

unir

UNIVERSIDAD
INTERNACIONAL
DE LA RIOJA

Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Aprendizaje cooperativo de las matemáticas en Segundo Ciclo de EP: “Proyecto Matiqueando”

Trabajo fin de grado presentado por: Laia Hierro Pino

Titulación: Grado de Educación Primaria

Línea de investigación: Propuesta de intervención

Directora: Paloma Gavilán Bouzas

Ciudad: Sant Celoni, Barcelona

Fecha: 26 de Julio del 2013



Firmado por:

Categoría Tesouro: 1.1.8 Métodos pedagógicos

*Si quieres llegar rápido, ve solo; si quieres llegar lejos, ve acompañado.
(Proverbio africano)*

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al personal de la UNIR, tutores y profesores, que desde el momento en el que inicié mis estudios en la universidad, no me han dejado un momento sola y me han ido guiando en el aprendizaje y en la experiencia de ser maestra.

También doy las gracias a la oportunidad que se me ofreció hace ya cuatro años, de entrar a formar parte del equipo docente de la escuela “Cor de Maria”, en Sant Celoni. Al equipo directivo, a mis compañeros y, como no, a los alumnos y familias que confían en mí y con los que cada día aprendo y experimento vivencias y nuevos proyectos.

Por último, a mi familia que aguantan, aconsejan y quieren a esta incansable pesada que solo piensa en qué puede hacer mañana en el cole.

Gracias a todos ellos, hoy puedo afirmar que cada día me parezco más a esa maestra que tenía en mente el día en que empezó todo esto y a la que quiero llegar a ser el día de mañana.

RESUME

El objetivo del presente trabajo es realizar una propuesta de intervención con el fin de mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de Segundo Ciclo de Primaria en una escuela de Sant Celoni a través del aprendizaje cooperativo.

La propuesta está formada por diferentes talleres en los que se trabaja la resolución de problemas, el cálculo mental y las unidades de medida.

Para lograr el objetivo y hacer los talleres en consecuencia, se ha elaborado una revisión bibliográfica sobre la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria y un análisis sobre el aprendizaje cooperativo.

Para finalizar y analizar la consecución o no del objetivo propuesto, se ha realizado una evaluación antes y después de la intervención y una encuesta de valoración entre los participantes en el proyecto. Con estos datos se ha obtenido información con la que se han redactado las conclusiones y la prospectiva.

Palabras clave: resolución de problemas, cálculo, aprendizaje cooperativo, trabajo en equipo, talleres

ÍNDICE

ÍNDICE	5
ÍNDICE DE TABLAS	7
ÍNDICE DE FIGURAS	7
1. INTRODUCCIÓN	8
1.1. JUSTIFICACIÓN	8
1.2. OBJETIVOS	9
1.3. METODOLOGÍA.....	9
2. MARCO TEÓRICO.....	10
2.1. INTRODUCCIÓN.....	10
2.2. ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN PRIMARIA.....	10
2.2.1. Enseñar y aprender las operaciones básicas.....	10
2.2.1.1. <i>Algoritmo de la suma y la resta</i>	10
2.2.1.2. <i>Aspectos metodológicos de la enseñanza de la suma y la resta</i>	11
2.2.1.3. <i>Algoritmo de la multiplicación y la división</i>	12
2.2.1.4. <i>Aspectos metodológicos de la enseñanza de la multiplicación y la división</i>	12
2.2.1.5. <i>Errores en los algoritmos</i>	13
2.2.2. Enseñar y aprender la resolución de problemas	13
2.2.2.1. <i>Tipos de problemas matemáticos</i>	14
2.2.2.2. <i>Cómo plantear y enseñar problemas</i>	16
2.2.2.3. <i>Fases en la resolución de problemas</i>	17
2.2.3. Enseñar y aprender el cálculo mental	19
2.2.4. Enseñar y aprender las unidades de medida.....	20
2.2.5. El aprendizaje significativo en el área de matemáticas.....	21
2.3. PROPUESTAS PEDAGÓGICAS BASADAS EN LA INTERACCIÓN ENTRE IGUALES	22
2.3.1. Aprendizaje cooperativo	23
2.3.1.1. <i>Protagonismo de la comunicación</i>	24
2.3.1.2. <i>Componentes de la cooperación</i>	24
2.3.1.3. <i>El papel del profesor</i>	25
2.3.1.4. <i>Tipos de grupos</i>	25
2.3.1.5. <i>Tipos de actividades</i>	26
2.3.1.6. <i>Asignación de roles</i>	26
2.3.1.7. <i>Evaluación</i>	27
2.3.1.8. <i>Beneficios e inconvenientes</i>	29

3. MARCO METODOLÓGICO	30
3.1. INTRODUCCIÓN.....	30
3.2. PROYECTO MATEIQUANDO	30
3.2.1. Objetivos del proyecto.....	30
3.2.2. Organización de los grupos	31
3.2.3. Organización de las sesiones: los talleres.....	31
3.2.4. Evaluación y competición.....	33
3.2.5. Sesiones	34
4. MARCO EMPÍRICO.....	35
4.1. RECOGIDA Y ANÁLISIS DE LOS DATOS	35
4.1.1. Análisis objetivo de la intervención.....	35
4.1.2. Análisis subjetivo de la intervención	40
4.1.2.1. <i>Profesores</i>	40
4.1.2.1. <i>Alumnos</i>	40
5. CONCLUSIONES	42
6. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA.....	46
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	48
8. BIBLIOGRAFÍA	50
9. ANEXOS.....	51

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. <i>Fases en la resolución de problemas</i>	18
Tabla 2. <i>Sesiones y actividades en los talleres de cálculo</i>	33
Tabla 3. <i>Sesiones y actividades en los talleres de resolución de problemas</i>	33
Tabla 4. <i>Sesiones y actividades en los talleres de medida</i>	33
Tabla 5. <i>Comparación alumnos antes y después de la intervención de cálculo 3º</i>	35
Tabla 6. <i>Comparación alumnos antes y después de la intervención de resolución de problemas en 3º</i>	35
Tabla 7. <i>Comparación alumnos antes y después de la intervención de medida 3º</i>	36
Tabla 8. <i>Comparación alumnos antes y después de la intervención de cálculo 4º</i>	37
Tabla 9. <i>Comparación alumnos antes y después de la intervención de resolución de problemas en 4º</i>	38
Tabla 10. <i>Comparación alumnos antes y después de la intervención de medida 4º</i>	38

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. <i>Dimensiones para la evaluación sistémica del aprendizaje grupal colaborativo</i>	26
Figura 2. <i>Formulario de observación de maestros</i>	32
Figura 3. <i>Sumatorio de las puntuaciones en los talleres</i>	32
Figura 4. <i>¿En qué aspecto crees haber mejorado más?</i>	40

1. INTRODUCCIÓN

1.1 JUSTIFICACIÓN

La actual Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de *Educación*. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo de 2006 recoge entre sus objetivos que la Educación Primaria ha de contribuir a “Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje” (Artículo 17 LOE, 2006).

En dicho objetivo, se resalta la importancia de combinar el trabajo individual y el grupo para mejorar en el aprendizaje. Además, destaca el valor de las actitudes desarrolladas con el aprendizaje y no solo este en sí: sentido crítico, iniciativa, interés, etc.

Si avanzamos en estos objetivos a los que ha de contribuir la Educación Primaria, encontramos uno relacionado específicamente con las matemáticas: “desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana” (Artículo 17 LOE, 2006).

Pero, ¿realmente necesitamos ser competentes en matemáticas para desenvolvernos con normalidad en contextos extra-escolares? Desde que nos levantamos hasta que nos vamos a dormir, las matemáticas nos rodean: el reloj, los canales de la televisión, el uso del ascensor, ir a comprar, calcular el precio de una cena de amigos, etc.

Esta importancia de las matemáticas también es recogida en el Real Decreto 1513/2006, de 8 de diciembre, Boletín Oficial del Estado, 293, en el que se establecen ocho competencias básicas, considerando aquellos aprendizajes imprescindibles y de carácter básico que permitirán al alumno incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria, siendo capaz de aprender durante toda la vida. Una de estas competencias se refiere a la matemática y consiste en la habilidad para:

Utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, para producir e interpretar información, ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral (Real Decreto 1513/2006).

Sin embargo y a pesar de la inclusión de las competencias básicas en las programaciones y las unidades didácticas, ¿la forma en que impartimos nuestras clases de matemáticas, conllevan a la consecución de la competencia matemática? Las evaluaciones realizados por el INCE (Instituto Nacional de Calidad y Evaluación) en el 1995, el 1997, el 1999 y el 2000 muestran que el 50 por ciento de los escolares no llegan a alcanzar la puntuación media de suficiente en matemáticas (Bermejo, 2004). A pesar de estos resultados, pocas reacciones se han desencadenado en los distintos estamentos responsables.

¿A los alumnos les gustan las matemáticas? Hablando con ellos, te cuentan sus dificultades para sentir aprecio por la asignatura: su dificultad, el razonamiento necesario para entender los

conceptos abstractos que en ella se trabajan o la creencia de la poca habilidad para resolver los ejercicios. ¿Es posible motivar al alumnado para el aprendizaje de esta asignatura?

La curiosidad por mejorar la enseñanza y el aprendizaje en el área de matemáticas es el punto de partida de este trabajo.

En la escuela de Sant Celoni, donde se desarrolla la propuesta de intervención, se llevan a cabo tres actividades a lo largo del curso escolar que pretenden un aprendizaje dinámico de las matemáticas, huyendo de la tradicional situación de aprendizaje en la que el grupo-clase es el receptor de lo impartido por el profesor. Estas actividades están obteniendo buenos resultados y gran aceptación. No obstante, están descontextualizadas del aula y se realizan de forma puntual.

La idea de mejorar el aprendizaje de las matemáticas, me lleva a realizar el presente trabajo cuyo objetivo es desarrollar una propuesta de intervención que mejore la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de Segundo Ciclo de Primaria de dicha escuela, en el aula y dentro de la programación didáctica de la asignatura de matemáticas. Para ello, se crea una propuesta de intervención en forma talleres que reciben el nombre de “Matiqueando”. Estos talleres pretenden cambiar el rol del profesor y la forma de aprender del alumnado, siendo éste constructor de su propio aprendizaje y del aprendizaje de sus compañeros.

1.2 OBJETIVOS

Objetivo general

Realizar una propuesta de intervención para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en ciclo medio a través del aprendizaje cooperativo.

Objetivos específicos

1. Realizar una revisión bibliográfica en torno a las bases del aprendizaje del cálculo, la didáctica de las unidades de medida y la resolución de problemas en Educación Primaria.
2. Analizar las propuestas pedagógicas basadas en la interacción y el aprendizaje entre iguales.
3. Redactar las bases del proyecto “Matiqueando”, como propuesta de intervención para la mejora en el área de matemáticas.
4. Evidenciar si la propuesta de intervención desarrollada mejora los resultados de los alumnos en el área de matemáticas y su competencia matemática, incrementa la motivación, interés y confianza del alumno en el aprendizaje de dicha asignatura.

1.1. METODOLOGÍA

Este trabajo se ha dividido en tres fases diferenciadas:

1. Una teórica, en la que se ha realizado una revisión bibliográfica sobre las bases del aprendizaje de las matemáticas y la pedagogía basada en el aprendizaje cooperativo.

2. Una fase práctica, en la que se ha creado el proyecto “Matiqueando” y se ha llevado a cabo la implementación en las clases de 3º y 4º de primaria a lo largo de dos trimestres.
3. Una última fase en la que se han analizado los resultados y se han redactado las conclusiones.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de este primer apartado, se van a tratar las ideas y conceptos que han sentado las bases de la propuesta de intervención y por consiguiente, de los talleres y el proyecto “Matiqueando”.

Para el análisis del marco teórico, se han revisado por un lado las ideas referentes a las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje; y por el otro, los referentes al tipo de agrupaciones que se pueden dar en el aula, analizando en especial, las diferentes aportaciones sobre el aprendizaje cooperativo.

2.2. ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN PRIMARIA

2.2.1. Enseñar y aprender las operaciones básicas

La Educación Infantil es la etapa educativa en la que se enseña a contar (3-6 años) a través de los rincones, el patio, los encargados en el aula, diferentes juegos como el dómimo por ejemplo, etc. Gran parte de la matemática escolar está dedicada a enseñar a los niños cómo realizar los cálculos con las cuatro operaciones básicas, al estudio de los algoritmos. En ellos, están implícitos la notación, numeración indo-arábica y el procedimiento, basado en el valor posicional de las cifras, siendo diferente para cada operación aritmética.

Un algoritmo, según Gómez (1988) es:

Una serie finita de reglas a aplicar en un determinado orden a un número finito de datos, para llegar con certeza (es decir sin indeterminación ni ambigüedad) en un número finito de etapas a cierto resultado, y esto independientemente de los datos (citado en Castro y otros, 2001).

Para el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones aritméticas es necesario que previamente los sujetos realicen una gran variedad de actividades con diversos materiales antes de proceder a representar las operaciones mediante símbolos convencionales.

2.2.1.1. Algoritmo de la suma y la resta

El término adición proviene del latín “additio”, que significa añadir, agregar, reunir varios números en uno solo. La operación de restar se denomina substracción, del latín “substraere”, que significa apartar, separar, extraer.

Existen dos concepciones diferentes de la suma y la resta: la *unitaria*, en la que se parte de un conjunto de base que es modificado añadiendo o quitando (suma o resta) otro conjunto, dando como resultado, un tercero. La otra es la concepción *binaria* donde se parte de la existencia de dos conjuntos disjuntos determinados, que se unen para obtener un tercer conjunto.

2.2.1.2. Aspectos metodológicos de la enseñanza de la suma y la resta

La estrategia inicial que posee un alumno al afrontar una suma según Bermejo (2004) es el *modelado directo* en la que se representa con material o elementos manipulables, las diferentes cantidades y acciones de la operación o el problema. Siguiendo al autor hallamos otra estrategia que tiene su base en el *conteo*: *contar todo desde 1*; *contar a partir del primer sumando*; *contar a partir del sumando mayor*. Finalmente, la estrategia más elaborada y abstracta es aquella que utiliza *hechos numéricos* memorizados:

- a) *Combinaciones del 1*: $N + 1$, $1 + N$, el número que le sigue a uno dado, siendo N cualquier número natural.
- b) *Dobles*, puesto que la suma de un número natural consigo mismo requiere un menor tiempo de recuperación de la memoria que la suma de números naturales distintos. También *dobles +/-1*, como por ejemplo $12 + 11 = 12 + 12 = 24 - 1 = 23$, y *dobles +/-2*, por ejemplo $12 + 14 = 12 + 12 = 24 + 2 = 26$.
- c) *Sumas que totalicen 10* ($1 + 9$; $2 + 8$; $3 + 7$).
- d) *Redistribución basada en el 10*. Se trata de descomponer el sumando menor para que el mayor sea igual a 10, luego sumamos el resto ($4 + 7 = 4 + 6 + 1 = 11$).
- e) *Analogías, teniendo en cuenta el resultado de una operación, puedo calcular una semejante* ($2 + 3 = 5$; $20 + 30 = 50$).

A estos, Maza (2008), añade:

- f) *Compensación*, aumentar uno de los dígitos disminuyendo en la misma cantidad el otro número, para facilitar el cálculo ($7 + 5 = (7 - 1) + (5 + 1) = 6 + 6 = 12$).

Para la resta también podemos utilizar la estrategia del *modelado directo* pero en distintas vertientes. Por un lado, encontramos la *separación*, que consiste en representar mediante objetos o imágenes el minuendo, quitar el número que se indica en el sustraendo y contar lo que queda restante. Por el otro, la *adición*, en la que se representa el sustraendo y se van añadiendo elementos hasta llegar al minuendo, contando finalmente los elementos añadidos. Y finalmente, la estrategia que consiste en el *emparejamiento*, representando tanto minuendo como sustraendo, con objetos, dedos o imágenes, realizando la correspondencia uno a uno y contando los que no tienen pareja.

En lo referente *conteo*, tenemos las estrategias de *contar hacia atrás desde un número dado*, quitando tantas unidades como se indique en el sustraendo y *contar hacia delante*, a partir del sustraendo para llegar al minuendo. Y, en cuanto a los *hechos numéricos*, encontraríamos:

- a) *Combinaciones de $N-1$ y $N-2$* .

b) *Complementos de la suma* ($2 + 3 = 5$, $5 - 2 = 3$).

La suma tiene diversas propiedades (conmutativa, asociativa, distributiva y el elemento neutro), que han de ser conocidas por los alumnos pues suponen una estrategia de cálculo. Por ejemplo, ante la suma $2+6$ quizás me resulte más sencillo aplicar la propiedad conmutativa y realizar el cálculo $6+2$ a sabiendas que el resultado será el mismo. Aunque los alumnos no hayan estudiado formalmente las propiedades como tales, en los primeros cursos de primaria, pueden mostrarse de forma directa, girando la operación para exponer la propiedad conmutativa y observando el mismo resultado; o frente una misma operación, preguntando a los alumnos cómo la han resuelto, siguiendo el ejemplo anterior, podemos encontrarnos alumnos que hayan partido del 6 y le hayan sumado 2 y otros en cambio, hayan cogido el 2 y después hayan añadido 6 más. Algunos alumnos creen que, una vez conoce algunas de las propiedades, todas las operaciones poseen las mismas propiedades. A través de la práctica en la resolución de diferentes ejercicios, el alumno llegará a establecer una teoría cierta.

2.2.1.3. *Algoritmo de la multiplicación y la división*

La multiplicación se basa en la adición reiterada de una cantidad. Así mismo, entendemos la división, como inversa a la multiplicación, esto es una disminución al separar en varias partes.

Hay que tener en cuenta la doble naturaleza de la división. Por un lado, tenemos la *división razón, cuotición o de medida*, que se corresponde con la división como sustracciones repetidas. Se parte de una cantidad y se pregunta cuántos conjuntos de una determinada cantidad podemos separar de este conjunto mayor. Por otro lado, tenemos la llamada *división distributiva o partitiva*. En ella tenemos un conjunto de un tamaño dado y se pregunta cuántos objetos habrá en cada conjunto si se pretende dividir el conjunto en partes iguales.

2.2.1.4. *Aspectos metodológicos de la enseñanza de la multiplicación y la división*

El aprendizaje de la multiplicación y la división tienen sus raíces en la etapa de Educación Infantil y aunque no es hasta la entrada en cursos intermedios de la Educación Primaria cuando aparecen en el currículo escolar, los alumnos más pequeños ya resuelven problemas de este tipo en sus juegos. Para ello, utilizan diferentes estrategias de cálculo (Bermejo, 2004).

Para la multiplicación, no obstante, existe bastante consenso en el predominio del *conteo*: contar un grupo repetidamente o contar a saltos. El niño, para llevar a cabo este tipo de estrategias, ha de ser capaz de pensar en dos tipos de unidades: 3×4 son 3 grupos de 4 caramelos: 1,2,3,4, 1 grupo; 5,6,7,8, 2 grupos; 9,10,11,12 3 grupos, un total de 12.

En el caso de la división, recuperamos lo anteriormente explicado a cerca de los tipos, partitiva y cuotitiva, pues las estrategias serán distintas para cada una de ellas. Para las divisiones partitivas, se suelen utilizar estrategias con material manipulativo concreto:

a) *Repartir de uno en uno*, formando grupos con los objetos.

- b) *Repartir grupos de objetos*, formando grupos con los objetos.

Para resolver las operaciones de división cuotitiva:

- a) *Estrategia de medida*, que consiste en formar grupos de un tamaño específico
b) *Substracción repetida*, restando sucesivamente el número indicado y contar los grupos formados.

La multiplicación tiene las mismas propiedades que la suma: conmutativa, asociativa, distributiva y el elemento neutro, que en este caso es el uno. Como se ha comentado en el apartado anterior, los alumnos que conozcan estas propiedades realizarán sus cálculos de forma más rápida y segura.

Las tablas de multiplicar se suelen aprender de forma memorística, de manera que se ahorra tiempo en el cálculo y el resultado se da de forma automática. El problema radica en que este tipo de aprendizaje, sin comprender qué se está haciendo, puede conducir a error. Por ejemplo ante el olvido del resultado 3×2 , puedo recurrir a realizar 2×3 , si conozco la propiedad conmutativa. En el caso de tampoco recordar el resultado puedo desarrollar la multiplicación como adición reiterada: $3 + 3$ o $2 + 2 + 2$.

Un alumno que no conoce las tablas de multiplicar, difícilmente tendrá éxito al realizar ejercicios de división. La división posee el elemento neutro, el uno, y hay que tener en cuenta el caso especial del 0. Se dice que no se puede realizar o no está definida, puesto que no tiene sentido repartir o restar cero veces, ya que el número quedaría igual.

2.2.1.5. Errores en los algoritmos

Uno de los principales errores que causan los problemas en la resolución de los algoritmos es que el alumno no comprende lo que está haciendo, como se ha comentado ya anteriormente. Hay que tener en cuenta al enseñar los algoritmos el conocimiento previo del alumno, que se convertirá en nuestro punto de partida, y su nivel evolutivo, para así poder ajustar la enseñanza al nivel.

Algunos de los errores más representativos son:

- Errores en el valor de la posición del número. Los alumnos no comprenden el valor de la posición del número y sitúan de forma incorrecta los distintos valores:
- Errores en los pasos del algoritmo. Los alumnos omiten o cambian alguno de los pasos.
- Errores de cálculo. Fallos en realizar la operación

Existen diferentes secuencias para la enseñanza de los algoritmos que evitan que se produzcan estos errores (Gómez, 1991). La mayoría de estos sistemas de instrucción realizan un procedimiento gradual por etapas o pasos teniendo en cuenta el desarrollo evolutivo del alumnado: enseñanza de la secuencia numérica, conocer el valor de la posición, operar con distintos materiales, calcular de forma aproximada y después proceder a cálculos sencillos, acabando por calcular algoritmos con llevada.

2.2.2. Enseñar y aprender la resolución de problemas

La resolución de problemas es considerada en la actualidad, una de las partes esenciales de la educación matemática, pues representa una aproximación de la vida real al aula.

Al resolver un problema no solo se llega a una determinada solución, sino que todo el proceso conlleva la construcción de conocimientos sobre las operaciones utilizadas, los conceptos, las propiedades, las estrategias de resolución, etc. Este proceso, lleva al alumno a tomar consciencia y reflexionar continuamente sobre lo que está aprendiendo y haciendo.

El concepto de problema ha sido ampliamente estudiado y definido a lo largo de la historia (Polya, 1965; Mayer, 1986; Schoenfeld, 1985). Desde el campo de las matemáticas podemos encontrar múltiples definiciones que nos acercan al mismo. Según Díaz y Poblete (2001), “un problema implica una situación que supone una meta para ser alcanzada, pero existen obstáculos para alcanzar el objetivo, con lo cual requiere de una deliberación ya que requiere del algoritmo útil para resolverlo” (p.35).

A modo de compilación, las características que ha de tener un problema son (Gavilán, 2001):

- Aceptación y compromiso por parte de quien tiene que resolverlo
- Bloqueo inicial en los primeros intentos de resolución
- Exploración de nuevos métodos para alcanzar la solución.

La expresión resolución de problemas, se refiere a la actividad mental desarrollada por la persona que resuelve, desde el momento en que se le presenta un problema, este lo asume para resolver y finalmente, termina la tarea (Tomás, 1990).

El “National Council of Teachers of Mathematics” en su publicación “Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics” (1989) destaca el papel de la resolución de problemas en la comunicación y el razonamiento pues facilita el aprendizaje de los contenidos matemáticos y la adquisición de estrategias cognitivas de alto nivel (Gavilán, 2001). Así mismo Tomás (1990) recoge que “la resolución de problemas es un instrumento metodológico importante pues la reflexión que se lleva a término cuando se resuelve un problema ayuda a construir y a consolidar conceptos y a establecer relaciones entre ellos” (p. 123).

Los procesos de resolución de problemas han sido objeto de estudio desde diversas perspectivas, una de las cuales es la *heurística*. Esta concepción estudia las transformaciones que se producen en un problema independientemente del contenido. Desde el punto de vista de esta concepción, el estudio de la resolución de problemas tiene dos etapas marcada por los trabajos de Polya (1965) y posteriormente los de Schoenfeld (1985). Ambos autores han determinados las diferentes fases de resolución de problemas que se verán más adelante.

2.2.2.1. Tipos de problemas matemáticos

No existe una única clasificación de problemas matemáticos. Esta puede realizarse atendiendo a diversos factores. De forma general, podemos realizar una clasificación atendiendo a la **aparición**

de los datos y la pregunta, se considera que existen dos tipos de problemas (De la Rosa, 2007, p. 13):

1. *Consistentes o simples*, aquellos en los que la solución se puede deducir directamente de los datos e implica una sola operación y, la pregunta hace referencia a la cantidad total.
2. *Inconsistentes o simples invertidos*, aquellos en los que el orden en el que se deben utilizar los datos se presenta alterado y el enunciado de la pregunta se presenta con vocabulario contrario al algoritmo a aplicar.

Atendiendo en cambio **a la solución**, los problemas pueden tener una sola respuesta posible, varios o no tener solución, tener una solución numérica o tenerla de otro tipo, etc. Baroody (citado en Bermejo, 2004), propone a su vez, dos tipos de problemas:

1. *Rutinarios*, donde la incógnita está especificada, se ofrece la información necesaria para su resolución, el procedimiento a seguir es bastante evidente, hay una sola solución correcta y debe ser hallada enseguida.
2. *No rutinarios*, cuando la incógnita puede no estar especificada, o no estar clara; la información puede ser insuficiente o demasiada; pueden utilizarse diferentes procedimientos para su resolución y no siempre son evidentes; puede haber varias soluciones o ninguna.

En los problemas de **sumar** y **restar**, se establece una clasificación atendiendo a la estructura semántica y a la ubicación de la incógnita (Bermejo, 2004):

1. *Problemas de cambio*: a partir de una cantidad inicial que será modificada, se hallará el resultado nuevo.
2. *Problemas de combinación (adición)*: se parte de dos conjuntos que se unen para encontrar el resultado final.
3. *Problemas de comparación*: donde se plantean relaciones estáticas entre los conjuntos que los constituyen. Dependiendo de si son de aumento o de disminución y del lugar donde se sitúe la incógnita, los problemas de comparación reciben diferentes nombres: de diferencia desconocida, de referente desconocido y de comparación.
4. *Problemas de igualación*: se pretende igualar las dos cantidades al modificar una de ellas, estableciendo relaciones dinámicas. Igualmente, dependiendo de si conlleva un aumento o una disminución y de la incógnita planteada en el problema nos situamos ante uno de igualación desconocida, igualar conjunto conocido o igualar conjunto desconocido.

La **multiplicación** genera dos tipos de situaciones en la vida real (Castro, 2001):

- a) *Situaciones asimétricas*, donde los factores que intervienen desempeñan funciones distintas:

1. *Grupos iguales*, repitiéndose un número determinado de grupos iguales para formar una cantidad. Si tanto el número como el tamaño de los grupos es conocido, estamos ante una multiplicación. Este tipo de situaciones, también son llamadas de proporcionalidad simple.
 2. *Tasa*, se refiere a la cantidad de una cosa que corresponde o tiene alguna relación a cierta cantidad o número de otra cosa, por ejemplo, km/h. Generalmente, la tasa expresa una relación de muchos a uno y suele emplearse la expresión “por”.
 3. *Comparación*, se suele utilizar la expresión “n veces más” si es una comparación en aumento y “n veces menos”, si por el contrario, se trata de una comparación de disminución.
- b) *Situaciones simétricas*, también llamadas de producto cartesiano, donde los factores que intervienen representan lo mismo y por lo tanto son intercambiables:
1. *Combinación*, en el que se pretende calcular todas las maneras de combinar por parejas objetos de un tipo, con objetos de otro. El producto son los números de pares que podemos formar. Son útiles para el estudio posterior de la probabilidad y la matemática finita.
 2. *Situación de producto de medidas*, son frecuentes ante el estudio de medidas de longitudes, superficies y volúmenes así como en problemas de física. Por ejemplo, calcular el área de un rectángulo de 4m de ancho y 12m de largo.

En lo referente a la **división** y en consonancia a los tipos de división, existen dos grandes clases de problemas (Bermejo, 2004):

1. *Discretos*, donde se conoce el número total y el número de partes, desconociendo qué número corresponde a cada parte (división partitiva).
2. *Continuos*, donde se conoce el número total y el número correspondiente a cada parte, pero se desconoce el número de partes (división cuotitiva).

2.2.2.2. *Cómo plantear y enseñar problemas*

Números autores han considerado la resolución de problemas como la parte más esencial de la educación matemática pues ella nos acerca a la realidad (Polya, 1965; Santaló, 1985; Bermejo, 2004). No obstante, existe un debate abierto sobre si es posible enseñar y aprender resolver problemas. Callejo (1994) afirma que aprender a resolver problemas es posible pero complicado dado que la forma de abordar la resolución es personal y depende del estilo de cada estudiante, capacidades y limitaciones.

El *Equipo de Orientación Educativa y Psicopedagógica de Asturias* (2003), analiza las diferentes consideraciones a tener en cuenta para plantear y enseñar problemas, resaltando que lo primero a tener en cuenta a la hora de presentar un problema es adecuarse a la edad y al curso en el que estamos trabajando, pues las estructuras, el vocabulario y los algoritmos matemáticos aprendidos por los alumnos, serán diferentes.

Así mismo, recogen la importancia de que estos sean significativos, funcionales y contextualizados en la realidad de los alumnos. No hay que abusar de problemas que implican mecanismos cognitivos de interés para el contenido pero que no reflejen la realidad en la que los alumnos se desarrollan. Los problemas que se planteen en el aula deben centrarse en el descubrimiento de nuevos conocimientos. Por ello es importante proponer problemas de todos los tipos. De esta forma, el alumno podrá experimentar y descubrir diferentes estructuras semánticas y distintos contextos.

El lenguaje de los problemas ha de ser claro y familiar. Esto facilitará su comprensión y representación tanto real como mental.

Partiendo de la base que los problemas tienen diversas estrategias de solución, debemos aceptar las informales que utilizan los propios alumnos pues contribuyen a la construcción de procedimientos cada vez más elaborados.

La secuenciación y el aprendizaje gradual son importantes en la resolución de problemas, tanto en lo referente a su estructura sintáctica, como en complejidad del tipo de problema, o en el uso o no de material manipulativo. Conviene iniciarse con problemas de cambio o combinación, realizar resoluciones grupales, utilizar material concreto, etc. Poco a poco, se pueden ir añadiendo otros tipos de problemas (igualación, comparación, problemas no rutinarios, etc.) y proponer una resolución mental o escrita, sin material de apoyo, más abstracta.

Bermejo (2004) añade que la invención de problemas por parte de los propios alumnos puede ser una actividad “estimulante, motivadora y eficaz para el desarrollo del pensamiento infantil” (p. 74). La invención de un problema ayuda al alumno a reflexionar sobre lo que conoce a la vez que le obliga a tomar conciencia de sus propios errores.

2.2.2.3. *Fases en la resolución de problemas*

Existen diferentes modelos teóricos que pretenden explicar las fases por las que se pasa para llegar a entender y obtener la solución de un problema (ver tabla 1).

Aunque los distintos autores han propuestos diferentes fases, encontramos similitudes entre ellas y nos permite extraer un modelo con las siguientes fases:

1. *Entender el problema.* Para ello es necesario leerlo detenidamente y reflexionar sobre qué se pregunta y qué datos encontramos, intentando plantear el problema con nuestras propias palabras, etc. Podemos realizar una lectura grupal dinamizada con las preguntas del profesor para después pasar a una lectura personal por parte del alumno.

Pueden utilizarse técnicas diferentes para separar la información como por ejemplo utilizar un código de colores para marcar los datos, la pregunta y en el caso de encontrarla, otro color para marcar la pregunta clave. También podemos anotar los datos obtenidos en el problema bajo diferentes apartados con el fin de esquematizar el problema (datos, pregunta, operación y respuesta)

Tabla 1. Fases en la resolución de problemas

Fases según Polya (1965)	Fases según Barnsford y Stein (1984)	Fases según Puig y Cerdán (1988)	Fases según Schoenfeld (1985)
1. Comprender el problema. 2. Concepción de un plan de actuación que permita llegar a la solución, planificando las acciones para llegar a la meta o solución final. 3. Ejecutar el plan, llevando a cabo los pasos diseñados en el punto anterior y expresando la solución, la respuesta obtenida. 4. Mirar hacia atrás, para comprobar el resultado y revisar el procedimiento.	1. Identifica que un problema existe y cuáles. 2. Definición y representación del problema. 3. Exploración de posibles estrategias. 4. Actuación con la estrategia seleccionada. 5. Logros, observación y evaluación de los resultados.	1. Lectura 2. Comprensión 3. Traducción, en la que se da la elaboración del plan, escogiendo las operaciones aritméticas necesarias. 4. Cálculo, donde se ejecuta el plan escogido. 5. Solución 6. Revisión y comprobación.	1. Analizar y comprender un problema. Se puede realizar un dibujo-esquema para su mejor comprensión. 2. Diseñar y planificar una solución 3. Explorar soluciones, considerando varios problemas equivalentes o modificaciones del mismo problema. 4. Verificar la solución.

Extraído de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/082-090.pdf>

2. *Representación del problema.* En los primeros ciclos de Educación Primaria, puede ser muy útil para el alumnado realizar una representación gráfica del problema mediante un dibujo. También pueden llevar a cabo la acción, como si fuera una situación real con material manipulativo. Con los más mayores, se puede realizar una representación mental del problema.
3. *Seleccionar un plan de acción.* Hay que identificar en este paso dónde queremos llegar y escoger la operación aritmética que nos llevará a hallar la respuesta. Podemos utilizar el recurso de buscar una palabra clave (repartir nos puede indicar que estamos ante un problema que se resuelve mediante una división; subir, ante una adición; etc.). También podemos buscar problemas de estructura similar que ya hayamos resuelto con anterioridad o separar el problema en problemas más sencillos.
4. *Ejecutar nuestro plan.* Para ello, llevaremos a cabo la operación escogida.

5. *Verificar la respuesta.* En este paso, muchos alumnos cometen errores al dejar sin responder el problema, tan solo solucionando la operación escogida. Otros, dan la respuesta numérica sin acompañarla de la aclaración del dato. Muchos otros, no se inmutan ante respuestas absurdas que no se corresponden al enunciado. Es por ello que esta fase, olvidada muchas veces por el alumno, ha de ser enfatizada por el profesor a través de diferentes preguntas que puedan conseguir la reflexión sobre la lógica del resultado, el uso de todos los datos necesarios, otra metodología de resolución más sencilla, etc.

Cabe destacar el papel que juega el lenguaje en la resolución de problemas. Según señala el “Informe Cockcoft”, la enseñanza de las matemáticas en la escuela es su capacidad para comunicarse con los demás, pues estas pueden usarse como medio de comunicación. La verbalización de las ideas y el debate de las mismas, suponen una comunicación que permite estructurar el propio pensamiento por parte del alumno y conocer el pensamiento de los alumnos, por parte del profesor y los demás compañeros (Gavilán, 2001).

2.2.3. Enseñar y aprender el cálculo mental

El trabajo del cálculo mental en el aula es necesario partiendo del objetivo comentado anteriormente de la competencia matemática como habilidad para utilizar y relacionar los números y sus operaciones básicas con el fin de resolver problemas relacionados con la vida diaria y el mundo laboral.

Cuando trabajamos en el aula, disponemos de papel y lápiz. En la vida diaria, la mayoría de veces, el cálculo al que nos enfrentamos nos obliga a realizar las operaciones de forma mental. Es por ello que en el aula hemos de propiciar el aprendizaje de estrategias que permitan al alumno realizar cálculos aritméticos sencillos a los que se enfrentará en diferentes contextos de la vida real.

El trabajo del cálculo mental requiere de técnicas y destrezas que son relaciones establecidas por los alumnos a través de la práctica.

Es importante comenzar en edades tempranas a trabajarlo pues ello propicia que el alumno vaya creando estrategias cada vez más eficaces. Si no se ha practicado cálculo mental desde el conocimiento del aprendizaje, es posible que el alumno tienda a hacer el cálculo como si lo viese escrito en la mente.

Este trabajo se ha de realizar de forma frecuente y estructurada, siguiendo un aprendizaje gradual donde, en un inicio, el alumno tenga tiempo para pensar tranquilo, prestando atención a las reacciones y pasos que van siguiendo. El error ha de permitirse y no ser castigado pues a través de estos errores podemos encontrar estrategias de cálculo erróneas y corregirlas. En un segundo momento, hay que afianzar las estrategias hasta poderlas dominar.

Es importante conocer los aspectos metodológicos de la enseñanza de las diferentes operaciones básicas pues estas suponen una estrategia de cálculo (ver apartado *Enseñar y aprender las operaciones básicas*). Tal y como se comentó en dicho apartado, el conocimiento de las

propiedades de las operaciones y los hechos numéricos agilizan el pensamiento y hallar el resultado de una operación concreta, es más rápido y sencillo. Son por lo tanto estrategias de cálculo el conocer los dobles, las analogías, la propiedad conmutativa, etc.

2.2.4. Enseñar y aprender las unidades de medida

Las magnitudes y su medida constituyen una parte fundamental de las matemáticas. Esta importancia radica por un lado en su valor funcional, aplicable en diferentes contextos de la vida diaria; y por el otro, debido a que constituyen nociones organizadoras capaces de relacionar múltiples conocimientos. En Educación Primaria se introducen las ideas de magnitud y medida y se desarrollan sistemas de medidas.

La palabra *medir* designa la acción de asignar un código identificativo a las distintas modalidades o grados de una característica de un objeto o fenómeno, ya sean cuantitativas (longitud, peso, capacidad) o cualitativas (color, material). Podemos considerar que medir una cantidad consiste en determinar las veces que esa cantidad contiene a la cantidad (o cantidades) que se toman como referencia (unidades de medida).

El primer punto de reflexión de la enseñanza de la medida según Godino (2002) debe ser clarificar los tipos de situaciones o tareas que llevan a realizar la actividad de medir las características de los objetos perceptibles: situaciones de comunicación a otras personas, la comparación entre cantidades o magnitudes, el cambio, etc.

Existen dos tipos de magnitudes: las llamadas intensivas, que se utilizan en rasgos para los que tiene sentido agregar los objetos que los soportan pero la cantidad del rasgo en el objeto agregado no es proporcionalmente aditiva (temperatura, la presión, la densidad); y las extensivas, que pueden agregarse o sumarse (longitud, el peso, el área).

Piaget fue el primer investigador de la época moderna que se interesó por analizar los procesos de aprendizaje de la medida de magnitudes y elaboró un modelo teórico con el fin de explicar estos procesos e identificó dos operaciones fundamentales situadas en la base de los procesos de medición (Gutiérrez, 2009):

- a) La conservación de las medidas: tiene que ver con la invariancia de una cierta cualidad, en un determinado objeto, cuando se realizan determinadas transformaciones sobre dicho objeto.
- b) La transitividad de las medidas: indica que si un objeto A mide lo mismo que un objeto B y este, mide lo mismo que un objeto C, entonces $A = C$. Esta propiedad se encuentra en la base cualquier proceso de comparación.

Según Piaget existen etapas de desarrollo en la comprensión del proceso de medición (Gutiérrez, 2009):

- Etapa inicial o de comparación perceptiva directa. En ella los niños no entienden la conservación y basan sus juicios en la percepción de un atributo físico no pertinente. No

miden, sino que realizan estimaciones basadas en la percepción o comparación visual de objetos.

- Etapa intermedia o de comparación directa. Los niños empiezan a usar instrumentos de medida para comparar objetos pero suelen hacerlo de manera incorrecta. El primero de estos objetos usados es el propio cuerpo. A la hora de comparar objetos, suelen realizar una aproximación física entre ellos, situándolos unos junto a otros.
- Etapa final o de transitividad operativa. Nos situamos en el estadio de operaciones formales donde los niños utilizan razonamientos caracterizados por la transitividad y el uso de términos medios que hacen de unión entre las dos mediciones a comparar. La etapa se completa cuando los niños aprenden a realizar cálculos de medida de magnitudes.

Es importante que los alumnos conozcan qué estamos midiendo (longitud, masa, capacidad) y cuáles son las unidades del Sistema métrico decimal. El bloque dos de contenidos en los que se ha organizado la asignatura de matemáticas se refiere a la medida y busca facilitar la comprensión de mensajes de tipo cuantitativo, informando a los alumnos de situaciones reales que han de interpretar de forma correcta (Real Decreto 1513/2006, de 8 de diciembre, Boletín Oficial del Estado, 293.)

A la hora de trabajar la medición hay que tener en cuenta en qué etapa se encuentran nuestros alumnos, qué contenidos han de trabajarse para cada ciclo y seguir un procedimiento gradual: introducir la estimación, el uso del propio cuerpo como instrumento de medida, el uso en un inicio de materiales sencillos aumentando la dificultad, establecer comparaciones, etc.

2.2.5. El aprendizaje significativo en el área de matemáticas

Los maestros no solo buscamos un aprendizaje que ayude al alumno a adquirir los contenidos del temario estudiado, sino que estos contenidos puedan ser asimilados y contruidos por el alumno de manera que, fuera del aula, sea capaz de aplicar lo aprendido.

Para que esto sea posible, el alumno ha de aprender de forma significativa. Esta teoría, desarrollada por Ausbel (1963), parte de la base de que el conocimiento se construye por parte del alumno cuando va incorporando la nueva información a los esquemas de conocimientos que ya posee. De esta manera se establecen conexiones y se reestructuran ideas y conocimientos.

Bermejo (2004) establece unas consideraciones a tener en cuenta que favorecen y facilitan que el aprendizaje de las matemáticas sea significativo, a destacar (pp. 72 – 73):

1. Tener en cuenta los conocimientos previos de los niños e incidir de forma especial en los procesos de construcción del pensamiento.
2. Presentar los contenidos matemáticos ligados a la realidad del entorno, en situaciones funcionales, conviene hacer ver al niño el interés y utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana.

3. Impulsar la reflexión del niño sobre sus respuestas y los procedimientos, preguntándoles por qué o pidiéndoles una justificación.
4. Promover el trabajo en equipo y el intercambio de puntos de vista e información entre alumnos, compartiendo estrategias, preguntas, descubrimientos, etc. siendo a su vez más conscientes de sus aprendizajes a la vez que son capaces de autocorregir errores.
5. Planificar los contenidos teniendo en cuenta que un aprendizaje significativo requiere tiempo. Por ello, habrá que ser flexible y huir de tiempos rígidos.
6. Utilizar diversas técnicas de enseñanza.
7. Poner al alcance de los alumnos materiales concretos, estructurados y no estructurados, así como recursos que puedan ayudarlos a resolver problemas.

La idea de que el alumno pueda aprender de forma significativa lo que se trabaja en el aula, determinará la metodología que en ella seguiremos. El alumno ha de descubrir y probar sus creencias y para ello necesitará muchas y diferentes situaciones para su comprobación a partir de la cual podrá establecer una teoría acerca de las propiedades

Diversos autores han resaltado, basándose en la idea de aprendizaje significativo, la importancia de la resolución de problemas. Opinan que es el instrumento ideal para desarrollar los conceptos que sustentan las operaciones básicas y es donde se empieza a practicar con el lenguaje matemático adaptándolo a la realidad (Polya, 1965; Santaló, 1985; Bermejo, 2004).

2.3. PROPUESTAS PEDAGÓGICAS BASADAS EN LA INTERACCIÓN ENTRE IGUALES

Propiciar las relaciones de ayuda entre los alumnos con finalidades educativas ha sido una estrategia utilizada durante toda la historia pues la enseñanza y el aprendizaje constituyen esencialmente un proceso social, donde la comunicación juega un papel muy importante.

Dentro de las propuestas sobre el aprendizaje y la enseñanza entre iguales existen diversas experiencias sistematizadas, estudios y manuales al respecto. No obstante, no existe una clasificación concreta entorno a las prácticas de ayuda entre iguales. Se considera que Damon y Phelps (1989) son los primeros que distinguen entre tres posibles tipos de interacción entre iguales: la *tutoría*, se concibe como una relación entre dos alumnos que ante un tema específico, presentan un nivel de habilidad diferente; la *cooperación*, es la interacción centrada en la adquisición o aplicación de un conocimiento entre un grupo de alumnos con habilidades heterogéneas, dentro de unos márgenes de proximidad; y la *colaboración*, se basa en la relación establecida basada en la adquisición o aplicación de unos conocimientos por dos o más alumnos con habilidades similares (Coll, 1998). Sin embargo, es difícil marcar los límites entre estas interacciones y a menudo se encuentran experiencias con características entremezcladas

2.3.1. Aprendizaje cooperativo

Podemos considerar el aprendizaje cooperativo como un conjunto de métodos basados en las relaciones que se establecen entre los compañeros, los cuales trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los otros (Johnson, Johnson y Holubec, 1999).

El Aprendizaje Cooperativo se encuentra en un punto de confluencia de la Psicología Social y la Pedagogía. Des de esta última, los argumentos a favor de un aprendizaje de este tipo están enmarcados en opciones pedagógicas no conformes con la escuela que reproduce de forma mimética la realidad social y en planteamientos sobre la sociedad en la que el trabajo conjunto construye un futuro más humano. Des de la Psicología Social se destaca que es un modelo privilegiado en lo que se refiere al aprendizaje académico, en el desarrollo personal y en el social, y en el papel desempeñado por las interacciones sociales entre iguales en el proceso de aprendizaje (Gavilán, 2010).

Mediante estas interacciones se produce un motor de aprendizaje significativo dentro de la zona de desarrollo próximo del alumno. Tal y como postula Vigotsky, existe una diferencia entre lo que sabemos hacer solos (desarrollo efectivo) y lo que podemos llegar hacer con la ayuda de los demás. Además, se potencian habilidades psicosociales como el respeto, la aceptación de distintos puntos de vista, la comunicación, la autoestima, la colaboración, etc.

Así mismo, Piaget enfatizó la cooperación entre iguales como forma adecuada para la transmisión de un concepto por ello recomienda que se modifique la estructura de comunicación en la clase, potenciando el modelo de alumno-alumno, intensificando estas interacciones (Gavilán, 2010).

Los miembros de un equipo, asumen una doble responsabilidad: aprender lo que el profesor enseña y ayudar para que los compañeros de equipo también aprendan. Por lo tanto, no solo hay que hacer una misma cosa entre todos, sino también hacer algo al servicio de la comunidad pues se persiguen metas comunes (Pujolàs, 2008).

El objetivo es inducir a la construcción de conocimiento mediante la exploración, la discusión, la negociación y el debate. El profesor tiene el rol de informante, presentador del tema y dinamizador (Hsu, 2002, citado en Scagnoli, 2005).

Rué (1998), propone una serie de principios para desarrollar el trabajo cooperativo:

- Asignarle un uso funcional
- Familiarizarse con este recurso a través de la práctica
- Desarrollar tareas ajustadas a las posibilidades de control y regulación de alumnos y profesores.
- Ajustarse a condiciones de usuarios, alumnos y profesores.
- Ajustarse a las condiciones materiales.

2.3.1.1. Protagonismo de la comunicación

El lenguaje como tal, tiene un importante papel como mediador en las interacciones sociales y fue ampliamente estudiado por Vygotsky (1934) y su discípulo Levina (1981). Este último, observó que para intentar formular las propias ideas y para comunicarlas a los demás, uno se obliga a reconsiderar y reorganizar lo que se va a decir (citado en Gavilán, 2010).

Luria (1973), destacó tres funciones del lenguaje: la generalización, por la que nos adueñamos de la experiencia humano-social, fundamental en el desarrollo humano; la base del pensamiento, puesto que al asimilar el lenguaje, el niño se capacita para conseguir formas de reflexión más complejas, sacar conclusiones, realizar conclusiones y reorganizar la memoria; y por último, la función de regular el comportamiento (Shaffer, 2007).

En el Aprendizaje Cooperativo la comunicación tiene un papel protagonista en el proceso de aprendizaje. A través de las explicaciones que se dan y reciben entre los miembros del grupo, los alumnos han de examinar su propio pensamiento y son capaces de reestructurar sus conocimientos, incorporando las ideas nuevas.

2.3.1.2. Componentes de la cooperación

Para que la cooperación funcione se han detallado cinco elementos (Johnson, Johnson y Holubec, 1999):

- Interdependencia positiva

El éxito de cada miembro está vincula al del resto del grupo pues todos persiguen un objetivo común, comparten recursos e información. La estructura de este tipo de interdependencia exige:

- Asignar al grupo una tarea clara y comprensible.
- Estructurar la interdependencia positiva de los objetivos, asegurando que nadie puede alcanzar la meta a menos que los demás componentes la alcancen.
- Complementar la interdependencia positiva de los objetivos con otros tipos de interdependencia como recompensas, roles, recursos.

- Responsabilidad individual

Todos los alumnos son responsables de aprender los contenidos y las tareas asignadas, así como ayudar a los distintos miembros del grupo en su aprendizaje. Cada miembro es responsable de cumplir con la parte de trabajo que le toca. De esta manera evitamos que algunos alumnos puedan ampararse en el trabajo de otros o algunos alumnos queden eclipsados. Para que esto no suceda, pueden realizarse pruebas individuales, evaluaciones orales al azar, asignación de roles, etc.

- Interacción cara a cara

Los alumnos realizan la tarea compartiendo recursos, ayudándose y contribuyendo al aprendizaje de los demás.

- Uso adecuado las habilidades interpersonales y grupales

El aprendizaje cooperativo no es tarea fácil, sobre todo para aquellos que lo realizan por primera vez o no están acostumbrados a esta modalidad de trabajo. Requiere que los alumnos aprendan la materia escolar y también la forma de relacionarse con su grupo para aprender, comunicarse, ayudarse, resolver los conflictos que surjan, etc.

- Capacidad de procesar la eficacia con la que ha funcionado el grupo

La eficacia del trabajo en grupo depende de si este reflexiona sobre su funcionamiento o no lo hace. Hay que averiguar qué acciones han resultado útiles y cuáles no.

2.3.1.3. El papel del profesor

El docente juega un papel importante durante el desarrollo del trabajo cooperativo: actúa como supervisor, observador y controlador del funcionamiento y trabajo de los grupos. Su objetivo ha de ir encaminado a observar lo más posible y actuar o intervenir, lo menos. Esta intervención puede darse a toda la clase, a un grupo concreto e incluso, a un miembro del grupo en casa de que sea necesario.

No obstante, el maestro juega un papel muy importante en las decisiones tomadas antes de iniciar el trabajo cooperativo en el aula pues ha de decidir elementos que marcaran el desarrollo del trabajo en grupo (Gavilán, 2012, pp. 140 -153):

- El tamaño de los grupos, conviene que sean pequeños para ir adquiriendo experiencia. Entre dos y cinco alumnos.
- La formación de los grupos puede hacerse en función de la tarea y del momento de aprendizaje en el que se encuentren los alumnos: mediante muestreo aleatorio, preguntando a los alumnos, pasando pruebas, etc.
- La distribución de los grupos en el aula.
- El control de la efectividad de los grupos, supervisando su trabajo en relación a su progreso académico y al uso apropiado de las habilidades sociales.
- Los objetivos de cada lección, atendiendo a objetivos académicos y sociales.
- El planteamiento de la tarea, primero es conveniente dar una visión global de la tarea y los procedimientos necesarios para llevarla a cabo. Recordando en última instancia que un grupo alcanzará la meta deseada si todos sus componentes la han alcanzado.
- Las intervenciones del profesor, comentadas anteriormente.
- La evaluación del aprendizaje y la revisión del funcionamiento de los grupos que son criterios previamente establecidos, dados a conocer y aceptados por los alumnos.

2.3.1.4. Tipos de grupo

Siguiendo a Johnson y Johnson, retratan tres tipos de grupo en el aprendizaje cooperativo (Johnson, Johnson y Holubec, 1999):

- *Grupo de aprendizaje cooperativo formal*, duran entre una clase y diversas semanas y permiten estructurar cualquier actividad académica, facilitando que los alumnos se impliquen de forma activa en el trabajo.
- *Grupo de aprendizaje cooperativo informal*, grupos de estructura ad hoc, que duran entre unos minutos y unas clases. Se utilizan durante la enseñanza directa para concentrar la atención de los alumnos en los materiales a aprender, creando un clima favorable para el aprendizaje. Los alumnos no son espectadores sino que están activos cognitivamente.
- *Grupos de aprendizaje cooperativo de base*, son grupos heterogéneos a largo plazo y con miembros estables que se reúnen con regularidad y con duración mínima de un curso escolar. Este tipo de grupo, permite que los alumnos integrantes entablen relaciones responsables y duraderas, que los motivarán a esforzarse en sus tareas y a tener un buen desarrollo cognitivo y social.

2.3.1.5. Tipos de actividades

Las actividades a realizar para que se dé un aprendizaje cooperativo pueden ser diversas y no existe una patrón típico: juegos, torneos, murales, talleres, etc. No obstante, hay que tener en cuenta el material que vamos a distribuir para cada grupo. Para que se dé una interdependencia positiva e intentar que los alumnos trabajen juntos, podemos limitar los recursos que se distribuyen a cada grupo, obligándoles al trabajo cooperativo. Por ejemplo, podemos repartir una o dos hojas para resolver los problemas, un solo lápiz, una cartulina, etc. con el fin de que ellos mismos decidan qué, cómo y dónde escribir.

2.3.1.6. Asignación de roles

La interacción necesaria para que se dé el aprendizaje cooperativo ha de ser de calidad, promoviendo los componentes de este tipo de aprendizaje. Sin embargo, no se produce de forma espontánea, sobre todo en aquellos grupos en los que no se ha trabajado anteriormente así.

Es necesario que los alumnos compartan los objetivos y estrategias para llevar a cabo una tarea de forma cooperativa.

Para favorecer la interdependencia positiva entre los miembros de un grupo se propone la asignación de roles específicos a los estudiantes. Esta asignación permite al alumno implicarse en la actividad y responsabilizarse de la misma: encargado de distribuir las tareas, lector de los ejercicios, redactor de las diferentes soluciones, supervisor del trabajo final, corrector, etc.

Así mismo, es importante que estos roles sean simples en un principio y rotativos, de manera que todos los componentes del grupo realicen cada uno de los roles existentes como mínimo, una vez.

2.3.1.7. Evaluación

La evaluación ante una tarea realizada mediante aprendizaje cooperativo no puede ser igual que ante otras tareas llevadas a cabo en el aula. Se necesitan criterios y metodologías que faciliten la observación y supervisión del proceso continuo que llevan a cabo los alumnos en el desarrollo de una actividad de tipo colaborativo.

Evidentemente y teniendo en cuenta las características del aprendizaje cooperativo, el sistema de evaluación ha de ser holístico, considerando todas las dimensiones de aprendizaje y del saber (cognitivo, procedimental, social, afectivo y estratégicos) y valorando el proceso de aprendizaje atendiendo al ritmo del grupo y el resultado o producto de ese aprendizaje.

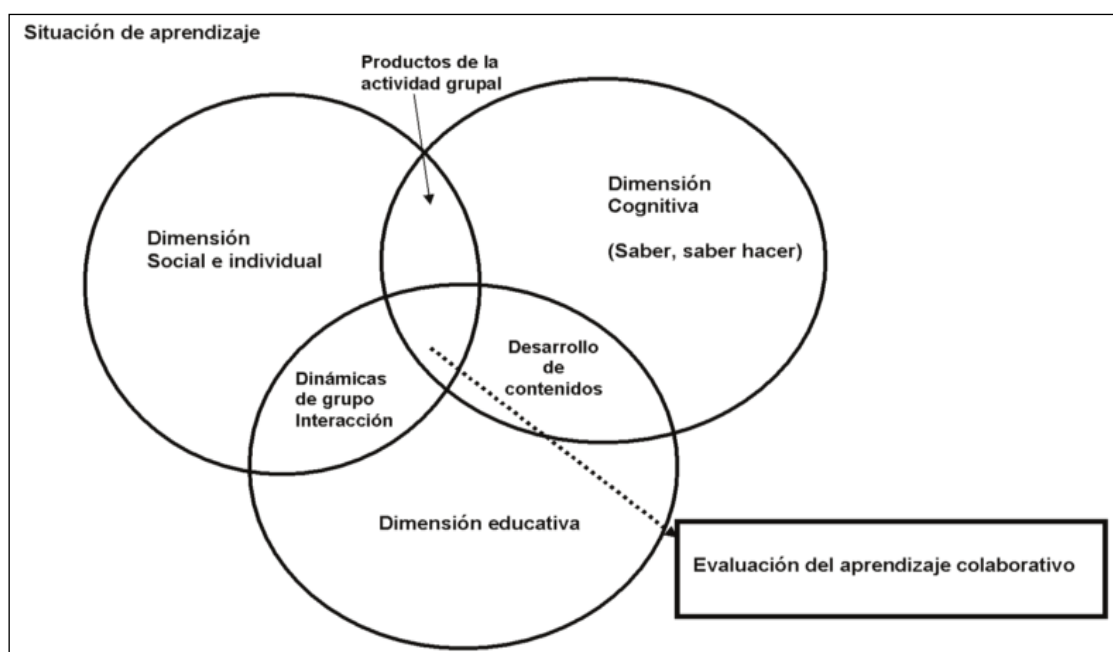


Figura 1: Dimensiones para la evaluación sistémica del aprendizaje grupal colaborativo. (Iborra e Izquierdo, 2009, p.229).

Evaluar el proceso es importante pues de esta forma se podrá retroalimentar la actividad. No obstante y de forma complementaria, es igualmente necesario evaluar el producto pues de esta manera se garantiza que el alumnado ha llevado a cabo una planificación del proceso y tiene un objetivo o meta a la que llegar.

Para una completa evaluación de la situación de aprendizaje cooperativo podemos partir de tres fuentes:

- *El proceso grupal*

Con el fin de determinar que el grupo actúa como equipo y que el aprendizaje surge de la construcción global y coordinada del conocimiento de los integrantes del mismo. Hay que tener en cuenta que el valor de la evaluación no está en el instrumento sino en el uso de la información recogida a través de ellos. Esta evaluación puede realizarse mediante:

- a) *Cuestionarios y escalas*, a través de los cuales podremos evaluar la cohesión grupal, los roles asignados a los individuos del grupo y su desempeño.
- b) *Registro de observación*, donde podamos controlar si el grupo se reparte las tareas, el tiempo que destinan a cada actividad, como se comunican, etc. Esto puede realizarlo el profesor aunque también es interesante proponer una autoevaluación o coevaluación. En esta, cada alumno puede reflexionar sobre su comportamiento respecto a las habilidades propuestas así como el de los componentes del grupo (Gavilán, 2010).
- c) *Portafolios o carpetas de aprendizaje*, son un conjunto de documentos, anotaciones, reflexiones, dibujos o gráficos que realiza el propio estudiante supervisado por el profesor. Estos se ordenan cronológicamente, evidenciando el progreso y la consecución de objetivos. Este tipo de registro, constituye una herramienta que permite al alumno-grupo reflexionar sobre los pasos que va dando.
- d) *Diarios grupales e individuales*, parecidos a los portafolios, en ellos se recogen las experiencias o bien grupales o personales, llevadas a cabo en la interacción grupal, incluyendo objetivos, reflexiones, síntesis de resultados, etc. Propician una reflexión y supervisión constante del progreso en la actividad.
- e) *Entrevista con los equipos*, permite verbalizar al grupo como va evolucionando su trabajo a través de la información cualitativa sobre las dificultades y los logros, posibilitando una reflexión y una búsqueda consensuada entre el grupo y el profesor de alternativas que mejoren el rendimiento grupal.

Existen otras formas de evaluación que serán igualmente válidas en cuanto se ajusten a todas las dimensiones de la persona para con el aprendizaje en grupo y para con él mismo.

- *El contenido*

Con ella determinaremos la información y el grado de elaboración del conocimiento. Supone una verificación del proceso de construcción compartida del conocimiento.

- *El producto final*

Cada uno de los grupos, al final, habrá desarrollado algún producto sea un trabajo escrito, una manualidad, un esquema, una resolución de un problema o ejercicio, etc. Los criterios que van a ser utilizados para corregir dicho producto han de ser corregidos por el grupo con anterioridad a la realización del mismo. La evaluación ha de ser compartida entre profesor y grupo, permitiendo tomar mayor conciencia de los criterios de evaluación.

Según distintos trabajos de investigación desarrollados entorno a las calificaciones en el Aprendizaje Cooperativo, los que producen mejores resultados son los que dan igualdad de oportunidades a todos los participantes, valorando el rendimiento académico, los esfuerzos realizados, asegurando que todos los estudiantes dispongan de las mismas oportunidades para contribuir con su actuación a la puntuación del grupo. Existen diferentes sistemas de puntuación (Gavilán, 2010):

- Todos los componentes reciben la misma puntuación, esta puede ser la media de las puntuaciones individuales, la suma de las puntuaciones de los miembros del grupo, valorando el producto final, etc.
- No todos los miembros reciben la misma calificación. Aquí se puede optar por dar a cada estudiante su puntuación individual más la media del grupo por ejemplo.

2.3.1.8. Beneficios e inconvenientes

Los beneficios de este tipo de aprendizaje pueden resumirse en (Lobato, 1998):

- Ventajas respecto a los alumnos:
Efectos en el aprendizaje escolar:
 - Mayor productividad y rendimiento escolar.
 - El aprendizaje de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento divergente y creativo.
 - La utilización de habilidades intelectuales superiores y de estrategias cognitivas de alta calidad.
 - Un lenguaje más elaborado, más preciso y con más rigor, en los intercambios y diálogos grupales.Efectos en el desarrollo personal y social:
 - Valoración y autoestima personal, desarrollando una imagen de sí mismo, más positiva.
 - Desarrollo del interés y de la motivación intrínseca hacia el aprendizaje, inducida por los procesos interpersonales del grupo.
 - Expectativas de éxito futuro.
 - Saber comunicarse de forma eficaz y satisfactoria.
 - Actitud más positiva hacia los otros: respeto, confianza, colaboración, solidaridad y empatía. Saber actuar eficazmente en grupo.
 - Desarrollar la responsabilidad frente a los demás y frente al propio aprendizaje.
 - Integración – inclusión, de los alumnos con más dificultades.
- Ventajas respecto a los profesores:
 - Permite plantear un programa equilibrado que dé respuesta a objetivos de desarrollo escolar, personal y social (objetivos cognoscitivos, procedimentales y actitudinales).
 - Promueve una gran flexibilidad y creatividad en la función docente y educadora. Permitiendo roles de felicitación, incentivación y observación.

No obstante, este tipo de aprendizajes también conllevan desventajas. Uno de los mayores riesgos al que se enfrenta el educador es la dispersión de la responsabilidad (De la Cerda, 2013). Este tiene lugar cuando no se produce el componente de la responsabilidad individual y algunos alumnos acaparan gran parte del trabajo, mientras otros no hacen nada.

Antes de proponer actividades de aprendizaje cooperativo hay que tener en cuenta:

- Que existen ritmos de trabajo y niveles académicos diferentes entre los alumnos.
- Aprendizajes y actitudes individualistas marcadas en el alumnado.
- Falta de preparación por parte del profesorado.
- Dificultad para encontrar parámetros y modalidades de evaluación.
- Falta de apoyo o convergencia del equipo de profesores del aula.
- Mentalidad de ciertas familias, centradas solo a determinados aprendizajes.

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1. INTRODUCCIÓN

La escuela donde se desarrolla la propuesta de intervención es un colegio concertada de una sola línea y que abarca las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria.

El nivel socio-económico y cultural de los alumnos y familias que asisten a la escuela, salvo determinados casos, es medio-alto.

El Ciclo Medio o Segundo Ciclo de Educación Primaria, en el que se desarrolla la propuesta de intervención, está compuesto por 52 alumnos (27 de 3º y 25 de 4º).

La idea de hacer alguna actividad para la mejora de las matemáticas surge en las reuniones en la escuela previas al inicio del curso 2012 – 2013. En ellas se acuerda la realización de tres talleres, uno por trimestre, para trabajar conceptos matemáticos. Tras el primero de los talleres, se observa que estas actividades puntuales, no asociadas a la programación del aula, quedan aisladas de la asignatura de matemáticas. Por este motivo y por su realización esporádica, a los alumnos les resulta difícil aplicar lo aprendido en los talleres a las clases y fuera de estas.

Al presentarse la realización del trabajo de grado, pudiendo escogerse el tema libremente, surge la idea de realizar una propuesta de intervención que paliase el vacío de dichos talleres esporádicos.

El objetivo es la mejora en el área de matemática con una programación ligada al aula pero en la que los alumnos puedan extrapolar lo aprendido fuera de la misma. Como propuesta innovadora se presentan actividades en las que los alumnos aprenden con los compañeros de forma constructiva: comparten objetivos, estrategias, métodos de resolución, correcciones, etc.

El proyecto recibe el nombre de Matiqueando y a continuación se explican sus bases y la metodología llevada a cabo.

3.2. PROYECTO MATIQUEANDO

3.2.1. Objetivos del proyecto

Su objetivo general es mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las en las clases de segundo ciclo de Educación primaria.

Sus objetivos específicos en el ámbito académico son:

1. Dotar al alumno de estrategias para la resolución de operaciones básicas (+, -, x, :).
2. Dotar al alumno de estrategias para la resolución de problemas matemáticos.
3. Conocer las unidades de medida y sus equivalencias.
4. Trabajar de forma lúdica y más vivencial contenidos del área de matemáticas.

Y en lo referente al ámbito o aspecto social, los objetivos de “Matiqueando” son los siguientes:

5. Aumentar la seguridad de los alumnos ante la asignatura de matemáticas.
6. Motivar al alumnado ante el aprendizaje matemático y la asignatura de matemáticas.
7. Potenciar el trabajo en grupo como estrategia de aprendizaje y reflexión entre iguales.
8. Aprender estrategias utilizadas por el grupo de iguales.
9. Reflexionar sobre su aprendizaje y sobre el de sus compañeros.
10. Asumir responsabilidades dentro del grupo.
11. Responder a las demandas de ayuda de los compañeros del grupo.

3.2.2. Organización de los grupos

Cada una de las clases, 3º y 4º grado, se separan en tres grupos atendiendo al nivel que presentan los alumnos a la hora de enfrentarse a las matemáticas: razonamiento, comprensión de los problemas, estrategias de resolución, etc. No obstante, también se tienen en cuenta las relaciones entre los alumnos, la motivación de pertenencia a uno u otro grupo, la posibilidad de aprendizaje y progresión, etc.

Para poder organizar estos grupos se realiza una prueba individual que repasa cuál es el nivel previo del alumno entorno a los tres ejes de trabajo (anexo 1 y 2). Además de la prueba escrita, se atiende a lo que conoce el maestro sobre el alumno de cursos anteriores (informes y reuniones con antiguos maestros). Reunidos los tres maestros participantes en la intervención se decide la repartición de los alumnos en tres grupos.

El objetivo de esta separación pretende facilitar la adquisición de conocimientos por parte del alumno, su mejora en el área de matemáticas, la interiorización de valores y la utilización de estrategias y recursos adecuados. En definitiva, se pretenden crear las condiciones más adecuadas para que las acciones que se llevan a cabo en el grupo, den respuesta al proceso de enseñanza y aprendizaje que necesita el alumno en concreto.

Una vez separados los alumnos en estos tres grandes grupos, ellos mismos formaran pequeños equipos de trabajo teniendo en cuenta que en cada equipo han de haber alumnos de tercero y cuarto (2 y 2 mínimo).

3.2.3. Organización de las sesiones: los talleres

Los alumnos reciben en el aula una carta escrita por “MaTiKs” (anexo 3), la mascota de los talleres, que les pide ir al aula de audiovisuales. En ella, los alumnos tienen preparado un vídeo donde se explican los talleres y se reparten los alumnos en tres grandes grupos, divididos como se ha

explicado anteriormente por los maestros en función del nivel de aprendizaje de las matemáticas. Aquí surgen los “Inteligents White”, formado por alumnos con buenos resultados académicos; los “Súper Llestos”, compuesto por aquellos alumnos con resultados académicos medios; y los “Matemàtics superguais”, con alumnos de resultados académicos bajos.

De los tres grupos se establecen los equipos de trabajo de entre 4 y 5 alumnos cada uno. Al buscar y otorgar un nombre al grupo y al equipo se obtienen los primeros 10 puntos por equipo (40 para el grupo). Los nombres escogidos para los equipos son:

Calculadores	Doctors matemàtics
Granthefauto	Supermatiqueros
Els 4 matemàtics	Pura lògica
Supercatxotriplematiqueros	Fantàstics
Animals Matemàtics	Cervellets
Els 4 invencibles	Mrs. Mati-mati

Las actividades llevadas a cabo se organizan en talleres que giran en torno al cálculo, la resolución de problemas y el trabajo con ejercicios de medida. Cada uno de los talleres es conducido por un profesor que actúa como presentador de la actividad y conductor de la misma.

Aunque la temática de los talleres es la misma para los tres grupos “Inteligents White”, “Súper Llestos” y “Matemàtics superguais”, se cambia la dificultad de los ejercicios, la cantidad o la ayuda por parte del maestro, adaptándose a la necesidad de cada uno de los grupos.

La metodología utilizada en los talleres es la siguiente.

- El maestro recibe en el aula o espacio en el que se realiza el taller al grupo y explica la dinámica de la actividad.
- Los alumnos llevan a cabo los diferentes ejercicios propuestos por el profesor. Generalmente en pequeño grupo, poniendo en común estrategias para su resolución, así como resultados obtenidos. De manera que se van corrigiendo unos a otros y/o autocorrigiendo.
- Debate en gran grupo sobre las estrategias utilizadas para la resolución, ideas, pasos seguidos, etc.
- Puesta en común de resultados y corrección.
- Distribución de puntos atendiendo a la cantidad de ejercicios resueltos correctamente y las estrategias llevadas a cabo por los alumnos. También se pueden otorgar bonificaciones si el grupo ha trabajado muy bien, o por el contrario, penalizaciones si ha habido problemas entre el mismo.

A lo largo de los nueve talleres de cada tipología se ha intentado que los alumnos realicen como mínimo:

1. Una actividad con TICs
2. Una actividad de corrección de ejercicios mal resueltos

3. Una propuesta de ejercicio (inventar una suma, un problema, etc.)
4. Una actividad tipo Trivial, de rápida resolución, con preguntas y respuestas.
5. Una actividad aplicada a la vida real (participación en un mercadillo, realizar una receta de cocina, construir una maqueta, organizar un torneo de juegos de mesa, etc.).

Dentro de los talleres, se ha seguido una progresión en cuanto a dificultad, con la intención de aclarar conceptos y sentar las bases, para que más tarde, el alumno fuera capaz de establecer analogías en la resolución de operaciones y problemas más complicados.

Para los talleres de cálculo se ha utilizado material manipulativo, sobretodo en un inicio, como chapas, fichas de diferentes juegos de mesa (parchís, dados, dómimo, etc.), colores, etc.

A medida que se ha ido avanzando a lo largo del grupo, se ha dejado de utilizar este material y los alumnos se servían del cálculo mental y también de lápiz y papel, excepto en los que ha sido necesario el uso de otro tipo de material (mercado o receta de cocina, por ejemplo).

3.2.4. Evaluación y competición

Con el objetivo de motivar a los alumnos, las actividades realizadas en los talleres otorgan puntuaciones a los equipos según su resolución y actitud en los mismos, creando así una competición entre los diferentes grupos y equipos. Para evitar surgiese una interdependencia negativa, creyendo que solo ganarían puntos si los demás los perdiesen, se estableció que se ofrecerían las mismas oportunidades a todos los equipos y grupos para conseguir puntuaciones y estas no solo se basarían en la correcta resolución de los ejercicios sino que también tendrían en cuenta la forma de trabajar de los alumnos.

Las rondas de competición abarcan tres semanas de duración, dando tiempo a los grupos a pasar por los tres tipos de talleres. Una vez acabada la ronda, se suman los puntos y se anotan en el tablón. De esta forma, los alumnos van viendo sus progresos, se pueden comparar con los demás equipos y grupos, pueden ver qué puntuación obtuvieron la última vez que participaron en ese tipo de taller, etc.

Los maestros, conductores de los talleres y dinámicas, tienen en cuenta el nivel de los alumnos para la preparación de las actividades y a la hora de otorgar la puntuación. Se pretende que siempre vayan bastante igualados al final de la ronda de competición, alternando los ganadores.

La evaluación del trabajo grupal en referencia a la actitud se realiza mediante la observación por parte de los profesores. Estos han de cumplimentar una hoja basada en el modelo presentado por Johnson, Johnson y Holubec (1999) de observación estructurada (ver Figura 2).

En ella se evalúa al alumno sobre diez. Finalmente se suman tanto las puntuaciones de los alumnos, como las de los aspectos. Con estas puntuaciones se obtiene información sobre el funcionamiento del grupo y pueden comentarse con el maestro que conduce el siguiente taller aquellas actitudes que le resultan más difíciles a un grupo o alumno para incidir en su mejora.

Taller:					Fecha:	
Grupo:			Equipo:			
Alumnos						Total
Aporta ideas						
Acepta las ideas de los demás						
Ayuda a los miembros del grupo						
Se responsabiliza de las tareas del grupo						
Reacciona bien ante el error de los miembros del grupo						
Otro:						

Figura 2: Formulario de observación maestros

Para evaluar el rendimiento en matemáticas se acuerda que los alumnos recibirán puntos por la resolución correcta de los diferentes ejercicios propuestos. Estas puntuaciones las decide el profesor antes de empezar el taller y se ponen en conocimiento de los participantes del mismo. Las puntuaciones obtenidas por los alumnos de forma individual en el desarrollo de un ejercicio o taller se suman, consiguiendo una puntuación para el equipo. Las puntuaciones conseguidas por los diferentes equipos se suman y entonces se obtiene una puntuación para grupo.

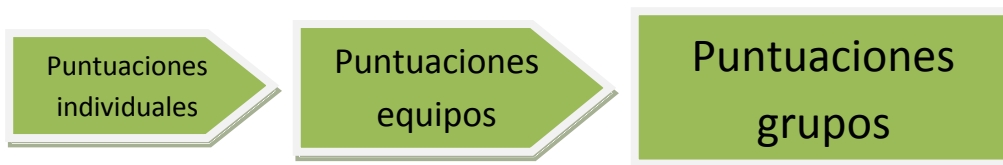


Figura 3: Sumatorio de las puntuaciones en los talleres

3.2.5. Sesiones

El calendario escolar, entre festividades y actividades de la escuela, establece que los talleres de matemáticas tendrán un total de 18 sesiones y por lo tanto cada grupo participa seis veces en cada uno de los talleres. En los anexos pueden consultarse una muestra de las actividades (marcadas con un asterisco)

Tablas 2, 3 y 4. Sesiones y actividades en los talleres

ACTIVIDADES DE CÁLCULO	
1ª sesión	SOLUCIONAMOS JUNTOS
2ª sesión	A CONTRARRELOJ
3ª sesión	ALGO HA FALLADO
4ª sesión	VIAJAMOS POR EL MUNDO (*)
5ª sesión	CALCULADORAS AL PODER
6ª sesión	TRIVIAL

ACTIVIDADES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
1ª sesión	SOLUCIONAMOS JUNTOS
2ª sesión	GIMCANA DE PROBLEMAS
3ª sesión	EL PROFE SOY YO
4ª sesión	TRIVIAL
5ª sesión	¡A COMPRAR! (*)
6ª sesión	ORGANIZAMOS UN TORNEO

ACTIVIDADES DE UNIDAD DE MEDIDA	
1ª sesión	SOLUCIONAMOS JUNTOS
2ª sesión	¡A COMER!
3ª sesión	TRIVIAL
4ª sesión	UPS.... TE EQUIVOCAS
5ª sesión	MEDIMOS TODOS JUNTOS (*)
6ª sesión	GIMCANA DE MEDIDA

4. MARCO EMPÍRICO

4.1. RECOGIDA Y ANÁLISIS DE LOS DATOS

Para poder valorar la consecución de los objetivos de la propuesta de intervención se han utilizado dos instrumentos. Por una parte, las de carácter objetivo que son pruebas escritas donde se trabajan contenidos del área de matemáticas: “resolución de problemas”, “cálculo” y “unidades de medida”. Y por otra parte, las encuestas de valoración de los participantes en la intervención, de carácter subjetivo.

4.1.2. Análisis objetivo de la intervención

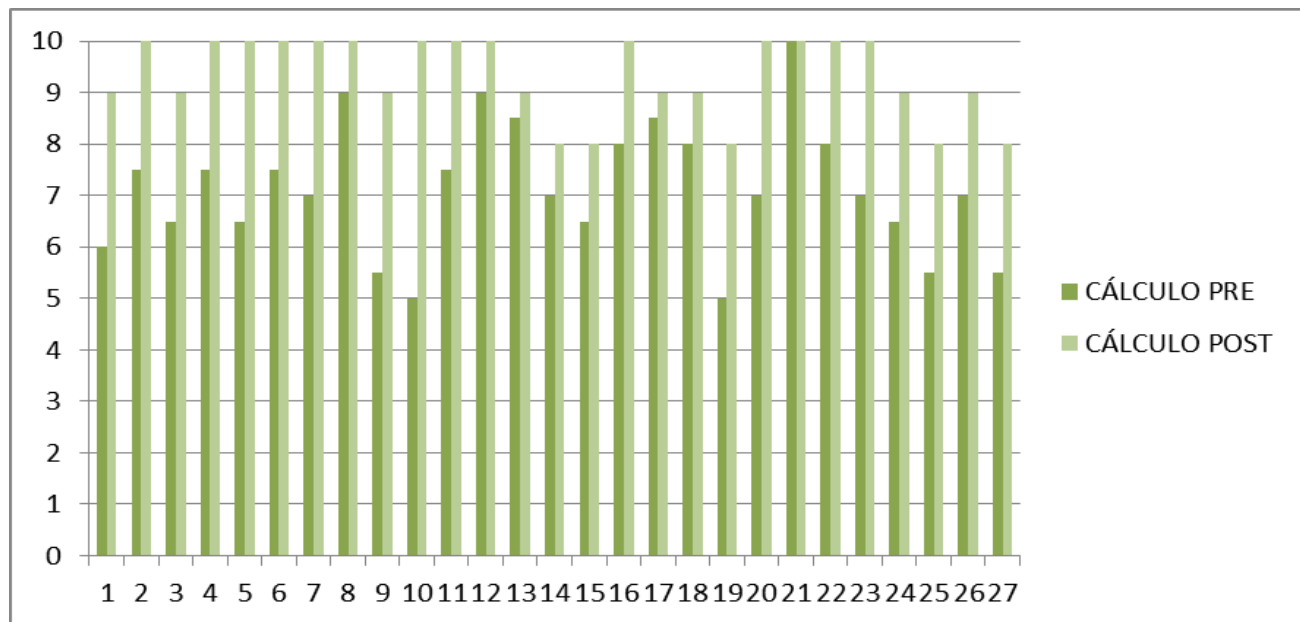
El análisis del nivel de los alumnos para los aspectos a trabajar en “Matiqueando” se realizó mediante una prueba escrita que los alumnos completaron de forma individual a lo largo de una sesión y media (1h y 30 minutos) de clase ordinaria. El objetivo de esta prueba antes de la intervención era doble: evaluar el nivel de los alumnos en cuanto a “resolución de problemas”, “cálculo” y “unidades de medida”, antes y después de la intervención para comparar resultados y poder realizar, en base a esos resultados, una división de los alumnos en tres grupos, tal y como se ha explicado ya al hablar del proyecto.

Las puntuaciones iniciales, pre-intervención, de la clase de tercero pueden verse en la gráfica incluida en el anexo (ver anexo 7). Este grupo clase tenía un nivel medio antes de la intervención dado que la mayoría de las puntuaciones se encuentran entre el cinco y el ocho, exceptuando casos puntuales que se sitúan por debajo o por encima para alguna de las tres evaluaciones.

Para el *Cálculo*, la media de las puntuaciones es 7,12. Algunos de los alumnos han tenido dificultades en resolver las divisiones del ejercicio uno puesto que las han introducido a final del primer trimestre. En la prueba de *Resolución de problemas*, la media es inferior y se sitúa en 6,8. Obviando los errores de cálculo, la mayoría se han equivocado en el cuarto problema, de comparación de aumento con diferencia desconocida y en el sexto, de grupos iguales con el todo desconocido. Por último, en la prueba de *Medida*, la media la situamos en el 6,13. En ella es donde encontramos peor resultado. Los ejercicios incluían el trabajo con unidades de peso, capacidad y longitud, tiempo y dinero. Estos ejercicios entrañan dificultades a los alumnos puesto que trabajan con conceptos abstractos que aún y serles familiares, no dominan.

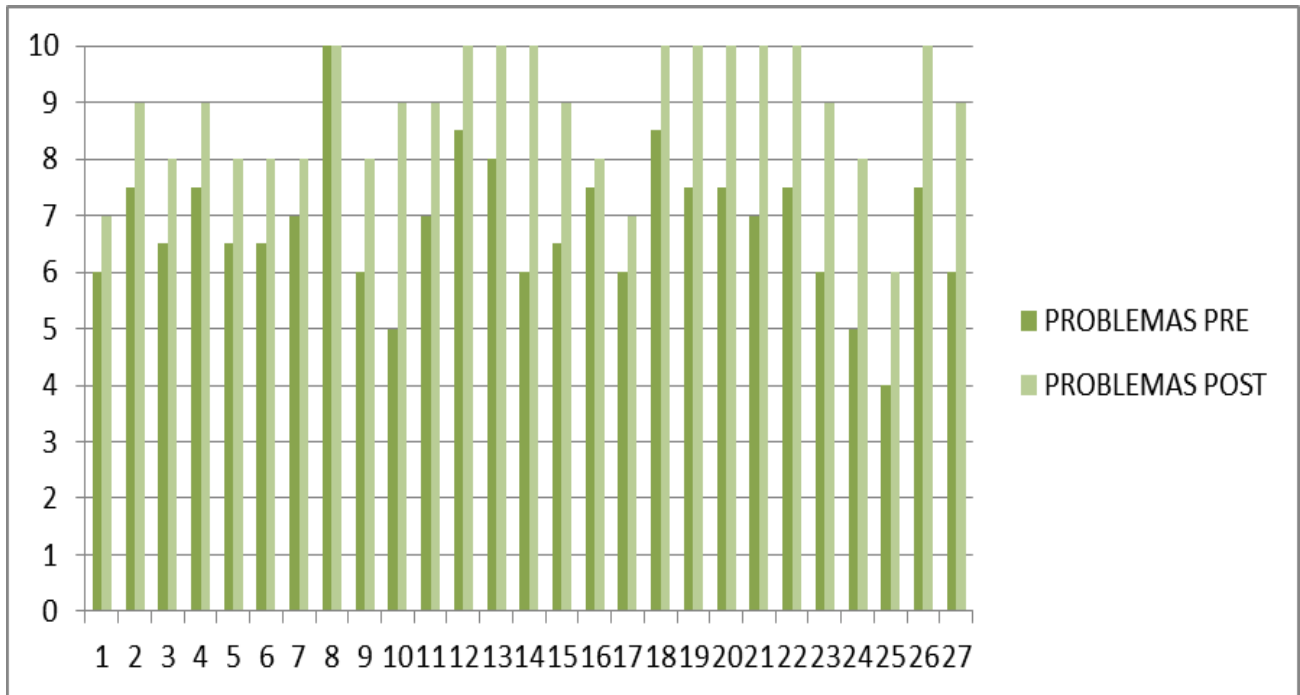
Tras la intervención observamos como los alumnos han mejorado notablemente en las pruebas y así se demuestra en las medias para cada una de ellas (ver anexo 8). En el *Cálculo*, con una media de 9,3, los pocos errores de los alumnos se deben principalmente a errores en el procedimiento o en la atención al realizar la operación: no han contado una que se llevaban en la suma, se han equivocado en las multiplicaciones, han ido rápido y han calculado de forma incorrecta las sumas y restas, etc. (Tabla 5.). Dominan las operaciones básicas y si tuvieran la costumbre de repasar todos los cálculos, seguramente la gran mayoría obtendría un 10 en la prueba. A estos, se les suman aquellos alumnos que aún no saben las tablas de multiplicar de memoria, a veces se equivocan en algún resultado y no utilizan la estrategia de suma repetida para hallar el resultado.

Tabla 5. Comparación alumnos antes y después de la intervención de cálculo 3º



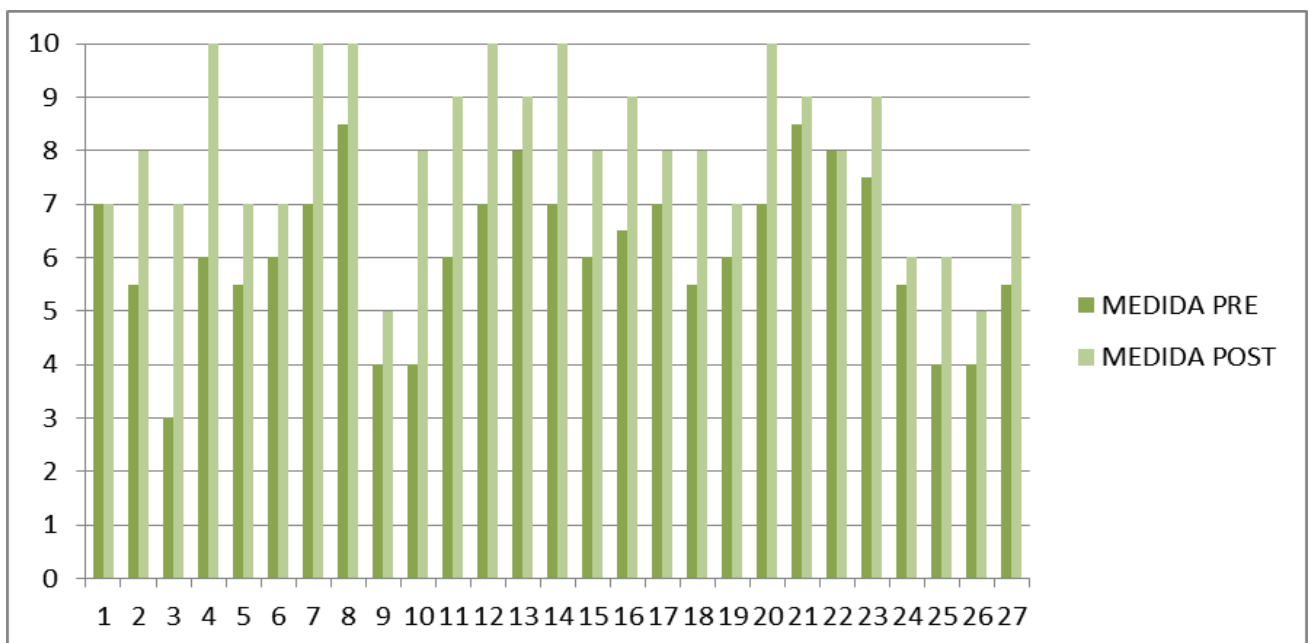
Para la *Resolución de Problemas* obtenemos una media de 8,85. La diferencia respecto a la evaluación anterior radica en que las operaciones escogidas son las adecuadas y repasan la solución dada, verificándola, observando si tiene sentido (Tabla 6).

Tabla 6. Comparación alumnos antes y después de la intervención de resolución de problemas 3º



Por último, en los problemas de *Medida*, aunque siguen habiendo errores y es en la que obtienen puntuaciones más bajas, la media de la clase también ha mejorado obteniéndose un 8. Siguen con dificultades ante los mismos ejercicios, sobre todo en el de las horas y en el cuarto, donde hay que pasar de metros a cm. No obstante, la mayoría de los alumnos han incrementado sus resultados entre uno y cuatro puntos respecto a la evaluación anterior (Tabla 7).

Tabla 7. Comparación alumnos antes y después de la intervención de medida 3º



Antes de analizar la clase de cuarto, vemos que hay una gran diferencia interindividual. Esta diferencia se observa en todas las áreas del currículo pero en matemáticas parece evidenciarse más. Mientras que hay alumnos con muy buenos resultados incluso antes de la intervención, existen otros tantos con resultados muy bajos que aún no dominan el procedimiento de algoritmos sencillos. Cabe destacar que estos alumnos no están diagnosticados con ninguna dificultad de aprendizaje pero sí que reciben atención personalizada y un refuerzo específico en esta área.

Para el *Cálculo*, la media de la clase de cuarto se sitúa en el 6,11. Al igual que sucedía para tercero, los alumnos de cuarto se han enfrentado a la división de dos cifras en esta prueba y es donde han tenido más errores. El último ejercicio también les ha supuesto dificultades a la gran mayoría. En él tenían que operar con cuartos, mitades, tercios, etc. y algunos de los alumnos confundían esto con el doble o el triple. En la *Resolución de Problemas* la media se sitúa en el 5,77. Tienen dificultades en solucionar la mayoría de los problemas por su tipología y por trabajar con más de dos datos a la vez. Por último, en los ejercicios de *Medida*, con una media de 5,63, los alumnos tienen muchas dificultades para pasar de una unidad a otra. El ejercicio que más problemas les conlleva es el cuarto y el quinto donde trabajan con fracciones (3 kg y medio, 1 kg y un cuarto, etc.). Así mismo, las horas, tanto en digital como en el de agujas, les resultan complicadas pues en catalán funcionan con cuartos de la hora siguiente (ver anexo 9).

Tras la intervención e igual que sucediese con los alumnos de tercero, los de cuarto también han mejorado los resultados de sus pruebas para los aspectos evaluados (ver anexo 10). Los alumnos se sitúan alrededor de puntuaciones notables y en el caso de cinco alumnos los ejercicios resueltos no tienen ningún tipo de error. Hay que tener en cuenta que los bajos resultados de algunos de los alumnos, con puntuaciones entre el 5 y el 6, hacen que la media del grupo se vea afectada.

En el *Cálculo*, con una media de 8,26, los ejercicios que más dificultades les han supuesto son las divisiones entre dos dígitos y de nuevo el último ejercicio, donde siguen alumnos confundiendo un tercio y el triple. El error en las divisiones se debe tanto a errores de posición de los diferentes dividendos, al salto de algún paso o al error en alguna multiplicación. En el aula hay unos tres alumnos que siguen sin saber las tablas de multiplicar y eso ha dificultado la resolución correcta de todos los ejercicios (Tabla 8).

Los *Problemas* que les supusieron más dificultades en la pre-intervención, también les han supuesto problemas en la evaluación post. Sobre todo el problema quinto donde los alumnos han de realizar dos operaciones: una multiplicación (grupo de iguales con todo desconocido) y una substracción para hallar la diferencia. La media de esta evaluación es de 8,03 y por ello se observa una gran mejora en este aspecto. Los alumnos entienden los problemas y son capaces de escoger el mejor algoritmo para hallar la solución (Tabla 9).

Tabla 8. Comparación alumnos antes y después de la intervención de cálculo 4º

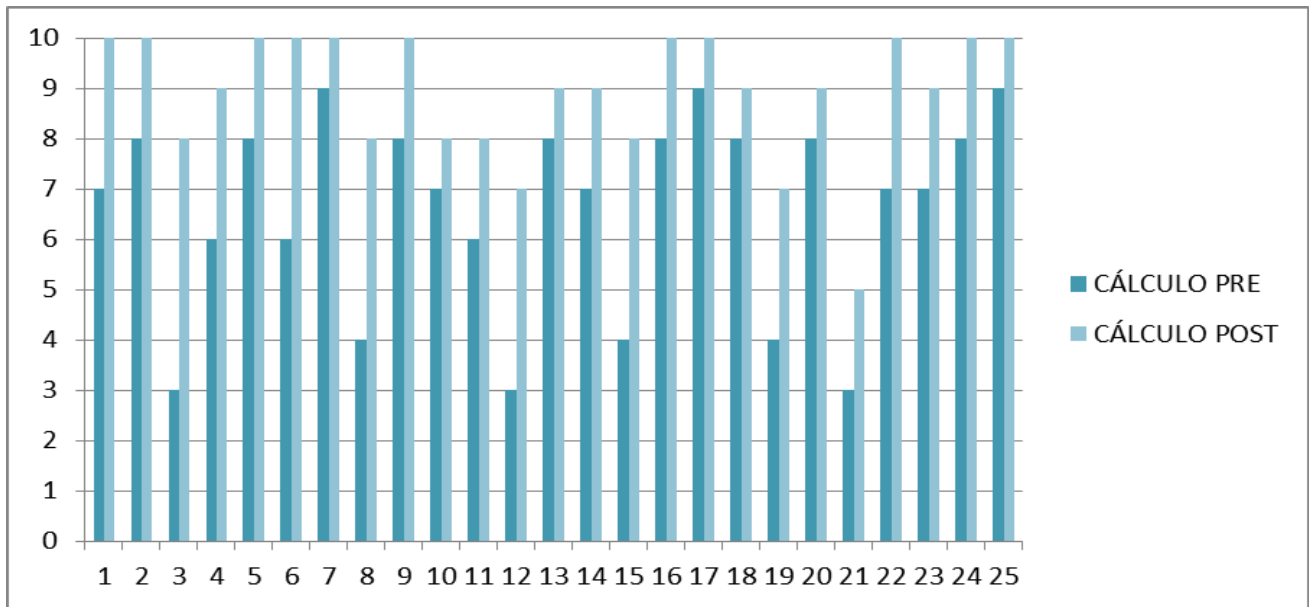
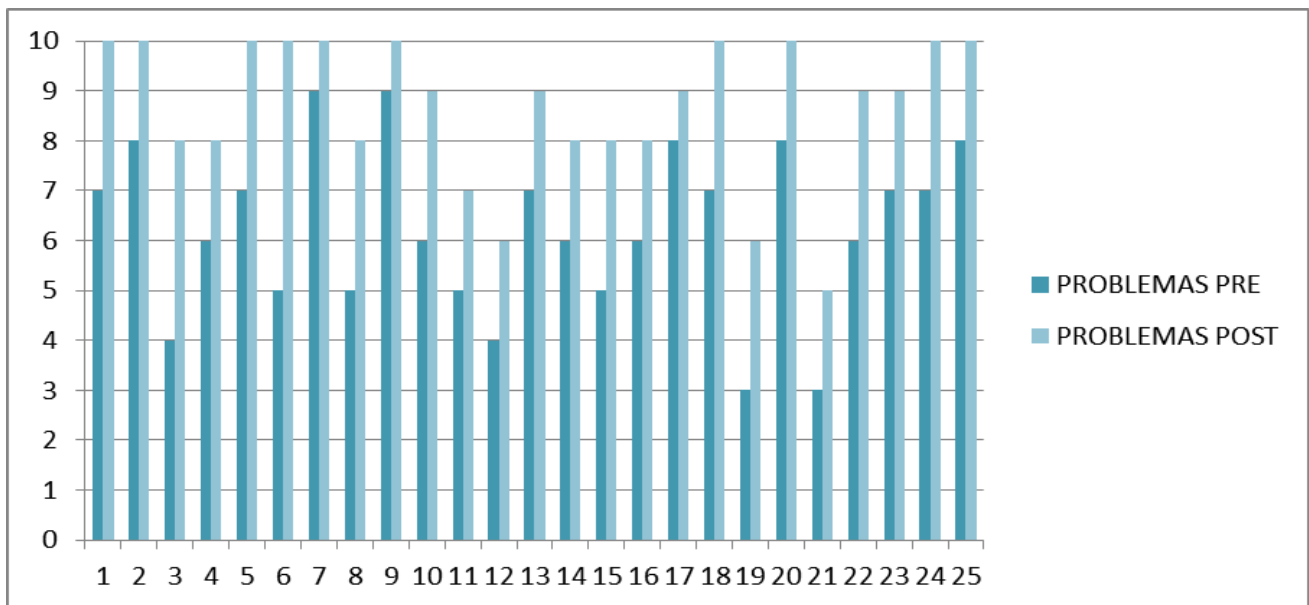
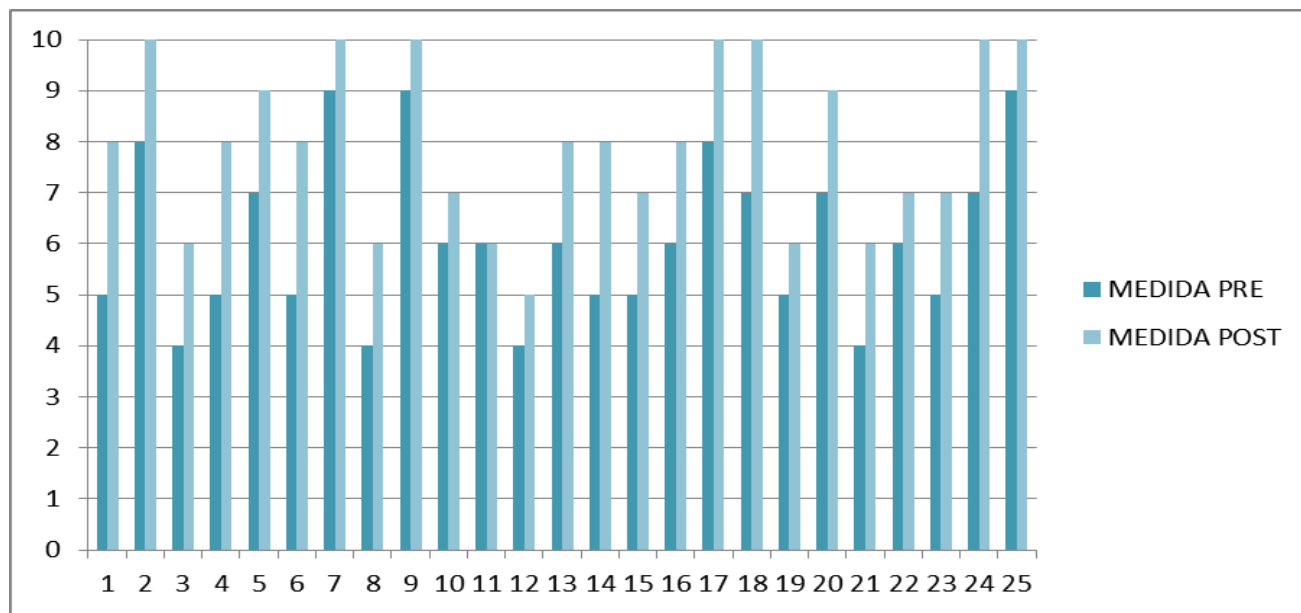


Tabla 9. Comparación alumnos antes y después de la intervención en resolución de problemas 4º



La media para los ejercicios de *Medida* es 7,26. Los alumnos siguen presentando dificultades para pasar de una unidad a otra y más aún para trabajar con conceptos partitivos como el cuarto y el medio. Al igual que pasase en la pre intervención, estos ejercicios les suponen mucha dificultad a un grupo de alumnos. No obstante, también existe una mejora notable en la comprensión de las unidades de medida y en las horas (Tabla 10).

Tabla 10. Comparación alumnos antes y después de la intervención de medida 4º



4.1.3. Análisis subjetivo de la intervención

Para evaluar qué opinaban los participantes en la intervención a cerca del proyecto y de los diferentes talleres, se realizaron una encuesta de valoración y distintas reuniones.

4.1.3.1 Profesores

Los profesores participantes en la intervención se han reunido cinco veces a lo largo de la misma. Dos antes de la misma, donde se explicó en qué consistía y se acordó qué profesor realizaría cada uno de los talleres. Otra, se realizó una vez pasada la prueba de evaluación y en ella se analizaron los resultados de los alumnos y se establecieron los tres grandes grupos. Las reuniones realizadas a lo largo del segundo y tercer trimestre con el fin de evaluar cómo se estaban desarrollando los talleres indicaron una aceptación e implicación muy positiva por parte de los alumnos.

Finalmente se llevó a cabo una reunión a modo de conclusión donde se analizaron los resultados de las pruebas finales y pudieron observarse esas mejoras que ya se habían apreciado en el desarrollo de los diferentes talleres. Pese a la evidente mejora, se han observado limitaciones que vale la pena anotar para mejorar la propia intervención y serán explicadas en el apartado de prospectiva.

Durante el desarrollo de los talleres, los maestros han pedido ayuda en caso de ser necesario, independientemente de tener o no una reunión fijada. De esta manera, se han puesto en común conocimientos, estrategias y formas de enseñar o solucionar problemas, matemáticos y también grupales, enriqueciendo la intervención.

4.1.3.2. Alumnos

La aceptación de los talleres por parte del alumnado ha sido muy positiva. Durante todo el curso, los talleres se han desarrollado con mucha implicación por parte de los alumnos y su actitud ha sido, excepto en contadas ocasiones, excelente: al llegar la hora, los alumnos se han dirigido a los

talleres que les tocaban, se han sentado con sus grupos correspondientes, han atendido, trabajado de forma cooperativa y han participado con motivación en todos los talleres.

Para recoger información acerca de la opinión de los alumnos respecto a los talleres, se les pasó una encuesta (anexo 11).

A raíz de los resultados recogidos por la misma podemos señalar que los alumnos han disfrutado de la experiencia y lo han manifestado en distintas ocasiones. Tanto la metodología utilizada, trabajo cooperativo, como la forma de presentar la tarea, a través de juegos o actividades de tipo vivencial, han conseguido presentar las matemáticas de forma distinta y motivar a los alumnos

El 75% de los alumnos creen que han mejorado mucho gracias a los talleres. Doce creen que han mejorado bastante y uno cree que ha mejorado poco. Lo que manifiestan la mayoría al hablar con ellos es que han adquirido rapidez y seguridad a la hora de resolver las distintas operaciones y también estrategias para solucionar los distintos ejercicios (mirar las palabras claves de un problema, utilizar estrategias de cálculo, etc.)

A través de la siguiente pregunta, vemos como 40 alumnos se sienten muy a gusto mientras que 8 bastante y 4 poco. Es posible que esto se deba a que sus amigos están en otro grupo, han visto un nivel de resolución de los ejercicios por parte del grupo superior o inferior al suyo o han tenido algún problema o discusión con algún compañero.

La mayoría se ha sentido a gusto en su grupo y ha trabajado muy bien. Las razones que han comentado algunos alumnos para sentirse o trabajar bastante o poco a gusto se debe a diferentes razones: no han trabajado de forma cooperativa con el grupo, han surgido problemas a la hora de trabajar, han visto un nivel de resolución de los ejercicios por parte del equipo superior o inferior al suyo, el grupo no ha repartido bien el trabajo y ellos no han hecho mucho o se han cargado de trabajo.

Los resultados indican que un 67% de los alumnos se ha sentido importante para la consecución de los diferentes objetivos de los talleres. Posiblemente, aquellos que han contestado una respuesta diferente sea por humildad o poca autoestima. También hay que valorar que algunos alumnos no son conscientes de sus habilidades y relacionan sus capacidades con los resultados obtenidos en pruebas o exámenes clásicos. Otros alumnos pueden haberse sentido poco útiles por diferentes motivos, semejantes a los que ya se han comentado para las otras gráficas tales como observar que el nivel de resolución de los ejercicios por parte del grupo superior o inferior al suyo, recibir algún comentario negativo por parte de algún compañero, responsabilizarse en exceso de los éxitos o fracasos del grupo, etc.

La última pregunta, que hacía referencia al aspecto en el que creían haber conseguido una mayor mejora, podemos ver los resultados siguientes:

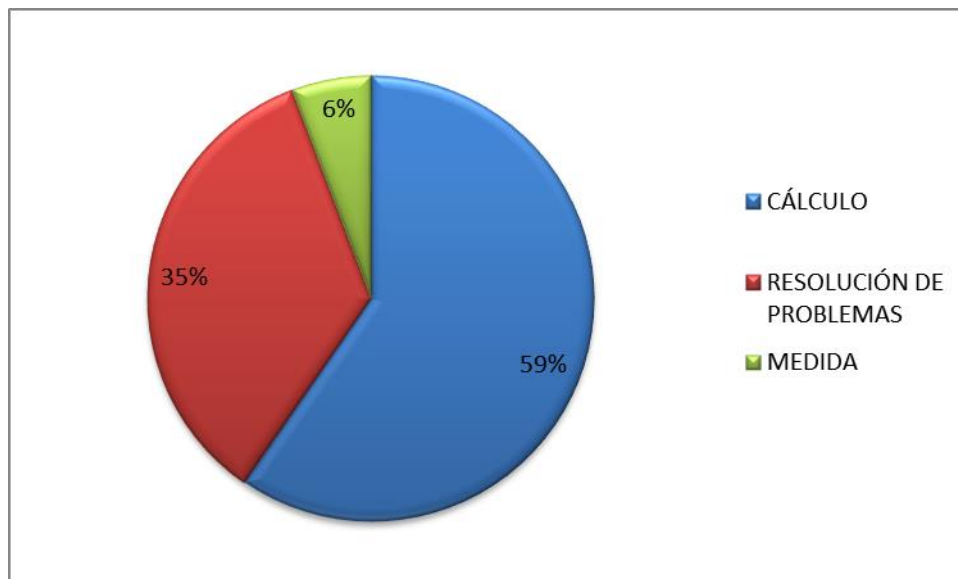


Figura 4: ¿En qué aspecto crees haber mejorado más?

En esta última gráfica circular podemos observar que los alumnos creen que han mejorado en mayor medida en el cálculo, después en la resolución de problemas y finalmente en la medida. Si bien es cierto que los alumnos han notado una mejora más acusada en lo referente al cálculo, creemos que esto no se debe solo a los talleres de este aspecto sino que es un trabajo conjunto que se ha llevado a cabo des de los demás talleres. Estos aspectos, aunque se han trabajado de forma separada, forman un conjunto interconectado dentro del área y a través de la resolución de problemas y de la medida se ha trabajado el cálculo mientras se resolvían los diferentes ejercicios; de igual forma, des de los ejercicios de medida, se han trabajado la resolución de problemas y al revés, des de la resolución, se han trabajado problemas donde los datos provenían de medidas de capacidad, longitud, peso, etc.

5. CONCLUSIONES

La escuela actual está sometida a cambios constantes de leyes, corrientes, libros y objetivos. A menudo, los valores y actitudes que fomentamos en el aula, no se corresponden con los objetivos que deberíamos promover en la misma. El entorno familiar del alumnado y del profesorado así como las condiciones sociales, cambian también. Adaptarse a todo esto y conseguir los objetivos educativos es complicado.

Objetivo general

Realizar una propuesta de intervención para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en ciclo medio a través del aprendizaje cooperativo.

Este trabajo se propuso realizar una propuesta de intervención para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través del aprendizaje cooperativo. La creencia de

que la cooperación forma parte de la naturaleza humana y de que nuestra vida se desarrolla en contacto con los demás, llevan a plantearse que en el aprendizaje, los demás también tienen mucho que ver. Erróneamente se ha propiciado un aprendizaje individual en el que entraban en juego el alumno, el docente y el contenido. La disposición de las mesas en el aula por ejemplo, es un indicador de que, a medida que avanzamos en los diferentes cursos, los profesores optan por sentar a los alumnos de forma individual o como mucho en pareja. Los trabajos en grupo, que sí que los hay, son escasos y se realizan fuera del aula, sin que el maestro sea capaz de observar las interacciones entre los miembros del grupo. Sin embargo, la sociedad a la que pertenecemos y el mundo laboral al que nos dirigimos es totalmente social y pocos son los trabajos que se desempeñan de forma individual. La educación ha de promover este tipo de aprendizajes y formas de trabajo y de hecho, se recoge esta importancia del desarrollo de hábitos de trabajo en equipo en el artículo 17 de la LOE (2006).

La elección de la asignatura de matemáticas como marco en el que intervenir mediante este tipo de aprendizaje es debido a que tanto sus contenidos como la transmisión de los mismos es algo que preocupa a los docentes y a las diferentes leyes educativas.

Objetivos específicos

A continuación se detallan los diferentes objetivos específicos y sus conclusiones.

1. *Realizar una revisión bibliográfica en torno a las bases del aprendizaje del cálculo, la resolución de problemas y los ejercicios de medida en Educación Primaria.*

Se creyó necesario que, para fundamentar la intervención en teorías e investigaciones anteriores, era imprescindible realizar una revisión bibliográfica en torno a las bases del aprendizaje del cálculo, la resolución de problemas y los ejercicios de medida en Educación Primaria.

Esta búsqueda ha permitido que los profesores participantes en el proyecto hayan sido capaces de conocer a fondo cómo funciona el aprendizaje de estos aspectos para realizar los talleres en consecuencia. Conociendo qué tipos de problemas existen y qué estrategias utilizan los alumnos en cada caso, hemos podido acercarnos a cómo aprende el alumno y proponer un tipo de aprendizaje más significativo y consecuente. Así mismo, el poder enseñar distintos algoritmos o formas de realizar los cálculos ha servido para atender a la diversidad existente en el aula. De esta forma, los alumnos han podido encontrar el mejor procedimiento de resolución adecuado a su estilo de aprendizaje y a sus habilidades.

2. *Analizar las propuestas pedagógicas basadas en la interacción y el aprendizaje entre iguales.*

La consecución de este objetivo ha sido transcendental para el desarrollo de la propuesta de intervención. El objetivo anterior, revisar la bibliografía sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, aunque necesario, trata de contenidos que son conocidos por los docentes.

Este objetivo, en cambio, se considera necesario porque a menudo se conocen en menor medida sus características, se tiene un conocimiento reducido de las mismas o incluso concepciones falsas o desconocimiento de los principios entre los maestros de primaria. Sin realizar la búsqueda de las diferentes propuestas pedagógicas basadas en el aprendizaje entre iguales, podríamos haber incurrido en numerosos errores de planteamiento de la intervención que posiblemente hubiesen concluido con diferentes resultados.

Para llevar a cabo sesiones de aprendizaje cooperativo hay que tener en cuenta que el grupo comparte material, conocimientos y estrategias. A través de estos talleres de trabajo cooperativos, los alumnos van construyendo un conocimiento común con ayuda de los compañeros y en ellos, la figura tradicional del profesor desaparece.

Por lo tanto, esta revisión ha servido para analizar las propias creencias acerca de las propuestas sobre el tema y preparar de forma adecuada los talleres, materiales y enfoques metodológicos para desarrollar las sesiones.

3. Redactar las bases del proyecto “Matiqueando”, como propuesta de intervención para la mejora en el área de matemáticas.

Toda la búsqueda de bibliografía, recogida en los objetivos anteriores, ha sido necesaria para redactar las bases del proyecto “Matiqueando”, como propuesta de intervención para la mejora en el área de matemáticas.

“Matiqueando” se ha estructurado en base a tres talleres con objetivos diferenciados pero interrelacionados, por lo que los alumnos han podido realizar un aprendizaje más significativo.

Se dividió a los alumnos en tres grandes grupos diferenciados por nivel y se creyó oportuno mezclar los alumnos en equipos integrados por niños y niñas de tercero y cuarto curso.

Así mismo, se ha procurado proponer actividades atractivas y lúdicas, que motivasen a los alumnos y que se relacionasen con la realidad externa al aula.

Dos de las características importantes del proyecto es la formación de grupos de distinto curso académico y el hecho de que la intervención se desarrolla por tres profesionales distintos. Esto nos ha obligado a realizar una preparación de los talleres estructurada y cuidadosa atendiendo a las características de cada etapa de desarrollo y con reuniones continuas entre los docentes.

Los maestros se han dejado asesorar en todo momento durante la intervención, esto ha mejorado la calidad de los talleres y de la propia intervención: han preguntado en caso de dudas sobre cómo afrontar un aprendizaje concreto por parte de un alumno o en relación al funcionamiento particular de algún grupo. Se puede decir que, en cierta manera, el grupo de profesores también ha actuado como grupo cooperativo, pues se ha creado una colaboración entre los mismos para conseguir un objetivo común, ayudándonos, aportándonos ideas y conocimientos, estrategias, etc.

Finalmente, se decidió establecer una competición entre los tres grupos con el único fin de motivar a los alumnos a mejorar en su propio aprendizaje.

Es de vital importancia tener en cuenta las características del grupo al que se dirige la intervención para conseguir unos resultados positivos y significativos.

- 4. Evidenciar si la propuesta de intervención desarrollada mejora los resultados de los alumnos en el área de matemáticas y su competencia matemática, incrementa la motivación, interés y confianza del alumno en el aprendizaje de dicha asignatura.*

Según los resultados obtenidos por las pruebas que han realizado los alumnos al finalizar la intervención y en el día a día en el aula de matemáticas (mediante respuestas orales, en ejercicios, fichas y exámenes), podemos ver como los escolares han mejorado el aprendizaje en esta área.

Los alumnos han adquirido estrategias o nuevos algoritmos para solucionar las operaciones básicas; han mejorado en la resolución de problemas matemáticos al conocer diferentes tipos de problemas y procedimientos para su resolución; y conocen mejor las unidades de medida y sus equivalencias, siendo capaces de trabajar con ellas en la propia aula y en simulaciones de contextos fuera de la ella. Además han conocido otra forma de ver las matemáticas, más lúdica y creativa, en la que no solo se ha trabajado la materia en sí, sino que trabajando de forma cooperativa, los valores han estado siempre presentes: ayuda, cooperación, respeto, empatía.

Uno de los puntos interesantes a comentar es que la interacción y el aprendizaje cooperativo se ha producido entre alumnos de distinto curso (3º y 4º). Lejos de convertirse en una limitación, esta ha sido productivo para ambos grupos. Mientras que los más pequeños han aprendido algoritmos matemáticos y procedimientos propios del curso siguiente, como por ejemplo la multiplicación de dos cifras, los más mayores, de cuarto, han repasado estrategias y algoritmos sencillos que quizás ya habían olvidado, como por ejemplo las divisiones más sencillas.

Las causas que han llevado a esta mejora han sido diversas y en ella han contribuido todos los participantes en la intervención: profesores y alumnos.

Estos último, los alumnos, se han implicado mucho en los talleres y su motivación ha sido un elemento clave. Han participado, aprendido, colaborado y han demostrado, sesión a sesión, lo aprendido.

Quizás, dentro de los objetivos que pretendía conseguir el proyecto “Matiqueando”, los más destacables pertenezcan al grupo de los aspectos sociales. La mejora en matemáticas es evidente, tal y como se ha comentado anteriormente y se ha visto en las pruebas de nivel de matemáticas. Sin embargo, se ha visto un cambio en las actitudes tanto a nivel intrapersonal como interpersonal.

Por un lado, los alumnos han adquirido autoconfianza y mayor seguridad al realizar los distintos procedimientos que requiere la asignatura. Esto se ha podido observar en una mayor participación tanto en los talleres como en las clases ordinarias de matemáticas.

A nivel interpersonal cabe destacar los lazos de unión entre la mayoría de grupos. Todos y cada uno de ellos ha tenido momentos en los que ha tenido que ser líder de su grupo, otro en el que ha tenido que ser ayudado, otro en el que una idea suya no era la correcta, otro en el que su habilidad ha

hecho mejorar el trabajo final, etc. Pero ante cualquiera de estas situaciones, su grupo ha estado allí para ayudarlo, apoyarlo o seguirlo.

Lo más importante es que esta forma de trabajar ha trascendido más allá de la hora de “Matiqueando”. Los alumnos han aprendido estrategias de trabajo que han puesto en práctica en otras asignaturas: modular la voz, aceptar las ideas de los demás, sugerir propuestas, aceptar las críticas y las ayudas, etc. Además fuera de las aulas, también se ha notado este cambio de actitud ya que en el colegio objeto de intervención, al ser tan solo de una línea, los alumnos de ciclo medio se enfrentan en los partidos de fútbol o básquet durante el recreo. Es un momento en el que a menudo aparecen conflictos entre las clases (faltas no pitadas, goles que no valen, errores en el conteo de goles, etc.). Estos problemas se han visto disminuidos y los alumnos han sido capaces de solucionar los pequeños conflictos surgidos durante dichos partidos, incluso defendían a sus compañeros de equipo de “Matiqueando” si alguien les increpaba.

Por todo lo anteriormente expuesto, se acuerda entre los maestros de Ciclo Medio y el Equipo Directivo del Centro, implantar “Matiqueando” el curso 2013 – 2014 con las mejoras y modificaciones expuestas en el siguiente apartado.

6. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA

Esta propuesta de intervención ha sido realizada para un grupo concreto de alumnos de ciclo medio en una escuela de una línea por curso. Aunque valoramos positivamente la intervención realizada y ha conseguido el objetivo propuesto, existen variables a tener en cuenta para una posterior implantación del proyecto o la realización del mismo en otra escuela.

El mezclar alumnos de tercero y cuarto ha resultado positivo para nuestra propuesta de intervención pero a su vez, los grupos para el proyecto han tenido que hacerse teniendo en cuenta el nivel en el área de matemáticas. En un inicio, la idea de hacer los grupos lo más heterogéneos posible se disipó ante la dificultad de aunar en un mismo equipo alumnos muy buenos de cuarto con alumnos con dificultades de tercero, dado que la diferencia en cuanto a las capacidades y razonamiento, serían difícilmente asumibles por alumnos tan pequeños que no están acostumbrados a trabajar de esta forma. Así mismo, la tarea de preparar actividades enmarcadas entre ambos cursos, que supusiese un reto asequible a unos y otros ha sido algo complicado para el docente. Es por ello que puede ser interesante que, en escuelas de dos líneas, esta propuesta se desarrolle con alumnos de un mismo curso, creando grupos heterogéneos pero del mismo nivel educativo.

El trabajar de forma cooperativa no es sencillo y lo es menos aún con alumnos que pocas veces se han visto abocados a este tipo de metodología. En un inicio mantener el tono adecuado, respetar a los compañeros, ser capaz de aceptar una idea, etc. fue complicado para algunos alumnos y surgieron los primeros conflictos. A medida que se fue mediando en ellos, tanto profesores como los propios alumnos del grupo con más habilidades sociales y empatía, estos fueron disminuyendo.

Es importante que este tipo de metodología se lleve a cabo en más de una signatura en el aula puesto que así los alumnos adquieren más estrategias de trabajo.

En el marco teórico se expuso la importancia de que, para favorecer la interdependencia positiva entre los miembros, se llevara a cabo una repartición de roles. En nuestra propuesta no se contempló esta repartición de papeles entre los miembros de los equipos y es importante subrayar su importancia. Relacionándolo con lo anterior, los alumnos que no están acostumbrados a este tipo de metodología y dependiendo de su personalidad, encuentran más o menos dificultades en el trabajo cooperativo. Los alumnos que presentan más dificultad son aquellos más tímidos pues no se atreven a sugerir sus ideas o defenderlas ante los demás, no preguntan ante la duda y les resulta complicado si no hay algún otro alumno que se percata de ello e intenta introducirlo poco a poco en el grupo. Hasta que no se sienta a gusto en él y pierda esa falta de confianza, no se verá capacitado para participar al mismo nivel que los compañeros de equipo.

Lo mismo le sucede a los alumnos con baja autoestima: no se creen capaces de intervenir por sentirse menos capaces que sus compañeros o incluso por el miedo a poderse equivocar.

Por último, es destacable comentar el tema del espacio. La escuela objeto de intervención es pequeña y antigua. Ha sido difícil organizar los tres grupos en los espacios adecuados para el desarrollo de la actividad sin estorbar a otro grupo o clase. Para que los alumnos pudiesen trabajar cómodamente, hemos tenido que modificar el mobiliario de las aulas o acudir a clases donde las mesas ya están dispuestas de esa forma. Gracias a una buena planificación, tal y como ya se ha comentado, se han solventado los problemas de espacio. No obstante, es un aspecto a tener en cuenta antes de la implantación de este proyecto. De igual forma que sucediese con el espacio, hay que tener en cuenta el material necesario para desarrollar el taller. Si es un material compartido, como puede ser el uso de los ordenadores, habrá que cuadrar horarios y distribuir el material para que se puedan llevar a cabo las sesiones haciendo uso de los recursos necesarios sin entorpecer a los demás grupos.

Antes de poner en práctica un proyecto de este tipo, vale la pena tener en cuenta las limitaciones a las que se hacía referencia en el apartado de “Beneficios e inconvenientes”. Una buena preparación por parte del profesorado, una buena evaluación atendiendo a las características de la metodología, el apoyo de familias y profesorado y atender a los ritmos de aprendizaje diferentes de los alumnos son aspectos que no hay que descuidar. Quizás sea importante, si se decide llevar a cabo un proyecto así, plantearlo a modo de formación para los docentes interesados en realizar este tipo de metodologías.

El respeto hacia las opiniones de los demás, intentar que cada alumno sepa qué puede aportar al trabajo grupal y demostrar cómo pueden ayudar a sus iguales son aspectos a trabajar antes y durante el aprendizaje cooperativo. El lema que no se ha de perder de vista a lo largo de todo el proceso, independientemente de la materia a trabajar, es el de mantenernos unidos para conseguir nuestros propósitos.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bermejo, V. (coordinador) (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid: Editorial CCS.
- Callejo, M. (1994). *Un Club Matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- Castro, E. (editor) (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis Educación.
- Coll, C. (1998). *Psicología de la instrucción*. Barcelona: UOC
- De la Cerda, M. (2013). *Per una pedagogia d'ajuda entre iguals. Reflexions i pràctiques*. Barcelona: Graó.
- De la Rosa, J.M (2007). *Didáctica para la resolución de problemas*. Recuperado de <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc03/competencias/mates/primaria/Did%20ctica%20para%20la%20Resoluci%20de%20Problemas%20Jose%20de%20la%20Rosa.pdf>
- Díaz, M. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, v. 45. pp. 33 – 41. Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/45/Articulo03.pdf>.
- Gavilán, P. (2001). *Aprendizaje Cooperativo en Matemáticas en el Nivel de Educación Secundaria Obligatoria. Proceso Global de Aprendizaje*. Tesis doctoral, UNED.
- Gavilán, P. y Sánchez, R., (2010). *Aprendizaje cooperativo. Una metodología con futuro. Principios y aplicaciones*. Madrid: Editorial CCS.
- Gómez - Chacón, I.M. (1998). *Matemáticas y contexto. Enfoques y estrategias para el aula*. Madrid: Narcea.
- Gómez, A. (1991). Las Matemáticas y el Proceso Educativo. En Gutiérrez, R., A. (Ed). *Área de conocimiento Didáctica de la Matemática*. (pp. 59 – 104). Madrid: Síntesis.
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2003). *Medida y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf
- Gutiérrez, A. (2009). *Medida de Magnitudes*. Material no publicado. Recuperado el 16 de Julio del 2013 de http://www.uv.es/gutierre/archivos1/magisterio/Medida_MD.pdf

- Hernández, J. y Socas M. (1994). *Modelos de competencia para la Resolución de Problemas basados en los sistemas de representación en matemáticas*. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/o82-090.pdf>
- Huguet, T. (2006). *Aprender juntos a l'aula*. Barcelona: Graó.
- Iborra, C. A e Izquierdo, A. M (2009). ¿Cómo afrontar la evaluación del aprendizaje colaborativo? Una propuesta valorando el proceso, el contenido y el producto de la actividad grupal. *Revista General de Información y Documentación*, Vol. 20 (2010) 221-241. Recuperado de <http://revistas.ucm.es/index.php/RGID/article/view/RGID1010110221A/9030>.
- Johnson, Johnson y Holubec (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de *Educación*. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo del 2006.
- Lobato, F. (1998). *El trabajo en grupo: aprendizaje cooperativo en Secundaria*. Universidad País Vasco. Servicio Editorial. Bilbao.
- Maza, C. (1991). *Sumar y restar*. Madrid: Visor.
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Puig y Cerdán (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Pujolàs, P. (2008). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Graó.
- Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria.
- Rué, J. (1998). El aula: un espacio para la cooperación. En Mir, C. (Coord.). *Cooperar en la escuela. La responsabilidad de educar para la democracia*. (pp. 17 - 51). Barcelona: Graó.
- Santaló, L. (1985). *Educació matemàtica, avui*. Barcelona: Teide.
- Scagnoli, N. (2005). *Estrategias para motivar el aprendizaje colaborativo en cursos a distancia*. Material no publicado. Recuperado el 20 de Mayo del 2013 de: <http://repositorio.cucea.udg.mx/jspui/bitstream/123456789/65/1/aprendizaje-colaborativo-scagnoli.pdf>.
- Shaffer, D. (2007). *Psicología del desarrollo: infancia y adolescencia*. Madrid: Thomson Learning

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Tomás, M. (1990). *Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria. Estudio de dificultades y propuesta didáctica*. Recuperado de <http://ddd.uab.es/pub/educar/0211819Xn17p119.pdf>

8. BIBLIOGRAFÍA

Bacardit, A., Duran, D. (2011). Buscant l'origen i emprant l'aprenentatge cooperatiu a l'aula. En *Guix*, nº 379, 47-62. Recuperado de [http://grupsderecerca.uab.cat/grai/sites/grupsderecerca.uab.cat/grai/files/Bacardit%20i%20Duran%20\(2011\).pdf](http://grupsderecerca.uab.cat/grai/sites/grupsderecerca.uab.cat/grai/files/Bacardit%20i%20Duran%20(2011).pdf)

Bernardo, J. (editor), Javaloyes, J.J. y Calderero, J.F. (2008). *Cómo personalizar la educación*. Madrid: Narcea.

Coronel, M. y Curotto, M. (2008) La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanzas de las Ciencias*, vol. 7, nº 2. Recuperado de http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART11_Vol7_N2.pdf

Pozo, J.I., Pérez, M.P., Domínguez, J., Gómez, M.A. y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana - Aula XXI. Recuperado de http://penjamo.homeunix.org/docum/2012-2013/trayectos%20formativos/segunda%20etapa/materiales/SEP210264%20RIEB%20Mod%203/Bloque%20VIII/Lecturas%20Complemetarias/la_solucion_de_problemas_pozo.pdf

Pujolàs, P. (2004). *Aprender juntos alumnos diferentes. Els equips d'aprenentatge cooperatiu a l'aula*. Vic: Eumo.

Solé, I. y Coll, C. (1995). *El Constructivismo en el Aula*. Barcelona: Editorial Graó.

9. ANEXOS

Anexo 1: Prueba evaluación nivel tercero

NOM: _____ DATA: _____

1. Col·loca els nombres i calcula.

$289 + 107$ $43 + 21 + 130$

$1747 - 986$ $5926 - 3178$

$432 : 6$ $6475 : 7$

2. Multiplica.

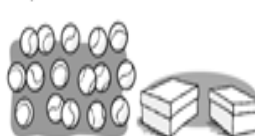
$6 \cdot 5 =$ $7 \cdot 8 =$ $3 \cdot 5 =$
 $3 \cdot 9 =$ $5 \cdot 7 =$ $2 \cdot 3 =$
 $9 \cdot 6 =$ $8 \cdot 4 =$ $4 \cdot 2 =$
 $2 \cdot 7 =$ $6 \cdot 3 =$ $8 \cdot 6 =$
 $4 \cdot 3 =$ $7 \cdot 4 =$ $9 \cdot 9 =$

3. Col·loca els nombres i multiplica.

$343 \cdot 2$ $132 \cdot 3$


$2281 \cdot 6$ $852 \cdot 4$

4. Reparteix:



A cada caixa hi ha _____

$\square \div \square = \square$



A cada peixera hi ha _____

Llegeix i resol el problema.

1. Avui han anat a la piscina 453 homes i 460 dones. Quantes persones han anat avui a la piscina en total?

Solució: _____

2. En una botiga hi ha 324 corbates blaves, 128 corbates vermelles i 31 corbates verdes. Quantes corbates hi ha en total?

Solució: _____

3. En un taller de costura han de fer 230 pantalons. Ja n'han fet 164. Quants pantalons els queden per cosir?

Solució: _____

4. L'Alicia té a la seva biblioteca 86 llibres i el Carles en té 42. Quants llibres té l'Alicia més que el Carles?

Solució: _____

5. Fa un mes la Sílvia tenia 24 estrelles de colors. Ara en té 2 vegades més. Quantes estrelles de colors té ara la Sílvia?

Solució: _____

6. El Lluís té 4 caixes amb 12 pintures cada una. Quantes pintures té el Lluís en total?

Solució: _____

7. En un quiosc hi ha 45 revistes de còctels i 38 revistes de moda. Aquesta tarda han venut 29 revistes. Quantes revistes queden al quiosc?

Solució: _____


8. El David ha sembrat 2 fileres amb 14 plantes de mongetes cada una i una filera amb 25 plantes de tomàquets. Quantes plantes ha sembrat el David?

Solució: _____


1. Acoloreix.

blau recipients en els quals cap més d'1 l.

vermell recipients en els quals cap menys d'1 l.




2. Observa les balances i escriu més o menys.



• Els plats pesen _____ d'1 kg.
 • Les pinyes pesen _____ d'1 kg.

3. Pinta les monedes i els bitllets necessaris per formar la quantitat que s'indica.

6 euros i 11 cèntims




4. Completa.

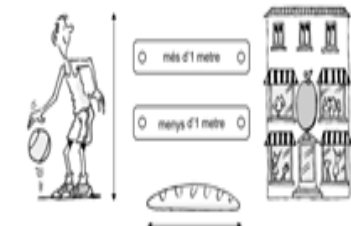
• 1 m = _____ cm. • 6 m = _____ cm.
 • 3 m = _____ cm. • 8 m = _____ cm.

5. Observa l'hora que marca cada rellotge i dibuixa les agulles.

$7:00$ $9:00$ $11:30$



6. Relaciona.



més d'1 metre
 menys d'1 metre

7. Mira el calendari i contesta.

GENER

Di	Du	Di	Di	Du	Di	
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

• A quin mes correspon aquest full del calendari? _____
 • Quants dies té? _____
 • Quants dies hi ha? _____
 • Quin dia de la setmana és el 8 de gener? _____

Anexo 2: Prueba evaluación nivel de cuarto

NOM: _____ **DATA:** _____

1. Col·loca els nombres i suma'ls.

$67.342 + 1.274$ $85 + 1.704 + 338$

2. Resta i fes la prova.

$7.639 - 3.802$ $65.236 - 2.094$

3. Calcula.

El doble $\cdot 78 \rightarrow$ _____ $\cdot 31 \rightarrow$ _____

$\cdot 624 \rightarrow$ _____ $\cdot 223 \rightarrow$ _____

$\cdot 1.214 \rightarrow$ _____ $\cdot 4.100 \rightarrow$ _____

4. Col·loca els nombres i calcula.

$329 \cdot 5$ $2.593 \cdot 7$

5. Calcula i fes la prova. Després, encercla les divisions exactes.

$48 : 4$ $266 : 7$

$1.384 : 6$ $5952 : 38$

$6372 : 75$ $5.750 : 42$

6. Calcula.

- La meitat de 4 \rightarrow _____
- La meitat de 36 \rightarrow _____
- Un terç de 9 \rightarrow _____
- Un terç de 21 \rightarrow _____
- Un quart de 8 \rightarrow _____
- Un quart de 24 \rightarrow _____

Llegeix i resol.

1. Al magatzem d'un taller hi havia 136 rodes. Avui hi han portat 94 rodes noves. Quantes rodes hi ha al magatzem?

Solució: _____

2. A un viatge s'han apuntat 243 persones. Ja han pagat el viatge 128 persones. Quantes persones no l'han pagat?

Solució: _____

3. En Daniel tenia 138 cromos. N'ha donat 43 a la seva germana Elena i 31 al seu cosí Ramon. Quants cromos li queden, a en Daniel?

Solució: _____

4. La Rosa ha comprat 6 caixes de gelats. A cada caixa hi ha 32 gelats. Quants gelats hi ha en total?

Solució: _____

5. L'Anna ha encarregat 3 safates de 24 pastissets cada una. 38 són de crema i la resta, de nata. Quants pastissets de nata hi ha?

Solució: _____

6. En Victor té 130 euros estalviats a la guardiola i el seu germà en té el doble. Quants diners tenen estalviats entre tots dos?

Solució: _____

7. En Carles i els seus quatre germans han anat a dinar a un restaurant. El dinar els ha costat 615 euros en total. Quant ha de pagar cada un dels cinc germans?

Solució: _____

8. L'Àlba ha fet 27 entrepans de permí. Se n'ha quedat 3 i la resta els ha repartit en parts iguals entre 6 amics. Quants entrepans ha donat a cadascú?

Solució: _____

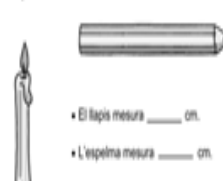
1. Llegeix i relaciona.

decímetre \rightarrow dm igual a 1.000 metres

quilòmetre \rightarrow m igual a 10 centímetres

metre \rightarrow km igual a 100 centímetres

2. Mesura i completa.



• El llapis mesura _____ cm.

• L'espelma mesura _____ cm.

3. Completa.

$\cdot 1 \text{ m} \rightarrow$ _____ dm $\cdot 1 \text{ m} \rightarrow$ _____ cm

$\cdot 3 \text{ m} \rightarrow$ _____ dm $\cdot 4 \text{ m} \rightarrow$ _____ cm

$\cdot 29 \text{ m} \rightarrow$ _____ dm $\cdot 35 \text{ m} \rightarrow$ _____ cm


4. Quants grams són? Calcula.


$\cdot 3$ quilos i mig \rightarrow _____ g $\cdot 1$ quilo \rightarrow 1.000 g

$\cdot 1$ quilo i quart \rightarrow _____ g \cdot mig quilo \rightarrow 500 g

$\cdot 2$ quilos i mig \rightarrow _____ g \cdot quart de quilo \rightarrow 250 g

5. Encercla la mesura que et sembla més adequada.

 \rightarrow 1 quart de litre \rightarrow 6 litres

 \rightarrow 5 litres \rightarrow mig litre

6. Relaciona els rellotges que marquen la mateixa hora.

$2:15$ $17:15$ $29:30$


7. Representa en els rellotges digitals les hores que s'indiquen.

Les 5 de la tarda \rightarrow _____

Un quart d'11 de la nit \rightarrow _____

Dos quarts de 9 del matí \rightarrow _____

8. Compta i calcula quants diners hi ha en cada cas.




euros \rightarrow $50 + \dots + \dots + \dots = \dots \text{€}$

céntims \rightarrow _____ + _____ = _____ céntims

• En total hi ha \rightarrow _____ € i _____ céntims = _____ €.

9. Quants céntims falten per tenir 1 euro? Calcula i escriu.



Solució: _____

Anexo 3: Carta de MaTiKs a los alumnos

HOLA
ESQUIROLS =
ROSSINYOLS!!!

Sóc en **MATIKS**



i durant aquest curs us acompanyaré als tallers de “Matiqueando”. Sabeu de què van aquests tallers? Segur que alguna idea teniu però per explicar-vos-ho millor, hauríeu de venir amb mi a la sala d’audiovisuals...no esteu impacients?? Jo sí!

Anexo 4: Muestra de actividad de cálculo

VIAJAMOS POR EL MUNDO

Descripción de la actividad: En este taller, los alumnos conocerán distintos algoritmos para las operaciones básicas (dos de cada). El profesor presenta la tarjeta de cada algoritmo al grupo y cada equipo intenta averiguar cómo se lleva a cabo (pasos y procedimientos). Si tienen alguna idea la explican ante todos. Si no encuentran el procedimiento, el profesor lo explicará en la pizarra y pone algunos ejemplos más. Al final se propone una operación de cada tipo y los equipos intentan resolverla siguiendo los pasos del nuevo algoritmo. Para hacer esta actividad más atractiva, se ha asociado un país – continente a cada tipo de operación.

Puntuación: 10 por cada ejercicio correcto. El maestro evaluará el trabajo grupal (formulario de observación estructurada) pudiendo conseguir un máximo de 125 puntos por equipo.

Materiales y espacios: Se realizará en el aula y se necesitan las tarjetas adjuntas imprimidas y ampliadas.

A Rússia, la multiplicació la fem així!

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 13 \\ \hline 105 \\ 350 \\ \hline 455 \end{array}$$

A l'Àfrica sumem així!

$$\begin{array}{r} 2387 \\ + 1535 \\ \hline 3922 \end{array}$$

Al Japó, multipliquem així!

Què et sembla aquesta divisió?

6	3	8	4	8		
		-6	4		8	
6	3	2	0	4		
		-3	2			
6	0	0	0	7		
		-5	6			
		4	0	0	5	
		4	0			
0	0	0	0	7	9	8
M	C	D	U	C	D	U

A Mèxic, restem així!

$$\begin{array}{r} 720 \\ - 573 \\ \hline 147 \end{array}$$

700 - 500 = 200
20 - 70 = -50
0 - 3 = -3
200 - 50 = 150
150 - 3 = 147

Els esquimals dividim així de bé!

		3	2	8	Cociente
	1	9	6	8	Dividendo
		-1	8		
			1	6	
			-1	2	
				4	8
				-4	8
					Resto
					0

1986:6. Cociente: 329. Resto: 0

A la Índia sumem així, fixa-t'hi!

			M	C	D	U
+				7	8	9
C	5	1	2			
D	9		1	7		
U	6				1	5
			1	3	8	5

Mira com restem a Hawaii!

	8	4	9
-	4	7	3
	4	4	9
-		7	3
	3	7	9
-			3
	3	7	6

Anexo 5: Muestra de actividad de resolución de problemas

¡A COMPRAR!

Descripción de la actividad: En la siguiente actividad se recrea un mercado en el patio o en la clase. Los alumnos hacen durante 20 minutos de tenderos y durante 20 de compradores. Existen dos tiendas: una de fruta y verdura y la otra de carne y pescado. Los alumnos que realizan la actividad de comprar tienen que solucionar las actividades que se les encomiendan: hacer un

menú, calcular precios, etc. Los tenderos han de vender, calcular el importe de la compra, devolver bien el cambio y llevar a cabo el inventario.

Puntuación: 80 puntos si son capaces de llevar a cabo una actividad correcta. El maestro evaluará el trabajo grupal (formulario de observación estructurada) pudiendo conseguir un máximo de 125 puntos por equipo.

Materiales y espacios: En el aula o patio, espacio amplio. Hoja de tendero y hoja de vendedor. Dinero de juguete (cada equipo comprador dispone de 70€).

FRUETA E PEIX

Tot l'equip de _____ prepareu un sopar amb un pressupost de 70€.

1er plat: AMANIDA DE L'HORT

Pensa com a màxim 5 ingredients i completa la taula:

PRODUCTE	QUANTITAT	PREU UNITAT	PREU TOTAL

2on plat: PEIX

PRODUCTE	QUANTITAT	PREU UNITAT	PREU TOTAL

Quants diners us heu gastat?

Quants diners us han sobrat?

Si cada un paga els mateixos diners, quant pagueu cada membre de l'equip?

CARN E VERDURES

Tot l'equip de _____ prepareu un sopar amb un pressupost de 70€.

1er plat: CARN

PRODUCTE	QUANTITAT	PREU UNITAT	PREU TOTAL

Postre: FRUITA

Pensa un màxim de 5 fruites per fer una macedònia

PRODUCTE	QUANTITAT	PREU UNITAT	PREU TOTAL

Quants diners us heu gastat?

Quants diners us han sobrat?

Si cada un paga els mateixos diners, quant pagueu cada membre de l'equip?

EQUIP:

--

INVENTARI GENERAL			
PRODUCTE	Nº peces	PREU unitat	PREU total
TOTAL			

Anexo 6: Muestra de actividad de medida

MEDIMOS TODOS JUNTOS

Descripción de la actividad: Este taller está formado por talleres prácticos relacionados con las diferentes unidades de medida. Cada grupo realizará un taller en el que puede estar entre 10 y 15 minutos. Al pasar el tiempo, el profesor avisará del cambio de actividad. El profesor corregirá las fichas al final, indicando dónde está el error en el caso de que lo haya.

Puntuación: 10 por cada ejercicio correcto. El maestro evaluará el trabajo grupal (formulario de observación estructurada) pudiendo conseguir un máximo de 125 puntos por equipo.

Materiales y espacios: Cronómetro, cinta métrica (tipo costurera), báscula y probeta. Se realizará en el aula.

1... 2 ... 3... JA!



Material: 1 cronòmetre i ... l'embarbussament!
Llegiu cadascú l'embarbussament i cronometreu!

Una ovella, serella, merella, llanuda, llanada, del cap fins als peus peluda, cap i coronada tenia sis corderets serells, merells, llanuts, llanats, del cap fins als peus peluts, cap i coronats. Si la ovella no haguera sigut serella, merella, llanuda, llanada, del cap fins als peus peluda, cap i coronada, els seus corderets no haurien sigut serells, merells, llanuts, llanats, del cap fins als peus peluts, cap i coronats.

Nom	Temps
Total	

Pregunta 1: Quant heu tardat entre tots?

Pregunta 2: Quants segons?

Pregunta 3: Quants segons de diferència hi ha entre el primer i l'últim?

Pregunta 4: Quant trigarà a llegir 10 vegades l'embarbussament el més lent?

Prenem mides

Material: 1 cinta mètrica
Mesurem mitja pista.



Pregunta 1: Quant mesuraria tota la pista?

Pregunta 2: Passa el resultat a cm.

Pregunta 3: Quants metres i centímetres farem si recorrem la pista 4 vegades?

Pregunta 4: Si hem tardat 5 minuts en fer 10 voltes, quant tardaríem a fer 1 volta? I 100?

Capacitat



Material: 1 proveta de 100 ml i una proveta d'1 litre i aigua

Pregunta 1: Quantes provetes de 100 ml hauré d'omplir per aconseguir 1 litre d'aigua?

Pregunta 2: Quants mil·lilitres hi ha en 5 provetes?

Pregunta 3: Si necessito 2 litres d'aigua quants mil·lilitres tindrè? Quantes provetes necessitaré?

Pregunta 4: Si ens hem de repartir el litre d'aigua entre tots, quants mil·lilitres tocaran a cadascú?

Però... que pesats!

Material: 1 balança.



Pesem-nos d'un en un i anoteu el resultat a la taula.

Nom	Pes
Total	

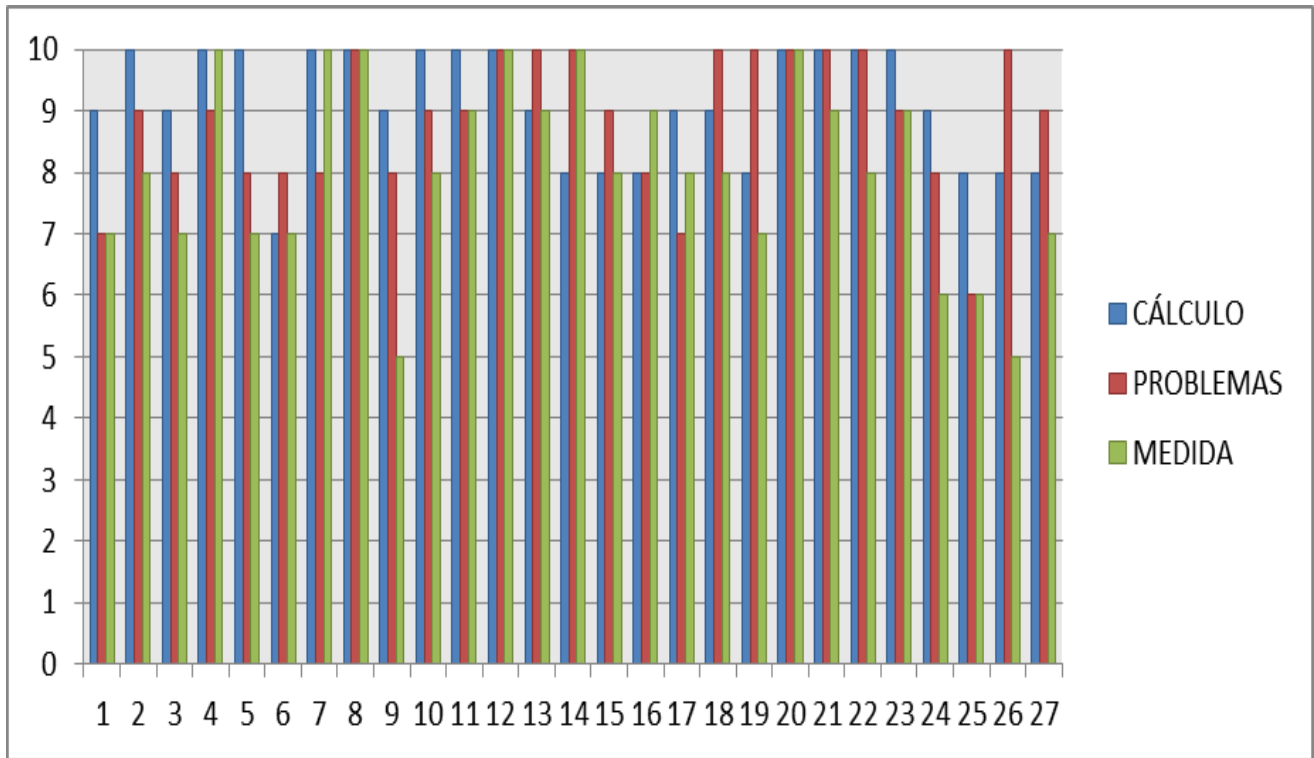
Pregunta 1: Sumeu els resultats.

Pregunta 2: Quina diferència hi ha entre el que pesa més i el que pesa menys?

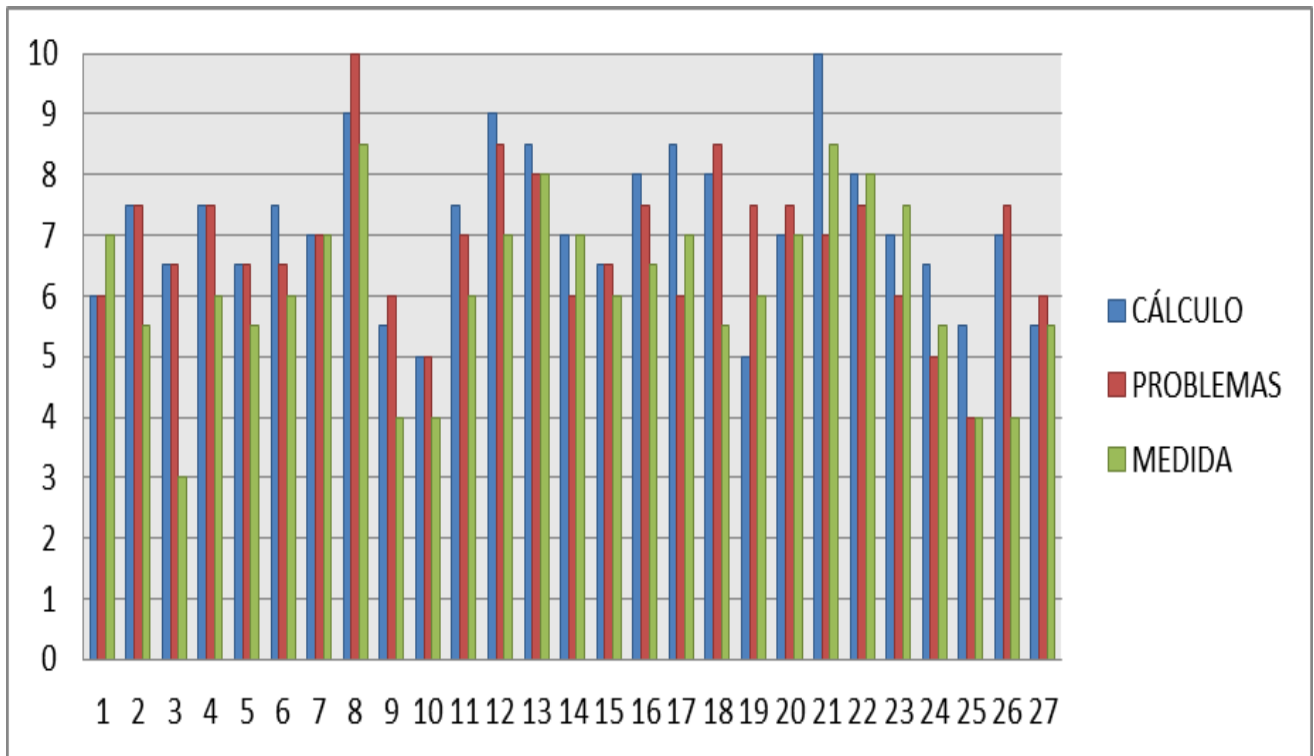
Pregunta 3: Passeu a grams el resultat de la suma de tots.

Pregunta 4: Podríeu anar en un carretó que pot portar 150 kg. En sobren o en falten?

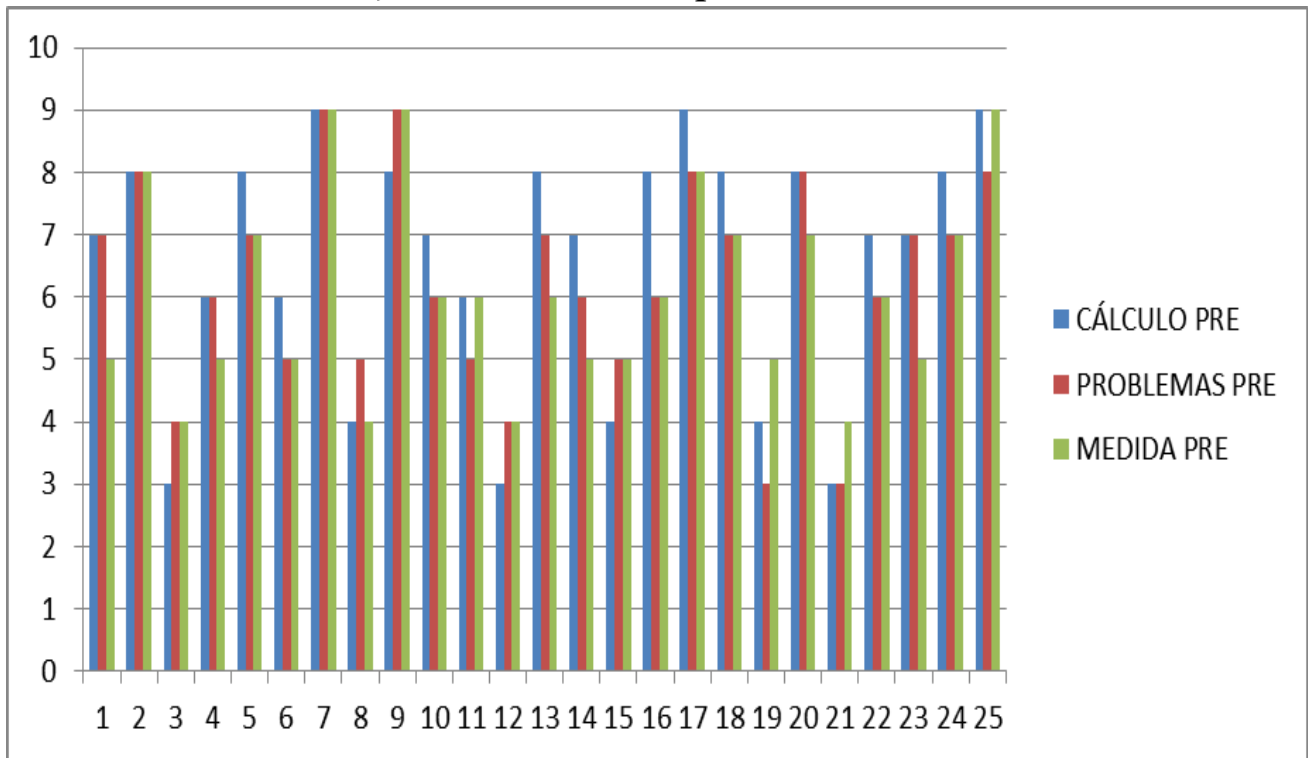
Anexo 7: Gráfica resultados pre-evaluación tercero



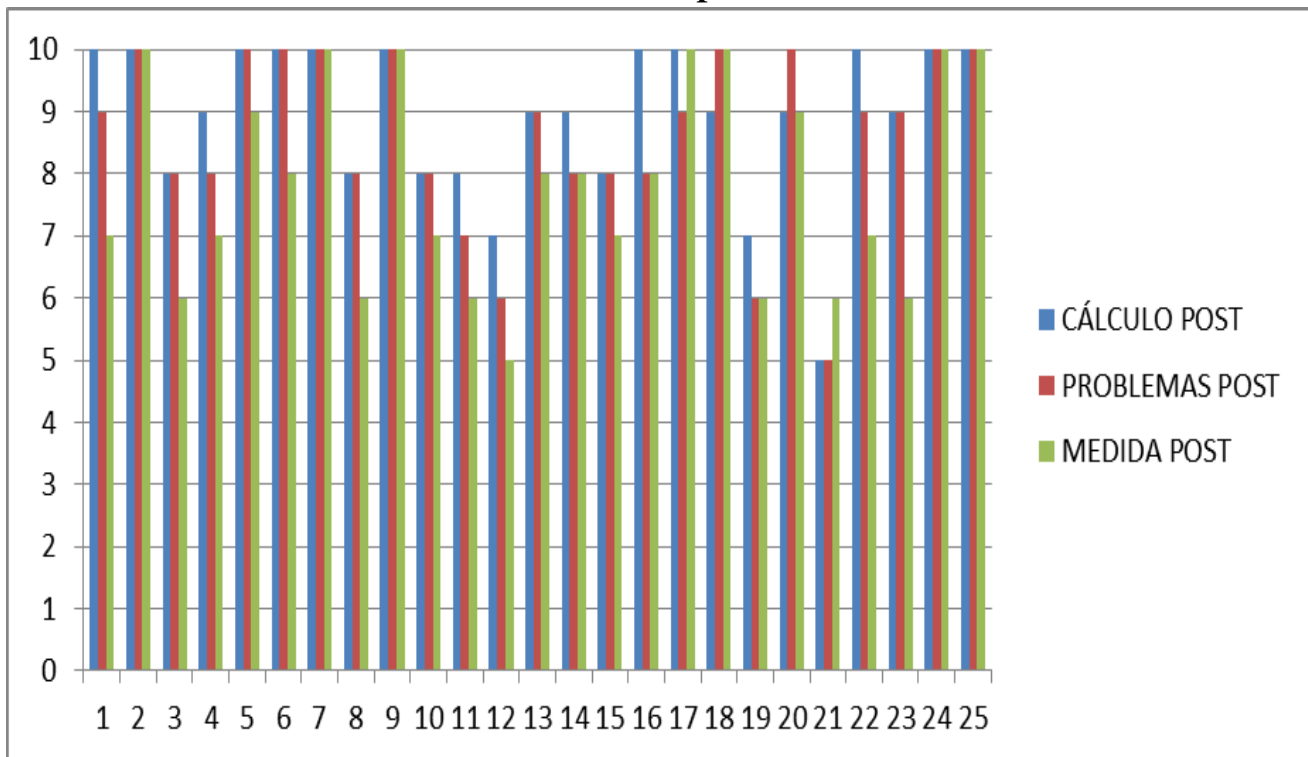
Anexo 8: Gráfica resultados post-evaluación tercero



Anexo 9: Gráfica resultados pre-evaluación cuarto



Anexo 10: Gráfica resultados post-evaluación cuarto



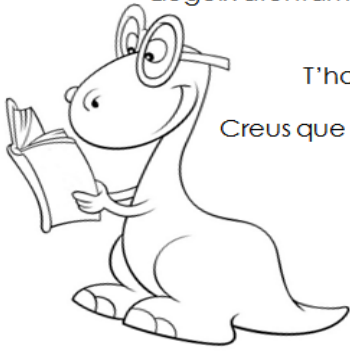
Anexo 11: Encuesta de valoración de los alumnos

NOM:

GRUP GRAN:

EQUIP:

A continuació tens unes preguntes sobre els tallers de mates "Matiqueando".
Llegeix atentament i respon:



- T'han agradat els tallers de matemàtiques?
- Creus que has millorat en l'àrea de matemàtiques gràcies als tallers?
- T'has sentit a gust en el teu grup?
- T'has sentit a gust en el teu equip?
- Has treballat bé amb el teu grup?
- Creus que per al teu grup has estat important?

MOLT	POC	GENS

Marca amb una creu en allò que creguis que has millorat més:

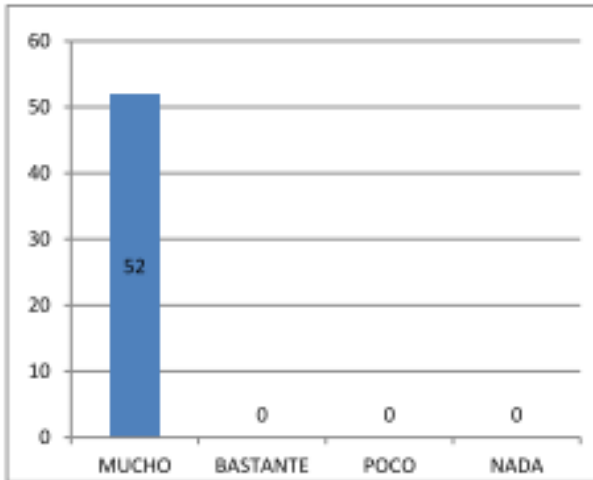
RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

CÀLCUL

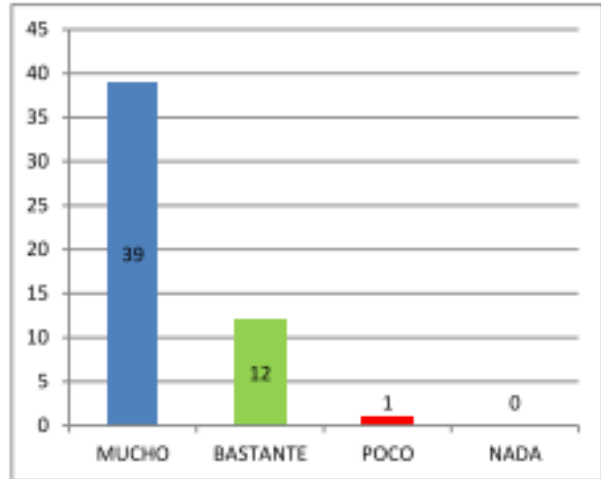
UNITATS DE MESURA

Anexo 12: Gráfica resultados de la encuesta de valoración

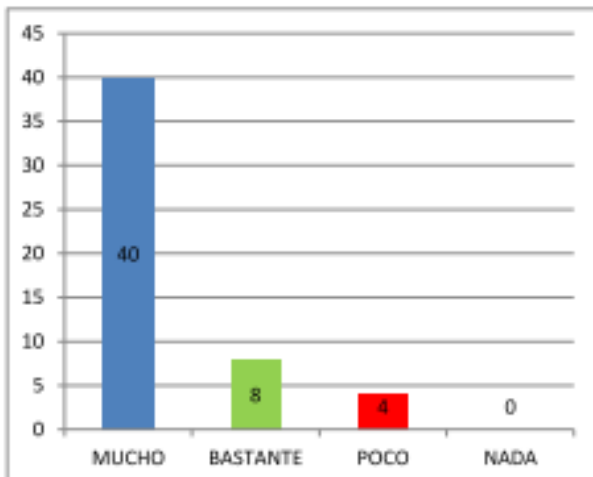
¿Te han gustado los talleres de matemáticas?



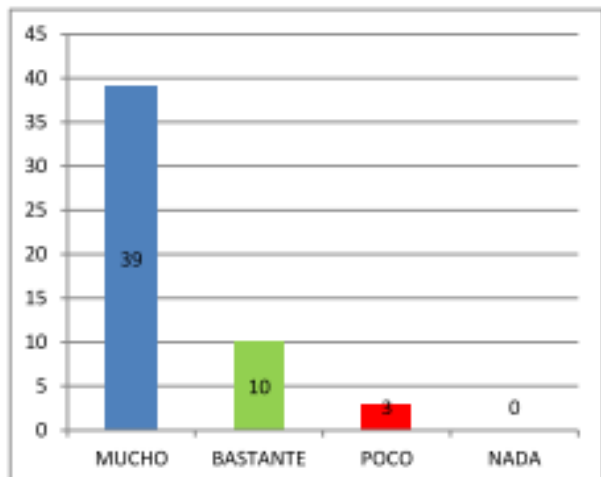
¿Crees que has mejorado en el área de matemáticas gracias a los talleres?



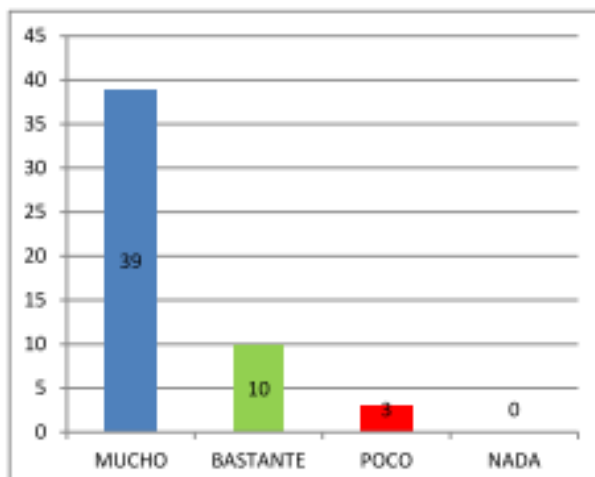
¿Te has sentido a gusto en tu grupo?



¿Te has sentido a gusto en tu equipo?



¿Has trabajado bien con tu grupo?



¿Crees que para tu grupo has sido importante?

