador. Se concluye que adoptar un enfoque constructivista, emplear metodologías activas y contextualizar los saberes son aspectos esenciales para alcanzar aprendizajes significativos. Asimismo, convertir al alumno en protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje y entender la repercusión de la dimensión socioafectiva resultan determinantes para lograr el desarrollo integral del alumnado.

Palabras clave: matemáticas, álgebra, aprendizaje cooperativo, aula invertida, gamificación

Abstract

The main objective of this final thesis is to design, within the context of an annual programming, a learning situation for operating algebra in Mathematics A of 4th grade of Compulsory Secondary-School Education using cooperative learning, inverted classroom and gamification. To achieve this, a bibliographic review of recent scientific literature has been carried out and the current legislative framework of the Basque Autonomous Community has been applied. This legislative framework is a regional concretion of the Spanish state regulation. As a result, in the present work a learning situation of nine sessions focused on equations and systems of equations is presented, contextualized in a competence based annual program of a motivating character. It is concluded that adopting a constructivist approach, employing active methodologies and contextualizing knowledge are essential aspects to achieve meaningful learning. Likewise, turning the student into the main character in the teaching-learning process and understanding the impact of the socioaffective dimension are crucial for achieving comprehensive student development.

Keywords: mathematics, algebra, cooperative learning, inverted classroom, gamification

Índice de contenidos

1.	Introducción	8
1.1.	Justificación y planteamiento del problema	8
1.2.	Objetivos.....	10
1.2.1.	Objetivo general	10
1.2.2.	Objetivos específicos	10
2.	Programación didáctica.....	11
2.1.	Presentación de la Programación didáctica	11
2.2.	Contextualización	12
2.2.1.	Características del centro	12
2.2.2.	Contexto de la asignatura.....	13
2.2.3.	Características del grupo de estudiantes	13
2.3.	Elementos curriculares	14
2.3.1.	Objetivos.....	14
2.3.2.	Competencias	16
2.3.3.	Saberes básicos.....	18
2.3.4.	Criterios de evaluación	19
2.3.5.	Elementos transversales.....	21
2.4.	Metodología	22
2.5.	Organización de los espacios de aprendizaje	25
2.6.	Distribución del tiempo	26
2.7.	Selección y organización de los recursos y materiales.....	30
2.8.	Atención a la diversidad	32
2.9.	Evaluación.....	33
2.10.	Situación de aprendizaje/ unidad de trabajo	35

2.11.	Evaluación de la Programación didáctica	46
3.	Conclusiones.....	47
4.	Limitaciones y prospectiva	49
	Referencias bibliográficas.....	50
Anexo A.	Presentación de apoyo visual para las sesiones.....	54
Anexo B.	Pasaporte de puntos.....	66
Anexo C.	Cuaderno de trabajo del alumnado	67
Anexo D.	Informe escape room	83
Anexo E.	Tarjetas resumen para la atención a la diversidad (ACNEAE por TDAH)	85
Anexo F.	Instrumentos de evaluación	90
Anexo G.	Cuestionarios de evaluación de la práctica docente	97

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Objetivos de etapa trabajados en la situación de aprendizaje.</i>	14
Tabla 2. <i>Relación objetivos de etapa y objetivos didácticos de la situación de aprendizaje.</i>	15
Tabla 3. <i>Competencias específicas trabajadas en la situación de aprendizaje.</i>	17
Tabla 4. <i>Relación competencias específicas y competencias clave a través de los descriptores operativos.</i>	18
Tabla 5. <i>Saberes básicos trabajados en la situación de aprendizaje.</i>	19
Tabla 6. <i>Relación competencias específicas, criterios de evaluación asociados y descriptores operativos de las competencias clave de la situación de aprendizaje.</i>	19
Tabla 7. <i>Relación entre los elementos del currículo de la situación de aprendizaje.</i>	21
Tabla 8. <i>Resumen anual de unidades didácticas y situaciones de aprendizaje por trimestres.</i>	26
Tabla 9. <i>Secuenciación y temporalización de la programación didáctica.</i>	26
Tabla 10. <i>Diagrama de Gantt de la situación de aprendizaje.</i>	28
Tabla 11. <i>Cronograma de la situación de aprendizaje.</i>	29
Tabla 12. <i>Técnicas, evidencias e instrumentos de evaluación de la situación de aprendizaje.</i>	34
Tabla 13. <i>Sesión 1.</i>	36
Tabla 14. <i>Sesión 2.</i>	37
Tabla 15. <i>Sesión 3.</i>	38
Tabla 16. <i>Sesión 4.</i>	39
Tabla 17. <i>Sesión 5.</i>	41
Tabla 18. <i>Sesión 6.</i>	42
Tabla 19. <i>Sesión 7.</i>	43
Tabla 20. <i>Sesión 8.</i>	44
Tabla 21. <i>Sesión 9.</i>	45

Tabla 22. <i>Matriz DAFO de la situación de aprendizaje.</i>	46
--	----

1. Introducción

El presente Trabajo de Fin de Máster consiste en el diseño, en el contexto de una programación anual, de una situación de aprendizaje para trabajar el álgebra en la materia de Matemáticas A de 4º de Educación Secundaria Obligatoria, combinando el aprendizaje cooperativo, el modelo de aula invertida y la gamificación.

Esta propuesta nace de la necesidad de adaptar la práctica docente a la realidad de la sociedad contemporánea. La fase actual de la historia, a la que Bauman (2008) denomina modernidad líquida, se caracteriza por el cambio constante y la incertidumbre, donde las estructuras sociales y el conocimiento han dejado de ser duraderos e inmutables. En este escenario, la educación no debe limitarse a un enfoque empirista de transmisión unidireccional y memorística de saberes. Por el contrario, resulta imperativo optar por un paradigma constructivista que sitúe al alumnado en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje, promoviendo su desarrollo integral, la adquisición de competencias clave y el logro de aprendizajes significativos que les permitan afrontar los retos de la vida cotidiana.

1.1. Justificación y planteamiento del problema

La elección de esta propuesta y de las metodologías empleadas es consecuencia de factores académicos, psicológicos y sociales que condicionan actualmente la enseñanza de las matemáticas en esta etapa educativa.

En primer lugar, la necesidad de esta programación se fundamenta en los indicadores de rendimiento académico internacional recogidos por el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Investigaciones científicas realizadas sobre la muestra española en su versión más reciente, PISA 2022, subrayan que la competencia matemática está estrechamente ligada a factores socioafectivos; en concreto, se señalan la ansiedad matemática y la baja autoeficacia como predictores relevantes en el rendimiento académico de los estudiantes (Ortega-Rodríguez, 2025). Esta importancia de la dimensión afectiva en el aprendizaje de las matemáticas justifica el empleo de metodologías activas que transformen

el aula en un entorno motivador donde el error sea concebido como una oportunidad de mejora en lugar de ser penalizado.

En segundo lugar, se observa una problemática específica en el aprendizaje del álgebra. Los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria suelen presentar dificultades en el paso de la aritmética al álgebra y en la adquisición del sentido estructural; en particular, como señala Díaz (2024), son comunes los errores en la resolución de ecuaciones. Con la intención de superar esta dificultad, en la propuesta se opta por utilizar problemas contextualizados, bajo la premisa de que es fundamental integrar el conocimiento matemático con la vida cotidiana y el entorno del alumnado (Navarro Sierra, 2025).

En tercer lugar, la eficacia de esta programación reside en su capacidad para adaptarse a la etapa vital del alumnado de 4º de ESO. Los cambios físicos, cognitivos, sociales, morales y de personalidad propios de la adolescencia condicionan e influyen directamente en el rendimiento académico de los discentes. Por un lado, según la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget (1970), en este periodo se consolidan las operaciones formales y se desarrolla la capacidad hipotético-deductiva, esenciales para poder afrontar el nivel de abstracción que requiere el álgebra. Por otro lado, de acuerdo con la teoría interaccionista de Vygotsky (1993), el aprendizaje se produce primero a nivel social para después interiorizarse en el individuo; por ello, el aprendizaje cooperativo resulta idóneo para convertir la interacción social en el motor del conocimiento matemático (Gavilán Bouzas, 2009).

En definitiva, ante la brecha existente entre las prácticas docentes que siguen un enfoque empirista y las demandas de un alumnado que requiere motivación, contextualización y protagonismo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la presente programación didáctica pretende aportar una propuesta competencial que permita a los discentes percibir el álgebra como una herramienta útil y necesaria para comprender su realidad.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Diseñar, dentro del contexto de una programación anual, una situación de aprendizaje para trabajar el álgebra en Matemáticas A de 4º de Educación Secundaria Obligatoria utilizando aprendizaje cooperativo, aula invertida y gamificación.

1.2.2. Objetivos específicos

- Diseñar actividades para la enseñanza de álgebra en 4º de ESO movilizando saberes básicos y desarrollando competencias según la legislación vigente.
- Analizar metodologías activas como aprendizaje cooperativo, aula invertida y gamificación para fundamentar su aplicación en el aula de matemáticas.
- Elaborar instrumentos de evaluación que permitan determinar el nivel de logro de los aprendizajes del alumnado.
- Realizar una autoevaluación de la programación propuesta y de la labor docente para identificar fortalezas y posibles áreas de mejora.

2. Programación didáctica

2.1. Presentación de la Programación didáctica

La programación anual de la materia de Matemáticas A de 4º de Educación Secundaria Obligatoria tiene como finalidad principal proporcionar al alumnado las herramientas necesarias para interpretar y resolver situaciones de la vida cotidiana, fomentando el razonamiento lógico y la toma de decisiones informadas. La omnipresencia de las matemáticas las convierte en fundamentales para el desarrollo personal, social, académico y profesional de los individuos, adquiriendo una gran importancia en el desarrollo de las competencias clave recogidas en el perfil de salida.

Programar no debe ser una tarea meramente administrativa, sino un ejercicio de reflexión que permita transformar las intenciones educativas generales en propuestas didácticas concretas. Bajo esta premisa, la labor docente es fundamental para diseñar programaciones estructuradas, flexibles y revisables, que garanticen la equidad y permitan atender a la diversidad del aula, ajustándose a las necesidades detectadas en cada grupo.

Aunque el presente trabajo se enmarca en el contexto de una programación anual, se centra en el diseño detallado de una única situación de aprendizaje enfocada en las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones. En ella se integran metodologías activas como el aprendizaje cooperativo, el aula invertida y la gamificación, con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La legislación de referencia en la que se fundamenta la presente programación es la siguiente:

- Legislación estatal (España):
 - Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
 - Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
 - Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.

- **Legislación autonómica (Comunidad Autónoma de Euskadi):**
 - Decreto 77/2023, de 30 de mayo, de establecimiento del currículo de Educación Básica e implantación en la Comunidad Autónoma de Euskadi.
 - Corrección de errores del Decreto 77/2023, de 30 de mayo, de establecimiento del currículo de la Educación Básica e implantación en la Comunidad Autónoma de Euskadi.
 - Orden de 22 de enero de 2024, del Consejero de Educación, por la que se regula la evaluación en Educación Infantil y la evaluación, la promoción y la titulación, en su caso, en Educación Básica y en Bachillerato.

2.2. Contextualización

La presente programación didáctica se ha diseñado teniendo en cuenta las características del centro, así como la naturaleza de la asignatura y las particularidades del grupo de estudiantes al que va dirigida.

2.2.1. Características del centro

El centro, de titularidad pública, está ubicado en un barrio residencial de Vitoria-Gasteiz altamente dotado de servicios públicos y educativos, donde destacan infraestructuras de relevancia autonómica.

El alumnado procede de familias con un nivel educativo alto y perfil socioeconómico medio, contando con dispositivos, conexión a internet y competencias digitales en todos los hogares.

En el instituto se imparten los niveles de Educación Secundaria Obligatoria y los Bachilleratos de Ciencias y Tecnología y de Humanidades y Ciencias Sociales. El modelo lingüístico es el D, con el euskera como lengua vehicular para la enseñanza, integrando además el inglés mediante una experiencia plurilingüe.

A nivel organizativo, el centro cuenta con órganos de gobierno (equipo directivo, claustro de profesores y Consejo Escolar) que apuestan por la innovación pedagógica y el uso de las TIC.

En el edificio donde se concentra la actividad docente, todas las aulas cuentan con conexión a internet estable y combinan pizarra digital con tradicional. Para el aprendizaje especializado, el centro dispone de laboratorio, sala de plástica y aula de informática completamente

equipadas. El recinto se complementa con instalaciones exteriores y anexas, como el polideportivo, el gimnasio y la sala de música.

Tanto alumnado como profesorado disponen de un ordenador portátil cedido por el instituto y vinculado a la red wifi escolar. La plataforma Alexia es clave para la gestión y comunicación con las familias.

2.2.2. Contexto de la asignatura

Esta programación se diseña para la materia de Matemáticas A de 4º de ESO, adscrita al Departamento de Matemáticas. Según el Decreto 77/2023, esta disciplina es fundamental en la adquisición de las competencias clave del perfil de salida, resultando indispensable para el desarrollo integral del alumnado. En particular, las Matemáticas A tienen un enfoque funcional, haciendo énfasis en la resolución de problemas, la investigación y el análisis matemático de situaciones cotidianas.

2.2.3. Características del grupo de estudiantes

El grupo destinatario está compuesto por 20 alumnos (11 chicas y 9 chicos) de 4º de ESO. Se trata de una clase ruidosa, pero con un clima de aula positivo y relaciones interpersonales cordiales. A nivel académico, es un grupo heterogéneo: mientras que una parte del alumnado muestra una predisposición favorable hacia las matemáticas, otra fracción considera la asignatura abstracta y difícil, lo que deriva en momentos de desconexión. Para transformar el ruido en participación y captar la atención de todo el grupo, la programación apuesta por metodologías activas, teniendo en cuenta esa heterogeneidad en la formación de los equipos de trabajo. Además, se aprovecha el entusiasmo que genera el viaje de fin de curso y otros intereses comunes del alumnado (como los deportes, los videojuegos o la música) como elementos motivadores para la contextualización de actividades.

En este contexto de diversidad, cabe destacar la presencia de una alumna con necesidades específicas de apoyo educativo (ACNEAE) por trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH). Esta discente muestra dificultades para mantener la atención sostenida y una tendencia a la impulsividad. La programación se adapta, además de a las necesidades de todo el grupo-clase, a las particularidades de esta adolescente. El uso del aula invertida le permite gestionar sus propios ritmos de aprendizaje, mientras que la propuesta

de actividades lúdicas y cooperativas canaliza su necesidad de inmediatez, favoreciendo su inclusión y éxito académico.

2.3. Elementos curriculares

En esta programación anual se trabajan todos los elementos del currículo de Matemáticas A de 4º de ESO establecidos en la normativa vigente de la Comunidad Autónoma de Euskadi, velando por el cumplimiento de la misma y garantizando la alineación y consistencia entre los diferentes elementos curriculares.

A continuación, se detallan los objetivos, las competencias clave y específicas, los saberes básicos, los criterios de evaluación y los elementos transversales, tanto de la programación anual como de la situación de aprendizaje desarrollada.

2.3.1. Objetivos

2.3.1.1. Objetivos de etapa

La materia de Matemáticas A de 4º de ESO se centra en la resolución de problemas, la investigación y el análisis matemático de situaciones de la vida cotidiana. Por ello, a lo largo de la programación anual se contribuye de manera directa a la consecución de los objetivos de etapa b, e, f, g, h, m y n de entre los establecidos en el [Decreto 77/2023](#).

En concreto, en la Tabla 1 se muestran los objetivos de etapa que se trabajan especialmente en la situación de aprendizaje desarrollada en esta memoria.

Tabla 1. *Objetivos de etapa trabajados en la situación de aprendizaje.*

Objetivos de etapa
OE b. Desarrollar y consolidar hábitos de autorregulación, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
OE f. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en diferentes disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar y resolver los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

OE g. Desarrollar la confianza en sí mismos, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y el espíritu emprendedor la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

OE h. Comprender y expresarse con corrección, tanto oral como por escrito, en lengua vasca y en lengua castellana, siendo capaz de elaborar textos y mensajes complejos.

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 77/2023, de 30 de mayo.

2.3.1.2. Objetivos didácticos

A continuación, se detallan los objetivos didácticos de la situación de aprendizaje desarrollada:

- **OD1.** Resolver ecuaciones de primer y segundo grado.
- **OD2.** Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2×2 y 3×3) y no lineales utilizando diversos métodos de resolución.
- **OD3.** Traducir situaciones de la vida cotidiana a lenguaje algebraico para la resolución de problemas contextualizados.
- **OD4.** Analizar las conexiones existentes entre el número de soluciones de ecuaciones de segundo grado y sistemas de ecuaciones, y sus respectivas representaciones gráficas.
- **OD5.** Comunicar razonamientos, procedimientos y resultados utilizando el lenguaje y la notación matemática adecuados.
- **OD6.** Colaborar en el trabajo cooperativo, participando activamente y respetando al resto de miembros del grupo.

En la Tabla 2 se establece la relación entre los objetivos de etapa y los objetivos didácticos trabajados durante la situación de aprendizaje desarrollada.

Tabla 2. Relación objetivos de etapa y objetivos didácticos de la situación de aprendizaje.

Objetivos de etapa	Objetivos didácticos					
	OD1	OD2	OD3	OD4	OD5	OD6
OE b					X	X
OE f	X	X	X	X		
OE g			X			X
OE h			X		X	

Fuente: Elaboración propia.

2.3.1.3. Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)

La presente programación didáctica integra de manera transversal diversos Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), contribuyendo especialmente a los siguientes:

- **ODS 3.** Salud y bienestar.
- **ODS 4.** Educación de calidad.
- **ODS 5.** Igualdad de género.
- **ODS 10.** Reducción de las desigualdades.
- **ODS 12.** Producción y consumo responsables.

Estos se trabajan mediante la contextualización de problemas y proyectos propuestos durante el curso, fomentando el análisis crítico de la realidad socioeconómica y promoviendo hábitos sostenibles.

Específicamente, la situación de aprendizaje desarrollada favorece el ODS 4. Educación de calidad, al apostar por metodologías inclusivas y competenciales que garantizan un aprendizaje adaptado a las necesidades individuales del alumnado.

2.3.2. Competencias

2.3.2.1. Competencias clave

En la presente programación anual se trabajan todas las competencias clave recogidas en el [Decreto 77/2023](#).

En particular, la situación de aprendizaje desarrollada contribuye al perfil de salida del alumnado trabajando especialmente las siguientes competencias clave:

- **Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM).** Se desarrolla mediante la contextualización en situaciones cotidianas de problemas relativos a ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Para ello, el alumnado requerirá desplegar sus conocimientos algebraicos y trabajar su razonamiento, aprovechando múltiples beneficios de las herramientas TIC.

- **Competencia en comunicación lingüística (CCL).** Se fomenta a través de la comprensión de enunciados contextualizados y su traducción al lenguaje algebraico. Además, el trabajo cooperativo y las exposiciones refuerzan la capacidad de expresar razonamientos utilizando rigurosamente la terminología y la notación matemáticas.
- **Competencia personal, social y de aprender a aprender (CPSAA).** Se moviliza mediante las metodologías de aprendizaje cooperativo y gamificación empleadas, tanto en el trabajo autónomo como en el grupal, fomentando la resiliencia del alumnado, la gestión de su propio proceso de aprendizaje, la colaboración con los pares y la autoevaluación de su progreso.

2.3.2.2. Competencias específicas

En la presente programación anual se trabajan las diez competencias específicas de la materia de Matemáticas en la ESO recogidas en el [Decreto 77/2023](#).

En concreto, en la Tabla 3 se detallan las competencias específicas trabajadas en la situación de aprendizaje desarrollada, explicando brevemente cómo se hace.

Tabla 3. *Competencias específicas trabajadas en la situación de aprendizaje.*

Competencia específica	Cómo se trabaja
CE1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener soluciones posibles.	Se trabaja mediante la resolución de problemas contextualizados, comprendiendo la información disponible, reflexionando sobre ella y siendo capaz de traducirla al lenguaje algebraico.
CE5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos, interconectando conceptos y procedimientos, para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado.	Se promueve al establecer conexiones entre el sentido algebraico (ecuaciones y sistemas de ecuaciones) y el espacial (representación gráfica), logrando una visión integrada de la materia.
CE8. Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.	Se desarrolla mediante la exposición oral y escrita de las estrategias de resolución empleadas, requiriendo el uso de terminología y notación matemática adecuada.
CE9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante	Se fomenta a través de la gestión de la frustración y la perseverancia, integrando la aceptación del error como una oportunidad de mejora al alentar la corrección de fallos en el cuaderno de trabajo.

situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.	
CE10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y grupal y crear relaciones saludables.	Se despliega al valorar y respetar las aportaciones propias y del resto del grupo, especialmente durante las dinámicas cooperativas.

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 77/2023, de 30 de mayo.

En la Tabla 4 se muestra la relación entre las competencias específicas y los descriptores operativos de las competencias clave.

Tabla 4. *Relación competencias específicas y competencias clave a través de los descriptores operativos.*

		Competencias clave																																		
		CCL					CP			STEM						CD					CPSAA					CC				CE			CCEC			
		Descriptores operativos de las competencias clave																																		
		CCL1	CCL2	CCL3	CCL4	CCL5	CP1	CP2	CP3	STEM1	STEM2	STEM3	STEM4	STEM5	STEM6	CD1	CD2	CD3	CD4	CD5	CPSAA1	CPSAA2	CPSAA3	CPSAA4	CPSAA5	CC1	CC2	CC3	CC4	CE1	CE2	CE3	CCEC1	CCEC2	CCEC3	CCEC4
Competencias específicas	CE1																																			
	CE2																																			
	CE3																																			
	CE4																																			
	CE5																																			
	CE6																																			
	CE7																																			
	CE8																																			
	CE9																																			
	CE10																																			

Nota. CCL = Competencia en comunicación lingüística; CP = Competencia plurilingüe; STEM = Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería; CD = Competencia digital; CPSAA = Competencia personal, social y de aprender a aprender; CC = Competencia ciudadana; CE = Competencia emprendedora; CCEC = Competencia en conciencia y expresión culturales.

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 77/2023, de 30 de mayo.

2.3.3. Saberes básicos

A lo largo del curso se trabajan todos los saberes básicos de la materia de Matemáticas A de 4º de ESO recogidos en el [Decreto 77/2023](#).

En particular, en la Tabla 5 se detallan los saberes básicos trabajados en la situación de aprendizaje desarrollada.

Tabla 5. Saberes básicos trabajados en la situación de aprendizaje.

Bloque	Apartado	Saber básico
D. Sentido algebraico y pensamiento computacional	Modelo matemático.	D1. Problemas de la vida cotidiana apoyándose en representaciones matemáticas y en el lenguaje algebraico, haciendo uso de distintos tipos de funciones elementales.
	Variable.	D2. Diferentes usos de las variables (incógnita, número generalizado, relación funcional...), asociando la expresión simbólica al contexto del problema.
		D3. Representación gráfica de relaciones lineales y cuadráticas interpretando sus características.
	Igualdad y desigualdad.	D4. Soluciones en ecuaciones lineales y cuadráticas en situaciones de la vida cotidiana.
		D5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones: interpretación y resolución.
	Relaciones y funciones.	D6. Aplicación de la forma de representación más adecuada (enunciado, tabla, gráfica o fórmula) en la resolución de problemas de la vida cotidiana.
F. Sentido socioafectivo	Creencias, actitudes y emociones.	F1. Gestión de las emociones que intervienen en el aprendizaje como la autoconciencia, la autorregulación y la perseverancia.
	Trabajo en equipo y toma de decisiones.	F2. Asunción de responsabilidades y participación activa optimizando el trabajo en equipo.

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 77/2023, de 30 de mayo.

2.3.4. Criterios de evaluación

A lo largo de la programación didáctica, se utilizan los veintiséis criterios de evaluación asociados a las diez competencias específicas de la materia de Matemáticas A en la ESO recogidos en el [Decreto 77/2023](#).

En concreto, para evaluar al alumnado en la situación de aprendizaje desarrollada se emplean los criterios de evaluación detallados en la Tabla 6, asociados a las competencias específicas seleccionadas.

Tabla 6. Relación competencias específicas, criterios de evaluación asociados y descriptores operativos de las competencias clave de la situación de aprendizaje.

Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptor operativos
CE1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener soluciones posibles.	CEV1.1. Reformular de forma verbal y/o gráfica, problemas matemáticos interpretando los datos, las relaciones entre ellos y las preguntas planteadas.	STEM1 · STEM2 STEM3 · STEM4 CD2 CPSAA5 CE3 CCEC4
	CEV1.4. Obtener todas las soluciones matemáticas de un problema movilizand los conocimientos necesarios, reflexionando y evaluando el proceso seguido.	
CE5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos, interconectando conceptos y procedimientos, para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado.	CEV5.1. Conectar los conocimientos y experiencias matemáticas entre sí formando un todo coherente.	STEM1 CD2 · CD3 CCEC1
CE8. Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.	CEV8.1. Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, describiendo, explicando y justificando los razonamientos, procedimientos y conclusiones.	CCL1 · CCL3 CP1 STEM2 · STEM4 CD2 · CD3 CE3 CCEC3
CE9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.	CEV9.3. Aceptar los errores reconociendo en ellos una oportunidad de mejora y una posibilidad de abordar nuevos retos de forma creativa.	STEM5 CPSAA1 · CPSAA4 CPSAA5 CE2 · CE3
CE10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y grupal y crear relaciones saludables.	CEV10.1. Colaborar activamente y construir relaciones trabajando en equipos heterogéneos, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa, y tomando decisiones y juicios informados, en entornos tanto presenciales como en línea.	CCL5 CP3 STEM3 CPSAA1 · CPSAA3 CC2 · CC3

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 77/2023, de 30 de mayo.

Finalmente, con el objetivo de garantizar la coherencia entre los elementos del currículo involucrados en la situación de aprendizaje desarrollada, en la Tabla 7 se presenta la relación entre ellos.

Tabla 7. Relación entre los elementos del currículo de la situación de aprendizaje.

Objetivos de etapa	Competencias específicas	Criterios de evaluación	Saberes básicos	Competencias clave
OE b OE f OE g OE h	CE1	CEV1.1 · CEV1.4	D1 · D2 · D4 · D5	STEM · CD · CPSAA CE · CCEC
	CE5	CEV5.1	D3 · D5 · D6	STEM · CD · CCEC
	CE8	CEV8.1	D2 · D4 · D5	CCL · CP · STEM · CD CE · CCEC
	CE9	CEV9.3	F1	STEM · CPSAA · CE
	CE10	CEV10.1	F2	CCL · CP · STEM CPSAA · CC

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 77/2023, de 30 de mayo.

2.3.5. Elementos transversales

Los elementos transversales son contenidos que no son propios de ninguna materia específica, sino que deben estar presentes en todas ellas. De entre los elementos transversales, en la situación de aprendizaje desarrollada se integran principalmente los siguientes:

- **Comprensión lectora.** Se trabaja de manera intrínseca al plantear problemas contextualizados de los que hay que extraer la información necesaria para traducirla al lenguaje algebraico y poder resolverlos.
- **Expresión oral y escrita.** Se fomenta a través de la explicación de las estrategias empleadas, los razonamientos realizados y los resultados obtenidos, exigiendo el uso de notación y lenguaje matemático.
- **Educación emocional y en valores.** Se moviliza al emplear el aprendizaje cooperativo, promoviendo el respeto mutuo, la escucha activa y la autogestión.

2.4. Metodología

La presente programación anual sigue un enfoque constructivista. En contraposición con el modelo empirista (basado en la transmisión unidireccional de contenidos, donde el alumnado aprende únicamente lo que el profesor explica, penalizando el error y fomentando el aprendizaje memorístico), esta propuesta se apoya en los conocimientos previos del alumnado para introducir nuevos saberes, concibiendo el error como una herramienta didáctica y convirtiendo a los discentes en protagonistas de su propio proceso de aprendizaje. Con este enfoque, siguiendo las teorías de Piaget, Ausubel y Vygotsky, entre otros, se busca lograr un aprendizaje profundo y significativo en el alumnado, para que estos sean capaces de transferir lo aprendido en el aula a su día a día.

Este paradigma constructivista se alinea con los principios pedagógicos de la normativa vigente, que ponen el foco en la adquisición de las competencias clave previstas en el perfil de salida, la inclusión educativa y la atención personalizada. Como señalan Gómez Jiménez y Rodríguez Torres (2025), nuestro actual modelo educativo se basa en el modelo constructivista, “orientando el proceso de enseñanza y aprendizaje hacia un modelo inclusivo, flexible y adaptado a la realidad del alumnado” (p. 1), buscando un aprendizaje significativo que promueva la autonomía y la reflexión del alumnado, integrando elementos transversales (como la comprensión lectora, la competencia digital y el espíritu científico), y la flexibilización metodológica.

Teniendo todo esto en cuenta, a lo largo del curso se opta por metodologías activas que sitúen al alumnado en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje, seleccionando la más idónea en función del bloque de contenidos a trabajar. Así, mientras que en el bloque de álgebra se opta por aprendizaje cooperativo para favorecer el aprendizaje social, en otros bloques como geometría o estadística se prefiere el aprendizaje basado en proyectos (ABP) para potenciar la autonomía y la transferencia a contextos cotidianos. Además, las metodologías mencionadas se combinan con otras como el aula invertida y la gamificación.

En la situación de aprendizaje desarrollada, se combinan diferentes metodologías activas (aprendizaje cooperativo, aula invertida y gamificación), en línea con la legislación vigente, permitiendo optimizar la gestión del tiempo y atender a la diversidad.

Principalmente, se opta por el aprendizaje cooperativo, debido a que es la estrategia óptima para facilitar la transición al pensamiento abstracto en el bloque de álgebra. Según Johnson et al. (1999), “el aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás” (p. 5), siendo esencial la interdependencia positiva, entendiendo que el éxito de cada alumno solo se alcanza si se produce el grupal. En este escenario, el docente adquiere una función de guía fundamental, apoyando al alumnado y supervisando el trabajo realizado.

El aprendizaje cooperativo transforma el papel del alumnado, sustituyendo la actitud pasiva por una implicación directa y activa en su propio proceso de aprendizaje. De esta manera, además de conseguir aprendizajes significativos en los discentes, se fomentan habilidades transversales esenciales como la autonomía, la autorregulación, el liderazgo y el respeto mutuo (Medina Bustamante, 2021). Asimismo, el uso de esta metodología reporta beneficios tanto en el rendimiento académico como en las habilidades sociales y emocionales de los alumnos, reduciendo la ansiedad e incrementando la motivación intrínseca de estos (Abalo Paladines y Jaramillo Serrano, 2024).

En concreto, se emplean las siguientes estructuras o técnicas de Kagan en los grupos cooperativos:

- **Lápices al centro.** Los miembros del equipo debaten y reflexionan, de forma exclusivamente oral, sobre la tarea propuesta. Una vez consensuada la estrategia, cada alumno la resuelve de manera individual, aplicando lo comentado en la fase grupal.
- **1-4.** En esta variante de la técnica 1-2-4, cada integrante resuelve de forma autónoma la tarea para, posteriormente, realizar una puesta en común grupal, comparando los resultados obtenidos, resolviendo las posibles dudas surgidas y consensuando la respuesta final.

- **Rompecabezas.** Cada miembro del grupo se especializa en una parte de un tema, para poder después explicársela a sus compañeros de grupo; y, de esta manera, conseguir que todos los integrantes conozcan y comprendan el tema completo.
- **Cabezas numeradas.** Se asigna un número del 1 al 4 a cada miembro del grupo cooperativo. Tras resolver una tarea en equipo, se selecciona un número al azar para que el integrante correspondiente la explique y la resuelva en la pizarra para el grupo-clase.

Complementariamente, se integra el modelo de aula invertida, en el que los estudiantes adelantan fuera del horario lectivo, con material facilitado por el docente, los contenidos teóricos que se trabajarán en clase, con el objetivo de optimizar el tiempo de las sesiones. De esta manera, se fomenta la autonomía del alumnado, además de atender a la diversidad y de respetar los diversos ritmos de aprendizaje.

Para la visualización de vídeos, se utiliza la herramienta Edpuzzle, recurso que ha demostrado ser eficaz para mejorar las calificaciones en matemáticas de los discentes que aprovechan estos materiales, reportando además una elevada satisfacción (Jiménez Hernández et al., 2023).

Trabajar la parte teórica autónomamente permite disponer de más tiempo en clase para la resolución de ejercicios y problemas contextualizados, la aclaración de dudas y la atención personalizada. Así, esta metodología genera un impacto favorable en la motivación y el rendimiento académico, reforzando la percepción positiva tanto de estudiantes como de docentes (Rodríguez-Jiménez et al., 2025). En esta misma línea, el modelo de aula invertida mejora diversos indicadores académicos, como la asistencia, el aprendizaje, el rendimiento, la motivación, la organización y la autorregulación, logrando que el alumnado se sienta satisfecho con esta metodología innovadora (Peinado Rocamora et al., 2019).

Finalmente, cabe destacar la integración de la gamificación, combinada con el aprendizaje cooperativo, para dinamizar determinadas tareas de la situación de aprendizaje desarrollada. Esta metodología, consistente en aplicar elementos lúdicos en el ámbito educativo, resulta efectiva para generar ambientes motivadores y favorecer el rendimiento académico,

particularmente entre un alumnado que ha crecido en un entorno digital (Vásquez González, 2021).

Por un lado, la gamificación se aplica en las fases de entrenamiento dedicadas a la resolución de ejercicios mecánicos. Para evitar que estas resulten tediosas, se emplea la plataforma Baamboozle, convirtiendo el repaso de ecuaciones de primer y segundo grado en una actividad lúdica. Según Sepúlveda Peñaranda y Mayoral Hínestroza (2025), estas dinámicas promueven la motivación intrínseca e inciden positivamente en la calidad del aprendizaje y en las habilidades sociales del alumnado, resultando en una mayor participación.

Por otro lado, la gamificación también se emplea en la sesión final, consistente en un escape room diseñado con la herramienta Genially. La decisión de terminar la situación de aprendizaje con esta tarea se debe al impacto positivo de la gamificación en el rendimiento académico, en tanto las actividades se diseñen adecuadamente y el docente supervise la práctica en el aula (Holguín García et al., 2020). De este modo, la gamificación refuerza la cohesión grupal y favorece el aprendizaje significativo.

2.5. Organización de los espacios de aprendizaje

Durante el curso, la asignatura se desarrolla principalmente en el aula ordinaria, configurada para favorecer el uso de las TIC al contar con pizarra digital (además de la tradicional), conexión a internet estable y disponer, tanto el profesorado como el alumnado, de ordenadores portátiles. El mobiliario flexible permite adaptar el aula a las necesidades metodológicas de cada momento. Además, se utilizan ocasionalmente el aula de informática y el recinto exterior del centro, para actividades puntuales o de toma de datos en contextos reales.

La situación de aprendizaje se desarrolla íntegramente en el aula ordinaria, con el mobiliario dispuesto en grupos de cuatro, atendiendo a dos factores: por un lado, de manera que todos los miembros de cada grupo puedan verse y comunicarse correctamente, imperativo para el éxito de las técnicas de aprendizaje cooperativo propuestas; y, por otro lado, garantizando una visibilidad óptima de ambas pizarras (digital y tradicional), para un correcto seguimiento tanto de las explicaciones docentes como de las correcciones.

Esta organización pretende facilitar el aprendizaje activo del alumnado y promover un clima de aula inclusivo donde, a través de la distribución en grupos de cuatro, se aumente la eficacia del trabajo cooperativo (facilitando la interdependencia positiva, la responsabilidad individual, la participación equitativa y la interacción simultánea). Además, esta disposición actúa como una medida de atención a la diversidad que, gracias al apoyo entre iguales y al papel de guía del docente, permite respetar los diferentes ritmos de aprendizaje y ofrecer una atención personalizada.

2.6. Distribución del tiempo

La situación de aprendizaje desarrollada se centra en el estudio de ecuaciones de primer y segundo grado, así como de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales. Se integra en el segundo trimestre del curso, dedicado al sentido algebraico, tras trabajar los polinomios y antes de introducir las inecuaciones. Esta elección temporal busca que, en el momento de implementar la propuesta, las dinámicas cooperativas estén consolidadas entre el alumnado, para garantizar la cohesión y colaboración en los grupos cooperativos.

Para facilitar la comprensión de la estructura anual, en la Tabla 8 se resumen las unidades didácticas y el número de situaciones de aprendizaje que conforman cada trimestre del curso.

Tabla 8. *Resumen anual de unidades didácticas y situaciones de aprendizaje por trimestres.*

Trimestre 1			Trimestre 2			Trimestre 3		
UD 1	UD 2	UD 3	UD 4	UD 5	UD 6	UD 7	UD 8	UD 9
2 SA	1 SA	1 SA	1 SA	2 SA	1 SA	2 SA	1 SA	2 SA

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 9 se muestra la secuenciación y temporalización anual, diseñada para cubrir las 140 sesiones distribuidas en 4 sesiones semanales del curso completo, de acuerdo con la normativa vigente.

Tabla 9. *Secuenciación y temporalización de la programación didáctica.*

Trim	UD	Sentido	Ses. UD	SA	Saberes básicos	Ses. SA
1	UD1. Números reales.	A. Numérico	20	SA1.1. ¡A por el oro olímpico!	Números reales, intervalos y aproximación.	6
				SA1.2. ¿Puedo ser viral?	Operaciones con potencias y radicales.	6
	UD2. Proporcionalidad y porcentajes.	A. Numérico	12	SA2.1. Videojuegos y escalas.	Proporcionalidad directa, inversa y escalas.	6
	UD3. Educación financiera.	A. Numérico	7	SA3.1. Mi primer contrato.	Interés simple y compuesto.	4
	Otros (repaso, evaluación...)		8			
Total sesiones trimestre 1:			47			
2	UD4. Polinomios.	D. Algebraico	9	SA4.1. ¿Qué hay detrás de Ruffini?	Polinomios e identidades notables. Operaciones con polinomios. Factorización.	9
	UD5. Ecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones.	D. Algebraico	17	SA5.1. El viaje de fin de curso.	Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.	9
				SA5.2. Presupuesto límite.	Inecuaciones y sistemas de inecuaciones.	4
	UD6. Funciones.	B. Medida D. Algebraico	14	SA6.1. La música de Rosalía.	Funciones elementales. Pendiente y Tasa de Variación Media.	5
	Otros (repaso, evaluación...)		6			
Total sesiones trimestre 2:			46			
3	UD7. Geometría.	B. Medida C. Espacial	18	SA7.1. Diseñando un parque.	Semejanza, áreas y volúmenes.	5

				SA7.2. El arte en movimiento.	Movimientos y transformaciones en el plano.	5
	UD8. Estadística.	E. Estocástico	12	SA8.1. ¿Esto es un bulo?	Estadística bidimensional, parámetros y regresión.	6
	UD9. Probabilidad.	A. Numérico E. Estocástico	12	SA9.1. El reto del azar.	Regla de Laplace y experimentos compuestos.	5
				SA9.2. ¿Es seguro apostar?	Tablas de contingencia y diagramas de árbol.	4
	Otros (repaso, evaluación...)		5			
Total sesiones trimestre 3:			47			
Total sesiones:			140			

Nota. Trim = Trimestre; UD = Unidad Didáctica; Ses. UD = Número de sesiones de la Unidad Didáctica; SA = Situación de Aprendizaje; Ses. SA = Número de sesiones de la Situación de Aprendizaje.

Fuente: Elaboración propia.

En particular, para la situación de aprendizaje desarrollada en esta memoria (SA5.1. El viaje de fin de curso), la Tabla 10 presenta la distribución temporal de las tareas mediante un diagrama de Gantt, mientras que la Tabla 11 muestra un cronograma que detalla la organización de cada una de las sesiones.

Tabla 10. *Diagrama de Gantt de la situación de aprendizaje.*

		Sesión								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ecuaciones de primer grado										
Sistemas lineales	2 ecuaciones con 2 incógnitas									
	3 ecuaciones con 3 incógnitas									
Ecuaciones de segundo grado										
Sistemas de ecuaciones no lineales										

Evaluación sumativa									
----------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 11. *Cronograma de la situación de aprendizaje.*

Sesión	Organización de las sesiones
1	Ecuaciones de primer grado. ❖ Durante la clase: ▪ Introducción. ▪ Lluvia de ideas. ▪ Puntos para el pasaporte con Baamboozle (I).
2	Sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (I). ❖ Antes de la clase: ▪ Visualización de vídeo en Edpuzzle. ❖ Durante la clase: ▪ El reto del desayuno (I). ▪ Practicando con sistemas 2x2.
3	Sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (II). ❖ Durante la clase: ▪ Introducción. ▪ Dilemas (I). ▪ Cierre.
4	Sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. ❖ Antes de la clase: ▪ Visualización de vídeo en Edpuzzle. ❖ Durante la clase: ▪ El reto del desayuno (II). ▪ Practicando con sistemas 3x3. ▪ Dilemas (II).
5	Ecuaciones de segundo grado (I). ❖ Durante la clase: ▪ Introducción. ▪ Lluvia de ideas. ▪ Puntos para el pasaporte con Baamboozle (II). ▪ Cierre.
6	Ecuaciones de segundo grado (II). ❖ Durante la clase: ▪ Lluvia de ideas. ▪ Explicación docente. ▪ Practicando con parábolas.
7	Sistemas de ecuaciones no lineales (I). ❖ Antes de la clase:

	▪ Visualización de vídeo en Edpuzzle. ❖ Durante la clase: ▪ Explicación docente. ▪ Practicando con sistemas no lineales. ▪ Explicación docente.
8	Sistemas de ecuaciones no lineales (II). ❖ Durante la clase: ▪ Introducción. ▪ Dilemas (III). ▪ Cierre.
9	Escape room, autoevaluación y coevaluación. ❖ Durante la clase: ▪ Introducción. ▪ Escape room “Perdidos en el museo”. ▪ Autoevaluación y coevaluación.

Fuente: Elaboración propia.

2.7. Selección y organización de los recursos y materiales

Los recursos necesarios para la programación anual son los siguientes:

- **Recursos espaciales.** Aula ordinaria equipada con mobiliario flexible que permite adaptarse a las necesidades de cada momento. Puntualmente, aula de informática para tareas de investigación y recinto exterior del centro para recolectar datos en contextos reales.
- **Recursos humanos.** Además del profesor y el alumnado, se cuenta con la colaboración del departamento de orientación para garantizar que las actividades y los materiales sean inclusivos y atiendan a la diversidad del grupo.
- **Recursos materiales y tecnológicos.** Libro de texto como guía, complementado con los cuadernos de trabajo proporcionados por el profesor al alumnado en cada situación de aprendizaje. Cuadros resumen o presentaciones en PowerPoint para apoyar las explicaciones docentes. Tarjetas con resúmenes para la alumna ACNEAE con TDAH. Calculadora científica. Cronómetro para la gestión eficaz del tiempo en las técnicas de aprendizaje cooperativo. Pizarra digital y tradicional. Ordenadores portátiles. Vídeos (de creación propia o de YouTube, tras una curación de contenidos) y la herramienta Edpuzzle para el aula invertida. Herramientas como Baamboozle o Genially para la gamificación. Software GeoGebra.

En particular, los recursos necesarios para la situación de aprendizaje desarrollada son los siguientes:

- Aula ordinaria equipada con mobiliario dispuesto en grupos de cuatro para el trabajo cooperativo y pizarras digital y tradicional.
- Cronómetro para la gestión del tiempo en las actividades.
- Vídeos editados en Edpuzzle, tras realizar una curación de contenidos existentes en YouTube (Los Profes De Ciencias, 2023; Matemáticas con Juan, 2020, 2022a, 2022b, 2022c; Sanpamates, 2017), insertando preguntas para garantizar la visualización de estos, para el aula invertida. Así, se fomenta la autonomía de los estudiantes y se dispone de más tiempo destinado a ejercicios, problemas y resolución de dudas en el aula.
- Presentación de apoyo visual para las sesiones (ver [Anexo A](#)), creada en PowerPoint, que se proyecta en la pizarra digital.
- Pasaporte de puntos (ver [Anexo B](#)), en el que cada grupo cooperativo acumula los puntos obtenidos en las diferentes actividades de la situación de aprendizaje.
- Cuaderno de trabajo del alumnado (ver [Anexo C](#)), diseñado por el profesor, que incluye las actividades realizadas durante la situación de aprendizaje. Las imágenes que aparecen han sido generadas por inteligencia artificial (Google, 2026) y algunos ejercicios se han seleccionado de la web Apuntes Marea Verde (Hernández, s.f.). Todos los problemas son de elaboración propia.
- Plataforma online Baamboozle para gamificar los ejercicios de ecuaciones, tanto de primer como de segundo grado.
- Herramienta Genially para el escape room grupal de la sesión final. Además, informe escape room (ver [Anexo D](#)), a rellenar por los alumnos durante la realización de esta.
- Tarjetas resumen para la atención a la diversidad (ver [Anexo E](#)), concretamente para la alumna con necesidades específicas de apoyo educativo (ACNEAE) por trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH).

La selección de recursos responde a los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), ofreciendo múltiples formas de representación, acción y expresión, y fomentando la

implicación mediante recursos tecnológicos y gamificados. Todo ello contribuye a transformar el aula en un entorno de aprendizaje activo.

2.8. Atención a la diversidad

En la presente programación anual, la atención a la diversidad constituye un eje central para asegurar la equidad e inclusión, como establece la legislación vigente. El objetivo es garantizar que todo el alumnado acceda a un aprendizaje de calidad y significativo, independientemente de sus características individuales. Para ello, resulta imperativo implementar los tres principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA):

- Proporcionar múltiples formas de representación (el “qué” del aprendizaje). Se presenta la información de maneras diversas, combinando explicaciones orales, cuadros resumen y recursos multimedia.
- Proporcionar múltiples formas de acción y expresión (el “cómo” del aprendizaje). Se plantean actividades variadas que permiten al alumnado demostrar su progreso a través de producciones escritas, presentaciones orales y lluvias de ideas.
- Proporcionar múltiples formas de compromiso (el “porqué” del aprendizaje). Se utilizan metodologías activas y se contextualizan las actividades en temas de interés para el alumnado, favoreciendo su motivación e implicación en las tareas.

La apuesta por metodologías activas y por una evaluación diversificada permite individualizar la enseñanza, teniendo en cuenta la heterogeneidad del aula y los diferentes ritmos, intereses, necesidades y niveles del alumnado, fomentando el desarrollo de habilidades sociales y personales además del éxito académico. La creación de grupos de trabajo heterogéneos pretende garantizar el progreso en el aprendizaje de todos los discentes, vigilando que los miembros de cada equipo se ayuden entre sí. Asimismo, se cuenta con la colaboración y el asesoramiento del departamento de orientación, realizando un seguimiento continuo y efectuando los ajustes pertinentes al detectar nuevas necesidades.

La alumna con necesidades específicas de apoyo educativo (ACNEAE) por trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH) presenta dificultades en la atención sostenida y en la gestión de la impulsividad. Para garantizar su inclusión y éxito académico, se aplican diversas

medidas que permiten su plena integración en el grupo-clase mientras recibe la atención personalizada que requiere. En primer lugar, se opta por ubicarla cerca de la pizarra, para captar su atención durante las explicaciones docentes y la corrección de tareas. Además, se le permite libertad de movimiento como estrategia de autorregulación, para favorecer su capacidad de concentración y atención. En segundo lugar, se le proporcionan tarjetas resumen (ver [Anexo E](#)) a modo de apoyo para facilitar la resolución de ejercicios y problemas. Finalmente, la diversidad metodológica seleccionada resulta determinante: el modelo de aula invertida le permite gestionar su propio ritmo de aprendizaje, mientras que el aprendizaje cooperativo y la gamificación regulan su necesidad de inmediatez y favorecen su motivación.

2.9. Evaluación

En esta programación anual, la evaluación es continua, formativa e integradora, en línea con la legislación vigente.

Para valorar el aprendizaje del alumnado, se combinan evaluaciones atendiendo a la finalidad y al momento.

- Evaluación diagnóstica o inicial. Se realiza al comienzo de cada situación de aprendizaje para detectar los conocimientos previos del alumnado, con el objetivo de recabar información que permita adaptar la práctica docente a las necesidades de los discentes.
- Evaluación formativa o continua. Se desarrolla a lo largo de cada situación de aprendizaje, para identificar los progresos y las dificultades del alumnado y comunicárselos, además de realizar los ajustes necesarios en el proceso.
- Evaluación sumativa o final. Se realiza al final de cada situación de aprendizaje, evaluando las evidencias recogidas, a fin de conocer el grado de adquisición de las competencias específicas trabajadas.

Además, en la evaluación se involucran diversos agentes evaluadores, fomentando la autonomía, la responsabilidad y la implicación del alumnado en su propio proceso de aprendizaje.

- Heteroevaluación. Es la evaluación que el docente realiza del desempeño del alumnado, utilizando técnicas, evidencias e instrumentos de evaluación diversos y estableciendo

indicadores de logro basados en los criterios de evaluación de las competencias específicas, para garantizar objetividad y transparencia.

- Autoevaluación. Este ejercicio de metacognición, en el que los discentes reflexionan sobre su propio proceso de pensamiento y aprendizaje, es fundamental para que el alumnado valore su trabajo y esfuerzo.
- Coevaluación. Proceso en el que los alumnos evalúan a sus compañeros, fomentando la responsabilidad compartida y desarrollando habilidades sociales, comunicativas y empáticas, esenciales para el trabajo cooperativo.

En concreto, para la evaluación de la situación de aprendizaje desarrollada se combinan:

- Evaluación diagnóstica. Se realizan lluvias de ideas para identificar los conocimientos previos del alumnado sobre ecuaciones de primer y segundo grado, así como la relación entre el valor del discriminante y el número de soluciones de una ecuación de segundo grado.
- Evaluación formativa. El pasaporte de puntos proporciona a los grupos cooperativos información sobre su progreso. Asimismo, durante las intervenciones orales y resoluciones de ejercicios desarrolladas por los discentes, se realizan las correcciones pertinentes relativas al uso del lenguaje matemático para que mejoren en ese sentido. A partir de las evidencias recogidas, se proporciona feedback y feedforward al alumnado, para que sean conocedores tanto de lo que realizan correctamente como de los aspectos a mejorar y el porqué.
- Evaluación sumativa. En la Tabla 12 se resumen las técnicas, evidencias e instrumentos de evaluación empleados en la situación de aprendizaje, así como el porcentaje de calificación de cada uno de ellos y los criterios de evaluación correspondientes. Además, en el [Anexo F](#) se pueden consultar los instrumentos de evaluación diseñados, elaborados a partir del Decreto 77/2023.

Tabla 12. *Técnicas, evidencias e instrumentos de evaluación de la situación de aprendizaje.*

Técnicas de evaluación	Evidencias de aprendizaje	Instrumentos de evaluación	Criterios de evaluación	Porcentaje de calificación
Observación directa	Trabajo cooperativo	Lista de cotejo	CEV9.3	10 %

			CEV10.1	
	Exposiciones orales	Escala de valoración	CEV1.1 · CEV1.4 CEV5.1 CEV8.1	25 %
Análisis de producciones	Cuaderno de trabajo del alumnado	Rúbrica analítica	CEV1.1 · CEV1.4 CEV5.1 CEV8.1 CEV9.3	30 %
Prueba específica	Informe escape room	Rúbrica analítica	CEV1.1 · CEV1.4 CEV8.1	25 %
Autoevaluación	Trabajo cooperativo	Diana de autoevaluación	CEV10.1	5 %
Coevaluación	Trabajo cooperativo	Diana de coevaluación	CEV10.1	5 %

Fuente: Elaboración propia.

2.10. Situación de aprendizaje/ unidad de trabajo

La situación de aprendizaje desarrollada (SA5.1. El viaje de fin de curso), enfocada en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, consta de nueve sesiones de 1 hora.

Es importante recordar los siguientes aspectos relativos a los recursos empleados:

- La presentación de apoyo visual (ver [Anexo A](#)) se proyecta en la pizarra digital durante las sesiones.
- A lo largo de la situación de aprendizaje, se plantean diversas actividades en las que los grupos cooperativos consiguen puntos para el pasaporte de puntos (ver [Anexo B](#)).
- El cuaderno de trabajo del alumnado (ver [Anexo C](#)) incluye las actividades realizadas durante la situación de aprendizaje.
- En la última sesión, los estudiantes deben rellenar el informe escape room (ver [Anexo D](#)) mientras realizan la actividad propuesta, además de completar las dianas de autoevaluación y coevaluación (ver [Anexo F](#)) creadas con GeoGebra.

De la Tabla 13 a la Tabla 21 se detallan cada una de las nueve sesiones que conforman la situación de aprendizaje.

Tabla 13. Sesión 1.

Sesión 1. Ecuaciones de primer grado.			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C) · Baamboozle · Tarjetas resumen (ver Anexo E)		
Descripción general de la Sesión 1			
Presentación de la situación de aprendizaje contextualizada en el viaje de fin de curso, publicación de los criterios de evaluación y entrega del pasaporte en el que cada grupo cooperativo acumulará puntos. Esta primera sesión se centra en el repaso de ecuaciones de primer grado mediante gamificación (Baamboozle) y aprendizaje cooperativo (técnica de Lápices al centro).			
Estructura de la Sesión 1. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 1.1 (Duración estimada: 05 min): Introducción. Explicación de la situación de aprendizaje contextualizada en el viaje de fin de curso, publicación de los criterios de evaluación y entrega del pasaporte a cada grupo. ❖ Tarea 1.2 (Duración estimada: 10 min): Lluvia de ideas. Planteamiento de un problema contextualizado como hilo conductor para recordar la expresión general de una ecuación de primer grado y su representación gráfica en la pizarra tradicional. - Problema: “El autobús que nos llevará al aeropuerto cuesta 30 €, más 5 € por cada kilómetro recorrido. Si en total nos costará 60 €, ¿a cuántos kilómetros está el aeropuerto?” (ver Anexo A). ❖ Tarea 1.3 (Duración estimada: 45 min): Puntos para el pasaporte con Baamboozle (I). Resolución de 20 ecuaciones de primer grado utilizando la plataforma Baamboozle. El grupo que tiene el turno elige una tarjeta del Baamboozle y aparece una ecuación de primer grado. Todos los grupos tienen 2 minutos para resolver la ecuación en cooperativo con la técnica de Lápices al centro. Transcurrido ese tiempo, el grupo que tiene el turno da su respuesta y se muestra la solución, obteniendo los puntos asociados a dicha ecuación si la respuesta es correcta. El turno pasa al siguiente grupo y se repite la dinámica. Todos los alumnos deben anotar la solución correcta y corregir las ecuaciones que tengan mal en casa. Al finalizar el juego, se anotan las puntuaciones de cada grupo en sus respectivos pasaportes grupales. - Baamboozle (ver Anexo C).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD1 · OD3 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4		Saberes básicos:	
		D1 · D2 · D4 · F1 · F2	
		Competencias específicas:	
		CE1 · CE8 · CE9 · CE10	
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 14. Sesión 2.

Sesión 2. Sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (I).			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Edpuzzle · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C) · Tarjetas resumen (ver Anexo E)		
Descripción general de la Sesión 2			
Sesión dedicada a la resolución de sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, utilizando el modelo de aula invertida y metodología de aprendizaje cooperativo (técnicas de rompecabezas, 1-4 y cabezas numeradas).			
Estructura de la Sesión 2. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 2.0 (Aula invertida – Antes de clase): Visualización de vídeo en Edpuzzle. Visualización, en Edpuzzle, del vídeo correspondiente al método de resolución de sistemas lineales asignado (sustitución, igualación, reducción o método gráfico). - Edpuzzle: Sistemas lineales 2x2. Método de sustitución. - Edpuzzle: Sistemas lineales 2x2. Método de igualación. - Edpuzzle: Sistemas lineales 2x2. Método de reducción. - Edpuzzle: Sistemas lineales 2x2. Método gráfico. ❖ Tarea 2.1 (Duración estimada: 20 min): El reto del desayuno (I). Proyección de la imagen de <i>El reto del desayuno (I)</i>, con precios por desayuno, en la pizarra digital. Cada equipo debe traducir la imagen a lenguaje algebraico, planteando un sistema lineal de 2 ecuaciones con 2 incógnitas; y, después, en cooperativo con la técnica del rompecabezas, cada miembro debe explicar su método de resolución de sistemas al resto de los integrantes del grupo. - Imagen de <i>El reto del desayuno (I)</i> (ver Anexo C). ❖ Tarea 2.2 (Duración estimada: 40 min): Practicando con sistemas 2x2. Resolución de 5 sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, utilizando el método indicado en los cuatro primeros y el último con método de libre elección. ▪ Actividad 2.2.1 (Duración estimada: 30 min): Resolución en cooperativo con la técnica 1-4. Se dedican 6 minutos a cada sistema: 4 minutos de trabajo individual, y 2 minutos de puesta en común y resolución de dudas con el grupo cooperativo. ▪ Actividad 2.2.2 (Duración estimada: 10 min): Corrección en pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. El miembro seleccionado de cada grupo resuelve el sistema, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. - Listado de sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (ver Anexo C).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD2 · OD3 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4			Saberes básicos: D1 · D2 · D5 · F1 · F2
			Competencias específicas: CE1 · CE8 · CE9 · CE10
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Escala de valoración para exposiciones orales (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 15. Sesión 3.

Sesión 3. Sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (II).			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C) · Tarjetas resumen (ver Anexo E)		
Descripción general de la Sesión 3			
Esta sesión está dedicada, además de a la resolución de problemas contextualizados de sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas mediante aprendizaje cooperativo (técnica de Lápidos al centro), a la clasificación de este tipo de sistemas en compatibles determinados, compatibles indeterminados e incompatibles.			
Estructura de la Sesión 3. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 3.1 (Duración estimada: 05 min): Introducción. Presentación de los problemas explicando que, además de resolverlos, deben discutir la solución obtenida. ❖ Tarea 3.2 (Duración estimada: 45 min): Dilemas (I). Resolución de 3 problemas contextualizados de sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas en cooperativo con la técnica de Lápidos al centro. Se dedican 15 minutos a cada problema: 3 minutos de discusión con el grupo cooperativo, 5 minutos de trabajo individual y 7 minutos de puesta en común, resolución de dudas y representación gráfica con el grupo cooperativo. - Listado de problemas contextualizados de sistemas de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (ver Anexo C). ❖ Tarea 3.3 (Duración estimada: 10 min): Cierre. Proyección de un cuadro resumen en la pizarra digital, donde para el sistema resultante de cada problema, se muestran la gráfica, la posición relativa de las rectas (secantes, coincidentes o paralelas), el número de soluciones (una, infinitas o ninguna) y la clasificación (sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado o sistema incompatible) del mismo. - Cuadro resumen (ver Anexo A).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD2 · OD3 · OD4 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4		Saberes básicos: D1 · D2 · D3 · D5 · D6 · F1 · F2	
		Competencias específicas: CE1 · CE5 · CE8 · CE9 · CE10	
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16. Sesión 4.

Sesión 4. Sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Edpuzzle · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C) · Tarjetas resumen (ver Anexo E)		
Descripción general de la Sesión 4			
Sesión centrada en sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Se comienza la sesión explicando este tipo de sistemas, apoyándose en el modelo de aula invertida. A continuación, se resuelven sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, mediante aprendizaje cooperativo (técnicas 1-4 y cabezas numeradas). Finalmente, se resuelve un problema contextualizado, utilizando también aprendizaje cooperativo (técnicas de Lápices al centro y cabezas numeradas).			
Estructura de la Sesión 4. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 4.0 (Aula invertida – Antes de clase): Visualización de vídeo en Edpuzzle. Visualización, en Edpuzzle, del vídeo sobre resolución de sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. - Edpuzzle: Sistemas lineales 3x3. ❖ Tarea 4.1 (Duración estimada: 15 min): El reto del desayuno (II). Proyección de la imagen de <i>El reto del desayuno (I)</i> en la pizarra digital. Breve lluvia de idea sobre qué ocurre al añadir otro elemento a la imagen, para concluir que se necesita una ecuación más. Proyección de las tres imágenes de <i>El reto del desayuno (II)</i>, con precios por desayuno, en la pizarra digital. Traducción de cada imagen a lenguaje algebraico, planteando el correspondiente sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas; y resolverlos, solicitando colaboración del alumnado. - Imágenes de <i>El reto del desayuno (II)</i> (ver Anexo A). ❖ Tarea 4.2 (Duración estimada: 25 min): Practicando con sistemas 3x3. Resolución de 2 sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. ▪ Actividad 4.2.1 (Duración estimada: 20 min): Resolución en cooperativo con la técnica 1-4. Se dedican 10 minutos a cada sistema: 7 minutos de trabajo individual, y 3 minutos de puesta en común y resolución de dudas con el grupo cooperativo. ▪ Actividad 4.2.2 (Duración estimada: 05 min): Corrección en pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. El miembro seleccionado de dos de los grupos resuelve el sistema, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. - Listado de sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas (ver Anexo C). ❖ Tarea 4.3 (Duración estimada: 20 min): Dilemas (II). Resolución de 1 problema contextualizado de sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. ▪ Actividad 4.3.1 (Duración estimada: 10 min): Resolución en cooperativo con la técnica de Lápices al centro: 4 minutos de discusión con el grupo cooperativo y 6 minutos de trabajo individual. ▪ Actividad 4.3.2 (Duración estimada: 10 min): Corrección en pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. El miembro seleccionado de uno de los grupos resuelve el problema, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. - Problema contextualizado de sistemas de 3 ecuaciones con 3 incógnitas (ver Anexo C).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD2 · OD3 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4			Saberes básicos: D1 · D2 · D5 · F1 · F2 Competencias específicas: CE1 · CE8 · CE9 · CE10

Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:

- ❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver [Anexo F](#)).
- ❖ Escala de valoración para exposiciones orales (ver [Anexo F](#)).
- ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver [Anexo F](#)).

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 17. Sesión 5.

Sesión 5. Ecuaciones de segundo grado (I).			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C) · Baamboozle · Tarjetas resumen (ver Anexo E)		
Descripción general de la Sesión 5			
Tras realizar un breve recordatorio de lo visto hasta el momento, esta sesión se centra en el repaso de ecuaciones de segundo grado mediante gamificación (Baamboozle) y aprendizaje cooperativo (técnica de Lápices al centro). Además, se invita al alumnado a reflexionar sobre el número de soluciones de las ecuaciones de segundo grado y con qué está relacionado.			
Estructura de la Sesión 5. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 5.1 (Duración estimada: 05 min): Introducción. Recordatorio de lo visto en las sesiones anteriores (ecuaciones de primer grado y sistemas lineales) e introducción a las ecuaciones de segundo grado. ❖ Tarea 5.2 (Duración estimada: 20 min): Lluvia de ideas. Planteamiento de un problema contextualizado como hilo conductor para recordar la expresión general de una ecuación de segundo grado en la pizarra tradicional. Diferenciación entre la resolución de ecuaciones de segundo grado completas (mediante fórmula general) e incompletas (mediante fórmula general o el atajo correspondiente). - Problema: “Para el acto para recaudar dinero para el viaje, colocaremos una pancarta cuadrada en el instituto, que nos ha costado 165 €: 6 €/m² más 15 € de gastos de envío. ¿Qué dimensiones tiene la pancarta?” (ver Anexo A). ❖ Tarea 5.3 (Duración estimada: 32 min): Puntos para el pasaporte con Baamboozle (II). Resolución de 16 ecuaciones de segundo grado utilizando la plataforma Baamboozle. El grupo que tiene el turno elige una tarjeta del Baamboozle y aparece una ecuación de segundo grado. Este grupo debe indicar si es una ecuación de segundo grado completa o incompleta, y todos los alumnos deben anotarlo en sus cuadernos. Todos los grupos tienen 2 minutos para resolver la ecuación en cooperativo con la técnica de Lápices al centro. Transcurrido ese tiempo, el grupo que tiene el turno da su respuesta y se muestra la solución, obteniendo los puntos asociados a dicha ecuación si la respuesta es correcta. El turno pasa al siguiente grupo y se repite la dinámica. Todos los alumnos deben anotar la solución correcta y corregir las ecuaciones que tengan mal en casa. Al finalizar el juego, se anotan las puntuaciones de cada grupo en sus respectivos pasaportes grupales. - Baamboozle (ver Anexo C). ❖ Tarea 5.4 (Duración estimada: 3 min): Cierre. Planteamiento de dos preguntas de reflexión, atendiendo a la lista de ecuaciones resueltas del Baamboozle: ¿cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado?; ¿en función de qué varía el número de soluciones?			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD1 · OD3 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4			Saberes básicos: D1 · D2 · D4 · F1 · F2
			Competencias específicas: CE1 · CE8 · CE9 · CE10
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 18. Sesión 6.

Sesión 6. Ecuaciones de segundo grado (II).			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C) · Tarjetas resumen (ver Anexo E)		
Descripción general de la Sesión 6			
Esta sesión se centra en el estudio de las ecuaciones de segundo grado. Por un lado, se define el concepto de discriminante y se explica su relación con el número de soluciones de las ecuaciones de este tipo. Por otro lado, se introduce la parábola (representación gráfica de las ecuaciones de segundo grado) y sus principales elementos, practicando mediante aprendizaje cooperativo (técnica 1-4 y cabezas numeradas).			
Estructura de la Sesión 6. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 6.1 (Duración estimada: 05 min): Lluvia de ideas. Debate sobre las reflexiones del alumnado relativas a las preguntas planteadas al final de la sesión 5: ¿cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado?; ¿en función de qué varía el número de soluciones? ❖ Tarea 6.2 (Duración estimada: 25 min): Explicación docente. Definición de discriminante y explicación de la relación de este con el número de soluciones de una ecuación de segundo grado. Comparación entre funciones de primer y segundo grado: representaciones algebraica y gráfica. Definición de los elementos clave de una parábola: concavidad, vértice, puntos de corte (tanto con el eje x como con el eje y) y representación gráfica. Relación entre el valor del discriminante, el número de soluciones de una ecuación de segundo grado y el número de puntos en los que corta la parábola el eje x. Explicaciones acompañadas de proyecciones de cuadros resumen en la pizarra digital. - Cuadros resumen (ver Anexo A). ❖ Tarea 6.3 (Duración estimada: 30 min): Practicando con parábolas. Representación gráfica de 3 funciones de segundo grado, hallando el vértice y los puntos de corte con ambos ejes de cada función. ▪ Actividad 6.3.1 (Duración estimada: 20 min): Representación gráfica en cooperativo con la técnica 1-4: 15 minutos de trabajo individual, y 5 minutos de puesta en común y resolución de dudas con el grupo cooperativo. ▪ Actividad 6.3.2 (Duración estimada: 10 min): Corrección en pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. El miembro seleccionado de tres de los grupos representa gráficamente la función, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. - Listado de funciones de segundo grado (ver Anexo C).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD4 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4			Saberes básicos: D3 · D6 · F1 · F2
			Competencias específicas: CE5 · CE8 · CE9 · CE10
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Escala de valoración para exposiciones orales (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 19. Sesión 7.

Sesión 7. Sistemas de ecuaciones no lineales (I).			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Edpuzzle · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C)		
Descripción general de la Sesión 7			
Sesión dedicada a la introducción y resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, utilizando el modelo de aula invertida y metodología de aprendizaje cooperativo (técnicas 1-4 y cabezas numeradas). Además, se estudia la relación entre la solución algebraica y su interpretación geométrica para el caso concreto en el que el sistema está formado por una ecuación de primer grado y otra de segundo grado.			
Estructura de la Sesión 7. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 7.0 (Aula invertida – Antes de clase): Visualización de vídeo en Edpuzzle. Visualización, en Edpuzzle, del vídeo sobre resolución de sistemas de ecuaciones no lineales. - Edpuzzle: Sistemas no lineales. ❖ Tarea 7.1 (Duración estimada: 10 min): Explicación docente. Resolución de un sistema de ecuaciones no lineal en la pizarra tradicional. - Sistema de ecuaciones no lineal: $\begin{cases} x + y = 35 \\ x^2 + y^2 = 625 \end{cases}$ (ver Anexo A). ❖ Tarea 7.2 (Duración estimada: 45 min): Practicando con sistemas no lineales. Resolución de 3 sistemas de ecuaciones no lineales. ▪ Actividad 7.2.1 (Duración estimada: 30 min): Resolución en cooperativo con la técnica 1-4. Se dedican 10 minutos a cada sistema: 7 minutos de trabajo individual, y 3 minutos de puesta en común y resolución de dudas con el grupo cooperativo. ▪ Actividad 7.2.2 (Duración estimada: 15 min): Corrección en pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. El miembro seleccionado de tres de los grupos resuelve el sistema, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. - Listado de sistemas de ecuaciones no lineales (ver Anexo C). ❖ Tarea 7.3 (Duración estimada: 05 min): Explicación docente. Proyección en la pizarra digital del último sistema resuelto, formado por una ecuación de primer grado y una de segundo grado, y de su representación gráfica (recta y parábola, respectivamente). Relación entre las soluciones del sistema y los puntos de intersección de la recta y la parábola. - Resolución sistema no lineal (ver Anexo A).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD2 · OD4 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4			Saberes básicos: D3 · D5 · D6 · F1 · F2
			Competencias específicas: CE1 · CE5 · CE8 · CE9 · CE10
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Escala de valoración para exposiciones orales (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 20. Sesión 8.

Sesión 8. Sistemas de ecuaciones no lineales (II).			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Gran grupo / Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Pizarra digital · Pizarra tradicional · Cronómetro · Presentación de apoyo visual (ver Anexo A) · Pasaporte de puntos (ver Anexo B) · Cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo C)		
Descripción general de la Sesión 8			
Esta sesión está dedicada a la resolución de problemas contextualizados de sistemas de ecuaciones no lineales mediante aprendizaje cooperativo (técnicas de Lápices al centro y cabezas numeradas). La sesión finaliza con un recordatorio del escape room para la evaluación sumativa que se realizará en la siguiente sesión, donde además se rellenarán las dianas de autoevaluación y de coevaluación.			
Estructura de la Sesión 8. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 8.1 (Duración estimada: 05 min): Introducción. Explicación de la sesión, presentando los problemas que se resolverán. ❖ Tarea 8.2 (Duración estimada: 50 min): Dilemas (III). Resolución de 2 problemas contextualizados de sistemas de ecuaciones no lineales. Se dedican 25 minutos a la resolución y corrección de cada problema. ▪ Actividad 8.2.1 (Duración estimada: 25 min): Resolución del primer problema en cooperativo con la técnica de Lápices al centro. Se dedican 15 minutos: 5 minutos de discusión con el grupo cooperativo y 10 minutos de trabajo individual. Corrección del primer problema en la pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. Se dedican 10 minutos. El miembro seleccionado de uno de los grupos resuelve el problema, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. ▪ Actividad 8.2.2 (Duración estimada: 25 min): Resolución del segundo problema en cooperativo con la técnica de Lápices al centro. Se dedican 15 minutos: 5 minutos de discusión con el grupo cooperativo y 10 minutos de trabajo individual. Corrección del segundo problema en la pizarra tradicional con la técnica de cabezas numeradas. Se dedican 10 minutos. El miembro seleccionado de uno de los grupos resuelve el problema, explicando los pasos seguidos y empleando terminología matemática adecuada, obteniendo puntos en el pasaporte grupal. - Listado de problemas contextualizados de sistemas de ecuaciones no lineales (ver Anexo C). ❖ Tarea 8.3 (Duración estimada: 05 min): Cierre. Recordatorio de que en la siguiente sesión se realizará un escape room para la evaluación sumativa y se rellenarán las dianas de autoevaluación y de coevaluación.			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD2 · OD3 · OD4 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4		Saberes básicos: D1 · D2 · D5 · D6 · F1 · F2	
		Competencias específicas: CE1 · CE5 · CE8 · CE9 · CE10	
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Escala de valoración para exposiciones orales (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para cuaderno de trabajo del alumnado (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 21. Sesión 9.

Sesión 9. Escape room, autoevaluación y coevaluación.			
Espacio	Aula ordinaria	Agrupamientos	Grupos cooperativos / Individual
Recursos	Cronómetro · Genially · Informe escape room (ver Anexo D) · Tarjetas resumen (ver Anexo E) · GeoGebra		
Descripción general de la Sesión 9			
Esta última sesión se centra en la realización, mediante aprendizaje cooperativo (técnica de Lápices al centro), de un escape room diseñado con Genially, con respuestas individuales recogidas en un informe. Al final de la sesión, los alumnos rellenan las dianas de autoevaluación y coevaluación para el trabajo cooperativo diseñadas con GeoGebra.			
Estructura de la Sesión 9. Secuenciación y temporalización			
❖ Tarea 9.1 (Duración estimada: 05 min): Introducción. Explicación de dinámica del escape room y del tiempo disponible para su realización. Recordatorio de que los últimos 10 minutos de la sesión se dedicarán a la compleción de las dianas de autoevaluación y coevaluación. ❖ Tarea 9.2 (Duración estimada: 45 min): Escape room “Perdidos en el museo”. Realización del escape room en cooperativo con la técnica de Lápices al centro, relleno del informe escape room de manera individual. - Genially: Escape room “Perdidos en el museo”. - Informe escape room (ver Anexo D). ❖ Tarea 9.3 (Duración estimada: 10 min): Autoevaluación y coevaluación. Compleción de las dianas de autoevaluación y coevaluación para el trabajo cooperativo en GeoGebra. - GeoGebra: Diana de autoevaluación para trabajo cooperativo (ver Anexo F). - GeoGebra: Diana de coevaluación para trabajo cooperativo (ver Anexo F).			
Elementos curriculares			
❖ Objetivos de etapa: OE b · OE f · OE g · OE h ❖ Objetivos didácticos: OD1 · OD2 · OD3 · OD5 · OD6 ❖ Objetivos de Desarrollo Sostenible: ODS 4			Saberes básicos: D1 · D2 · D4 · D5 · F1 · F2 Competencias específicas: CE1 · CE8 · CE9 · CE10
Evidencias de aprendizaje e instrumentos de evaluación:			
❖ Lista de cotejo para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Rúbrica analítica para informe escape room (ver Anexo F). ❖ Diana de autoevaluación para trabajo cooperativo (ver Anexo F). ❖ Diana de coevaluación para trabajo cooperativo (ver Anexo F).			

Fuente: Elaboración propia.

2.11. Evaluación de la Programación didáctica

La evaluación debe entenderse como un proceso integral que abarca, además de la valoración del aprendizaje del alumnado, la reflexión sobre la práctica docente y la programación didáctica diseñada. Por ello, resulta imperativo evaluar la eficacia de la propuesta planteada para garantizar que esta produce una mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje y que se ajusta a las necesidades reales del alumnado al que va dirigida.

Por un lado, para analizar la viabilidad de la situación de aprendizaje desarrollada, en la Tabla 22 se presenta una matriz DAFO en la que se recogen los puntos fuertes y débiles, tanto de origen interno como externo, de la propuesta.

Tabla 22. *Matriz DAFO de la situación de aprendizaje.*

	De origen interno	De origen externo
	Debilidades	Amenazas
Puntos débiles	- Necesidad de formación docente en metodologías activas. - Ausencia de interdisciplinariedad, al no trabajar simultáneamente otras materias. - Integración parcial de herramientas TIC, limitando el desarrollo de la competencia digital del alumnado.	- Dificultades del alumnado, debido a situaciones personales (no disponer de buena conexión a internet o un lugar de estudio adecuado), para seguir el modelo de aula invertida. - Reticencias del alumnado al trabajo cooperativo, prefiriendo el individual. - Resistencias de algunas familias habituadas a modelos de enseñanza tradicionales.
	Fortalezas	Oportunidades
Puntos fuertes	- Efectividad, al contar con diversidad metodológica. - Sostenibilidad, no sobrecargando de trabajo ni al docente ni al alumnado. - Carácter innovador orientado a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.	- Transferibilidad de la propuesta a otras situaciones de aprendizaje, cursos o contextos educativos. - Desarrollo integral del alumnado, tanto académico como personal y social. - Potencial fomento de la motivación del alumnado.

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, para la evaluación de la práctica docente, en el [Anexo G](#) se pueden consultar los cuestionarios de autoevaluación y para el alumnado. El primero permite al docente reflexionar sobre aspectos como la planificación, la gestión del aula o la evaluación. El segundo pretende recoger las percepciones del alumnado sobre la labor del docente, invitando a los discentes a analizar, entre otros aspectos, la metodología y la actitud del profesor.

3. Conclusiones

A continuación, se detalla el grado de consecución de los objetivos planteados al inicio del trabajo a través de las siguientes conclusiones.

El objetivo general del presente Trabajo de Fin de Máster, centrado en el diseño, dentro del contexto de una programación anual, de una situación de aprendizaje para trabajar el álgebra en Matemáticas A de 4º de ESO, utilizando aprendizaje cooperativo, aula invertida y gamificación, se ha alcanzado plenamente a lo largo del trabajo. Se ha desarrollado una situación de aprendizaje de nueve sesiones para trabajar ecuaciones y sistemas de ecuaciones, empleando metodologías activas que convierten al alumnado en protagonista para alcanzar aprendizajes significativos.

El primer objetivo específico, orientado a diseñar actividades para la enseñanza de álgebra en 4º de ESO movilizand o saberes básicos y desarrollando competencias según la legislación vigente, se ha logrado, en tanto las actividades planteadas garantizan la adquisición de los saberes básicos relativos a ecuaciones y sistemas de ecuaciones y el desarrollo de las competencias clave y específicas seleccionadas, en línea con el Decreto 77/2023.

El segundo objetivo específico, centrado en analizar metodologías activas como aprendizaje cooperativo, aula invertida y gamificación, para fundamentar su aplicación en el aula de matemáticas, ha permitido evidenciar que la combinación de estas metodologías activas es óptima para el bloque de álgebra en esta etapa educativa. El modelo de aula invertida es clave para liberar tiempo lectivo, permitiendo que las sesiones se centren en la aclaración de dudas, la resolución de problemas contextualizados y la interacción social, trabajando en cooperativo y haciendo uso de recursos gamificados.

Para la consecución del tercer objetivo específico, enfocado en elaborar instrumentos de evaluación que permitan determinar el nivel de logro de los aprendizajes del alumnado, se han diseñado diversos instrumentos de evaluación (listas de cotejo, escalas de valoración,

rúbricas analíticas y dianas de autoevaluación y coevaluación) que permiten objetivar el proceso. La utilización de esta variedad de instrumentos ofrece una visión integral del progreso del alumnado.

El cuarto y último objetivo específico, dirigido a realizar una autoevaluación de la programación propuesta y de la labor docente para identificar fortalezas y posibles áreas de mejora, se ha cumplido al realizar una reflexión profunda sobre los aspectos positivos y negativos, tanto de origen interno como externo, del proyecto, y plasmarlos en una matriz DAFO. Como resultado de este análisis, destacan el carácter innovador y la transferibilidad de la propuesta, y se identifican áreas de mejora en la necesidad de formación docente continua en metodologías activas y la gestión de la brecha digital. Además, la evaluación de la propuesta se ha completado con el diseño de cuestionarios de autoevaluación y para el alumnado relativos a la práctica docente.

A modo de reflexión final, este trabajo ofrece una propuesta para trabajar álgebra en 4º de ESO que se aleja del modelo empirista y adopta un enfoque constructivista, donde la función del docente consiste en diseñar, bajo el marco legislativo vigente, escenarios que sitúen al alumnado como protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje y que busquen su desarrollo integral.

4. Limitaciones y prospectiva

Durante la realización del presente trabajo se han detectado algunos aspectos que han condicionado su realización.

En primer lugar, se han enfrentado dificultades para localizar bibliografía reciente relativa al aprendizaje cooperativo en el área de matemáticas. Además, aunque existe abundante literatura científica actual sobre el modelo de aula invertida y la gamificación, la mayoría de las publicaciones presentan un enfoque de investigación cualitativo; al centrarse en contextos particulares, estos estudios no permiten generalizar conclusiones a otros entornos educativos.

En segundo lugar, cabe destacar que la situación de aprendizaje diseñada no se ha llevado a la práctica. Al tratarse de una propuesta teórica cuya autora no cuenta con experiencia docente previa, la temporalización propuesta podría no ajustarse con exactitud a la realidad del aula en la que se implemente. Factores como la atención a la diversidad o la aparición de imprevistos podrían requerir ajustes en el cronograma previsto, exigiendo la flexibilidad de la que toda práctica docente debe disponer para garantizar el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En cuanto a las futuras líneas de trabajo, se plantea la ampliación de la presente propuesta, centrada en el diseño de una única situación de aprendizaje, hasta completar la programación anual de 4º de ESO. Para ello, sería necesario diseñar el resto de las situaciones de aprendizaje que la componen, manteniendo el empleo de metodologías activas, pero adaptándolas a las características de cada bloque de saberes básicos.

Asimismo, sería interesante aprovechar la transferibilidad de la propuesta desarrollada, replicándola en otros cursos de Educación Secundaria Obligatoria. Esto permitiría evaluar la eficacia del proyecto en diferentes niveles y favorecer la continuidad metodológica a lo largo de la etapa.

Referencias bibliográficas

- Abalo Paladines, I. J. y Jaramillo Serrano, F. A. (2024). Efecto del Aprendizaje Cooperativo en el Rendimiento Académico de Estudiantes de Educación Básica en la Resolución de Ecuaciones Lineales. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 744-759. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13422
- Bauman, Z. (2008). *Los retos de la educación en la modernidad líquida*. Gedisa.
- Corrección de errores del Decreto 77/2023, de 30 de mayo, de establecimiento del currículo de la Educación Básica e implantación en la Comunidad Autónoma de Euskadi. *Boletín Oficial del País Vasco*, 144, de 31 de julio de 2023. <https://www.euskadi.eus/web01-bopv/es/bopv2/datos/2023/07/2303691a.pdf>
- Decreto 77/2023, de 30 de mayo, de establecimiento del currículo de Educación Básica e implantación en la Comunidad Autónoma de Euskadi. *Boletín Oficial del País Vasco*, 109, de 9 de junio de 2023. <https://www.euskadi.eus/bopv2/datos/2023/06/2302729a.pdf>
- Díaz, H. (11 de noviembre de 2024). *Matemáticas: ¿Por qué los estudiantes tienen tantas dificultades con la asignatura?* Educared. <https://educared.fundaciontelefonica.com.pe/desafios/matematicas-por-que-los-estudiantes-tienen-tantas-dificultades-con-la-asignatura/>
- Gavilán Bouzas, P. (2009). Aprendizaje cooperativo. Papel del conflicto sociocognitivo en el desarrollo intelectual. Consecuencias pedagógicas. *Revista Española de Pedagogía*, 67(242), 131-148. <https://doi.org/10.22550/2174-0909.2432>
- Gómez Jiménez, O. y Rodríguez Torres, J. (10 de febrero de 2025). El paradigma constructivista en el marco de LOMLOE. *European Public & Social Innovation Review*, 10, 1-17. <https://doi.org/10.31637/epsir-2025-1248>
- Google. (2026). *Gemini* (versión de abril de 2026) [Modelo de lenguaje]. <https://gemini.google.com/>
- Hernández, R. (s.f.). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4º A de ESO. Capítulo 4: Ecuaciones y sistemas lineales*. Apuntes Marea Verde.

https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/LOMLOE/4A/04_Ec2grado4A.pdf

- Holguín García, F. Y., Holguín Rangel, E. G. y García Mera, N. A. (2020). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática. *Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 22(1), 62-75. <https://doi.org/10.36390/telos221.05>
- Jiménez Hernández, C., Jordán Lluch, C., Magreñán Ruiz, Á. A. y Orcos Palma, L. (2023). Invertiendo la clase de matemáticas en los últimos cursos de secundaria mediante el uso de videos enriquecidos. *Innovación Educativa*, 33. <https://doi.org/10.15304/ie.33.9257>
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Paidós. <https://edutic2020.wordpress.com/wp-content/uploads/2020/07/b03c9-el-aprendizaje-cooperativo-en-el-aula-1.pdf>
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 106, de 4 de mayo de 2006, páginas 17158 a 17207. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2006/05/03/2>
- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 340, de 30 de diciembre de 2020, páginas 122868 a 122953. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3>
- Los Profes De Ciencias. (16 de octubre de 2023). *Sistemas de Ecuaciones NO LINEALES Ejercicio Resuelto* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=C3Vtduly1Pk>
- Matemáticas con Juan. (18 de septiembre de 2020). *SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. Método gráfico* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=OASuCrRhr-E>
- Matemáticas con Juan. (1 de marzo de 2022a). *Método de eliminación o reducción. Sistema de ecuaciones* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=EYXjuGSzJD0>
- Matemáticas con Juan. (3 de marzo de 2022b). *Método de sustitución. Sistemas de ecuaciones lineales* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=gfplqUSUqiE>
- Matemáticas con Juan. (6 de marzo de 2022c). *Método de igualación. Resolución de sistemas de ecuaciones* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=NukPeDuoXyE>

- Medina Bustamante, S. M. (2021). El aprendizaje cooperativo y sus implicancias en el proceso educativo del siglo XXI. *Innova Research Journal*, 6(2), 62-76.
<https://doi.org/10.33890/innova.v6.n2.2021.1663>
- Navarro Sierra, K. S. (2025). La contextualización como estrategia pedagógica en matemáticas: Percepciones docentes desde una mirada fenomenológica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 9(4), 3215-3235.
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i4.18979
- Orden de 22 de enero de 2024, del Consejero de Educación, por la que se regula la evaluación en Educación Infantil y la evaluación, la promoción y la titulación, en su caso, en Educación Básica y en Bachillerato. *Boletín Oficial del País Vasco*, 23, de 31 de enero de 2024. <https://www.euskadi.eus/bopv2/datos/2024/01/2400509a.pdf>
- Ortega-Rodríguez, P. J. (2025). PISA 2022. Predictors of the mathematics achievement of Spanish students in Secondary Education. *Revista de Psicodidáctica*, 30(1).
<https://doi.org/10.1016/j.psicod.2024.500152>
- Peinado Rocamora, P., Prendes Espinosa, M. P. y Sánchez Vera, M. M. (2019). Clase Invertida: un estudio de caso con alumnos de ESO con dificultades de aprendizaje. *Edutec, Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 70, 34-56.
<https://doi.org/10.21556/edutec.2019.70.1419>
- Piaget, J. (1970). *Science of education and the psychology of the child*. (D. Coltman, Trans.). Orion.
- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, 76, de 30 de marzo de 2022. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/29/217/con>
- Rodríguez-Jiménez, F. J., Pérez-Ochoa, M. E. y Ulloa-Guerra, O. (2025). Aula invertida en matemáticas de secundaria: percepción del estudiantado y profesorado. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 29(1), 103-130.
<https://doi.org/10.30827/profesorado.v29i1.30751>
- Sanpamates. (12 de marzo de 2017). *Sistemas de 3 ecuaciones lineales con 3 incógnitas* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=QIKYCaOZtOE>

Sepulveda Peñaranda, F. A. y Mayoral Hinestroza, L. (2025). La Gamificación en el Aula: Estrategias, Beneficios, Retos e Impacto. *Saber Ser*, 2(1), 37-52.
<https://doi.org/10.35997/saberser.v2i1.38>

Vásquez González, J. M. (2021). Gamificación en educación: una revisión del estado actual de la disciplina [Gamification in education: a review of the current state of the discipline]. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación*, 7(13), 117-139. Recuperado de https://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_arete/article/view/21331

Vygotsky, L. S. (1993). *Pensamiento y lenguaje*. Obras Escogidas, tomo 2, 9-348. [Trabajo original publicado 1934]. Madrid: Visor.

Anexo A. Presentación de apoyo visual para las sesiones

Durante las sesiones, se proyecta en la pizarra digital una [presentación de apoyo visual](#). A continuación, se muestran capturas de dicha presentación.

SA5.1. EL VIAJE DE FIN DE CURSO



MATERIAL CREADO POR AINHOA RODRÍGUEZ VALENCIA

SESIÓN 1. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

EL AUTOBÚS QUE NOS LLEVARÁ AL AEROPUERTO
CUESTA **30 €**, MÁS **5 € POR CADA KILÓMETRO
RECORRIDO**. SI EN **TOTAL** NOS COSTARÁ **60 €**, ¿A
CUÁNTOS KILÓMETROS ESTÁ EL AEROPUERTO?

SESIÓN 2. SISTEMAS LINEALES 2X2 (I)



SESIÓN 2. SISTEMAS LINEALES 2X2 (I)

Método de sustitución

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

Método de reducción

$$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - 5y = -23 \end{cases}$$

Método de igualación

$$\begin{cases} 3x + y = 18 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$$

Método gráfico

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2y+3}{5} = -2 \\ 5x + 2y = -10 \end{cases}$$

SESIÓN 3. SISTEMAS LINEALES 2X2 (II)

▪ PROBLEMA 1. ALOJAMIENTO.

PARA NUESTRO VIAJE, HEMOS RESERVADO **15 HABITACIONES** PARA ALOJAR A LOS **44 ALUMNOS**. SABIENDO QUE HAY **HABITACIONES DE DOS Y DE CUATRO PLAZAS**, ¿CUÁNTAS HAY DE CADA TIPO?

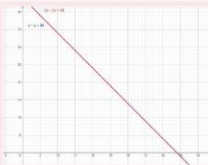
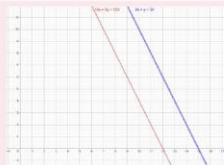
▪ PROBLEMA 2. ALQUILER DE VEHÍCULOS.

PARA UNA EXCURSIÓN POR LA CIUDAD, HEMOS ALQUILADO **44 VEHÍCULOS** ENTRE **BICICLETAS Y PATINETES ELÉCTRICOS**. SI SABEMOS QUE EN **TOTAL HAY 88 RUEDAS**, ¿CUÁNTAS BICICLETAS Y CUÁNTOS PATINETES ELÉCTRICOS HEMOS ALQUILADO?

▪ PROBLEMA 3. CENAS.

EN EL RESTAURANTE DONDE CENAREMOS UNO DE LOS DÍAS, **2 PIZZAS Y 1 REFRESCO** CUESTAN **30 €**. SI AL PEDIR **10 PIZZAS Y 5 REFRESCOS** NOS COBRAN **120 €**, ¿CUÁNTO CUESTA CADA PIZZA Y CADA REFRESCO?

SESIÓN 3. SISTEMAS LINEALES 2X2 (II)

	Problema 1. Alojamiento	Problema 2. Alquiler de vehículos	Problema 3. Cenas
Algebraicamente	$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + 4y = 44 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 44 \\ 2x + 2y = 88 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y = 30 \\ 10x + 5y = 120 \end{cases}$
Gráficamente			
Posición relativa	Rectas secantes	Rectas coincidentes	Rectas paralelas
Número de soluciones	Una única solución	Infinitas soluciones	No tiene solución
Clasificación	Sistema Compatible Determinado (SCD)	Sistema Compatible Indeterminado (SCI)	Sistema Incompatible (SI)

SESIÓN 4. SISTEMAS LINEALES 3X3



SESIÓN 4. SISTEMAS LINEALES 3X3



SESIÓN 4. SISTEMAS LINEALES 3X3



SESIÓN 4. SISTEMAS LINEALES 3X3



SESIÓN 4. SISTEMAS LINEALES 3X3

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = -2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y - 2z = 5 \\ x - 2y + 2z = -1 \\ x - 2y - 3z = -6 \end{cases}$$

SESIÓN 4. SISTEMAS LINEALES 3X3

PARA UNA DE LAS EXCURSIONES QUE HAREMOS, TENDREMOS QUE PREPARAR MOCHILAS CON BOCADILLOS Y BOTELLAS DE AGUA. SUPONEMOS QUE TODOS LOS BOCADILLOS PESAN LO MISMO Y QUE TODAS LAS BOTELLAS DE AGUA TAMBIÉN. SABIENDO QUE SI LA MOCHILA CONTIENE **DOS BOCADILLOS Y UNA BOTELLA** DE AGUA PESARÁ **1,6 KG**, SI CONTIENE **UN BOCADILLO Y TRES BOTELLAS** DE AGUA PESARÁ **2,2 KG**, Y SI CONTIENE **TRES BOCADILLOS Y DOS BOTELLAS** DE AGUA PESARÁ **2,5 KG**, ¿CUÁNTO PESA LA MOCHILA, CADA BOCADILLO Y CADA BOTELLA DE AGUA?

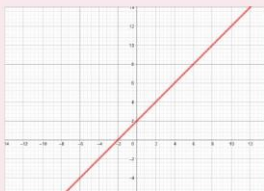
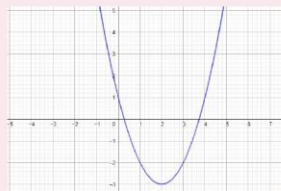
SESIÓN 5. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (I)

PARA EL ACTO PARA RECAUDAR DINERO PARA EL VIAJE, COLOCAREMOS UNA PANCARTA **CUADRADA** EN EL INSTITUTO, QUE NOS HA COSTADO **165 €: 6 €/m²** MÁS **15 € DE GASTOS DE ENVÍO**. ¿QUÉ DIMENSIONES TIENE LA PANCARTA?

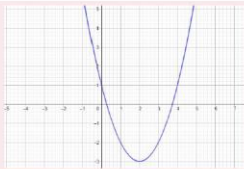
SESIÓN 6. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (II)

Valor discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$)	Nº Soluciones ecuación 2º grado
$\Delta = b^2 - 4ac > 0$	Dos soluciones reales distintas
$\Delta = b^2 - 4ac = 0$	Una solución real doble
$\Delta = b^2 - 4ac < 0$	No tiene solución real

SESIÓN 6. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (II)

	Función de 1 ^{er} grado	Función de 2º grado
Algebraicamente	$f(x) = ax + b$	$g(x) = ax^2 + bx + c$
Gráficamente		

SESIÓN 6. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (II)

Elementos clave de una parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$		
Concavidad	Si $a > 0$: Cóncava (Forma U)	
	Si $a < 0$: Convexa (Forma $\cap$)	
Vértice	$x_v = \frac{-b}{2a}$	
Puntos de corte	Eje x	Resolver una ecuación de segundo grado: $ax^2 + bx + c = 0$
	Eje y	Sustituir el valor de x por 0: $y = c$
Representación gráfica		

SESIÓN 6. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (II)

Valor discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$)	Nº Soluciones ecuación 2º grado	Puntos de corte con el eje x
$\Delta = b^2 - 4ac > 0$	Dos soluciones reales distintas	2 puntos
$\Delta = b^2 - 4ac = 0$	Una solución real doble	1 punto
$\Delta = b^2 - 4ac < 0$	No tiene solución real	0 puntos

SESIÓN 6. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (II)

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$h(x) = x^2 + 2$$

SESIÓN 7. SISTEMAS NO LINEALES (I)

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ x^2 + y^2 = 625 \end{cases}$$

SESIÓN 7. SISTEMAS NO LINEALES (I)

$$\begin{cases} xy = 12 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x^2 + y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = (x - 2)^2 + 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

SESIÓN 7. SISTEMAS NO LINEALES (I)

$$\begin{cases} y = (x-2)^2 + 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$x + 2y = 7 \Leftrightarrow x + 2(x^2 - 4x + 5) = 7 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{2} = 0.5 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} \text{Si } x = 3: y = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 \Leftrightarrow y = 2 \\ \text{Si } x = \frac{1}{2}: y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 5 \Leftrightarrow y = 3.25 \end{cases}$$

$$\text{SOLUCIONES: } \begin{cases} x = 3; y = 2 \\ x = 0.5; y = 3.25 \end{cases}$$

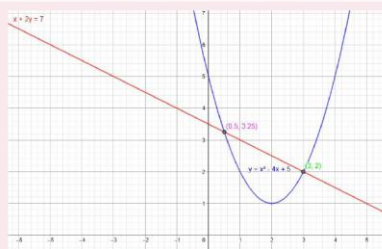
SESIÓN 7. SISTEMAS NO LINEALES (I)

$$\begin{cases} y = (x-2)^2 + 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Solución algebraica

$$\begin{aligned} P_1 &= (3, 2) \\ P_2 &= (0.5, 3.25) \end{aligned}$$

Solución gráfica



SESIÓN 8. SISTEMAS NO LINEALES (II)

▪ PROBLEMA 1. PICNIC.

EN NUESTRO VIAJE, NOS DEJAN UN ESPACIO EN UNO DE LOS JARDINES DE LA CIUDAD PARA QUE HAGAMOS UN PICNIC. CONCRETAMENTE, SE TRATA DE UNA ZONA **RECTANGULAR** QUE TIENE **28 m** DE **PERÍMETRO** Y UNA **SUPERFICIE** DE **48 m²**. ¿CUÁLES SON LAS DIMENSIONES DEL ESPACIO CEDIDO?

▪ PROBLEMA 2. ESPECTÁCULO NOCTURNO.

UNO DE LOS PLANES QUE NO PODEMOS PERDERNOS EN NUESTRO VIAJE ES EL ESPECTÁCULO NOCTURNO EN LA PLAZA. HAY UNA FUENTE QUE LANZA UN CHORRO DE AGUA QUE SIGUE UNA TRAYECTORIA PARABÓLICA $y = -x^2 + 6x$. DURANTE EL ESPECTÁCULO, UN FOCO LÁSER COLOCADO A RAS DE SUELO PROYECTA UN HAZ DE LUZ CON TRAYECTORIA $y = x$. ¿EN QUÉ PUNTO(S) CHOCAN EL AGUA Y LA LUZ, PRODUCIENDO UN DESTELLO ESPECTACULAR? INCLUIR REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

Anexo B. Pasaporte de puntos

A continuación, se presenta el pasaporte de puntos en el que cada grupo cooperativo acumula los puntos obtenidos en las diferentes actividades llevadas a cabo durante la situación de aprendizaje desarrollada.

Pasaporte de puntos  Grupo cooperativo: Integrantes:	Tarea	Actividad	Puntos
	1.3. Puntos para el pasaporte con Baamboozle (I).	-----	
	2.2. Practicando con sistemas 2x2.	2.2.2.	
	4.2. Practicando con sistemas 3x3.	4.2.2.	
	4.3. Dilemas (II).	4.3.2.	
	5.3. Puntos para el pasaporte con Baamboozle (II).	-----	
	6.3. Practicando con parábolas.	6.3.2.	
	7.2. Practicando con sistemas no lineales.	7.2.2.	
	8.2. Dilemas (III).	8.2.1.	
		8.2.2.	

Anexo C. Cuaderno de trabajo del alumnado

Puntos para el pasaporte con Baamboozle (I).

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

$$\frac{x}{3} - 2 = x - 6$$

$$4x - 16 = 2x - 8$$

$$3(x - 2) = 2(3x - 6)$$

$$2x + 1 = 27$$

$$-4x - 12 = 2x + 6$$

$$4(x + 15) = 8x$$

$$x - 11 = 2(x - 11)$$

$$2(x - 1) = -4$$

$$7x - (x + 40) = 2$$

$$x + 5 = 2x$$

$$3x - 12 = 2x + 2$$

$$-x + 6 = x - 18$$

$$\frac{12x - 2}{5} = 2$$

$$2x + 2 = 3x - 6$$

$$3(x - 3) = x - 3$$

$$2(x - 5) = x$$

$$15 - 6(2x - 4) = 8 + 2(5x - 1)$$

$$3(x + 4) - 6x = 8 - 3(x - 5)$$

$$\frac{x + 1}{6} - \frac{x + 3}{4} = -1$$

$$\frac{x - 2}{4} - \frac{3x - 1}{8} = \frac{x}{2}$$

El reto del desayuno (I).

Traduce la imagen a lenguaje algebraico, planteando un sistema lineal de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Después, resuelve con los métodos de sustitución, igualación, reducción y gráfico.



Practicando con sistemas 2x2.

Resuelve los siguientes sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, utilizando el método indicado en los cuatro primeros casos.

Método de sustitución

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

Método de igualación

$$\begin{cases} 3x + y = 18 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$$

Método de reducción

$$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - 5y = -23 \end{cases}$$

Método gráfico

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2y+3}{5} = -2 \\ 5x + 2y = -10 \end{cases}$$

Dilemas (I).

Resuelve los siguientes problemas, atendiendo a las soluciones obtenidas.

▪ **Problema 1. Alojamiento.**

Para nuestro viaje, hemos reservado 15 habitaciones para alojar a los 44 alumnos. Sabiendo que hay habitaciones de dos y de cuatro plazas, ¿cuántas hay de cada tipo?

▪ **Problema 2. Alquiler de vehículos.**

Para una excursión por la ciudad, hemos alquilado 44 vehículos entre bicicletas y patinetes eléctricos. Si sabemos que en total hay 88 ruedas, ¿cuántas bicicletas y cuántos patinetes eléctricos hemos alquilado?

▪ **Problema 3. Cenas.**

En el restaurante donde cenaremos uno de los días, 2 pizzas y 1 refresco cuestan 30 €. Si al pedir 10 pizzas y 5 refrescos nos cobran 120 €, ¿cuánto cuesta cada pizza y cada refresco?

El reto del desayuno (II).

Traduce cada imagen a lenguaje algebraico, planteando sendos sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Después, resuélvelos.







Practicando con sistemas 3x3.

Resuelve los siguientes sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = -2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 5 \\ x - 2y + 2z = -1 \\ x - 2y - 3z = -6 \end{cases}$$

Dilemas (II).

Resuelve el siguiente problema.

▪ **Problema 1. Excursión.**

Para una de las excursiones que haremos, tendremos que preparar mochilas con bocadillos y botellas de agua. Suponemos que todos los bocadillos pesan lo mismo y que todas las botellas de agua también. Sabiendo que si la mochila contiene dos bocadillos y una botella de agua pesará 1,6 kg, si contiene un bocadillo y tres botellas de agua pesará 2,2 kg, y si contiene tres bocadillos y dos botellas de agua pesará 2,5 kg, ¿cuánto pesa la mochila, cada bocadillo y cada botella de agua?

Puntos para el pasaporte con Baamboozle (II).

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado. Reflexiona sobre las siguientes preguntas: ¿cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado?; ¿en función de qué varía el número de soluciones?

$$3x^2 + 18x = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$4x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$x^2 + x + 6 = 0$$

$$2x(-3 + x) = 5$$

$$x^2 + 7x = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$-3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x^2 + 25 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$3x^2 - 8x + 6 = 0$$

Practicando con parábolas.

Representa gráficamente las siguientes funciones de segundo grado, hallando el vértice y los puntos de corte con ambos ejes de cada función.

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$h(x) = x^2 + 2$$

Practicando con sistemas no lineales.

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

$$\begin{cases} xy = 12 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = (x - 2)^2 + 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Dilemas (III).

Resuelve los siguientes problemas.

▪ **Problema 1. Picnic.**

En nuestro viaje, nos dejan un espacio en uno de los jardines de la ciudad para que hagamos un picnic. Concretamente, se trata de una zona rectangular que tiene 28 m de perímetro y una superficie de 48 m^2 . ¿Cuáles son las dimensiones del espacio cedido?

▪ **Problema 2. Espectáculo nocturno.**

Uno de los planes que no podemos perdernos en nuestro viaje es el espectáculo nocturno en la plaza. Hay una fuente que lanza un chorro de agua que sigue una trayectoria parabólica $y = -x^2 + 6x$. Durante el espectáculo, un foco láser colocado a ras de suelo proyecta un haz de luz con trayectoria $y = x$. ¿En qué punto(s) chocan el agua y la luz, produciendo un destello espectacular? Incluir representación gráfica.

Anexo D. Informe escape room

Nombre y apellidos:		Puntuación
Grupo:	Fecha:	

Instrucciones: Resuelve los problemas realizando los siguientes pasos:

1. Indica qué significa cada incógnita empleada.
2. Traduce la situación a lenguaje algebraico, planteando la ecuación o sistema de ecuaciones que modelice la situación descrita.
3. Resuelve la ecuación o sistema de ecuaciones planteado.
4. Responde a la pregunta, justificando la respuesta.

Sala 1. Las entradas del museo.

Las entradas del museo nos han costado 300 €, de los cuáles 80 € han sido las entradas de los profesores. Si somos 44 alumnos, ¿cuánto ha costado la entrada de cada alumno?

Sala 2. Aniversario del museo.

¿Cuántos años lleva abierto el museo si al entrar nos han dicho que dentro de 6 años llevará abierto el cuadrado de los que lleva abierto actualmente?

Sala 3. La tienda de souvenirs.

Tres integrantes del grupo queréis comprar souvenirs del viaje para vuestra familia. El primero de vosotros quiere comprar 2 postales y 1 llavero, que le cuestan 5 €. El segundo quiere comprar 1 postal, 1 llavero y 2 imanes, que le cuestan 8 €. El tercero quiere comprar 3 llaveros y 1 imán, que le cuestan 11 €. ¿Cuánto cuesta cada postal, cada imán y cada llavero?

Sala 4. La foto grupal.

Como recuerdo del viaje, vamos a imprimir una foto rectangular de perímetro 50 *cm* y área 150 *cm*² para cada uno. ¿Cuáles son las dimensiones de la foto?

Anexo E. Tarjetas resumen para la atención a la diversidad (ACNEAE por TDAH)

A continuación, se pueden consultar las tarjetas resumen entregadas a la alumna con necesidades específicas de apoyo educativo (ACNEAE) por trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH).

Ecuaciones de primer grado		
$ax + b = 0$		
Pasos: 1. Quitar denominadores. 2. Quitar paréntesis. 3. Agrupar. 4. Despejar x. ¡RECUERDA aplicar cada operación a ambos lados de la igualdad!	Ejemplo: $\frac{x-3}{2} - \frac{x+1}{4} = 1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{x-3}{2} - 4 \cdot \frac{x+1}{4} = 4 \cdot 1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2(x-3) - (x+1) = 4 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2x - 6 - x - 1 = 4 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x - 7 = 4 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x - 7 + 7 = 4 + 7 \Leftrightarrow x = 11$	
IMPORTANTE		
$-(m + n) = -m - n$	$-\frac{m}{n} = \frac{-m}{n} = \frac{m}{-n}$	$m(x + n) = mx + mn$

Sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (2x2)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Métodos de resolución

Método de SUSTITUCIÓN. Despejar una incógnita en una ecuación y sustituirla en la otra.

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 - 2x \\ x - (8 - 2x) = 1 \end{cases}$$

Método de IGUALACIÓN. Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar.

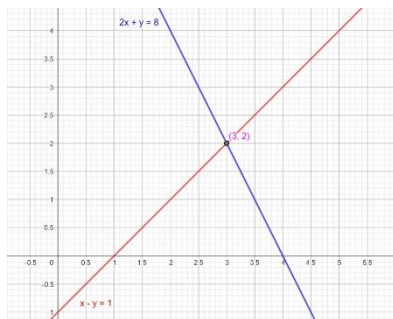
$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 - 2x \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow 8 - 2x = x - 1$$

Método de REDUCCIÓN. Sumar ambas ecuaciones tras multiplicarlas por el número adecuado para eliminar una de las incógnitas.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \hline 3x = 9 \end{array}$$

Método GRÁFICO. Despejar la incógnita y en ambas ecuaciones. Al representar ambas rectas, la solución es el punto de corte.

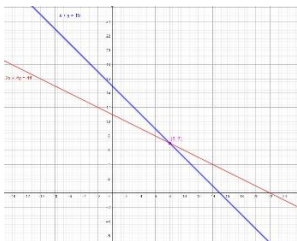
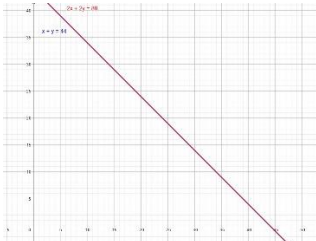
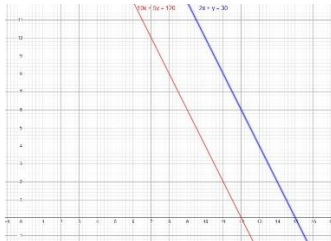
$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 - 2x \\ y = x - 1 \end{cases}$$



Sistemas lineales de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (2x2)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

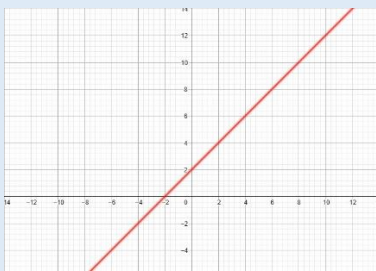
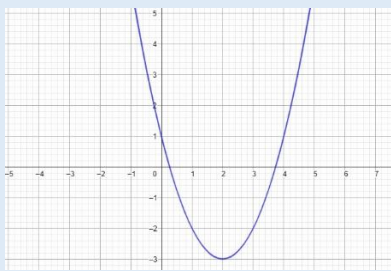
Clasificación

Sistema Compatible Determinado (SCD)	Sistema Compatible Indeterminado (SCI)	Sistema Incompatible (SI)
Una única solución	Infinitas soluciones	No tiene solución
		
Rectas secantes	Rectas coincidentes	Rectas paralelas

Sistemas lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas (3x3)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Ecuaciones de segundo grado		
Completas	Incompletas	
$ax^2 + bx + c = 0$	$ax^2 + bx = 0 \ (c = 0)$	$ax^2 + c \ (b = 0)$
Fórmula general: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{a} \end{cases}$	$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow ax^2 = -c \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$
¡RECUERDA! Relación VALOR DISCRIMINANTE y Nº SOLUCIONES		
$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow 2 \text{ soluciones}$ $\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow 1 \text{ solución}$ $\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow 0 \text{ soluciones}$		

	Funciones de 1 ^{er} grado	Funciones de 2º grado
Algebraicamente	$f(x) = ax + b$	$g(x) = ax^2 + bx + c$
Gráficamente		

Funciones de 2º grado -- PARÁBOLAS		
$f(x) = ax^2 + bx + c$		
Elementos clave		
Concavidad		Si $a > 0$: Cóncava (Forma de U) Si $a < 0$: Convexa (Forma de ∩)
Vértice		$x_v = \frac{-b}{2a}$
Puntos de corte	Eje x	Resolver una ecuación de segundo grado: $ax^2 + bx + c = 0$
	Eje y	Sustituir el valor de x por 0: $y = c$
Representación gráfica		

Valor discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$	Nº Soluciones ecuación 2º grado	Puntos de corte con el eje x
$\Delta = b^2 - 4ac > 0$	2 soluciones	2 puntos
$\Delta = b^2 - 4ac = 0$	1 solución	1 punto
$\Delta = b^2 - 4ac < 0$	0 soluciones	0 puntos

Anexo F. Instrumentos de evaluación

A continuación, se muestra la lista de cotejo empleada para evaluar el trabajo cooperativo. Se emplea una para cada estudiante, y se rellena al final de la situación de aprendizaje.

Nombre y apellidos del alumno:

CEV9.3. Aceptar los errores reconociendo en ellos una oportunidad de mejora y una posibilidad de abordar nuevos retos de forma creativa.			
Indicadores de logro	Sí	No	Observaciones
9.3.1. Acepta los errores.			
9.3.2. Reconoce en los errores una oportunidad de mejora y una posibilidad de abordar nuevos retos de forma creativa.			
CEV10.1. Colaborar activamente y construir relaciones trabajando en equipos heterogéneos, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa, y tomando decisiones y juicios informados, en entornos tanto presenciales como en línea.			
Indicadores de logro	Sí	No	Observaciones
10.1.1. Colabora activamente en la construcción de relaciones dentro de equipos heterogéneos.			
10.1.2. Se comunica de manera efectiva.			
10.1.3. Piensa de forma crítica y creativa.			
10.1.4. Toma decisiones basadas en juicios informados.			

A continuación, se muestra la escala de valoración empleada para evaluar las exposiciones orales. Se emplea una para cada grupo cooperativo y sesión en la que aplique de la situación de aprendizaje.

Grupo cooperativo: Sesión:

Integrantes:

CEV1.1. Reformular de forma verbal y/o gráfica, problemas matemáticos interpretando los datos, las relaciones entre ellos y las preguntas planteadas.					
Indicadores de logro	Niveles de logro				
	1	2	3	4	N/A
1.1.1. Reformula de forma verbal el problema interpretando los datos.					
1.1.2. Comprende las preguntas planteadas en el problema.					
CEV1.4. Obtener todas las soluciones matemáticas de un problema movilizandolos conocimientos necesarios, reflexionando y evaluando el proceso seguido.					
Indicadores de logro	Niveles de logro				
	1	2	3	4	N/A
1.4.1. Obtiene todas las soluciones del problema movilizandolos conocimientos necesarios.					
1.4.2. Reflexiona sobre el proceso seguido para la resolución del problema.					
CEV5.1. Conectar los conocimientos y experiencias matemáticas entre sí formando un todo coherente.					
Indicadores de logro	Niveles de logro				
	1	2	3	4	N/A
5.1.1. Conecta los conocimientos matemáticos entre sí formando un todo coherente.					
CEV8.1. Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, describiendo, explicando y justificando los razonamientos, procedimientos y conclusiones.					
Indicadores de logro	Niveles de logro				
	1	2	3	4	N/A
8.1.1. Comunica información oralmente utilizando el lenguaje matemático apropiado.					
8.1.2. Explica los razonamientos y procedimientos llevados a cabo.					
8.1.3. Justifica las conclusiones obtenidas.					

A continuación, se muestra la rúbrica analítica empleada para evaluar el cuaderno de trabajo del alumnado. Se emplea una para cada estudiante, y se rellena al final de la situación de aprendizaje.

Nombre y apellidos del alumno:

Indicadores de logro	Nivel 1 (0 % PM)	Nivel 2 (50 % PM)	Nivel 3 (75 % PM)	Nivel 4 (100 % PM)	Puntuación máxima (PM)
CEV1.1. Reformular de forma verbal y/o gráfica, problemas matemáticos interpretando los datos, las relaciones entre ellos y las preguntas planteadas.					
1.1.1. Interpreta los datos de los problemas y establece relaciones entre ellos.	No interpreta los datos ni establece relaciones entre ellos.	Interpreta los datos, pero necesita ayuda para establecer relaciones entre ellos	Interpreta los datos y establece relaciones entre ellos en problemas sencillos.	Interpreta los datos y establece relaciones entre ellos en problemas complejos.	1
1.1.2. Comprende las preguntas planteadas en los problemas.	No comprende las preguntas planteadas.	Necesita ayuda para comprender las preguntas planteadas.	Comprende las preguntas planteadas en la mayoría de los problemas.	Comprende preguntas complejas planteadas en los problemas.	1
CEV1.4. Obtener todas las soluciones matemáticas de un problema movilizando los conocimientos necesarios, reflexionando y evaluando el proceso seguido.					
1.4.1. Obtiene todas las soluciones de los problemas movilizando los conocimientos necesarios.	No obtiene soluciones a los problemas, ni moviliza los conocimientos necesarios.	Obtiene algunas soluciones, pero necesita ayuda para movilizar los conocimientos necesarios.	Obtiene las soluciones, movilizando los conocimientos necesarios, en problemas sencillos.	Obtiene todas las soluciones en problemas complejos, movilizando los conocimientos necesarios.	1
1.4.2. Evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones.	No evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones.	Evalúa superficialmente el proceso seguido para la obtención de soluciones.	Evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones en la mayoría de las actividades.	Evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones en cualquier actividad.	1
CEV5.1. Conectar los conocimientos y experiencias matemáticas entre sí formando un todo coherente.					
5.1.1. Conecta los conocimientos matemáticos	No establece conexiones entre los	Conecta los conocimientos matemáticos entre sí cuando	Conecta los conocimientos matemáticos entre sí en la	Conecta los conocimientos matemáticos entre sí en	2

entre sí en las actividades del cuaderno.	conocimientos matemáticos.	la conexión es obvia.	mayoría de las actividades.	actividades complejas.	
CEV8.1. Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, describiendo, explicando y justificando los razonamientos, procedimientos y conclusiones.					
8.1.1. Comunica información por escrito utilizando el lenguaje matemático apropiado.	No es capaz de comunicar información por escrito utilizando lenguaje matemático.	Comunica información por escrito, pero comete abundantes errores en el lenguaje matemático.	Comunica información por escrito utilizando lenguaje matemático apropiado, aunque comete algunos errores.	Comunica información por escrito utilizando el lenguaje matemático apropiado sin errores.	1
8.1.2. Explica los razonamientos, los procedimientos y las conclusiones obtenidas.	No explica ni los razonamientos, ni los procedimientos ni las conclusiones obtenidas.	Explica los procedimientos, pero no los razonamientos ni las conclusiones obtenidas.	Explica los razonamientos, los procedimientos y las conclusiones obtenidas, pero con poco detalle.	Explica los razonamientos, los procedimientos y las conclusiones obtenidas con detalle.	1
CEV9.3. Aceptar los errores reconociendo en ellos una oportunidad de mejora y una posibilidad de abordar nuevos retos de forma creativa.					
9.3.1. Acepta los errores, reconociendo en ellos una oportunidad de mejora.	No acepta los errores ni ve en ellos una oportunidad de mejora.	Acepta los errores cuando se le señalan, reconociendo en ellos una oportunidad de mejora limitada.	Acepta los errores, reconociendo en ellos una oportunidad de mejora la mayoría de las ocasiones.	Acepta los errores, reconociendo en ellos una oportunidad clara de mejora.	1
9.3.2. Realiza las correcciones pertinentes de las actividades del cuaderno.	No realiza ninguna corrección.	Realiza las correcciones en ocasiones.	Realiza la mayoría de las correcciones.	Realiza todas las correcciones pertinentes.	1

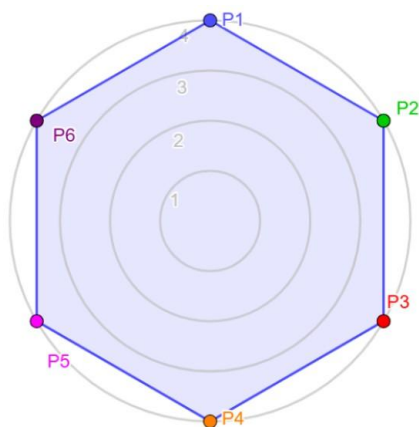
A continuación, se muestra la rúbrica analítica empleada para evaluar el informe escape room. Se emplea una para cada estudiante, y se rellena al final de la situación de aprendizaje.

Nombre y apellidos del alumno:

Indicadores de logro	Nivel 1 (0 % PM)	Nivel 2 (50 % PM)	Nivel 3 (75 % PM)	Nivel 4 (100 % PM)	Puntuación máxima (PM)
CEV1.1. Reformular de forma verbal y/o gráfica, problemas matemáticos interpretando los datos, las relaciones entre ellos y las preguntas planteadas.					
1.1.1. Interpreta los datos de los retos y establece relaciones entre ellos.	No interpreta los datos ni establece relaciones entre ellos.	Interpreta los datos, pero necesita ayuda para establecer relaciones entre ellos	Interpreta los datos y establece relaciones entre ellos en los retos sencillos.	Interpreta los datos y establece relaciones entre ellos en los retos complejos.	1
1.1.2. Traduce las situaciones de los retos a lenguaje algebraico.	No traduce las situaciones de los retos a lenguaje algebraico.	Traduce las situaciones de los retos a lenguaje algebraico con ayuda de sus compañeros de grupo.	Traduce las situaciones de los retos sencillos a lenguaje algebraico.	Traduce las situaciones de los retos complejos a lenguaje algebraico.	2
1.1.3. Comprende las preguntas planteadas en los retos.	No comprende las preguntas planteadas en los retos.	Necesita ayuda para comprender las preguntas planteadas en los retos.	Comprende las preguntas planteadas en la mayoría de los retos.	Comprende preguntas complejas planteadas en los retos.	1
CEV1.4. Obtener todas las soluciones matemáticas de un problema movilizand los conocimientos necesarios, reflexionando y evaluando el proceso seguido.					
1.4.1. Obtiene todas las soluciones de los retos movilizand los conocimientos necesarios.	No obtiene soluciones a los retos, ni moviliza los conocimientos necesarios.	Obtiene algunas soluciones, pero necesita ayuda para movilizar los conocimientos necesarios.	Obtiene las soluciones, movilizand los conocimientos necesarios, en los retos sencillos.	Obtiene todas las soluciones en los retos complejos, movilizand los conocimientos necesarios.	2
1.4.2. Evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones.	No evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones.	Evalúa superficialmente el proceso seguido para la	Evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones en la	Evalúa el proceso seguido para la obtención de soluciones en	1

		obtención de soluciones.	mayoría de los retos.	cualquiera de los retos.	
CEV8.1. Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, describiendo, explicando y justificando los razonamientos, procedimientos y conclusiones.					
8.1.1. Comunica información por escrito utilizando el lenguaje matemático apropiado.	No es capaz de comunicar información por escrito utilizando lenguaje matemático.	Comunica información por escrito, pero comete abundantes errores en el lenguaje matemático.	Comunica información por escrito utilizando lenguaje matemático apropiado, aunque comete algunos errores.	Comunica información por escrito utilizando el lenguaje matemático apropiado sin errores.	1
8.1.2. Explica los razonamientos, los procedimientos y las conclusiones.	No explica ni los razonamientos, ni los procedimientos ni las conclusiones obtenidas.	Explica los procedimientos, pero no los razonamientos ni las conclusiones obtenidas.	Explica los razonamientos, los procedimientos y las conclusiones obtenidas, pero con poco detalle.	Explica los razonamientos, los procedimientos y las conclusiones obtenidas con detalle.	2

A continuación, se muestran capturas de la [diana de autoevaluación](#) y de la [diana de coevaluación](#) para el trabajo cooperativo diseñadas con GeoGebra, respectivamente. La primera evalúa el trabajo propio, mientras que la segunda evalúa el del resto de miembros del grupo cooperativo.



P1. Colaboro activamente en el trabajo cooperativo.

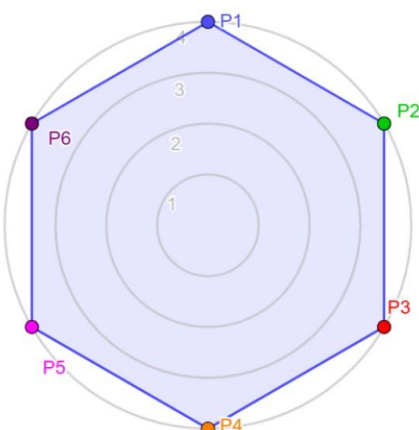
P2. Favorezco la inclusión escuchando las aportaciones de todos los compañeros.

P3. Me responsabilizo de mi propia contribución al grupo.

P4. Me comunico de manera entendible y clara.

P5. Analizo las actividades y propongo ideas para resolverlas.

P6. Tomo decisiones en base a juicios informados.



P1. Colabora activamente en el trabajo cooperativo.

P2. Favorece la inclusión escuchando las aportaciones de todos los compañeros.

P3. Se responsabiliza de su propia contribución al grupo.

P4. Se comunica de manera entendible y clara.

P5. Analiza las actividades y propone ideas para resolverlas.

P6. Toma decisiones en base a juicios informados.

Anexo G. Cuestionarios de evaluación de la práctica docente

A continuación, se presenta el cuestionario de autoevaluación docente.

Indicadores	Niveles de logro			
	1	2	3	4
Planificación de la situación de aprendizaje				
He planificado la situación de aprendizaje de ecuaciones y sistemas de ecuaciones conforme al Decreto 77/2023.				
He seleccionado y editado en Edpuzzle los materiales para el aula invertida con cuidado y antelación.				
He creado grupos cooperativos heterogéneos para atender a la diversidad del aula.				
Realización				
He explicado al alumnado el funcionamiento y los objetivos de la situación de aprendizaje.				
He actuado como guía y facilitador del aprendizaje, interviniendo cuando era necesario.				
He gestionado el tiempo de aula eficazmente, priorizando la resolución de ejercicios y problemas contextualizados.				
Clima de aula y atención a la diversidad				
He fomentado un ambiente de respeto y colaboración, tanto profesor-alumno como entre el alumnado.				
He atendido a la diversidad del aula, prestando apoyo específico al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo (ACNEAE).				
Evaluación				
He comunicado los criterios e instrumentos de evaluación con antelación, garantizando transparencia en el proceso.				
He utilizado instrumentos de evaluación variados y coherentes con las competencias específicas trabajadas.				
He proporcionado feedback y feedforward constante para orientar al alumnado.				
He promovido la autoevaluación y la coevaluación para hacer al alumnado partícipe de su progreso.				

Nota. 1 = Totalmente en desacuerdo; 2 = En desacuerdo; 3 = De acuerdo; 4 = Totalmente de acuerdo.

A continuación, se puede consultar el cuestionario para el alumnado.

Indicadores	Niveles de logro			
	1	2	3	4
Metodología				
Los vídeos de Edpuzzle me han ayudado a entender la teoría antes de realizar los ejercicios y problemas contextualizados.				
Trabajar en cooperativo me ha ayudado a resolver dudas y a desarrollar mis habilidades sociales.				
Los recursos gamificados planteados han aumentado mi interés por el álgebra.				
Trabajo en el aula				
El ritmo de las clases ha sido adecuado, pudiendo realizar todas las actividades propuestas.				
La organización del aula y los materiales facilitados han ayudado a que trabaje mejor.				
Actitud del profesor				
EL profesor ha diseñado una situación de aprendizaje dinámica y bien estructurada.				
El profesor se ha mostrado cercano y se ha preocupado por mi proceso de aprendizaje.				
El profesor ha resuelto mis dudas de forma clara.				
Evaluación				
He conocido desde el principio cómo se me iba a evaluar y qué se esperaba de mí.				
He podido ver mis progresos con la autoevaluación realizada y con la información que el profesor me ha ido proporcionando.				
Satisfacción				
He aprendido más con esta forma de trabajar que en una clase tradicional.				
Me gustaría trabajar otros saberes básicos de esta manera.				

Nota. 1 = Totalmente en desacuerdo; 2 = En desacuerdo; 3 = De acuerdo; 4 = Totalmente de acuerdo.