



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Resolver problemas de
matemáticas en 2º primaria.

Propuesta de Intervención

Trabajo fin de grado presentado por: Marta Hermoso de Mendoza de Domínguez de Vidaurreta
Titulación: Grado de Maestro en Educación Primaria
Línea de investigación: Propuesta de Intervención
Directora: Blanca Arteaga Martínez

Mendigorría (Navarra)
26 de Octubre de 2012
Firmado por: Marta Hermoso de Mendoza

CATEGORÍA TESAURO: 1.1.8. Métodos pedagógicos

RESUMEN:

La siguiente propuesta se centra en la resolución de problemas matemáticos en niños de 2º de primaria. Pretende abarcar un estilo de enseñanza-aprendizaje donde reine la concordancia entre el alumno y profesor, siendo el alumno el centro de toda propuesta, habilitando un clima de trabajo cómodo donde pueda expresar sus reacciones emocionales en el transcurso de su práctica, valorando sus habilidades y capacidades de trabajo y aprendiendo de sus errores sin dejar a parte el aprendizaje significativo. Los alumnos aprenderán a utilizar distintas estrategias para enfrentarse a situaciones donde solucionar problemas que le servirán para la vida real.

PALABRAS CLAVE: matemáticas, problemas, autoevaluación, resolución, primaria

Índice

ÍNDICE.....	2
ÍNDICE DE TABLAS.....	4
ÍNDICE DE FIGURAS.....	5
INTRODUCCIÓN.....	6
JUSTIFICACIÓN PERSONAL.....	6
OBJETIVOS.....	7
MARCO TEÓRICO.....	8
DEFINICIÓN DE PROBLEMA.....	8
CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS.....	9
LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	14
DISTINCIÓN ENTRE EJERCICIO Y PROBLEMA.....	18
FASES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	20
MATEMATIZACIÓN.....	23
ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	24
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y CREATIVIDAD.....	29
MARCO METODOLÓGICO.....	32
TIPO DE PROPUESTA.....	32
DESARROLLO EVOLUTIVO DEL ALUMNO ENTORNO A LAS MATEMÁTICAS.....	33
PUESTA EN PRÁCTICA.....	33
CRONOGRAMA.....	35
PRINCIPIOS ORIENTADORES.....	36
METODOLOGÍA.....	37
EVALUACIÓN.....	38
SESIONES DE TRABAJO.....	41
EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA.....	49
CONCLUSIONES.....	51
LIMITACIONES.....	52
PROSPECTIVA.....	53
RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS.....	54
BIBLIOGRAFÍA.....	57
ANEXO 1.....	58
ANEXO 2.....	59
ANEXO 3.....	60

ANEXO 4.....	61
ANEXO 5.....	62
ANEXO 6.....	63
ANEXO 7.....	64

Índice de tablas

TABLA 1. CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS. ECHENIQUE (2006, P. 30)	11
TABLA 2. POSIBILIDADES DE PROBLEMAS DE CAMBIO	12
TABLA 3. POSIBILIDADES DE PROBLEMAS DE COMBINACIÓN	12
TABLA 4. POSIBILIDADES DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN	12
TABLA 5. POSIBILIDADES DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN	13
TABLA 6. VARIABLES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN KULM (1979).....	14
TABLA 7. DIFERENCIAS MÁS IMPORTANTES ENTRE EJERCICIO Y PROBLEMA.....	19
TABLA 8. COMPARACIÓN DE LAS FASES PARA RESOLVER PROBLEMAS	22
TABLA 9. MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL	23
TABLA 10. MATEMATIZACIÓN VERTICAL.....	23
TABLA 11. CLASES DE ESTRATEGIAS SEGÚN MIRANDA (2003).....	25
TABLA 12. MODELOS DE WOODS Y COOLS.....	26
TABLA 13. MODELOS DE GROEN Y PARKMAN	27
TABLA 14. TIPOS DE ESTRATEGIAS SEGÚN LUCEÑO (1999)	27
TABLA 15. HORARIO DE CLASES.....	35
TABLA 16. ACTIVIDADES POR SESIONES.....	36

Índice de figuras

FIGURA 1. CARACTERÍSTICAS DE LA CONDUCTA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (ELABORADO A PARTIR DE CASTILLO, 2010)	16
FIGURA 2. FINES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (ELABORADO A PARTIR DE GONZÁLEZ, 2009)	17
FIGURA 3. FASES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	22
FIGURA 4. RELACIÓN ENTRE MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL Y LA VERTICAL (LÓPEZ, 2010, P. 227).....	24
FIGURA 5. ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN SCHOENFELD (ELABORADA A PARTIR DE HEBER, 2004, PP.12-13)	28
FIGURA 6. ESQUEMA PARA PROBLEMAS (EXTRAÍDA DE ECHENIQUE, 2006, P. 63)	29
FIGURA 7. INSTRUMENTO DE SEÑALES DEL PROFESOR	34
FIGURA 8. MAPA DE HUMOR (INSTRUMENTO PARA LA AUTOREGULACIÓN DE LAS REACCIONES EMOCIONALES). GÓMEZ-CHACÓN (1998, P.63).....	40
FIGURA 9. EJEMPLO DE IMAGEN. FOMENTO CENTROS DE ENSEÑANZA (2008, P.12) ..	46

La enseñanza no es una ciencia, es un arte. Si la enseñanza fuera una ciencia que habría una mejor manera de enseñar y todos tendríamos que enseñar así. Dado que la enseñanza no es una ciencia, no hay una gran libertad y la posibilidad tanto por las diferencias personales. ... déjame decirte cuál es mi idea de la enseñanza es. Tal vez el primer punto, que es ampliamente aceptado, es que la enseñanza debe ser activa, o más bien de aprendizaje activo. ... el punto principal en la enseñanza de las matemáticas es el desarrollo de las tácticas de la resolución de problemas. (George Polya)

Introducción

"Resolver un problema significa encontrar un camino apropiado para cruzar un hueco"

Hayes (1981)

Justificación personal

El siguiente trabajo es una propuesta de intervención destinada a alumnos de 2º de Educación Primaria. Me he decantado por el área de las matemáticas y más en particular por la resolución de problemas porque como bien indica la OCDE (2003), es importante resolver problemas matemáticos basados en la vida real, con el propósito de que después los alumnos se enfrenten a ellos en la vida cotidiana.

- ¿Por qué la elección de este tema?

La matemática ha tenido históricamente un papel difícil, debido a la dificultad de comprensión de la misma.

Hoy en día, la resolución de problemas está muy relacionada con la activación de procesos mentales como la creatividad y curiosidad (López, 2002, citado en Abrantes y otros, 2002). Es una competencia donde se ponen de manifiesto distintas destrezas como: la comprensión, comunicación, cálculo, entre otras. Como bien afirma Polya (1965), estas habilidades de la persona ayudan a utilizar la adquisición de conocimientos para solucionar acciones de la vida cercana y no tan cercana del sujeto.

- ¿Por qué es importante saber enfrentarse a un problema matemático y elegir el camino adecuado para resolverlo?

Cuando nos enfrentamos a un problema tanto matemático como de la vida real, lo importante no es obtener la solución inmediata, sino el camino que lleva hacia ella.

La habilidad para resolver problemas es una de las habilidades básicas que los alumnos deben tener a lo largo de la vida, y deben saber usarla cuando finalizan la etapa escolar obligatoria. Es una habilidad con una característica particular: se puede enseñar, por tanto todos podemos aprenderla.

Por eso, y según cita García (s.f.), la resolución de problemas debe tratarse dentro de una clase de matemáticas como:

- Objetivo general
- Herramienta pedagógica
- Actividad fundamental

Debemos facilitar al alumno, herramientas y pautas generales y específicas de resolución de problemas que les permitan enfrentarse a ellos sin miedo y con cierta garantía de éxito. Por eso hay que saber y contar con que debe tratarse de una práctica

integrada dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, entendiéndola como una metodología, que incluye contenidos específicos de área.

Siguiendo con lo anterior sobre la importancia de los problemas en matemáticas, cabe destacar que su aprendizaje no se consigue de un día para otro, sino con la práctica constante de los mismos. Debemos ser conscientes del trabajo que supone su desarrollo y lo costoso del proceso, para ello tenemos que ofrecer al alumno situaciones y experiencias que les permitan utilizar sus conocimientos fuera de los límites del colegio (García, s.f.).

A modo de resumen y acorde con todo lo anterior señalado, se debe perseguir la consecución de un aprendizaje significativo donde el profesor es el mediador entre los conocimientos de sus alumnos y el saber que ya poseen. Según Ferreiro (2007), el maestro como mediador, debe monitorear las actividades de los alumnos, para poder ofrecer de esta manera, la ayuda necesaria. Si el trabajo transcurre adecuadamente según lo previsto, no interrumpe, solo observa, pasea por alrededor y en silencio. También puede indicar el tiempo que queda para terminar la actividad. Como futura maestra, pretendo que para los alumnos sea un reto el resolver problemas matemáticos y he introducirlo como un aspecto lúdico, que refuerce su autoestima y aprendan a autoevaluarse de una manera crítica, por eso, el presente proyecto se ciñe a conseguir estos objetivos.

Objetivos

Los objetivos que se plantean en este trabajo se dividen en dos tipos:

OBJETIVO GENERAL

- Plantear una intervención de aula para mejorar la competencia matemática desde la resolución de problemas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar una propuesta, con la intención de promover el interés por las matemáticas en los alumnos de Educación Primaria.
- Realizar una revisión bibliográfica entorno al concepto de “problema”.
- Revisar las clasificaciones aportadas por los distintos autores referidas a las tipologías de problemas.
- Estudiar las fases que se plantean en la resolución de problemas.

Marco teórico

Definición de problema

Para centrar este trabajo, sería adecuado comenzar por definir que es un problema. Hay muchos autores que han trabajado este aspecto y dentro de aportar puntos y visiones distintas, una gran mayoría coinciden en que un problema es una situación con dificultades que para resolverlas no hay soluciones obvias.

Polya (1965, citado Coronel y Curotto, 2008, p. 464), define problema como una “situación que necesita la búsqueda de una acción adecuada para lograr un objetivo claro no alcanzable de forma inmediata”. Unos años más tarde, Newell y Simon (1972, citado en Castillo, 2010, p.45), consideran que “un individuo se enfrenta a un problema cuando desea algo y sin saber las estrategias que debe utilizar para alcanzar la meta”.

Para Krulik y Rudnik (1980, citado en Martínez, 2010), un problema es una situación cuantitativa o de otro tipo, a la que se enfrenta un sujeto o un grupo, que pide una solución, y para la cual el resto de sujetos implicados, no encuentran un camino adecuado y obvio que conduzca a dicha solución.

Al hilo de la definición anterior, para Lester (1983, citado en Ortiz, 2001) un problema es una tarea para la cual el grupo o el sujeto necesitan encontrar una solución; no existe un procedimiento “x” que lo de por supuesto el grupo o el sujeto debe hacer un intento para encontrarla.

Para estos autores un problema es una situación en la que se quiere conseguir una meta y el sujeto no tiene un método inmediato para alcanzarla.

Unos años más tarde, Campistrous y Rizo (1996, citado en Castillo, 2010, p.45), explican un problema como:

Toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación.

Según Díaz y Poblete (2001, p.35), “un problema implica una situación que supone una meta para ser alcanzada, pero existen obstáculos para alcanzar el objetivo, con lo cuál requiere de una deliberación ya que requiere del algoritmo útil para resolverlo”. Estos autores se refieren en su definición a un problema de la vida cotidiana.

"Los problemas de matemáticas son tareas para aplicar reglas aprendidas, por tanto, se pueden resolver fácilmente en pocos pasos", esta afirmación viene de Frank (1988, citado en Echenique, 2006, p. 10). Este autor con su definición recalca que debe haber unos conocimientos previos para poder afrontar la resolución de un problema, de ahí la gran labor del profesor, de conseguir que los alumnos cuenten con estos medios.

Después de haber resaltado varias definiciones de problema, planteamos como síntesis que un problema es una situación la cual requiere una solución a través de estrategias útiles. Todas las definiciones son consideradas como válidas desde la perspectiva de sus autores y hemos de darles importancia.

Como resumen y haciendo una síntesis propia de las diferentes definiciones, podemos considerar un problema como una situación cercana o externa a la vida del sujeto, desconocida, que le supone poner en marcha factores para llegar a la solución y que desea superar.

Una vez que hemos dado un punto de partida a la definición de problema, podemos pasar a tratar los distintos tipos de problemas que existen desde perspectivas de distintos autores.

Clasificación de problemas

Es importante saber qué criterios de clasificación existen para poder llevar a cabo una correcta resolución de problemas matemáticos. A continuación aparecen algunos autores destacando la clasificación que consideran.

Según González (2009), no existe una única clasificación de problemas matemáticos.

Los criterios de clasificación según González (2009, p. 5) son:

- **Ámbito** en que se realizan: escolares o fuera del entorno del colegio como pueden ser: casa, trabajo, etc.
- **Estructura**: según la posición (cantidad, formato, ...) de la información.
- **Presentación**: según si el tipo de enunciado sea o no verbal. Los problemas de enunciado verbal se diferencian por:
 1. Su estructura semántica: con significados dentro del contexto a que se refiere el enunciado.
 2. Su estructura sintáctica: de acuerdo al sentido gramatical y lógico del enunciado.
- **Solución**: según el número posible de soluciones, o sin solución.
- **Proceso de resolución**.
- **Otros**: de investigación, aplicados, etc.

Bermejo (1990), hace una clasificación centrándose en cuatro tipos de problemas (citado en Proyecto Cifras, s.f., pp. 1-4).

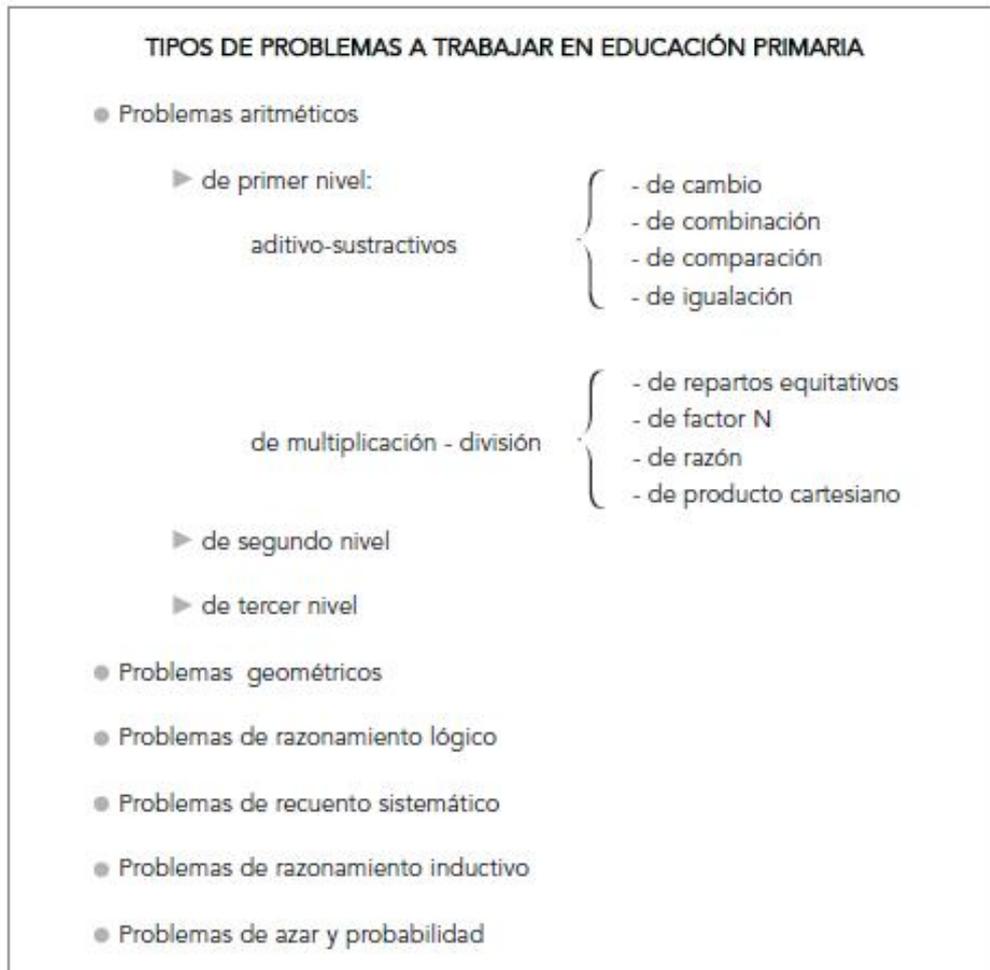
- Problemas de cambio (de adición y sustracción). Para llegar al resultado deseado, es modificada una cantidad inicial por otra.
- Problemas de combinación (de adición). Para conseguir el resultado, en primer lugar, se unen dos cantidades.
- Problemas de comparación. Generalmente existe una comparación de las cantidades presentes en el problema, con la fórmula “más que” o “menos que”, por ello implica un aumento o disminución.
- Problemas de igualación. Se realiza un aumento o disminución para modificar una de las dos cantidades, con el fin de igualarlas.

Polya (1965) nos aporta una clasificación en la que distingue entre los problemas por resolver y los problemas por demostrar, basada más que en la tipología propia del problema en la forma pedagógica de abordar su resolución.

Para Carrillo (1995) existen siete tipos en cuanto a la clasificación de los problemas: “ejercicios, problemas, problemas como problemas, problemas con institucionalización de los aprendizajes, problemas con heurísticos, problemas con reflexión y problemas con observación”.

Echenique (2006) hace la siguiente clasificación:

Tabla 1. Clasificación de problemas. Echenique (2006, p. 30)



En primer lugar Echenique define que son problemas aritméticos como aquellos que presentan en sus enunciados, datos como cantidades estableciendo relaciones de modo cuantitativo, haciendo referencia en sus preguntas a una o varias cantidades, siendo necesario el desarrollo de operaciones aritméticas para resolver el problema. La clasificación de estos problemas es de primer, segundo o tercer nivel, como se refleja en la tabla 1, que representa el número de operaciones que hacen falta para llegar a su solución y el origen de los datos que aparecen. Más concretamente, los problemas aritméticos aditivos-sustractivos son los que llegan a la solución por medio de la adición o la sustracción. En las siguientes tablas la “x” representa los datos expuestos en el enunciado y la “?” la incógnita que debemos resolver.

Según como se plantee el enunciado pueden ser:

- Problemas de cambio

En los enunciados de este tipo de problemas hay una secuencia temporal manifestada en los tiempos verbales del texto. Se comienza con una cantidad C_i , que se modifica en

el tiempo, hasta llegar a la cantidad final Cf. La siguiente tabla expresa las distintas casuísticas que se dan en los problemas de cambio.

Tabla 2. Posibilidades de problemas de cambio

	Modificación	Cf	Ci crece	Ci decrece	Operación
Cambio 1	x	x	?	x	+
Cambio 2	x	x	?	x	-
Cambio 3	x	?	x	x	-
Cambio 4	x	?	x	x	-
Cambio 5	?	x	x	x	-
Cambio 6	?	x	x	x	+

Extraída de Echenique, 2006, p. 31

- Problemas de combinación

Los enunciados cuentan con dos conjuntos P1 y P2, que si se juntan forma el todo T. La pregunta referente al problema corresponde a una de las partes o del todo.

Las combinaciones que pueden ocurrir son:

Tabla 3. Posibilidades de problemas de combinación

	P1	P2	T	Operación
Combinar 1	x	x	?	+
Combinar 2	x	?	x	-

Extraída de Echenique, 2006, p. 32

- Problemas de comparación

Problemas en que se da una comparación entre dos cantidades a través de una comparativa de superioridad (más que...) o de inferioridad (menos que...).. Lo que expresa el enunciado hace referencia a la cantidad Cr, la cantidad comparada (Cc) o a la diferencia (D) entre ambas cantidades. El siguiente cuadro resumen especifica las diversas variantes:

Tabla 4. Posibilidades de problemas de comparación

	Cr	D	Cc	Más que	Menos que	Operación
Comparar 1	x	x	?	x		+
Comparar 2	x	x	?		x	-
Comparar 3	x	?	x	x		-
Comparar 4	x	?	x		x	-
Comparar 5	?	x	x	x		-
Comparar 6	?	x	x		x	+

Extraída de Echenique, 2006, p. 33

- Problemas de igualación

El enunciado aparece “tantos como”, “igual que”, etc. como comparativos de igualdad. Una cantidad Cr se modifica creciendo o disminuyendo D para llegar a Cc que es otra cantidad, es decir, se dan problemas de cambio y de comparación. El cuadro siguiente explica las distintas posibilidades que pueden aparecer en problemas de este tipo:

Tabla 5. Posibilidades de problemas de igualación

	Cr	D	Cc	Cr crece	Cr decrece	Operación
Igualar 1	x	x	?	x		+
Igualar 2	x	x	?		x	-
Igualar 3	x	?	x	x		-
Igualar 4	x	?	x		x	-
Igualar 5	?	x	x	x		-
Igualar 6	?	x	x		x	+

Extraída de Echenique, 2006, p. 33

Borasi (1986, citado en Contreras, 1998) es un autor importante en cuanto a la clasificación de problemas, porque los divide según ejercicios: problemas verbales, enigmas, prueba de una conjetura, problemas del mundo real, situaciones problemáticas, construyendo diferencias según el contexto, la clase de fórmulas necesarias, las soluciones y los métodos para realizarlos.

En relación con el área de matemáticas, Blanco (1993, citado en Contreras, 1998) distingue una serie de actividades en las cuales se encuadran distintos tipos de problemas. Estas actividades son:

- 1) Ejercicios de reconocimiento.
- 2) Ejercicios algorítmicos o de repetición.
- 3) Problemas de traducción simple o compleja.
- 4) Problemas de procesos.
- 5) Problemas sobre situaciones reales.
- 6) Problemas de investigación matemática.
- 7) Problemas de puzzles.
- 8) Historias matemáticas.

Anteriormente hemos hecho referencia a clasificación de problemas según el punto de vista de varios autores. Como el tema de esta propuesta es la resolución de problemas, hemos considerado esencial, citar a Kulm (1979, en Hernández y Socas, 1994) que creo

una clasificación estableciendo 4 tipos de variables que influyen en la resolución de problemas, aspecto que trataremos a posteriori en este trabajo.

Tabla 6. Variables en la resolución de problemas según Kulm (1979)

VARIABLE SINTÁCTICA →	Se refiere al análisis del enunciado de su estructura gramatical y complejidad
VARIABLE DE CONTENIDO Y DE CONTEXTO →	Abarcan todos los aspectos semánticos
VARIABLE DE LA ESTRUCTURA →	Engloban la representación del problemas y los procedimientos algorítmicos
VARIABLE DE LA CONDUCTA HEURÍSTICA →	Aplicación y consecución de los de los procesos heurísticos del problema

Elaborada a partir de Hernández y Socas, 1994, p.84

Hay que tener en cuenta, que en la aritmética, la ejercitación y la práctica han tenido un papel importante dentro de la enseñanza de las matemáticas.

Consideramos que por dirigir nuestro trabajo a niños de 2º ciclo de Primaria, es conveniente centrarse en la clasificación que Echenique propone acerca de los problemas aritméticos, aditivos-sustractivos y su tipología según su enunciado (problemas de cambio, de combinación, de igualación y de comparación). Hemos centrado nuestra propuesta en esta clase de problemas, porque consideramos que abarca muchas posibilidades.

Conociendo algunas de las clasificaciones de los problemas, vamos a situarnos en el entorno del aula clase para ver la utilidad del problema, y una de las utilidades es trabajar con el procedimiento de resolución, que es imprescindible para el aprendizaje de las matemáticas. Porque si en la clasificación de los problemas hemos encontrado diferentes formas, más lo será al hablar de resolución de problemas

Nos será fácil encontrar a dos profesores que nos aporten, en esencia, una misma definición del término; un poco menos fácil que le otorguen el mismo papel en el currículo y bastante difícil que, de hecho, utilicen de igual forma la resolución de problemas en sus aulas. (Contreras, 2009)

La resolución de problemas matemáticos

Hoy en día, la OCDE*, en el ámbito matemático, da gran importancia a la resolución de problemas matemáticos basados en la vida real, encaminados a que los alumnos puedan solucionarlos en la vida cotidiana (López, 2010). A acorde con esta idea, según El Informe Cockroft (1985, citado en González, 2009) dice que “en todos los niveles de la enseñanza de las matemáticas deberían incluirse oportunidades para la resolución de

* Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)

problemas, incluida la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida diaria”. Según Casajús (2005), de las primeras referencias que se centraron en la resolución de problemas matemáticos se encuentra en Leif y Delazy (1961, citados en López, 2010), para estos autores, en el ámbito de la enseñanza matemática, la resolución de problemas matemáticos, encuentra su significado cuando se aplican los conocimientos previamente aprendidos.

En la explicación de Orton (1996, citado en Castillo, 2010, p. 45), lo fundamental es la adquisición de diversos elementos para llegar a la solución esperada, afirma que “la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende, combina elementos del procedimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar soluciones a una situación nueva”. Por lo tanto, la resolución de un problema requiere buscar una respuesta a lo que se ha planteado. Se defiende la idea de un aprendizaje significativo, partiendo de ideas y conocimientos ya aprendidos y consolidados para llegar al centro de conceptos nuevos.

Para Polya (1965):

Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados.

Vila (2001, citado en González, 2009, p.4) afirma que "la resolución de problemas es una actividad de reconocimiento y aplicación de los conocimientos y las técnicas trabajadas en clase y a la vez de acreditación de las técnicas aprendidas"; esta cita da importancia al papel del profesor como educador y consecuente de los conocimientos adquiridos por los alumnos y del éxito de estos.

Es importante nombrar a Lesh y Zawojewski (2007, citados en Santos, 2007, p. 3) porque consideran que la resolución de problemas es “el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual encuadra ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o definir grupos de conceptos matemáticos”.

Para Debney (1971, citado en López, 2010, p. 219), solucionar un problema está relacionado con el pensamiento creativo. La palabra “creativo” significa producir o fabricar.

Schoenfeld (1985, citado en Santos, 2007, p.4) plantea 4 criterios en la resolución de problemas que suponen:

- Aprender a pensar matemáticamente
- Ser flexible y dominar los recursos
- Usar el conocimiento de manera eficaz
- Comprender y aceptar las reglas

No sólo debemos centrarnos en la definición de resolución de problemas matemáticos sino también es importante el proceso para llevar a cabo la resolución, por eso Puig

(1996, citado en Santos, 2007, p.3) considera que es “la actividad mental que desarrolla el resolutor desde que se le presenta un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea”. Siguiendo el hilo de la idea anterior, también Mayer (1992), sugiere relación con el proceso de resolución de un problema, es decir, el razonamiento del sujeto para resolver un problema, comprenderlo, pensar una estrategia, realizarla y revisar el resultado. Propone hacer hincapié en los procedimientos adquiridos y forma de pensar matemática de los alumnos y de esta manera llevar a cabo un cambio en la enseñanza de las matemáticas. Está claro que diversos contenidos referentes al área de matemáticas, son necesarios interiorizar para resolver problemas matemáticos, pero también hay que tener en cuenta los distintos procesos,

... internos como el esfuerzo y la concentración, el interés, el gusto por aceptar retos, la tranquilidad para afrontarlos, la perseverancia, la creatividad, la autoconfianza, los estados emocionales..., y los propios procesos de investigación: analizar los datos del enunciado, su relevancia, pensar en posibles vías de resolución... que intervienen realizando una labor indispensable (Echenique, 2006, p.10), para llegar a la solución del problema

Para llevar a cabo un buen proceso en la resolución, Anderson (1980, citado en Castillo, 2010), propone tres características en la conducta necesaria para llegar a la solución:

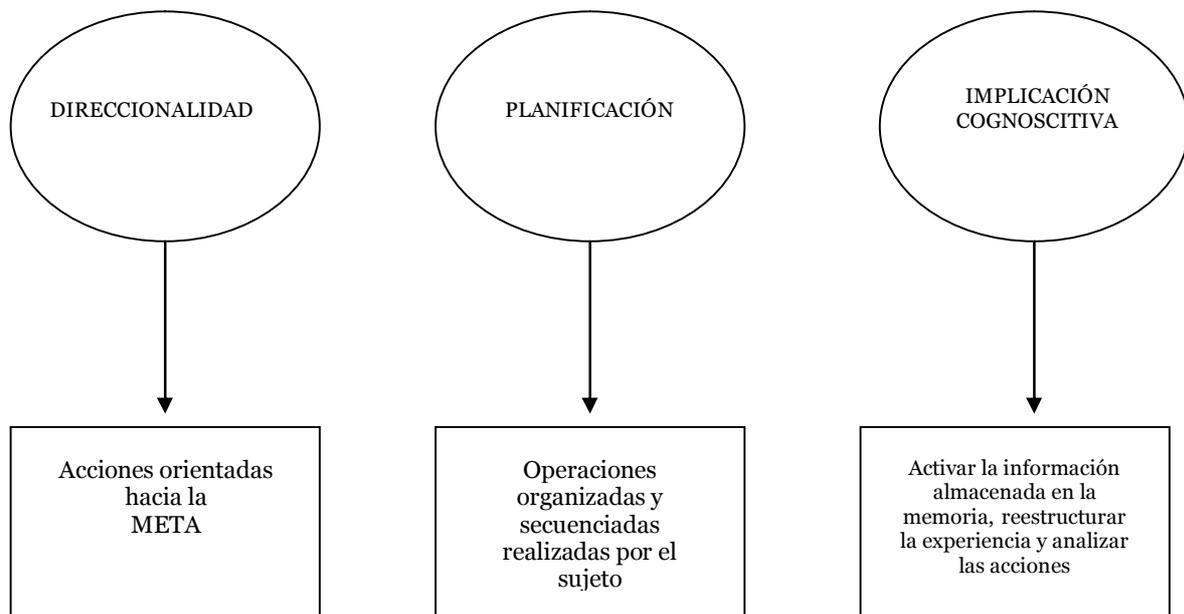


Figura 1. Características de la conducta para la resolución de problemas (Elaborado a partir de Castillo, 2010)

En los últimos años, se han realizado revisiones sobre la investigación en resolución de problemas matemáticos. Por eso es imprescindible acordarse de autores como Lester (1980), Schoenfeld (1992) y Kilpatrick (1969) (citados en Vilanova et al., 2001, p.4), que ponen de manifiesto cuatro áreas, consiguiendo avances notables en:

- Dificultad en los problemas
- Diferenciar los resultados de problemas entre buenos o malos

- Pasos a seguir en la resolución de problemas
- El estudio de la metacognición

Volvemos a nombrar a González (1999), en su consideración sobre la resolución de problemas valorando su importancia por:

- Valor instrumental: hace referencia a aprender contenidos referentes a las matemáticas en sí mismas.
- Valor utilitario o funcional: aplicar los conocimientos a la vida real, externa al mundo escolar.
- Valor formativo: desarrollar la mente para las matemáticas a través del pensamiento.

Schoenfeld (1992, citado en Santos, 2007, p. 6), destaca cinco aspectos en la resolución de problemas matemáticos:

- El conocimiento de base
- Las estrategias de resolución de problemas
- Los aspectos metacognitivos
- Los aspectos afectivos y el sistema de creencias
- La comunidad de práctica

Como anteriormente hemos visto a qué se refiere la resolución de problemas y algunos factores que influyen en dicho proceso, es preciso centrarnos ahora en los cinco aspectos fundamentales en la solución obtenida en un problema, según Glover, Ronning y Bruning (1990, citado en Castillo, 2010, p.46):

Los elementos que representan el conocimiento relacionado con el problema; el conocimiento previo que conlleva a un nuevo conocimiento; un estado inicial acerca del problema; el problema que contiene el estado meta y el estado inicial; un conocimiento general de cómo se resuelve el problema

A modo de conclusión y haciendo referencia a González (2009), la finalidad principal de la resolución de problemas matemáticos se expresa en la siguiente figura:

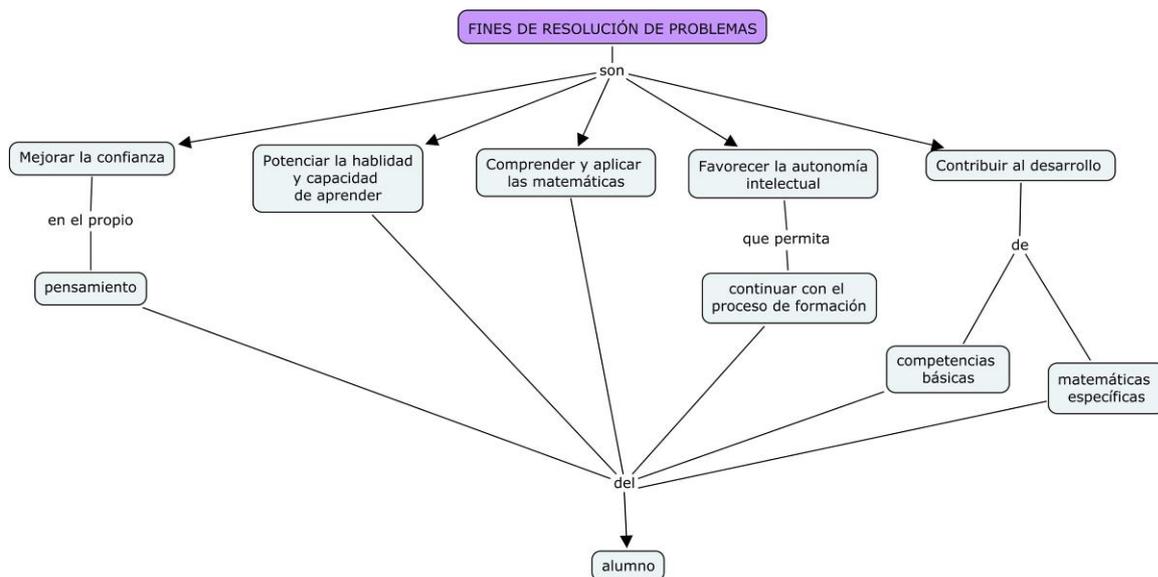


Figura 2. Fines de la resolución de problemas (Elaborado a partir de González, 2009)

A modo de recapitulación, para nuestro parecer, resolver un problema supone enfrentarse a una situación concreta, la cual requiere llevar a cabo una serie de recursos adquiridos por la persona, encaminados a solucionar dicha situación. Si nos referimos a resolución de problemas matemáticos, que más concretamente es el concepto que nos interesa en esta propuesta, sería, enfrentarse a una situación utilizando estrategias o procedimientos matemáticos previamente adquiridos para llegar a la solución deseada del mismo. En nuestra vida diaria, estamos en constante contacto con las matemáticas, por eso pueden aparecernos problemas reales para los cuales necesitamos técnicas matemáticas para poder resolverlos. Ser capaz de enfrentarse a un problema y buscar el camino para su resolución es imprescindible para el aprendizaje de las matemáticas. Pese a haber trabajado ya con los problemas, en el entorno educativo, aparece otro concepto “ejercicio”, que creemos que es importante aclarar antes de continuar con el presente trabajo. En el siguiente apartado se hace una pequeña distinción entre ejercicio y problema.

Distinción entre ejercicio y problema

Hubo cierta polémica a la hora de diferenciar entre problema y ejercicio. Cuando se plantea un *ejercicio*, hace referencia a la técnica que debe ser utilizada para llegar a la solución, cuya dificultad principal es encontrarla. Por otro lado, el *problema* es una tarea que cuenta con unos términos y metas que son entendibles por la persona, pero no se sabe como llevarlos a cabo en el momento, Kantowski (1974, citado en Contreras, 1993).

Este apartado es importante, ya que se debe conocer la distinción entre ejercicio y problema. Así lo considera Polya (1965), para llevar a cabo las fases, que a continuación se citan, necesarias para la resolución de problemas matemáticos y en las cuales se basa este proyecto.

Los ejercicios abarcan una posición importante dentro de las matemáticas porque ayudan a aprender conceptos, procedimientos... La distinción depende del estado mental del sujeto que se enfrenta a la solución (Chacel, 2008).

Tabla 7. Diferencias más importantes entre ejercicio y problema

EJERCICIO	PROBLEMA
Tarea escolar	Tarea escolar o extraescolar
Tarea de aplicación simple y directa de un conocimiento o técnica ya existente.	Tarea o situación que no se resuelve utilizando una norma aprendida.
Ejecución o realización La ejecución no es necesariamente una actividad de pensamiento intensa.	Resolución La resolución normalmente requiere una actividad cognitiva compleja.
Actividad de aplicación mecánica y sistemática de un algoritmo o un concepto.	Actividad de aplicación funcional de un conocimiento matemático.
La finalidad educativa: consolidar conocimientos..	La finalidad educativa: contar con experiencias para desarrollar conocimiento matemático, competencias y evaluar.
El enunciado es simple y directo.	El enunciado describe una situación compleja con aspectos indeterminados.
Tarea repetitiva, rutinaria.	Es una actividad desconocida de resultados inesperados.
Tiempo corto para su realización	Más tiempo para su realización.
Normalmente cuenta con una única solución	Ninguna, una o más soluciones
Frecuentes en los libros, por eso su importancia en Primaria	Limitados en los libros

Adaptada de González, 2009, p.3

Los ejercicios se suelen proponer para mecanizar y/o automatizar algunos de los procedimientos que se trabajarán en el aula, mientras que el problema tiene una relación con el conocimiento matemático (Contreras, 1998). En el siguiente apartado se da importancia a las distintas fases que se pueden llevar a cabo para la resolución de problemas, para ello se destacan algunos autores más relevantes.

Seguir unos pasos es imprescindible para conseguir el resultado correcto. Desde el punto de vista educativo, la solución del problema es fundamentalmente procedimental, dado que los alumnos deben plantear una secuencia de pasos de

acuerdo a un plan y tomando como fin una meta (Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez y Postigo, 1994).

Fases en la resolución de problemas

No existe un método universal para resolver problemas de matemáticas, únicamente podemos como docentes mostrar estrategias y técnicas de resolución, que orientan y ayudan en dicha tarea.

A continuación quedan reflejadas las fases que Polya (1965, citado en Chacel, 2008, p.1) presenta para resolver un problema. Considera que es importante la distinción entre ejercicio y problema, ya que su método está centrado en la solución propiamente dicha. Según este autor:

Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta; y para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y ejecuta pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta.

Los siguientes autores coinciden en destacar la importancia de cuatro fases para llegar a entender y obtener la solución de un problema. Polya (1965, citado en Echenique, 2006, pp. 26-27) identifican las siguientes etapas:

1. Comprender el problema. Para la comprensión del problema es necesario realizar una lectura detallada. Implica entender el texto, la situación, los tipos de información y lo que debe hacer. El alumno debe comprender y querer resolver el problema, para ello deberá separar las partes principales del problema. Con todo ello se debe establecer cual es la meta, los datos y las condiciones de partida.
2. Concepción un plan de actuación. Se tiene un plan cuando se sabe que razonamiento o construcción se habrá de efectuar para determinar la incógnita. Debe permitir llegar a la solución, conectando los datos con la meta. De forma escrita y secuenciada, se planifican acciones para llegar a la meta, por eso esta fase es considerada la parte más importante en la resolución de problemas.
3. Llevar a cabo un plan ideado previamente. La puesta en práctica de los pasos diseñados en el plan. Termina con la expresión clara de la respuesta obtenida.
4. Mirar atrás o visión retrospectiva, para comprobar el resultado y revisar el procedimiento utilizado. Es preciso:
 - Contrastar el resultado para ver si la respuesta es válida a la situación planteada.
 - Reflexionar sobre otras posibles alternativas.
 - Indicar si se han producido bloqueos y como se han resuelto.
 - Pensar si el plan se puede aplicar a otras situaciones.

Barnsford y Stein (1984, citado en Hernández y Socas, 1994, p.83) proponen un método con 5 fases, son especialmente útiles para los problemas que reflejan

situaciones reales. Es denominado el Método IDEAL, concebido según ellos “con la finalidad de facilitar la identificación y reconocimiento de las distintas partes o componentes a tener en cuenta en la resolución de problemas” .Estos autores conceden mayor importancia a las estrategias empleadas en la resolución, por eso cree que el alumno debe dominarlas correctamente:

- Identificación
- Definición y representación
- Exploración de posibles estrategias
- Actuación fundada en una estrategia
- Logros. Observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades.

Por otra parte, Puig y Cerdán (1988, citado en González, 2009, p.7), proponen las siguientes fases para la resolución de problemas de tipo aritméticos. Son fases más concretas y concisas, cuyo objetivo es claro en cada una de ellas. Comparándolas con las fases que propone Polya, estas serían una especie de sub-fases dentro de éstas:

- 1) Lectura exhaustiva
- 2) Comprensión
- 3) Traducción
- 4) Cálculo
- 5) Solución
- 6) Revisión y comprobación

Por último y no menos importante, cabe tener en cuenta los cuatro pasos de Schoenfeld (1992, citado en López, 2010, p. 223):

- Analizar y comprender un problema
- Diseñar y planificar una solución
- Explorar varias soluciones
- Verificar la solución de criterios específicos o generales

Van encaminadas a conseguir el resultado correcto, planificando, comprobando y verificando la solución, por eso tres de los cuatro pasos indicados son destinados a buscar la solución deseada.

A modo de síntesis, en el siguiente gráfico se indica las fases que proponen los autores citados anteriormente. Es un resumen de los aspectos más destacables de cada uno de ellos. Estas fases conjuntas, engloban las que consideramos más adecuadas para nuestra propuesta, ya que:

1. Se inicia con una toma de contacto con la lectura detallada del enunciado e identificación de las partes del problema para poder comprender mejor el problema.
2. Pensar el plan de actuación para llevar a cabo el problema.
3. Llevar a cabo el plan, explorando distintas estrategias encaminadas hacia la solución.

- Revisar sí el procedimiento está bien, por tanto verificar la solución y evaluar el proceso.

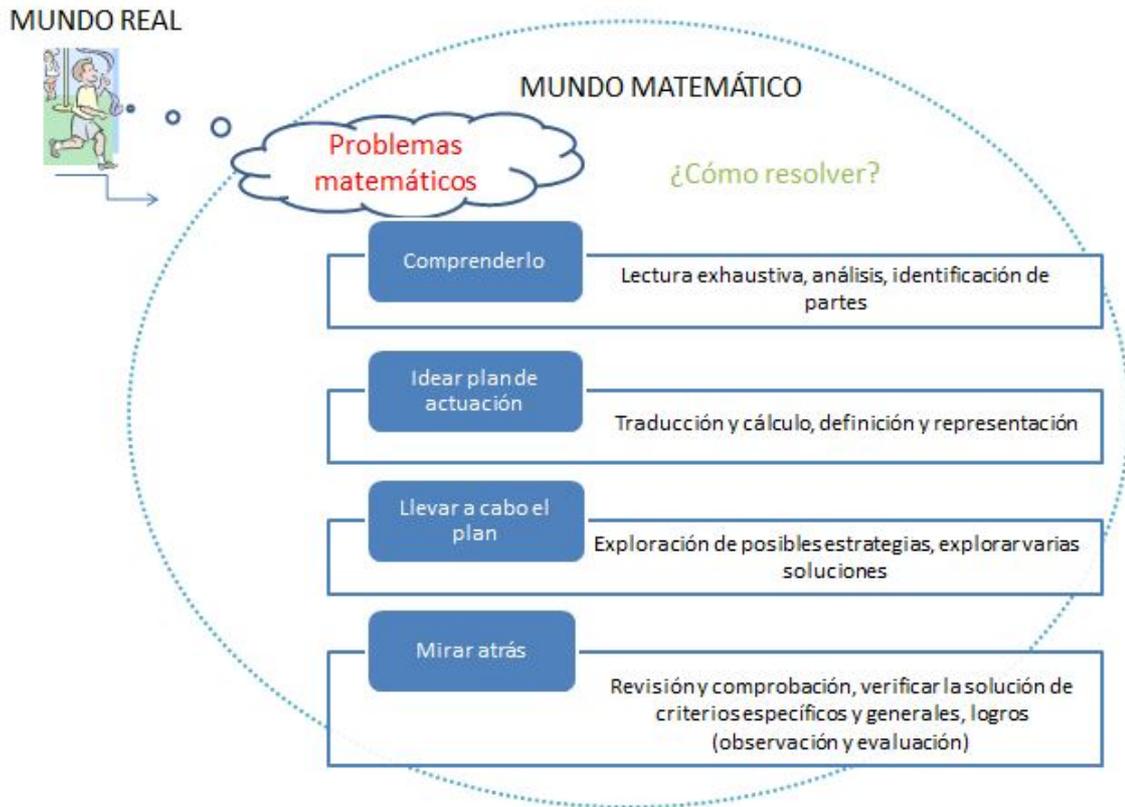


Figura 3. Fases en la resolución de problemas matemáticos

Haciendo hincapié en los problemas aritméticos verbales, a continuación la tabla refleja tres modelos distintos de resolver problemas según varios autores. Aportamos una comparación de las fases que cada uno indica.

Tabla 8. Comparación de las fases para resolver problemas

Puig y Cerdán (1988)	Hernández y Socas (1991)	De Corte y Verschaffel (1989)
1. Lectura	1. Lectura	1. Lectura Y representación
2. Comprensión	2. Comprensión	2 Elección de operaciones
3. Traducción	3. Representación-ejecución y solución visual-geométrica	3. Ejecución
4. Cálculo	4. Representación-ejecución y solución formal	4. Solución
5. Solución	5. Solución	5. Verificación
6. Revisión	6. Comprobación	

Extraída de Hernández y Socas, 1994, p.89

Matematización

Por último, existe un término que es considerado de especial importancia dentro del área de las matemáticas y más concretamente en la resolución de problemas estudiados en este proyecto, es el de *matematización*. La *matematización* es el método de pensamiento lógico que establece relaciones lógicas de manera exacta.

Según el estudio OCDE/PISA (2003-2006, citado en López, 2010, p. 225), es una estrategia para la actividad de resolver problemas matemáticos de la vida real. La caracterizan cinco fases:

1. El proceso se inicia con un problema que encuadre la realidad.
 2. El sujeto identifica las matemáticas referentes al caso y reorganiza según los conceptos matemáticos, para la resolución.
 3. Abstracción de la realidad.
 4. Resolver el problema matemático.
 5. Contestar al significado de una solución matemática al transponerla al mundo real.
- Este proceso de *matematización* que se refiere hacer matemáticas, implica que el sujeto sea capaz de trasladar los problemas del mundo real al matemático (*matematización horizontal*).

Por eso el problema pasa por una serie de procesos:

Tabla 9. *Matematización horizontal*

Primer proceso: La <i>matematización horizontal</i>
<ul style="list-style-type: none"> * Identificar las matemáticas que pueden ser destacadas respecto al problema. * Representar el problema de distintos modos. * Relacionar el lenguaje natural, simbólico y formal. * Encontrar regularidades, relaciones y patrones. * Traducir el problema al mundo matemático. * Utilizar herramientas y recursos convenientes.

Elaborada a partir de López, 2010, p. 226

El proceso continúa y el sujeto puede plantear preguntas para utilizar conceptos, estrategias, destrezas matemáticas (*matematización vertical*).

Tabla 10. *Matematización vertical*

Segundo proceso: La <i>matematización vertical</i>
<ul style="list-style-type: none"> * Usar distintas representaciones. * Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones. * Ajustar los modelos matemáticos. * Argumentar. * Generalizar.

Elaborada a partir de López, 2010, p. 226

El siguiente gráfico representa la relación entre la matematización horizontal y la matematización vertical, según el Informe PISA 2003:

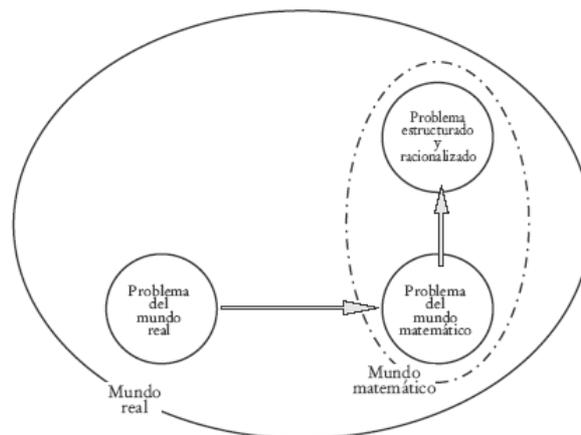


Figura 4. Relación entre matematización horizontal y la vertical (López, 2010, p. 227).

El paso posterior a estos procesos en la resolución de un problema, será pensar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados, para ello los alumnos deberán interpretar de manera crítica los resultados y validar el proceso entero.

Las fases que plantean todos los anteriores autores son interesantes para llevar a cabo la resolución de un problema matemático. Cada uno plantea ideas importantes y un criterio personal a tener en cuenta. No obstante, considerando la postura de cada uno, parece que la mejor manera y más completa de enfrentarse a un problema es la que plantea Polya, teniendo en cuenta que los problemas deben estar inmersos en una realidad cercana al alumno.

Estrategias en la resolución de problemas

Las estrategias según Luceño (1999, citado en Castillo, 2010), son métodos generales de resolución de problemas, constituyendo ayudas para la comprensión del problema y sugieren canales para alcanzar la solución de dicho problema.

Para Reys (1987, citado en Castillo, 2010, p.20) “las estrategias pueden enseñarse, que éstas son útiles y que enseñando estrategias se aprende a resolver problemas”. Derry y Murphy (1986, citado en Castillo, 2010, p.51), consideran que son importantes para la creación de nuevos v conocimientos, por eso señalan que “una estrategia se refiere al conjunto de actividades mentales empleadas por el individuo en una situación particular de aprendizaje, para facilitar la adquisición de conocimientos”. Miranda (2003, citado en Castillo, 2010), estudió las estrategias que utilizaban los alumnos para resolver problemas de tipo aditivo y sustractivos.

Su investigación empezó con alumnos de 3º de Educación Infantil, debían usar dos dados de madera, para identificar el problema y para buscar la solución. Un dado

contenía de uno a seis puntos en cada una de sus caras, y el otro de cuatro a nueve puntos en cada una de sus seis caras correspondientes. Los problemas se organizaron según dos condiciones: la suma y la resta. Miranda pretendía describir las características de las estrategias para la resolución de problemas, y así fue, estableció cuatro clases de estrategias:

Tabla 11. Clases de estrategias según Miranda (2003)

• Conteo señalado: Los alumnos aprenden tanto en el colegio como en la calle, hechos numéricos para aplicarlos en resolver problemas diferentes.
• Conteo no señalado: El alumno utiliza el conocimiento de algunos hechos numéricos para resolver a problemas.
• Conteo continuo: El alumno cuenta partiendo del primer sumando o del sumando mayor.
• Recuento: Los alumnos cuentan el primer grupo, luego el segundo grupo y por último el conjunto combinado.

Elaborada a partir de Castillo, 2010

Su conclusión fue que los sujetos utilizan dos estrategias para resolver problemas aditivos sin numerales: la técnica de sumar contando, por un lado, y la de sumar grupos de elementos parciales y luego, el gran total por el otro.

Como este proyecto se centra en los problemas aritméticos aditivos-sustractivos, a continuación se expone una serie de estrategias para el conteo de operaciones de estructura sencillas como:

$$\boxed{m - n = ?} \quad \text{y} \quad \boxed{m + n = ?}$$

Por otro lado, Woods y Cools (1975, citados en Castillo, 2010), hicieron un estudio con alumnos de segundo y cuarto de primaria, para identificar qué modelo era más eficaz en cada situación.

Contaron con tres modelos de algoritmos de sustracción, para problemas de la forma **m - n = ?**

Tabla 12. Modelos de Woods y Cools

Algoritmos de sustracción para problemas: $m-n=?$		
• Modelo de incremento	Se empieza a contar desde n hasta llegar a m . Se pone la cantidad menor n en el contador y se va incrementando hasta que el contador llegue a m .	Por ejemplo: $5 - 3$, empieza a contar desde 3; al tiempo de decir "4, 5" se extendería primero un dedo y luego dos.
• Modelo de disminución	Se empieza a contar en m , y se cuenta hacia atrás n veces. Se pone la cantidad m en el contador y se va disminuyendo hasta que en el contador aparezca n . La solución será el número de pasos hasta llegar a n .	Por ejemplo: $5 - 3$, empieza a contar en 5, y al tiempo de decir "4, 3, 2" se extendería uno, dos y tres dedos.
• Modelo de elección.	Se utiliza el modelo de incremento o el modelo de disminución, dependiendo cual haya que contar menos.	

Elaborada a partir de Castillo, 2010. pp. 35-36

Estos autores llegaron a la conclusión de que los alumnos mejoraban su rendimiento con el modelo de disminución, mientras que para los alumnos de cuarto ajustaba mejor el modelo de elección, dejándoles a ellos mismo elegir sobre cual utilizar en cada situación.

Groen y Parkman (1972, citados en Castillo, 2010), investigaron diferentes procedimientos para soluciones no superiores a 9 en los problemas de estructura $m + n = ?$

Tabla 13. Modelos de Groen y Parkman

Algoritmos aditivos para problemas: $m+n=?$		
• Modelo de enumeración completa	Contador en 0. Se incrementa con m y a continuación con n, mediante incrementos de uno en uno n.	Por ejemplo: $3 + 5$, se cuenta “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8”.
• Modelo Min (de enumeración de continuación).	En el contador el mayor de los sumandos (m o n) y se va añadiendo con incrementos de uno en uno el sumando menor.	
• Modelo de enumeración de continuación	Contador en m (primer sumando), y se va añadiendo con incrementos de uno en uno n	Por ejemplo: $3 + 5$, se cuenta “4, 5, 6, 7, 8”.
	El contador en n (segundo sumando), y se va añadiendo con incrementos de uno en uno m.	
	Contador el menor de los sumandos (m o n) y se va añadiendo con incrementos de uno en uno el otro sumando.	

Elaborada a partir de Castillo, 2010. pp. 31-33

El resultado de esta investigación fue que el procedimiento que utilizaban los alumnos es contar a partir de uno de los sumandos.

Estas estrategias han sido nombradas en este trabajo, por la forma de operar y como curiosidad después de las investigaciones llevadas a cabo por estos autores relevantes. Son estrategias para operaciones sencillas, que se empezarán a trabajar en Educación Infantil.

Luceño (1999, citado en Casajús, 2005) permite llegar a la solución de un problema empezando por el enunciado del mismo.

Tabla 14. Tipos de estrategias según Luceño (1999)

MODELACIÓN: Par llegar a la solución, deshacerse de aspectos no útiles, ni matemáticos.			
<u>Lineales:</u> se usan cuando en el enunciado aparece una sola magnitud. Utilizan segmentos, pictografías...	<u>Tabulares:</u> se usan cuando aparecen varias magnitudes en el enunciado. Utilizan una tabla de doble entrada.	<u>Ramificados:</u> se usan en problemas de combinación y multiplicación.	<u>Conjuntistas:</u> se usan cuando la información del enunciado concede características de los elementos de un conjunto, formando de esta manera nuevos conjuntos.

<p>DETERMINACIÓN DE PROBLEMAS AUXILIARES: Consiste en identificar subproblemas dentro del propio problema.</p>
<p>LECTURA ANALÍTICA Y REFORMULACIÓN: Para comprender un problema, hay que distinguir sus partes y realizar una lectura detallada. Después se realiza una integración de las partes para facilitar que el lenguaje del enunciado sea más familiar. La finalidad del análisis del texto es que a través del proceso de reformulación, el alumno represente el sistema de relaciones.</p>
<p>TANTEO O ENSAYO Y ERROR: Consiste en que alumno busque soluciones mediante pruebas. Para que los alumnos se ejerciten y consigan dominar esta técnica, pueden realizar:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ejercicios donde buscar posibilidades para resolver una situación. - Situaciones donde calcular diferentes combinaciones. - Ejercicios en donde encontrar cantidades con ciertas condiciones.
<p>DE COMPROBACIÓN: Garantizar en cierta manera que el procedimiento, cálculos y resultados obtenidos sean correctos.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Desarrollar una estimación previa y compararla con el resultado. b) Utilizar como dato el resultado obtenido. c) Realizar la operación inversa a la realizada en el problema original y ver si se obtiene la misma solución. d) Realizar el problema de otra manera y hacer una comparación de los resultados.

Elaborada a partir de Casajús, 2005, pp.128-132

Schoenfeld (1992) elaboró también una lista de las estrategias más utilizadas:

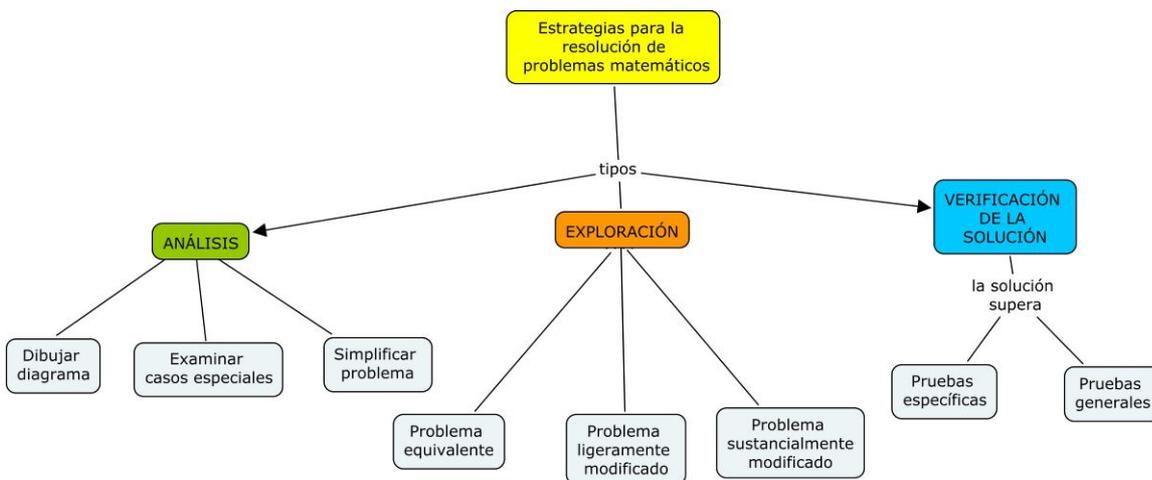


Figura 5. Estrategias para la resolución de problemas según Schoenfeld (Elaborada a partir de Heber, 2004, pp.12-13)

Concluyendo este apartado, la estrategia general que se va a centrar esta propuesta, apoyándonos en las ideas de Echenique (2006), utilizaremos el esquema en el cual se relacionan los datos y la pregunta del enunciado del problema en cuestión. Esto sirve para que los alumnos se centren en el contenido del problema, extrayendo lo que interesa para llevar a la solución deseada. Más adelante indicaremos como los alumnos lo adquirirán esta técnica y llevarán a cabo. El esquema es el siguiente:

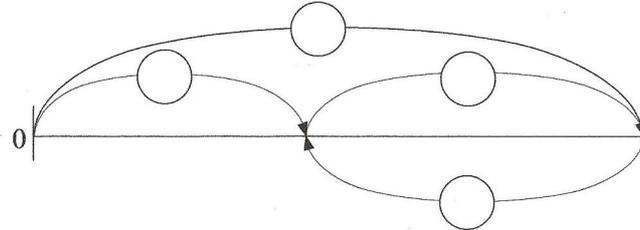


Figura 6. Esquema para problemas (Extraída de Echenique, 2006, p. 63)

Resolución de problemas y creatividad

Para empezar este apartado, es conveniente reflejar que es creatividad.

Gómez-Chacón (2000, p. 204) considera que “la matemática es creada por gente prestigiosa, muy inteligente y creativa”.

Para Eryvnyck (1991, citado en Sequera, 2007, pp. 28-30) es, “la capacidad para resolver problemas y/o desarrollar el pensamiento en estructurar, teniendo en cuenta la peculiar naturaleza lógico-deductiva de la disciplina y la adecuación de los conceptos generales a lo que es importante en matemáticas”. Considera que la creatividad necesita contexto para la preparación del sujeto y unas experiencias previas. Para este autor, la creatividad matemática tiene unas características que son:

1. De relación: Aparece una idea nueva que engloba conceptos iniciales formando uno solo, a través de la activación de la interacción.
2. Selectiva: Origen de una reestructuración de ideas, que pueden o no ser útiles.
3. Idoneidad: Medición de definiciones matemáticas.
4. Condensación: Capacidad de formulación para la representación de conceptos matemáticos.

Todos los humanos poseemos la capacidad de creatividad, pero para conservarla hay que trabajarla, sino se pierde. Heber (2004, p.4), afirma que “la resolución de problemas y la creatividad están estrechamente relacionados”. Divide el pensamiento creativo en: Divergente (habilidad de pensar de manera original y de este modo crear ideas nuevas); Convergente (Capacidad lógica para evaluar situaciones alternativas y elegir las más apropiadas para cada momento). Estos dos tipos son imprescindibles en la resolución de problemas.

Para este autor, existen tres aspectos de la creatividad muy importantes de citar, que son:

- Proceso creativo.
- Características de la personalidad creativa.
- Circunstancias que favorecen el acto creativo.

Como consecuencia, se han formado métodos encaminados a desarrollar el potencial creativo, los más considerados son (Heber, 2004, pp. 4-5):

- Invertir el problema: Consiste en darle la vuelta al problema a través de la creatividad y así acercarnos a la solución del problema original.
- Pensamiento lateral: Explorar alternativas insólitas para resolver un problema.
- Principio de discontinuidad: Realizar actividades diferentes a las rutinarias, ya que pueden afectar a la creatividad de manera negativa.
- Imitación: Copiar las técnicas de resolución de problemas utilizadas con éxito por compañeros, profesor...
- Tormenta de ideas (Brainstorming): Es una técnica que se utiliza generalmente en el ámbito de la publicidad. Se reúnen varias personas y lanzan ideas acerca de un problema o tema, de esta manera la evaluación se pospone para favorecer el surgimiento de ideas útiles.
- Mapas mentales: Técnica desarrollada por Buzan (1965). Es útil para organizar ideas que surgen en torno a un problema. Se coloca la idea principal en una hoja y alrededor de la misma con colores y símbolos, se colocan ideas asociadas.

Como hemos visto anteriormente, la creatividad es una capacidad que poseen las personas y es importante para el desarrollo de las matemáticas. Para conseguir fomentarla en los alumnos, el profesor debe ser creativo. Por eso debe conocer los elementos que la componen y usar los medios para conseguir el éxito de sus técnicas. Para que el alumno se involucre en la asignatura, el docente debe ofrecer multitud de experiencias para que el alumno desarrolle al máximo su potencial intelectual y la capacidad de manipulación. Según como plantea Torrance (1976, citado en Sequera, 2007), para motivar a los alumnos, el profesor debe ser capaz de ponerse en el lugar del alumno intentando pensar como ellos y orientándose hacia sus potencialidades

Acabando con este apartado referente a la creatividad, existen unos principios generales para una clase creativa encaminada a la formación del docente según Karp (2003, citado en Sequera, 2007, pp. 71-73):

- Reaccionar ante los errores de los alumnos.
- Tener en cuenta sus dificultades.
- Formular problemas de distinta forma.
- Exponer modelos de teorías.
- Formular problemas que sirvan de modelos de una estructura de razonamiento.

- Proponer problemas que traten tópicos diferentes.

Como resumen y aportando una idea propia, ser creativo es un aspecto importante en la clase de matemáticas, ya que conseguiremos que los alumnos se motiven y desarrollen sus potencialidades para llevar a cabo la resolución de problemas. Es una capacidad que debemos trabajar para conservarla. Como docentes debemos tenerla en cuenta en nuestras clases y utilizarla para que no desaparezca, de esta manera se la transmitiremos a los alumnos de forma natural.

Marco metodológico

Es imprescindible para cualquier propuesta de intervención, que sea un proyecto factible, creativo, detallado, para realizar, en este caso, una mejora de un grupo en torno a la resolución de problemas matemáticos.

Por ello es necesario delimitar los procedimientos metodológicos que servirán como herramienta para llevar a cabo este proyecto con fines de mejora educativa en el área matemática.

En consecuencia, el objetivo general de esta propuesta es promover en los alumnos el gusto por las matemáticas como instrumento para resolver problemas utilizando las estrategias adecuadas para su consecución, utilizando instrumentos de autoevaluación.

Los objetivos específicos planteados con la propuesta son:

- Identificar en el entorno, situaciones que hacen referencia a problemas aritméticos aditivo- sustantivas.
- Resolver problemas sencillos de otras tipologías: razonamiento lógico, azar...
- Utilizar las estrategias necesarias para resolver distintos problemas matemáticos.
- Aprender a trabajar por parejas o grupos.
- Respetar y colaborar en el trabajo en equipo.
- Aplicar las cuatro fases de resolución.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Tipo de propuesta

Este trabajo plantea una propuesta de aula utilizando como base la resolución de problemas en matemáticas, tiene como objetivo principal enseñar al niño a resolver problemas por fases, y aprendiendo a regular su propio proceso.

La propuesta contará con 8 sesiones secuenciadas en el tiempo y en cuanto a dificultad, con sus correspondientes objetivos, temporalización, y descripción de actividades.

Para poder llegar a los alumnos se contará con distintas fuentes y procedimientos para la recogida de datos, es decir, de sus experiencias, dificultades... al llevar a cabo las actividades. Los escenarios de recogida de información serán:

- La observación en clase y posterior las entrevistas
- Autoevaluación del proceso del sujeto en cuestión, tomando como referencia el mapa de humor de Gómez-Chacón.

Desarrollo evolutivo del alumno entorno a las matemáticas

Para conocer a los alumnos con los que trabajamos, es importante detenernos en este apartado donde se destaca las características más significativas de un niño de 7 y 8 años, y más concretamente en el área de las matemáticas, según Piaget. Según este autor, el niño acaba de pasar la etapa “Preoperacional” (2 a 6 años) y se encuentra en episodio de “Operaciones Concretas” (7 a 11 años), vence su pensamiento egocentrista y comienza a entender como piensan los demás. El niño es capaz de actuar con cierta lógica, adquiere la capacidad de realizar operaciones mentales, las cuales son concretas, de ahí el nombre de la etapa en la que se encuentra. Son consideradas operaciones concretas porque para resolverlas se utilizan instrumentos manipulables. Los niños en esta edad están preparados para enfrentarse a tareas donde se planteen la resolución problemas y pongan en práctica distintas estrategias para solucionarlos ya que son capaces de razonar y tomar sus propias decisiones ante una situación desconocida (Vélez, 2006).

Puesta en práctica

Este apartado del proyecto es crucial para llevar a cabo este trabajo. A continuación señalamos los aspectos generales del funcionamiento de la clase en las distintas sesiones.

1. La **resolución de problemas** se llevará a cabo dentro del área de matemáticas con materiales correspondientes a cada edad, como manipulativos, trabajo verbal, apoyo de libro o fichas, juegos... Serán sesiones específicas previamente programadas.

Se utilizará la representación de la figura 3, que se colocará a gran tamaño en el aula mientras los niños realizan sus tareas.

Los contenidos han de estar bien diseñados, distribuidos en ocho sesiones, el número de actividades ha de ser adecuado para poder llevar a cabo la mayoría de ellas. Si en algún problema, alguna de las fases de la resolución se ha quedado sin completar, se propondrá un trabajo más individual.

Cada sesión se iniciará con una rutina de 5 minutos de resolver problemas matemáticos mentales. Los problemas reflejarán situaciones reales cercanas a los niños. Estarán programadas de tal manera que se llevarán a cabo una explicación o refuerzo de algo ya aprendido, se trabajará de distintas maneras según el ejercicio. Los niños que acaben la actividad programada, podrán elegir un juego de matemáticas que refuerce lo aprendido y previamente indicado por el profesor. De esta manera podremos ayudar de manera individualizada los alumnos con algún tipo de dificultad.

2. Según las actividades que se planteen y se lleven a cabo se trabajará de una manera u otra contando siempre con la supervisión del **profesor**. Consideramos que es muy importante trabajar la cooperación, en pequeños grupos y enseñar a trabajar en equipo, respetando el trabajo del compañero y ayudándose unos a otros, venciendo dificultades planteadas y así poder solucionar las actividades que se planteen. Según Wang (1995), es imprescindible la enseñanza en grupos pequeños para introducir conceptos, procedimientos y prácticas dirigidas de informaciones nuevas, repaso del trabajo, aplicación de habilidades...
3. También contaremos con fichas de **apoyo** para trabajar en casa, para aquellos alumnos que necesitan un refuerzo extra y fichas de ampliación. Para los alumnos con algún tipo de dificultad serán atendidos por una persona profesionalmente capacitada. Seguirán el mismo ritmo de la clase mientras puedan, realizarán los mismos ejercicios pero con más guía.
4. Para organizar las peticiones del alumno, de **ayuda** individual será conveniente utilizar un sistema en el que los alumnos pidan ayuda sin interrumpir y seguir trabajando mientras esperan esa ayuda. Según Wang (1995), un ejemplo de estas técnicas para la adaptación a la diversidad, son las “*señales del profesor*”. Son objetos de colores vivos con los lados de dos colores distintos. Por ejemplo, los alumnos utilizarán dos vasos pegados por la base, uno será rojo y otro azul. Cuando el alumno ponga el vaso azul mirando hacia arriba, esto indicará que “necesito ayuda” del profesor y este se acercará lo antes posible. Si el vaso rojo está hacia arriba, indicará que “no necesito ayuda en ese momento”. Los alumnos pueden esperar antes de recibir la ayuda del profesor, se llaman “*tareas de espera*”, son actividades útiles que ellos mismos pueden realizar sin la ayuda del profesor, como por ejemplo, leer un cuento, estudiar la teoría...

Esta técnica se explicará previamente a los alumnos y cada uno sabrá que puede utilizarlo en el trabajo individual.

Son poco costosas y de fácil elaboración, pueden realizarlas los propios alumnos. La siguiente foto es un ejemplo de cómo son las “*señales del profesor*”.

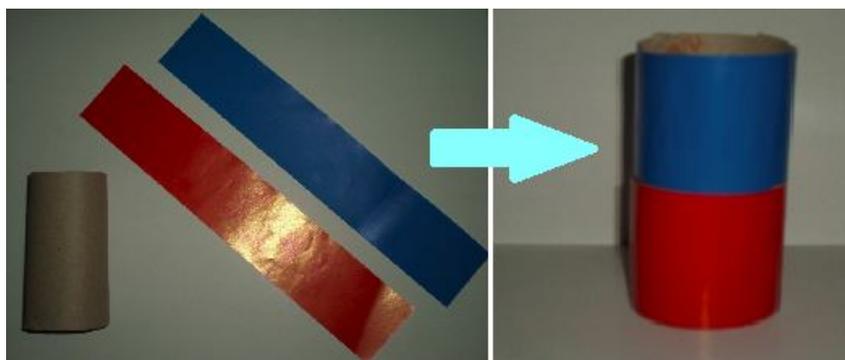


Figura 7. Instrumento de señales del profesor

Cronograma

El siguiente cuadro indica el horario y tiempo de una semana de trabajo para las sesiones de matemáticas encaminadas a la resolución de problemas. Serán 4 sesiones a la semana de 60 minutos cada una.

Tabla 15. Horario de clases

	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES
9:00	Matemáticas				
10:00		Matemáticas		Matemáticas	Matemáticas
11:00	RECREO				
11:30			Matemáticas en inglés		

Según el Real Decreto del Ministerio de Educación y Ciencia 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria en el BOE, n. 293 del 8 de diciembre de 2006, para el área de matemáticas serán establecidas 175 horas de la jornada escolar. Esta propuesta está destinada para un centro donde la enseñanza en castellano sea un 55% de la jornada escolar y un 45% el lengua extranjera, por eso una de estas 5 horas destinadas a matemáticas, será en lengua extranjera, que servirá como apoyo para reforzar los conceptos trabajados en castellano. Esa sesión no va a quedar indicada en la propuesta, ya que nos centramos en sesiones de trabajo para lengua española.

Las sesiones de trabajo serán 8, por lo tanto durará 2 semanas. La temporalización será 60 minutos incluyendo los 5 primeros para la rutina de los problemas orales. En cada sesión quedará reflejado:

- Objetivo propuesto
- Material necesario para llevar a cabo la actividad
- Espacio
- Temporalización
- Organización
- Descripción de la actividad a desarrollar
- Tipo de evaluación

En alguna de ellas se indicará, en el caso de que existiera, algún tema transversal.

Tabla 16. Actividades por sesiones

Actividades por sesiones	
SESIÓN 1	“COLOR COLOR...”
SESIÓN 2	“PROBLEMAS MÁGICOS”
SESIÓN 3	“CUÉNTAME UNA HISTORIA...”
SESIÓN 4	“¿QUÉ ME PREGUNTAS”
SESIÓN 5	“LO VES O NO LO VES”
SESIÓN 6	“SOY ARQUITECTO”
SESIÓN 7	“VOY AL MERCADO”
SESIÓN 8	“¡SÉ RESOLVER PROBLEMAS!”

Como se ha comentado anteriormente, al inicio de cada sesión se dedicará 5 minutos de cálculo mental a través de problemas. Esta parte inicial ofrece una sencilla y práctica forma para que los alumnos ejerciten habilidades matemáticas y las pongan a prueba. Algunas de las ventajas que existen trabajando con estos ejercicios son:

- Práctica del cálculo mental de forma divertida.
- Activación de habilidades matemáticas del sujeto.
- La duración es corta.
- Participa todo el grupo de forma independiente.
- Se practica la autoevaluación.
- Ofrece feedback entre alumnos y profesor.

Principios orientadores

- Hay que tener en cuenta los **estadios de desarrollo** de los alumnos, que estos dependen de la edad del individuo. Esto corresponde a una forma de organización mental.

Para ello se introducirá la rutina de 5 minutos en cada sesión dedicada a los problemas orales, es decir, al cálculo mental, ya que es un elemento esencial en esta etapa de primaria.

Hay que plantear una continua modificación de los esquemas de conocimiento. Partir de unos conocimientos previos del alumno, para que mediante el proceso de asimilación, introducir nuevos conceptos y que el alumno los relacione con los previos.

- **Aprendizaje significativo.** El objetivo de este principio es fomentar en el niño la capacidad y el interés para relacionar los conceptos que ya poseen con la información nueva que van recibiendo en el aula. Para ello se deberá respetar el ritmo individual de cada niño.

Cuidar los esquemas previos de los alumnos, a lo largo de la experiencia educativa anterior para poder ampliar sus conocimientos a partir de los que ya tienen.

- **Actividad del alumnado.** A lo largo de toda esta propuesta, se intenta que el alumno sea un sujeto activo y participativo en todos los niveles de aprendizaje. El desarrollo de la creatividad en esta etapa es un aspecto muy importante en el que debemos insistir y motivar.

Ausencia de dirección por parte del profesor. Éste tiene el papel de guía, de facilitador del aprendizaje.

Se quiere formar a un alumno crítico, para conseguir una autonomía personal. Esto se pretende conseguir en todas las actividades en las que los niños puedan dar su opinión libremente y sus gustos sobre diversos temas.

Es muy importante tener en cuenta el “trabajo en grupo” para poder llevar a cabo las distintas actividades que se deben realizar en una clase, ya que los niños aprenden a trabajar con los compañeros para fomentar el respeto, la escucha y la ayuda.

Metodología

Siguiendo la idea que propone Echenique y para la cual nos hemos ceñido en este trabajo, para llevar a cabo la resolución de problemas matemáticos, es necesario que los alumnos se familiaricen con ellos y con sus técnicas de aplicación. Para ello es necesario que los alumnos aprendan las estrategias de resolución, llamadas procesos heurísticos que consisten en que el sujeto de aprendizaje desarrolle la autoconfianza para resolver los problemas en distintas actividades, que se consigue a través de varios intentos tras situaciones de error.

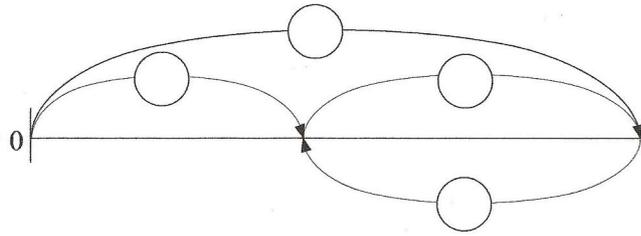
Como hemos comentado anteriormente, se llevarán a cabo 4 fases para la resolución (Figura 3) y que los alumnos deben conocer y seguir. Dentro de estas fases se propone una serie de procesos heurísticos detallados a continuación.

Para poder comprender el problema e identificar sus partes, trabajaremos estrategias que faciliten la escucha y la lectura detallada del enunciado. Para ello se propone una serie de actividades en las que se trabaje:

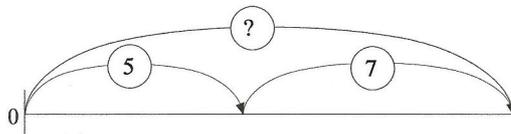
- Distinción por colores de los datos y palabras claves del problema
- Decir lo mismo de otra manera
- Contar la historia al revés
- Escribir la pregunta del problema

Una vez adquiridas estas estrategias, pasaremos a la representación del esquema gráfico donde se reflejará la relación de los datos que aporta el problema y prescindir de aquellos que nos interesan o tengan valor matemático. De esta manera el alumno

obtendrá una visión clara de lo que se le pide. Contaremos con la siguiente recta numérica donde se indicarán los datos del problema.



Si por ejemplo, el siguiente problema: “Maite tiene 5 cromos y Francisco 7, ¿cuántos cromos tenemos entre los dos?”. Se resuelve a través de la operación $5+7$, se representará en el esquema de la siguiente manera:



Se deberá trabajar la representación de esquemas gráficos de forma gradual, de manera que los alumnos se familiaricen con esta técnica. Por eso comenzaremos trabajando problemas que requieran soluciones de sumas y restas. El propósito, es que los alumnos realicen este esquema en su totalidad cuando se enfrenten a un problema.

Evaluación

La función principal de la evaluación de esta propuesta, es reajustar el planteamiento de las actividades de enseñanza-aprendizaje para conseguir los objetivos que se planteen en ella, sin dejar de lado un aspecto que consideramos fundamental, que es estudiar las reacciones emocionales de cada alumno en la realización de las sesiones de trabajo.

A continuación, destacamos el tipo de evaluación que se va a tener en cuenta en esta propuesta:

1. **Evaluación inicial:** Nos servirá para conocer los conocimientos previos del alumno, para ello hemos diseñado unas sesiones de toma de contacto, donde los alumnos demuestren los conocimientos que ya poseen para utilizarlo como punto de partida.
2. **Evaluación continua:** Se utilizarán herramientas de autoevaluación del proceso por parte del alumno, y la observación del profesor, se llevará a lo largo de toda la propuesta.

3. **Evaluación final:** Se llevará a cabo una prueba escrita, dónde se recogerán problemas para evaluar si el alumno supera los objetivos planteados para dicha propuesta, aunque tendremos en cuenta el proceso y desarrollo y no solo el resultado.

Los principales instrumentos que se tendrán en cuenta para evaluar el proceso de aprendizaje de los alumnos, adecuados a los criterios de evaluación y a los objetivos y contenidos de esta propuesta, son los siguientes:

- La **observación** en las sesiones de trabajo tanto en las tareas en equipo, en parejas e individualmente, teniendo en cuenta sus actitudes, cómo supera las dificultades, desarrollo de sus capacidades, las habilidades, etc.
- La **revisión de los trabajos** de los alumnos. Se debe revisar y corregir de forma continua el cuaderno de clase, los trabajos individuales o en equipo, También sus intervenciones en clase.
- Los **diálogos** con el alumno. Es un instrumento de gran utilidad, sobre todo en este tipo de propuestas en las que predomina el trabajo práctico. También se utilizará en la autoevaluación cuando los alumnos expliquen sus experiencias al profesor.

Para determinar el origen de las reacciones emocionales de cada alumno, utilizaremos la observación y entrevista, pero sobre todo daremos importancia a la autoevaluación del proceso de aprendizaje del propio sujeto, utilizando para ello, el mapa del humor de los problemas creado por Gómez-Chacón (1998) como un instrumento cualitativo para el estudio de las influencias afectivas en el aprendizaje de las matemáticas. El mapa del humor es un instrumento icónico que utiliza símbolos estableciendo un código para expresar distintas reacciones emocionales del alumno al realizar una actividad concreta de matemáticas. Las emociones que se registran, son un consenso de las reacciones emocionales más relevantes de los alumnos que se manifiestan en el aula. Este instrumento tan característico determina que:

- Favorece en el sujeto su propio conocimiento de sus reacciones emocionales
- Favorece en el sujeto el control y regulación del aprendizaje.
- Permite al profesor recoger información de:
 - Las reacciones afectivas del alumno y su origen.
 - Fases de la resolución de la tarea y procesos cognitivos en que se trabajan.

Los símbolos que deberán rellenar cada alumno según sus experiencias emocionales a la hora de realizar cada actividad, se determinarán entre todo el grupo clase, de manera

que los alumnos estén involucrados en su creación. Estos iconos podrán ser modificados por los alumnos, si todo el grupo lo considera oportuno y siempre y cuando todos utilicen los mismos para su autoevaluación de las actividades. Los símbolos con los cuales se iniciará, se diseñarán con los estudiantes, tras el planteamiento del instrumento original de Gómez-Chacón (1998). El nuevo instrumento, particularizado, estaría expuesto en el aula en un lugar visible durante todo el curso, y se podría ir ampliando en cuanto a los símbolos que contiene.

El estudiante señalará los símbolos sobre su tarea al terminar cada actividad matemática; favoreciendo en el alumno el control y regulación del aprendizaje, y permitiendo al profesor conocer las reacciones emocionales generadas en el proceso (Gómez-Chacón, 2000).

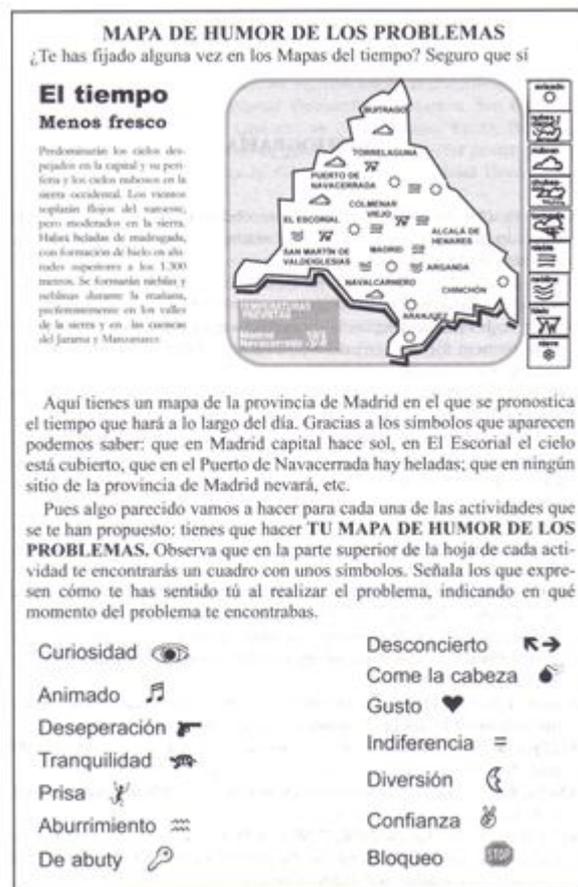


Figura 8. Mapa de humor (Instrumento para la autoregulación de las reacciones emocionales). Gómez-Chacón (1998, p.63)

Al finalizar cada sesión, se dedicarán 5 minutos para que los alumnos puedan expresar como se han sentido en el transcurso de la misma. Estos símbolos que deberán rellenar cada alumno según sus experiencias emocionales a la hora de realizar cada actividad, se determinarán entre todo el grupo clase, de manera que los alumnos estén involucrados en su creación.

Sesiones de trabajo

SESIÓN N° 1. "COLOR COLOR..."

Objetivo:- Comprender el problema distinguiendo las partes esenciales del enunciado.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: Esta actividad consiste en que los alumnos aprendan a leer detalladamente el enunciado y llegar a comprenderlo diferenciando sus partes, de esta forma se trabajará la primera fase que proponemos que es "Comprender el problema".

En primer lugar el profesor leerá detenidamente el enunciado del problema. Después de manera individual y en voz baja, los alumnos deberán leerlo.

Una vez interiorizado el enunciado, el profesor enseñará a los alumnos las pistas que nos pueden indicar los enunciados de los problemas.

Se realizará en gran grupo varios ejemplos en la pizarra donde todos colaborarán distinguiendo las partes del problema en cuestión. Un ejemplo de cómo se trabajará la comprensión de un problema:

1º. Se buscan las cantidades que aparecen y se señalan rodeándolos de rojo.

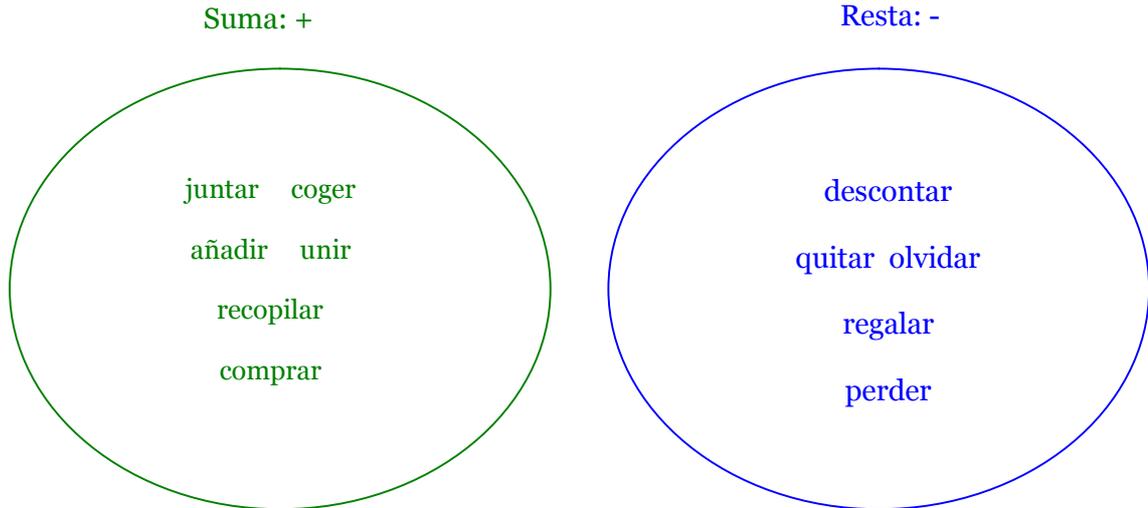
Ana tiene 34 cromos y se le han perdido 12 cromos en el parque del colegio. ¿Cuántos cromos tiene ahora Ana?

2º Se subraya el objeto u cosa que pide el problema.

Ana tiene 34 cromos y se le han perdido 12 cromos en el parque del colegio.
¿Cuántos cromos tiene ahora Ana?

3º Por último, para buscar la asociación entre el signo matemático y las palabras claves, se asignará un color para diferenciarlos. Por ejemplo:

Para asociar sumar con su símbolo "+" y con las palabras claves que en un enunciado pueden aparecer, se asignará el color verde; y para restar, signo "-", y sus palabras claves, el color azul.



En este ejemplo en concreto como se refiere a una resta y la palabra clave es “perdido”, se encuadrará de azul esa palabra.

Ana tiene 34 cromos y se le han perdido 12 cromos en el parque del colegio. ¿Cuántos cromos tiene ahora Ana?

El problema quedará de esta manera, con esta estrategia basada en colores, los alumnos aprenderán a comprender mejor el problema distinguiendo las partes que lo componen. Por tanto sabrán que hay dos cantidades que son 34 y 12, que el objeto son cromos y que como se pierden debe ser una resta.

Ana tiene 34 cromos y se le han perdido 12 cromos en el parque del colegio. ¿Cuántos cromos tiene ahora Ana?

Cada dato que los alumnos reconozcan del problema, el profesor les concederá una pieza de un puzzle. Deberá obtener todas las piezas hasta conseguir realizar el puzzle completo entre todos que servirá como decoración de la clase.

Materiales: Batería de problemas, piezas de un puzzle, tizas de colores.

Espacio: Clase ordinaria

Temporalización: 60 min.

Organización: Gran grupo

Evaluación: Inicial. Autoevaluación

SESIÓN N° 2. “PROBLEMAS MÁGICOS”

Objetivo:- Distinguir las distintas partes de un problema.

- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: Para reforzar la sesión anterior y los alumnos asocien los colores a las distintas partes del problema, se les dará a los alumnos una hoja con varios problemas. En parejas, deberán distinguir sus partes con rotulador según la sesión anterior. Una vez realizado esto, para comprobar si se ha entendido la dinámica, en gran grupo, saldrán a colocar, con cifras y signos de adición y sustracción tamaño cartulina, la operación en el suelo. De esta forma, los alumnos asociarán la suma con su signo + y la resta con su signo -. Esta actividad no tiene como objetivo llegar a la solución del problema, sino saber que partes lo componen y cuál es la operación que se debe realizar (Ver Anexo 1. Ficha de trabajo con problemas para diferenciar las partes del enunciado en cuestión).

Espacio: Clase ordinaria

Temporalización: 60 min.

Organización: Parejas y gran grupo

Evaluación: Inicial. Autoevaluación

SESIÓN N° 3. “CUÉNTAME UNA HISTORIA...”

Objetivo: - Identificar en la vida cotidiana, distintos problemas y enfrentarse a ellos para llegar a la solución.

- Respetar y colaborar en el trabajo en equipo.
- Aprender a trabajar por parejas o grupos.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: Después de trabajar la lectura analítica, vamos a poner en marcha la comprensión a través de la práctica de distintas actividades como las siguientes. Una vez realicen varios ejemplos con el profesor, los alumnos se colocarán en grupos de 3 y llevar a cabo una ficha donde se trabaje y practique lo que anteriormente han aprendido.

Primera actividad: DECIR LO MISMO DE OTRA FORMA. El alumno cuenta con unos datos, debe analizarlo y escribirlo de otra forma diciendo lo mismo.



- Tito es más bajo que Leo

Leo es

- Tito tiene menos años que Leo

Leo tiene.....

(Ver Anexo 2)

Segunda actividad: CONTAR LA HISTORIA DEL REVÉS. Al alumno se le ofrece una historia donde aparecen varias secuencias de acciones, deberán contar la historia empezando por el final.

- Nuria se levantó, desayuno en la cocina y se puso el uniforme.

Nuria.....

.....

(Ver Anexo 3)

Materiales: Fichas de trabajo

Espacio: Clase ordinaria

Temporalización: 60 min.

Organización: Grupo clase y pequeños grupos.

Evaluación: Continua. Autoevaluación

SESIÓN N° 4. “¿QUÉ ME PREGUNTAS?”

Objetivo: - Construir la pregunta de un problema partiendo de los datos claves para poder comprender el problema y conseguir la solución deseada.

- Aprender a trabajar por parejas o grupos.
- Respetar y colaborar en el trabajo en equipo.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: Con esta actividad se pretende que los alumnos adquieran habilidades para llegar más adelante a la solución del problema. Después de

una lectura detallada y distinción de las partes del enunciado, hay que tener en cuenta la segunda fase, que es idear un plan de actuación.

Se presenta al alumno distintos datos y deberán elaborar la pregunta del problema que conteste a esos datos y con los cuales se llegue a la solución. Ejemplo:

- En mi clase somos 15 niñas.
 - Hay 27 sillas en clase.
- ¿_____?

Alguna pregunta puede ser:

- ¿Cuántos niños hay en clase?
- ¿Cuántas sillas sobran?

En una de las opciones la operación es la misma $27-15$, pero la diferencia es lo que se pide, en una hace referencia a las sillas y otra a los niños. Es importante también distinguir lo que realmente se pide e indicarlo en todos los problemas.

Una vez se haya practicado en gran grupo, los alumnos contarán con una ficha (Ver Anexo 4) donde deban realizarlo de manera individual.

Cuando acaben, se representará cada problema en la pizarra a través de dibujos, donde se expresen en una viñeta la primera cantidad, en otra viñeta la segunda cantidad y en la última viñeta la solución.

Materiales: Ficha de trabajo, tizas, pizarra.

Espacio: Clase ordinaria

Temporalización: 60 min.

Organización: Trabajo individual y gran grupo.

Evaluación: Continua. Autoevaluación

SESIÓN N° 5 “LO VES O NO LO VES”

Objetivo: - Utilizar las estrategias necesarias para resolver distintos problemas matemáticos.

- Aprender a trabajar por parejas o grupos.
- Respetar y colaborar en el trabajo en equipo.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: En esta actividad los alumnos se dispondrán en parejas, deberán pensar que dato de los dos que les ofrece sobra y no es necesario para contestar a la pregunta del problema e inventarse otro dato para completar el enunciado y de esta forma construir un problema con sentido. Por ejemplo:

DATOS
<ul style="list-style-type: none">• Sofia se ha comprado 14 rotuladores.• Sofia tiene una cartera con rotuladores.•
PREGUNTA
<ul style="list-style-type: none">• ¿Cuántos rotuladores tiene ahora Sofia?

Los alumnos aplicarán su lógica matemática para realizar problemas a través de datos útiles o datos que deben rechazar por falta de información. (Anexo 5, ficha de trabajo con problemas para practicar).

A continuación, todos juntos con la ayuda del profesor, inventaremos problemas apoyándonos en imágenes, es decir, redactarán el enunciado del problema.

Después realizarán lo mismo pero en parejas.

Ejemplo de imágenes de problemas para inventar.

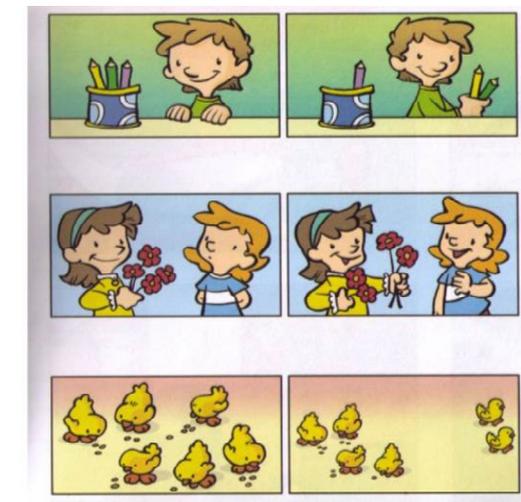


Figura 9. Ejemplo de imagen. Fomento Centros de Enseñanza (2008, p.12)

Materiales: Ficha de trabajo, imágenes.

Espacio: Clase ordinaria

Temporalización: 60 min.

Organización: Parejas. Grupo-clase

Evaluación: Continua. Autoevaluación

SESIÓN N° 6 “SOY ARQUITECTO”

Objetivo: - Plasmar los datos de un problemas en un esquema gráfico determinado y llegar a la solución exacta.

- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: Una vez trabajado en su totalidad la comprensión del problema utilizando diversas estrategias, se pasará a trabajar el esquema donde se reflejan los datos. En el suelo de la clase se realizará un esquema gráfico. El profesor

planteará varios problemas matemáticos. Los alumnos colocarán cartulinas con los números correspondientes según los datos del problema en el lugar adecuado del esquema. Esta actividad se realizará con todo el grupo-clase.

A continuación se pasará a trabajar en parejas. Realizarán una ficha donde deberán plasmar los datos del problema en la recta numérica, llevar cabo la operación y llegar a la solución (Ver Anexo 6).

Primero se les concederá el esquema gráfico en su totalidad y después deberán alguna dato en la recta elaborando ellos el esquema, aunque esto no es objetivo para alcanzar en esta propuesta, lo utilizaremos como toma de contacto para posteriores sesiones de trabajo.

Materiales: Plantilla de esquema gráfico gigante, cartulinas con números, ficha de trabajo.

Espacio: Clase ordinaria.

Temporalización: 60 min.

Organización: Grupo-clase y parejas.

Evaluación: Continua. Autoevaluación

SESIÓN N° 7 “VOY AL MERCADO”

Objetivo: - Identificar en el entorno, situaciones que hacen referencia a problemas aritméticos aditivo- sustantivas.

- Utilizar las estrategias necesarias para resolver distintos problemas matemáticos.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: El profesor colocará boca abajo tarjetas con distintas funciones a realizar. Los alumnos se dispondrán a coger una cada uno. A unos les habrá tocado alguna profesión (pescadero, carnicero, quiosquero, panadero, pastelero, frutero, cartero, etc) y a otros ser compradores. Formaremos un mercado con sus tiendas y servicios. En las tiendas habrá objetos o imágenes realizadas por ellos mismos, relacionadas con el servicio que ofrezca ese comercio, para vender a los compradores que poseerán dinero de papel para poder adquirir aquello que deseen.

Los 20 primeros minutos se dedicarán a construir el mercado y el material necesario para hacerlo lo más real posible.

Será podrán cambiar los roles de cada alumno y así experimentar distintas situaciones.

Los 5 últimos minutos de la clase servirán para dialogar sobre cómo se han sentido, que dificultades han tenido... y expondrán algún problema matemático que les ha surgido.

Materiales: Tarjetas con funciones, material de papel para realizar el mercado y el dinero.

Espacio: Aula de neuromotor

Temporalización: 60 min.

Organización: Grupo-clase

Evaluación: Continua. Autoevaluación

Tema transversal: Aprovecharemos esta actividad para trabajar las profesiones en Conocimiento del medio.

SESIÓN N° 8 “¡SÉ RESOLVER PROBLEMAS!”

Objetivo:- Aplicar los pasos necesarios para llegar a la resolución de un problema.

- Resolver problemas sencillos de otras tipologías: razonamiento lógico, azar...
- Aplicar las fases para la resolución de problemas.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica.

Descripción de la actividad: Como conclusión y en gran grupo se recordará los pasos necesarios para resolver un problema matemático. Realizaremos varios ejemplos con ayuda de objetos manipulativos y la pizarra digital, donde los niños participen activamente.

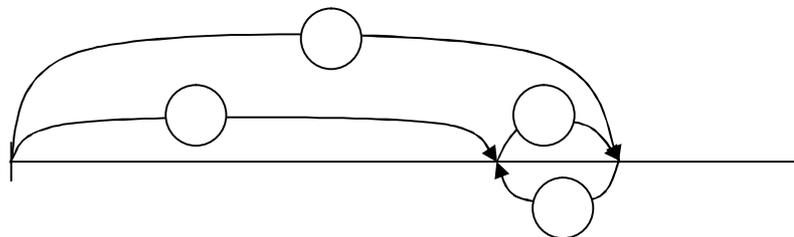
Los alumnos deberán ser capaces de seguir la secuencia de pasos previamente aprendidos, por sí solos, para llegar a la solución deseada. Estos pasos hacen referencia a las 4 fases previstas anteriormente, necesarias para poder resolver un problema.

Los pasos a seguir ante un problema, son los siguientes:

1. **COMPRENDER:**

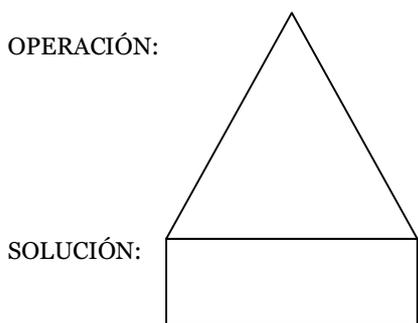
- Realizo una lectura exhaustiva del problema.
- Pienso que es lo que me piden.
- Señalo las partes del enunciado según el código de colores: datos, objeto y palabra clave.

2. **IDEAR PLAN DE ACTUACIÓN:** Relaciono los datos del problema en el esquema.



3. **LLEVAR A CABO EL PLAN:**

- Escribo la operación
- Llego a la solución



4. **MIRAR ATRÁS:** Verificar:
- Llevo la solución, como un dato al enunciado del problema.
 - Ahora, ¿tiene sentido el problema?

De manera progresiva, los alumnos serán capaces de enfrentarse a resolver problemas individualmente siguiendo una dinámica y apoyándose en un esquema. Habrán interiorizado los pasos que deben realizar y plasmarlo en un papel.

En esta sesión se le pasará una prueba (ver anexo 7) donde aparezcan una serie de pruebas que deberán resolver de manera individual. Conforme vayan acabando, podrán elegir un juego de matemáticas.

Materiales: Prueba en papel, pizarra digital, objetos manipulativos, juegos matemáticos.

Espacio: Clase ordinaria

Temporalización: 60 min.

Organización: Gran grupo e individual.

Evaluación: Final. Autoevaluación

Evaluación de la propuesta

Para finalizar con el planteamiento de esta propuesta, es necesario realizar una evaluación del proceso. Para ello no centraremos en los objetivos propuestos para dicha propuesta de intervención, haciendo hincapié en aquellos que consideremos de mayor importancia.

- En cuanto a Identificar en el entorno, situaciones que hacen referencia a problemas aritméticos aditivo- sustantivos, se han creado situaciones cercanas al niño con problemas en los que se sientan reflejados. También considerando que en alguna de las sesiones se pone de manifiesto que los propios alumnos sean quienes inventen situaciones reales de su vida donde surjan este tipo de problemas. Consideramos imprescindible que los alumnos conozcan y se enfrenten a este tipo de circunstancias dándoles nosotros pautas para conseguir solucionarlas.

- También nos centraremos, no tan a fondo en resolver problemas sencillos de otras tipologías: razonamiento lógico, azar..., a través de actividades introductorias a este tipo de problemas, utilizando para ello, sesiones lúdicas y motivadoras.
- Para utilizar las estrategias necesarias para resolver distintos problemas matemáticos, hemos diseñado unas sesiones de trabajo secuenciadas de menor y mayor dificultad, donde los alumnos obtengan herramientas adecuadas para conseguir llegar a la solución. Es importante valorar el como se usan este tipo de estrategias y aprender a emplearlas en el momento adecuado.
- Aprender a trabajar por parejas o grupos, es un factor fundamental a trabajar en cualquier ámbito académico, ya que los alumnos deben ayudar y dejarse ayudar por el resto de compañeros, además de respetar y colaborar en el trabajo en equipo. Los niños de esta edad han vencido su egocentrismo y deben ser capaces de ponerse en el lugar del otro, considerando el trabajo de los compañeros. Por eso todas las actividades propuestas son diseñadas para trabajar según una organización variada, donde predomine en trabajo en parejas.
- Como hemos citado anteriormente, los alumnos conseguirán aplicar las cuatro fases de resolución, siguiendo un orden de concordancia donde entrarán a formar parte diversos aspectos como la lectura, comprensión, cálculo, uso de estrategias, verificación, etc. Sin dejar de lado el uso de la razón y la lógica.
- Aprender a autoevaluarse de manera crítica, es uno de los aspectos que hemos considerado de mayor importancia en esta propuesta, ya que pretendemos que los alumnos se sientan cómodos en las clases de matemáticas y participes de su propio aprendizaje, pudiendo evaluar en todo momento, cada sesión de trabajo. La autoevaluación es una herramienta muy útil para el profesorado, ya que podrá conocer las reacciones del alumno y profundizar más en cada uno de ellos, además de poder mejorar o reforzar su práctica docente. Es una herramienta que puede llegar más allá del lenguaje para expresar el estado de ánimo y ser muy favorecedora para aquellos alumnos a los cuales les cueste expresar sus emociones por su timidez o por otros factores.

Conclusiones

Al comienzo de la propuesta en el apartado de objetivos, propusimos 4 para este trabajo. Para finalizar, haremos referencia a cada uno de ellos de la siguiente manera:

- Ante la idea de “diseñar una propuesta, con la intención de promover el interés por las matemáticas en los alumnos de Educación Primaria”, creemos que se ha conseguido ya que las sesiones pretenden ser motivadoras, planteando una rutina inicial de problemas orales, un apartado dedicado al repaso y explicaciones de conocimientos nuevos relacionándolos en todo momento con los ya aprendidos donde predomina la manipulación y participación del alumno y finalizando con una realización de lo aprendido en una ficha de trabajo.
- Al basarse en el aspecto de resolución de problemas matemáticos, creímos imprescindible hacer referencia a este objetivo de “realizar una revisión bibliográfica entorno al concepto de “problema”. La palabra problema y la definición que le respecta es importante tenerla en cuenta en esta propuesta, ya que se trata del concepto central, del que parten todas las ideas, por eso conveniente resaltar un problema como una situación cercana o externa a la vida del sujeto, desconocida, que le supone poner en marcha factores para llegar a la solución.
- En cuanto a “revisar las clasificaciones aportadas por los distintos autores referidas a las tipologías de problemas”, después de incidir en el planteamiento e ideas de varios autores, hemos considerado de mayor importancia la clasificación de problemas que plantea Echenique ya que pensamos que es la más completa y organizada según las necesidades y edad del alumnado. Más concretamente y haciendo referencia a la edad que planteamos en la propuesta, nos centramos en los problemas aritméticos aditivos-sustractivos, considerando los más sencillos para introducir las estrategias de resolución que planteamos, ya que debe ser secuenciado en nivel de dificultad.
- Concluyendo, en cuanto a “estudiar las fases que se plantean en la resolución de problemas”, hicimos una clasificación que englobase algunas de las ideas de los autores que consideramos más destacados Polya (1965), Schoenfeld (1992), Barnsford y Stein (1984), y Puig y Gerdán (1965). ¿Por qué decidimos realizar una clasificación propia?, porque consideramos que de esta manera las fases para resolver problemas, que en esta propuesta planteamos, serán más completas abarcando más aspecto a tener en cuenta y así conseguir una mejor comprensión del enunciado y una correcta solución.

Limitaciones

La mayor dificultad que hemos apreciado es plantear una propuesta y no conocer las dificultades reales que pueden aparecer por el hecho de no llevarla a la práctica, por eso creemos que llevar a cabo una propuesta de intervención puede mejorarse y corregirse una vez se haya aplicado con el alumnado en cuestión.

Las sesiones planteadas son previstas para un alumnado que ya posee unos conocimientos previos que se solapan con los que hemos propuesto y así construir una estructura anclada, es decir, contamos con que el alumnado, al cual va destinada la propuesta, se haya enfrentado a problemas y operaciones de este calibre.

Nos habría gustado, con lo que respecta a las sesiones, haber trabajado más pausadamente cada fase para la resolución. Haber contado con más tiempo de dedicación.

Habríamos considerado oportuno, conocer una dinámica de una clase de primaria para aprender qué factores a tener en cuenta y a qué tipo de alumnado concretamente nos enfrentábamos, pero dadas las circunstancias no ha podido ser.

El no dominar el área de matemáticas, también ha sido una dificultad, ya que el comienzo fue duro, por falta de conocimiento e información de autores más relevantes en este ámbito.

Las limitaciones anteriormente descritas sirven para mejorar aspectos que pueden aparecer en la puesta en práctica y seguir proponiendo ideas nuevas para las futuras clases.

Prospectiva

La propuesta de intervención presente, pretende servir de hilo conductor para siguientes investigaciones a cerca de la resolución de problemas en niños de Primaria. Consideramos que es un tema clave en el área de las matemáticas, ya que ayuda a la activación de mecanismos cognitivos necesarios para el desarrollo de futuros aprendizajes matemáticos. Pensamos que abarca aspecto desde la lógica, razonamiento, comprensión, agilidad, etc, hasta la operación matemática puramente física.

Es un tema que nunca puede faltar en la asignatura de matemáticas.

También consideramos imprescindible que los alumnos aprendan a enfrentarse aún problema, en este caso matemático, ya que en su vida real deberán solucionar muchos de estos casos. Por eso hemos tratado con enunciados de problemas cercanos a la vida del alumno para que ellos se sientan identificados.

Nos hemos centrado en la elaboración de un material didáctico para la resolución de problemas basándonos en Echenique, dándole importancia al aspecto lúdico y así favorecer la motivación del alumnado creando un clima adecuado de aprendizaje.

Creemos importante que el alumno se involucre en el proceso de enseñanza-aprendizaje y para ello hemos introducido la autoevaluación, para que los alumnos puedan expresar sus reacciones emocionales en las distintas sesiones de trabajo y así favorecer la relación entre al alumno y el profesor. Por eso creemos que esta herramienta es necesaria en todas las actividades matemáticas y para conocer de esta forma, más a fondo al alumno en cuestión.

Esperamos que esta propuesta sirva de referente y sea útil para futuros maestros en su práctica docente.

Recursos bibliográficos

- Abrantes, P., Barba, C., Batlle, I., Bofarull, T., Colomer, T., Fuertes, T., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T. & Torra, M. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas*. Barcelona: Grao.
- Carrillo, J. (1995). La resolución de problemas en Matemáticas: ¿cómo abordar su evaluación? *Investigación en la Escuela*, 25, 79-86.
- Casajús, A. (2005). *Resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH)*. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona. Recuperado de <http://www.tdx.cat/handle/10803/1311>
- Castillo, M. (2010). *Estrategias para la solución de problemas verbales de estructura aditiva y sustractiva en ambientes computacionales*. Tesis Maestría. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá. Recuperado de <http://es.scribd.com/doc/88898523/Estrategias-Para-La-Solucion-de-Problemas-Verbales-de-Estructura-Aditiva-y-Sustractiva-en-Ambientes-Computacionales>
- Chacel, R. (2008). *George Polya: Estrategias para la solución de problemas*. Recuperado el 17 de agosto de 2012 de http://ficus.pntic.mec.es/fhebo005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf
- Contreras, L. (1998). *Resolución de problemas: un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Tesis doctoral. Universidad de Huelva, España. Recuperado de <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/2953>
- Coronel, M. y Curotto, M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, v. 7, n.2. Recuperado de http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen7/art11_vol7_n2.pdf
- Díaz, M. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, v. 45, pp 33-41.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas. Educación Primaria*. Pamplona: Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. Recuperado de <http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/PROBLEMAS/OrganizacionTaller/ProblemasIsabelEchenique.pdf>

- Fomento Centros de Enseñanza (2008). *El baúl de Inés. Cuaderno tercer trimestre*. Madrid: Social y Cultura, s.l.
- García, F. (s.f.). A vueltas con la resolución de problemas. *Ábaco. Revista digital*. Recuperado de http://www.profes.net/newweb/mat/apieaula2.asp?id_contenido=33673
- Gómez-Chacón, I. M. (1998). *Matemáticas y contexto. Enfoques y estrategias para el aula*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática Emocional: Los Afectos en el Aprendizaje Matemático*. Madrid: Narcea.
- González, J.L. (2009). *Resolución de problemas. Diferentes clases y métodos de resolución, planificación, gestión de los recursos, representación, interpretación y valoración de los resultados. Estrategias de intervención educativa*. Material no publicado. Recuperado el 19 de julio de 2012 de http://www.cprceuta.es/CPSPXXI/Modulo%204/Archivos/Matematicas/DOC_GONZ_MARI/MODELIZACION%20Y%20RESOLUCION%20DE%20PROBLEMAS/Resoluci%C3%B3n%20de%20problemas.pdf
- Heber, J. (2004). *Talleres de Formación Matemática. Resolución de Problemas Matemáticos*. Maracaibo, 26 al 31 de julio de 2004. Recuperado el 25 de julio de 2012 de <http://ommcolima.uco.lm.mx/guias/TallerdeResolucionproblemas.pdf>
- Hernández, J. y Socas, M. (1994). Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en matemáticas. *Revista suma matemáticas*. I Seminario Nacional sobre Lenguaje y Matemáticas, pp. 82-90. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/082-090.pdf>
- López, P. (2010). *Estudio de la resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados de Ecuador a secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona. Recuperado de <http://www.tdx.cat/handle/10803/1328>
- Martínez, J. (2010). Resolución de problemas en matemáticas. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Revista académica semestral, v2, n.15. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/15/jamp.htm>
- Mayer, R.E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman.
- Ortiz, F. (2001). *Matemáticas estrategias de enseñanza y aprendizaje*. México: Pax México.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas

- Pozo, J.I.; Pérez, M.P; Domínguez, J.; Gómez, M.A. y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana-Aula XXI.
- Proyecto Cifras (s.f.) *Relación de problemas tipificados sobre las operaciones adición y sustracción*. Material no publicado. Recuperado el 12 de Julio de 2012 de <http://recursostic.educacion.es/primaria/cifras/web/pr/generales/probSumasRestas.pdf>
- Real Decreto del Ministerio de Educación y Ciencia 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, 293 de 8 de diciembre de 2006
- Santos, M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Material no publicado. Recuperado el 3 de Agosto de 2012 de <http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>
- Sequera, E. (2007). Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona. Recuperada de http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/1317/01.ECSG_PARTE_1.pdf;jSESSIONID=E5E7449720BC57C9946D97B9D69874E6.tdx2?sequence=1
- Vélez, A. (2006). *Homo Sapiens*. Colombia: Villegas Editores
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., Alvarez, E. (2001). La Educación Matemática. El papel de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje, *Revista Iberoamericana de Educación*. Disponible en: <http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>
- Wang, M. C. (1995). *Atención a la diversidad del alumnado*. Madrid: Narcea.

Bibliografía

- Campistrous, L. y Rizo, C. (1998). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Editorial Pueblo y Educación: Ciudad de La Habana.
- Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro.
- Carabús, O (2004). *Creatividad, actitudes y educación*. Buenos Aires: Biblos.
- Chamorro, M.C. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Educación
- Cockroft, W.H. (1985). *Informe Cockroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia
- Cruz, M. (2006). *La enseñanza de la Matemática a través de la Resolución de Problemas*. La Habana: Educación Cubana. Recuperado de http://www.matematicaparatodos.com/varios/resolucion_de_problemas.pdf
- Fernández-Bravo, J.A. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Barcelona: CISS / Praxis.
- Ferreiro, R. (2007). Más allá de la teoría: El Aprendizaje Cooperativo. Las interacciones sociales para aprender. *Revista Magister*, artículo 3. Recuperado de http://educacionparaeltalento.com/files/WEBSITE_Revista_Magister_Articulo_3.pdf
- Paenza, A. (2008). *Matemáticas ¿dónde estás?*. Barcelona: RBA.
- Rivière, A. (1990). *Capítulo 9: Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva*. En: Marchesi, A., Coll, C. y Palacios, J., *Desarrollo psicológico y educación, III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar* (pp. 155-182). Madrid: Alianza
- Serrano, M. (2004). Creatividad: definiciones, antecedentes y aportaciones. *Revista Digital Universitaria*, v. 5, n.1. Recuperado de http://www.revista.unam.mx/vol.5/num1/art4/ene_art4.pdf
- Stacey, K. y Groves, S. (1999). *Resolver problemas: estrategias*. Madrid: Narcea.

Anexo 1.

Ficha de trabajo con problemas para diferenciar las partes del enunciado en cuestión

Señala las distintas partes del enunciado, asociándolos con los colores correspondientes.



1. Mi cuaderno tiene 70 hojas, he usado 23 hojas. ¿Cuántas hojas me quedan en blanco?
2. Susana tiene 20 años. Juan tiene 12 años más. ¿Cuántos años tiene Juan?
3. Mi hermano se ha comido 30 uvas. Quedan 23 uvas. ¿Cuántas uvas había?
4. En el estanque hay 15 ranas. Han traído 17 más. ¿Cuántas ranas hay en el estanque?
5. Paco había construido una torre con 25 piezas de madera. Se le han caído 13 piezas. ¿cuántas piezas quedan aún en la torre?
6. Pilar tenía 34 canicas. Si le regala 12 canicas a un amigo, ¿cuántas canicas le quedan?
7. En mi calle había 43 árboles y han plantado 10 árboles más. ¿Cuántos árboles hay ahora en la calle?
8. David tiene 22 camisetas en un cajón. Se ha puesto 5 camisetas. ¿Cuántas camisetas quedan ahora en el cajón?
9. En un tren viajan 13 hombres y 27 mujeres. ¿Cuántas personas viajan en el tren?
10. En una granja hay 4 vacas y 27 toros. ¿Cuántos toros más que vacas hay?

Anexo 2.

Nombre: _____



Escribe la pregunta que responda a los datos que aparecen en cada problema.

- En mi pueblo había 23 casas
 - Han construido 47 casas
- ¿_____?

- En la cesta hay 37 fresas
 - Lucas se ha comido 12 fresas
- ¿_____?

- María tiene 51 tebeos
 - María se ha encontrado 13 tebeos
- ¿_____?

- Mi casa está a 17 kilómetros
 - He recorrido 13 kilómetros
- ¿_____?

- Me he leído 23 paginas de un libro
 - Me faltan 40 páginas
- ¿_____?

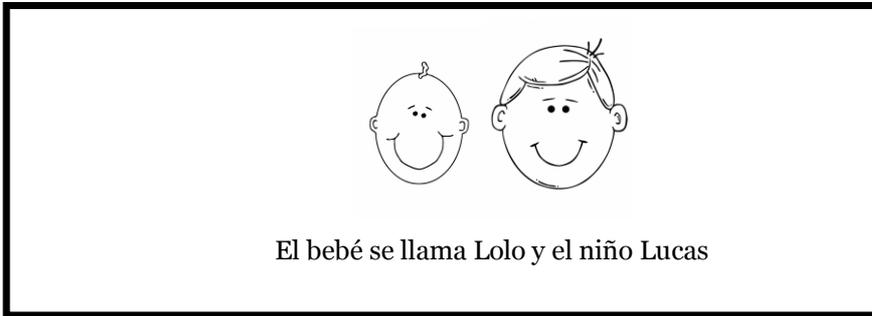
- Javier tiene 42 gominolas.
 - Le han regalado 11 gominolas.
- ¿_____?

- En mi clase somos 15 niñas.
 - Hay 27 sillas en clase.
- ¿_____?

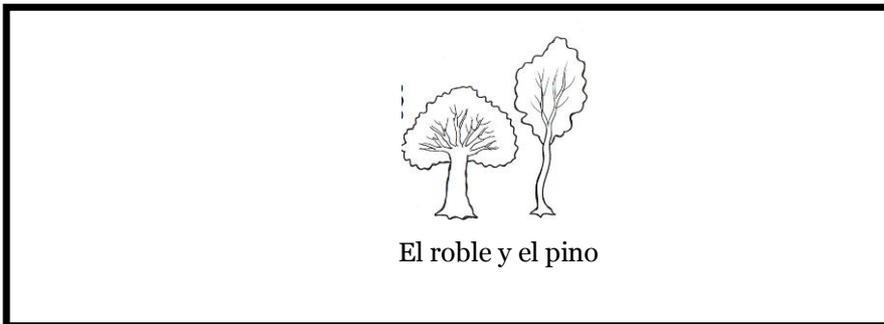
Nombre: _____

Anexo 3.

Dí lo mismo de otra forma. Escríbelo en el lugar correspondiente.



- Lolo está más contento que Lucas.
Lucas está
- Lucas es mayor que Lolo.
Lolo es
- Lucas tiene más pelo que Lolo.
Lolo tiene
- Lolo tiene 7 años menos que Lucas.
Lucas tiene



- El roble es más bajo que el pino.
El pino es
- El pino es más verde que el roble.
El roble es
- El roble tiene más hojas que el pino.
El pino tiene
- El pino tiene el tronco más estrecho que el roble.
El roble tiene

Nombre: _____

Anexo 4.

¿Quieres contar una historia?. Dale la vuelta, cuenta la historia dando marcha atrás.



- Mateo fue a la biblioteca, cogió un libro y lo leyó en silencio.

Mateo.....
.....



- El elefante comió ramas, se metió en el río y se marchó a descansar.

El elefante.....
.....



- La niña merendó, hizo la tarea y se fue a jugar a baloncesto.

La niña.....
.....



- El gusano salió de la manzana, fue a dar un paseo y se tropezó.

El gusano.....
.....



- Maite fue al bosque cogió flores y las plantó en el jardín.

Maite.....
.....

Anexo 5.

Nombre: _____



Tacha el dato que no necesites y escribe otro dato que falta para responder a la pregunta y construir un problema.

DATOS

- Hay 20 manzanas en el árbol.
- El árbol tiene muchas hojas
-

PREGUNTA

- ¿Cuántas manzanas quedan ahora en el árbol?

DATOS

- En el recreo he perdido 41 cromos jugando.
- En el recreo tenía cromos de animales.
-

PREGUNTA

- ¿Cuántos cromos tenía antes del recreo?

DATOS

- Sofía se ha comprado 14 rotuladores.
- Sofía tiene una cartera con rotuladores.
-

PREGUNTA

- ¿Cuántos rotuladores tiene ahora Sofía?

DATOS

- María come caramelos de un bote.
- María tiene 35 caramelos en un bote.
-

PREGUNTA

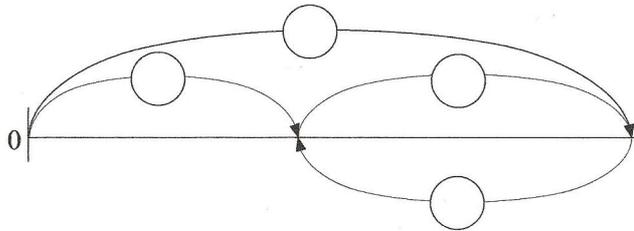
- ¿Cuántos caramelos tiene María en el bote?

Anexo 6.

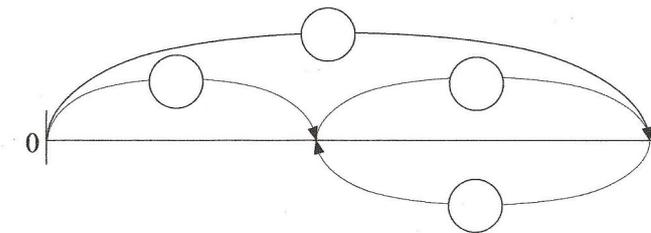


Lee atentamente los problemas y plasma los datos en esquema.

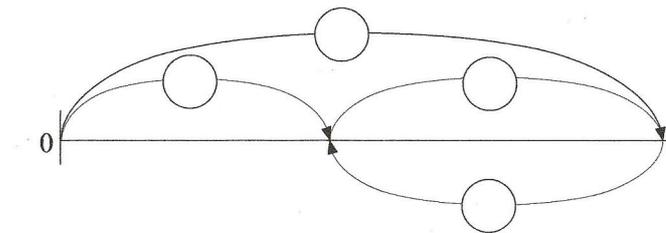
1. Laura tiene 15 libros de aventuras y le ha dejado 8 a Alberto. ¿Cuántos libros le quedan a Laura?



1. Raúl marcó 7 goles el la primera parte del partido y 8 en la segunda. ¿Cuántos goles marcó Raúl en el partido?



2. Amparo compro 20 canarios, se escaparon 6. ¿Cuántos canarios tiene Amparo en la jaula?

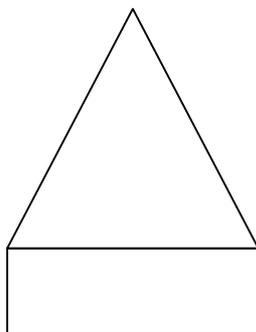


3. En un autobús viajan 44 personas. En la primera parada se bajan 14. ¿Cuántas personas quedan en el autobús?

0 _____

OPERACIÓN:

SOLUCIÓN:



Nombre: _____

Anexo 7.

PRUEBA

1. Di lo mismo de otra forma: (1 punto)

➤ En verano los días son más calurosos que en invierno.

En invierno los días son.....que en verano.

➤ Beatriz tiene menos caramelos que Paula.

Paula tieneque Beatriz.

2. Escribe una pregunta del problema. (1 punto)

- Mario está leyendo un tebeo que tiene 40 páginas.
- Mario ha leído 12 páginas del tebeo.

¿.....?

3. Escribe las preguntas del problema. (1 punto)

- Ayer Maite le regalo a Cesar 10 de sus pegatinas.
- Cesar tiene ahora 15 pegatinas y Maite 17 pegatinas.

¿.....?

¿.....?

4. Piensa para poder contestar a la pregunta (1 punto)

DATOS

- Marta es mayor que Juan.
- Marta tiene 10 años.
-

PREGUNTA

¿Cuántos años menos que Marta tiene Juan?

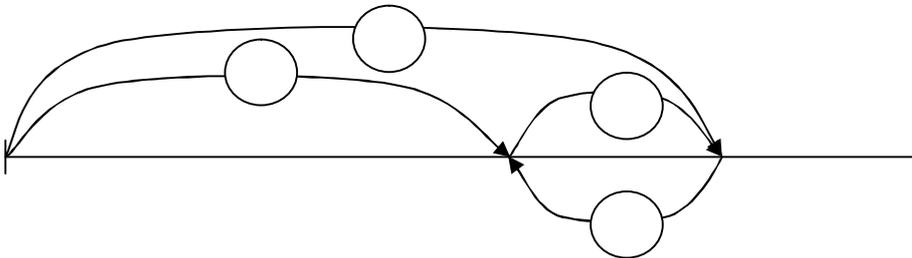
5. Lee, piensa y contesta: (2 puntos)

1. En la mochila de Mateo hay 8 llaveros más que en la de Pablo.
Pablo ha perdido 2 llaveros de su mochila.
Ahora Mateo tienellaveros más que pablo.
2. María afirma: “Mi hermano tiene 18 años y yo 7 años”
Ahora mi hermano tieneaños más que yo.
Dentro de 20 años mi hermano tendrámás que yo.

6. PROBLEMA (4 puntos)

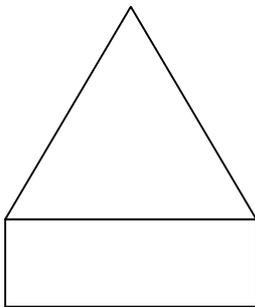
Juan se ha leído 14 libros de una colección de dinosaurios.
Todavía le faltan 12 libros para acabar la colección.
¿Cuántas libros tiene la colección de dinosaurios que esta leyendo Juan?

- Señala las partes del enunciado del problema. Rodea de rojo los datos, subraya el objeto a resolver y encuadra la palabra clave.
- Coloca los datos en el esquema.



- Escribe la operación y resuelve le problema poniendo la solución.

OPERACIÓN:



SOLUCIÓN:

- Verifico. Llevo la solución al enunciado del problema. ¿Tiene sentido?