



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Aprendizaje significativo mediante la creación de recursos didácticos para sexto de Primaria

Trabajo fin de grado presentado por:

Sara González Noda

Titulación:

Grado en Maestro de Educación Primaria

Línea de investigación:

Propuesta de Intervención

Director/a:

Dra. Paloma Gavilán Bouzas

Santa Cruz de Tenerife

23 de mayo de 2014

Firmado por: Sara González Noda

CATEGORÍA TESAURO: 1.1.8. Métodos pedagógicos

RESUMEN

Este Trabajo de Fin de Grado consiste en una propuesta de intervención para un aula de sexto de Educación Primaria que pretende acercar al alumno a la aplicación práctica de las matemáticas mediante la manipulación y el trabajo en equipo.

El trabajo comienza con un marco teórico, que trata aspectos relacionados con la legislación vigente, las características psicológicas de la etapa a la que va destinada la propuesta, el aprendizaje significativo, el trabajo colaborativo, el aprendizaje de las matemáticas y las inteligencias múltiples.

Continúa con la propuesta en sí, en la que se plantea la fabricación de varias herramientas para el aprendizaje de las matemáticas por parte de los propios alumnos, que posteriormente usarán como recursos didácticos en actividades concretas. Se proponen varias actividades y se ofrecen las herramientas necesarias para su evaluación. Finalmente, en las conclusiones se refleja la consecución de los objetivos planteados.

Palabras clave: recursos didácticos, aprendizaje en matemáticas, aprendizaje significativo, inteligencias múltiples, trabajo colaborativo.

ÍNDICES

ÍNDICE DEL TRABAJO

1. INTRODUCCIÓN	8
1.1. Justificación	8
1.2. Objetivos del trabajo de fin de grado	9
1.2.1. Objetivo general	9
1.2.2. Objetivos específicos	9
1.3. Metodología	9
2. MARCO TEÓRICO	11
2.1. Introducción del capítulo	11
2.2. Legislación vigente	11
2.2.1. Competencias Básicas	11
2.2.2. Objetivos	13
2.2.3. Contenidos	13
2.3. Características psicológicas de la etapa	14
2.4. El aprendizaje significativo	15
2.5. Trabajo colaborativo	16
2.6. El aprendizaje de las matemáticas	17
2.7. Inteligencias múltiples	19
2.8. Conclusiones del capítulo	21
3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	23
3.1. Introducción del capítulo	23
3.2. Justificación	23
3.3. Objetivos	27
3.3.1. Objetivo general	27
3.3.2. Objetivos específicos	27
3.4. Cronograma de aplicación	27
3.5. Características básicas del entorno	28
3.6. Puesta en práctica	29
3.6.1. Temporalización	29
3.6.2. Tipología de las actividades	29
3.6.3. Agrupamientos	29
3.6.4. Preparación previa	30
3.6.5. Sesiones	30

3.7. Evaluación.....	39
3.7.1. Evaluación del alumno.....	39
3.7.2. Evaluación de la propuesta de intervención.....	40
3.8. Estudio de un caso.....	40
3.9. Conclusiones del capítulo.....	42
4. LIMITACIONES, CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA.....	44
4.1. Introducción del capítulo.....	44
4.2. Limitaciones.....	44
4.2.1. Limitaciones del Trabajo Fin de Grado.....	44
4.2.2. Limitaciones de la propuesta.....	44
4.3. Conclusiones.....	46
4.3.1. Discusión y conclusiones de los objetivos del Trabajo Fin de Grado.....	46
4.3.2. Discusión y conclusiones de los objetivos de la propuesta.....	47
4.4. Prospectiva.....	48
4.4.1. Futuras líneas de investigación.....	48
4.4.2. Futuras líneas de actuación.....	48
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	50
5.1. Referencias bibliográficas.....	50
5.2. Bibliografía.....	51
6. ANEXOS.....	52
Anexo 1: Sesión 2. Guía para la construcción de las regletas de Cuisenaire.....	52
Anexo 2: Sesión 3. Actividades con las regletas de Cuisenaire.....	55
Anexo 3: Sesión 4. Guía para la construcción de un geoplano.....	58
Anexo 4: Sesión 5. Actividades con el geoplano.....	62
Anexo 5: Sesión 6. Guía para la construcción de un ábaco.....	65
Anexo 6: Sesión 7. Actividades con el ábaco.....	69
Anexo 7: Rúbrica de evaluación para la segunda sesión.....	72
Anexo 8: Rúbrica de evaluación para la tercera sesión.....	73
Anexo 9: Rúbrica de evaluación para la cuarta sesión.....	74
Anexo 10: Rúbrica de evaluación para la quinta sesión.....	75
Anexo 11: Rúbrica de evaluación para la sexta sesión.....	76
Anexo 12: Rúbrica de evaluación para la séptima sesión.....	77
Anexo 13: Rúbrica de evaluación de la propuesta de intervención.....	78
Anexo 14: Experiencia piloto con la construcción de las regletas de Cuisenaire.....	79
Anexo 15: Experiencia piloto con la construcción del geoplano.....	80
Anexo 16: Experiencia piloto con la construcción del ábaco.....	81

Anexo 17: Experiencia piloto

Anexo 18: Actividad para la evaluación inicial

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Cronograma de aplicación	27
Tabla 2. Segunda sesión	31
Tabla 3. Tercera sesión	33
Tabla 4. Cuarta sesión.....	34
Tabla 5. Quinta sesión	35
Tabla 6. Sexta sesión	36
Tabla 7. Séptima sesión	38
Tabla 8. Rúbrica de evaluación para la segunda sesión.....	72
Tabla 9. Rúbrica de evaluación para la tercera sesión	73
Tabla 10. Rúbrica de evaluación para la cuarta sesión	74
Tabla 11. Rúbrica de evaluación para la quinta sesión	75
Tabla 12. Rúbrica de evaluación para la sexta sesión.....	76
Tabla 13. Rúbrica de evaluación para la séptima sesión.....	77
Tabla 14. Rúbrica de evaluación de la propuesta de intervención.....	78

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Pirámide de necesidades de Maslow	19
Ilustración 2. Regletas de Cuisenaire	25
Ilustración 3. Geoplano	26
Ilustración 4. Ábacos.....	27
Ilustración 5. Regletas de Cuisenaire	53
Ilustración 6. Margen dejado en el geoplano	59
Ilustración 7. Disposición de los clavos en un geoplano de nueve puntos	60
Ilustración 8. Clavo	60
Ilustración 9. Esquema de un geoplano.....	64
Ilustración 10. Estructura en forma de "U"	66
Ilustración 11. Colocación de las cuentas en cada varilla.....	67
Ilustración 12. Material para elaborar las regletas de Cuisenaire	79
Ilustración 13. Mediciones I	79
Ilustración 14. Cortando regletas	79
Ilustración 15. Lijando regletas	79
Ilustración 16. Pintando las regletas	79
Ilustración 17. Regletas de Cuisenaire finalizadas	79
Ilustración 20. Materiales para la elaboración de un geoplano	80
Ilustración 21. Mediciones II	80
Ilustración 22. Poniendo los puntos del geoplano.....	80
Ilustración 23. Pintando el geoplano	80
Ilustración 24. Geoplano finalizado.....	80
Ilustración 25. Materiales para la elaboración de un ábaco	81
Ilustración 26. Construcción del marco del ábaco	81
Ilustración 27. Cortando las varillas	81
Ilustración 28. Pintando las cuentas	81
Ilustración 29. Ábaco finalizado	81

“Las matemáticas convierten lo invisible en visible”

Keith Devlin

1. INTRODUCCIÓN

Esta propuesta está pensada para hacer llegar las matemáticas a los alumnos de Educación Primaria de una manera práctica y significativa, presentando las matemáticas de forma diferente y motivadora mediante el trabajo colaborativo. La intención de este trabajo, no solo es la de ofrecer una vía para que los alumnos realicen la construcción de unos materiales con aplicaciones matemáticas, sino que también se pretende ofrecer actividades concretas con el objetivo de que puedan iniciarse en el uso de los mismos.

1.1. JUSTIFICACIÓN

Durante la experiencia de prácticas con alumnos del primer curso de Educación Secundaria en un instituto de Santa Cruz de Tenerife, se observó una tendencia generalizada hacia la mecanización de los procedimientos matemáticos aprendidos sin entender la esencia de lo que se estaba trabajando. Esto se hacía más tangible especialmente cuando se trataba de transmitir un nuevo concepto. Además, la motivación por la asignatura era bastante baja, aunque se observaba un claro entusiasmo hacia las clases que se salían de la rutina.

Esta tendencia hacia la mecanización de procedimientos en lugar de la comprensión de conceptos, nos lleva a pensar que los métodos utilizados con estos jóvenes -basados en la explicación magistral por parte del profesor y la resolución de ejercicios por escrito- no llegaron a conseguir un aprendizaje verdaderamente significativo durante la etapa de Educación Primaria. Además de ello, la opinión general sobre la asignatura era que las matemáticas son muy difíciles y aburridas.

Es por ello que se siente la necesidad de crear una propuesta orientada al uso manipulativo de las matemáticas, así como a la motivación desde la etapa de Educación Primaria, en aras de mejorar los procesos y las actitudes con que los alumnos se enfrentan a la asignatura.

Se ha optado por la construcción de materiales didácticos y su posterior uso como respuesta a las necesidades observadas, para intentar conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas mediante la manipulación y el razonamiento durante el proceso de fabricación y de utilización.

1.2. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE FIN DE GRADO

1.2.1. Objetivo general

- Elaborar una propuesta de intervención para el sexto curso de Educación Primaria en la que se planifiquen diversas actividades para la construcción de materiales didácticos matemáticos y su posterior utilización, con el fin de conseguir un aprendizaje significativo.

1.2.2. Objetivos específicos

- Justificar mediante diversas teorías y la propia ley de enseñanzas mínimas de la Educación Primaria la conveniencia de hacer partícipe al alumno de sexto de Primaria en su propio aprendizaje.
- Incluir cuestiones dentro de las actividades contempladas en la propuesta que ofrezcan la posibilidad de reflexión y razonamiento lógico, con el fin de fomentar una mayor autonomía en el alumno de sexto de Educación Primaria.

1.3. METODOLOGÍA

Para construir nuestra propuesta de forma consistente se seguirán una serie de pasos previos y posteriores, que fundamentarán la propuesta y ayudarán a analizarla.

Una vez planteados los objetivos que guiarán el rumbo de nuestro trabajo, será necesario sustentar nuestra propuesta con algunas bases teóricas. Por este motivo, se tendrán en cuenta algunos fundamentos teóricos que proponen diversos autores y que respaldan la idea de que la asimilación de conceptos se consigue más eficazmente si hacemos al alumno partícipe de su propio aprendizaje.

La propuesta que se presentará más adelante estará cimentada sobre el estudio previo y procurará integrar no sólo los aspectos más significativos de las teorías que se contemplen, sino también, los requisitos que la actual normativa de educación toma en consideración. Asimismo, se tendrán en cuenta las características psicológicas de la etapa con la que trabajaremos.

La propuesta será justificada y redactada en base a unos objetivos. Posteriormente se diseñarán una serie de actividades que persigan la consecución de estos objetivos previos. La fase de evaluación también será descrita para complementar el trabajo planteado.

Sería necesaria la puesta en marcha de la propuesta de intervención con varios grupos de sexto de Educación Primaria y contrastar los datos obtenidos para obtener una visión completa de las ventajas y desventajas que posee la misma. Desafortunadamente, no es posible esta puesta en marcha. En lugar de ello, se hará una experiencia piloto con un niño del sexto curso de Educación Primaria para argumentar convenientemente nuestras conclusiones y prospectiva.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. INTRODUCCIÓN DEL CAPÍTULO

Este capítulo pretende introducir los fundamentos teóricos básicos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por un lado tenemos la legislación vigente para la etapa de Educación Primaria, legislación que todo docente ha de poner en práctica a la hora de llevar a cabo sus programaciones. Por otra parte, se presentan algunas de las características psicológicas a tener en cuenta cuando trabajamos con niños de seis a doce años. A continuación se exponen varias teorías vinculadas a la educación y al aprendizaje.

2.2. LEGISLACIÓN VIGENTE

Para abordar convenientemente nuestra propuesta de intervención será necesario que tengamos en cuenta el Real Decreto 1513/2006 por el que se establecen las enseñanzas mínimas para la etapa de Educación Primaria. Nos centraremos en las Competencias Básicas relacionadas con nuestra propuesta, así como los objetivos y contenidos que podemos cubrir con la misma.

2.2.1. Competencias Básicas

Las Competencias Básicas son aquellos aprendizajes de carácter básico que se consideran imprescindibles para que la persona pueda desenvolverse satisfactoriamente a lo largo de su vida. Deben ser adquiridas durante la enseñanza obligatoria y por tanto, debemos contemplarlas dentro de nuestra programación. Concretamente, desde nuestra propuesta, son tres las competencias que se desarrollan en mayor medida: la competencia matemática –debido a los contenidos que se abordan desde las vertientes conceptuales y procedimentales-, la competencia para aprender a aprender –puesto que se hace énfasis en el trabajo colaborativo y en el aprendizaje por descubrimiento- y la autonomía e iniciativa personal -ya que la propuesta va encaminada al trabajo autónomo por parte de los alumnos.

Competencia matemática

La primera competencia que debemos mencionar es, sin duda, la Competencia matemática. El desarrollo de esta implica el manejo de elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana y la puesta en marcha de procesos de razonamiento que lleven a la solución de problemas o a la obtención de información.

Además, también implica una disposición favorable, seguridad y confianza hacia la información y situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos.

El desarrollo de la Competencia matemática (...) supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p. 43059).

Competencia para aprender a aprender

Aprender a aprender supone ser capaz de iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuar este de manera eficaz y autónoma y de acuerdo con los objetivos propios. No se trata solo de detectar cuáles son los conocimientos propios, sino también de detectar aquellos que aún no poseemos pero necesitamos, así como de los medios que vamos a necesitar para alcanzarlos.

Aprender a aprender implica la conciencia, gestión y control de las propias capacidades y conocimientos desde un sentimiento de competencia o eficacia personal, e incluye tanto el pensamiento estratégico, como la capacidad de cooperar, de autoevaluarse, y el manejo eficiente de un conjunto de recursos y técnicas de trabajo intelectual, todo lo cual se desarrolla a través de experiencias de aprendizaje conscientes y gratificantes, tanto individuales como colectivas (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p. 43062).

Autonomía e iniciativa personal

La autonomía y la iniciativa personal forman parte las Competencias Básicas que se deben desarrollar durante el proceso educativo. Ambas están relacionadas con el autoconocimiento y la autorregulación y son necesarias para desenvolverse en el mundo.

Esta competencia se refiere, por una parte, a la adquisición de la conciencia y la aplicación de un conjunto de valores y actitudes personales interrelacionados, como la responsabilidad, la perseverancia, el conocimiento de sí mismo y la autoestima, la creatividad, la autocrítica, el control emocional, la capacidad de elegir, de calcular riesgos, de afrontar los problemas, así como la capacidad de demorar la necesidad de satisfacción inmediata, de aprender de los errores y de asumir riesgos (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p. 43062).

2.2.2. Objetivos

De los objetivos de etapa relacionados con el área y que plantea el Real Decreto 1513/2006 podemos distinguir dos que claramente podemos perseguir desde nuestra propuesta:

“4. Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones diversas, que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios y confiar en sus posibilidades de uso” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p. 43097). Por un lado, es preciso que el alumno ponga en práctica lo aprendido de forma teórica, que vea aplicaciones útiles a lo que sabe y que disfrute haciéndolo. Este será para nosotros el objetivo fundamental de nuestra propuesta, pues es esta conexión entre lo aprendido y lo que se puede hacer con ese aprendizaje adquirido, lo que hará que el alumno pueda ver las matemáticas como algo útil y práctico.

“5. Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de cálculo mental y medida, así como procedimientos de orientación espacial, en contextos de resolución de problemas, decidiendo, en cada caso, las ventajas de su uso y valorando la coherencia de los resultados” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p. 43097). Por otra parte, la elaboración y utilización de instrumentos que favorezcan las estrategias mentales para la resolución de problemas es algo claramente visible en nuestra propuesta. Con esta, queremos trabajar tanto la elaboración como la comprensión del funcionamiento de estos instrumentos, lo que ayudará al alumno a ampliar y organizar mejor sus estructuras mentales acerca de conceptos concretos.

2.2.3. Contenidos

El RD 1513/2006 contempla varios bloques de contenidos para cada ciclo. En nuestro caso, dado que trabajaremos con el tercero, los bloques abordables desde nuestra propuesta son los que se especifican a continuación:

Bloque 1. Números y operaciones

- Múltiplos y divisores.
- Utilización de operaciones de suma, resta, multiplicación y división con distintos tipos de números, en situaciones cotidianas y en contextos de resolución de problemas.
- Utilización de la tabla de multiplicar para identificar múltiplos y divisores.
- Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando estrategias personales de cálculo mental y relaciones entre los números, explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.

- Colaboración activa y responsable en el trabajo en equipo, manifestando iniciativa para resolver problemas que implican la aplicación de los contenidos estudiados.

Bloque 2. La medida: estimación y cálculo de magnitudes

- Realización de mediciones usando instrumentos y unidades de medida convencionales.
- Estimación de longitudes, superficies, pesos y capacidades de objetos y espacios conocidos; elección de la unidad y de los instrumentos más adecuados para medir y expresar una medida.
- Utilización de unidades de superficie.
- El ángulo como medida de un giro o abertura. Medida de ángulos y uso de instrumentos convencionales para medir ángulos.

Bloque 3. Geometría

- Interés por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas.

(Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p.p. 43100-43101)

2.3. CARACTERÍSTICAS PSICOLÓGICAS DE LA ETAPA

(...) los niños de más de 6 años son capaces de tomar en cuenta varias dimensiones, varias perspectivas, en vez de centrarse en una de ellas, la más dominante, como hacen los niños más pequeños. Esta capacidad de atender a diferentes aspectos del estímulo y de relativizar el punto de atención es crucial para conseguir un pensamiento más objetivo, menos egocéntrico (Palacios, Marchesi, & Coll, 2006, págs. 345-346).

En relación con las características psicológicas de los niños de la etapa de Educación Primaria, Palacios et al. (2006) afirman que los niños entre seis y doce años comprenden mejor el lenguaje verbal, pueden seguir conversaciones complejas, su capacidad de atención aumenta y son más conscientes de sus capacidades y limitaciones. La capacidad de procesamiento aumenta con la edad del niño, lo que genera procesos cognitivos más complejos que en etapas anteriores. De esta forma, al crecer, los niños aumentan la atención y pueden relacionar a la vez más unidades de información, lo que les permite dedicarse a actividades cognitivamente más complejas.

Por otra parte, la metacognición se hace patente en la etapa de la Educación Primaria. Este mecanismo explica por qué la memoria, la resolución de problemas, la categorización, el razonamiento y la elaboración de conocimiento son procesos cognitivos significativamente más sólidos durante esta etapa escolar que en la anterior.

(...) niños y niñas han alcanzado un grado de competencia metacognitiva que les permite reflexionar sobre sus propias acciones y controlarlas de forma mucho más eficiente. No es de extrañar de habilidades importantes y complejas que se enseñan durante la escuela primaria, como la lectura, la escritura y las matemáticas, se adquieran de forma espectacular a lo largo de estos años (Palacios, Marchesi, & Coll, 2006, pág. 344).

Por otra parte, la interacción con los demás es realmente importante en el proceso de adquisición, crecimiento y adaptación (Muñoz García, 2010). El ser humano necesita de relaciones sociales durante toda su vida y es en el medio escolar, entre los seis y los doce años cuando se constituirá la base del proceso de socialización de años sucesivos. Las relaciones entre iguales pueden incidir de forma decisiva dentro del contexto escolar en aspectos como el proceso de socialización, la adquisición de competencias sociales y el control de los impulsos agresivos. Pero además, las relaciones entre iguales incrementan las aspiraciones y el rendimiento escolar de los alumnos.

2.4. EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Ausubel distingue cuatro tipos de aprendizaje: receptivo, por descubrimiento, repetitivo y significativo. No son clases excluyentes sino que pueden superponerse: así el significativo puede ser por recepción o por descubrimiento, lo mismo que el aprendizaje memorístico. Incluso cabría hablar de su representación como polos de un continuo más que como clases claramente dicotomizadas (Garfela Esteban, y otros, 1993, pág. 160).

Según Garfela Esteban et al. (1993) el aprendizaje significativo puede definirse como la adquisición de nuevos significados, ahora bien, han de darse algunos requisitos para que este pueda tener lugar: las fuentes internas del sujeto –como son los aspectos afectivos (Escámez, 1986)- y la significatividad potencial de lo que se trata de asimilar. Es necesario que los nuevos conceptos que se vayan a adquirir estén relacionados de alguna manera con los conceptos previos que posee la persona. Esta conexión es bastante sencilla de conseguir en algunos casos, pero hay otros, en los que no se da de una forma tan directa. Es en estos casos cuando debemos utilizar materiales inductores para hacer llegar el nuevo conocimiento de una forma menos forzada. Estos materiales favorecerán la adquisición de nuevos conceptos de una manera significativa puesto que harán de “puente” entre lo que el alumno ya sabe y lo que ha de adquirir.

El aprendizaje significativo exige una determinada teoría curricular que especifique qué debe ser enseñado y aprendido, qué medios se escogerán y qué criterios se emplearán para la evaluación. En este sentido, Garfela Esteban et al. (1993) proponen algunos principios metodológicos para guiar la acción docente. A continuación se especifican los que se consideran más relevantes para la justificación de la posterior propuesta de intervención:

- La elaboración de un currículum flexible y abierto, que contemple la posibilidad de enriquecerse con la realidad que nos rodea, así como de las aportaciones de los propios alumnos.
- El aula es espacio de innovación educativa, debemos hacer un uso de la misma acorde con la realidad que nos rodea y no quedarnos en los modelos tradicionales.
- Se hace necesario que el docente reflexione sobre su labor. Esta reflexión asegurará en gran medida la calidad de la educación que mencionábamos en el primer punto. La revisión autocrítica del propio trabajo proporcionará un ajuste más eficaz entre las programaciones didácticas y la realidad.
- La educación es una tarea comprometida, en la que el profesor trabaja para el logro de mayores niveles de estructuración cognitiva y maduración personal sin imponer sus propios valores. El alumno ha de poder construir y elegir.

2.5. TRABAJO COLABORATIVO

Colaborar es trabajar con otras personas, por tanto, supone trabajar en grupo, en vez de hacerlo solo (Barkley, Cross, & Major, 2007). Existen algunas características de aprendizaje colaborativo que son esenciales. En primer lugar, su diseño ha de ser intencional, en otras palabras, en el aprendizaje colaborativo, el docente ha de estructurar las actividades de aprendizaje para los alumnos de forma intencional. En segundo lugar, los integrantes del grupo deben co-laborar, es decir, han de comprometerse a trabajar juntos para alcanzar una meta común. La última característica es que tenga lugar una enseñanza significativa. Cuando los estudiantes trabajan juntos, deben profundizar en la comprensión del currículum de la asignatura.

Aunque suele utilizarse el concepto “aprendizaje cooperativo” como sinónimo de aprendizaje colaborativo, según Bruffee (1995) existe una diferencia clara entre ambos conceptos. Mientras que con el aprendizaje cooperativo se pretende trabajar juntos, en armonía y con apoyo mutuo para encontrar una solución, “la meta del aprendizaje colaborativo es desarrollar a personas reflexivas, autónomas y elocuentes (...)” (Bruffee, 1995).

En general, la investigación respalda los grupos heterogéneos, porque en este tipo de agrupamiento, los integrantes están en contacto con ideas, antecedentes y experiencias diferentes a las propias (Barkley, Cross, & Major, 2007).

Por otro lado, según Ferrero y Calderón (2006), durante la actividad grupal, el maestro, como mediador, debe:

- Observar las habilidades sociales de los estudiantes.
- Proporcionar ayuda respondiendo a las preguntas de los equipos a partir de lo que observa.

2.6. EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

En general, la aritmética se presenta como un modelo de estímulo-respuesta, siendo el primero la ejecución de una forma numérica (representada gráficamente) y, la segunda, la solución que se va a proporcionar. Esta presentación tan mecanicista, aparte de no concienciar al alumno de lo que realiza, le lleva a cometer errores por culpa de esta excesiva automatización (Sánchez Huete & Fernández Bravo, 2003, pág. 71).

La asignatura de matemáticas suele ser una de las que más cuesta comprender a los alumnos. Esto se debe a que requiere un cierto grado de abstracción que en otras áreas no es tan elevado. “Con el paso del tiempo las matemáticas se han vuelto cada vez más abstractas” (Gardner, 2001, pág. 116).

El problema se presenta cuando los alumnos no son capaces de alcanzar este grado de abstracción: si no son capaces de imaginar un prisma, ¿cómo van a ser capaces de representarlo? Y lo que es más, ¿cómo van a encontrar alguna lógica a la fórmula para calcular su volumen? Se hace imprescindible, por tanto, ofrecer a los alumnos situaciones que favorezcan la adquisición de esta abstracción. Ahora bien, ¿cómo se puede hacer esto?

Es necesario que distingamos entre dos tipos de conceptos (Skemp, 1993). Por un lado tenemos los conceptos primarios, que son los que se adquieren a través de nuestra experiencia con el mundo exterior. Por otro, tenemos los conceptos secundarios, que se abstraen de otros. “Color” es un concepto secundario que solo podrá adquirirse si antes han sido estructurados algunos conceptos primarios, como son “azul”, “amarillo” o “verde”. El docente debe tener presente que, en matemáticas, los conceptos son más abstractos que en la vida cotidiana y, por tanto, no solo el aprendizaje de conceptos matemáticos será mucho más difícil, sino también su enseñanza.

Sabiendo esto, el profesor ha de tener en cuenta dos principios fundamentales que le servirán para orientar su actividad docente:

1. Los conceptos de un orden más elevado que aquellos que una persona ya tiene, no le pueden ser comunicados mediante una definición, sino solamente preparándola para enfrentarse a una colección adecuada de ejemplos.

2. Puesto que en matemáticas estos ejemplos son invariablemente otros conceptos, es necesario en principio asegurarse de que éstos se encuentran ya formados en la mente del que aprende (Skemp, 1993, pág. 36).

Según este autor, los libros de texto suelen quebrantar el primero de los principios, partiendo de definiciones breves y exactas, perfectamente comprensibles para el profesor (ya que este domina los conceptos a los que se hace referencia), pero difícilmente entendibles para un estudiante. Por esto es tan valiosa la labor del docente. El buen profesor ayuda intuitivamente a extraer una definición a partir de ejemplos. En este sentido, debemos tener en cuenta que la comprensión matemática debe alcanzarse mediante trabajos prácticos o resolución de problemas (Cockcroft, 1985).

Debemos evitar que nuestros alumnos expongan conceptos almacenados en su memoria sin comprenderlos. Si no se presentan dudas que accionen los mecanismos intelectuales, la reflexión no formará parte del proceso de aprendizaje. Para evitar que el alumno vea su trabajo como algo que simplemente tiene que coincidir con lo que dice el profesor, los alumnos han de tener la seguridad de que no importa equivocarse (Sánchez Huete & Fernández Bravo, 2003).

Por otra parte, el trabajo en equipo es verdaderamente enriquecedor para el que aprende, pues el mero hecho de comunicar nuestras ideas parece ayudar a clarificarlas (Skemp, 1993).

La fertilización-cruzada de ideas es otro beneficio que proviene de la discusión. Escuchar a algunos (o leer lo que han escrito) puede hacer surgir a la luz nuevas ideas en nosotros, que no nos fueron comunicadas por otro, pero que no podríamos tener sin su comunicación. Estas pueden, entonces, a su vez, iluminar nuevas ideas en ellos; siendo el resultado una interacción creativa que, en su mejor aspecto, puede ser causa de alegría para todos los que están implicados (Skemp, 1993, pág. 128).

No obstante, para que una discusión sea creativa, el número óptimo para formar equipo es de dos o tres personas.

Los aspectos de los que hemos hablado son importantes, pero es imprescindible que nos planteemos la siguiente cuestión: ¿por qué desea alguien aprender matemáticas? Existe un aspecto que debemos tener muy presente cuando se enseña: la motivación. La teoría de Maslow (1943) defiende la idea de que el objetivo de la motivación es satisfacer alguna necesidad personal. Estas necesidades están jerarquizadas, según el autor, de manera que el ser humano prioriza las básicas antes que cualquier otra.

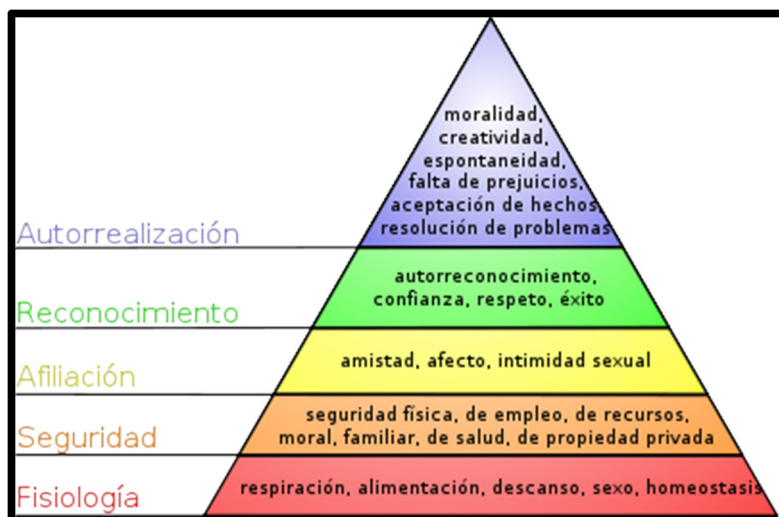


Ilustración 1. Pirámide de necesidades de Maslow. (Guinot, 2013)

Algunas de las necesidades del ser humano son innatas, otras son aprendidas (Skemp, 1993). Es obvio que la adquisición de conceptos matemáticos no es una necesidad innata, ahora bien, ¿cómo aprenderá el alumno a necesitar las matemáticas? Una manera de adquirir nuevas necesidades es aprendiendo que conducen a la satisfacción de otras ya existentes. En otras palabras, el aprendiz ha de encontrar alguna utilidad en la asignatura para mantener la motivación. El problema se da en las primeras edades –que son las que estamos tratando- puesto que este tipo de motivación a largo plazo es demasiado remota para un niño. Por ello debemos de ser conscientes de que a edades tempranas, la motivación que más resultados consigue es aquella que es a corto plazo. Valorar el trabajo y los pequeños logros de los niños será por tanto una estrategia clave en nuestra actuación docente para motivarles y mantenerlos motivados.

2.7. INTELIGENCIAS MÚLTIPLES

Diversos autores como Gardner (2001), Goleman (2009), Lévy (2004) o Gibbons y Prescott (1996) defienden la idea de que el ser humano no posee una sola inteligencia, sino varias. Son las teorías de las inteligencias múltiples. El autor más representativo de esta corriente es, Howard Gardner. En *Frames of Mind* propuso la existencia de siete inteligencias en el ser humano (Gardner, 2010):

- La inteligencia lingüística, que supone una sensibilidad especial para el lenguaje, su pragmática y los idiomas.
- La inteligencia lógico-matemática, que engloba las capacidades relacionadas con la realización de cálculos y la investigación científica.

- La inteligencia musical, relacionada con la interpretación, composición y apreciación de pautas musicales.
- La inteligencia corporal-cinestésica, que supone la utilización de las diferentes partes del cuerpo con el fin de conseguir un producto o resolver un problema.
- La inteligencia espacial, relacionada con el reconocimiento y manipulación de pautas en diferentes tipos de espacios.
- La inteligencia interpersonal, que supone entender las intenciones, motivaciones y deseos de otros.
- La inteligencia intrapersonal, que engloba la capacidad de comprensión de uno mismo.

Después de esta primera formulación de su teoría, el autor añadió más inteligencias a la lista y, si tenemos en cuenta las propuestas de otros autores podemos llegar a contemplar hasta veintidós inteligencias. Algunos como Goleman (2009), proponen la inteligencia ecológica; otros, como Lévy (2004), defienden la colectiva; Gibbons y Prescott (1996) señalan la inteligencia competitiva, etc.

El promotor de esta teoría tiene una visión muy concreta sobre cómo han de evaluarse las diversas inteligencias que existen:

(...) en lugar de llevar a los niños hasta la montaña de la evaluación, [...] nosotros traíamos la montaña de la evaluación a los niños creando un entorno de recursos atrayentes y dejando que cada niño empleara su gama de inteligencias de la manera más natural posible (Gardner, 2010, pág. 183).

La educación para este autor “debería proporcionar la base para potenciar la comprensión de los mundos en los que vivimos: el mundo físico, el biológico, el mundo de los seres humanos, el mundo de los artefactos y el mundo personal” (Gardner, 2010, págs. 208-209). Nótese que no contempla las habilidades básicas como son leer, escribir y calcular. Esto se debe a que las ve como instrumentos para reforzar la comprensión de temas y cuestiones importantes.

Desde su enfoque de las inteligencias múltiples el autor propone siete vías para captar el interés del estudiante. Concretamente, menciona la cuantitativa o numérica, dirigida a los estudiantes que se interesen por los números y sus pautas; y la lógica, que estimula la capacidad de razonamiento por deducción. Otra de las pautas que menciona el autor es la práctica, y la explica así:

Muchas personas, y sobre todo los niños, pueden abordar un tema con más facilidad si lo hacen mediante una actividad en la que puedan participar plenamente construyendo algo, manipulando materiales o realizando experimentos (Gardner, 2010, pág. 223).

2.8. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

La ley de educación vigente especifica una serie de competencias básicas, objetivos y contenidos que debemos tener en cuenta al realizar nuestras programaciones. Concretamente, la propuesta que se expondrá en el siguiente capítulo contemplará de manera especial la competencia matemática, la competencia para aprender a aprender y la autonomía e iniciativa personal. Por otra parte, los objetivos más significativos son los números 4 y 5 del currículum, relativos a las habilidades matemáticas para afrontar situaciones y la elaboración de instrumentos y estrategias personales, así como a procedimientos que ayuden al alumno a resolver problemas. De los contenidos que se contemplan dentro del Real Decreto, se vinculan varios con nuestra propuesta de intervención. Estos contenidos pertenecen a los bloques 1. Números y operaciones, 2. La medida: estimación y cálculo de magnitudes y 3. Geometría.

Por otra parte sabemos, que algunas características psicológicas representativas de los niños que cursan la etapa de Educación Primaria están relacionadas con el desarrollo cognitivo y del lenguaje, así como de la metacognición. Además, juega un papel importante la relación entre iguales a estas edades.

Asimismo, se hace necesario establecer relaciones entre los conceptos previamente adquiridos y los nuevos si deseamos conseguir un aprendizaje verdaderamente significativo. Los materiales inductores, ayudarán a que esta relación se establezca en los casos en los que no sea tan fácil conseguirla. El docente, además, ha de tener en cuenta algunos principios metodológicos como son: la importancia de las aportaciones de los propios alumnos, la búsqueda de modelos no tradicionales para la enseñanza, la revisión autocrítica del propio trabajo y la búsqueda de niveles superiores de estructuración cognitiva.

Desde el punto de vista del trabajo colaborativo, el maestro ha de estructurar las actividades de forma intencional y los alumnos han de perseguir juntos una misma meta. Los grupos heterogéneos serán los mejores para este tipo de trabajo. Por su parte, el docente, ha de observar las habilidades sociales de sus alumnos y proporcionar ayuda a los equipos de trabajo.

Los estudios sobre el aprendizaje de las matemáticas nos dicen que en esta se tratan diversos aspectos mucho más abstractos que los tratados en otras materias. Sin

embargo, debemos evitar que los alumnos memoricen sin comprender, por lo que debemos facilitarles oportunidades de trabajo práctico y resolución de problemas. Además sabemos que, en este sentido, el número óptimo para formar equipo es de parejas o tríos. Por último, valorar el trabajo y los pequeños logros de los alumnos contribuirá a mantener su motivación.

Finalmente, y basándonos en las teorías de las inteligencias múltiples, creemos que la educación “debería proporcionar la base para potenciar la comprensión de los mundos en los que vivimos” (Gardner, 2010, págs. 208-209).

En base a todo lo expuesto en este capítulo llevaremos a cabo nuestra propuesta de intervención, en la que se contemplarán estas ideas.

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

3.1. INTRODUCCIÓN DEL CAPÍTULO

A partir de la previa fundamentación teórica, se planteará una propuesta de intervención que facilite a los alumnos la adquisición de conceptos matemáticos. Inicialmente se hará una justificación y más adelante se especificarán actividades concretas organizadas en sesiones. Los documentos que se deben entregar a los alumnos se facilitan en el apartado de anexos con el objetivo de facilitar la lectura del capítulo.

Finalmente, se presentará la forma en que ha de evaluarse el alumno y la propia propuesta, facilitando las rúbricas necesarias en el apartado de anexos para, de nuevo, facilitar la lectura del documento.

3.2. JUSTIFICACIÓN

La presente propuesta de intervención se ha pensado para llevarla a cabo en el área de Matemáticas y está dirigida a alumnos del sexto curso de Educación Primaria. Persigue principalmente dos de los objetivos generales de área e integra contenidos pertenecientes a diferentes bloques, que se especifican detalladamente en el marco teórico. Además contempla las competencias básicas que los alumnos deben adquirir al finalizar la etapa. En especial, se trabajan la Competencia matemática, la Competencia para aprender a aprender y la Autonomía e iniciativa personal. La propuesta trata de que los alumnos construyan sus propios materiales didácticos para su posterior utilización.

Se ha escogido esta temática para facilitar la adquisición de conceptos matemáticos a los alumnos de Educación Primaria, y que de esta forma, puedan aplicar dichos conceptos de una manera más natural a su vida diaria. Mediante la construcción de regletas de Cuisenaire, un geoplano y un ábaco, esta propuesta pretende desarrollar la vertiente práctica del área, favoreciendo el acercamiento del alumno a aspectos que puede y debe utilizar en su vida cotidiana como son los siguientes:

- Operaciones: deberán realizar algunos cálculos para poder fabricar las herramientas pertinentes.
- Geometría: durante la construcción de los recursos será necesario que identifiquen algunas figuras geométricas, así como el cálculo de perímetros y volúmenes.

- Medida: mediante la medición con instrumentos como la regla, así como la medición por estimación, especialmente durante la construcción de las regletas de Cuisenaire y el geoplano.

Las herramientas que se fabricarán servirán además, para el enriquecimiento del alumnado en posteriores unidades didácticas de la asignatura. Son muchas las aplicaciones que podemos darle a estos recursos. A continuación explicaremos algunas que se contemplan en nuestra propuesta de intervención.

Regletas de Cuisenaire

Las regletas de Cuisenaire fueron creadas por Emile George Cuisenaire, que publicó “Los números a color” en 1952. Sin embargo, fue Caleb Gattegno quien en 1954, las fabricó como material didáctico (Ballesteros, 2005).

Estas regletas son un material formado por varias piezas de madera (como en nuestro caso) o plástico. Tienen forma rectangular y son de diez tamaños diferentes. Cada tamaño tiene un color asociado. La pieza más pequeña es un cubo de un centímetro de largo. Las piezas siguientes van aumentando su largo en un centímetro. El número que se asocia a la pieza corresponde con su largo. Para operar con ellas normalmente se utilizan varios juegos de piezas. Las regletas se usan para realizar cálculos, mediciones o establecer relaciones numéricas.

Las aplicaciones de las regletas de Cuisenaire son muchas. En esta propuesta nos centraremos en las siguientes:

- División inexacta
- Hallar los divisores de un número
- Máximo común divisor de dos o más números

Todas ellas se llevan a cabo colocando una serie de regletas que sumen la cantidad indicada formando una fila. Después los alumnos hallarán lo que se les pide colocando piezas todas iguales (división) justo debajo haciendo otra fila. Podrán descubrir cómo trabajar con las regletas de forma gradual, partiendo de una división inexacta y mediante prueba y error para descubrir qué regletas (cocientes) completan la segunda fila de forma exacta.



Ilustración 2. Regletas de Cuisenaire. (Seeducansolos, 2011)

Geoplano

El geoplano es una herramienta que consta de un soporte hecho de madera (como en nuestro caso) o de otro material. Sobre este soporte se sitúan puntos (en nuestro caso contruidos a base de clavos). Existen varios tipos de geoplano, nosotros utilizaremos el ortométrico que tiene los puntos distribuidos formando una red cuadriculada. Hemos escogido el modelo de 25 puntos. Los alumnos formarán figuras con ayuda de elásticos de diferentes colores usando para ello los puntos del geoplano. Esta herramienta tiene mucha utilidad para trabajar la geometría.

Con los geoplanos se pueden realizar diversas actividades. En la presente propuesta se contemplan las siguientes:

- Representación de polígonos y diagonales
- Representación de ángulos
- Cálculo de perímetros y áreas dado un polígono
- Representación de un polígono dados su perímetro o su área

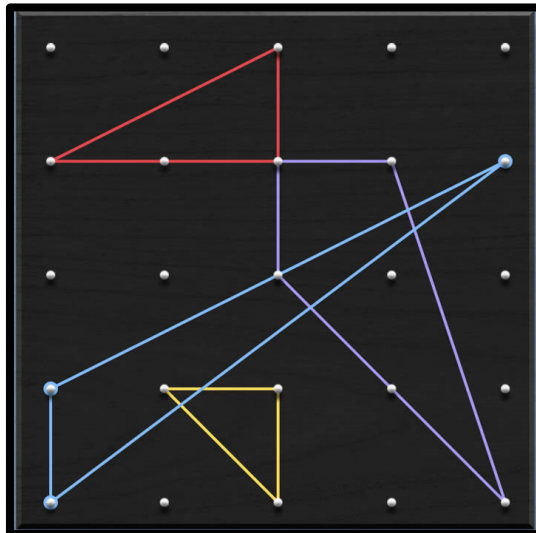


Ilustración 3. Geoplano. (Lafarga, 2013)

Ábaco

El ábaco es un instrumento formado a partir de varillas con cuentas, colocadas en una estructura. Existen varios modelos de ábaco, pero el que nosotros emplearemos será el didáctico de cuatro varillas, muy práctico para trabajar en el aula. Serán nueve las cuentas que dispongamos en cada varilla, ya que nuestro sistema numérico es el decimal. Además, cada varilla contendrá cuentas de un solo color, para facilitar la distinción de unidades, decenas, centenas y unidades de millar. Esta herramienta ayuda a entender el sistema posicional de numeración y refuerza el cálculo de operaciones.

El ábaco ayuda principalmente a representar números y a realizar cálculos. Los números y cálculos que se contemplan en esta propuesta se citan a continuación:

- Representación de números capicúa
- Representación de números valle y montaña
- Suma de números de hasta tres cifras (usando acarreo)
- Resta con números de hasta cuatro cifras (usando acarreo)
- Multiplicaciones sencillas calculadas como sumas iteradas
- Multiplicación por la unidad seguida de ceros

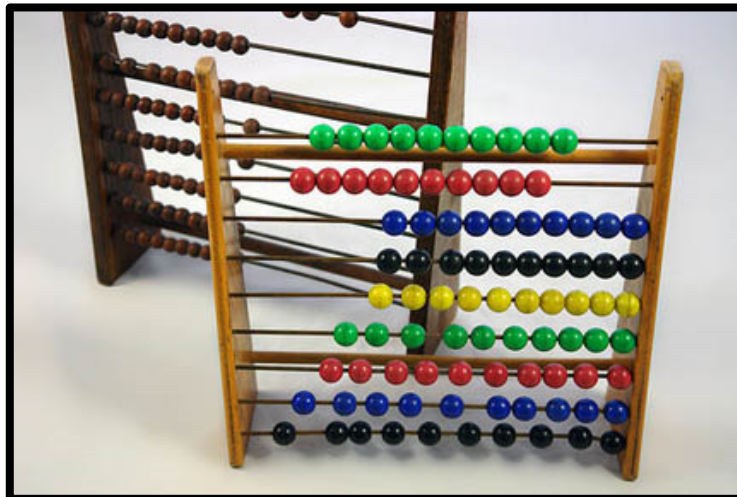


Ilustración 4. Ábacos. (González García, 2012)

3.3. OBJETIVOS

3.3.1. Objetivo general

- Planificar diversas actividades orientadas a la construcción de recursos didácticos matemáticos y a la utilización de los mismos, con el fin de acercar a los alumnos a la esencia de los conceptos matemáticos.

3.3.2. Objetivos específicos

- Poner en práctica los conocimientos previos de los alumnos relacionados con la medición, la obtención de múltiplos y divisores, la geometría y los cálculos en el sistema decimal, con el fin de conseguir un aprendizaje significativo.
- Utilizar métodos pedagógicos para lograr un aprendizaje significativo en el aula.
- Fomentar el trabajo colaborativo dentro de la asignatura de matemáticas, con el fin de crear una actitud abierta a la discusión y al razonamiento.

3.4. CRONOGRAMA DE APLICACIÓN

A continuación presentamos un cronograma indicando cuándo se realizaría cada parte de la propuesta.

Tabla 1. Cronograma de aplicación

Septiembre	Organización de los horarios de los diferentes profesores que llevarían a cabo la propuesta para hacer uso del taller de tecnología y evaluación inicial de los alumnos.
------------	--

Primera semana de octubre	Construcción de las regletas de Cuisenaire.
Segunda semana de octubre	Uso de las regletas de Cuisenaire.
Tercera semana de octubre	Construcción del geoplano.
Cuarta semana de octubre	Uso del geoplano.
Primera semana de noviembre	Construcción del ábaco.
Segunda semana de noviembre	Uso del ábaco.
Tercera semana de noviembre	Evaluación sumativa de los alumnos y evaluación de la propuesta por parte del profesorado que la ha llevado a cabo.

Elaboración propia

3.5. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL ENTORNO

La presente propuesta está pensada para llevarse a cabo en un centro privado-concertado de línea tres. El centro escolar se sitúa en la periferia de la capital de la isla de Tenerife y trabaja con niños y jóvenes desde la etapa de Educación Infantil hasta Bachillerato, pasando por Educación Primaria y Secundaria Obligatoria.

El centro cuenta con servicios de transporte, permanencia, comedor y biblioteca. Por otra parte sus instalaciones enriquecen el desarrollo del alumno, pues se cuenta con instalaciones deportivas, aulas de informática, taller de tecnología, biblioteca y teatro.

La mayoría de los alumnos y profesores no viven en los alrededores del colegio, sino en el área metropolitana. No obstante la lejanía con respecto al colegio no supone un problema, ya que está muy bien comunicado mediante los servicios de tranvía y autobuses.

El nivel socioeconómico de las familias de los alumnos es, en general, medio-alto, aunque el centro cuenta con ayudas para los alumnos con dificultades económicas como son el préstamo de libros, actividades extraescolares gratuitas y facilidades para costear otro tipo de actividades que se realizan a través del centro como excursiones o visitas.

Más concretamente, la propuesta se plantea para el alumnado que cursa el último curso de la etapa de educación Primaria. Las aulas de sexto curso de Primaria cuentan con veinticuatro alumnos por clase, estando muy equilibrado el porcentaje entre sexos.

3.6. PUESTA EN PRÁCTICA

3.6.1. Temporalización

La propuesta se llevará a cabo durante el primer trimestre del sexto curso de Educación Primaria. El motivo de esta elección se debe en primer lugar, a que los alumnos deben haber adquirido los conceptos que se trabajan en la propuesta. Por otra parte, tras llevarla a cabo, los estudiantes podrán hacer uso de los recursos construidos en unidades didácticas posteriores, de forma que las clases de matemáticas sean más enriquecedoras durante la última etapa de Educación Primaria.

3.6.2. Tipología de las actividades

Las actividades que se trabajan durante las sesiones de la propuesta son de tres tipos:

- Sesión de evaluación inicial: esta sesión será la que se lleve a cabo antes que las demás. Consistirá en detectar los conceptos previos que los alumnos dominan y aquellos en los que necesitan un refuerzo.
- Sesiones de construcción: son tres las sesiones en las que se realizará la construcción de un material didáctico (una por material). Se llevarán a cabo en el taller de tecnología. No es preciso que sean consecutivas.
- Sesiones de utilización de los recursos didácticos: son tres las sesiones de utilización de los recursos fabricados por los propios alumnos. Cada una de ellas se llevará a cabo después de la construcción de la herramienta que se vaya a utilizar.

3.6.3. Agrupamientos

En esta propuesta se ha optado por el trabajo colaborativo, es por ello que los alumnos trabajarán en pareja y pequeños grupos. Estos agrupamientos serán escogidos por el profesor, que procurará crear grupos heterogéneos.

Durante la sesión inicial se dividirá al alumnado en pequeños grupos; en el resto de sesiones, tanto las de construcción como las de utilización de los materiales didácticos, los alumnos se organizarán en parejas. Las parejas de construcción serán las mismas que las de la utilización del recurso construido, aunque no es necesario que sean las

mismas durante toda la propuesta. Podrán variar para cada recurso, dependiendo de lo que el profesor crea más conveniente.

3.6.4. Preparación previa

Para poder llevar a cabo la propuesta que aquí se presenta, se hace necesaria la preparación de la misma y la organización por parte de los docentes que participen.

Primeramente, hemos de contar con el material necesario para la realización de la propuesta. Para ello se dará con antelación a cada pareja de alumnos (agrupación que haremos durante las sesiones) un listado con todo lo necesario para cada sesión, de manera que cada una pueda adquirir los materiales por su cuenta con dos semanas de antelación. Los materiales y herramientas necesarios para cada sesión se especifican detalladamente en la explicación de las mismas.

Además de esto, se debe contar con doce copias por aula de las guías que se adjuntan en el apartado de anexos y con una copia por maestro de las rúbricas que corresponden a la evaluación de cada sesión –también adjuntas en el apartado de anexos-.

Por último será necesario organizar a los profesores que dan clase en las tres aulas de sexto para que puedan llevar a los alumnos al taller de tecnología durante, al menos, una hora por aula. Esto será necesario para las sesiones de construcción, las sesiones de uso de los recursos didácticos pueden llevarse a cabo en el aula habitual de clase.

3.6.5. Sesiones

3.6.5.1. Primera sesión: evaluación inicial

Debemos hacer una evaluación inicial para detectar qué contenidos manejan con soltura nuestros alumnos y en cuáles necesitarían un refuerzo. Esta puede hacerse de muchas maneras pero proponemos un juego de preguntas a modo de concurso televisivo que se adjunta en el anexo 18. Proponemos hacer la evaluación inicial en grupos de cuatro para dar la posibilidad de que los alumnos discutan entre ellos y contrasten opiniones. El maestro debe saber qué conceptos ha de reforzar más que otros, así que para ello registrará por escrito y de forma general los fallos y aciertos de cada grupo en el cuestionario. No se trata de examinar a cada alumno y ponerle una calificación numérica, sino de conocer cuáles son los puntos fuertes y débiles en el aula. Dependiendo de los resultados de esta actividad, el docente hará una explicación previa más o menos extensa en cada una de las sesiones posteriores.

3.6.5.2. Segunda sesión: construcción de las regletas de Cuisenaire

Esta será la primera sesión de trabajo y por ello, la más sencilla. Los alumnos han de elaborar regletas de Cuisenaire por parejas, utilizando para ello una varilla de madera. Tras repasar las ideas fundamentales relacionadas con el cálculo de volúmenes y cambio de unidades (si fuera necesario), entregaremos una guía de la actividad -que se adjunta en el apartado de anexos del presente trabajo- a cada pareja de alumnos. Esta guía contendrá las explicaciones y dibujos necesarios para la puesta en marcha de la actividad, junto con los espacios necesarios para que los alumnos puedan hacer cálculos o responder a algunas cuestiones.

En esta segunda sesión se pretende fomentar la autonomía personal y el trabajo colaborativo principalmente, debido a que esto favorecerá el ritmo de las siguientes sesiones. El profesor ha de jugar un papel de guía. El hecho de que los alumnos tengan las instrucciones por escrito facilitará esta labor, así como la tarea de observación docente durante la actividad.

Tabla 2. Segunda sesión

Duración	60 minutos
Agrupamiento	Por parejas
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> • Una varilla de madera de 1x1x100cm • Cinta métrica • Lápiz • Sierra de marquetería • Papel de lija • Pintura acrílica de colores: blanco, negro, marrón, azul, rojo y amarillo. • Pincel • Documento guía
Descripción de la actividad	En parejas, se dividirá la varilla de madera en piezas de diferentes longitudes (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 cm), midiendo la pieza y cortándola por el lugar adecuado. A continuación, los alumnos pasarán a contestar algunas cuestiones relativas a los volúmenes de cada pieza y a la utilidad que le darían a las piezas para trabajar con

	<p>las matemáticas. Se lijará y pintará cada pieza, atendiendo a su volumen, de la siguiente forma:</p> <p style="text-align: center;">1 cm: blanco 2 cm: rojo 3 cm: verde 4 cm: rosa 5 cm: amarillo 6 cm: verde oscuro 7 cm: negro 8 cm: marrón 9 cm: azul 10 cm: naranja</p>
--	--

Elaboración propia

3.6.5.3. Tercera sesión: uso de las regletas de Cuisenaire

Después de haber construido las regletas y estén listas para ser usadas, se propondrán una serie de actividades -que se adjuntan en el apartado de anexos del presente trabajo- para trabajarlas por parejas. En general, se procurará que el alumno haga uso de la intuición y aprenda cómo usar las regletas por descubrimiento. No obstante, deberemos tener en cuenta que no todos los alumnos poseen la misma capacidad deductiva ni la misma autonomía. Es por eso que el maestro deberá presentar atención a las parejas de alumnos que necesiten ayuda para completar las actividades.

Esta tercera sesión pretende introducir a los alumnos en el uso de las regletas de Cuisenaire para realizar algunas operaciones relacionadas con los contenidos que han aprendido durante el último ciclo de Educación Primaria.

En un primer momento se presentará una división inexacta que deberá ser resuelta haciendo uso de las regletas. Es posible que a muchos niños no se les ocurra cómo realizarla, por eso debemos tener en cuenta que lo más enriquecedor a la hora de hacer las parejas de trabajo, es formarlas poniendo alumnos con diferentes capacidades en cada una. De esta forma podrán aprender unos de otros de una forma más natural que en una clase magistral. A pesar de todo, el profesor estará atento por si los alumnos tienen dificultades para la comprensión de la tarea que se les pide o para la resolución del ejercicio.

En segundo lugar, se trabajará con divisores. Ahora que conocen la técnica para dividir con las regletas no les será difícil descubrir la forma de buscar los divisores de un

número. En todo momento se pretende que los alumnos razonen sus respuestas. Esto les ayudará a establecer conexiones entre los conocimientos previos que tienen y la puesta en práctica de los mismos.

Para finalizar con la sesión deberán hallar el máximo común divisor de varios números. El documento que se les propone los irá guiando poco a poco para que puedan resolver el problema planteado de forma autónoma.

Tabla 3. Tercera sesión

Duración	60 minutos
Agrupamiento	Por parejas
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> • Regletas de Cuisenaire • Documento guía
Descripción de la actividad	En parejas, los alumnos rellenarán un documento que los irá guiando durante la sesión. Las actividades contemplan aspectos trabajados durante el último ciclo de Educación Primaria, como son las divisiones exactas e inexactas, los divisores de un número y el máximo común divisor. Las respuestas deben darse de forma razonada. Se trata de que los alumnos solucionen las tres actividades propuestas de forma autónoma, aunque el docente ayudará a los alumnos con problemas de comprensión o dificultades para resolver los ejercicios.

Elaboración propia

3.6.5.4. Cuarta sesión: construcción de un geoplano

En esta cuarta sesión se repasarán previamente el concepto de divisor y los de rectas paralelas y perpendiculares antes de comenzar con la tarea. Esto prevendrá errores en el desarrollo de la actividad y dará confianza a los alumnos para ejecutarla por sí mismos. Los alumnos deberán construir un geoplano en parejas, valiéndose de diferentes materiales.

La tabla de madera que se les proporcionará se dará cortada para facilitar el ritmo de la sesión. Los alumnos tendrán que medir, trazar líneas, anotar, pintar y clavar clavos. Las instrucciones para esto se darán por escrito en una guía -que se adjunta en el apartado de anexos del presente trabajo- para cada dos alumnos.

El profesor volverá a hacer de guía durante esta sesión. Deberá pasearse entre las parejas que han formado los alumnos, resolver dudas, aclarar conceptos y animar y motivar a todos en general.

Tabla 4. Cuarta sesión

Duración	60 minutos
Agrupamiento	Por parejas
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> • Tabla de aglomerado: 24 x 1 x 24 cm • Escuadra y cartabón • Lápiz • 25 clavos • Martillo • Pintura acrílica negra • Brocha • Documento guía
Descripción de la actividad	<p>En parejas, se medirá la pieza de madera y se harán las marcas necesarias para dejar un margen de 2 cm por cada lado. Posteriormente se les dirá a los alumnos que tienen que clavar 25 clavos de manera equidistante horizontal y verticalmente, sin tener en cuenta la zona del margen. Deberán hacer los cálculos necesarios para llegar a la conclusión de que deben hacer columnas y filas de 5 clavos cada una. Seguidamente pasarán a medir y marcar la pieza y a poner los clavos previamente proporcionados. A continuación, deberán deducir cómo emplear los elásticos con la estructura que acaban de crear y poner por escrito qué utilidad creen que podría tener la herramienta para trabajar en matemáticas. Escribirán sus conclusiones en la ficha que corresponde a esta actividad. Finalmente se pintará la pieza con pintura negra.</p>

Elaboración propia

3.6.5.5. Quinta sesión: uso del geoplano

Después de haber construido el geoplano y esté listo para ser usado, se propondrán una serie de actividades -que se adjuntan en el apartado de anexos del presente trabajo- para trabajarlas por parejas. Fomentaremos el uso de la intuición y el aprendizaje por descubrimiento. El maestro prestará especial atención a los alumnos que presenten mayor dificultad para la comprensión y realización de las actividades.

Esta quinta sesión pretende introducir a los alumnos en el uso del geoplano para realizar algunos cálculos relacionados con los contenidos que han aprendido durante el último ciclo de Educación Primaria.

En un primer momento, los alumnos trabajarán polígonos y diagonales. Esta primera actividad, tiene por objetivo que los alumnos aprendan a representar figuras y líneas en el geoplano.

En segundo lugar, harán algunos ejercicios con ángulos. Es cierto que el tipo de geoplano que hemos construido no es el óptimo para este contenido, pero se trata de mostrar a los alumnos las utilidades que puede tener la herramienta que han fabricado. De cualquier forma, los ejercicios propuestos están relacionados con el cálculo de ángulos complementarios y suplementarios, algo que se puede trabajar sin problema en este caso con ayuda de un transportador.

Para finalizar, los alumnos representarán diferentes polígonos y calcularán perímetros y áreas. Las actividades procuran incrementar el nivel de dificultad de forma gradual.

Tabla 5. Quinta sesión

Duración	60 minutos
Agrupamiento	Por parejas
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> • Geoplano • Documento guía
Descripción de la actividad	En parejas, los alumnos rellenarán un documento que los irá guiando durante la sesión. Las actividades contemplan aspectos trabajados durante el último ciclo de Educación Primaria, como son ángulos complementarios y suplementarios, diagonales de un polígono, y cálculo de perímetros y áreas de diferentes

	polígonos. Las respuestas deben de darse de forma razonada. Se trata de que los alumnos solucionen las tres actividades propuestas de forma autónoma, aunque el docente ayudará a los alumnos con problemas de comprensión o dificultades para resolver los ejercicios.
--	---

Elaboración propia

3.6.5.6. Sexta sesión: construcción de un ábaco

La sexta sesión de esta propuesta es la más complicada, y por ello la hemos dejado para el final. Se trata de la creación de un ábaco. Los alumnos volverán a ponerse por parejas y tendrán como referencia una guía para la actividad -que se adjunta en el apartado de anexos del presente trabajo- con sus respectivas explicaciones, imágenes y espacios para hacer cálculos y concretar reflexiones.

Debido a la complejidad de la estructura que se debe construir en esta sesión, algunas piezas se facilitarán ya cortadas y marcadas. Esto se hará, no solo por agilizar el trabajo de los alumnos, sino porque, la edad a la que va dirigida esta propuesta no debe utilizar ciertas herramientas que en este caso se hacen necesarias. Así pues, el profesor deberá preparar los materiales antes de llevar a la práctica la sesión, utilizando un taladro para hacer agujeros ciegos en los listones de 30 cm que se proporcionarán con el resto del material. Ha de tenerse en cuenta que la broca utilizada para practicar estos orificios ha de poseer un diámetro ligeramente superior al del diámetro de la varilla que también formará parte del material.

Si se desea, se puede modificar la guía correspondiente a la actividad para que los alumnos hagan las mediciones necesarias en los listones en cuestión antes de que el docente haga los agujeros pertinentes. Nos ha parecido más oportuno, no obstante, dejar este proceso fuera de la sesión.

De nuevo, el docente actuará como canalizador del proceso, atendiendo a las dudas que surjan en el aula y motivando y valorando el trabajo de sus alumnos.

Tabla 6. Sexta sesión

Duración	60 minutos
Agrupamiento	Por parejas
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> • 2 listones de madera de 26 cm de largo • 2 listones de madera de 30 cm de largo con cuatro agujeros ciegos ya hechos de forma

	<p>equidistante.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 varilla cilíndrica de 1 metro de largo • 36 cuentas de maderas con un orificio que las atraviese mayor al diámetro de la varilla • Transportador de ángulos • Cola blanca • Regla • Lápiz • Sierra manual • Clavos • Martillo • Pintura acrílica de cuatro colores diferentes • Pincel • Documento guía
Descripción de la actividad	<p>Los alumnos, en parejas, comenzarán a montar un marco usando un listón largo y dos cortos, siguiendo las indicaciones de una guía y comprobando que los ángulos formados al unir las piezas son ángulos rectos. A continuación dividirán la varilla que se les ha proporcionado sabiendo que necesitan 4 trozos iguales. Pegarán con cola las 4 varillas obtenidas en los orificios del marco en construcción y esperarán a que se seque. Dividirán entonces las cuentas que se les han dado en 4 grupos de igual número y pintarán cada grupo de un color diferente. Cuando todo esté seco, se procederá a insertar las cuentas en las varillas, poniendo en cada una 9 cuentas del mismo color. Finalmente se pondrá pegamento en los orificios practicados en el último listón y se harán coincidir con el extremo de las varillas, terminando de este modo el ábaco.</p>

Elaboración propia

3.6.5.7. Séptima sesión: uso del ábaco

Después de haber construido el ábaco y esté listo para ser usado, se propondrán una serie de actividades -que se adjuntan en el apartado de anexos del presente trabajo- para trabajarlas por parejas. Procuraremos de nuevo, fomentar el aprendizaje por descubrimiento y el uso de la intuición durante la sesión. Como en las sesiones anteriores, el maestro hará de guía, ayudando a los alumnos a resolver las dificultades que les surjan en las diferentes actividades.

Esta última sesión pretende introducir a los alumnos en el uso del ábaco para realizar algunas operaciones relacionadas con los contenidos que han aprendido durante el último ciclo de Educación Primaria.

En un primer momento, los alumnos trabajarán simplemente la representación de números en el ábaco. Para esto, se les explicará brevemente qué son los números capicúa, valle y montaña. Se trata de que adquieran confianza en el manejo de las piezas antes de pasar a las operaciones.

En segundo lugar, se realizarán sumas y restas. El problema que aquí se nos plantea son “las llevadas”. Por este motivo, es preciso indicar que diez cuentas de una varilla equivalen a una de la siguiente, igual que funciona nuestro sistema decimal. Los cálculos se presentan de manera que su dificultad varía gradualmente. A pesar de todo, es muy posible que los alumnos tengan dificultades con el acarreo, por eso el profesor debe ayudar especialmente a cada pareja de alumnos en esta actividad.

Finalmente, se proponen una serie de multiplicaciones que se calcularán con la idea de que una multiplicación es una suma del mismo elemento varias veces. También en este caso se procurará que la dificultad aumente de forma gradual. Por último se presentarán multiplicaciones por la unidad seguida de ceros. Los alumnos han de llegar a la conclusión de que en este caso, la operación se simplifica mucho, puesto que solo hay que “copiar” la cantidad de una varilla a otra posición y poner varillas a cero después del número.

Tabla 7. Séptima sesión

Duración	60 minutos
Agrupamiento	Por parejas
Materiales	<ul style="list-style-type: none">• Ábaco• Documento guía

<p>Descripción de la actividad</p>	<p>En parejas, los alumnos rellenarán un documento que los irá guiando durante la sesión. Las actividades contemplan aspectos trabajados durante la etapa de Educación Primaria relacionados con números, como son la identificación de números capicúa, montaña y valle, y operaciones básicas como la suma, la resta y la multiplicación, así como la multiplicación por la unidad seguida de ceros. Las respuestas de las cuestiones deben darse de forma razonada. Se trata de que los alumnos solucionen las tres actividades propuestas de forma autónoma, aunque el docente ayudará a los alumnos con problemas de comprensión o dificultades para resolver los ejercicios.</p>
------------------------------------	--

Elaboración propia

3.7. EVALUACIÓN

3.7.1. Evaluación del alumno

La evaluación de la presente propuesta pretende ser continua. Por este motivo es preciso realizar:

- Una evaluación inicial, en la que se recogerá información sobre los conceptos previos que controlan o no los alumnos. Esta evaluación se contempla dentro de la primera sesión de trabajo y ha de hacerse de manera que los alumnos no piensen que se les está examinando. Proponemos un juego de preguntas (relativas a conceptos que se trabajarán durante las tres sesiones) a modo de concurso televisivo -que se adjunta en el anexo 18- en el que la clase se organizará por equipos de cuatro alumnos. No se trata de calificar al alumno, sino de saber si el maestro necesita reforzar algunos conceptos más que otros. Dependiendo de los resultados de esta actividad –que pueden simplemente anotarse- el docente sabrá si debe o no hacer una explicación previa más o menos extensa. También servirá al maestro como punto de partida a la hora de calificar a los alumnos, puesto que se puede detectar si ha habido progreso o no durante la ejecución de la propuesta comparando esta primera evaluación con las demás.
- Una evaluación formativa, que se llevará a cabo durante todo el proceso. Durante el transcurso de las actividades el profesor ha de pasearse entre las parejas de trabajo y tomar nota de las aplicaciones prácticas de las matemáticas que utilizan

los alumnos para resolver las situaciones que se les plantean. Para esto será muy útil contar con una herramienta de registro -que se adjunta en el apartado de anexos del presente trabajo- que contemple los criterios de evaluación que se puedan comprobar mediante observación directa. Esta rúbrica nos permitirá valorar a los alumnos durante el proceso fácilmente, puesto que se puede rellenar mientras se solucionan dudas y se realizan explicaciones personalizadas. En esta evaluación se tomará nota no solo de criterios relacionados con conceptos propios de la asignatura, sino también de otros relacionados con procedimientos y actitudes.

- Una evaluación final, que tendrá en cuenta el resultado obtenido durante las sesiones que integran esta propuesta. Es decir, las respuestas y cálculos de los alumnos en las guías y ejercicios que se les proporcionarán en cada sesión y la calidad de las herramientas construidas. En este último aspecto es necesario señalar que no se pretende que las herramientas hechas por los alumnos sean perfectas, bastará con que cumplan con su utilidad.

3.7.2. Evaluación de la propuesta de intervención

Por otra parte, debemos hacer una evaluación de la propuesta, para conocer qué aspectos son viables o no atendiendo a las condiciones que tengamos en nuestro centro, así como la efectividad o no de las diferentes actividades propuestas. También se deben registrar sugerencias para la mejora de la propuesta a la luz de los resultados de la experiencia.

Por tanto, los docentes de los grupos de sexto de Educación Primaria que lleven a cabo la propuesta, han de realizar esta evaluación. Será muy enriquecedor la comparación de las evaluaciones de todos los maestros implicados tras la puesta en marcha. Para facilitar esta tarea, se propone la utilización de una rúbrica adjunta en el apartado de anexos.

3.8. ESTUDIO DE UN CASO

La propuesta que aquí se plantea se llevó a cabo con un alumno del sexto curso de Educación Primaria con el objetivo de contrastar el planteamiento teórico que se hace con la realidad. Por supuesto esta experiencia piloto no nos da información completa de cómo funcionaría la propuesta en un aula, pero sí nos puede orientar para considerar algunas cuestiones antes de llevarla a la práctica con un grupo de alumnos de la misma edad.

Para empezar hay que decir que el alumno que realizó las actividades que se proponen tiene un nivel de razonamiento lógico bastante bueno para su edad, aunque la motivación hacia la asignatura no es especialmente elevada. A pesar de ello se mostró entusiasmado con la idea de medir, cortar y pintar la madera.

Sus conocimientos previos relativos a los conceptos que se necesitan para poder llevar a cabo las actividades planteadas en las guías eran suficientes, aunque fue necesario recordarle algunas fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes.

El alumno hizo uso de las guías que se adjuntan en el apartado de anexos y las completó con cálculos y reflexiones (ver anexo 17). Necesitó ayuda del profesor en algunos casos para entender algunas cosas, como los conceptos de números valle y montaña, dado que no los conocía. Para el resto de actividades fue poca la ayuda que necesitó, dado que también tiene un buen nivel de comprensión lectora.

Las preguntas de razonamiento, fueron claramente las más complicadas de llevar a cabo, porque el niño debía expresar por escrito sus ideas. Aun así, pudo resolver la tarea con éxito.

Durante la construcción del geoplano y el ábaco, surgió una dificultad que no se había previsto inicialmente, relacionada con el material. A pesar de que la pieza de la base del geoplano y los listones del marco del ábaco se le proporcionaron al niño de antemano para facilitar su tarea, no se pensó en la relación entre los clavos y el tamaño del martillo que se le facilitó. El martillo suministrado era uno que habitualmente es utilizado por los estudiantes de tecnología, durante los primeros cursos de Educación Secundaria. El martillo en cuestión era demasiado liviano para que el alumno pudiera clavar los clavos correctamente, así que fue necesaria la participación de un adulto para ayudarlo a dar los primeros martillazos. Por este motivo se recomienda tener este aspecto en cuenta de cara a una puesta en práctica en el aula, y proporcionar clavos fácilmente manipulables para un niño de estas edades.

El hecho de no haber trabajado nunca con este tipo de materiales implicó que se dieran algunos estancamientos en algunos casos. Deducir cómo utilizar las regletas para hallar cocientes, restos y divisores, requirió de ayuda del adulto para que el niño pudiera continuar.

También hubo algunas dificultades en las sesiones correspondientes al uso del geoplano. El alumno confundía vértices con clavos –error común entre los niños que se inician en este recurso-, por ello fue necesaria una clarificación por parte del profesor relativa a la unión entre dos lados de un polígono.

Sin duda, la sesión que más reto supuso para él fue aquella en la que se contemplan actividades empleando el ábaco. A pesar de que el estudiante nunca había realizado operaciones con el instrumento, no tardó en llevarlas a cabo sumas y restas, con algún que otro error en los primeros cálculos. Estos errores iniciales se debían principalmente a que olvidaba el acarreo necesario en algunos casos. Las comprobaciones hechas de la forma tradicional con lápiz y papel ayudaron a que comprendiera cuál era su error.

Durante la realización de las actividades con el ábaco hubo problemas con las multiplicaciones, debido a que varias de las operaciones propuestas se complicaban mucho teniendo en cuenta que el alumno debía realizarlas como iteraciones de sumas con el mismo número. Por este motivo, estas multiplicaciones han sido eliminadas de la guía que aquí se sugiere.

Hay que decir que el tiempo que necesitó el estudiante, estuvo bastante ajustado a lo que se propone, pero sería poco realista pensar que un grupo de alumnos con una sola persona como guía se ajustaría a una hora para la construcción de los materiales. Por este motivo se sugiere añadir una hora más a las sesiones de construcción. Además, hay que contemplar el tiempo de secado de la pintura, especialmente en el caso del ábaco, pues es necesario que las cuentas se hayan secado para finalizar el montaje.

3.9. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este tercer capítulo se presenta una propuesta con objetivos concretos y un cronograma de aplicación. Además se añaden las características básicas del entorno de un posible centro. La temporalización, tipología y agrupamiento de los alumnos se han escogido en base las teorías citadas en el primero de los capítulos.

La propuesta en sí se organiza en siete sesiones que contienen actividades de manipulación y razonamiento. Inicialmente se detectan los conceptos previos de los alumnos atendiendo a la teoría del aprendizaje significativo. Más adelante, se llevan a cabo una serie de sesiones de construcción de recursos didácticos, seguidas cada una de una sesión de utilización de dichos recursos. Todas ellas contemplan el trabajo colaborativo y la reflexión, así como la manipulación, que favorecerá la motivación del alumnado, y la ayuda del profesor-guía, que incrementará la autonomía de cada estudiante.

Se contempla una evaluación inicial, una evaluación formativa –que se lleva a la práctica a lo largo de todo el proceso con ayuda de los instrumentos facilitados- y una evaluación sumativa. También se tiene en cuenta la evaluación de la propia propuesta, pues esta ayudará a la mejora de la misma.

Tras llevar a cabo una experiencia piloto con un alumno de la edad adecuada, se sugiere escoger los materiales cuidadosamente, de manera que el alumno pueda ser totalmente autónomo en la elaboración de sus materiales didácticos. Además, se aconseja estimar una sesión más para el caso de las actividades de construcción.

4. LIMITACIONES, CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA

4.1. INTRODUCCIÓN DEL CAPÍTULO

Este último capítulo presenta las diferentes limitaciones que se han detectado tanto en el Trabajo Fin de Grado como en la propuesta de intervención, así como las conclusiones extraídas de cada uno y algunas líneas de investigación y actuación que parecen interesantes para seguir en el futuro.

A partir de la experiencia piloto explicada en el capítulo anterior, el presente Trabajo Fin de Grado concluirá con la exposición de las limitaciones encontradas, las conclusiones extraídas y la prospectiva que se sugiere.

4.2. LIMITACIONES

4.2.1. Limitaciones del Trabajo Fin de Grado

En referencia a las limitaciones del Trabajo Fin de Grado, hemos de señalar que el marco teórico presentado podría ampliarse aportando información más extensa sobre las diversas teorías expuestas. Sin embargo, debido a cuestiones de tiempo, no ha sido posible llevar a cabo esta ampliación.

Otro de los aspectos que se podría haber llevado a cabo de haber tenido más tiempo para la realización del Trabajo Fin de Grado, es la puesta en marcha de la propuesta aquí descrita en un centro educativo de Educación Primaria para tener una visión más realista de la efectividad de la misma, así como de la utilidad de los documentos facilitados como guía para los alumnos y como rúbrica de evaluación para el docente.

4.2.2. Limitaciones de la propuesta

4.2.2.1. Limitaciones logísticas

La primera limitación que se contempla en la propuesta en sí, es la del espacio y los materiales necesarios para su puesta en marcha. Sería ideal contar un taller de tecnología, como se hace en muchos centros, pero desgraciadamente, en otros muchos no existirá esta posibilidad.

La posible solución que se le da a esto, es la de reorganizar la distribución de un aula habitual de clase y llevar a cabo las actividades de construcción en horario extraescolar, de manera que se pueda limpiar y dejar el mobiliario en su sitio de costumbre.

La adquisición de los materiales puede que supongan otra dificultad si el nivel económico de los padres de nuestros alumnos no es muy elevado. No obstante, en los centros donde existe un taller, ya se dispone de herramientas básicas, como pequeñas sierras, martillos, cintas métricas, etc. Otra posible solución, sería la de procurar que el centro ayudara económicamente a la puesta en marcha de una propuesta que no es demasiado ambiciosa teniendo en cuenta que los materiales requeridos se contemplarían por cada dos alumnos.

4.2.2.2. Limitaciones temporales

Otra limitación bastante considerable es la cuestión temporal. A pesar de disponer de más tiempo para las construcciones de los materiales, es preciso tener en cuenta lo que el número de sesiones requeridas supondrá en la asignatura. Por este motivo es importante realizar la experiencia programándola con antelación y atendiendo a nuestra programación didáctica del curso escolar. Existe la posibilidad de llevarla a cabo de forma no continua, en otras palabras, las construcciones de cada herramienta, así como el uso siguiendo las guías propuestas no tiene por qué ser condensado. Se puede dilatar la propuesta a lo largo del curso, de manera que, por ejemplo se realice un material al principio de cada trimestre y sea utilizado a lo largo del mismo. Probablemente esta es una forma de sacarle más partido a estos recursos durante las posteriores unidades didácticas que se programen.

4.2.2.3. Conocimientos previos

Una de las dificultades más importantes que se puede dar es la de los conceptos previos insuficientes. Por este motivo es tan importante la sesión inicial, porque nos permitirá hacer una estimación sobre las posibilidades de éxito de la puesta en marcha.

A pesar de que no es necesario que los alumnos dominen perfectamente todos los conceptos trabajados durante las actividades, llevar a cabo esta propuesta con un grupo de alumnos que desconozca la mayor parte de los conceptos previos de los que se parte es desaconsejable. Será preciso reforzar primero estos conceptos si no queremos crear frustración en lugar de motivación. En cualquier caso ha de contemplarse siempre una breve explicación al principio de las sesiones, con el objeto de ayudar a los alumnos a centrarse en la tarea.

4.3. CONCLUSIONES

4.3.1. Discusión y conclusiones de los objetivos del Trabajo Fin de Grado

El presente trabajo se ha realizado persiguiendo los objetivos que inicialmente se plantearon. Analizaremos las conclusiones del mismo atendiendo a cada uno de estos objetivos.

El objetivo general, era el de elaborar una propuesta de intervención para el sexto curso de Educación Primaria en la que se planificaran diversas actividades para la construcción de materiales didácticos matemáticos y su posterior utilización, con el fin de conseguir un aprendizaje significativo. Dicha construcción se plantea a lo largo de varias sesiones. Por otra parte, se contemplan varias actividades que introducen al estudiante de matemáticas en algunas de las posibles aplicaciones que posee cada herramienta. Además de esto, podemos tener en cuenta que la creación de los recursos didácticos, nos ofrece la posibilidad de seguir trabajando con ellos en unidades didácticas posteriores a la puesta en marcha de la propuesta, algo que puede favorecer el aprendizaje significativo, así como incrementar la motivación general del alumnado y despertar su curiosidad.

Otro de los objetivos propuestos al comienzo del trabajo era el de justificar mediante diversas teorías y la propia ley de enseñanzas mínimas de la Educación Primaria la conveniencia de hacer partícipe al alumno de sexto de Primaria en su propio aprendizaje. En el marco teórico se ofrecen diferentes perspectivas como son la propia ley de enseñanza vigente, las características psicológicas de la etapa, el aprendizaje significativo y el trabajo colaborativo, así como las teorías del aprendizaje en matemáticas y las inteligencias múltiples. En este marco, queda reflejada la importancia de que el alumno no sea un mero receptor de contenidos, sino que se hace necesario que elabore sus propias estructuras mentales para poder interiorizar los conocimientos.

Como tercer objetivo, se pretendía incluir cuestiones dentro las actividades contempladas en la propuesta que ofrecieran la posibilidad de reflexión y razonamiento lógico a los alumnos de sexto de Educación Primaria, con el fin de fomentar una mayor autonomía. Para cumplir este objetivo se ha optado por añadir a las guías de cada sesión –adjuntas en el apartado de anexos- cuestiones concretas que promuevan la reflexión del alumno y que necesitan de un cierto razonamiento para ser contestadas. Además, este sistema fomenta la autonomía al ejercer el maestro un papel de guía.

Por otro lado, el trabajo en equipo está contemplado durante toda la propuesta, incluyendo la sesión inicial, en la que se evalúan los conceptos previos de los alumnos en pequeños grupos; las sesiones de construcción, que se llevan a cabo por parejas; y las

sesiones introductorias al uso de las herramientas didácticas construidas por los propios alumnos, que se realizan también por parejas. Este trabajo colaborativo supondrá una manera diferente de abordar la asignatura, así como el sentimiento de seguridad para aquellos alumnos a los que les falte confianza en sí mismos para enfrentarse a los problemas matemáticos. La discusión respetuosa y los intercambios de opinión ayudarán al razonamiento, tan importante en el área que aquí tratamos. De esta manera, se prevé, no solo que los alumnos adquieran valores para trabajar en equipo, sino que además se fomente la reflexión al poner en común diferentes ideas.

4.3.2. Discusión y conclusiones de los objetivos de la propuesta

Las conclusiones referentes a la propuesta en sí también serán expuestas a partir de los objetivos iniciales planteados.

Como objetivo general, propusimos planificar diversas actividades orientadas a la construcción de recursos didácticos matemáticos y a la utilización de los mismos, con el fin de acercar a los alumnos a la esencia de los conceptos matemáticos. La planificación ha sido hecha y además llevada a cabo como experiencia piloto con un niño de sexto de Educación Primaria.

El primero de los objetivos específicos era el de poner en práctica los conocimientos previos de los alumnos relacionados con la medición, la obtención de múltiplos y divisores, la geometría y los cálculos en el sistema decimal, con el fin de conseguir un aprendizaje significativo. Antes de llevar a cabo la experiencia piloto se confirmó que el alumno de sexto de educación Primaria, poseía los conocimientos básicos necesarios para desenvolverse en el desarrollo de las sesiones propuestas. A pesar de recibir alguna ayuda, el alumno fue capaz de resolver gran parte de los ejercicios planteados por sí mismo mediante el razonamiento y la puesta en práctica de estos conocimientos previos.

Nuestro segundo objetivo específico era el de utilizar métodos pedagógicos para conseguir motivación y aprendizaje significativo en el aula. Obviamente, no podemos sacar conclusiones sobre lo que acontecería en un aula real al llevar a cabo la propuesta, pero sí podemos afirmar, que el alumno de la experiencia piloto se entusiasmó con la idea de manejar herramientas, construir y pintar piezas. Sus expectativas iniciales eran bastante bajas porque asoció las matemáticas con algo aburrido, tal y como el mismo expresó, aunque su visión cambió definitivamente en los primeros minutos de la segunda sesión de la propuesta.

El último de los objetivos específicos de la propuesta era el de fomentar el trabajo colaborativo dentro de la asignatura de matemáticas, con el fin de crear una actitud abierta a la discusión y al razonamiento. Desafortunadamente, no fue posible realizar la experiencia con dos alumnos, por lo que no podemos valorar este objetivo. No obstante, y en base a la fundamentación teórica previa, se prevé que este objetivo se habría conseguido y, probablemente, habría sido necesaria menos mediación por parte del adulto, ya que el niño que realizó la experiencia habría podido discutir con un compañero sus puntos de vista en lugar de con la persona que hizo de guía.

4.4. PROSPECTIVA

4.4.1. Futuras líneas de investigación

La principal línea de investigación que se propone es la de la puesta en marcha de la propuesta aquí descrita en un centro de Educación Primaria. Llevar a cabo las actividades planteadas sirviéndose de las guías adjuntas y junto a la evaluación de las sesiones, podría facilitar la detección de ventajas e inconvenientes de la propuesta. En función de esta detección, se podrían mejorar las sesiones que se plantean.

Por otro lado, la propuesta desarrollada en este Trabajo Fin de Grado solo recoge algunos de los recursos didácticos existentes para aprender matemáticas, pero existen otros con los que se podría hacer propuestas similares. Son especialmente interesantes recursos como los dominós, los tangram, las loterías, las barajas y algunos juegos numéricos, posiblemente más fáciles de construir por los propios alumnos si se adapta bien la propuesta y se le presenta al estudiante unas guías adecuadas que lo hagan reflexionar sobre lo que está construyendo.

Otra opción a tener en cuenta sería la inclusión de la calculadora como complemento a los recursos didácticos aquí trabajados. En este caso habría que proponer también una serie de guías para la utilización de esta herramienta, que podrán hacer al alumno reflexionar y desarrollar el pensamiento lógico.

4.4.2. Futuras líneas de actuación

Los recursos educativos que se contemplan dentro de esta propuesta pueden ser usados posteriormente en unidades didácticas en las cuales se trabaje algún aspecto que pueda ser abordado con dichos recursos.

Son numerosas las actividades con las que se puede trabajar haciendo uso de las regletas de Cuisenaire, el geoplano y el ábaco. Estos instrumentos, de por sí poseen un factor motivacional que puede fomentar el interés por las matemáticas a edades muy

tempranas. Es más, se dará con más facilidad el aprendizaje significativo dado que los alumnos estarán aprendiendo mediante manipulación y relacionando los conceptos teóricos con algo tangible, que pueden observar. La realización de unidades didácticas contemplando estos recursos puede favorecer enormemente la agilidad mental, el razonamiento y el interés por la asignatura.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y BIBLIOGRAFÍA

5.1. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ballesteros, R. (2005). *Desequilibros. Lectura y cultura*. Recuperado el 14 de mayo de 2014, de <http://desequilibros.blogspot.com.es/2009/02/regletas-cuisenaire-aprendiendo.html#.U3O8b1cvk-0>
- Barkley, E., Cross, K., & Major, C. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo*. Madrid: Ediciones Morata.
- Bruffee, K. (1995). Sharing our toys: Cooperative learning versus collaborative learning. *Change*, 27(1), 12-18.
- Cockcroft, W. (1985). *Las Matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- Escámez, J. (1986). La educación en actitudes y valores: una exigencia para el hombre de hoy. En J. Escámez, & P. Ortega, *La enseñanza de actitudes y valores*. Valencia: Nau Llibres.
- Ferreiro, R., & Calderón, M. (2006). *El ABC del aprendizaje cooperativo*. Sevilla: MAD.
- Gardner, H. (2001). *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI*. Madrid: Paidós.
- Gardner, H. (2010). *Estructuras de la mente: la teoría de las inteligencias múltiples*. Santafé de Bogotá: Fondo de Cultura Económica Ltda.
- Garfela Esteban, P. R., Cánovas Leonhard, P., Gargallo López, B., Gómez Ocaña, C., Martínez Mut, M., & Rius Lozano, M. (1993). *Construcción humana y procesos de estructuración*. Valencia: QUILES. Artes Gráficas.
- Gibbons, P., & Prescott, J. (1996). Parallel Competitive intelligence processes in organizations. *International Journal of Technology Management*, 11(1).
- Goleman, D. (2009). *Inteligencia Ecológica*. Buenos Aires: Vergara.
- González García, S. (2012). *La luna de lata*. Recuperado el 14 de mayo de 2014, de <http://lalunadelata.blogspot.com.es/2012/10/que-es-el-abaco-y-para-que-sirve.html>
- Guinot, J. (2013). *Psicología Granollers*. Recuperado el 27 de abril de 2014, de <http://psicologiagranollers.blogspot.com.es/2012/03/piramide-de-maslow-o-jerarquia-de-las.html>
- Lafarga, B. (2013). *Escuela infantil castillo de Blanca*. Recuperado el 14 de mayo de 2014, de http://escueladeblanca.blogspot.com.es/2014_03_01_archive.html
- Lévy, P. (2004). *Inteligencia colectiva*. Washington. Obtenido de <http://inteligenciacolectiva.bvsalud.org/channel.php?lang=es&channel=8>

Maslow, A. (1943). A Theory of Human Motivation. *Psychological Review*, 50, 370-396.

Muñoz García, A. (2010). *Psicología del desarrollo en la etapa de educación primaria*. Madrid: Ediciones Pirámide.

Palacios, J., Marchesi, A., & Coll, C. (2006). *Desarrollo psicológico de la educación*. Madrid: Alianza Editorial.

Real Decreto 1513/2006 de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, 293, de 8 de diciembre de 2006. (8 de diciembre de 2006).

Sánchez Huete, J., & Fernández Bravo, J. (2003). *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*. Madrid: CCS.

Seeducansolos. (2011). Recuperado el 14 de mayo de 2014, de <http://seeducansolos.wordpress.com/2011/07/11/que-son-las-regletas-de-cuisenaire/>

Skemp, R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.

5.2. BIBLIOGRAFÍA

Construyendo un geoplano (25/02/2011). [Película]. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=XX-pTukd7Pc>

Yáñez Sinovas, J. (s.f.). *Ábaco*. Material no publicado. Recuperado el 20 de marzo de 2014, de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:LGsqz8_NmxgJ:recursos.crfptic.es:9080/jspui/bitstream/recursos/428/1/%25C3%25A1bacos.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=es&client=firefox-a

Yáñez Sinovas, J. (s.f.). *Guía orientativa para el uso de materiales manipulativos en matemáticas*. Material no publicado. Recuperado el 20 de marzo de 2014, de <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:C7bqQfVHUzMJ:recursos.crfptic.es:9080/jspui/bitstream/recursos/428/2/Geoplano.pdf+&cd=2&hl=es&ct=clnk&gl=es&client=firefox-a>

Yáñez Sinovas, J. M. (s.f.). *Regletas de Cuisenaire*. Material no publicado. Recuperado el 20 de marzo de 2014, de <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:Vs9rWvmEKdEJ:recursos.crfptic.es:9080/jspui/bitstream/recursos/428/5/REGLETAS%2520CUISENAIRE.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=es&client=firefox-a>

6. ANEXOS

ANEXO 1: SESIÓN 2. GUÍA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS REGLETAS DE CUISENAIRE

Vamos a construir una herramienta muy sencilla pero muy útil para trabajar con las matemáticas. Para ello necesitaréis los siguientes materiales:

- Una varilla de madera
- Cinta métrica
- Lápiz
- Sierra de marquetería
- Papel de lija
- Pintura acrílica de colores: blanco, negro, marrón, azul, rojo y amarillo.
- Pincel

Fijaos bien en la varilla que se os ha proporcionado. Medid el ancho, la profundidad y el alto de la varilla y anotad los datos a continuación (no olvidéis las unidades que correspondan):

Ancho	
Profundidad	
Alto	

Ahora vamos a cortar la varilla en varios trozos que serán nuestras regletas. Para ello, medid a lo largo de la varilla trozos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 cm, marcados con el lápiz y posteriormente cortad por las marcas con ayuda de la sierra.

Os han tenido que quedar piezas parecidas a las del dibujo:

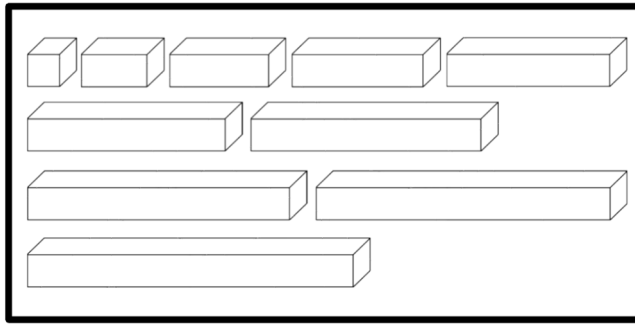


Ilustración 5. Regletas de Cuisenaire. (Elaboración propia)

Lijad bien las zonas en donde habéis hecho los cortes para que quede lo más regular posible.

¿Siguen teniendo las piezas el mismo ancho y la misma profundidad de la varilla que se os dio originalmente? ¿Por qué?

¿Tendrán todas las piezas el mismo volumen? Razonad vuestra respuesta.

Calculad ahora el volumen de cada pieza y anotadlo en la siguiente tabla (recordad dar el resultado en las unidades adecuadas):

1x1x1	1x1x2	1x1x3	1x1x4	1x1x5	1x1x6	1x1x7	1x1x8	1x1x9	1x1x10

¿Han sido muy difíciles los cálculos que habéis hecho? ¿Por qué?

Ahora hay que pintar cada pieza de un color. Hacedlo de la siguiente manera:

VOLUMEN	COLOR
1 cm ³	Blanco
2 cm ³	Rojo
3 cm ³	Verde
4 cm ³	Rosa
5 cm ³	Amarillo
6 cm ³	Verde oscuro
7 cm ³	Negro
8 cm ³	Marrón
9 cm ³	Azul
10 cm ³	Naranja

Ya solo falta esperar a que se sequen las piezas y... ¡listo! Podemos empezar a usarlas pero... ¿cómo creéis que se pueden usar las regletas que acabáis de construir para aprender matemáticas?

ANEXO 2: SESIÓN 3. ACTIVIDADES CON LAS REGLETAS DE CUISENAIRE

Para empezar a utilizar las herramientas que habéis fabricado haremos una serie de actividades. Deducid cómo hacer los cálculos que se os proponen. Si no lo conseguís o tenéis alguna duda, preguntad al profesor.

1.Divisiones

¿Cómo podéis representar el número 26 si solo tenéis regletas que representan hasta el número 10?

Intentad dividir 26 entre 6. ¿Cómo se os ocurre que lo podríais hacer? ¿Cuánto vale el cociente? ¿La división es exacta? ¿Por qué?

Comprobad que el cálculo que habéis hecho con las regletas es correcto realizando los cálculos tradicionales con el lápiz en el siguiente espacio.

¿Ha sido más rápido hacer el cálculo con las regletas o con el lápiz?

2.Divisores de un número

Calculad con las regletas los divisores de los números del 1 al 10 y anotadlos a continuación:

Divisores de 1:
Divisores de 2:
Divisores de 3:
Divisores de 4:
Divisores de 5:
Divisores de 6:
Divisores de 7:
Divisores de 8:
Divisores de 9:
Divisores de 10:

¿Cómo lo habéis hecho?

Mirad ahora vuestras anotaciones, ¿os llama algo la atención?

Intentad definir qué es un divisor con vuestras palabras atendiendo a las observaciones que habéis hecho.

3. Máximo común divisor

¿Cómo podéis representar el número 14 si solo tenéis regletas que representan hasta el número 10? ¿Cómo podéis representar 20?

Calculad ahora el máximo común divisor de 14 y 20 usando las regletas. Explicad cómo lo habéis hecho.

Haced los cálculos aprendidos en clase para calcular el máximo común divisor y comprobad que os da el mismo resultado que haciéndolo con las regletas.

¿Cuál es el MCD de 9, 15 y 18? Calculadlo con ayuda de las regletas

ANEXO 3: SESIÓN 4. GUÍA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN GEOPLANO

Vamos a construir otra herramienta muy útil para trabajar con las matemáticas. Para ello necesitaréis los siguientes materiales:

- Tabla de aglomerado
- Escuadra y cartabón
- Lápiz
- 25 clavos
- Martillo
- Pintura acrílica negra
- Brocha
- Elásticos de colores

Fijaos en la tabla de madera que se os ha proporcionado. Medid el ancho, la profundidad y el alto de la tabla y anotad los datos a continuación (no olvidéis poner las unidades que correspondan).

Ancho	
Profundidad	
Alto	

¿Qué figura forman el ancho y el alto de la pieza? Justificad vuestra respuesta y calculad el área de la figura.

Lo primero que vamos a hacer con la pieza es dibujarle un margen. Para esto medid 2 cm de separación para cada lado y trazad rectas. Os tendrá que quedar algo así:

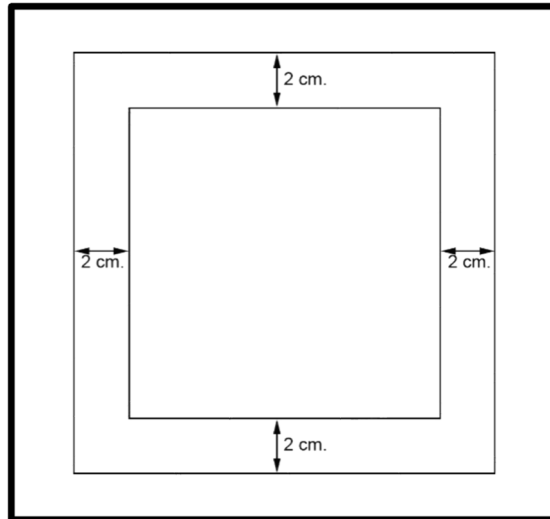


Ilustración 6. Margen dejado en el geoplano. (Elaboración propia)

¿Cuánto mide el lado del cuadrado que habéis dibujado? ¿Y su área?

Ahora tenéis que clavar los 25 clavos en la tabla de manera que queden equidistantes a lo largo y alto sin usar el margen que habéis hecho (aunque podéis clavar clavos sobre la línea dibujada). Para esto tendréis que dibujar una cuadrícula con líneas perpendiculares. Como estamos trabajando con un cuadrado, para saber en dónde debéis hacer las marcas para dibujar las líneas, será necesario que utilicéis raíces cuadradas. Por ejemplo, en la imagen que se ve a continuación, se disponía de 9 clavos, la raíz cuadrada de 9 es 3, así que había que poner 3 clavos en cada fila y columna, pero ¡ajo!, los clavos representan los vértices de los cuadrados que se forman. Obtenemos 2 cuadrados a lo ancho y dos a lo alto (no 3).

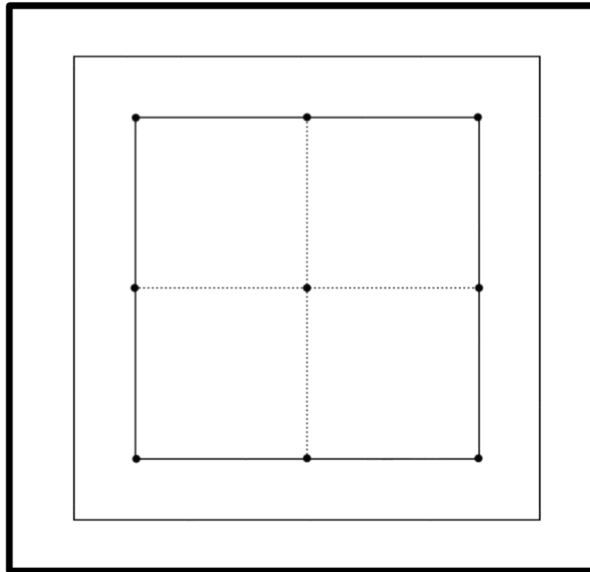


Ilustración 7. Disposición de los clavos en un geoplano de nueve puntos. (Elaboración propia)

Calculad ahora cuál es la raíz cuadrada de 25 y cuántos cuadrados se os formarán a lo alto y a lo ancho. Anotad los cálculos que habéis hecho:

Marcad puntos donde sea oportuno y trazad líneas perpendiculares. Clavad después los clavos en los puntos de corte, pero ¡cuidado! No hasta el fondo de la pieza.

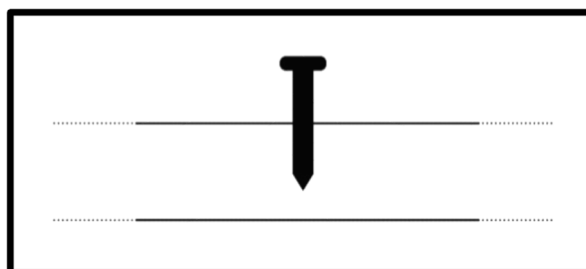
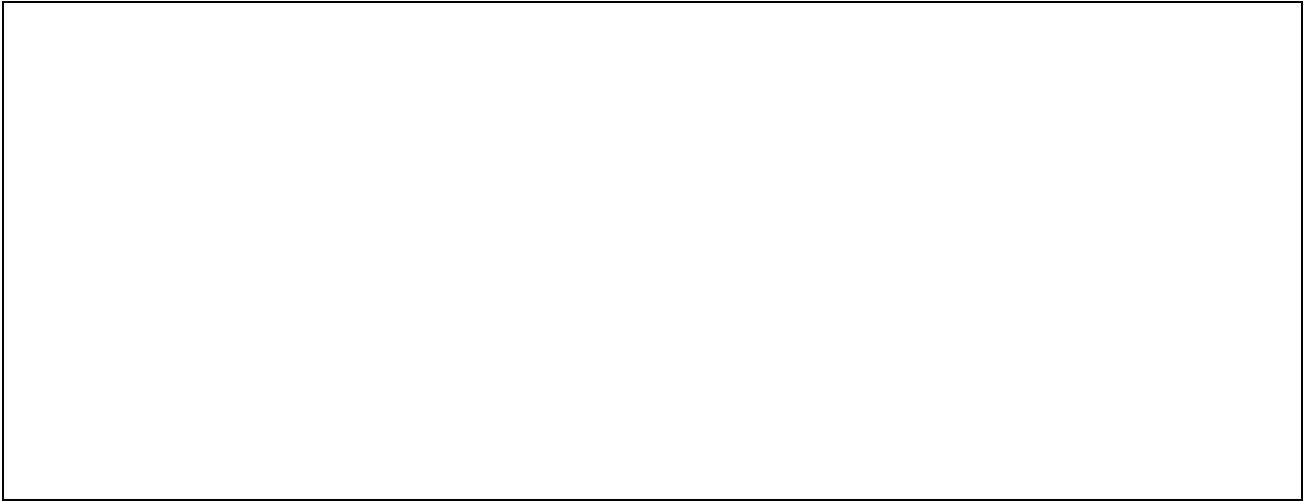


Ilustración 8. Clavo. (Elaboración propia)

Para usar el geoplano que acabáis de construir necesitáis los elásticos de colores que se os han facilitado. ¿Cómo creéis que se usan? ¿Qué utilidad puede tener la herramienta que acabáis de construir para las matemáticas?



Ahora ya solo falta pintar la madera. Usad pintura negra para esto y esperad a que se seque. Procurad no pintar los clavos.

ANEXO 4: SESIÓN 5. ACTIVIDADES CON EL GEOPLANO

Vamos a utilizar el geoplano que construimos en la sesión anterior. Para ello realizaremos una serie de actividades que se os proponen a continuación. Intentad resolver los problemas por vosotros mismos. Si tenéis alguna duda, el profesor os ayudará a resolverla.

1. Diagonales de un polígono

Representad un cuadrilátero con un elástico de un color cualquiera. Comprobad cuántas diagonales posee el cuadrilátero. Usad para ello elásticos de otro color.

Representad un pentágono y comprobad cuántas diagonales posee. Hacedlo de la misma forma que en el ejercicio anterior.

Realizad el mismo ejercicio con un hexágono y anotad el número de diagonales

Tratad de repetir el ejercicio con un triángulo. ¿Cuántas diagonales tiene? ¿Por qué?

2.Ángulos

Representad un ángulo agudo con un elástico y medidlo con ayuda del transportador. Según vuestros cálculos, ¿cuánto debería medir su ángulo complementario?

Ángulo agudo:

Ángulo complementario:

Representad el ángulo complementario con un elástico de otro color y comprobad que vuestros cálculos son correctos con ayuda del transportador.

Representad ahora un ángulo obtuso con un elástico y medidlo con ayuda del transportador. Según vuestros cálculos, ¿cuánto debería medir su ángulo suplementario?

Ángulo obtuso:

Ángulo suplementario:

Representad el ángulo suplementario con un elástico de otro color y comprobad que vuestros cálculos son correctos con ayuda del transportador.

¿Es posible que dos ángulos agudos sean suplementarios? ¿Y dos ángulos obtusos? Podéis ayudaros del geoplano para contestar a estas preguntas. Razonad vuestras respuestas.

¿Existe alguna combinación de ángulos suplementarios que no estén formados por un ángulo agudo y uno obtuso?

3. Perímetros y áreas

Recordad que la distancia entre los clavos de una misma fila o columna es de 5 cm.

Representad un cuadrado. Indicad su lado y calculad el perímetro y el área.

Representad un rectángulo que posea 40 cm de perímetro. Calculad su área.

Representad un trapecio isósceles y calculad su área.

Representad ahora un romboide que posea 100 cm^2 de área. Dibujad vuestro romboide en el siguiente esquema:

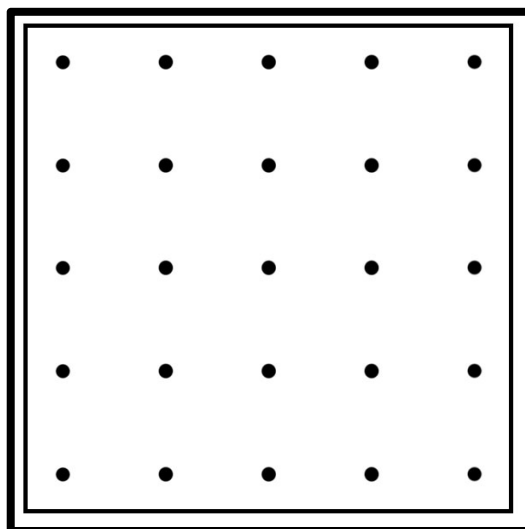


Ilustración 9. Esquema de un geoplano. (Elaboración propia)

ANEXO 5: SESIÓN 6. GUÍA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN ÁBACO

En esta tercera sesión, vamos a construir otra herramienta muy útil para trabajar con las matemáticas. Para ello necesitaréis los siguientes materiales:

- 4 listones de madera
- 1 varilla cilíndrica
- 36 cuentas de maderas con un orificio
- Transportador de ángulos
- Adhesivo
- Regla
- Lápiz
- Sierra manual
- Clavos
- Martillo
- Pinturas de colores
- Pincel

Lo primero que haremos será medir el largo de los listones y anotar sus medidas a continuación (no os olvidéis de poner las unidades):

Listón 1	Listón 2	Listón 3	Listón 4

¿Qué figura geométrica podríais formar utilizando los cuatro listones? ¿Por qué? ¿Cuál sería su perímetro?

Uniremos ahora dos lados cortos con uno de los lados largos (que, si os fijáis tienen unas marcas) de manera que nos quede una estructura con forma de “U”. En cada unión hay que poner un par de clavos para reforzar cada vértice de la “U”.

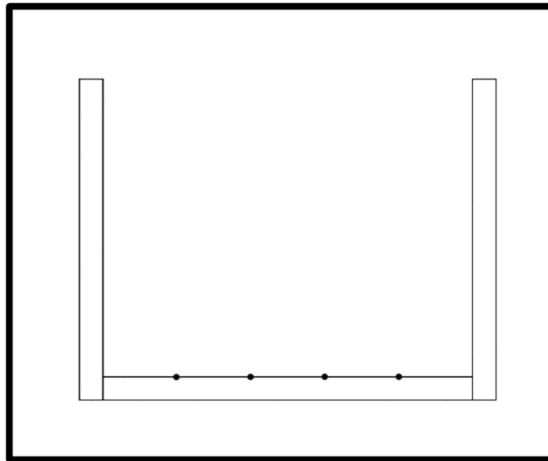


Ilustración 10. Estructura en forma de "U". (Elaboración propia)

Comprobad con el transportador qué ángulo se os ha formado al unir las tres piezas. ¿Qué tipo de ángulos son?

A continuación mediremos la varilla que se os ha proporcionado, ¿cuánto mide de largo? Si necesitamos partirla en cuatro pedazos iguales, ¿cuánto medirá cada trozo?

Marcad con lápiz el sitio por el que debéis cortar para obtener los cuatro trozos de varilla del mismo tamaño y cortadla con la sierra. A continuación debéis pegar en el listón grande de la “U” cada varilla usando cola. Las varillas han de ir en las marcas que previamente ha hecho el profesor.

Mientras se seca la estructura, dividid las 36 cuentas en cuatro grupos iguales, ¿Cuántas cuentas hay en cada grupo?

Coloread cada grupo de un color diferente.

Cuando se hayan secado las piezas colocad cada grupo en una varilla y luego cerrad el rectángulo del marco poniendo clavos en las esquinas.

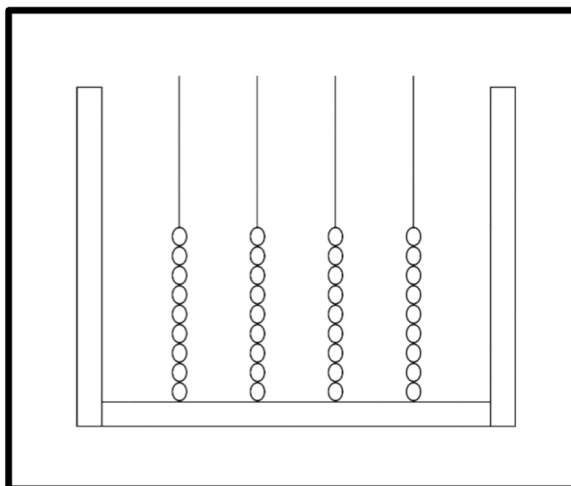


Ilustración 11. Colocación de las cuentas en cada varilla. (Elaboración propia)

Ya está terminado nuestro ábaco, lo usaremos de manera que las varillas queden horizontales. Esta herramienta sirve para operar en nuestro sistema decimal. Las cuentas representan unidades, decenas, centenas y millares de arriba a abajo. Ahora bien, si nuestro sistema es decimal, ¿por qué creéis que solo hemos puesto 9 cuentas en cada varilla? ¿Nos hemos equivocado al hacer el ábaco?

Si nuestro sistema en vez de ser en base 10 fuera en base 5, ¿cuántas cuentas deberíamos poner en cada varilla? ¿Por qué?

ANEXO 6: SESIÓN 7. ACTIVIDADES CON EL ÁBACO

El ábaco es un instrumento que sirve para representar números y operar con ellos. Teniendo en cuenta que las varillas se numeran de arriba a abajo, representaremos las unidades en la primera varilla, las decenas en la segunda varilla, las centenas en la tercera y las unidades de millar en la cuarta. Al principio todas las cuentas deben estar a la izquierda, las moveremos a la derecha para representar el número deseado. Intentad resolver los siguientes ejercicios sin ayuda, aunque si tenéis alguna duda, el profesor os ayudará.

1. Números capicúa, montaña y valle

Un número capicúa es un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo: 131, 7007, 83238... Representad cinco números capicúas con el ábaco y anotadlos a continuación (no es necesario que utilicéis siempre todas las varillas):

--

Un número montaña es un número cuya cifra o cifras centrales son mayores que el resto. Por ejemplo: 482, 2775, 6259712... Representad cinco números montaña con el ábaco y anotadlos a continuación (no es necesario que utilicéis siempre todas las varillas):

--

Observad el ábaco y explicad con vuestras palabras por qué creéis que estos números se llaman números montaña.

--

Un número valle es un número cuya cifra o cifras centrales son menores que el resto. Por ejemplo: 425, 7331, 7150348... Representad cinco números valle con el ábaco y anotadlos a continuación (no es necesario que utilicéis siempre todas las varillas):

--

Observad el ábaco y explicad con vuestras palabras por qué creéis que estos números se llaman números valle.

--

2.Sumas y restas

Para sumar, movemos las cuentas hacia la derecha. Representad en el ábaco el número 7 y sumadle 4. ¿Cuál es el resultado?

Recordad que cuando llegamos a 10 unidades, las bolas de la varilla de las unidades pasan a la posición inicial y movemos una bola de la siguiente varilla.

Fácil, ¿verdad? Probad ahora con sumas de dos y tres cifras. Utilizad el ábaco y anotad los resultados. Si tenéis dudas preguntadle al profesor.

Consejos:

1. Procurad representar primero el sumando mayor.
2. Sumad en este orden: unidades de millar, centenas, decenas y unidades

$$44 + 32 =$$

$$25 + 25 =$$

$$54 + 17 =$$

$$237 + 581 =$$

$$856 + 319 =$$

Haced ahora los cálculos con lápiz para comprobar que da el mismo resultado en cada caso.

Para restar, moveremos las cuentas que restamos hacia la izquierda. Realizad las siguientes operaciones (no olvidéis las llevadas). Si tenéis dudas preguntadle al profesor.

$$47 - 13 =$$

$$340 - 174 =$$

$$740 - 689 =$$

$$1984 - 725 =$$

$$8714 - 6523 =$$

Haced ahora los cálculos con lápiz para comprobar que da el mismo resultado en cada caso.

3. Multiplicaciones

Recordando que una multiplicación es la suma del mismo número varias veces, calculad las siguiente multiplicaciones:

$$4 \times 7 =$$

$$15 \times 5 =$$

$$42 \times 3 =$$

Haced ahora los cálculos con lápiz para comprobar que da el mismo resultado en cada caso.

Calculad ahora las siguientes multiplicaciones:

$$3 \times 10 =$$

$$7 \times 100 =$$

$$9 \times 1000 =$$

$$82 \times 10 =$$

$$52 \times 100 =$$

$$720 \times 10 =$$

$$24 \times 100 =$$

Explicad qué estrategia habéis seguido para llevar a cabo estas operaciones con el ábaco.

ANEXO 7: RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA SEGUNDA SESIÓN

Tabla 8. Rúbrica de evaluación para la segunda sesión

Alumnos	Criterios de evaluación	Realiza mediciones utilizando instrumentos de medida	Calcula el volumen de un prisma cuadrangular	Utiliza las unidades adecuadas para expresar longitudes y volúmenes	Razona sus respuestas atendiendo a lo que ha aprendido previamente	Muestra interés por el aprendizaje y puesta en práctica de las matemáticas	Valora el trabajo en equipo y colabora con su compañero
Alumno 1							
Alumno 2							
Alumno 3							
Alumno 4							
Alumno 5							
Alumno 6							
Alumno 7							
Alumno 8							
Alumno 9							
Alumno 10							
Alumno 11							
Alumno 12							
Alumno 13							
Alumno 14							
Alumno 15							
Alumno 16							
Alumno 17							
Alumno 18							
Alumno 19							
Alumno 20							
Alumno 21							
Alumno 22							
Alumno 23							
Alumno 24							

Elaboración propia

ANEXO 8: RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA TERCERA SESIÓN

Tabla 9. Rúbrica de evaluación para la tercera sesión

Alumnos Criterios de evaluación	Realiza divisiones inexactas empleando las regletas de Cuisenaire.	Calcula divisores de un número empleando las regletas de Cuisenaire	Calcula el máximo común divisor entre dos o más números empleando las regletas de Cuisenaire.	Razona sus respuestas atendiendo a lo que ha aprendido previamente	Muestra interés por el aprendizaje y puesta en práctica de las matemáticas	Valora el trabajo en equipo y colabora con su compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
Alumno 3						
Alumno 4						
Alumno 5						
Alumno 6						
Alumno 7						
Alumno 8						
Alumno 9						
Alumno 10						
Alumno 11						
Alumno 12						
Alumno 13						
Alumno 14						
Alumno 15						
Alumno 16						
Alumno 17						
Alumno 18						
Alumno 19						
Alumno 20						
Alumno 21						
Alumno 22						
Alumno 23						
Alumno 24						

Elaboración propia

ANEXO 9: RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA CUARTA SESIÓN

Tabla 10. Rúbrica de evaluación para la cuarta sesión

Alumnos	Criterios de evaluación							
	Realiza mediciones utilizando instrumentos de medida	Calcula el área de un cuadrado	Utiliza las unidades adecuadas para expresar longitudes y áreas	Construye líneas paralelas y perpendiculares	Calcula raíces cuadradas exactas	Razona sus respuestas atendiendo a lo que ha aprendido previamente	Muestra interés por el aprendizaje y puesta en práctica de las matemáticas	Valora el trabajo en equipo y colabora con su compañero
Alumno 1								
Alumno 2								
Alumno 3								
Alumno 4								
Alumno 5								
Alumno 6								
Alumno 7								
Alumno 8								
Alumno 9								
Alumno 10								
Alumno 11								
Alumno 12								
Alumno 13								
Alumno 14								
Alumno 15								
Alumno 16								
Alumno 17								
Alumno 18								
Alumno 19								
Alumno 20								
Alumno 21								
Alumno 22								
Alumno 23								
Alumno 24								

ANEXO 10: RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA QUINTA SESIÓN

Tabla 11. Rúbrica de evaluación para la quinta sesión

Alumnos Criterios de evaluación	Calcula el número de diagonales para diferentes polígonos empleando el geoplano.	Identifica ángulos agudos, obtusos, rectos, complementarios y suplementarios con ayuda del geoplano.	Calcula perímetros y áreas valiéndose del geoplano	Razona sus respuestas atendiendo a lo que ha aprendido previamente	Muestra interés por el aprendizaje y puesta en práctica de las matemáticas	Valora el trabajo en equipo y colabora con su compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
Alumno 3						
Alumno 4						
Alumno 5						
Alumno 6						
Alumno 7						
Alumno 8						
Alumno 9						
Alumno 10						
Alumno 11						
Alumno 12						
Alumno 13						
Alumno 14						
Alumno 15						
Alumno 16						
Alumno 17						
Alumno 18						
Alumno 19						
Alumno 20						
Alumno 21						
Alumno 22						
Alumno 23						
Alumno 24						

ANEXO 11: RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA SEXTA SESIÓN

Tabla 12. Rúbrica de evaluación para la sexta sesión

Alumnos	Criterios de evaluación						
	Realiza mediciones utilizando instrumentos de medida	Calcula el perímetro de un rectángulo	Utiliza las unidades adecuadas para expresar longitudes y perímetros	Maneja el transportador de ángulos y reconoce ángulos rectos	Razona sus respuestas atendiendo a lo que ha aprendido previamente	Muestra interés por el aprendizaje y puesta en práctica de las matemáticas	Valora el trabajo en equipo y colabora con su compañero
Alumno 1							
Alumno 2							
Alumno 3							
Alumno 4							
Alumno 5							
Alumno 6							
Alumno 7							
Alumno 8							
Alumno 9							
Alumno 10							
Alumno 11							
Alumno 12							
Alumno 13							
Alumno 14							
Alumno 15							
Alumno 16							
Alumno 17							
Alumno 18							
Alumno 19							
Alumno 20							
Alumno 21							
Alumno 22							
Alumno 23							
Alumno 24							

Elaboración propia

ANEXO 12: RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA SÉPTIMA SESIÓN

Tabla 13. Rúbrica de evaluación para la séptima sesión

Alumnos	Criterios de evaluación							
	Representa números capicúa, montaña y valle en un ábaco.	Realiza sumas utilizando el ábaco	Realiza restas empleando el ábaco	Realiza multiplicaciones sencillas utilizando el ábaco	Multiplica un número por la unidad seguida de ceros con ayuda del ábaco	Razona sus respuestas atendiendo a lo que ha aprendido previamente	Muestra interés por el aprendizaje y puesta en práctica de las matemáticas	Valora el trabajo en equipo y colabora con su compañero
Alumno 1								
Alumno 2								
Alumno 3								
Alumno 4								
Alumno 5								
Alumno 6								
Alumno 7								
Alumno 8								
Alumno 9								
Alumno 10								
Alumno 11								
Alumno 12								
Alumno 13								
Alumno 14								
Alumno 15								
Alumno 16								
Alumno 17								
Alumno 18								
Alumno 19								
Alumno 20								
Alumno 21								
Alumno 22								
Alumno 23								
Alumno 24								

Elaboración propia

ANEXO 13: RÚBRICA DE EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Tabla 14. Rúbrica de evaluación de la propuesta de intervención

¿Qué actividades funcionaron satisfactoriamente? ¿Por qué?	
¿Qué otros aspectos funcionaron bien (cumplimiento de horarios, logística...)? ¿Por qué?	
¿Qué actividades no funcionaron bien? ¿Por qué?	
¿Qué otros aspectos no funcionaron bien (cumplimiento de horarios, logística...)? ¿Por qué?	
Sugerencias para la mejora de la propuesta	

Elaboración propia

ANEXO 14: EXPERIENCIA PILOTO CON LA CONSTRUCCIÓN DE LAS REGLETAS DE CUISENAIRE



Ilustración 12. Material para elaborar las regletas de Cuisenaire. (Elaboración propia)



Ilustración 13. Mediciones I. (Elaboración propia)



Ilustración 14. Cortando regletas. (Elaboración propia)



Ilustración 15. Lijando regletas. (Elaboración propia)



Ilustración 16. Pintando las regletas. (Elaboración propia)

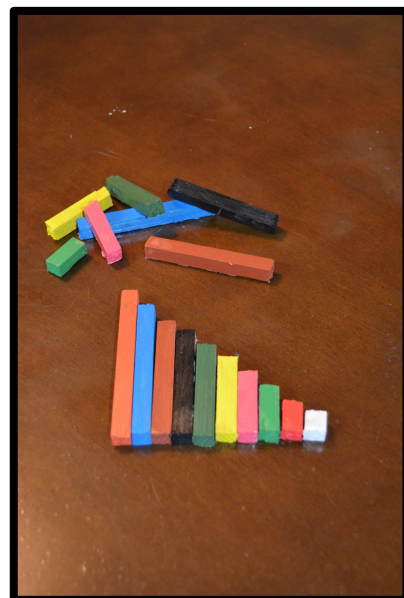


Ilustración 17. Regletas de Cuisenaire finalizadas. (Elaboración propia)

ANEXO 16: EXPERIENCIA PILOTO CON LA CONSTRUCCIÓN DEL ÁBACO



Ilustración 23. Materiales para la elaboración de un ábaco. (Elaboración propia)



Ilustración 24. Construcción del marco del ábaco. (Elaboración propia)

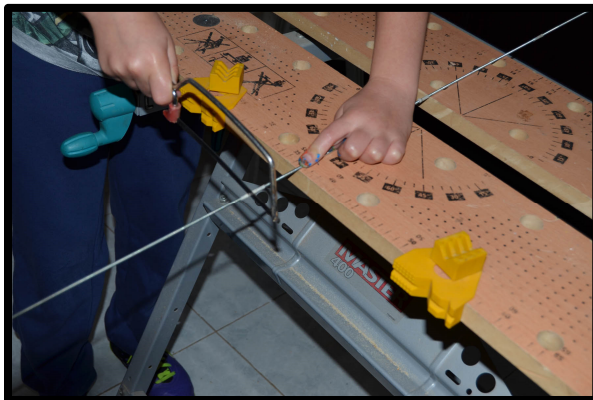


Ilustración 25. Cortando las varillas. (Elaboración propia)



Ilustración 26. Pintando las cuentas. (Elaboración propia)

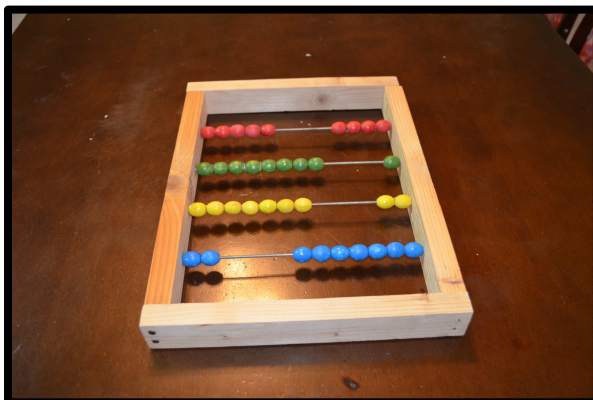


Ilustración 27. Ábaco finalizado. (Elaboración propia)