



**Universidad Internacional de La Rioja**

**Facultad de Educación**

**Trabajo Fin de Máster**

---

**LA TAPTANA CAÑARI EN LA  
ENSEÑANZA DE LOS SISTEMAS DE  
NUMERACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE  
PRIMERO DE BACHILLERATO  
GENERAL UNIFICADO, DE LA UNIDAD  
EDUCATIVA SHUNGUMARCA**

---

**Autor:** María Virginia Quizhpi López

**Titulación:** Máster en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato

**Tipo de Trabajo:** Intervención Didáctica

**Director/a:** María Jesús Algar Díaz

**Ciudad:** Cañar

**Fecha de depósito:** 26 de febrero de 2019

## **DEDICATORIA**

A mis padres Fernando y América quienes con su amor, paciencia y esfuerzo me han permitido cumplir una meta más, un sueño más, gracias por inculcar en mí el ejemplo de esfuerzo, valentía, y honor, de enfrentar mis miedos porque Dios está conmigo siempre.

A mis hermanos: Fernando, Santiago, Pablo, y Pedro por su apoyo incondicional durante este proceso, y por su cariño, que a pesar de estar lejos lo supieron demostrar.

A mis sobrinos Andrés, Jean Pool, Thomas y Samuel, quienes con su inocencia y candidez me han dado paz en momentos difíciles.

A toda mi familia porque con sus oraciones, consejos y palabras de aliento hicieron de mí una mejor persona y de una u otra forma me acompañaron en todos mis pasos.

*María Virginia*

## **AGRADECIMIENTO**

Quiero expresar mi gratitud a Dios, quien me da la fuerza para continuar cada día y llenarla de felicidad y esperanza.

Agradecer a mi padre quien ha sido el apoyo incondicional en mis estudios, mi tutor y maestro de vida, a mi madre por su inmenso amor y bondad, haciendo mis días más fáciles de llevar, ambos la razón de mis triunfos y libertad.

A mi hermano Pedro, por confiar en mí y brindarme su ayuda y protección.

Mi profundo agradecimiento a todas las autoridades y personal que hacen la Universidad Nacional de La Rioja, por permitirme hacer mi postgrado en su institución y por transmitirme sus conocimientos para crecer como profesional.

Un agradecimiento muy especial a mi tutora María Jesús.

*María Virginia*

## RESUMEN

La labor del docente es de primer orden, aquello no se discute. Su presencia en la vida educativa del estudiante no puede ser sustituido por nada ni por nadie, pues sólo él forma personas para la sociedad.

Los alumnos del colegio Shungumarca presentan problemas en su aprendizaje, un razonamiento matemático no aceptable, y competencias no fundamentadas, que les ocasiona problemas para ingresar a la universidad, pues deben rendir la prueba del Instituto Nacional de Evaluación (*INEVAL*). Para trabajar estas irregularidades se propone un trabajo de Intervención Didáctica con pertinencia pedagógica, didáctica y de etnociencia para un contexto cultural kichwa-castellano, es decir, intercultural que significa dos culturas para enriquecerse mutuamente a través de sus actividades productivas y sociales.

La temática es pedagógica, pues explica principios curriculares en las dos concepciones culturales. Es didáctica, ya que se va a diseñar y construir diferentes tipos de *taptanas* partiendo de la *taptana* histórica, para ello, los estudiantes tendrán su cumplida participación, en vista que ellos manejan el conocimiento heredado de sus padres.

El TFM contempla la realización de una intervención didáctica con la construcción de varios modelos de *taptanas* mediante un seminario taller, que se aplica a los estudiantes del primero de BGU. El punto de partida es la *taptana* cañarí, la misma que no ha sido interpretada en su totalidad hasta el momento.

Se va a trabajar con procesos didácticos participativos y cooperativos para estructurar cantidades en base 10, en base 20, base 5, base 2, y en cualesquier base, además operaciones de cambio o transformaciones multibase.

Esta complejidad operativa dá el verdadero valor que tiene la *taptana* como recurso didáctico, confirma su valor educativo intercultural, y un testigo fiel de los conocimientos generados por los pueblos del ABYA-YALA.

**Palabras Clave:** Taptana, sistema de numeración, rescate cultural.

## ABSTRACT

The work of the teacher is of the first order that, is not discussed. His presence in the educational life of the student can not be replaced by anything or anyone, because only he forms people for society.

The students of the school Shungumarca present problems in their learning, an unacceptable mathematical reasoning, and unfounded competences, which cause them problems to enter the university, because they must take the test of the National Institute of Evaluation (INEVAL). To work on these irregularities, a Didactic Intervention work is proposed with pedagogical, didactic and ethnohistory relevance for a Kichwa-Castilian cultural context, that is, intercultural that means two cultures to enrich each other through their productive and social activities.

The theme is pedagogical, since it explains curricular principles in the two cultural conceptions. It is didactic, since different types of taptanas will be designed and constructed starting from the historical taptana, for this, the students will have their fulfilled participation, since they handle the knowledge inherited from their parents.

The TFM contemplates the realization of a didactic intervention with the construction of several models of taptanas through a seminar workshop, which is applied to the students of the first of BGU. The starting point is the cañarí taptana, the same one that has not been interpreted in its entirety so far.

We will work with participative and cooperative didactic processes to structure quantities in base 10, in base 20, base 5, base 2, and in any base, in addition to change operations or multi-phase transformations.

This operational complexity gives the true value of the taptana as a didactic resource, confirms its intercultural educational value, and a faithful witness of the knowledge generated by the peoples of ABYA-YALA.

**Keywords:** Taptana, numbering system, cultural rescue.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	1
<b>1.1. Introducción</b> .....	1
<b>1.2. Justificación</b> .....	2
<b>1.3. Planteamiento del problema</b> .....	3
<b>1.4. Objetivos</b> .....	4
<b>1.4.1. General</b> .....	4
<b>1.4.2. Específicos</b> .....	5
<b>2. MARCO TEÓRICO</b> .....	6
<b>2.1. Antecedentes socioeducativos</b> .....	6
<b>2.1.1. Históricos</b> .....	6
<b>2.1.2. La escuela en la cultura ancestral y en la cultura mestiza</b> .....	7
<b>2.2. Material didáctico</b> .....	8
<b>2.2.1. Funciones del material didáctico</b> .....	10
<b>2.2.2. Tipos de material didáctico</b> .....	11
<b>2.2.3. Sistemas de numeración</b> .....	12
<b>2.2.3.1. Sistema de numeración decimal en la cultura kichwa cañari</b> .....	12
<b>2.2.3.2. Sistema de numeración maya</b> .....	16
<b>2.2.3.3. Sistema base dos o binario</b> .....	18
<b>2.2.3.4. Sistema de numeración de base 3</b> .....	19
<b>2.2.4. La <i>taptana</i> kichwa-cañari</b> .....	20
<b>3. INTERVENCIÓN DIDÁCTICA</b> .....	22
<b>3.1. Introducción</b> .....	22
<b>3.2. Contexto legal</b> .....	22
<b>3.3. Contexto pedagógico</b> .....	23
<b>3.4. Planificación y ejecución de la intervención didáctica</b> .....	23
<b>3.4.1. Actividad 1: Diseño y construcción de <i>taptanas</i></b> .....	24
<b>3.4.2. Actividad 2: Aplicación de la <i>taptana</i> en la escritura de cantidades en base 10, base vigesimal, base 5, base 2 y cualquier base, y en operaciones</b> .....	27
<b>3.4.3. Actividad 3: Evaluación de la Intervención Didáctica</b> .....	29
<b>3.4.3.1. Instrumento aplicado:</b> .....	30
<b>3.5. Discusión de Resultados</b> .....	35
<b>4. LIMITACIONES Y PROSPECTIVAS</b> .....	37
<b>4.1. Limitaciones</b> .....	37

<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>39</b>
<b>5.1. Conclusiones .....</b>	<b>39</b>
<b>5.2. Recomendaciones .....</b>	<b>39</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>40</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>42</b>

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Símbolos básicos de la numeración maya. ....	16
Ilustración 2: numeración maya.....	17
Ilustración 3: Aplicación de la taptana a los diferentes sistemas de numeración .....	20
Ilustración 4: La Tapatana Cañari, instrumento de cálculo .....	21
Ilustración 5: Prototipo de taptana en base 10. Fuente: Montaluisa, L. ....	21
Ilustración 6: Estudiantes en trabajo cooperativo. ....	42
Ilustración 7: Construcción de conocimientos etnomatemáticos. ....	43
Ilustración 8: Estudiantes trabajando aplicaciones matemáticas con la taptana. ....	44
Ilustración 9: Estudiantes de BGU al término de la Intervención Didáctica. ....	44
Ilustración 10: La Taptana Histórica Cañari .....	49
Ilustración 11: Taptana Reconstruida. Adaptación de Quizhpi, V. (2019).....	49

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Conceptos numéricos del idioma Kichwa-cañari. ....	13
Tabla 2: Estructura del sistema de base 10. ....	13
Tabla 3: Estructura del sistema de base 10 kichwa-cañari. ....	14
Tabla 4: Estructura del sistema de base 10 kichwa-cañari. ....	14
Tabla 5: Estructura del sistema de numeración maya.....	18
Tabla 6: Estructura del sistema de numeración binario. ....	18
Tabla 7: Estructura del sistema de numeración ternaria o de base 3. ....	19
Tabla 8: Estructura del sistema de numeración de base 5. ....	19
Tabla 9: Seminario taller para la construcción de <i>taptanas</i> . ....	26
Tabla 10: Aritmética de sistemas de diferente base.....	27
Tabla 11: Resultados de la aplicación de la matriz de validación de impacto de la intervención didáctica .....	32
Tabla 12: Resultados obtenidos .....	34

## 1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1.Introducción

El Trabajo Fin de Master tiene naturaleza de intervención didáctica, pues se observa en los alumnos problemas en su aprendizaje, un razonamiento matemático no aceptable, y competencias no fundamentadas, que a posteriori les conlleva a no rendir con eficacia la prueba del Instituto Nacional de Evaluación (INEVAL) requisito para el ingreso a la universidad.

El trabajo comprende un marco teórico con pertinencia pedagógica, didáctica y de etnociencia, pues la unidad educativa se encuentra ubicada en un contexto cultural kichwa-castellano, donde los integrantes de las diferentes comunas se integran entre las dos culturas para compartir y enriquecerse mutuamente a través de sus actividades productivas y sociales.

La temática es pedagógica, ya que explica principios curriculares dentro de las dos concepciones culturales. Es didáctica, pues, se va a diseñar y construir diferentes tipos de *taptanas* partiendo de la *taptana* histórica, y en ello, los estudiantes tendrán su cumplida participación, ellos conocen el conocimiento que sus padres les han venido transmitiendo de generación en generación, conocimientos que se rescatan, y se les da el debido valor en función de elevar su autoestima, y naturalmente, enriquecer la historia de la Matemática.

Un aspecto muy interesante es la etnociencia, puesto que, la visión cultural del kichwa-cañari es integral, todo está relacionado, nada está suelto. Es muy común observar en las reuniones comunitarias hablar de lo que sucede en su entorno socio comunitario, y de manera especial se preocupan de la parte educativa.

En el presente trabajo se contempla la realización de una intervención didáctica a través de la construcción de varios modelos de *taptanas*, se lo hace mediante la técnica del seminario taller, técnica que se aplica a los estudiantes del primero de BGU. El punto de partida es la *taptana* cañarí, la misma que no ha sido interpretada en su totalidad hasta el momento, por lo que la investigación debe seguir su curso para darle una verdadera explicación a los diversos cálculos que hacían los cañaris.

Se considera la factibilidad de socializar este trabajo a los docentes del área de matemática, del circuito educativo, para que la educación en esta área se optimice, y con ello, a generar espacios de educación de calidad, y pertinencia cultural en las escuelas bilingües.

El trabajo es actual y genera expectativas en el círculo educativo, esperamos que sea de mucho apoyo a los colegas del área de matemática, y sobre todo a los estudiantes, pues deben valorar el saber ancestral, como no puede ser de otra manera.

## **1.2. Justificación.**

El Trabajo de Fin de Master en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato se realiza en la Unidad Educativa Shungumarca, de la parroquia General Morales, del cantón y provincia del Cañar. Se titula: *La taptana* cañari en la enseñanza de los sistemas de numeración, a los estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado, de la Unidad Educativa Shungumarca.

La educación matemática del país presenta nudos de dificultad en la comprensión y análisis de referencias teóricas de esta asignatura: en sus principios y leyes, en la resolución de problemas, en el planteamiento de modelos matemáticos. En este contexto, los actores educativos del sistema ecuatoriano deben ser motivo de trabajo para paliar estas equivocaciones por el bien de la educación de los jóvenes, pues pronto se convertirán en los agentes de cambio para construir una sociedad justa y democrática para los ecuatorianos.

Al respecto las autoridades nacionales educativas tienen la siguiente información:

*El ministro de Educación resaltó los resultados de los niveles de logro por dominio. Los estudiantes obtuvieron un mejor puntaje en Lengua, Ciencias Sociales y Matemáticas. El 52,2 % de los sustentantes presentaron un puntaje de satisfactorio y excelente en Lengua, el 39,4 % sacaron un puntaje satisfactorio y excelente en Sociales. En Matemática el promedio fue de 34,9 %, equivalente a satisfactorio y excelente. El dominio científico fue donde los estudiantes presentaron mayores problemas, un 18,3 % obtuvieron insuficiente en esta materia. (INEVAL, 2018, pág. 2)*

Estos porcentajes expresados por la autoridad educativa nacional, efectivamente, determina que la educación del país viene superando dificultades en los diferentes órdenes del sistema educativo. En el caso de las instituciones educativas, que se encuentran en contextos campesinos e indígenas estas observaciones son más concentradas. La finalidad del presente trabajo es diseñar alternativas de solución para mejorar la educación matemática de sus estudiantes, y ubicarlos en niveles de excelencia, así como recuperar la *taptana* instrumento de

cálculo andino (cultura kichwa-cañari) en su aplicación a la escritura de cantidades en diferentes sistemas de numeración, sus transformaciones a varios sistemas, y convertirla en un recurso didáctico eficiente para los docentes del área de matemática.

La Unidad educativa Shungumarca se encuentra ubicada en un contexto campesino e indígena de la cultura kichwa-cañari. Esta institución recibe a estudiantes de las escuelas unidocentes, y pluridocentes de esta parroquia. Los alumnos al tener un solo profesor para las diferentes asignaturas tienen dificultades de aprendizaje en Lenguaje y Matemática.

La Matemática, en su comprensión, análisis, discriminación, resolución, clasificación, etc., a los alumnos les resulta de dificultad, pues no tienen un nivel de lectura que les permita estudiar y comprender estos aprendizajes.

La lectura comprensiva facilita a los alumnos el conocimiento de las demás asignaturas. Estas falencias se trabajan con los docentes del área, en el caso de la Matemática se trabajará con la proponente del presente trabajo de TFM a través de la intervención didáctica.

Este trabajo consiste en la recuperación de los conocimientos matemáticos ancestrales, la reconstrucción y adaptación de los instrumentos que disponían para el cálculo y las adaptaciones suficientes para fundamentar aprendizajes de los diferentes sistemas de numeración (base dos, tres, cuatro, ..., de cualesquier base), matrices, logaritmos, ecuaciones, etc. Además, los estudiantes con la base teórica trabajada deben ampliar las aplicaciones de la *taptana* a sus requerimientos personales.

La educación matemática del distrito educativo dispondrá de un material didáctico con pertinencia intercultural para optimizar los aprendizajes de las ciencias exactas, y con ello, el mejoramiento de los procesos lógico-matemáticos de la población estudiantil.

### **1.3. Planteamiento del problema**

La intervención didáctica que se propone considera los problemas detectados en la formación matemática de los estudiantes de primero de BGU en base a los siguientes argumentos:

Se tiene los dos máximos sistemas de conocimientos del mundo: El Sistema de Conocimientos Occidental y El Sistema de Conocimientos Andino. Este último en el aspecto matemático tiene el sistema de numeración decimal, exacto, y preciso, en su lectura y estructura. Esta bondad

matemática se considera para que los alumnos construyan sus conocimientos operacionales, tengan una lectura precisa de las cantidades numéricas, que la escritura de cantidades sea identificada en sus diferentes órdenes, que hagan el traslado o cambio de base con prontitud y pertinencia, y sobre todo estos aprendizajes deben coadyuvar con objetividad en el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas, que requieren los estudiantes en su formación básica.

Se retoma la *taptana* cañari, un valioso instrumento de cálculo para el aprendizaje de la escritura de cantidades y sistemas numéricos. Esta acción histórica se orienta a revalorizar los conocimientos y tecnología de los pueblos andinos del ABYA-YALA. Este conocimiento es una herramienta didáctica que se aplica en los diferentes niveles de formación matemática del colegio Shungumarca, acción que redundará, significativamente, en el proceso de enseñanza que aplica el docente a los estudiantes.

Las operaciones mentales que se logra en el estudiante son desarrolladas de acuerdo a los estadios de aprendizaje de Jean Piaget, son pertinentes, permitiendo, la consecución de destrezas con criterios de desempeño, es decir, aprendizajes significativos, que le permiten resolver problemas de la vida real, ejemplo, el de estar en condiciones óptimas para superar la prueba *Ser Bachiller*, del INEVAL de ingreso a la universidad.

#### **1.4.Objetivos.**

La intervención didáctica como Fin de Master, es una propuesta para mejorar la educación matemática de los estudiantes de una institución educativa, de un sector campesino e indígena del Ecuador, quienes siendo ciudadanos ecuatorianos con pleno derecho aspiran a tener un título universitario para mejorar su calidad de vida, y en lo posible regresar a su comunidad a compartir sus conocimientos.

Se propone los siguientes objetivos:

##### **1.4.1. General.**

Validar los saberes de la cultura kichwa cañari, utilizando, los principios de la *taptana* en la escritura de cantidades de diferente base, en operaciones, en la construcción, y deconstrucción de cambios de base a cualquier sistema.

### 1.4.2. Específicos.

La intervención didáctica tiene que ser concretada en objetivos específicos, que orienten el proceso del Trabajo Fin de Máster, es decir, son los indicadores de actividades, recursos humanos, pedagógicos, bibliográficos, métodos de investigación, necesarios para llegar a buen fin.

Al respecto se proponen los siguientes:

- Analizar los saberes ancestrales de la cultura kichwa-cañari en la educación matemática a través de un seminario taller, y generar una intervención didáctica.
- Estructurar cantidades en diferente base, y relacionarlas para construir sistemas de numeración con la aplicación de la *taptana* cañari.
- Diseñar y construir diferentes tipos de *taptana* para enriquecer los recursos didácticos de los docentes del área de matemática.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Antecedentes socioeducativos.

#### 2.1.1. Históricos.

Todo pueblo, cultura o persona tiene a su haber un conjunto de conocimientos, que o bien heredados de sus ancestros o del acercamiento a la relación intercultural, les sirve para resolver sus problemas personales o comunitarios. En este contexto se encuentran las culturas o pueblos ancestrales de América (ABYA-YALA), y particularmente, el pueblo kichwa-cañari con sus conocimientos que a la par son estudiados en la cultura occidental.

El conocimiento de Botánica de los pueblos y culturas del Ecuador, y particularmente, del pueblo cañari, es amplio y fundamentado en observaciones reales desde tiempos inmemoriales, y practicado actualmente por las comunidades. Su lógica de estudio es criterial, y tan valioso científicamente como el que realiza Carl von Linneo, naturalista sueco.

La clasificación que presenta este pueblo es:

- a) *Por el género: en macho y hembra, ejemplo, ortiga macho y ortiga hembra.*
- b) *Por la procedencia: plantas del urku, de estancia, de los yungas, ejemplos: del urku, la shulala; de la estancia, la uvilla; de los yungas, la coca.*
- c) *Por su aplicación, en medicinales y venenosas, ejemplos, medicinales, el paiku; venenosas, el curaré.*
- d) *Por el calor que contienen, en frescas y cálidas, ejemplos, de planta cálida amarantu, planta fresca, el kaktu.*
- e) *Plantas alimenticias: en este aspecto, el aporte de las culturas andinas para el mundo es de inigualable valor. Los pueblos andinos con sus productos siguen alimentando al mundo, la papa, el maíz, kinwa, amarantu, el chocho, la oca, el milluku, la mashwa, etc., productos que se sirven en la mesa del pueblo así como en las mesas tipo gourmet (Montaluisa, Ñuqanchiq Yachai (Nuestra Ciencia), 2006, págs. 31,32).*

Es innegable el aporte realizado por los pueblos ancestrales y que lo continúan haciendo. Pues mucha población joven ha ingresado en la universidad, quienes, formados profesionalmente,

hacen contrastes entre los dos tipos de conocimiento para enriquecer tanto a la ciencia occidental como a la ciencia ancestral.

### **2.1.2. La escuela en la cultura ancestral y en la cultura mestiza**

La escuela en las comunidades ancestrales o autóctonas tiene su particularidad si la comparamos con la escuela del sistema educativo ecuatoriano. Al respecto vale considerar los siguientes criterios para establecer semejanzas y diferencias entre estas dos instituciones educativas.

La escuela es la institución donde los alumnos acuden para formarse. En este proceso formativo convergen los diferentes actores socioeducativos, como: los padres de familia, la comunidad, la sociedad en general y el estado. Al respecto escuela es:

*En sentido general, institución de enseñanza que funciona de acuerdo a los requerimientos ideológicos-culturales de un sistema educacional determinado, el cual a su vez se asienta en estructuras económicas, sociales y políticas histórico-concretas. En sentido específico, comunidad formada por maestros, alumnos y personal auxiliar que se dedica concretamente a tareas educativas, es decir, instrucción en la que los alumnos y profesores encaran interactivamente las tareas de enseñanza-aprendizaje (Castro, 2010, pág. 173)*

El criterio del Dr. Castro cuando explica que la escuela es una institución donde alumnos y profesores construyen conocimientos, además, en el rol que desempeña como institución educativa al plasmar requerimientos de la sociedad. En el caso de Ecuador, se puede decir que la educación no es una política de estado como sucede en otros países donde se prioriza la parte formativa del nuevo ciudadano. La educación en Ecuador responde al pensamiento político del gobierno de turno.

El concepto de escuela para las comunidades y pueblos ancestrales es diametralmente opuesto, pues lo conciben como el *pukara*, esto es, el centro del convivir comunal, un lugar donde realizan sus actividades, como: reuniones comunitarias, reciben a las autoridades, preparan a los niños para su catequesis de primera comunión, y confirmación.

En la escuela se arreglan problemas de linderos de tierras, salud, desarrollo comunitario, falta de trabajo, precios de sus productos, de las familias, es decir, de la dinámica comunitaria, y,

donde el profesor ejerce su liderazgo, pues es el animador de la comuna. Lo argumentado es más que suficiente para validar la verdadera importancia del profesor rural en la escuela campesina e indígena.

El criterio de los educadores bilingües sobre lo que significa escuela, implica realidades históricas, que se desea rescatar para fortalecer la educación rural y la importancia que tiene el docente en este sistema educativo. Al respecto se señala que:

*En la escuela bilingüe intercultural comunitaria, los niños estudian la ciencia y desarrollan habilidades artísticas y artesanales en relación con su realidad. En ella los alumnos analizan la forma de clasificar las plantas, los animales y los demás seres, de acuerdo a su cultura; además conocen los avances científicos de la cultura no indígena. En estas escuelas, preferentemente, el maestro es designado por la misma comunidad y es un miembro activo de su grupo* (Serrano, 2010, pág. 15)

Las concepciones de escuela desde estas dos ópticas son diferentes. La concepción andina indica que la escuela es parte de la comunidad a la que se debe apoyar y respetar, las razones son bastante convincentes.

## **2.2. Material didáctico**

En los procesos de enseñanza y aprendizaje el docente debe considerar una serie de materiales que permitan la construcción o reconstrucción de conocimientos. Estos recursos deben ser pertinentes y permitir en los estudiantes procesos de manipulación, discriminación, clasificación, seriación y evaluación, operaciones mentales que favorecen la fundamentación de aprendizajes con sentido de aplicabilidad a resolver problema de la vida real.

La Pedagogía Andina indica, que los procesos de enseñanza se transmiten de generación en generación, en el caso de los padres a sus hijos. En las *minkas* cuando se realizan los trabajos comunitarios con la participación de toda la comunidad (niños, niñas, jóvenes, adultos, ancianos), donde cada uno de estos integrantes comunitarios tiene un rol de trabajo determinado. Cuando se quiere perfeccionar conocimientos, los padres envían a sus hijos donde los yachaks, los artesanos, los curanderos, es decir, donde los expertos. Esta práctica permite que los aprendices lleguen a dominios de excelencia en los saberes y tecnología de la ciencia andina.

Los aprendizajes se realizan en el contexto comunitario donde los sabios y principiantes tienen a su disposición la naturaleza y en ella, la comunidad para construir el conocimiento ancestral.

El espíritu del material didáctico en la enseñanza es fundamental para construir y deconstruir conocimientos, en ello:

*El material didáctico es, en la enseñanza, el nexo entre las palabras y la realidad, siendo lo ideal que todo aprendizaje se llevase a cabo dentro de una situación real de vida. Cuando esto no es posible el material didáctico debe sustituir a la realidad, representándola de la mejor forma posible, de modo que se facilite su objetivación por parte del alumno (Giuseppe N. I., Hacia una didáctica general dinámica, 1980, pág. 329)*

En el análisis investigativo se observa, que el criterio del saber andino del pueblo kichwa-cañari cumple con el ideal del concepto del profesor Giuseppe, es decir, que el proceso de la enseñanza se realice en situaciones de la vida real.

En líneas anteriores se ha expuesto, que el saber se transmite en el hogar, en la comunidad, en las minkas, en los talleres artesanales, en el campo de labranza, en el uso de las diferentes herramientas de trabajo. Al respecto, la *taptana* es una herramienta de cálculo que es utilizada en muchas actividades diarias y es la que se quiere rescatar mediante la realización de este Trabajo Fin de Máster en Matemática. Los estudiantes deben conocer el pensamiento y tecnologías universales y, naturalmente la de su pueblo y de sus ancestros, y darle el valor que se merece mediante su aplicación y socialización.

Los materiales didácticos deben ser el nexo entre docente y estudiante, para que el conocimiento sea logrado. Se debe trabajar con procesos holísticos donde la participación del estudiante sea determinante para sus conocimientos, que mejor hacerlo en lo posible mediante el juego organizado, la interacción mutua, y más aún:

*Como se puede observar, el material didáctico favorece el proceso de aprendizaje en los estudiantes, gracias al contacto práctico-lúdico con elementos reales que activan el gusto por aprender, que estimulan el desarrollo de la memoria, la motricidad fina y gruesa, la parte cognitiva, física, entre otros aspectos fundamentales en la evolución del sujeto. El material didáctico es una alternativa para el aprendizaje práctico-significativo, que depende, en gran medida, de la implementación y apropiación que haga la docente de ello en su propuesta metodológica; por tal motivo, es preciso*

*resaltar que para inducir a un estudiante en el ejercicio del material didáctico, deben utilizarse objetos muy diferentes entre sí, para avanzar gradualmente con otros objetos similares pero con algunas diferencias muy sutiles (Manrique & Gallego, 2013, págs. 101,108)*

Ahora bien, como se puede inferir los materiales didácticos deben favorecer el aprendizaje para que se cataloguen como tales, y en lo posible este aprendizaje debe ser práctico y lúdico, práctico porque le sirve al estudiante para resolver problemas de significación para él, y lúdico pues será el juego organizado el que permita esta construcción de conocimientos.

### **2.2.1. Funciones del material didáctico.**

El proceso de la enseñanza aprendizaje se sustenta en acciones psicopedagógicas, que permiten a los actores del hecho educativo cumplir con su gran objetivo, es decir, adquirir nuevos conocimientos y aplicarlos a situaciones concretas de la vida real. En este contexto, el trabajo del docente es considerar siempre el material didáctico para trabajar con los estudiantes, ya que es el puente que les permite llegar al conocimiento. Por tanto, el material didáctico en sus funciones debe:

1. *Aproximar al alumno a la realidad de lo que se quiere enseñar, ofreciéndole una noción más exacta de los hechos o fenómenos estudiados.*
2. *Motivar la clase.*
3. *Facilitar la percepción y comprensión de los hechos y de los conceptos.*
4. *Concretar e ilustrar lo que se está exponiendo verbalmente.*
5. *Economizar esfuerzos para conducir a los alumnos a la comprensión de hechos y conceptos.*
6. *Contribuir a la fijación del aprendizaje a través de la impresión más viva y sugestiva que puede provocar el material.*
7. *Dar oportunidad para que se manifiesten las aptitudes y el desarrollo de habilidades específicas, como el manejo de aparatos o la construcción de los mismos por parte de los alumnos (Giuseppe, I., 1980, pág. 329)*

En consideración a lo anotado, la *taptana* se convierte en una herramienta didáctica valiosa del docente y estudiante, pues es una ayuda eficaz en sus aprendizajes y formación matemática.

En ello, los sistemas de numeración, logaritmos, ecuaciones, matrices, etc. han de desarrollar estos logros educativos.

La *taptana* cañari debe cumplir con estos requerimientos del profesor Giuseppe, es decir:

- Poner al alumno en contacto con la realidad de cálculo como lo hacían sus antepasados y la forma en que se hace ahora.
- Comprender los hechos históricos a la luz del avance de la ciencia y la tecnología teniendo como sustento los avances de la tecnología.
- Fijar aprendizajes a la luz de la lógica del razonamiento, y,
- Desarrollar habilidades y aptitudes de los estudiantes para que generen una herramienta de cálculo propia.

### **2.2.2. Tipos de material didáctico.**

En el caso de la pedagogía ancestral y en las escuelas andinas, los procesos de la enseñanza, idealmente, deben ser desarrollados en la naturaleza donde se encuentran los recursos reales. Esta concepción es global y unitaria, pues se quiere que la enseñanza sea integral. Esto quiere decir que se debe dar interdisciplinariedad para que los alumnos encuentren más sentido a lo que aprenden, y servir de base o fundamento para otros aprendizajes.

Se puede advertir que en la cosmovisión andina del pueblo kichwa-cañari un elemento de la naturaleza sirve para deducir varios conocimientos, y viceversa.

La pedagogía contemporánea clasifica en los siguientes grupos:

***Materiales impresos:** libros, de texto, de lectura, de consulta (diccionarios, enciclopedias), atlas, monografías, folletos, revistas, boletines, guías.*

***Materiales de áreas:** mapas de pared, materiales de laboratorio, juegos, aros, pelotas, potros, plintos, juegos de simulación, maquetas, acuario, terrario, herbario bloques lógicos, murales.*

***Materiales de trabajo:** cuadernos de trabajo, carpetas, fichas, lápiz, colores, bolígrafos.*

***Materiales del docente:** Leyes, Disposiciones oficiales, Resoluciones, PEC, PCC, guías didácticas, bibliografías, ejemplificaciones de programaciones, unidades didácticas (Guerrero, 2009, pág. 2)*

En esta conceptualización de material didáctico se observa una clasificación por los criterios de: impresión, naturaleza de las asignaturas, método de trabajo y del docente, situación que conlleva al cumplimiento de objetivos, contenidos y actividades para la construcción de conocimientos. Se observa en esta clasificación ausencia de los materiales que puede proporcionar la naturaleza como: semillas de diferente naturaleza y tamaño, piedritas, flores de color y forma, pepitas de eucalipto, ciprés, una colina, las aves, un río, los animales domésticos.

Se puede en una frase manifestar: todo lo que se encuentra en la naturaleza sirve para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, todo sirve. Será la creatividad e ingenio del docente y alumno, el prerequisite para construir conocimientos con los recursos que se le presenten.

### **2.2.3. Sistemas de numeración.**

En primer instante se debe entender la idea de número. El concepto de número es para expresar una cantidad o ausencia de la misma. Es así que la cultura kichwa-cañari asocia este concepto a cuantos integrantes hay en su familia, a la cantidad de aves que están en el corral, cuantos animales domésticos tiene, los productos que su familia saca al mercado. Es decir, que el concepto de número siempre se asocia a elementos reales de su entorno.

Los números son expresados mediante conceptos orales, no en representaciones gráficas, pues se han perdido en la bruma del tiempo. Los intelectuales indígenas están en procesos de investigación para rescatarlos o hacer adecuaciones. Con la conquista de los incas a los pueblos étnicos del Ecuador se impuso el idioma Kichwa y demás saberes y tecnologías, y en ello, naturalmente, los saberes matemáticos o etnomatemáticos, nombre con el que se conoce en la actualidad.

#### **2.2.3.1. Sistema de numeración decimal en la cultura kichwa cañari.**

La tabla que se expone a continuación es para detallar la numeración básica que emplea el sistema de base 10 de la cultura cañari. En la primera columna se tiene los números del 1 al 9, mereciendo especial atención el numeral 0, este indica la ausencia de cantidad.

El descubrimiento de esta representación cuantitativa es un aporte de mucho valor para la ciencia matemática; pues a partir de este concepto numérico se conjetura estructuralmente de

forma pertinente las agrupaciones de 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000, 1 000 000, unidades o elementos de un conjunto observado.

Las agrupaciones como potencias de 10, son: decenas =  $10^1$ , centenas =  $10^2$ , miles =  $10^3$ , decenas de miles =  $10^4$ , centenas de miles =  $10^5$ , millones =  $10^6$  unidades.

*Tabla 1: Conceptos numéricos del idioma Kichwa-cañari.*

CONCEPTO	CANTIDAD	CONCEPTO	CANTIDAD
SHUC	1	CHUNCA SHUC	11
ISHCAI	2	CHUNCA ISHCAI	12
QUIMSA	3	ISHCAI CHUNCA	20
CHUSCU	4	ISHCAI CHUNCA SHUC	21
PICHCA	5	ISHCAI CHUNCA CANCHIS	27
SUCTA	6	QUIMSA CHUNCA	30
CANCHIS	7	PICHCA CHUNCA	50
PUSAC	8	ISKUN CHUNCA	90
ISKUN	9	SHUC PATSAC	100
CHUNCA	10	SUCTA PATSAC	800
		SHUC GUARANCA	1000
		SHUC JUNU	1 000 000

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

Al respecto, y, en consideración a la tabla reconstruida se precisa la siguiente definición de sistema de numeración: Un sistema de numeración es un arreglo de números que de acuerdo a su posición indica una determinada cantidad, por ejemplo, 333.

En la tabla 2 se observa lo siguiente: en la primera columna el valor dado, en la segunda su descomposición en potencias de 10, y en la tercera, la resultante. Con esto se expresa el valor absoluto y relativo que tienen las cantidades.

*Tabla 2: Estructura del sistema de base 10.*

NÚMERO	VALOR POSICIÓN	CANTIDAD RESULTANTE
333	$3 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 3 \times 10^0$	$300 + 30 + 3 = 333$

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

En todo sistema de numeración se advierte que un número tiene dos valores bien determinados: EL valor absoluto y el relativo. En el caso del valor absoluto, el número vale lo que indica el numeral, es decir: 3 es 3. Ahora, en el caso del valor relativo la cuantificación cambia radicalmente, pues el número adquiere un valor de acuerdo a la posición en la que se encuentra en ese sistema de numeración, esto es:

Orden de las centenas:  $3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$  unidades  
 Orden de las decenas:  $3 \times 10^1 = 3 \times 10 = 30$  unidades  
 Orden de las unidades simples:  $3 \times 10^0 = 3 \times 1 = 3$  unidades.

El sistema de numeración decimal tiene para la escritura de cantidades los siguientes símbolos numéricos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 0.

En el idioma Kichwa-cañari esta cantidad se expresa de forma análoga conservando la estructura del sistema de base 10 del sistema numérico indoarábigo y es lo que se explica en la tabla 3 siguiente, esta adaptación se hace en el idioma kichwa: quimsa patsac, quimsa chunca, quimsa =  $3 \times 100 + 3 \times 10 + 3 \times 1 = 300 + 30 + 3 = 333$

*Tabla 3: Estructura del sistema de base 10 kichwa-cañari.*

CANTIDAD	CANTIDAD RESULTANTE
quimsa patsac, quimsa chunca, quimsa	$3 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 3 \times 10^0 = 3 \times 100 + 3 \times 10 + 3 \times 1 = 300 + 30 + 3 = 333$

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

Se advierte que el sistema decimal kichwa-cañari tiene bien definido el concepto unidades simples, decenas, centenas, miles y millares. Conceptos que se observan en la tabla 4. Así: shuc junu kuna =  $10^6$  o guaranca kuna =  $10^3$  y así por el orden.

*Tabla 4: Estructura del sistema de base 10 kichwa-cañari.*

Millones	Centenas de mil	Decenas de mil	Miles	Centenas	Decenas	Unidades simples
Shuc Junu kuna	Patsac guaranca kuna	Chunca guaranca kuna	Guaranca kuna	Patsac kuna	Chunca kuna	Shuk kuna
$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

Y con esta estructura, la escritura y lectura de cantidades es simple, sobre todo para los niños, cuando se inician en el análisis de cantidades en el sistema de base 10 y para cualquiera otra base.

En este sentido un sistema de numeración se conjetura como: “Llamamos sistema de numeración al conjunto de reglas y convenios que utilizamos para nombrar y escribir los números, empleando la menor cantidad de palabras y símbolos” (Repetto, Linskens, & Fesquet, 2005, pág. 44) Esta definición considera lo que ha venido empleando el sistema de numeración decimal del pueblo indígena kichwa cañari desde hace tiempos inmemoriales, y que, efectivamente, es un conocimiento importante que se debe rescatar, y, valorar en bien de la historia de la Matemática.

La abstracción del sistema de numeración decimal corresponde a la siguiente estructura, partiendo del siguiente ejemplo:

Ishcai wuaranka kuna, pichca patsac cuna, pusac chunca, iscun =  $2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 2000 + 500 + 80 + 9 = 2589$

$$\text{edcba}_{(10)} = a \times 10^0 + b \times 10^1 + c \times 10^2 + d \times 10^3 + \dots + e \times 10^{n+1}$$

Cuando se trata de cualquiera otra base, la generalización es: Así, si en lugar de la base 10 se adopta la base  $k > 1$ , el número edcba puede descomponerse de modo único, de acuerdo a las sucesivas potencias de  $k$ . La forma es la siguiente:

$\text{edcba} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$ , donde los coeficientes de  $k$  son valores menores que la base dada  $k$ .

Se debe expresar que la cantidad está en una determinada base, escribiendo esta como un subíndice a la derecha del número dado. Se hace excepción cuando el número está en base 10; ejemplo:  $\text{edcba}_{(5)}$ , el número está en base cinco, es decir  $k = 5$ . El conjunto de símbolos con los que se trabaja es:

$$k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

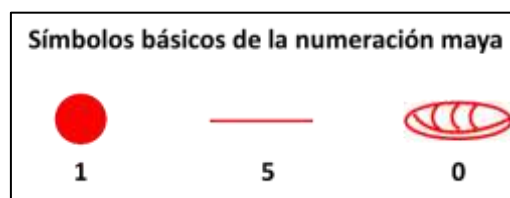
### 2.2.3.2.Sistema de numeración maya.

La etnomatemática en el continente del Abya-Yala es muy rica y admirada por los matemáticos actuales. En este contexto, "...el sistema numérico que ha causado admiración es el sistema vigesimal de los mayas por su uso y la aplicación que dieron a la estructuración de sus calendarios y en la observación del universo" (Armas, 2000, pág. 57).

Los mayas se ubicaron en lo que hoy es Centro América, lugar donde desarrollaron sus vivencias culturales en sus múltiples evidencias, como: lengua, alimentación, organización social, agricultura, arquitectura, ingeniería para la construcción de sus ciudades, astronomía, medicina. En el campo de la matemática el aporte es indiscutible, pues la cosmovisión del universo es exacta en hasta millonésimas si se compara con los métodos de cálculo actuales. El calendario maya es una muestra de este conocimiento.

En la ilustración 1, se observa que el sistema de numeración maya consta de tres símbolos básicos: punto, línea y una concha, algunos historiadores, dicen que es la representación de la semilla del cacao. El sistema de numeración maya tiene la base vigesimal y la base cinco. Este sistema tiene bien fundamentado el concepto cero.

A continuación, se detalla los símbolos básicos de los mayas para su numeración:



*Ilustración 1: Símbolos básicos de la numeración maya.*

*Fuente: tomado de <https://www.google.com.ec>*

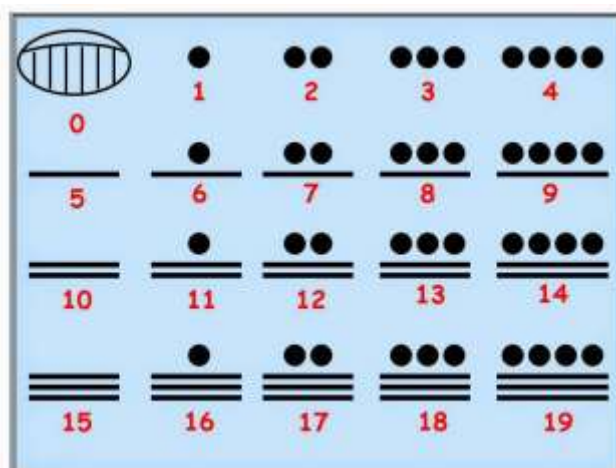
La numeración maya tiene las siguientes características:

- 1) Mide el tiempo mediante la base 20 y la sub base 5 con el calendario y no para hacer cálculos.
- 2) El sistema es posicional y se escribe de abajo hacia arriba

- 3) En el primer nivel van los números comprendidos entre 0 y 19; en el segundo nivel los números se multiplican por 20; en el tercer nivel se multiplican por 20 x 20; y así sucesivamente.
- 4) El sistema maya es la estructura lógica que admite un auxiliar para su tratamiento, esta base auxiliar es la base cinco.
- 5) Tiene el concepto bien definido de 0 como ausencia de cantidad.

El análisis que se hace a estos sistemas de numeración es para trabajar en la *taptana* cañari como recurso didáctico en los cambios de base, en la escritura de cantidades y en las operaciones aritméticas. Ahora, bien al trabajar los conocimientos y tecnología andina con los estudiantes se propicia el valor y rescate de la cultura en sus múltiples manifestaciones.

En la ilustración 2 se observa los símbolos del sistema vigesimal de los mayas: 1, 2, 3, ..., 18, 19, y 20. Se precisa que este sistema es aditivo, esto quiere decir que, se pueden juntar valores de igual cuantificación.



*Ilustración 2: numeración maya.*

*Fuente: tomado de <https://www.google.com.ec/search?q=matematica+de+los+mayas>*

En la ilustración que antecede se observa: Los números básicos del sistema vigesimal de los mayas: 1, 5 y 0. Un número importante es el 0, que al igual que en el sistema de base 10 de los kichwas, fundamentan, un conocimiento matemático de profundidad: la ausencia de cantidad.

El sistema es aditivo, esto quiere decir que se puede repetir un mismo valor máximo hasta 4 veces. Unos símbolos de mayor valor con otro de menor valor se suman para expresar una cantidad, ejemplo: 19.

En la siguiente tabla se generaliza este grandioso conocimiento matemático universal:

Tabla 5: Estructura del sistema de numeración maya.

$K^6$	$K^5$	$K^4$	$K^3$	$K^2$	$K^1$	$K^0$
$k \times k \times k \times k \times k \times k$	$k \times k \times k \times k \times k$	$k \times k \times k \times k$	$k \times k \times k$	$k \times k$	$k$	1
$20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20$	$20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20$	$20 \times 20 \times 20 \times 20$	$20 \times 20 \times 20$	$20 \times 20$	20	1

Fuente: Repetto, Linskens, Fesquet, (2005) Matemática Moderna. Aritmética 1.

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

Una fórmula para esta numeración es:

$$edcba_{(20)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$$

donde los símbolos que se utilizan son:  $k = \{0, 1, 2, 3, \dots, 17, 18, 19\}$

### 2.2.3.3. Sistema base dos o binario.

El sistema más utilizado por sus múltiples usos es el binario o de base 2, aplicado en las máquinas de cálculo electrónico desarrollado por la ciencia actual. Los números con los que se trabaja son el 0 y el 1, cuya significación es: 1=prendido; 0 = apagado; 1 = Verdadero, 0 = falso. En la siguiente tabla se detalla este sistema de numeración binaria.

Tabla 6: Estructura del sistema de numeración binario.

$K^6$	$K^5$	$K^4$	$K^3$	$K^2$	$K^1$	$K^0$
$k \times k \times k \times k \times k \times k$	$k \times k \times k \times k \times k$	$k \times k \times k \times k$	$k \times k \times k$	$k \times k$	$k$	1
$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

Fuente: Repetto, Linskens, Fesquet, (2005) Matemática Moderna. Aritmética 1.

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

Una fórmula para este sistema es:

$$edcba_{(2)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}, \text{ donde los valores que utiliza son:}$$

$k = \{0, 1,\}$

### 2.2.3.4. Sistema de numeración de base 3.

El sistema de base tres tiene como elementos a 0, 1, y 2.

En la siguiente tabla se explica esta numeración, donde se detalla la estructura posicional de este sistema, así; desde el orden de las unidades hacia la izquierda las potencias de base 0 se incrementan en 1. Por ejemplo:  $210_3 = 0 \times 3^0 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^2 = 0 \times 1 + 1 \times 3 + 2 \times 9 = 0 + 3 + 18 = 21$

Tabla 7: Estructura del sistema de numeración ternaria o de base 3.

$K^6$	$K^5$	$K^4$	$K^3$	$K^2$	$K^1$	$K^0$
k×k×k×k×k×k	k×k×k×k×k	k×k×k×k	k×k×k	k×k	k	1
$3^6$	$3^5$	$3^4$	$3^3$	$3^2$	$3^1$	$3^0$

Fuente: Repetto, Linskens, Fesquet, (2005) Matemática Moderna. Aritmética 1.

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

Una fórmula para este sistema es:  $edcba_{(3)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$ , donde los valores que utiliza son:  $k = \{0, 1, 2, \}$

En el caso de sistemas de numeración con otras bases, el razonamiento es similar, por ejemplo, una fórmula para el sistema de base 5, que es el sistema auxiliar del sistema vigesimal de los mayas tiene la siguiente estructura misma que se explica en la tabla siguiente:

Tabla 8: Estructura del sistema de numeración de base 5.

$K^6$	$K^5$	$K^4$	$K^3$	$K^2$	$K^1$	$K^0$
k×k×k×k×k×k	k×k×k×k×k	k×k×k×k	k×k×k	k×k	k	1
$5^6$	$5^5$	$5^4$	$5^3$	$5^2$	$5^1$	$5^0$

Fuente: Repetto, Linskens, Fesquet, (2005) Matemática Moderna. Aritmética 1.

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

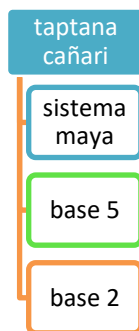
Una aplicación para este sistema de base 5 es:  $4123_5 = 3 \times 5^0 + 2 \times 5^1 + 1 \times 5^2 + 4 \times 5^3 = 3 \times 1 + 2 \times 5 + 1 \times 5^2 + 4 \times 5^3 = 3 + 10 + 25 + 500 = 538$

Una fórmula para este sistema es:

$edcba_{(5)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$  donde los valores que utiliza son:

$k = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

La ilustración 3 explica que observando el cumplimiento del objetivo del Trabajo Fin de Máster, se detalla el proceso que se sigue para la aplicación de la *taptana* a los diferentes sistemas de numeración. En el siguiente bloque secuencial se considera como matriz de inicio del TFM a la *taptana*, de esta se infiere, la base 10, luego, el sistema maya que es vigesimal, la base 5, la base 2, y por generalización cualesquier base de numeración.



*Ilustración 3: Aplicación de la taptana a los diferentes sistemas de numeración*

*Adaptación de Quizhpi, V. (2019)*

#### **2.2.4. La *taptana* kichwa-cañari**

La gran nación de los cañaris formó lo que es ahora las provincias de Loja, Azuay, Cañar y Chimborazo, en este territorio esta gran nación desarrolló su cultura sustentada en la práctica de un idioma propio, territorio, agricultura, medicina, fiestas, religión, su matemática, tecnología, filosofía, otras manifestaciones culturales.

Es importante considerar la etnomatemática cañari que ha desarrollado su propio sistema de numeración cuya base es 10. Este sistema es aplicado en la *taptana* con la que se puede realizar una serie de operaciones aritméticas.

Inmediatamente se hace un historial de la *taptana*:

*En la provincia del Cañar, Ecuador, se encontró una piedra que servía como instrumento de cálculo. Esta piedra contiene dos matrices cuadradas de tres filas y tres columnas y 10 agujeros, como se observa en la figura. El funcionamiento de la Taptana*

*Cañari no ha sido interpretado totalmente. Parece ser que se podía facilitar cálculos con grandes cifras, empleando granos o piedritas que se colocaban en los casilleros y agujeros.*

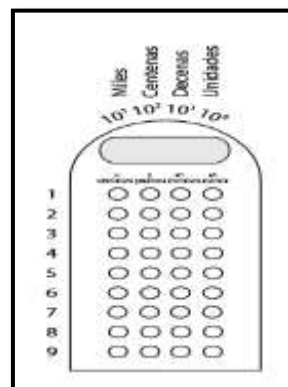


Foto de la Taptana Cañari

*Ilustración 4: La Tapatana Cañari, instrumento de cálculo*

*Fuente: Montaluisa, L. (2006) Ñuqanchiq Yachai*

El objetivo del Trabajo Fin de Máster es analizar este recurso ancestral de la cultura kichwa-cañari, hacer adaptaciones a las necesidades educativas para trabajar con los diferentes sistemas de numeración, y diseñar una *taptana* que permita estos cálculos. En la ilustración siguiente se explica un prototipo deducido de la taptana histórica, consta de varias columnas y filas: la primera columna para las unidades simples, la segunda para las decenas, la tercera para las centenas y así sucesivamente.



*Ilustración 5: Prototipo de taptana en base 10. Fuente: Montaluisa, L.*

*Adaptación de Quizhpi, V. (2019)*

Con las dos consideraciones se trabajan las diferentes conceptualizaciones de número, numeral, sistema de numeración de diferente base, sistema maya, y operaciones entre cantidades de diferente base, objetivo del presente Trabajo Fin de Máster.

### **3. INTERVENCIÓN DIDÁCTICA**

#### **3.1. Introducción.**

La intervención obedece al hecho de optimizar los aprendizajes de los estudiantes de este centro educativo, especialmente, en su formación matemática, más aún, si se trata de alumnos que en su mayoría pertenecen a la cultura kichwa-cañari (kichwa-castellano), un pueblo que espera ser atendido por las autoridades políticas y educativas del estado ecuatoriano. Necesita que su juventud tenga oportunidad de ingreso a las universidades del país, y, con ello frenar de alguna manera la migración a Estados Unidos y Europa. La migración es un fenómeno socioeconómico que ha diezariado la sociedad mestiza y de forma desastrosa a las comunidades campesinas e indígenas. Los comuneros al no tener oportunidades de trabajo estable y remunerado, al observar que sus productos agrícolas y pecuarios no tienen el debido costo de producción, al sentirse impotentes para costear los estudios de sus hijos, toman esta decisión y migran sin medir consecuencias.

#### **3.2. Contexto legal.**

La educación es un bien intangible de la humanidad. Los fines de los sistemas educativos en su declaración se orientan a formar a las personas, a defender sus derechos, esgrimir criterios, ser ciudadanos propositivos, pluralistas, respetuosos de la otra persona, en este sentido la LOEI estipula que:

*“Z. Interculturalidad y plurinacionalidad.- La interculturalidad y plurinacionalidad garantizan a los actores del Sistema el conocimiento, el reconocimiento, el respeto, la valoración, la recreación de las diferentes nacionalidades, culturas y pueblos que conforman el Ecuador y el mundo; así como sus saberes ancestrales, propugnando la unidad en la diversidad, propiciando el diálogo intercultural e intracultural, y propendiendo a la valoración de las formas y usos de las diferentes culturas que sean consonantes con los derechos humanos”.* (Ediciones Legales, 2008, pág. 5)

La connotación legal que se trabaja con los estudiantes de primero de BGU se sustenta en lo que dispone la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), al respecto en el texto citado se observa, objetivamente, el valor que da el estado al saber ancestral, y el rol que tiene en la estructura de la sociedad intercultural ecuatoriana.

### **3.3. Contexto pedagógico.**

Al observar un problema de naturaleza educativo, que conduce a establecer ciertos factores que permitan su solución, es imprescindible para el educador hacer una propuesta pedagógica, que permita a los involucrados trabajar de forma ordenada, y didáctica en la planificación y ejecución de una o varias alternativas de solución. Para sustentar el trabajo de intervención didáctica es conveniente dar la siguiente definición:

*“En este contexto, la intervención educativa, concebida como relación con el saber escolar, implica un conjunto de acciones, a saber: a) Acciones de planificación (fase preactiva o fase de planeación. b) Acciones de actualización en clase (fase interactiva o proceso instruccional). c) Acciones de evaluación de la actualización (fase postactiva o postinstructiva).” (Alzate & Arbeláez, 2010)*

En consideración al sentido de la definición citada, el plan de intervención didáctica que se implementa en la unidad educativa “Shungumarca” consta de los siguientes momentos:

- a. Acciones de planificación (diseño y construcción de *taptanas*)
- b. Acciones de actualización en clase (Aplicación de la *taptana* en el análisis del sistema de base 10, base vigesimal, base 5, base 2 y cualesquier base), y,
- c. Acciones de evaluación de la actualización (valoración de la pertinencia de la intervención aplicada)

### **3.4. Planificación y ejecución de la intervención didáctica**

En la estructura del Trabajo Fin de Máster se considera el diseño y construcción de *taptanas* con los estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado. Para ello se ha previsto la ejecución de un taller con la finalidad de diseñarlas y construirlas con recursos proporcionados por los propios estudiantes. Es importante considerar el trabajo que realiza el estudiante, pues se debe conocer su criterio, su experiencia, el conocimiento milenario heredado de sus

ancestros en función de conseguir, y cimentar su formación matemática, y etnomatemática con la aplicación de recursos interculturales.

La planificación es un momento importante de todo acto educativo, pues permite la propuesta y consecución de objetivos de calidad, seleccionar recursos educativos, humanos, económicos, proponer tiempos y generar evaluaciones pertinentes que midan los logros conseguidos a partir de la aplicación de un proceso educativo (intervención didáctica). Al respecto: “*La planificación es esencial para el adecuado funcionamiento de cualquier institución educativa ya que es a través de esta que se prevén las contingencias, permite encaminar y aprovechar los recursos disponibles.*” (Ochoa, 2010, pág. 105)

En este diálogo didáctico se considera:

### **3.4.1. Actividad 1: Diseño y construcción de *taptanas***

El diseño y construcción de *taptanas* en el desarrollo del TFM es su parte medular, pues en ella se efectiviza la parte investigativa pertinente a los conocimientos y tecnología del mundo andino, como es el caso de la *taptana*, su origen, su estructura, sus aplicaciones, sus limitaciones. En este proceso, es importante recalcar, también, el hecho de observar la presencia y participación de los estudiantes como protagonistas de indagar los conocimientos de sus antepasados y propiciar su rescate y aplicación a la ciencia actual. Los docentes tienen a la *taptana* como un beneficio didáctico para sus procesos de enseñanza en la escritura de cantidades en diferentes bases, operaciones, y otras actividades que se deduzcan de este uso.

Esta actividad tiene el siguiente proceso, en ello se considera:

- **Objetivo:**

Mediante la observación, y, análisis a documentos históricos, los estudiantes de primero BGU diseñan *taptanas*, que les permitan escribir cantidades en diferente base, hacer transposiciones de cantidades a diferentes bases, y realizar cálculos, aplicando, las *taptanas* construidas por ellos.

- **Metodología:**

Se considera la metodología del seminario taller, pues docente y estudiantes deben compartir experiencias de conocimientos, diseñar y construir recursos didácticos a través de la

observación, lectura, medida, pintado, pulido y otras acciones que se requieran para este propósito.

- Tiempo:

Se considera 6 horas reloj para la realización de las siguientes actividades: observación y análisis a documentos históricos, observación a prototipos, diseño de *taptanas* y construcción, escritura de cantidades en diferente base, transformación de cantidades a diferentes bases, y realización de cálculos con las *taptanas* construidas por ellos.

- Recursos:

Herramientas de carpintería, metro, clavos, pintura, pinceles, lija de madera, taladros, pedazos de madera de forma rectangular de 25 x 45 cm.

Para la construcción de las *taptanas* con los estudiantes del primero de BGU se ha programado un seminario taller, ya que es la metodología de trabajo más pertinente para este tipo de elaboración de conocimientos.

El seminario taller considera actividades de prerequisite a la construcción de *taptanas* y de construcción de las mismas. Estas actividades consideran: motivación, análisis y discusión y logros que se consiguen con la ejecución de estas actividades.

En las actividades de prerequisite se observa la presentación de un video referente a la cultura cañari. Con esta actividad se quiere que los estudiantes conozcan y reconozcan el valor intangible que tienen los saberes y tecnología de su pueblo. Se pretende que este material sea una orientación para la construcción de la *taptana*. Los logros que se esperan son pertinentes a la ciencia matemática teniendo como fundamento la *taptana*, además, se este conocimiento debe propender en los estudiantes el desarrollo de aprendizajes significativos.

En las actividades de construcción de las *taptanas* se prevé lo siguiente: Se proporciona a los estudiantes modelos de *taptana* para que mediante la observación se propicie el comentario, diálogos, compartir criterios, generar ideas, esbozar modelos, tomar medidas, generar liderazgos, ser exactos en la toma de medidas, hacer un collage para expresar el conocimiento logrado y establecer conclusiones. Esto implica que los estudiantes elaboran trabajo autónomo, es decir, se hacen responsables de sus actos. El haber conseguido que los estudiantes generen estrategias de trabajo autónomo permite que la observación como actividad fundamental de

aprendizaje se relacione con lo que es la planificación, es decir, la propuesta de actividades que tienen lógica y sean secuenciales.

Los materiales que se utilizan en esta actividad de diseño y construcción de *taptanas* son los siguientes, siempre considerando que los estudiantes son los agentes y protagonistas de sus aprendizajes. Los recursos y materiales son: Videos y material escrito de la cultura kichwa-cañari, madera, serruchos, taladros, lápices, reglas, escuadras, pinturas, pinceles, formones.

En la siguiente tabla se organiza esta actividad del TFM.

Tabla 9: Seminario taller para la construcción de *taptanas*.

1. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE TAPTANAS		
ACTIVIDADES DE PREREQUISITO A LA CONSTRUCCIÓN DE TAPTANAS		
Actividades de motivación	Actividades para el análisis y discusión del video	Logros que se fundamentan en los estudiantes
Presentación de un video de la cultura cañari	Observación libre y dirigida del material histórico referente a la cultura kichwa cañari.  Partiendo de lo observado los estudiantes construyen un collage.  A través de la orientación pedagógica los estudiantes deben inferir conocimientos referentes a la <i>taptana</i> .	Se crea conciencia en los estudiantes el valor que tiene la <i>taptana</i> como un instrumento que crea conocimiento matemático universal, y la valía que tiene para desarrollar aprendizajes significativos.
2. ACTIVIDADES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE TAPTANAS		
Se presenta a los estudiantes un modelo de <i>taptana</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Los estudiantes observan el modelo presentado.</li> <li>▪ Comentan y dialogan entre ellos.</li> <li>▪ Se orienta, motiva y se fortalece la discusión.</li> <li>▪ Miden, diseñan, buscan materiales, precisan las herramientas que van a utilizar.</li> <li>▪ Se exponen las <i>taptanas</i> terminadas, se valora mediante juicios de valor.</li> <li>▪ Se premia al mejor trabajo.</li> <li>▪ Se fundamenta conclusiones sobre lo trabajado</li> </ul>	
Recursos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Videos y material escrito de la cultura kichwa-cañari.</li> <li>• Madera, serruchos, taladros, lápices, reglas, escuadras, pinturas, pinceles, formones.</li> </ul>	

Fuente: Alzate y Arbelaez (2010) Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar. Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar.

Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

### 3.4.2. Actividad 2: Aplicación de la *taptana* en la escritura de cantidades en base 10, base vigesimal, base 5, base 2 y cualquier base, y en operaciones.

Este momento didáctico tiene el siguiente proceso:

- **Objetivo:**

Escribir cantidades en diferente base, hacer transposiciones de cantidades a otras bases, y hacer cálculos aplicando las *taptanas* diseñadas y construidas por los propios alumnos.

- **Metodología:**

Se trabaja con la metodología de trabajo cooperativo, las técnicas de observación y expositiva.

- **Tiempo:**

Dos jornadas diarias de 4 horas por jornada.

- **Recursos:**

*Taptanas*, papelotes, marcadores de diferente color, reglas, calculadoras, semillas de diferente naturaleza, copias de ejercicios resueltos.

*Tabla 10: Aritmética de sistemas de diferente base.*

Tema:	Actividades previas	Actividades de aprendizaje	Evaluación
Escritura de cantidades en diferente base	Los alumnos escriben cantidades de 1, 2, 3, 4, 5 y más cifras.	Los estudiantes tienen en sus manos las <i>taptanas</i>	Se aplican los siguientes criterios: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Aporte individual y grupal de los estudiantes.</li> <li>▪ Calidad y pertinencia científica en los trabajos realizados.</li> </ul>
	Se les pide leer en forma oral, también que lo hagan en forma escrita.	Se explica que la primera columna pertenece a las unidades simples, decenas, centenas, miles, decena de miles, centena de miles, millones, etc.	

	<p>Utilizando una matriz tienen que indicar la posición que ocupa cada cifra.</p>	<p>Se indica que, en el sistema de base 10, por ejemplo, en el orden de las unidades simples se puede colocar en cada agujero una semillita, de maíz, una piedrita, o un mullo, que al completar la fila se debe hacer un cambio por otra, digamos, 10 semillas de maíz por una piedrita. Es importante aclarar que esta columna debe colocarse piedritas. Ahora si se tiene 10 piedritas, se debe hacer un cambio, por ejemplo un mullito. Así hemos de proceder con las otras columnas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Empatía al uso del material cultural rescatado (<i>taptanas</i>)</li> <li>▪ Cuestionario</li> </ul>
	<p>Deben indicar el orden posicional, ejemplo: unidades, decenas, centenas, miles, etc.</p>	<p>Similar proceso debe seguirse para la escritura de cantidades de cualesquier otra base.</p>	
	<p>Se indica a los estudiantes que se va a trabajar con las <i>taptanas</i></p>	<p>Se discute el proceso y se practica con los estudiantes varios ejemplos en diferentes bases</p>	

		<p>Se organiza grupos de trabajo para que escriban cantidades en base 20, base 5 y base 2. Estas cantidades deben sumarlas.</p>	
		<p>Se observa el trabajo de los estudiantes, y, se valora los mismos. Se deduce las reglas de escritura y de transformaciones de base.</p>	
<p>Recursos: <i>Taptanas</i>, papelotes, marcadores de diferente color, reglas, calculadoras, semillas de diferente naturaleza, copias de ejercicios resueltos.</p>			

Fuente: Alzate y Arbelaez (2010) Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar. Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar  
Adaptación de Quizhpi, V. (2019)

### 3.4.3. Actividad 3: Evaluación de la Intervención Didáctica

La evaluación de la intervención aplicada a los estudiantes de primero BGU, del colegio intercultural Shungumarca se fundamenta en el hecho de haber realizado un proceso compartido de investigación y aplicación de la *taptana* cañari, en la enseñanza y aprendizaje de cantidades con diferentes bases, transformación a otras bases, y en operaciones aritméticas.

Es importante observar que,

*“...la evaluación debe ser guía para que los estudiantes aprendan a conocerse a sí mismos y autoevaluar sus progresos, al maestro orientar en los aprendizajes de los estudiantes, a los padres y a los administradores conocer el grado en el que se cumplen los fines educativos.”* (Sánchez, 1982, pág. 540),

Con referencia a este considerando es más que importante evaluar la intervención didáctica aplicada a los estudiantes, pues se debe dar testimonio del objetivo cumplido en lo referente a

los logros conseguidos en la enseñanza de sistemas de numeración de diferente base, utilizando, la *taptana* como elemento de recuperación cultural.

▪ **Objetivo:**

Validar la intervención didáctica aplicada a los estudiantes de primero de BGU a través de los productos logrados, como: Valores educativos e interculturales, empatía hacia la identidad cultural, conocimientos matemáticos, manejo y aplicación de la *taptana*.

▪ **Metodología:**

Se aplica la metodología de la evaluación de resultados.

▪ **Recursos:**

Cuestionario, lecturas selectas sobre evaluación, copias de cuestionarios aplicados, calculadora.

▪ **Tiempo:**

Una jornada de trabajo de 4 horas para el análisis del cuestionario aplicado.

Para sustentar la validación de la intervención didáctica se considera el criterio siguiente:

*“La evaluación no debe considerarse como una acción de control o fiscalización, es un proceso que permite a los diferentes actores involucrados en aprender y adquirir experiencias de lo planificado y ejecutado para tomar decisiones que optimicen la gestión del programa y garanticen mejores resultados.”* (Sangoquiza, 2008, pág. 240)

### **3.4.3.1. Instrumento aplicado:**

Para conocer el criterio del estudiante con referencia al nivel de aceptación del trabajo aplicado se aplica la siguiente tabla de impacto (Anexo 2).

Esta tabla, básicamente, se orienta a recabar la siguiente información. Es un cuestionario de evaluación para medir el impacto de la intervención didáctica aplicada a los estudiantes del primero de Bachillerato General Unificado, del colegio Shungumarca, asignatura Matemática; tema, Aritmética de los sistemas de numeración de diferente base; recurso empleado, *taptana* como conocimiento ancestral recuperado.

Para identificarse con la alternativa de su elección, el estudiante debe emplear una señal cualquiera. El cuestionario tiene 5 preguntas que se descomponen en 17 alternativas de opción múltiple. Los estudiantes están advertidos que la información ofrecida será guardada con las reservas del caso, pues tiene finalidad netamente educativa. La valoración que tiene este instrumento de evaluación mide el criterio de los estudiantes y considera que, 1 es la puntuación menos valorada y 5 como la más alta.

La información que debe compartir el estudiante en este instrumento se refiere a los aspectos siguientes:

- **Valor socioeducativo e intercultural.** Para esta variable se prevé tres alternativas que se relaciona con su participación en el proceso, conciencia y empatía hacia la cultura, y conocimiento de la etnociencia.
- **Identidad cultural** se proponen tres alternativas que se relacionan con el valor que tienen sobre la cultura, práctica y rescate, conciencia sobre las evidencias culturales como el idioma materno y su aplicación de forma paulatina.
- **Conocimiento etnomatemático y matemático** se proponen las siguientes opciones: sistema de base 10, sistema de cualesquier base, sistema de numeración maya, sistema de base 5 y operaciones aritméticas entre distintas bases.
- **Estructura y manejo de la taptana,** a los estudiantes se les pide su criterio en el manejo y las transformaciones que hacen con ella y la realización de operaciones aritméticas de cualesquier base.
- **Taptana histórica y rediseñada** el instrumento consta de cuatro alternativas, siendo estas: descripción de la *taptana* histórica, valor que le otorgan, descripción de la *taptana* reconstruida y estructura de la misma. La primera se refiere al documento histórico del profesor Montaluisa, y la segunda a las adecuaciones realizadas para la construcción de conocimientos matemáticos sobre la escritura de cantidades en diferente base, transformaciones, sistema de numeración vigesimal, base 5 y base 2.

La aplicación de esta tabla precisa los siguientes resultados que se visualizan en la tabla 11 y se refieren al impacto que ha logrado el TFM en los estudiantes.

Tabla 11: Resultados de la aplicación de la matriz de validación de impacto de la intervención didáctica.

LOGROS	Nro.	ALTERNATIVAS VALORADAS	PUNTUACIÓN PARA CADA ALTERNATIVA					PORCENTAJES %				
			1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Valor socioeducativo e intercultural	1	Los estudiantes han formado parte del proceso con decisión y empatía	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	2	Han creado conciencia del valor importante que tienen los pueblos andinos en el cantón Cañar y en el Ecuador	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
	3	Saben del aporte cultural y tecnológico en bien de la etnociencia y del saber occidental	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
Identidad cultural	1	Los estudiantes saben de su identidad cultural, lo valoran, rescatan y practican	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
	2	Hay conciencia de las evidencias culturales como el idioma, vestimenta, alimentación, fiestas y otros valores.	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
	3	Les dan importancia y de forma paulatina lo practican	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
Conocimiento etnomatemático y matemático	1	Sistema de base 10: $edcba_{(10)} = a \times 10^0 + b \times 10^1 + c \times 10^2 + d \times 10^3 + \dots + e \times 10^{n+1}$	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	2	Sistema de cualesquier base: $edcba = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$ ,	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	3	Sistema numeración maya: $edcba_{(20)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	4	Sistema de base 5: $edcba_{(5)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	5	Operaciones aritméticas entre distintas bases	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
Estructura y manejo de la <i>taptana</i>	1	En la <i>taptana</i> los estudiantes representan cantidades en cualesquier base, se apoyan en ella y hacen transformaciones para cualesquier base.	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	2	Realizan operaciones aritméticas de cualesquier base.	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
<i>Taptana</i> histórica, y <i>taptana</i> rediseñada	1	Describen a la <i>taptana histórica</i> , como: Es un material de piedra que consta de una pequeña hoyada en la parte superior; al costado derecho se observa en la parte superior una matriz de 3 x 3, hacia abajo existen 5 orificios. De similar forma al costado izquierdo.	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
	2	El manejo aritmético de esta <i>taptana</i> no está explicada en su totalidad hasta el momento, por lo que es una interrogante para futuras investigaciones.	1	2	3	4	5	0	0	0	100	0
	3	La <i>taptana reconstruida</i> es un material de madera de 38 x 17 cm. En ella se conserva la hoyada en la parte superior al igual que en la <i>taptana</i> histórica. Se ha diseñado un matriz de 9 filas y 9 columnas	1	2	3	4	5	0	0	0	0	100
	4	Las columnas están coloreadas para identificar la posición relativa de las cantidades en el sistema en el que se está trabajando.	1	2	3	4	5					100

Matriz de evaluación diseñada por Quizhpi, V. (2019).

En la tabla 12, que se indica a continuación, se muestran los resultados deducidos a partir de la medición del impacto logrado en los estudiantes:

- **Valor socioeducativo e intercultural.** En realidad, este resultado es muy halagador, pues se ha conseguido en los estudiantes un cambio de actitud, esto es, que valoren su cultura a través de la práctica cultural con el uso de su vestimenta, el idioma materno, las formas de trabajar, de organizarse.
- **Identidad cultural.** Este aspecto tiene relación al valor de su identidad, de saber la historia de sus ancestros, de proyectarla a las actividades cotidianas, en sus festividades religiosas, en la minka de trabajo.
- **Conocimientos etnomatemáticos y matemáticos.** Este resultado es muy importante, pues los estudiantes conciben conocimientos ancestrales como práctica de trabajo utilizando la *taptana* rediseñada. Los conocimientos se refieren a la analogía existente entre el sistema maya (vigesimal), la sub-base 5, con el de base 2, aplicado en las máquinas de calcular inteligentes que tiene la sociedad actual.
- **Estructura y manejo de la *taptana*.** Los estudiantes conocen la estructura de este documento histórico. En ella escriben cantidades en diferente base, hacen las transformaciones e inducen la ley matemática pertinente.
- ***Taptana* histórica y *taptana* rediseñada.** Sobre la primera se ve la convicción de los estudiantes en el criterio de concebirla como un material de piedra que consta de una pequeña hoyada en la parte superior; que tiene la forma de una matriz o arreglo, que no está explicada en su totalidad hasta el momento, por lo que es una interrogante para futuras investigaciones. Sobre la segunda, que es un material de madera de 38 x 17 cm; que tiene una disposición de 9 x 9 orificios. Sus columnas están coloreadas para identificar la posición relativa de las cantidades en el sistema en el que se está trabajando.

Tabla 12: Resultados obtenidos.

PRODUCTOS VALIDADOS	
a) Valor socioeducativo e intercultural	Los estudiantes han formado parte del proceso con decisión y empatía; han creado conciencia del valor importante que tienen los pueblos andinos en el cantón Cañar y en el Ecuador. Saben del aporte cultural y tecnológico en bien de la etnociencia y del saber occidental.
b) Identidad cultural	Los estudiantes saben de su identidad cultural, lo valoran, rescatan y practican, hay conciencia de las evidencias culturales como el idioma, vestimenta, alimentación, fiestas y otras, que les dan importancia y de forma acompañada lo practican.
c) Conocimiento etnomatemático y matemático.	<p>Los estudiantes han deducido lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sistema de base 10:  <math>edcba_{(10)} = a \times 10^0 + b \times 10^1 + c \times 10^2 + d \times 10^3 + \dots + e \times 10^{n+1}</math></li> <li>▪ Sistema de cualesquier base:  <math>edcba = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}</math>, donde los valores de k son menores que la base dada k.</li> <li>▪ Sistema de numeración maya o de base 20:  <math>edcba_{(20)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}</math></li> <li>▪ Sistema de base 5 o sub base del sistema maya:  <math>edcba_{(5)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}</math></li> <li>▪ Cambios de base</li> <li>▪ Operaciones aritméticas entre distintas bases</li> </ul>
d) Estructura y manejo de la <i>taptana</i>	En la <i>taptana</i> los estudiantes representan cantidades en cualesquier base, se apoyan en ella y hacen transformaciones para cualesquier base, y realizan operaciones aritméticas.
e) <i>Taptana</i> histórica, y <i>taptana</i> rediseñada	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>La taptana histórica.</i>                      Es un material de piedra que consta de una pequeña hoyada en la parte superior; al costado derecho se observa en la parte superior una matriz de 3 x 3, hacia abajo existen 5 orificios. De similar forma al costado izquierdo. El manejo aritmético de esta <i>taptana</i> no está explicada en su totalidad hasta el momento, por lo que es una interrogante para futuras investigaciones.(Anexo 4 )</li> <li>▪ <i>Taptana reconstruida.</i>                      Es un material de madera de 38 x 17 cm. En ella se conserva la hoyada en la parte superior al igual que en la <i>taptana</i> histórica. Se ha diseñado un matriz de 9 filas y 9 columnas. Las columnas están coloreadas para identificar la posición relativa de las cantidades en el sistema en el que se está trabajando. (Anexo 5)</li> </ul>

Tabla de resultados elaborada por: Quizhpi, V. (2019)

### 3.5. Discusión de Resultados

Los criterios para evaluar los resultados se refieren a los aspectos siguientes:

Logro 1: Valor socioeducativo e intercultural.

La totalidad de los estudiantes, es decir, el 100%, con una valoración de 5, más alta, están de acuerdo en que su nivel de participación fue de empatía hacia la temática trabajada, la motivación y orientación a conocer la forma de calcular aplicada por sus antepasados fue determinante. Se suma a ello la metodología de trabajo y el clima de enseñanza-aprendizaje construido por los implicados en esta temática.

Logro 2: Identidad cultural.

Con respecto a este logro los estudiantes se manifiestan con un valor de 4, en un 100%, es decir, alta, que su identidad cultural esta por trabajarse, pues han sufrido procesos de alienación cultural en sus diferentes manifestaciones culturales, pero con el proceso educativo se reviven estas prácticas en sus diferentes actividades comunitarias y en su formación, una evidencia es el uso de vestimenta cultural por los estudiantes, como se observa en el anexo pertinente.

Logro 3: Conocimiento etnomatemático y matemático.

La valoración que dan los estudiantes a este logro es de 5, valor más alto, con un 100%, esto quiere decir, que la aritmética de sistemas de diferente base trabajadas en las *taptanas* reconstruidas es pertinente. Se observa con esto, que los estudiantes han realizado un proceso de comparación entre los principios matemáticos ancestrales y occidentales, la deducción de los diferentes sistemas han sido plenamente asimilados mediante la aplicación de fórmulas con su debida estructura. Los estudiantes tienen la destreza de sistemas de numeración debidamente cumplidas.

Logro 4: Estructura y manejo de la *taptana*.

Con una valoración de 5, es decir, más alta, los estudiantes en un 100%, se manifiestan, indicando, que conocen la estructura de la *taptana*, el valor educativo que tiene y la aplicabilidad para trabajar con estos sistemas numéricos de diferente base. Se concreta con el criterio vertido el valor didáctico que significa para al docente y al estudiante en los diferentes procesos de construcción de conocimientos.

Logro 5: *Taptana* histórica, y *taptana* rediseñada.

Al respecto el criterio dado por los estudiantes es compartido, pues con una valoración de 4, es decir, alta, manifiestan que los conceptos de la *taptana* histórica no están cimentados con profundidad, el concepto que manejan es no tener la seguridad en aplicarla para operaciones de potencias y raíces. No tienen bien claro el valor inmensamente histórico que tiene este instrumento intercultural histórico. En el caso de la *taptana* reconstruida el nivel de aceptación es 5, esto es, alto. Ellos lo construyeron y fue aplicado en la construcción de conocimientos aritméticos sobre las bases numéricas.

### **3.6.Evaluación.**

En el Trabajo de Fin de Máster, la evaluación tiene un proceso continuo, pues se observa la calidad de participación del estudiante en forma personal y en su grupo de trabajo. Al determinar que el sistema es continuo se indica que los estudiantes son evaluados mediante su participación en clase a través de lecciones escritas, debates, diálogos, puesta en común de trabajos, demostraciones, materiales de trabajo utilizados en la construcción de conocimientos, elaboración de formularios, etc.

La evaluación de estos trabajos tiene una valoración cuantitativa y cualitativa. Por ejemplo, los alumnos que tienen una nota de 9 y 10 tienen una equivalencia a sobresaliente; los estudiantes con notas inferiores a 7 deben realizar trabajos de recuperación hasta alcanzar una calificación de 7, para su promoción.

El desempeño del estudiante en el grupo de trabajo es evaluado, a través, de una guía de observación en la que se califica: su participación, su participación mediante opiniones, su participación libre o inducida, su tolerancia al interior del grupo y fuera de el y su no participación.

Se considera la evaluación continua por permitir al docente y al estudiante llevar un control permanente del avance de aprendizajes, evitando de esta forma, la acumulación de trabajos y de exámenes al alumno y al docente cuando se ha finalizado la unidad de trabajo. Para el profesor estas actividades acumuladas le resultan cansadas y frustrantes.

## **4. LIMITACIONES Y PROSPECTIVAS**

### **4.1.Limitaciones**

El proceso del Trabajo de Fin de Máster considera en su implementación una serie de limitaciones y prospectivas, mismas que fueron superadas paso a paso, momento a momento durante su ejecución. He aquí un listado:

Se puede argumentar como una limitante en este Trabajo de Fin de Máster, la zona de confort de la persona, luego, el dejar esta zona para migrar a la zona de riesgo. Este reto ha provocado la Universidad: tomar o considerar nuevas maneras de construir conocimientos, aceptar nuevas formas de generar conocimientos en los estudiantes, y en las comunidades de aprendizaje.

Se puede conjeturar que la eficacia de la aplicación del TFM puede tener a limitaciones en el tiempo y en el desconocimiento del idioma kichwa. En el primero, porque los estudiantes deben compartir su tiempo al trabajar en su actividades agrícolas y también en su responsabilidad de estudio. En el segundo, por no tener un conocimiento fundamentado del idioma materno del estudiantado.

### **4.2.Prospectiva**

La prospectiva del Trabajo Fin de Máster es muy optimista, en el tiempo y en el espacio. Se espera el cumplimiento de los siguientes aspectos:

- Que en el tiempo, las actitudes del estudiante merced a los logros alcanzados se mantengan, y se apliquen en el análisis de contextos para resolver problemas de la vida cotidiana, y en el aporte que puedan generar en la vida comunitaria.
- Que los logros socioculturales, como el respeto a la cultura, a los saberes ancestrales, a la tecnología, por ser el resultado de un proceso de concienciación están presentes en los estudiantes, quienes los conservarán y aplicarán a la vida cotidiana. De igual manera el uso de su lengua materna, vestimenta típica, trabajo en equipo y acciones comunitarias, serán fortalecidas.
- Que los conocimientos matemáticos y etnomatemáticos, el estudiante los conserve y sean aplicados en su formación matemática universitaria. En el caso de los docentes, la *taptana*

es una herramienta didáctica que será aplicada en los procesos de enseñanza de sistemas numéricos de diferentes bases, en las operaciones y transformaciones a diferentes bases.

- Que esta investigación se convierta en un punto de partida para que otros investigadores continúen con el proceso de completar el saber que encierra este valioso documento histórico. Por ejemplo: ¿Cuáles son las funciones que cumplen las matrices  $3 \times 3$  en la *taptana* histórica?, ¿Qué operaciones aritméticas o de cálculo geométrico realizaban los cañaris, y otras que se puedan inferir?

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La planificación para la ejecución del Trabajo de Fin de Máster permite establecer las siguientes conclusiones y recomendaciones que explican el desempeño de los diferentes objetivos declarados y trabajados con los diferentes actores de la comunidad educativa.

### 5.1. Conclusiones

La intervención didáctica, diseñada para mejorar la formación matemática de los estudiantes de la Unidad Educativa Shungumarca de la parroquia General Morales, del cantón Cañar, valida los saberes y tecnología de la cultura kichwa cañari, con pertinencia intercultural, precisando los siguientes niveles de logro:

- a. Análisis de los saberes ancestrales de la cultura cañari en la educación matemática de los estudiantes.
- b. Estructuración de cantidades en diferentes bases, y su relación axiomática para construir otros sistemas de numeración con la aplicación de la *taptana* cañari rediseñada.
- c. Diseño y construcción de diferentes tipos de *taptana* para enriquecer los recursos didácticos de los docentes del área de matemática.

### 5.2. Recomendaciones

La intervención didáctica es concretada en objetivos específicos, ya que son los indicadores de actividades, recursos humanos, pedagógicos, bibliográficos, métodos de investigación, necesarios para llegar a la consecución del TFM. Con este razonamiento se proponen las siguientes recomendaciones:

- a. Continuar con la investigación de la *taptana* cañari, pues no está explicada en su totalidad su estructura, investigación que permita descubrir otras aplicaciones aritméticas.
- b. Los docentes del área de Matemática deben aplicar este recurso didáctico en la aritmética de sistemas de diferentes bases, para que la formación matemática se fundamente en conocimientos ancestrales y occidentales.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alzate, P. M., & Arbeláez, G. C. (2010). Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar . *Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)* , 9.
- Armas, A. (2000). *Matemática 2*. Quito: Gráficas Arboleda.
- Castro, L. (2010). *Diccionario de Ciencias de la Educación*. Lima: El Educador.
- Asamblea Nacional del Ecuador. (2008). *Ley Orgánica de Educación Intercultural*. Quito: IGM.
- Ediciones, Legales. (2008). *Ley Orgánica de Educación Intercultural*. Quito: Talleres de Imprenta Arboleda.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). <http://www.evaluacion.gob.ec/autoridades-presentaron-informe-de-resultados-ser-bachiller-sierra-2018/>. Obtenido de <http://www.evaluacion.gob.ec>
- Flores, O. R. (2005). *Pedagogía del Conocimiento. Segunda Edición*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Giuseppe, N. I. (1980). *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Guerrero, A. A. (noviembre de 2009). Obtenido de <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd6415.pdf>: <https://www.feandalucia.ccoo.es>
- Manrique, O. A., & Gallego, H. A. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista colombiana de Ciencias Sociales*, 101,108.
- Montaluisa, C. L. (2006). *Ñuqanchiq Yachai (Nuestra Ciencia)*. Quito: Gráficas Arboleda.
- Nacional, A. (2008). [https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Ley\\_Organica\\_de\\_Educacion\\_Intercultural\\_LO\\_EI\\_codificado.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Ley_Organica_de_Educacion_Intercultural_LO_EI_codificado.pdf). Obtenido de <https://educacion.gob.ec>
- Nassif, R. (2005). *Pedagogía General*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Ochoa, F. R. (2010). *Pedagogía del Conocimiento*; Bogotá,: McGraw Hill.

Ramírez, E. (marzo de 2007).

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/sistemas\\_numeracion\\_ere/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/sistemas_numeracion_ere/index.htm). Obtenido de <http://recursostic.educacion.es>

Ramírez, E. A. (2010). *Informática para los docentes de la Educación Intercultural Bilingüe de Cañar*. Cañar: SERVIGRAF-Cuenca.

Repetto, C., Linskens, M., & Fesquet, H. (2005). *Matemática Moderna. Arimética I*. Quito: Editorial Ecuador F.B.T. Cia. Ltda.

Sánchez, H. E. (1982). *Psicología Educativa. Novena Edición Revisada*. Puerto Rico: EDUPR.

Sangoquiza, C. L. (2008). *Educación para la Vida y el Trabajo*. Riobamba: EDIPCENTRO, Cia. Ltda.

Serrano, V. (2010). *Ciencia Andina*. Quito: Ediciones Abya-Yala.

## ANEXOS

### ANEXO 1: TALLER DE CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS.

- Trabajo grupal en la construcción de conocimientos.

#### **Comentario:**

Los estudiantes en trabajo grupal analizan el valor cultural y matemático que implica el uso de la *taptana* como herramienta de cálculo ancestral y el valor que tienen como recurso didáctico para construir sus aprendizajes. Se comprende que el trabajo cooperativo forja el liderazgo en los estudiantes, una destreza muy importante para sus actividades comunitarias, pues el líder comunal es el que lleva la administración de la acción comunitaria. Cuando uno de estos estudiantes lleve el liderazgo de su comunidad lo hará con pertinencia y eficacia, pues tuvo sus primeros inicios al dirigir su grupo de trabajo en los procesos de aprendizaje y construcción de nuevos conocimientos.



*Ilustración 6: Estudiantes en trabajo cooperativo.*

*Fuente: estudiantes de BGU, del colegio Shungumarca.*

Un comentario adicional a este anexo es el referente al uso de su vestimenta típica, que como logro es importante, pues los estudiantes lo utilizan, ya, en las fechas importantes de la comunidad.

- Conocimientos etnomatemáticos.

### **Comentario:**

Las estudiantes exponen el valor de la *taptana* como herramienta de cálculo ancestral en la escritura de cantidades en bases diferentes. Al igual que los estudiantes hombres, ellas, lo hacen con el trabajo cooperativo. En el caso de las mujeres esta destreza es muy importante, pues deben tener liderazgo para dirigir la comunidad. La ausencia de los hombres debido a la migración obliga a que la mujer tome este rol de lideresa. La parte económica de la comunidad es otro aspecto que debe ser considerado en el rol de las lideresas, y para ello la formación etnomatemática es fundamental.



Ilustración 7: Construcción de conocimientos etnomatemáticos.  
*Fuente: Estudiantes de BGU del colegio Shungumarca.*

Es importante recalcar que, la intervención didáctica fue pertinente en la práctica cultural, pues se observa en las estudiantes el uso de la vestimenta de sus respectivos sectores comunitarios. Esto implica que el objetivo se ha cumplido, se ha hecho un rescate de los valores culturales intangibles de los grupos nativos del ABYA YALA. Los conocimientos que discuten y analizan las estudiantes se refiere a la estructura de cálculo que tiene la *taptana*, la escritura de cantidades, el cambio de bases.

- Aplicaciones matemáticas

**Comentario:**

El grupo de trabajo conformado por alumnos y alumnas analiza las diferentes aplicaciones, que tiene la *taptana* en la estructuración de cantidades en diferentes bases numéricas. Se quiere que los estudiantes tengan destrezas en su formación matemática y que estas fundamenten la práctica y aplicación en sus trabajos comunitarios, en la construcción de conocimientos, en la formación de valores, en el respeto a la cultura.



*Ilustración 8: Estudiantes trabajando aplicaciones matemáticas con la taptana.*

*Fuente: Estudiantes del colegio Shungumarca.*



*Ilustración 9: Estudiantes de BGU al término de la Intervención Didáctica.*

*Fuente: Estudiantes del colegio Shungumarca con la autora del TFM.*

## ANEXO 2: INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Cuestionario de evaluación para medir el impacto de la intervención didáctica.

**Universidad Internacional de la Rioja. Unir**

### Información:

Cuestionario de evaluación para medir el impacto de la intervención didáctica aplicada a los estudiantes del primero de Bachillerato General Unificado, del colegio “Shungumarca”, asignatura Matemática; tema, Aritmética de los sistemas de numeración de diferente base; recurso empleado, *taptana* como conocimiento ancestral recuperado.

### Indicaciones:

Mediante una señal cualquiera indicar su preferencia en la alternativa que se le pregunta. El cuestionario tiene 5 preguntas que se descomponen en 17 alternativas de opción múltiple de opción múltiple. Su criterio será guardado con las reservas del caso, pues tiene finalidad educativa.

### CUESTIONARIO

Valore las siguientes interrogantes mediante una X, considerando que *1 es la puntuación menos valorada y 5 la más alta.*

Valor socioeducativo e intercultural	1	Los estudiantes han formado parte del proceso con decisión y empatía	1	2	3	4	5
	2	Han creado conciencia del valor importante que tienen los pueblos andinos en el cantón Cañar y en el Ecuador	1	2	3	4	5
	3	Saben del aporte cultural y tecnológico en bien de la etnociencia y del saber occidental	1	2	3	4	5
Identidad cultural	1	Los estudiantes saben de su identidad cultural, lo valoran, rescatan y practican	1	2	3	4	5
	2	Hay conciencia de las evidencias culturales como el idioma, vestimenta, alimentación, fiestas y otros valores.	1	2	3	4	5

	3	Les dan importancia y de forma paulatina lo practican	1	2	3	4	5
Conocimiento etnomatemático y matemático	1	Sistema de base 10: $edcba_{(10)} = a \times 10^0 + b \times 10^1 + c \times 10^2 + d \times 10^3 + \dots + e \times 10^{n+1}$	1	2	3	4	5
	2	Sistema de cualesquier base: $edcba = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$ ,	1	2	3	4	5
	3	Sistema numeración maya: $edcba_{(20)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$	1	2	3	4	5
	4	Sistema de base 5: $edcba_{(5)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$	1	2	3	4	5
	5	Operaciones aritméticas entre distintas bases	1	2	3	4	5
Estructura y manejo de la <i>taptana</i>	1	En la <i>taptana</i> los estudiantes representan cantidades en cualesquier base, se apoyan en ella y hacen transformaciones para cualesquier base.	1	2	3	4	5
	2	Realizan operaciones aritméticas de cualesquier base.	1	2	3	4	5
<i>Taptana</i> histórica, y <i>taptana</i> rediseñada	1	Describen a la <i>taptana histórica</i> , como: Es un material de piedra que consta de una pequeña hoyada en la parte superior; al costado derecho se observa en la parte superior una matriz de 3 x 3, hacia abajo existen 5 orificios. De similar forma al costado izquierdo.	1	2	3	4	5
	2	El manejo aritmético de esta <i>taptana</i> no está explicada en su totalidad hasta el momento, por lo que es una interrogante para futuras investigaciones.	1	2	3	4	5
	3	La <i>taptana reconstruida</i> es un material de madera de 38 x 17 cm. En ella se conserva la hoyada en la parte superior al igual que en la <i>taptana</i> histórica. Se ha diseñado un matriz de 9 filas y 9 columnas	1	2	3	4	5
	4	Las columnas están coloreadas para identificar la posición relativa de las cantidades en el sistema en el que se está trabajando.	1	2	3	4	5

Matriz diseñada por Quizhpi, V. [2019]

**ANEXO 3: MATRIZ DE EVALUACIÓN DE IMPACTO DE LA INTERVENCIÓN DIDÁCTICA.**

LOGROS	Nro.	ALTERNATIVAS VALORADAS	PUNTUACIÓN					PORCENTAJES %				
			PARA CADA ALTERNATIVA					1	2	3	4	5
Valor socioeducativo e intercultural	1	Los estudiantes han formado parte del proceso con decisión y empatía	1	2	3	4	5					
	2	Han creado conciencia del valor importante que tienen los pueblos andinos en el cantón Cañar y en el Ecuador	1	2	3	4	5					
	3	Saben del aporte cultural y tecnológico en bien de la etnociencia y del saber occidental	1	2	3	4	5					
Identidad cultural	1	Los estudiantes saben de su identidad cultural, lo valoran, rescatan y practican	1	2	3	4	5					
	2	Hay conciencia de las evidencias culturales como el idioma, vestimenta, alimentación, fiestas y otros valores.	1	2	3	4	5					
	3	Les dan importancia y de forma paulatina lo practican	1	2	3	4	5					
Conocimiento etnomatemático y matemático	1	Sistema de base 10: $edcba_{(10)} = a \times 10^0 + b \times 10^1 + c \times 10^2 + d \times 10^3 + \dots + e \times 10^{n+1}$	1	2	3	4	5					
	2	Sistema de cualesquier base: $edcba = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$ ,	1	2	3	4	5					
	3	Sistema numeración maya: $edcba_{(20)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$	1	2	3	4	5					
	4	Sistema de base 5: $edcba_{(5)} = a \times k^0 + b \times k^1 + c \times k^2 + d \times k^3 + \dots + e \times k^{n+1}$	1	2	3	4	5					

	5	Operaciones aritméticas entre distintas bases	1	2	3	4	5						
Estructura y manejo de la <i>taptana</i>	1	En la <i>taptana</i> los estudiantes representan cantidades en cualesquier base, se apoyan en ella y hacen transformaciones para cualesquier base.	1	2	3	4	5						
	2	Realizan operaciones aritméticas de cualesquier base.	1	2	3	4	5						
<i>Taptana</i> histórica, y <i>taptana</i> rediseñada	1	Describen a la <i>taptana histórica</i> , como: Es un material de piedra que consta de una pequeña hoyada en la parte superior; al costado derecho se observa en la parte superior una matriz de 3 x 3, hacia abajo existen 5 orificios. De similar forma al costado izquierdo.	1	2	3	4	5						
	2	El manejo aritmético de esta <i>taptana</i> no está explicada en su totalidad hasta el momento, por lo que es una interrogante para futuras investigaciones.	1	2	3	4	5						
	3	La <i>taptana reconstruida</i> es un material de madera de 38 x 17 cm. En ella se conserva la hoyada en la parte superior al igual que en la <i>taptana</i> histórica. Se ha diseñado un matriz de 9 filas y 9 columnas	1	2	3	4	5						
	4	Las columnas están coloreadas para identificar la posición relativa de las cantidades en el sistema en el que se está trabajando.	1	2	3	4	5						

Matriz de evaluación de impacto diseñada por Quizhpi, V. (2019)

#### ANEXO 4:



*Ilustración 10: La Taptana Histórica Cañari*

*Fuente: Montaluisa, L. (2006) Ñuqanchiq Yachai*

#### DESCRIPCION

Es un material de piedra que consta de una pequeña hoyada en la parte superior; al costado derecho se observa en la parte superior una matriz de 3 x 3, hacia abajo existen 5 orificios. De similar forma al costado izquierdo. El manejo aritmético de esta *taptana* no está explicado en su totalidad hasta el momento, por lo que es una interrogante para futuras investigaciones.

#### ANEXO 5:



*Ilustración 11: Taptana Reconstruida. Adaptación de Quizhpi, V. (2019)*

*Fuente: Montaluisa, L. (2006) Ñuqanchiq Yachai*

## DESCRIPCIÓN:

La *taptana* reconstruida es un material de madera de 38 x 17 cm. En ella se conserva la hoyada en la parte superior al igual que en la *taptana* histórica. Se ha diseñado un matriz de 9 filas y 9 columnas. Cada columna se diferencia de las otras por el color, en la parte inferior consta la base  $k$  con su respectivo exponente, así, en la primera columna se tiene  $k^0$ , en las siguientes se aumenta en una unidad, ejemplo: en la tercera columna de derecha a izquierda se observa  $k^2$ , en la quinta columna  $k^4$ .

En el hoyo de la parte superior se colocan las diferentes semillas que se van a utilizar en el proceso de conteo, escritura de cantidades, en los cambios de base, etc. En el caso de no disponer de semillas se puede tomar como un acuerdo utilizar otro material. La condición es la siguiente, así: Si en la primera columna de las unidades se han colocado 9 semillas de fréjol (se tiene más de 9 semillas) para pasar a la siguiente columna se debe hacer un cambio, una semilla de fréjol por una de haba, esta tiene o asume el valor de la segunda columna, es decir, de las decenas. Y así por el orden.