

**COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS HABILIDADES BÁSICAS DE
PENSAMIENTO ESPACIAL Y DE LOS PROCESOS DE COMUNICACIÓN EN
ALUMNOS DE PREESCOLAR COLOMBIANOS**

AUTOR

ALIX MARÍA CASADIEGO CABRALES

DIRECTOR

Dr. VÍCTOR SANTIUSTE BERMEJO

TUTOR DOCTOR

Dr. JOAQUÍN MANUEL GONZÁLEZ CABRERA

UNIVERSIDAD INTERNACIONAL DE LA RIOJA

DOCTORADO

**SOCIEDAD DEL CONOCIMIENTO Y ACCIÓN EN LOS ÁMBITOS DE LA
EDUCACIÓN, LA COMUNICACIÓN, LOS DERECHOS Y LAS NUEVAS
TECNOLOGÍAS**

—Páreceme que vuesa merced ha cursado las escuelas: ¿qué ciencias ha oído?

—La de la caballería andante (...) Es una ciencia —replicó Don Quijote— que encierra en sí todas o las más ciencias del mundo, a causa que el que la profesa (...) ha de saber las matemáticas, porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad dellas (...)

(Cervantes, 2009, p.177)

Agradecimientos

La autora agradece al Dr. Víctor Santiuste Bermejo y al Dr. Joaquín González Cabrera por su dirección y continuo optimismo durante el desarrollo de esta investigación.

A mi hijo Gabriel, por su infinita paciencia y gran ayuda en esta investigación.

A la Universidad Internacional de la Rioja, Universidad Missouri State University, Universidad Autónoma de México, a los profesores Kurtis, Juan, Ricardo, Baruch y Álvaro Avendaño quienes contribuyeron en la validación de los cuestionarios.

A la Universidad Surcolombiana, a Andrea, Angélica y demás estudiantes de didáctica y practicantes, como también, a la profesora Clara Elsa y a las escuelas que formaron parte de la investigación.

A mi hermano y demás miembros de mi familia que contribuyeron con sus opiniones y lecturas.

ÍNDICE

1	Introducción	12
2	Justificación y Relevancia del Estudio	14
3	Marco Teórico.....	17
3.1	Marco Conceptual	17
3.1.1	¿Qué es el lenguaje?.....	17
3.1.2	¿Qué es la matemática?.....	18
3.1.3	Los tipos de pensamiento matemático	18
3.1.3.1	La subdivisión del pensamiento matemático	19
3.1.3.2	Concepto de pensamiento espacial	23
3.2	Historia de las Investigaciones en Matemática	25
3.2.1	La teoría de las Situaciones Didácticas	37
3.2.1.1	Tipos de situaciones didácticas	40
3.2.1.2	Variable didáctica	43
3.2.1.3	Rol del juego en la Situación Didáctica.....	44
3.2.1.4	Los objetivos de la didáctica.....	46
3.2.1.5	Fenómenos en didáctica.....	47
3.2.1.6	Situación Didáctica - Situación a-didáctica	52
3.2.1.7	El contrato didáctico	53
3.2.2	Orígenes de la Ingeniería Didáctica	54
4	Objetivos	68
4.1	Objetivo General	68
4.2	Objetivos Específicos	68
4.3	Hipótesis.....	68
5	Metodología	69
5.1	Diseño Metodológico	70
5.2	Población, Muestra y Muestreo.....	72
5.3	Características Psicológicas de los alumnos	73
6	Estudios Empíricos	80

6.1	Etapa 1: Construcción y Validación del Instrumento de Observación Participante para el Diseño de Situaciones Didácticas (IOSD).....	81
6.1.1	Introducción	81
6.1.2	Metodología	82
6.1.3	Procedimiento.....	83
6.1.4	Participantes	84
6.1.5	Período uno. Construcción y validación inicial del IOSD	84
6.1.5.1	I Fase preparatoria método Delphi.....	85
6.1.5.1.1	Preparación del instrumento	86
6.1.5.1.2	Tipo de respuesta.....	94
6.1.5.1.3	Decisión de la vía de consulta	94
6.1.5.2	II. Fase de consulta método Delphi.....	95
6.1.5.2.1	Primera ronda	95
6.1.5.2.2	Segunda Ronda.....	95
6.1.5.2.3	Tercera y subsiguientes rondas.....	96
6.1.5.3	III. Fase de consenso método Delphi.....	97
6.1.5.3.1	Grado de coincidencia de los jueces mediante DM.....	98
6.1.5.3.1.1	Tres jueces con 7 opciones de calificación.....	98
6.1.5.3.1.2	Ocho jueces con 7 opciones de calificación	103
6.1.5.3.2	Coefficiente de correlación intraclass de acuerdo absoluto.....	107
6.1.5.4	Resultados período uno.....	108
6.1.6	Período dos. Validación IOSD en Missouri State University.	112
6.1.6.1	Procedimiento	112
6.1.6.2	Resultados periodo dos	126
6.1.7	Período tres Validación IOSD Universidad Autónoma de México	126
6.1.7.1.1	Procedimiento.....	126
6.1.7.2	Resultados período tres	141
6.1.8	Resultados de la Etapa 1.....	141
6.2	Etapa 2: Diseño y Perfeccionamiento de Situaciones Didácticas	143

6.2.1	Introducción	143
6.2.2	Metodología	144
6.2.3	Procedimiento.....	144
6.2.4	Participantes	144
6.2.5	Situaciones Didácticas Seleccionadas	145
6.2.5.1	Análisis a priori de todas las situaciones didácticas	145
6.2.5.2	Primera SD: “Conquista de Juguetes”	146
6.2.5.2.1	Fase I: Análisis a priori.....	147
6.2.5.2.2	Fase II: experimentación	148
6.2.5.2.3	Fase III: Análisis a posteriori y evaluación	149
6.2.5.3	Resultados primera SD “Conquista de Juguetes”	150
6.2.5.4	Segunda SD: “Búsqueda Del Tesoro”	153
6.2.5.4.1	Fase I: Análisis a priori.....	154
6.2.5.4.2	Fase II: Experimentación.....	154
6.2.5.4.3	Fase III: Análisis a posteriori y evaluación	154
6.2.5.5	Resultados segunda SD: “Búsqueda Del Tesoro”	155
6.2.5.6	Tercera SD: “Descubre La Letra Oculta”	160
6.2.5.6.1	Fase I: Análisis a priori.....	162
6.2.5.6.2	Fase II: Experimentación.....	162
6.2.5.6.3	Fase III: Análisis a posteriori y evaluación:	162
6.2.5.7	Resultados Tercera SD: “Descubre La Letra Oculta”.....	163
6.2.5.8	Cuarta SD: “El Tren De Carga”	166
6.2.5.8.1	Fase I: Análisis a priori.....	168
6.2.5.8.2	Fase I: experimentación.....	168
6.2.5.8.3	Fase II: análisis a posteriori y evaluación.....	168
6.2.5.9	Resultados cuarta SD: “El Tren De Carga”	169
6.2.6	Resultados de la Etapa 2.....	172
6.3	Etapa3: Experimentación de SD en el Grupo De Preescolar	173
6.3.1	Introducción	173

6.3.2	Metodología	174
6.3.3	Procedimiento.....	177
6.3.4	Participantes	177
6.3.5	Resultados de la Etapa 3.....	178
6.3.6	Resultados Grupo Uno	182
6.3.6.1	Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”	182
6.3.6.2	Situación Didáctica número dos “Conquista de Juguetes”	182
6.3.6.3	Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta”	183
6.3.6.4	Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga”	184
6.3.7	Resultados Grupo Dos.....	187
6.3.7.1	Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”	187
6.3.7.2	Situación Didáctica número dos “Conquista de Juguetes”	188
6.3.7.3	Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta”	189
6.3.7.4	Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga”	189
6.3.8	Resultados del Grupo Tres	192
6.3.8.1	Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”	192
6.3.8.2	Situación Didáctica número dos “Conquista de Juguetes”	193
6.3.8.3	Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta”	194
6.3.8.4	Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga”	194
7	Resultados Generales	198
8	Discusión de Resultados	204
9	Conclusiones	210
9.1	Aportes más relevantes de la tesis.....	212
9.1.1	Aportes significativos de la investigación.....	212
9.1.2	Aportes de la experiencia internacional	214
9.2	Limitaciones del trabajo y nuevas vías de investigación	215
10	Referencias	218
11	Anexos.....	224

LISTA TABLAS

Tabla1. Distancia Máxima - DM 3 Jueces	100
Tabla2. Distancia interjueces para 3 jueces y probabilidad de ocurrencia.	101
Tabla3. Calificación de tres jueces y DM	102
Tabla 4. Resumen calificación 3 jueces y DM	102
Tabla 5. Diferencia Máxima y DM	103
Tabla 6. Distancia interjueces para 3 jueces y grado de acuerdo	103
Tabla 7. Distancia interjueces para 8 jueces y probabilidad de ocurrencia	105
Tabla 8. Distancia y Grado de acuerdo	107
Tabla 9. Coeficiente de correlación intraclase primer IOSD.	109
Tabla 10. Valores convencionales para ICC	109
Tabla 11. Validación inicial del IOSD:	111
Tabla 12. IOSD Missouri State University mapa de Springfield uno	116
Tabla 13. IOSD Missouri State University mapa de Springfield Dos	118
Tabla 14. IOSD Missouri State University Treasure Hunt uno.....	121
Tabla 15. Missouri State University Treasure Hunt dos	122
Tabla 16. IOSD Missouri State University copiar dibujos en cuadrícula uno.....	124
Tabla 17. IOSD Missouri State University copiar dibujos en cuadrícula dos	125
Tabla 18. IOSD Universidad Autónoma de México Ecuaciones Diferenciales	130
Tabla 19. IOSD Universidad Autónoma de México Propiedades Magnéticas	133
Tabla 20. IOSD Universidad Autónoma de México laboratorio de óptica y ondas	137
Tabla 21. IOSD Universidad Autónoma de México Aceleración De La Gravedad	140
Tabla 22. IOSD inicial SD: Conquista de Juguetes.....	151
Tabla 23. IOSD final SD: Conquista de Juguetes	152
Tabla 24. IOSD inicial SD: Búsqueda de tesoro	157
Tabla 25. IOSD final SD: Búsqueda de tesoro.....	159
Tabla 26. IOSD inicial SD: Descubre la Letra Oculta	164
Tabla 27. IOSD Final SD: Descubre la Letra Oculta	165
Tabla 28. IOSD Inicial SD: El Tren de Carga.....	170
Tabla 29. IOSD Final SD: El Tren de Carga.....	171
Tabla 30. Códigos de la información	175
Tabla 31. Registros grupo uno	179
Tabla 32. Registros grupo dos.....	180
Tabla 33. Registros grupo tres	181

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Participantes.....	73
Figura 2. Símbolos previamente dibujados.....	75
Figura 3. Esquema de los Estudios Empíricos.....	80
Figura 4. Distancia interjueces para 3 jueces (eje x) y desviación promedio (DM) de las respuestas.....	99
Figura 5. Distancia interjueces para 8 jueces (eje x) y desviación promedio (DM) de las respuestas.....	104
Figura 6. Distancia Máxima y Probabilidad.....	106
Figura 7. Probabilidad y DM.....	106
Figura 8. Cuadrícula para “Conquista de Juguetes”.....	146
Figura 9. Cuadrícula Inicial para “Conquista de Juguetes”.....	148
Figura 10. Camino a seguir para encontrar el tesoro.....	153
Figura 11. Cuadrícula para “Descubre la Letra Oculta”.....	160
Figura 12. Mensaje Para Emitir “Descubre la Letra Oculta”.....	161
Figura 13. Mensaje por Emitir para “Tren de Carga”.....	166
Figura 14. “Tren para cargar”.....	167
Figura 15. Componentes de una Situación Didáctica.....	175
Figura 16. Búsqueda del Tesoro grupo uno.....	182
Figura 17. Conquista de Juguetes grupo uno.....	183
Figura 18. Descubre la Letra Oculta grupo uno.....	184
Figura 19. Tren de Carga grupo uno.....	184
Figura 20. Niños emisores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo uno.....	185
Figura 21. Niños receptores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo uno.....	185
Figura 22. Porcentaje total emisores y receptores de situaciones didácticas grupo uno.....	186
Figura 23. Emisor - Receptor exitoso en cada una de las situaciones didácticas del grupo uno.....	186
Figura 24. Búsqueda del Tesoro grupo dos.....	188
Figura 25. Conquista de Juguetes grupo dos.....	188
Figura 26. Descubre la Letra Oculta grupo dos.....	189
Figura 27. Tren de Carga grupo dos.....	190
Figura 28. Niños emisores exitosos en cada una de las SD del grupo dos.....	190
Figura 29. Niños receptores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo dos.....	191
Figura 30. Porcentaje total emisores y receptores de situaciones didácticas grupo dos.....	191
Figura 31. Emisor – Receptor exitoso en cada una de las situaciones didácticas del grupo dos.....	192
Figura 32. Búsqueda del Tesoro grupo tres.....	193
Figura 33. Conquista de Juguetes grupo tres.....	193
Figura 34. Descubre la Letra Oculta grupo tres.....	194
Figura 35. Tren de Carga grupo tres.....	195
Figura 36. Niños emisores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo tres.....	195
Figura 37. Niños receptores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo tres.....	196
Figura 38. Porcentaje total emisores y receptores de situaciones didácticas grupo tres.....	196
Figura 39. Emisor – Receptor exitoso en cada una de las situaciones didácticas del grupo tres.....	197
Figura 40. Resumen de niños exitosos como emisor en cada una de las situaciones didácticas.....	198
Figura 41. Resumen de niños exitosos como receptores en cada una de las situaciones didácticas.....	199

Figura 42. Número de veces de niños exitosos como emisor grupo uno..	199
Figura 43. Número de veces de niños exitosos como emisor grupo dos..	200
Figura 44. Número de veces de niños exitosos como emisor grupo tres..	200
Figura 45. Número de veces de niños exitosos como receptor grupo uno..	201
Figura 46. Número de veces de niños exitosos como receptor grupo dos..	201
Figura 47. Número de veces de niños exitosos como receptor grupo tres..	202
Figura 48. Consolidado de las emisiones y recepciones exitosas de los tres grupos..	203

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Google: Búsqueda en EE. UU. del tema habilidades espaciales.....	224
Anexo B. Instrumento de observación participante para SD (IOSD).....	225
Anexo C. Pasos del juego Búsqueda del Tesoro	228
Anexo D. Pasos del juego Descubre la Letra Oculta.....	230
Anexo E. Decímetro Cuadrado	231
Anexo F. Manifestaciones de aceptación de los padres	232
Anexo G. Posibilidades de 3 jueces de calificar de 0 – 6.....	236
Anexo H. Posibilidades de 8 jueces de calificar de 0 – 6.....	237
Anexo I. DM y Distancias Máximas- 8 Jueces	247

1 Introducción

La sinfonía de las matemáticas sólo es disfrutada por quienes pueden leer sus notas musicales. Para Devlin (2003) “los humanos no han desarrollado el equivalente matemático del oído musical” (p.17). Esta investigación es una aproximación para convertir el aula de clases en un concierto matemático en donde niños de preescolar disfrutan el aprendizaje de habilidades espaciales a través de procesos de comunicación. El habla se construye, se enriquece o se empobrece de acuerdo con el contexto donde se desarrolla el niño, ya sea la casa, el vecindario o la escuela. La clase de matemática es un escenario donde se puede enriquecer o empobrecer la experiencia de lenguaje y, por ende, de comunicación.

Esta tesis desarrolla una investigación en ese sentido con 73 niños de preescolar de Neiva, Colombia. El documento inicia haciendo una justificación en donde se revisan los estudios que han identificado las habilidades comunicativas subyacentes en el aprendizaje de las matemáticas, desde los años ochenta hasta los últimos 5 años. A partir de allí se avanza en porqué la matemática es clave para desarrollar espacios de comunicación y pensamiento en los niños, al ser ésta una disciplina que está presente en todos los ámbitos de la vida cotidiana (Santiuste y González, 2014). Los mismos autores, junto con Wong, Graham, Hoskyn, y Berman (2012), coinciden en resaltar los beneficios de claridad y convicción en el discurso de los niños cuando éstos son desafiados a pensar y razonar acerca de las matemáticas y comunicar los resultados de sus pensamientos a otros oralmente o escribiendo. Desde esas justificaciones el documento avanza hacia el marco teórico que está dividido en dos partes: el marco conceptual e historia de las investigaciones en matemática.

En el marco conceptual se definen los conceptos relacionados con la pregunta de investigación, es decir el Concepto de Competencia Espacial, lenguaje y matemáticas. En

historia de las investigaciones en matemática se hace un resumen de las investigaciones que resaltan las teorías sobre la importancia del lenguaje para el aprendizaje de las matemáticas. Aquí también se describe la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, que sirve de guía durante la investigación para diseñar los juegos que son trabajados con el grupo de preescolar.

Otro concepto que tiene que ver con el proceso es la Ingeniería Didáctica, término introducido por los investigadores franceses para denotar una forma específica de diseño didáctico inspirada en la teoría de las Situaciones Didácticas (Artigue, 2009). Finalmente, en las conclusiones del documento se analiza el éxito de las situaciones didácticas en el proceso de desarrollo de habilidades espaciales mediante el lenguaje matemático, además de un sentimiento de bienestar y júbilo alrededor de una materia como la matemática.

2 Justificación y Relevancia del Estudio

Ha sido cuestión primordial en el estudio de la enseñanza de las matemáticas identificar las habilidades comunicativas subyacentes en las habilidades matemáticas, pues desde el año 1987 se acusa escasez de trabajos en esta área. La adquisición de las operaciones aritméticas elementales se centraba básicamente en el estudio del conteo (Bermejo y Lago, 1987). Así mismo, Chamorro (2005) corrobora la anterior situación añadiendo que los libros que actualmente se utilizan en las escuelas tienen mucho en común con este periodo histórico.

El conteo es la repetición memorística de una serie numérica, lo que no implica que el niño haya desarrollado pensamiento matemático. Esto ha conducido a una doble pérdida, pedagógicamente hablando, una es que los estudiantes entran a la clase de matemáticas a enfrentar un reto prácticamente insuperable y la otra donde el profesor desaprovecha la oportunidad de hacer de la clase de matemáticas una experiencia de comunicación y desarrollo del pensamiento. Según Santiuste y González (2014):

La matemática es una herramienta conceptual necesaria para la participación inteligente en la sociedad (...) ofrece un conjunto organizado de conocimientos que se encuentran jerarquizados. Estos conocimientos matemáticos no se organizan de forma arbitraria, sino mediante una minuciosa lógica interna que le dota de gran coherencia. (cap.9)

¿Qué significa esto para los procesos de aprendizaje del niño y su inserción en un mundo cada vez más exigente en resolución de problemas, claridades conceptuales y capacidad de debatir con argumentos? Los citados autores apuntan en esa dirección: el niño debe aprender a comunicarse con un lenguaje preciso y acostumbrarse a la abstracción de los símbolos y fórmulas utilizados. El primer problema tiene que ver con el vocabulario novedoso que deben asimilar; otro problema son los diferentes significados que poseen estos términos respecto de su uso habitual; por último, la legibilidad del texto, relacionada con el

léxico y la sintaxis además del uso de tablas, gráficos, etc. (Orton, 1990 citado en Santiuste y González, 2014).

En la misma dirección, según The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), cuando los estudiantes son desafiados a pensar y razonar acerca de las matemáticas y comunicar los resultados de sus pensamientos a otros oralmente o escribiendo, aprenden a ser claros y convincentes. Los estudiantes que tienen la oportunidad, apoyados y estimulados para hablar, leer, escribir y escuchar en clases de matemáticas cosechan grandes beneficios. Ellos comunican para aprender matemáticas y aprenden a comunicarse matemáticamente (NCTM, 2000 citado en Wong et al., 2012). Lo contrario se convierte en una frustración de amplias dimensiones. Si no hay comprensión, las capacidades comunicativas se reducen. De acuerdo con Santiuste (2014), la comprensión constituye la variable más relevante en el proceso de adquisición del lenguaje, igualmente la comunicación hablada influye poderosamente en las relaciones interpersonales, creándose entramados comunicativos que comienzan en la relación madre-hijo, a la que van sumándose otros miembros hasta construir sistemas cada vez más estructurados y entrelazados. Podemos afirmar, pues, que la evolución de la persona depende, en gran medida, de la comprensión lingüística que abre la puerta del conocimiento y de las relaciones sociales.

Cuando el estudiante dice que “las matemáticas no son lo suyo”, está marginándose del mundo, negándose a estar ubicado consecuentemente en un universo en el que hay que participar, un mundo privado y público que está sustentado y explicado por las matemáticas, como anota Devlin (2003):

Las estructuras de las matemáticas son la esencia primaria del pensamiento, de la comunicación, del cálculo, de la sociedad y de la propia vida, durante la mayor parte de su historia el único modo de apreciarlas fue aprender a leer sus símbolos. Los humanos no han

desarrollado el equivalente matemático del oído musical, hasta ahora sólo se puede ver con los ojos de la mente. Es como si no tuviéramos oído y sólo los que pudieran “leer las notas musicales” la apreciaran. (p 17)

Cuando un niño no logra descubrir la belleza de las matemáticas, un número infinito de puertas sociales, culturales e intelectuales se le van cerrando. Esta investigación hace un intento por lograr que desde el preescolar los niños comiencen a trabajar las matemáticas como un lenguaje y aprecien esa sinfonía que muy pocos logran disfrutar. Este reto, significa, según Sadosky (2005), concebir la clase como un ámbito de producción. Esto supone ya tomas de posición: respecto del aprendizaje, de la enseñanza, del conocimiento matemático, de la relación entre el conocimiento matemático que “habita en la escuela y el que habita fuera de ella”. El reto del profesor, como lo anota esta autora, es el de un intelectual que debe propiciar heurísticamente, diálogos entre los estudiantes, donde el estudiante construye el conocimiento con la comunidad estudiantil, incluyendo su profesor, por supuesto.

De acuerdo con lo anterior, se hace necesario que desde el preescolar los niños comiencen a trabajar las matemáticas como un lenguaje y a partir de ello desarrollar habilidades matemáticas. La presente investigación responde a la pregunta ¿Cuáles habilidades en pensamiento espacial, mediadas por procesos de comunicación, se pueden lograr en niños de preescolar?

3 Marco Teórico

El marco teórico está dividido en dos partes: Marco conceptual e historia de las investigaciones en matemática.

En el marco conceptual se definen los conceptos relacionados con la pregunta de investigación.

En historia de las investigaciones en matemática se hace un resumen de las investigaciones que resaltan las teorías sobre la importancia del lenguaje para el aprendizaje de las matemáticas. Aquí también se describe la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, que sirven de guía durante la investigación para diseñar las Situaciones Didácticas que serán trabajadas con el grupo de preescolar.

3.1 Marco Conceptual

En esta parte se definen los conceptos relacionados con la pregunta de investigación.

3.1.1 ¿Qué es el lenguaje?

En forma general el lenguaje se define como “una capacidad o sistema de comunicación que consiste en poner en relación sonidos y significados” (Santiuste, 2014, p.3). Desde el área de la psicolingüística, la comprensión y la producción constituyen la estructura lingüística (Santiuste, 2014).

Dos importantes aportaciones a la Psicolingüística ocurrieron en los años 50 del siglo pasado: Skinner (1957 citado en Santiuste, 2014) analizó el habla como una conducta que se aprende por imitación, estímulo-respuesta y refuerzo. Chomsky (1959 citado en Santiuste, 2014) negaba que los niños fueran una tabla rasa y afirmaba que están genéticamente dispuestos para estructurar cómo se adquiere el conocimiento lingüístico.

En nuestra investigación, aunque sabemos que nuestros niños no son una tabla rasa, el lenguaje matemático es enseñado a través de actividades que estimulan la necesidad de comunicación tal como afirma Santiuste (2014), la función expresiva tiene que ver con la necesidad de la persona de expresar hacia afuera pensamientos, sentimientos, emociones, criterios, conocimientos o vivencias.

Por último, tendremos en cuenta de acuerdo con Santiuste (2014) que la función comunicativa precisa de un receptor del mensaje, de un mismo código, de una situación comunicativa y de un contexto sobre el que se fundamenta una relación transaccional, donde el comunicante es partícipe activo de la comunicación.

3.1.2 ¿Qué es la matemática?

En teoría, las matemáticas representan un conjunto de conocimientos conceptuales, procedimentales y declarativos y su uso en la comunicación con los demás para resolver problemas. En pocas palabras, el conocimiento conceptual se refiere a las estructuras mentales que subyacen en el razonamiento de los niños con las matemáticas. Dentro de cada estructura o modelo, diversos componentes están unidos entre sí, y es esta vinculación con los conceptos aprendidos previamente que contribuye a profundas comprensiones conceptuales de los niños (Carpenter y Moser, 1984 citado en Wong, et al., 2012).

3.1.3 Los tipos de pensamiento matemático

El Ministerio de Educación Nacional (MEN,2006), considera que la expresión “ser matemáticamente competente” se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.

A mediados del Siglo XX, Jean Piaget propuso un conjunto de operaciones lógico-matemáticas para explicar el paso del razonamiento de los adolescentes del pensamiento operatorio concreto al formal (Inhelder y Piaget, 1985, citado en MEN, 2006). Señaló, también, que el pensamiento lógico consiste en operaciones sobre las proposiciones y el pensamiento matemático versa sobre el número y sobre el espacio, originando la aritmética y la geometría (Piaget, 1978 citado en MEN,2006).

3.1.3.1 La subdivisión del pensamiento matemático

Sin embargo, el (MEN,2006) en lo referente a estándares de competencia en matemática solamente se concreta a exponer las que se relacionan con los cinco tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional). En esta subdivisión no está incluido el pensamiento lógico, pues en todos esos cinco tipos es necesario atender al uso y al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes y, a su vez, el progreso en el pensamiento lógico potencia y refina los cinco tipos de pensamiento matemático. En la física estos dos pensamientos lógico y matemático se diferencian por cuanto se relacionan con la realidad y la experiencia (MEN, 2006). El pensamiento lógico tiene que ver con estructuras matemáticas, como con el álgebra de proposiciones, aquella en la que podemos decir si una proposición o una afirmación es cierta o falsa. En el mundo real esa circunstancia no es la común, pues casi siempre se maneja en ambientes de incertidumbre y difusos. Eso introduce una gran diferencia entre el pensamiento lógico y el mundo físico. Ahora bien, la lógica matemática difiere en sí misma del pensamiento matemático. El pensamiento matemático puede comprender el lógico, pero no al contrario, o sea no podríamos esperar que una persona que tenga un pensamiento lógico-matemático necesariamente desarrolle un pensamiento acertado en el mundo real, es decir, que tome muy buenas decisiones. De hecho, hay varias lógicas, como la lógica deontológica y

muchas otras que intentan matematizar el razonamiento humano, comprendiendo todo lo que la lógica matemática bivalente ha dejado por fuera. Aun así, con todas esas nuevas formulaciones de la lógica, el pensamiento lógico matemático dista mucho de tomar buenas decisiones, aunque es una excelente herramienta para ayudarnos a seleccionar datos, para reducir el tiempo y tomar buenas decisiones.

Desde los griegos se ha diferenciado entre hacer matemáticas con respecto al número: la aritmética y la manera de hacerla con respecto al espacio: la geometría. Para la aritmética se pensó en los números y las operaciones de adición y sustracción, multiplicación y división. Para la geometría, en la geometría euclidiana, sistematizada en el Siglo IV antes de nuestra era. Estas dos formas sugieren una subdivisión del pensamiento matemático en dos tipos: el pensamiento numérico y el espacial. El desarrollo de la física trajo aspectos espaciales más intuitivos y cualitativos que los de la geometría, desarrollando una ciencia abstracta del espacio que se llamó topología, que no requería de las nociones métricas, las cuales terminaron aplicándose también al tiempo y a otros conceptos como fuerza, peso, masa, densidad, temperatura, presión, velocidad, aceleración, etc. Así pues, el pensamiento métrico es independiente del pensamiento numérico y del espacial (MEN, 2006).

Esa división es muy adecuada porque el pensamiento numérico se separa del pensamiento espacial al cual está vinculada la geometría. Geometría significa medir la tierra o figuras, estas figuras se representan en el espacio; la física tampoco puede compendiarse en la geometría porque en la física se agrega la variable tiempo: involucra movimiento. Esto quiere decir que el espacio del cual habla la física se diferencia de la geometría porque incluye otra dimensión que es el tiempo y le da al espacio propiedades de cuerpo físico. Por ejemplo, el espacio se puede curvar con presencia de la masa. Es decir, interactúa como cualquier cuerpo

físico y la geometría se involucra en cuanto define una métrica en ese espacio: una forma de definir distancia y medirla.

Así las nociones métricas que provienen de la geometría terminaron también en la física, en tanto que Galileo empezó a utilizar relaciones matemáticas, a medir el tiempo, el espacio, la velocidad, introdujo los sistemas de referencia inerciales, dedujo cómo medir la velocidad de un cuerpo en uno o en otro sistema, cómo sería la fuerza en uno o en otro sistema, entonces comienza a haber una mezcla entre geometría y física desarrollando conceptos espaciales. De hecho, la teoría de la relatividad es una geometría de cuatro dimensiones que tiene su propia métrica, su propia manera de definir la distancia en ese espacio y lo mismo pasa con fuerza y aceleración; todas esas cantidades al medirse implica el desarrollo de una nueva métrica o medición: establecer un número o establecer distancias entre dos puntos de esos espacios.

Entre los estudiantes de matemáticas hay algunos que descuellan en aritmética y geometría, pero que tienen problema en los conceptos de la probabilidad o en las variaciones continuas de los procesos físicos. Resultando entonces el pensamiento probabilístico o aleatorio y el pensamiento analítico o variacional como tipos de pensamiento matemático diferentes del numérico, el espacial y el métrico (MEN, 2006).

El Ministerio, basado en el hecho de que los estudiantes buenos en el aspecto numérico no lo eran tanto en lo espacial, aceptó esta realidad para plantear la enseñanza de estos conceptos por separado: pensamiento numérico y pensamiento espacial. De esas mismas observaciones planteó que debían introducirse el probabilístico y el variacional. El probabilístico tiene que ver con un pensamiento que no es casuístico: no siempre es posible predecir lo que va ocurrir con el cien por ciento de probabilidad como dirían los probabilísticos o seguridad absoluta como diría cualquier persona, sino que se debe introducir

una forma de pensar nueva, en el sentido de que únicamente podemos predecir la probabilidad de que un evento ocurra o no, lo cual requiere de una cosmovisión diferente a la de pensar que todo es casuístico; siempre que se presenta una causa se va a presentar el mismo efecto, aquí eso no siempre va a ocurrir y por eso todo tiene que expresarse en términos de probabilidad, como ocurre en la física cuántica.

Igualmente, el pensamiento variacional es indispensable para el estudio de la física, por cuanto allí siempre una variable depende de otra, siempre una cantidad física influye en otra: siempre al cambiar la una cambia la otra, incluso en mecánica cuántica esas variaciones influyen en la otra, pero ahora con significado probabilístico. No siempre va a traer el mismo efecto en la otra, sino que hay que considerar la probabilidad de que la otra variable cambia de un valor a otro.

El pensamiento variacional se encuentra en el pensamiento matemático relacionado con la modelación de procesos. En estos casos intervienen muchas variables independientes unas de otras, pero que tienen influencia en otra. Normalmente estos modelos son desarrollados en computador debido a la gran cantidad de datos que concurren en un solo momento, entonces es posible hacer predicciones, pero sólo en términos probabilísticos, aunque su esencia es muy diferente a la física cuántica, por ejemplo, la trayectoria de un huracán, la probabilidad de lluvia de mañana, la cual es obtenida procesando los miles de datos provenientes de las estaciones meteorológicas. Así es posible predecir el tiempo de mañana, pero eso ocurre mediante una modelación matemática que se realiza en un computador y en términos de probabilidad.

Finalmente (MEN,2006) relaciona las asignaturas con cada uno de los cinco tipos de pensamiento matemático así: el pensamiento métrico y el variacional en el álgebra y el cálculo; el pensamiento espacial y el métrico, en la geometría; el pensamiento aleatorio, en la

probabilidad y estadística y el pensamiento numérico, en la aritmética. Por supuesto el lógico potencia cada uno de los cinco tipos de pensamiento matemático.

3.1.3.2 Concepto de pensamiento espacial

Según el Ministerio de Educación Nacional el pensamiento espacial, es un tipo de pensamiento matemático que se refiere al “conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (MEN, 2006, p.61).

Competencias en pensamiento espacial según el MEN

El Ministerio de Educación Nacional distribuye los estándares de competencias en conjuntos de grados en este caso de Primero a Tercero, para dar mayor flexibilidad a la distribución de las actividades dentro del tiempo escolar. Se debe procurar una organización del trabajo escolar que garantice un trabajo integrado de todos los estándares correspondientes a un mismo grupo de grados y que atienda a su conexión con los estándares de los grados anteriores y de los siguientes (MEN, 2006).

En lo referente a lo espacial y la geometría el MEN (2006, p. 82) establece las siguientes competencias para los grados de Primero a Tercero:

- *Distingo las características de los objetos de tres dimensiones y los describo; dibujo sus caras planas y las identifico.*
- *Reconozco lo que significa horizontal y vertical, derecha e izquierda, arriba y abajo; sé cuándo dos líneas son paralelas o perpendiculares y uso esas nociones para describir figuras y ubicar lugares.*
- *Puedo dar y seguir instrucciones en las que aparecen relaciones de distancia, dirección y orientación.*

- *Distingo entre girar y trasladar un objeto y sigo indicaciones para hacerlo.*
- *Observo y reconozco objetos que están a una misma distancia de otro en línea recta, es decir, simétricos con respecto a él; reconozco el efecto espejo en dibujos donde hay una figura que se repite.*
- *Descubro cuándo dos figuras pueden superponerse, es decir, cuándo tienen la misma forma y el mismo tamaño; también, cuándo una figura es ampliación o reducción de otra (como una foto).*
- *Invento objetos usando figuras geométricas*
- *Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. (Esta última competencia la establece el MEN para los grados de cuarto a quinto)*

Otro concepto que vale la pena tener en cuenta relacionado con el pensamiento espacial es la diferencia entre el mesoespacio y el microespacio. Según Gálvez (1985, citado en Chamorro, 2005) el microespacio se relaciona con las interacciones que se tienen con los objetos pequeños que son más accesibles y el mesoespacio a los recorridos de un espacio más amplio como un salón o una casa.

Es importante agregar que la habilidad espacial es internacionalmente reconocida pues forma parte de otros sistemas educativos. En el Ministerio de Educación de Nicaragua (2009), esta competencia aparece para el grado quinto así: “Ejecuta movimientos laterales y cruzados con precisión” (p.53). En España aparece en el Real Decreto 114/2004 por el que se establece el currículo de la Educación Infantil: “La representación matemática desarrolla en el niño sus estructuras espaciales y el pensamiento lógico de orden, forma, memoria, atención, observación, comprobación y clasificación” (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte “BOE”, 2004, p.14). En ese mismo sentido, el Connecticut Early Learning and Development Standards establece esta competencia de la siguiente manera: “Los niños encuentran objetos o

locaciones sobre la base de puntos de referencia y palabras relacionadas con posiciones” (Connecticut Office of Early Childhood, 2014, p.46). Así mismo, acorde con los Estándares de Contenido y Expectativas de Grado de Puerto Rico, “el estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico”, “Describe la posición relativa de un objeto al utilizar el siguiente vocabulario: arriba, abajo, cerca, lejos, a un lado, enfrente de, detrás de, sobre, entre, afuera, adentro y junto a, entre otros” (Departamento de Educación de Puerto Rico, 2014). La división para el Desarrollo del Niño del Departamento de Educación de California y el Centro para Estudios del Niño y la Familia de West Ed, reconoce las áreas esenciales del currículo como las siguientes: El desarrollo cognitivo y el aprendizaje de las relaciones espaciales (California Department Of Education, 2010, p.30). Finalmente, cabe mencionar que durante el último año en Estados Unidos es tendencia de búsqueda el tema de habilidades espaciales, según el buscador Google, (Anexo A. Google: Tendencias de búsqueda en EE. UU. del tema habilidades espaciales)

3.2 Historia de las Investigaciones en Matemática

A fines de los años sesenta el profesor de la Universidad de Montclair, en New Jersey, Matthew Lipman da inicio al programa Filosofía para Niños en Estados Unidos. Su propuesta consistía en desarrollar “comunidades de aprendizaje” con niños mediante diálogos filosóficos dentro del aula. Lipman defendía la tesis de que el niño es capaz, desde la más tierna infancia, de llevar a cabo abstracciones y racionalizaciones, para ello escribió novelas filosóficas donde los escenarios son la escuela, la casa, el barrio, y los protagonistas son padres de familia, profesores y escolares que desarrollan diálogos al estilo socrático. Un ejemplo de ello es la obra *El descubrimiento de Harry* (Lipman, 1988), una novela construida

con personajes adolescentes interactuando con profesores y sus familias, pero desarrollando entre ellos las incógnitas que les va revelando la vida en ese momento de crecimiento vital, donde todo es una pregunta que hay que resolver. La novela nos asoma a un mundo donde la pedagogía no es una experiencia autoritaria o un mundo de descubrimientos amañados por adultos, sino que las preguntas y las respuestas son responsabilidad ética de la comunidad. En el caso concreto de “El descubrimiento”, las respuestas a unos interrogantes que tienen que ver con las matemáticas se aclaran gracias a la filosofía y las construcciones gramaticales. Por eso Tony Melillo, adolescente orgulloso de su facilidad para las matemáticas, pero que al mismo tiempo ama la gramática, ha dicho a su compañero de clase: “Puedes desmontar una oración exactamente igual que desmontas un despertador viejo y extiendes en el suelo todas sus piezas delante de ti” (Lipman, 1988, p.12). Así que cuando su padre, un ingeniero de profesión, le dijo que si era bueno para las matemáticas debería estudiar ingeniería, va y confronta esa afirmación a partir de la descomposición gramatical de una frase: todos los ingenieros tienen facilidad para las Matemáticas. Padre e hijo descubren la falsedad de la afirmación, a partir de la frase misma y luego con un diagrama: un círculo grande encierra a los diestros en matemáticas y otro más cerrado a los diestros en matemáticas que son ingenieros: no todos los buenos para matemáticas son ingenieros.

Las novelas de Lipman van acompañadas de un manual de trabajo para el profesor, donde se encuentran estrategias para trabajar cada capítulo de la novela con los niños. ¿Qué es lo relevante de este método? Tal vez su principal mérito ha sido el lograr al interior del aula un foro con temas relevantes para los problemas de los niños. Los hábitos mentales que no son críticos pueden dejar de esclavizar a los estudiantes mediante una educación orientada a que puedan desarrollar mejor la habilidad de pensar por sí mismos y a orientarse por sí solos en el mundo (Lipman, 1992 citado en Carmona, 2005).

Lipman, un filósofo pragmatista, sabía que para lograr los cambios tenía que haber un cambio estructural en la educación. Había que cambiar la educación para aprender por la educación para pensar. Cambiar aprender contenidos, por enseñarlos a pensar por sí mismos. Las escuelas debían dedicarse a ayudar a los niños a encontrar significados apropiados para sus vidas (Lipman, 1992 citado en Carmona, 2005). Con su método se cuestiona una educación tradicional, atomista y mecanicista, donde cada cual posee un saber que no puede entrar en debate y donde los saberes hacen parte de territorios con fronteras bien delimitadas de tal forma que no se crucen dentro de la experiencia escolar, convirtiendo al estudiante en un espectador.

Los antecedentes de Lipman, según Carmona (2005), pueden ubicarse en varias corrientes filosóficas. En primer lugar, encontramos a John Dewey “Los dos pensadores preconizan una educación moral holística; una educación basada en el desarrollo afectivo, cognitivo e intelectual” (Carmona, 2005, p.124). Por su parte Peirce (Como se citó en Carmona 2005) trabaja el término comunidad para caracterizar la investigación científica. “Posteriormente, se ha extendido su uso hasta incluir cualquier tipo de investigación, sea científica o no” (p.124). Para Dewey (Como se citó en Carmona 2005) existe una pequeña comunidad que interactúan y cooperan unos con otros con el fin de dar sentido a sus situaciones concretas, que se llama aula, la cual no es un simple agregado de personas, sino individuos que comparten intereses, esperanzas, aspiraciones.

Para Tomas Kuhn (como se citó en Carmona, 2005) la ‘ciencia normal’ tiene como tarea la resolución de ‘enigmas’ o investigaciones, basándose en paradigmas compartidos por los científicos o miembros de una comunidad que construyen, comparten consensuadamente o cuestionan un paradigma científico.

Según Bernstein, (como se citó en Carmona, 2005), para Karl-Otto Apel y Jürgen Habermas, “los integrantes de la comunidad son todos los seres capaces de participar en una investigación, recurriendo a un procedimiento dialógico sometido a reglas” (p.110). Para Habermas “los sujetos capaces de lenguaje y de acción sólo se constituyen como individuos al introducirse por vía de la socialización en un mundo intersubjetivamente compartido, esto es, en una comunidad” (p.110).

El método de Lipman nos introduce en los antecedentes de nuestro trabajo, ya que gran parte de la investigación contemporánea sobre pedagogía en matemáticas se refiere a la construcción del conocimiento dentro de las mentes de los niños en edad escolar. Cuando los niños resuelven problemas matemáticos, también hacen preguntas, discuten, describen, predicen y justifican su razonamiento dentro de ajustes interactivos y comunicativos con los demás (Consejo de Educación de Australia de 1991; Montague, 2006 citado en Wong, et al. 2012). Estos actos comunicativos, se cree que facilitan el crecimiento del conocimiento de los niños acerca de las matemáticas. Desde este punto de vista, las matemáticas son un lenguaje con su propio conjunto de símbolos y reglas para su uso. Para que los niños utilicen “matemáticas”, además de saber la funcionalidad de los símbolos y herramientas matemáticas, tienen que participar en el conocimiento social donde se comparten ideas y se usen los símbolos de las matemáticas con el propósito de resolver problemas y satisfacer sus propias metas (Wong, et al., 2012).

El desafío para un estudiante cuando tiene que pensar y razonar matemáticamente es que, para poder comunicar sus argumentos, requiere claridad y convicción y esto juega para todos los escenarios de la vida, de allí que quienes son estimulados para hablar, leer, escribir y escuchar en clases de matemáticas cosechan grandes beneficios. Ellos comunican para

aprender matemáticas y aprenden a comunicarse matemáticamente (NCTM, 2000 citado en Wong, et al., 2012).

A partir de lo anterior vale la pena preguntarse si la matemática es una ciencia o un lenguaje. Según Walter y Beyer (2001) para algunas filosofías esta disciplina es un lenguaje, mientras que, para otras, la matemática es una ciencia, que estudia y manipula objetos abstractos por medio de un lenguaje. Las reflexiones de Bramanti (2011), profesor de Análisis Matemático en el Politécnico de Milán (Italia), contraponen contenido y lenguaje, como si pudiéramos excluir el uno del otro: lo que se dice en italiano se puede traducir al inglés (cambia el lenguaje, queda el contenido), sin embargo, cuestiona si el contenido es independiente del lenguaje que se utiliza. ¿Se puede explicar la teoría de la relatividad usando el lenguaje común, sin usar los términos técnicos de la física? la respuesta tiene que ver con los trabajos de un grupo de científicos que se reunía a comienzos del siglo XX en la Universidad de Viena y que fue conocido posteriormente como el Círculo de Viena. Según Kraft (1986), en 1922 fue nombrado en dicha universidad para desempeñar la cátedra de filosofía de las ciencias inductivas Moritz Schlick, quien había hecho su tesis doctoral sobre la reflexión de la luz en un medio no homogéneo, y fue el primero en valorar filosóficamente la teoría de la relatividad. En torno a Schlick, en Viena, apareció un grupo de estudio conformado por profesores, alumnos y doctores, no sólo filósofos “puros”, sino también matemáticos con intereses filosóficos. Era, según Kraft, un trabajo intelectual de construcción conjunta, no la aceptación de las tesis de un maestro. ¿Qué dejó para las ciencias y la filosofía este grupo que se disgrega trágicamente durante la Segunda Guerra Mundial? Para los científicos que conformaron el Círculo de Viena la matemática se refiere solamente a la conexión de pensamiento, no a la realidad experiencial (Kraft, 1986). Al no tener un asidero en la vida real, es decir que no se explican mediante la intuición, la evidencia o la experiencia,

tanto la matemática como la lógica son únicamente relaciones dentro de un sistema de representación. La lógica es válida porque contiene los principios del pensamiento sobre el mundo, no del mundo. De ahí la autonomía de la lógica y de la matemática frente a la experiencia (Kraft 1986). De allí que, al interior del Círculo de Viena, conformado por científicos que habían llegado a la filosofía desde la física, según Bertrand Russell (como se citó en Kraft, 1986) habían logrado filosofar científicamente. Se tenía claro que las preguntas de la filosofía sólo podían ser las que se hacían desde la estructura lógica del conocimiento científico. Investigar el conocimiento científico en su estructura lógica significa investigar cómo se relacionan entre sí sus conceptos y enunciados, cómo unos conceptos están incluidos en otros, cómo los enunciados pueden inferirse unos de otros, y cuestiones semejantes (Kraft, 1986). ¿Cómo entonces hacer comunicable el conocimiento? La respuesta que da el grupo es: Mediante formulaciones lingüísticas. Sin embargo, para el Círculo de Viena, el lenguaje no tiene simplemente la función de la comunicación, sino que es ya indispensable como medio de representación. El análisis lógico del conocimiento científico ha de realizarse sobre su formulación lingüística, la pluralidad de los conceptos y de los contenidos enunciativos se desarrolla y dominan mediante el lenguaje, es decir, el lenguaje es el cuerpo del conocimiento (Kraft, 1986).

Otro integrante de ese grupo fue el filósofo Ludwig Wittgenstein, que, si bien no hacía presencia cotidiana, era parte esencial de él a partir de su “Tractatus Lógico Filosófico” (Kraft, 1986). Wittgenstein (como se citó en Pinker, 2010) decía que “los límites del lenguaje (...) significan los límites de mi mundo” (p.320). Si bien el filósofo austriaco quería decir con ese aforismo que los seres humanos existimos gracias al lenguaje y que éste define nuestra percepción, pobre o rica del mundo, de las relaciones con los demás, pues el lenguaje construye nuestra experiencia social, con los otros y forma nuestra subjetividad, Pinker se

pregunta “¿cómo podría ejercer tal poder el lenguaje?”, pues para él éste es la herramienta para que los pensamientos vayan de una cabeza a otra. Lenguaje no es el pensamiento, ni lo único que separa a los humanos de otros animales, tampoco la base de toda cultura, o prisión de la que no podamos escapar, tampoco acuerdo vinculante, o los límites de nuestro mundo, ni determina lo que se pueda imaginar (Pinker, 2010). Algo que el antropólogo Clifford Gertz (como se citó en Pinker, 2010) resume de manera elegante: Pensar es la circulación de símbolos significantes, en su mayor parte palabras. No son “sucesos que ocurran en la cabeza” (p.321). Aunque sin esos sucesos no se produciría el pensamiento. Para nuestra investigación, esa circulación de esos símbolos significantes es lo que hace, al interior de un aula de clase, que los niños, junto con sus profesores, puedan construir conocimiento y ensanchar su experiencia de vida.

Otra pregunta que tiene qué ver con nuestra investigación es la relacionada con los procesos que se llevan a cabo en el cerebro. No se puede seguir ignorando el órgano en el cual se lleva a cabo el procesamiento de la información y el desarrollo de las habilidades involucradas en el acto de pensar y en el acto de comunicar mediante un lenguaje, así sea sólo el lenguaje oral. Incluso, debido a que la vocalización involucra músculos, las áreas de lenguaje están relacionadas con las del sistema sensorial y motor del cerebro. Esto pudo comprobarse con técnicas en imagenología cerebral (Connors, Bear y Paradiso, 2007). Así mismo Pinker (2010) explica que la imagen que se forma en nuestro campo visual de una perspectiva, como el suelo alejándose de nuestros pies, es una imagen que se extiende de la parte inferior al centro de nuestro campo visual y el cerebro le da a esa dirección abajo-arriba la interpretación de cerca – lejos. Los objetos que se proyectan desde la posición de quien los ve quedan representados en escorzo por la proyección, una circunstancia que el cerebro compensa, por eso tendemos a ver que una distancia en sentido vertical en el campo visual

procede de un objeto más largo que la misma distancia en sentido horizontal. Esto hace que veamos distintos largos y anchos en los objetos girados. Por una lógica similar, los objetos que se encuentran en la sombra reflejan menos luz sobre nuestra retina que los objetos completamente iluminados. En este mismo sentido se destacan las investigaciones de Yang, et al., (2017) sobre el desarrollo de la capacidad de multitarea a través de la infancia. Sus investigaciones con niños entre los 7 y 12 años mostraron un crecimiento lineal continuo en la capacidad multitarea. Sin embargo, aún a la edad de 12 años todavía no se ha alcanzado la capacidad para organizar tareas variadas con valores y prioridades complejas. Según los autores, la mejora global observada de la multitarea en la niñez intermedia también está en línea con los cambios en la estructura cerebral clave subyacente a la multitarea, es decir, la corteza prefrontal según Dumontheil et al., (2008, citado por Yang, et al., 2017).

Descubrir los procesos mentales que subyacen en el aprendizaje de las matemáticas ha sido también objeto de estudios como los realizados en Psicología de la Educación (Santiuste y González, 2014) quienes han señalado las siguientes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas:

1. *Factores contextuales (estrategias de enseñanza y estilos del profesor, entre otros).*
2. *Factores socioculturales*
3. *Factores cognitivos (lenguaje, atención, memoria, etc.)*
4. *Factores afectivos (ansiedad, motivación, sentimiento de autoeficacia, entre otros).*

Las habilidades matemáticas tempranas están relacionadas con la memoria y las habilidades de lenguaje, varios estudios así lo comprueban. Purpura y Ganley (2014) mostraron que el lenguaje tiene una amplia relación con casi todas las habilidades tempranas en matemáticas. Hallazgo al que se acerca Toll y Van (2014) cuando se refieren a la importancia de las habilidades en un lenguaje específico relacionado con matemáticas para

explicar el efecto sobre el nivel inicial de aritmética temprana. Los citados investigadores desarrollaron un estudio durante dos años con niños del kindergarten con ejercicios de memoria visual y verbal, habilidades de comparación no simbólica y simbólica y lenguaje específico relacionado con matemáticas para explicar el desempeño temprano de la aritmética y el desarrollo de niños con dificultades de aprendizaje. Los resultados muestran un significativo efecto sobre el nivel inicial de aritmética temprana de estos niños. Así mismo, la investigación de Purpura y Ganley (2014) comprobó que factores no matemáticos tales como memoria y el lenguaje también se relacionan con el desarrollo matemático a un amplio nivel. Infortunadamente, dicen ellos, muy pocas investigaciones han sido direccionadas para evaluar las relaciones específicas de estos dos factores no matemáticos en la formación de habilidades en matemáticas. Así, el foco de su estudio fue determinar si la memoria de trabajo y el lenguaje estaban relacionados con el aprendizaje temprano de las matemáticas. Se trabajó con un total de 199 niños de 4 a 6 años de preescolar que fueron encuestados para revisar sus habilidades tempranas en matemáticas, como también en memoria de trabajo y lenguaje. Los resultados indican que la memoria de trabajo tiene una específica relación en la adquisición de herramientas en matemáticas, mientras el lenguaje tiene una amplia relación en dichas habilidades tempranas. Una inquietud que podríamos definir de similar, relacionada con la carencia en herramientas de medición disponibles para monitorear el progreso de aprendizaje temprano en preescolares la tuvieron Norwalk, Di Perna, y Lei (2014), el propósito de su estudio fue examinar el factor estructural de las pruebas EARLI con 289 niños de preescolar para discutir las mediciones de alfabetización y las capacidades matemáticas en preescolar.

Existe un vínculo entre la función ejecutiva, las habilidades espaciales y habilidades matemáticas. Verdine, Irwin, Golinkoff y Hirsh-Pasek (2014) afirman que estas habilidades son una base importante para el rendimiento en matemáticas y pueden representar vías para

mejorar la preparación escolar en matemáticas. Es evidente entonces la importancia del desarrollo temprano del lenguaje matemático en el desarrollo del niño. Nuevamente Purpura, Napoli, Wehrspann, y Gold (2017) asignaron aleatoriamente 47 niños a un grupo donde realizaron una intervención centrada en lenguaje matemático y otro grupo donde se continuó con la metodología habitual. Sus resultados muestran que los estudiantes en el grupo de intervención fueron significativamente mejores que los estudiantes del grupo control. Los autores concluyen que el aumento de la exposición al lenguaje matemático puede afectar positivamente a sus habilidades matemáticas.

Lo anterior tiene que ver también con un estudio longitudinal con 200 niños italianos de pre escolar realizado por (Pinto, et al., 2016), cuyos resultados contribuyeron al debate sobre la relación entre la buena disposición de los niños para estudiar y las habilidades tempranas en lectura y matemáticas. Las conclusiones de ese trabajo dejan ver que el dominio a temprana edad de tales herramientas en lectura y matemáticas contribuye al éxito escolar. Al ser la matemática, según el documento citado, una construcción multidimensional, es coherente la línea argumentativa según la cual una buena disposición de los niños para pronunciar palabras, deletrear, construir frases y expresarse, tiene que ver con un acercamiento exitoso hacia el pensamiento matemático.

Ahora bien, ¿cómo funcionan los componentes de lectura y matemáticos en la formación de la mente del niño? Es algo que se preguntaron Cantin, Gnaedinger, Gallawa, Hesson y Hund (2016), en su estudio concluyen que la simbología y la construcción de significados necesarios para poder leer también son importantes para las matemáticas y la comprensión de los procesos mentales. De allí que el estudio defina a las matemáticas como un paradigma central dentro del currículo académico que es necesario para muchas tareas de la vida cotidiana. Varios procesos cognitivos tales como la memoria a corto y largo plazo, la

velocidad para procesar información y procesos fonológicos, son apoyados por las capacidades matemáticas. Un adecuado acercamiento en matemáticas durante el preescolar es una buena predicción para la escuela primaria y secundaria: un proceso matemático exitoso en un niño de cuatro años augura una exitosa respuesta cuando el mismo niño tenga 6 años. El estudio se focaliza en tres habilidades: la memoria como esa capacidad de retener información durante un corto periodo de tiempo (memoria de trabajo), la inhibición que involucra la capacidad de retrasar respuestas apresuradas y la flexibilidad que se refiere a la habilidad para realizar cambios fluidos entre las actividades y adaptarse ante la presencia de nuevos cambios. ¿Influye esa capacidad para la solución de problemas verbales? Kyttälä, Aunio, Lepola, y Hautamäki (2014) llegan a algunas certezas a partir de un estudio con 116 niños entre los 4 y los 7 años: si bien la memoria verbal no tiene un efecto directo en la resolución de problemas verbales, sí está relacionada indirectamente con el entendimiento de este tipo de problemas a través del vocabulario y la comprensión auditiva. Sus resultados sugieren que, en los niños pequeños, los recursos de memoria de trabajo verbal apoyan las habilidades del lenguaje que a su vez contribuyen en la solución de este tipo de problemas verbales.

¿Qué significa para el desarrollo mental de un niño esa habilidad para guardar información mientras simultáneamente se procesa otra información en dos diferentes dominios, espacial y verbal, y las capacidades en matemáticas? Bresgi, Alexander y Seabi (2017), realizaron un estudio con 80 niños de segundo grado en escuelas de Sudáfrica. La investigación aporta evidencias sobre la relación entre la memoria visoespacial y las competencias en matemáticas y reiteran algo en lo que los trabajos que hemos reseñado arriba concuerdan: la capacidad de los niños para interpretar información basada en conocimientos que ellos han memorizado durante la clase, la capacidad de almacenar y conectar ideas para integrarlas en nuevos aprendizajes y la capacidad de transformar sus conocimientos

adquiridos en conceptos a largo plazo y por toda la vida. Es importante precisar que, aunque el desarrollo de los conocimientos iniciales de la aritmética está influenciado por una serie de factores no matemáticos, especialmente habilidades lingüísticas, gran parte del enfoque en la relación entre el lenguaje y la aritmética temprana ha utilizado medidas de lenguaje general. En ese sentido, Purpura y Reid (2016) realizaron un estudio para determinar la varianza en la predicción de rendimiento de la aritmética utilizando tanto medidas de lenguaje general como medidas específicas del lenguaje matemático. Sus resultados indicaron que el lenguaje matemático fue un predictor significativo del rendimiento de la aritmética.

A partir de lo anterior podemos preguntarnos por las relaciones entre los primeros indicadores de alfabetización, aritmética y razonamiento con el desempeño escolar posterior en estas habilidades. Demetriou, Merrell, y Tymms (2017) mostraron que las tres habilidades de lenguaje, matemáticas y razonamiento emergen como factores distintos fuertemente relacionados con un factor de capacidad general. La capacidad de lectura de los niños en la segunda mitad del quinto año fue también directamente relacionada con capacidad general a los 6-7 años.

Cerramos este repaso por las más recientes investigaciones relacionadas con nuestra investigación, con una pregunta: ¿cómo nos explicamos el desempeño en matemáticas? ¿Qué tipo de variables cognitivo-emocionales hay que tener en cuenta? Cerda, et al., (2015) probaron un modelo estructural de las variables mencionadas. Los estudiantes de la muestra fueron inicialmente evaluados mediante una prueba de numeración temprana, posteriormente se les administró una escala tipo Likert para medir su predisposición hacia las matemáticas y una prueba básica de inteligencia lógica. Los resultados de estas pruebas se utilizaron para analizar la interacción de todas las variables mencionadas mediante un modelo de ecuaciones estructurales con el cual se pudo predecir el 64,3% de la variabilidad del rendimiento

observado. Sus conclusiones analizan el papel educativo de estos hallazgos, así como las posibles formas de mejorar las predisposiciones negativas hacia las tareas matemáticas en el ámbito escolar.

Como conclusión de este segmento podemos precisar: en primer lugar, que el lenguaje tiene una amplia relación con casi todas las habilidades tempranas en matemáticas. Como segundo lugar encontramos que las habilidades espaciales son una importante base para el rendimiento en matemáticas y pueden representar vías para mejorar la preparación escolar en matemáticas. El tercer lugar tiene que ver con la relación entre la memoria visoespacial y, en general la memoria a corto y largo plazo, y las competencias en matemáticas.

A partir de aquí nos centraremos en nuestra investigación, que añade a las anteriores, la teoría de Situaciones Didácticas como una forma de trabajar con los niños de preescolar para lograr procesos de comunicación y habilidades en pensamiento espacial.

3.2.1 La teoría de las Situaciones Didácticas

Las anteriores investigaciones han mostrado la relación entre las habilidades del lenguaje y el posterior rendimiento en matemática. La presente investigación añade la teoría de situaciones didácticas como una forma de trabajar con los niños de preescolar para lograr procesos de comunicación. Por lo tanto, en esta sesión comenzaremos por proveer un marco teórico sobre la teoría de situaciones didácticas de Brousseau dentro de la cual está enmarcada la investigación.

Brousseau (2007) cuenta que, en los años 60, cuando era estudiante de matemática asistía también a clases de psicología, allí comenzó a preguntarse: ¿en cuales circunstancias un sujeto tiene la necesidad de un conocimiento matemático definido para tomar ciertas decisiones? y ¿cómo explicar anticipadamente el motivo por el cual lo haría? Estas preguntas lo llevaron a construir lo que se conoce como la teoría de situaciones didácticas.

Brousseau (2007) analiza en sus clases de psicología cómo los dispositivos piagetianos mostraron que los niños podían adaptarse desarrollando conocimientos matemáticos; concluyó que los comportamientos de los alumnos son finalmente los que revelan el funcionamiento del medio, por lo tanto, para ayudar a que el alumno desarrolle conocimientos matemáticos es, entonces, el medio el que se debe modelar.

El modelo de Brousseau describe el proceso de producción de conocimientos en una clase a partir de dos interacciones: (a) la interacción del alumno con una problemática, (b) interacción docente alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática. En la teoría de situaciones, se requiere de un “recurso” con una intencionalidad didáctica. La clase se concibe como una comunidad matemática que produce conocimiento, el docente es miembro de esa comunidad y representa el saber erudito. El conocimiento producido debe ser validado, según las normas aceptadas por la comunidad matemática (Sadovsky, 2005). Es decir, esa clase es toda una comunidad de aprendizaje, ese conocimiento se produce gracias a esas dinámicas que se generan en las relaciones entre el medio, el alumno y el docente y ese conocimiento es fruto de esa interacción del alumno con el medio y, a su vez, del diálogo constructivo que se genera entre el alumno y el maestro producto de la misma relación del alumno con el medio.

La Situación Didáctica incluye hasta el docente y el sistema educativo. Considera un recurso diseñado por una persona intencionada en enseñar un conocimiento o coordinar su adquisición. Este recurso puede ser material (las piezas de un juego, un desafío, un problema, incluso un ejercicio, una ficha, etc.) y las reglas de interacción con ese recurso. Esto define el juego o la Situación Didáctica propiamente dicha. Se define entonces una situación como un modelo de interacción entre un sujeto y un medio. Las tácticas y las decisiones de las que dispone el sujeto para conservar en ese medio unos estados favorables dependen del uso de un

conocimiento preciso (Brousseau, 2007). Un conocimiento inicialmente está estrechamente ligado a situaciones específicas y limitado por el papel que desempeña en esas situaciones Brousseau, Brousseau y Warfield (2014). Lo anterior nos habla de que para cada conocimiento debe haber una Situación Didáctica y para cada Situación Didáctica debe haber unos conocimientos que garanticen que el alumno va a conservar un estado de ánimo que permitirá su interacción con el medio de tal forma que pueda construir nuevos conocimientos.

En la teoría constructivista la interacción del estudiante con un medio determinado es esencial en la construcción de sus conocimientos. Así mismo la teoría de las situaciones didácticas es una teoría de control de esas relaciones entre el estudiante y el medio (Artigue y Perrin, 1991).

Por lo tanto, no basta con disponer de una serie de materiales didácticos para que el niño los manipule y construya conocimiento, hay que controlar esa relación y disponer de una forma adecuada esos materiales para que el alumno desee interactuar con ellos, pero también debemos prever cómo va a ser esa relación y cómo vamos a mantener ese “ecosistema de aprendizaje” para que se conserve esa energía que lo mantendrá vivo. Cuando pensamos en una Situación Didáctica debemos pensar en la forma cómo vamos a controlar las situaciones que van a provocar un nuevo aprendizaje. Esto último no sólo es aplicable a una clase, es también importante que como padres de familia lo tengamos en cuenta cuando compramos los juguetes para nuestros niños, pues a veces simplemente creemos que sólo basta con adquirir un juguete que desarrolla determinada habilidad, pero olvidamos que ese juguete debe estar en un sitio donde el niño lo vea, lo destaque dentro de los otros que hacen parte de su entorno y se relacione con él en la forma para lo cual ha sido diseñado. Teniendo en cuenta el término Validez Ecológica (Cobb y Steffe 1983, citado en Cobb, Confrey, DiSessa, Lehrer, y Schauble, 2003), en una Situación Didáctica se deben prever todas las condiciones que harán

que esa relación sea realmente un sistema dinámico que mantenga en forma constante esa energía que producirá un nuevo conocimiento y es el profesor quien debe velar para que ese dinamismo se mantenga.

¿Qué debe tener en cuenta el profesor en estas circunstancias? Básicamente debe asegurarse de que el material esté en buen estado y que funcione para aquello que fue diseñado. Esta es la condición para que el estudiante pueda conservar un estado favorable hacia el medio, ese medio debe ser algo que el estudiante pueda manipular y que le sea amigable, para su interacción con él de forma autónoma, sin que el profesor deba estar interviniendo. Por ejemplo, si vamos a entregar al alumno un rompecabezas, el número de piezas debe estar adecuado a las capacidades de los alumnos de tal forma que el niño lo pueda hacer solo; si esto no ocurre es un indicativo de que la Situación Didáctica no es adecuada a ese conocimiento que deseamos construir. Se necesita que el objetivo del alumno sea resolver ese problema que plantea la Situación, porque quiere resolverlo y siente el deseo de interactuar con el material para producir un resultado. El reto debe ser tal que logre en el alumno su participación autónoma, manteniendo ese dinamismo necesario para conservar ese flujo de energía indispensable para sostener vivo ese ambiente de aprendizaje.

3.2.1.1 Tipos de situaciones didácticas

Según Chamorro (2005), Brousseau clasifica las Situaciones Didácticas en situaciones de acción, formulación y validación, a las que posteriormente agrega las de institucionalización como una forma de reconocimiento de esos aprendizajes en un saber cultural. De acuerdo con Brousseau et al. (2014) la institucionalización es una Situación en la que el docente reconoce como válidas y aceptadas por la sociedad los conocimientos que los alumnos han desarrollado en una serie de Situaciones y que proponen como referencia.

Hay 3 momentos en cada Situación o 3 maneras en que los alumnos intercambian información sobre el nuevo conocimiento.

Estos tres momentos o tipos de situaciones son los que se tuvieron en cuenta para el diseño de las situaciones didácticas de la presente investigación.

1. Situación de acción: intercambio de información no codificada o sin lenguaje.

Para Brousseau (2007) el medio objetivo es movilizadado en una situación de acción, donde este es el medio efectivo sobre el cual se exige al alumno a actuar o un medio ficticio cuyo funcionamiento o transformaciones debe imaginar para responder a una pregunta.

Debemos lograr la independencia y la seguridad en el alumno ante los procesos, debemos garantizar que haya retroalimentaciones durante el mismo, debemos lograr que el alumno quiera realizar la actividad y, parte muy importante, es que las normas estén claras, pues por más motivado que el alumno esté, si la norma no está clara las actuaciones del alumno sobre el medio no van a producir el efecto deseado.

Brousseau (2007) identifica como situaciones matemáticas aquellas que provocan una actividad matemática en el alumno sin la intervención del profesor. Pues en la medida en que el estudiante logre manipular e interactuar independientemente con el material nos estamos acercando a una verdadera Situación Didáctica.

Un sujeto “activo” elige directamente entre los estados del medio antagonista en función de sus propias motivaciones. Si la respuesta del medio es similar, él relaciona algunas informaciones con sus decisiones y anticipa las reacciones para tenerlas en cuenta en sus propias acciones futuras. Los conocimientos permiten producir y cambiar estas “anticipaciones”. De esta forma el alumno hace visible las características de las situaciones a las que reaccionan. La manifestación observable es un patrón de respuesta explicado por un modelo implícito de acción (Brousseau, 2007). Por ello, el maestro debe ser muy cuidadoso

cuando observa la forma como están trabajando los alumnos ya que en la situación de acción no hay un código específico que nos indique lo que está generando ese medio, lo que observamos son las manifestaciones del alumno como respuesta a ese medio. Por otro lado, los seres humanos tenemos diferentes formas de expresión y no necesariamente el hecho de estar motivados va a implicar cambios en las actitudes de los alumnos, pero si observamos los patrones de respuesta que hemos previsto cuando diseñamos la situación, podemos tomarlo como un indicador de que realmente estamos ante una verdadera situación de acción.

2. Situación de formulación o intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje (mensajes).

Según Brousseau (2007) para ganar un juego no basta con que un alumno conozca cómo ganar, también debe poder comunicar a sus compañeros la estrategia que propone, ya que esta es la única manera que tiene de actuar sobre la situación. Agrega que, para determinar el contenido de la comunicación, también es necesario que los dos interlocutores cooperen en el control de un medio externo, de modo que ni uno ni otro puedan hacerlo solos, y que la única manera de triunfar sea obteniendo del otro la formulación de los conocimientos en cuestión.

Teniendo en cuenta que en esta investigación el objetivo es lograr habilidades matemáticas mediante procesos de comunicación, el diseño debe permitir que los alumnos utilicen un lenguaje y que el uso de ese lenguaje sea la forma de resolver el problema que se plantea en la Situación Didáctica. Por lo tanto, esa Situación debe generar una necesidad de comunicación y esta comunicación será parte del camino que conducirá a resolver el problema planteado.

3. Situación de validación: intercambios de información a manera de juicios sobre alguna pregunta, el alumno demuestra y comprueba su estrategia.

Un saber es un conocimiento institucionalizado, las formas de conocimiento que permiten “controlar” implícitamente las interacciones del sujeto relativas a la validez de sus declaraciones son principalmente sus saberes expresables y reconocidos como tales por el medio. Estos saberes están organizados en teorías, en demostraciones y definiciones bien determinadas en su más completa forma cultural. La distinción entre un saber y un conocimiento se debe en primer lugar a su estatus cultural; un saber es un conocimiento institucionalizado. El paso de un estatus al otro implica transformaciones que los diferencian y que se explican en parte por relaciones didácticas que se establecen a su respecto, los códigos y los lenguajes que controlan las formulaciones Brousseau (1986). El alumno debe tener claro que hay unas normas para que su respuesta sea válida, que la comunidad debe admitir esa respuesta y eso es lo que le da validez a ese conocimiento. Debemos crear una secuencia didáctica que prepare al alumno para esa Situación. Debemos garantizar que el alumno se apropie de ese saber, lograr que el alumno sienta seguridad e independencia durante el desarrollo de la actividad para que ese conocimiento tenga el estatus cultural de un saber.

3.2.1.2 *Variable didáctica*

Las variables didácticas son las variables de la situación que por su elección puede provocar cambios en el conocimiento del alumno y son fijadas por el docente (Brousseau, 2007). Se refiere tanto a los cambios que le hacemos a la Situación Didáctica para lograr cambios de estrategia en el alumno, como al nivel de dificultad de esa actividad. Esto es: debemos garantizar que la situación esté acorde a las capacidades de los alumnos y que la forma como variemos esa actividad va a generar respuestas favorables que finalmente terminen en la producción de un nuevo conocimiento.

3.2.1.3 *Rol del juego en la Situación Didáctica*

El juego es la organización de una actividad en un sistema de reglas, que definen el éxito y el fracaso, una ganancia y una pérdida (Lalande como se cita en Brousseau, 1986, p.32).

Las relaciones con el material se pueden organizar en un sistema de reglas, que definan un ganador o perdedor, es decir, en una Situación Didáctica. Las acciones durante la Situación Didáctica no están reglamentadas más que por el placer que el jugador experimenta cumpliéndolas, pero la decisión de entregarse al juego no tiene ningún fin (Brousseau, 1986).

Una característica esencial del juego es que los niños no se cansan de repetirlo muchas veces y ello contribuye a que el niño se familiarice con el entorno y con el conocimiento o tema propio del juego.

En nuestra investigación entendemos el juego como el centro del trabajo pedagógico con niños al interior de la escuela. Sin embargo, aunque el juego que se desarrolla en una clase tiene la esencia de juego que los niños practican en su vida cotidiana, difiere de alguna manera en su organización: mientras en la escuela es el profesor quien define las reglas y busca un objetivo pedagógico, en la vida cotidiana son los mismos niños quienes plantean los reglamentos y sus búsquedas finales. Para Huizinga (2016), el juego, en la escuela y en la cotidianidad, propone un descubrimiento, pero en el segundo caso no se juega para descubrir algo específico, sino que se van desarrollando etapas de conocimiento que llevan los niños a avanzar en esquemas sociales o individuales, cuyos rasgos se repiten a través del tiempo: jugar juntos, luchar, exhibir, retar.

Dentro del aula de clase el juego crece en escenarios cuidados y administrados por el profesor, tiene, asimismo, un fin determinado, aunque es igualmente azaroso: el docente sabe a dónde conduce la estrategia, pero deja que ésta adquiera vida propia, sin imposiciones de

ninguna clase, de tal manera que haya una construcción colectiva de conocimiento. El juego, en ambos escenarios, es una pregunta que se resuelve jugando. Un juego en el salón de clase crea la condición que plantea Huizinga (2016): “ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas, acción que tiene su fin en sí misma y va acompañada de un sentido de tensión y alegría” (p.55).

Si bien podemos delimitar el juego a un momento determinado en la vida del hombre que llamamos infancia, nos damos cuenta de que lo lúdico acompaña al hombre a largo de su existencia y que precede la cultura, pues esta surge en forma de juego, ya que, en sus comienzos, la cultura “se juega” (Huizinga, 2016, p.262). Un científico, un artista, un matemático, un arquitecto, un músico juegan todo el tiempo con estructuras y la pregunta que todos se plantean, desde los albores de la civilización seguirá siendo: ¿funcionará de este modo? ¿Si aquello funcionó en este escenario, cómo se desarrollará en esto otro? ¿Qué sucedería sí? Y es allí donde entra ese sí mágico que da nacimiento a todo tipo de descubrimientos, tanto científicos como artísticos. Algo que el niño desarrolla de manera cotidiana. Y que una escuela responsable debe asumir sin traicionar sus características que especifica Huizinga (2016), como la tensión y la incertidumbre. ¿Qué sucedería si el hombre pudiera ir a la luna? Se preguntaron en diferentes épocas tanto Julio Verne como los científicos desde Galileo Galilei y sus continuadores en occidente durante el siglo XX. Nos podemos preguntar quién precedió a quien, de la misma manera que nos preguntamos quién se imaginó la aviación y pensamos de inmediato en un artista que jugaba con estructuras como Leonardo da Vinci. Hombres niños que nunca dejaron de jugar. ¿Hasta esa esfera nos lleva el juego? El juego es el responsable de esas historias y la escuela debe fortalecer esas historias.

“El niño juega con una seriedad perfecta(...). Pero juega y sabe que juega” (Huizinga, 2016.p.40). Jugar tiene dentro de la infancia varios componentes importantes. Por un lado, es un aprestamiento hacia la vida, es una seria entrada a la vida, con reglas claras y en espacios limitados. Tiene una función cultural, con conexiones espirituales y sociales, con significado que encierra y valor expresivo siendo imprescindible para la persona, como función biológica y para la comunidad, además de adornar la vida y completarla (Huizinga, 2016).

La estructura del juego, que nace en la vida cotidiana, lejos de la Escuela es una natural estrategia pedagógica, pues sus características impulsan el desarrollo de la imaginación, el diálogo, la inventiva, la resolución de problemas complejos, el debate. Para nuestra investigación, el juego está en el centro de nuestras búsquedas, como conexión con la vida cotidiana del niño, y como eslabón de la vida cultural del ser humano. Lo abstracto se puede negar, por ejemplo, la verdad o la bondad, pero el juego, no (Huizinga, 2016).

3.2.1.4 *Los objetivos de la didáctica*

En su estudio sobre el objeto de la didáctica, Brousseau afirma que el trabajo del profesor es inverso al del investigador, debe producir una recontextualización de los conocimientos, dar también a sus alumnos los medios para encontrar el saber cultural, re-descontextualizarlo y re- despersonalizarlo para que se identifiquen con el saber que impera en la comunidad científica y cultural de su época (Brousseau, 1986). Lo anterior es clave si pensamos que a nivel mundial se habla de estándares, una expresión que no ha sido bien recibida por algunos profesores partidarios de que cada alumno tiene sus propias realidades y que el conocimiento se adquiere de acuerdo con esas realidades. Es cierto que cada persona vive en un contexto que influye en su manera de pensar, pero no nos podemos cerrar a ello: hay saberes universales que si no los tenemos en cuenta estaríamos privando al alumno de una buena parte del conocimiento. Esto explica de una mejor manera lo que en teoría se denomina

validación, porque ese saber del alumno debe estar acorde con el que impera en la comunidad, así como en el juego hay unas reglas claras. Por ejemplo, en el mundial de fútbol vemos a jugadores de todos los países del mundo cuyo idioma común son las reglas de ese juego. A pesar de que cada uno hable su idioma vernáculo pueden entenderse en la cancha porque todos conocen ese idioma común que es el juego de fútbol y sus normas.

3.2.1.5 *Fenómenos en didáctica*

Dentro del estudio de la didáctica existen algunos fenómenos que se producen durante las actividades de enseñanza, el primero de ellos es denominado el efecto “Topaze” y el control de la incertidumbre. Este hecho trae la célebre “Topaze” de Marcel Pagnol: Topaze dicta un texto a un mal alumno. Como no puede aceptar numerosos errores demasiado graves y no pudiendo dar la ortografía pedida, sugiere la respuesta proporcionando códigos cada vez más claros: Al final, da la simple orden: pongan una “s” a “moutons”: el profesor se hace cargo de lo fundamental del trabajo. La respuesta está determinada de antemano al elegir el maestro las preguntas (Brousseau, 1986). El punto es que los profesores están obligados a mostrar resultados sobre un tema específico y los estudiantes no están preparados para ese aprendizaje. Aquí debemos retomar a Piaget (1994) quien afirma que una estructura, una vez aprendida, se puede transponer a un conjunto de tareas que poseen esa estructura. Si profundizamos en este concepto se nos va a facilitar mucho más el proceso de enseñanza porque será como una pieza encajando dentro de la otra. El asunto es saber cómo vamos a crear esa estructura para que esa nueva información encaje en ella, esto es: cuando preparamos un conocimiento para enseñar, debemos también pensar cuál es esa estructura necesaria para que ese nuevo conocimiento pueda encajar, sin que tengamos que acudir a situaciones disimuladas que en realidad no están garantizando un aprendizaje sino un conocimiento ficticio. Gran parte de los problemas de aprendizaje se pueden resolver si

hemos pensado en la estructura donde van a reposar esos conocimientos, es como intentar construir un edificio si no hemos construido las bases. Ahora bien, muchos profesores dicen que esa tarea le corresponde al profesor del grado anterior; esto tiene sentido de alguna manera, pues muchas veces sucede que al docente le llegan alumnos que no tienen la preparación para el grado que se está cursando. En estos casos por lo menos hay que tener claro cuál es la secuencia que se necesita para que ese aprendizaje pueda llegar y de alguna manera poder asesorar al estudiante, o a sus tutores, sobre cuáles son los pasos o conocimientos previos que se necesitan para que el alumno pueda realmente prepararse para el siguiente proceso de aprendizaje.

El segundo fenómeno es denominado el efecto “Jourdain” o el malentendido fundamental. Es una forma de efecto Topaze, como la de la escena de “El burgués gentilhomme” de Moliere en la que un maestro de filosofía descubre a Jourdain la prosa y las vocales y reconoce asomos de un cierto conocimiento en las respuestas del alumno, a pesar de que estén motivados por causas y significaciones triviales, para evitar la discusión sobre el conocimiento del alumno y confirmación de un eventual fracaso (Brousseau, 1986).

Este efecto es un poco difícil de asimilar, sobre todo cuando trabajamos con niños pues ellos se sienten muy tristes con el fracaso, es decir, todos nos sentimos tristes con el fracaso, pero en los niños se producen reacciones que afectan todo el sistema de la clase, justamente por ello debemos ser muy cuidadosos en la secuencia de aprendizaje ya que esa sensación de fracaso en el niño se da porque no se está preparado para ese aprendizaje. Para evitar ese desánimo es importante prever lo que puede ocurrir, y si hemos tenido el grupo todo el año, como en el caso de esta investigación, se logra al menos disminuir este efecto porque hemos preparado al niño poco a poco para ese aprendizaje. Además, en esta investigación se trata de lograr aprendizajes matemáticos mediante la comunicación, esto

quiere decir que, si esperamos tener éxito en el proceso, hay que ser muy rigurosos en esas secuencias didácticas de tal forma que el niño siempre esté preparado y disfrute el siguiente estadio de aprendizaje.

Esto de las secuencias didácticas también es discutido por algunos profesores pues se piensa que no se está enseñando al niño a pensar, sino que se está adiestrando. La propuesta que se plantea desde esta corriente es partir de los intereses de los niños y adaptar nuestros temas a sus intereses. Nuestro análisis es que muchos de esos intereses ya han sido influenciados por los medios de comunicación, como la televisión, y sencillamente el niño repite o está interesado en un tema, pero eso no garantiza que el niño esté preparado mentalmente para asimilar ese aprendizaje. Si queremos que el niño esté preparado para enfrentar esa nueva etapa del conocimiento, somos nosotros a través de la didáctica a quienes nos corresponde equilibrar cada una de las partes que conforman ese sistema: el profesor, el alumno, los materiales. Hacer que el niño se sienta seguro ante ese nuevo reto al que lo estamos enfrentando.

En la enseñanza frecuentemente aparece el uso abusivo de la analogía. Cuando se utiliza bajo control del que la usa, la analogía es un excelente medio heurístico para encontrar respuestas. La utilización de la analogía en la relación didáctica produce frecuentes efectos “Topaze”. Se observa habitualmente cuando los alumnos han fracasado en su aprendizaje. Los estudiantes reconocen que el profesor quería que produjeran esa respuesta. No la encuentran en forma idónea cuando les da una nueva oportunidad sobre el mismo tema (Brousseau, 1986).

El uso abusivo de la analogía es también muy frecuente con niños. Se piensa que si comparamos los números con dibujos vistosos estamos ayudando al desarrollo del pensamiento numérico. Todo esto es el mismo discurso que hemos venido trabajando en este

apartado; mientras no entendamos que se trata de crear estructuras en las cuales se van a apoyar o a encajar los nuevos conocimientos, vamos a seguir cometiendo este tipo de errores muy comunes, pues por más colores e historias con las que adornemos un aprendizaje no pasará de ser una anécdota dentro del aula: siempre va a estar latente el problema de que el niño aún no está preparado para ese conocimiento. En la enseñanza de los números este es un problema muy frecuente. Encontramos muchas cartillas en donde el número 2 tiene forma de pato o la letra S es una culebra, cuando en realidad el niño no tiene ningún problema en memorizar esos símbolos pues de acuerdo con Piaget (1994) el niño ya ha comenzado su etapa simbólica a los dos años, además de las muchas imágenes de las que está rodeado: el celular y muchos otros aparatos de la vida cotidiana tienen números y él los usa. Precisamente lo que prueban los experimentos de Piaget con respecto a esto es la noción de cantidad, la operacionalización con esos números, entender que, desde lo numérico, son iguales tres elefantes a tres hormigas, es decir entender realmente lo que significa ese número es lo que en realidad hay que tener en cuenta para introducir esos aprendizajes. Muchos profesores y padres de familia quieren que los niños lleguen pronto a ese aprendizaje y se sienten satisfechos cuando los niños repiten los números, pero si confrontamos los resultados sobre las pruebas en matemática, según el MEN (2015), menos del 1% tiene alto desempeño en matemáticas. ¿Será que el resto de estudiantes no conoce los números y no saben contar? ¡Pues claro que saben contar, claro que conocen los números!, pero aun así no pasan las pruebas en matemática porque la matemática es más que símbolos: es saber comunicarnos con esos símbolos, es saber operacionalizar con esos símbolos y eso es lo que el 89 por ciento de nuestros estudiantes no sabe, ya que hemos gastado una gran cantidad del currículo enseñando los números uno por uno.

El envejecimiento de las situaciones de enseñanza es uno de los problemas que se presenta dentro de la didáctica. Cuando el profesor reproduce la misma lección, aunque se trate de alumnos distintos, encuentra dificultades reproduciendo exactamente lo dicho o hecho anteriormente, no tiene el mismo efecto y ocurre con frecuencia con resultados peores, y por ello, en consecuencia, presenta resistencia a esta reproducción (Brousseau,1986).

Este es un problema que ha traído consecuencias nefastas en la enseñanza y su origen está en los discursos pedagógicos que repetimos sin ninguna fundamentación. A priori los profesores señalan a los compañeros que año tras año llevan la misma fotocopia a clase. ¿Y cuál es el problema? nos preguntamos nosotros. Pareciera una urgencia querer que el profesor se desgaste diariamente volviendo a planear una clase. Si esa clase que hemos diseñado es recibida de manera entusiasta por el estudiante, ¿por qué entonces vamos a privar a nuevos estudiantes de sentir ese gusto que otros ya han sentido? Esto ocurre porque no vemos las situaciones de aprendizaje como un sistema que alimenta al alumno y le da energía para crear nuevos conocimientos. ¿Qué tal que no pudiéramos degustar de una receta simplemente porque es antigua? ¿Entonces las futuras generaciones no podrían seguir sintiendo ese placer simplemente porque ya la receta es vieja? Pues aquí es lo mismo: no sabemos si es que el profesor siente vergüenza al repetir el mismo esquema que le ha generado éxitos movido por una idea absurda que nos dice que los profesores todos los días debemos demostrar que hemos planeado la clase, y para la sociedad planear una clase es llenar papeles y materiales vistosos, pero no nos damos cuenta de que un profesor puede estar planeando una clase basándose precisamente en esas viejas copias y recordando esas interacciones que tuvieron los alumnos. Pensamos que de esta forma el profesor creará nuevas formas de interacción con ese material y ese será el nuevo alimento para ese estudiante, complementado con mejores formas de interactuar con él.

3.2.1.6 *Situación Didáctica - Situación a-didáctica*

La actual concepción de la enseñanza le pide al maestro que provoque en el alumno las adaptaciones deseadas, con una elección acertada de los “problemas” que le propone (Brousseau, 1986). Es importante tener en cuenta que para que el alumno se pueda adaptar y ser creativo debe conocer bien el entorno. A veces vemos mal a la escuela tradicional porque debemos memorizar, olvidamos que, para poder ser creativos, o poder adaptarnos, también debemos haber mecanizado muchas acciones que nos permitirán, precisamente, crear en un ambiente de libertad. Es importante aclarar esto porque a veces ponemos al niño de preescolar en situaciones nuevas sin que él haya mecanizado lo suficiente, lo cual, es algo necesario para poder avanzar; sin embargo, esto es criticado en ambientes académicos. El problema es ¿cómo vamos a lograr que el niño mecanice? Precisamente mediante actividades de juego el niño va repitiendo conocimientos que finalmente formarán parte de su aprendizaje y serán conocimientos que le permitirán más adelante llegar a la creatividad.

Los problemas elegidos para ser aceptados por los alumnos deben hacerle actuar, reflexionar y evolucionar por sí mismo. El alumno sólo habrá adquirido verdaderamente este conocimiento cuando él mismo sea capaz de ponerlo en acción, en situaciones que encontrará fuera de todo contexto de enseñanza, y en ausencia de cualquier indicación intencional. Tal situación es llamada a-didáctica (Brousseau, 1986). Afortunadamente, cuando trabajamos con niños el hecho de trabajar con juegos es una forma de lograr situaciones a-didácticas. El niño de preescolar simplemente juega sin importarle si aprende o no, el niño no va con esa idea a la escuela. Ahora cuando trabajamos con juegos, como en esta investigación, estamos trabajando con situaciones a-didácticas pues el niño se sumerge en el juego por el placer que éste le produce.

3.2.1.7 *El contrato didáctico*

El profesor intenta en las situaciones didácticas hacer saber al alumno lo que quiere que haga. Según la teoría, se debe exigir al alumno la puesta en acción del conocimiento buscado, ya sea este conocido o en vías de aprendizaje, para dar el paso de la información y de la consigna del profesor a la respuesta esperada (Brousseau, 1986). En los juegos, este contrato entre profesor y el alumno ocurre de manera esporádica pues el juego lleva reglas implícitas y el niño se introduce en el juego por el placer de ganar y no por complacer un contrato que el profesor le ha impuesto. De todas formas, lograr que el alumno quiera resolver una situación por él mismo y no por complacer al profesor es realmente algo que lleva su tiempo: vale la pena quitarse el sombrero ante esos profesores que en la mayoría de las clases lo logran. Hablamos de la mayoría porque en general tenemos buenos maestros. Todos recordamos con agrado nuestras épocas de estudio pues hemos tenido maestros que nos han hecho disfrutarlas, pero también es cierto que en gran parte de ese periodo hacemos las cosas de acuerdo al gusto de cada profesor.

En el mismo sentido, el profesor debe hacer explícito al alumno un método de producción de la Respuesta. Esta “epistemología del profesor” debe ser compartida con el alumno y con sus padres y está obligada a ser parte de la cultura para permitir que las justificaciones funcionen y sean aceptadas (Brousseau, 1986). Este es un punto muy importante pues a veces pensamos que basta con llegar con nuestros conocimientos didácticos a una clase y olvidamos que existe un entorno que mira con lupa lo que hacemos los profesores, y ese entorno que juzga al profesor es muy amplio, ya que toda la sociedad en algún momento ha tenido contacto con un profesor y se cree con autoridad para opinar sobre cada cosa que hace o deja de hacer. A menudo los padres comparan al profesor de sus hijos con el que ellos tuvieron y comparan la forma como a ellos les dictaban las clases con la

forma actual como las trabajan sus hijos. En esta investigación este fue un punto que se tuvo muy en cuenta. Fue necesario crear un proyecto paralelo de educación a los padres para que ellos también desarrollaran las actividades que estaban haciendo sus hijos y comprendieran de primera mano cómo era el proceso que se estaba llevando con sus hijos.

Lo anterior se observa mucho cuando se trata de niños. Cuando se trabaja con alumnos adolescentes los padres de familia poco intervienen en estas actividades de enseñanza pues los contenidos cada vez se van volviendo más especializados y ya los padres se sienten más ajenos a estos procesos, pero cuando se trata de niños el padre simplemente interviene y no siempre de la mejor manera, sobre todo en el caso de las matemáticas en donde para ellos la matemática son y serán siempre números.

3.2.2 Orígenes de la Ingeniería Didáctica

El término Ingeniería Didáctica fue introducido en la educación matemática por los investigadores franceses como una práctica de investigación, basada en la teoría de situaciones didácticas. A partir de los ochenta se convierte en una importante metodología de investigación para identificar los fenómenos didácticos cruciales demostrando su éxito tanto en los contextos experimentales locales como a largo plazo con las construcciones elaboradas por Brousseau y Douady entre otros (Artigue, 2009).

Esta metodología de investigación forma parte de lo que en investigación educativa se denomina experimentos de Diseño. Según Cobb, Confrey, DiSessa, Lehrer, y Schauble (2003) los experimentos de diseño implican tanto la “ingeniería” de formas particulares de aprendizaje como el estudio sistemático de esas formas de aprendizaje dentro del contexto definido por los medios de apoyo. Este contexto está sujeto a prueba y revisión. Estas revisiones deben incluir las evaluaciones, las circunstancias propias en las que ocurren esas formas de aprendizaje, el entorno cultural que acompaña esos procesos, las variables

sociodemográficas y en general todas las actividades para el mejoramiento y optimización de los resultados. Según Artigue (2009) el diseño didáctico incluye todo tipo de investigación de “intervención controlada” sobre los procesos de planificación, entrega y evaluación de la educación matemática concreta (Burkhardt y Schoenfeld, 2003 citado en Artigue, 2009). Las intervenciones de instrucción están diseñadas con un fundamento teórico explícito. Los datos recolectados antes, durante y después de la intervención sirven al propósito de la prueba de la teoría. Los ciclos iterativos dan lugar a mejoras en la teoría y en los refinamientos de la intervención, afirman que los experimentos de diseño no sólo representan una fusión muy necesaria de investigación y práctica, sino también que encarnan las primeras etapas del proceso de diseño y refinamiento que requiere la investigación en la ingeniería (Burkhardt y Schoenfeld, 2003 citado en Artigue, 2009). La expresión “intervención controlada” puede no sonar adecuada para algunos pedagogos, pues se tiene la impresión de que si el maestro está ejerciendo algún tipo de control está inhibiendo a los estudiantes de pensar libremente, pero debemos tener presente que estamos hablando del control de la actividad de la clase y ese control siempre debe estar ejercido por el maestro, él es quien sabe para dónde va ese desarrollo o al menos para donde debería ir. La clase es un sistema dinámico que puede tomar diferentes caminos, pero esos caminos ya deben estar previstos por el profesor. Dicho de otro modo, una intervención controlada en un experimento de diseño se refiere al control del proceso de aprendizaje, que permitirá que el alumno logre resultados, o que, si no los logra, podamos tener claro por qué no se lograron y cuáles serían los cambios o correctivos necesarios para que finalmente ese aprendizaje se pueda alcanzar.

Un propósito primordial para el uso de la metodología del experimento de enseñanza es que los investigadores experimenten, de primera mano, el aprendizaje matemático y el razonamiento de los estudiantes (Steffe y Thompson 2000). Es muy común en los procesos

de enseñanza que los profesores planteen un problema pensando que se desarrollará en determinado tiempo o que los alumnos entenderán de determinada forma o explicación. Muchas veces los profesores omiten ciertos procesos porque los consideran demasiado obvios olvidando que ellos llevan muchos años practicándolo, pero en el caso del estudiante apenas está comenzando a enfrentarse a esas situaciones.

Algunos investigadores llegaron a comprender que los educadores de matemáticas no podían simplemente tomar prestados modelos de los campos de la epistemología genética o la psicología y utilizarlos con la expectativa de que podrían ser utilizados para explicar el aprendizaje y el desarrollo matemático de los estudiantes en el contexto de la enseñanza (Powers, 1973, 1978 citado en Steffe y Thompson 2000). Por supuesto que al tener un modelo ya probado en otro contexto llevamos una gran parte del camino recorrido, puesto que los seres humanos a pesar de pertenecer a diferentes culturas tenemos sentimientos y formas de pensamiento y de reacción a los estímulos muy similares: nos alegramos, entristecemos o enojamos ante situaciones muy parecidas. Pero la causa exacta de esas reacciones deben ser medidas por el profesor, para saber cuál parte del modelo puesto a prueba es la que está llegando con más intensidad a ese nuevo estudiante, para reforzarla o tenerla en cuenta dentro de la actividad que se está desarrollando. Según Powers (1973,1978 citado en Steffe y Thompson 2000), se necesitaron modelos que incluyeran un relato de los progresos que los estudiantes hacen como resultado de la comunicación matemática interactiva. En segundo lugar, existía un gran abismo entre la práctica de la investigación y la práctica de la enseñanza. Antes de la aparición de los experimentos didácticos se utilizaba la metodología experimental. En este paradigma, el investigador selecciona una o más muestras de una población objetivo y las somete a diversos tratamientos. El efecto de un tratamiento se compara con los efectos de otros, con la intención de especificar diferencias entre ellos. En

estos experimentos, los sujetos fueron receptores de tratamientos, pero no participaron en la construcción de los tratamientos en el contexto de los episodios de enseñanza. Desde una perspectiva constructivista, los estudiantes construyen por sí mismos las tareas en las que realmente participan, y es el proceso constructivo y la tarea construida que son interesantes científicamente (Powers, 1973, 1978 citado en Steffe y Thompson 2000). Este tipo de experimento en el que un sujeto es sometido a tratamiento nos da una visión pura de las fallas o beneficios de un modelo, pero no podemos quedarnos en este paso, es claro que las respuestas de los estudiantes conforman junto con el modelo un proceso dialéctico que va a modificarlo y esa modificación debe ser tenida en cuenta para las próximas intervenciones.

Los experimentos de enseñanza fueron aceptados casi a priori por los educadores de matemáticas pues en primer lugar la metodología parecía intuitivamente correcta. La palabra “enseñanza” resonó en los profesores de matemáticas (Steffe y Thompson 2000). Los mismos investigadores estaban utilizando una palabra común a todos los profesores, esto de alguna manera hace que los mismos profesores vean posible que la investigación también es una forma de trabajo factible para ser desarrollada dentro del mismo proceso de sus clases, posicionándose ellos en investigadores idóneos para los experimentos de enseñanza. En segundo lugar, las versiones de la metodología ya estaban siendo utilizadas por los investigadores de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la entonces Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas. Los informes de esta investigación se pusieron a disposición en los Estados Unidos a través de los esfuerzos de Izaak Wirszup en la Universidad de Chicago y proporcionaron respetabilidad académica para lo que entonces era una salida importante en esta práctica de investigación (Wirszup y Kilpatrick, 1975, 1978, citado en Steffe y Thompson 2000). Las versiones soviéticas del experimento de enseñanza fueron examinadas por un pequeño grupo de investigadores en los Estados Unidos, en su formulación de una

nueva metodología para la investigación de la educación matemática. Finalmente, el campo de la educación matemática estaba entrando en un período posmoderno (Von Glasersfeld, 1987 citado en Steffe y Thompson 2000). Cuando un gobierno toma las riendas de la investigación en la educación, estos procesos se catapultan a dimensiones potenciales, pues la educación es un proceso alrededor del cual se involucran gran cantidad de factores como la alimentación, la salud, la familia, la vivienda, las instituciones educativas, los materiales, los profesionales, los sueldos de los profesionales. Mejores sueldos en educación logran que los mejores talentos de un país se dediquen a la educación y la mejor dotación de los colegios logra crear ambientes más ricos en experiencias de aprendizaje. Son los gobiernos quienes pueden lograr que todos estos factores puedan influir de la mejor forma posible para este proceso.

El Plan del Ministerio de Educación Nacional de Colombia “Educación de calidad, el camino para la prosperidad” 2010-2014, tenía como meta principal el mejoramiento general de la calidad educativa en todos los niveles. Específicamente el programa “Todos a Aprender” es destinado a mejorar el desempeño en lenguaje de los estudiantes de básica primaria de establecimientos educativos con desempeño insuficiente.

El Programa se encamina a robustecer acciones pedagógicas acordes con los ambientes de aprendizaje relacionados con prácticas de aula, objetivos de aprendizaje, referentes curriculares claros y adecuadas herramientas de evaluación, además de brindar formación y acompañamiento a los docentes en sus propias aulas con el fin de que ocurran las verdaderas transformaciones educativas (MEN, s.f.).

Este programa es un intento inicial del gobierno por empezar a revisar de primera mano cuáles son los problemas reales con los que el profesor se enfrenta diariamente y poder dar soluciones factibles dentro del mismo contexto en que están ocurriendo los hechos y no

enviar soluciones elaboradas en un escritorio, lejos de esas realidades y de esos ambientes en donde finalmente es donde tendrán que funcionar y producirse un resultado.

Según Powers (1973, 1978, citado en Steffe y Thompson 2000), los investigadores de la educación en matemáticas comenzaron a cambiar su concepto de la “ciencia normal”, y el experimento de la enseñanza llenó un vacío en las metodologías disponibles para investigar el aprendizaje y el desarrollo matemático. Este vacío se llenó en gran parte porque los profesores son los que realmente pueden investigar de primera mano en el aula de clases. Ellos son los que tienen el control de los alumnos pues no sólo tienen el acceso a sus clases sino también a los padres de familia y a todo el entorno que rodea al estudiante. Un investigador aislado sólo logra mostrar un modelo que funciona para determinadas circunstancias, pero estos resultados se optimizan cuando forman parte de una investigación en el contexto natural de un aula de clase.

De hecho, en los últimos veinte años, un número creciente de investigadores han tratado de dar cuenta de la actividad matemática de los estudiantes en el contexto de la enseñanza y han tratado de construir teorías sobre cómo los estudiantes aprenden conceptos matemáticos específicos. En lugar de interesarse por estas cuestiones en una forma pura, los investigadores reconocieron que la actividad matemática en la escuela se produce como resultado de la participación de los estudiantes en la enseñanza. Las metodologías experimentales utilizadas en los años setenta fueron inadecuadas para abordar estas cuestiones. Por lo tanto, surgieron nuevas metodologías de investigación para apoyar las vías de investigación que las metodologías existentes no podían sostener, y el experimento de enseñanza marcó una revolución en la práctica de la investigación de la educación matemática (Cobb y Steffe, 1983; Thompson, 1979, 1982 citado en Steffe y Thompson 2000).

La práctica de la experimentación en el aula de clase, desarrollada por los propios actores que forman parte activa del proceso, evita la improvisación y ligereza, producto de la comodidad que nos trae un libro de texto diseñado para un público general. Pero cuando el libro llega a manos del estudiante, muchas veces son los padres de familia quienes finalmente terminan en casa completando las tareas o, en el peor de los casos, discutiendo con sus hijos por su falta de compromiso ante un problema para el cual todavía no tienen la preparación necesaria, puesto que a esos materiales o textos de estudio aún les falta esas adaptaciones o ajustes particulares que sólo el profesor y sus alumnos, desarrollándolo en su propio contexto, podrán complementar.

Para Steffe y Thompson (2000) la metodología del experimento de enseñanza continuará evolucionando entre los investigadores. No surgió como una metodología estandarizada ni se ha estandarizado desde entonces. Es, más bien, una herramienta conceptual que los investigadores utilizan en la organización de sus actividades. Se trata principalmente de una herramienta exploratoria, derivada de la entrevista clínica de Piaget y destinada a explorar las matemáticas de los estudiantes. Debido a que implica la experimentación con las maneras y los medios de influenciar el conocimiento matemático de los estudiantes, el experimento de enseñanza es más que una entrevista clínica. Mientras que la entrevista clínica está dirigida a comprender los conocimientos actuales de los estudiantes, el experimento de enseñanza está dirigido a entender el progreso que los estudiantes hacen durante largos periodos. Es una forma dinámica de operar, desempeñando un papel funcional en la vida de los investigadores a medida que se esfuerzan por organizar su actividad para lograr sus propósitos y metas. Por lo tanto, al igual que otras metodologías, los experimentos de diseño son crisoles para la generación y prueba de teorías. Los experimentos de diseño son

pragmáticos y teóricos, ya que el estudio de la función tanto del diseño como de la ecología resultante del aprendizaje está en el centro de la metodología.

Hay varios tipos de experimentos de diseño. Según Steffe y Thompson (2000) todos los experimentos de diseño hacen énfasis en la función del contexto realizado, aunque se llevan a cabo en una gama diversa de ajustes que varían tanto en el tipo como en el alcance:

-Experimentos individuales (profesor-experimentador y estudiante) en el que un equipo de investigación lleva a cabo una serie de sesiones de enseñanza con un pequeño número de estudiantes. El objetivo es crear una versión en pequeña escala de una ecología de aprendizaje para que pueda ser estudiada en profundidad y en detalle (Cobb y Steffe, 1983; Steffe y Thompson, 2000, citado en Cobb, Confrey, DiSessa, Lehrer y Schauble, 2003). Este es un método muy útil para desarrollarlo en las facultades de educación pues se convierte en una tarea muy práctica para que sea desarrollada por uno o dos estudiantes de pedagogía con un pequeño grupo de niños de su familia o de su vecindario y cuyos resultados más adelante podrán reproducirse con los ajustes necesarios cuando ya estén ejerciendo sus prácticas o sus labores profesionales.

-Experimentos desarrollados en el aula en los que un equipo de investigación colabora con un profesor (que podría ser un miembro del equipo de investigación) para asumir la responsabilidad de la instrucción (Cobrey, 2000 citado en Cobb, et al., 2003).

-Experimentos de desarrollo de maestros en los que un equipo de investigación ayuda a organizar y estudiar la educación de maestros profesionales (Simon, 2000 citado en Cobb, et al., 2003). Este se observa, por ejemplo, en las escuelas de formación de maestros en donde se unen con un grupo de investigación y junto con practicantes o estudiantes de pedagogía llevan a cabo el desarrollo de programas específicos diseñados con el fin de resolver un determinado problema pedagógico.

-Experimentos de estudios de desarrollo de maestros en servicio en los que los investigadores colaboran con los maestros para apoyar el desarrollo de una comunidad profesional (Lehrery Schauble, 2000; Stein, Silver y Smith, 1998 citado en Cobb, et al., 2003). Esto se observa en los grupos de investigación de las universidades, en donde un programa específico se propone colaborar con las escuelas y profesores de la región y llevan a cabo el desarrollo de nuevas metodologías, contribuyendo de esta forma con el mejoramiento de la enseñanza en las escuelas locales.

-Experimentos de reestructuración de escuelas y distritos escolares en los que un equipo de investigación colabora con maestros, administradores de escuelas y otros interesados para apoyar el cambio organizacional (Confrey, Bell y Carrejo, 2001 citado en Cobb, et al., 2003). Este último es muy similar al programa Todos a Aprender que se lleva a cabo en Colombia por el Ministerio de Educación Nacional, pues este es un programa gubernamental cuyo propósito es aumentar los resultados educativos mediante el apoyo directo al docente dentro del aula de clase con la asesoría de investigadores del Ministerio de Educación.

Para Margolinas y Drijvers (2015), la investigación del diseño es un paradigma importante en la investigación educativa, sin embargo, la integración del diseño en la investigación de la educación matemática puede tener diferentes formas y propósitos, dependiendo de las culturas de investigación local. Los autores realizan una mirada a la noción de Ingeniería Didáctica “desde dentro y desde fuera”, comparando la forma como este paradigma ha influenciado y caracterizado en Francia y en los Países Bajos y allí se revisa la forma en que estas nociones son teóricamente fundamentadas, los diseños de investigación practicados y la manera como se relacionan con el paradigma de la investigación de diseño.

La visión holandesa está enraizada en el Instituto Freudenthal, está formada por la visión general de la educación matemática realista y por la metodología de la investigación de diseño que se desarrolla en la tradición holandesa de investigación educativa. Es desde una perspectiva de investigación de diseño que Freudenthal (1973, 1978 citado en Margolinas y Drijvers, 2015) considera a los investigadores en la educación matemática como ingenieros. La investigación de diseño en la educación matemática puede ser caracterizada como un proceso de maniobra manual de ir y venir entre el conocimiento matemático, las nociones teóricas, las ideas pedagógicas y las ideas prácticas de diseño de tareas de habilidades. Se espera que el conocimiento teórico se desarrolle a través del diseño y la evaluación de las teorías que se basan en los resultados de los ciclos de investigación del diseño de la instrucción, del experimento de enseñanza y del análisis retrospectivo (Gravemeijer, 1994, citado en Margolinas y Drijvers, 2015).

La educación matemática realista es una teoría de instrucción específica para el dominio de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Freudenthal, 1983; De Lange 1987; Treffers 1987; Gravemeijer, 1999, 2004; Van y Drijvers, 2013 citado en Margolinas y Drijvers, 2015). En esta teoría, la matemática es vista como una actividad humana, y los estudiantes tienen la oportunidad de resolver matemáticamente problemas realistas y reinventar matemáticas significativas bajo la guía de sus maestros. En la educación matemática realista, los problemas presentados a los estudiantes pueden provenir del mundo real, pero también del mundo de fantasía de los cuentos de hadas, o el mundo formal de las matemáticas, siempre y cuando los problemas sean experiencias reales en la mente del estudiante (Van y Drijvers, 2013 citado en Margolinas y Drijvers, 2015).

Esto es algo muy importante para poder controlar la forma como el estudiante está adaptando los conocimientos a las situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, desarrollar

las clases con problemas del entorno implica un gran trabajo adicional por parte del profesor y esto es algo que se debería tener en cuenta en la asignación de horas de trabajo del profesor pues a veces simplemente decimos lo que debería hacer el profesor, pero no tenemos en cuenta el esfuerzo extra que hay detrás de estos procesos. Para adaptar los esquemas generales a las situaciones particulares de cada entorno implica un gran proceso de ensayo y error cuyo tiempo debe ser tenido en cuenta para lograr que el profesor pueda mantener constantemente el ritmo necesario para lograr los resultados esperados.

Para Margolinas y Drijvers (2015) la metáfora de los investigadores educativos como ingenieros didácticos está en el corazón de la educación matemática realista. En ella se destacan la fenomenología didáctica y el modelado emergente. En cuanto a la fenomenología didáctica, (Freudenthal, 1983 citado en Margolinas y Drijvers, 2015), destaca la necesidad de identificar los fenómenos por los cuales se crean conceptos, estructuras e ideas matemáticas. Son estos fenómenos los que pueden ofrecer puntos de partida para actividades significativas y realistas y situaciones problemáticas que fomentan los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Después de un análisis fenomenológico, matemático y didáctico del tema en cuestión, un ingeniero didáctico necesita esbozar las diferentes actividades matemáticas que los estudiantes deben realizar.

Pero cuáles son las características francesas de la ingeniería didáctica: En la década en que Freudenthal estableció la teoría de educación matemática realista, Brousseau (1972 citado en Margolinas y Drijvers 2015) elaboró la base temprana de la teoría de Situaciones didácticas y la base metodológica de su estudio. La didáctica de las matemáticas francesas tiene una historia particular que nos ayuda a entender las similitudes y diferencias entre la ingeniería didáctica en Francia y el enfoque de investigación de diseño de la educación matemática realista en los Países Bajos. La historia en Francia comienza con la reforma

curricular de las matemáticas modernas que se implementó en 1970. El trabajo de Jean Piaget fue el núcleo de la reforma. En Burdeos, Guy Brousseau participó en este movimiento general, su preocupación fue crear las condiciones para que la observación fuese aceptada por los profesores. Este es uno de los problemas más frecuentes que se presentan en la investigación educativa: no es lo mismo entrar a un salón de clase a observar que hace el profesor y criticar lo que hace desde nuestras teorías y puntos de vista a tomar el “el pico y la pala” para ayudar juntos a construir un óptimo proceso que tendrá en cuenta todas los imprevistos y variables que a diario suceden en las aulas de clase. La solución de Brousseau fue unir profesores e investigadores y reducir el objeto de investigación al comportamiento de los estudiantes en situaciones específicamente diseñadas (Brousseau, 2010 citado en Margolinas y Drijvers, 2015). Incluso si los maestros eran observados, no eran objeto de observación. Dado que el equipo de investigación diseñó las Situaciones Didácticas como lecciones a enseñar, las observaciones se centraron en las situaciones mismas y en el comportamiento de los estudiantes en estas situaciones. Como consecuencia, la responsabilidad de la enseñanza fue compartida entre investigadores y profesores (Margolinas y Drijvers, 2015).

Finalmente, la comparación en ambos países deja ver similitudes: 1. Tanto en Francia como en Holanda se ha visto un proceso participativo que envuelve profundamente a los profesores (Margolinas y Drijvers, 2015). Esto permite que finalmente estas investigaciones sean usadas en el proceso educativo pues parte de los problemas que se presentan cuando las investigaciones en educación son desarrolladas sin la participación de los profesores es que finalmente ellos no las aplican, pues no saben cómo hacerlo, o les ocupa demasiado tiempo aprenderlas, o no sienten apropiación por la metodología puesto que no formaron parte de su desarrollo. 2. Generar teorías fue el punto esencial para los profesores franceses, más que para

los holandeses. Sin embargo, gradualmente ambos fueron coincidiendo en esa misma dirección. 3. Ambos enfoques son prospectivos en el sentido en que las hipótesis son agrupadas antes y son usadas para guiar el diseño; de la misma manera ambos enfoques son reflexivos en el sentido en que los resultados de los estudios aportan nuevas hipótesis y posibilidades, y nuevos diseños. 4. la característica interactiva del trabajo es más prominente en Holanda que en Francia. 5. La validez ecológica está en el corazón de ambos enfoques. Sin embargo, la orientación hacia el lado práctico es más prominente en el enfoque holandés comparado con el francés (Margolinas y Drijvers, 2015). La metáfora de validez ecológica de Cobb y Steffe, (1983 citado en Cobb, et al., 2003) es parte de cualquier investigación de diseño pues mientras estemos experimentando en el aula de clase debemos siempre tener en cuenta todas las formas como interactúan todos los elementos que forman parte de ese proceso incluyendo factores abióticos como el clima y el tamaño de los salones de clase.

Cobb y Steffe (1983 citado en Cobb, et al., 2003) utilizan la metáfora de una ecología para enfatizar que los contextos diseñados son conceptualizados como sistemas que interactúan en lugar de una lista de factores separados que influyen en el aprendizaje. Más allá de la creación de diseños que son efectivos y que a veces pueden verse afectados por el “ajuste a la perfección”, una teoría del diseño explica por qué los diseños funcionan y sugiere cómo se pueden adaptar a nuevas circunstancias. En la presente investigación no sólo se diseñaron situaciones didácticas, sino que también en los anexos el lector encontrará los pasos previos que se recomienda seguir para preparar al estudiante para lograr los resultados que se esperan en cada una de las situaciones didácticas. De igual manera al leer el proceso de ingeniería didáctica, que se llevó a cabo para el diseño de las situaciones didácticas, el lector encontrará tanto en el análisis a priori como en el a posteriori una descripción de cada uno de

los procesos desarrollados y los ajustes que se hicieron durante su adaptación, esto permitirá que las nuevas adaptaciones sean pocas o más fáciles de llevar a otro contexto.

4 Objetivos

4.1 Objetivo General

Identificar habilidades en pensamiento espacial, en niños de preescolar, logradas mediante procesos de comunicación.

4.2 Objetivos Específicos

- Construcción y validación de un instrumento para el diseño de situaciones didácticas.
- Identificar Situaciones Didácticas que estimulan la comunicación intergrupala.
- Identificar las habilidades de emisión y recepción de información que logran los niños en relación con el desarrollo de habilidades espaciales.

4.3 Hipótesis

En el aprendizaje de las matemáticas en niños de preescolar subyacen procesos de lenguaje que definen la adquisición de habilidades como el pensamiento espacial.

5 Metodología

Dentro del proceso de investigación se busca validar la hipótesis que en el aprendizaje de las matemáticas en niños de preescolar subyacen procesos de lenguaje que definen la adquisición de habilidades como el pensamiento espacial. Para ello se diseñaron cuatro situaciones didácticas que desarrollan la habilidad de ubicarse en el espacio utilizando instrucciones estructuradas que corresponden a un lenguaje con símbolos y una gramática previamente definida.

La metodología que guía todo el proceso de esta investigación es la Ingeniería Didáctica. De acuerdo con Artigue (2009), en la ingeniería didáctica la validación se basa en la confrontación entre análisis a priori y el análisis a posteriori de las correspondientes situaciones didácticas. Se trata de demostrar que los comportamientos esperados, si aparecen, realmente son el resultado del conocimiento que la situación pretende desarrollar.

La investigación tuvo tres etapas:

- **La primera etapa** consistió en la construcción y validación del instrumento de observación participante que sirvió de base para el diseño de las situaciones didácticas.

- **La segunda etapa** es el diseño de las situaciones didácticas que estimulan la necesidad de comunicación y que sirvieron de guía para la tercera y última etapa.

- **La tercera etapa** es la experimentación con las cuatro situaciones didácticas diseñadas. Este trabajo se desarrolló con niños de preescolar con el objetivo de lograr aprendizajes en habilidades espaciales a través de procesos de comunicación.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el estudio empírico consta de tres etapas, cada una de estas etapas tuvo una metodología específica. En este apartado se explican en forma

general, pero el lector encontrará la explicación más detallada en cada una de las etapas de la parte experimental de la presente tesis.

- Para la primera etapa, construcción y validación del instrumento de observación participante, que sirvió de base para el diseño de las situaciones didácticas, se empleó el método Delphi. Según García y Suárez (2013) el Delphi es una metodología para recolectar sistemáticamente juicios de expertos sobre un problema y a través de recursos estadísticos, construir un acuerdo general.

- Para la segunda y tercera etapa, la metodología Ingeniería Didáctica es el hilo conductor de estos dos objetivos, ya que la segunda etapa es precisamente el proceso para el diseño y perfeccionamiento de las situaciones didácticas. Estas sirvieron de guía para la tercera y última etapa que consistió en el trabajo desarrollado con niños de preescolar para lograr aprendizajes en habilidades espaciales a través de procesos de comunicación. En la etapa tres, además de la metodología de Ingeniería didáctica, se contabilizó el éxito de la comunicación. Cada acción de recibir o transmitir o no hacerlo se representa con la T (trascibe), R (recibe), NT (no trasmite) y NR (no recibe).

Con los registros de todos los grupos se sacó el promedio de todos los porcentajes tanto de emisores como receptores en cada una de las Situaciones Didácticas.

5.1 Diseño Metodológico

El diseño es de tipo no experimental con un grupo establecido. La razón de este diseño es porque en la ingeniería didáctica la validación es interna. De acuerdo con Artigue y Perrin (1991) en la ingeniería didáctica la validación es fundamentalmente interna, pues se basa en la confrontación entre análisis a priori y análisis a posteriori de las correspondientes situaciones didácticas. La Ingeniería didáctica se resume en tres fases: 1) concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, 2) experimentación y 3) análisis a posteriori y evaluación (Artigué

y Perrin, 1991). En la etapa de concepción el investigador decide actuar sobre un determinado número de variables que determinan la organización de la ingeniería. El proceso de validación comienza desde esta fase a través del análisis a priori de las situaciones didácticas que resultan de estas decisiones. Este análisis es inseparable de la concepción y esta a su vez se basa en la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1986 citado en Artigue y Perrin, 1991).

El objetivo del análisis a priori de una Situación Didáctica en estas condiciones es determinar cómo las elecciones globales y locales hechas pueden permitir un control interno del alumno, es decir, un control de la significación de su conducta. Este análisis se centra generalmente en el componente didáctico de la Situación Didáctica. Se trata de una parte descriptiva que presenta: a) los objetivos de la situación, b) las elecciones didácticas hechas a nivel local, c) las características resultantes de la situación y una parte predictiva en la que se intenta aclarar, las apuestas reales de la situación para el alumno, los tipos de comportamiento que podrían aparecer y el significado que se podría dar a éstos. Trata en particular de demostrar que los comportamientos esperados, si aparecen, realmente son el resultado del conocimiento que la situación pretende desarrollar (Artigue y Perrin, 1991).

Por lo tanto, todas las situaciones didácticas tienen dos componentes: el primero es lenguaje de símbolos y el segundo el desarrollo del pensamiento matemático relativo a la habilidad espacial.

La parte predictiva, o sea si aparecen los comportamientos esperados, es el resultado de que los mensajes o conocimientos que la situación pretende desarrollar sean decodificados exitosamente.

Se espera que los niños adquieran un comportamiento definido por la habilidad de ubicarse en el espacio mediante instrucciones estructuradas acorde a un lenguaje con símbolos

y una gramática previamente definida. Existe un emisor de un código previamente escrito y un receptor que decodifica las instrucciones y las ejecuta comprobando que ha desarrollado habilidades espaciales.

Los comportamientos adecuados nos indican si la información fue bien decodificada al observarse que cumplió con el objetivo de la respectiva Situación Didáctica.

En cuanto a las elecciones didácticas se prefirió que pudieran ser replicables en cualquier otro contexto o locación, por lo que los juegos tenían símbolos reconocidos por otros grupos de niños de otros contextos geográficos. Por ejemplo, son utilizados símbolos como flechas y dibujos de animales, como el perro, el delfín y otros, mundialmente conocidos.

5.2 Población, Muestra y Muestreo

La población la conforma 3.981 niños de preescolar de la ciudad de Neiva (Alcaldía de Neiva, 2010). La muestra está compuesta por un total de 73 niños de preescolar pertenecientes a tres grupos de escuelas del municipio de Neiva (Colombia) y el muestreo es no probabilístico de tipo consecutivo. El grupo número uno y dos pertenecen a la Institución Educativa Ricardo Borrero Álvarez sede Jardín Nacional, y el número tres pertenece a la institución educativa Misael Pastrana sede de la Rioja. El grupo número uno cuenta con 23 niños, el segundo grupo tiene un total de 22 niños y el grupo número tres tiene 28 niños; todos pertenecientes a Instituciones Educativas donde el programa Pedagogía Infantil de la Universidad Surcolombiana realiza sus prácticas pedagógicas. Los niños tienen un rango de edad entre 5 y 6 años. La distribución se refleja en la figura 1.

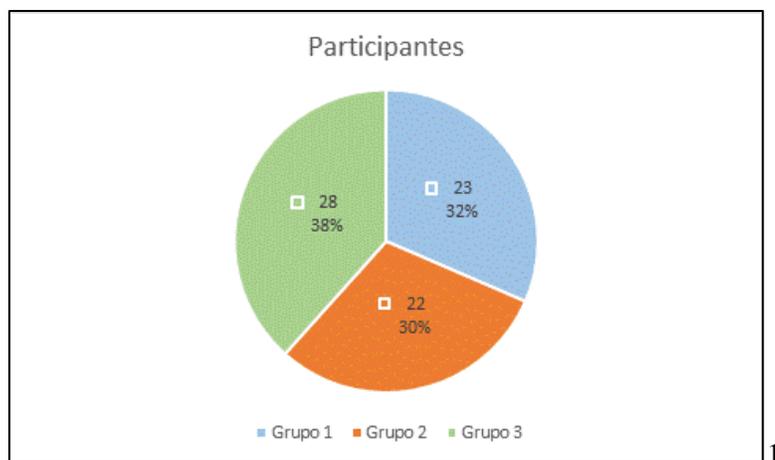


Figura 1. Participantes. Los tres grupos tienen un número similar de estudiantes.

Fuente: elaboración propia.

5.3 Características Psicológicas de los alumnos

La edad en que se encuentran los niños, de acuerdo con Piaget (1994), pertenece al pensamiento preoperatorio es decir al estadio comprendido entre los dos y los siete años.

Entre el año y medio y los dos años aparece la función simbólica como el juego simbólico (inicio de la fabulación), la imitación diferida (aparece tiempo después del suceso original), el lenguaje y la imitación interiorizada que origina las imágenes mentales. La formación de la representación o interiorización de las acciones en pensamientos es resultado de esta función simbólica y es cuando se aumenta el campo de acción de la inteligencia (Piaget, 1994).

En esta etapa se abre un gran horizonte para el niño pues cualquier objeto puede representar en su mente todo un mundo de conocimiento: el palo ya no es un simple objeto sino el caballo que lo transporta por la selva de la casa. Es el mismo niño quien le da nombre a esos objetos de acuerdo con lo que le dicte su imaginación. Esta, en parte, es la razón por la cual el niño fácilmente memoriza los símbolos tanto alfabéticos como numéricos, pero a diferencia del símbolo alfabético en donde cada letra o palabra se puede asociar con un

sonido, en el caso del símbolo numérico es mucho más que eso pues implica que ese símbolo está asociado a una serie de operaciones que todavía el niño no puede construir.

A las acciones que tienen lugar en el entorno espacial cercano al niño se añaden acciones pasadas, como las que ocurren en sus cuentos o canciones, o las que ocurren en lugares distantes, así como la división mental de los objetos y colecciones, etc. La reversibilidad práctica del período sensoriomotor ya no basta para la solución de todos los problemas dado que la mayoría de ellos requieren la intervención de operaciones psicológicas definidas (Piaget,1994). Una descripción exhaustiva de este periodo sensoriomotor la hace Piaget con su hija Luciana:

Observación 18: a los 0,8 Luciana está ocupada rascando una caja de talco, pero abandona ese juego cuando me ve aparecer a su derecha. Suelta la caja y juega conmigo un momento, balbucea, etc. luego deja repentinamente de mirarme y vuelve a colocarse en la posición correcta para tomar la caja; es evidente que no duda de que aquella estará a su disposición en el mismo lugar en que ella la usaba antes. (Piaget, 1955, citado en Beard, 1971, p.17)

Sin embargo, el niño no puede construir inmediatamente esas operaciones: son necesarios todavía varios años de preparación y organización. De hecho, es mucho más difícil reproducir una acción correctamente en el pensamiento que llevarla a cabo en el nivel de la conducta. El niño de dos años, por ejemplo, es capaz de coordinar sus movimientos de un lugar a otro, así como sus movimientos cuando da vueltas en torno a los objetos. Pero todavía ha de pasar un largo período antes de que sea capaz de representarlos mentalmente con precisión; por ejemplo, al reproducir de memoria con ayuda de objetos el plano de la habitación o del jardín, o al invertir mentalmente las posiciones de los objetos haciendo girar el plano Piaget (1994). Esta parte es muy importante dentro de nuestra investigación pues el

lector puede observar en la sección experimental que la primera Situación Didáctica en Búsqueda del Tesoro al niño se le entregaba los caminos previamente definidos:

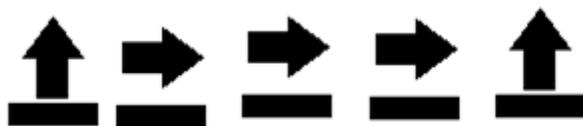


Figura 2. Símbolos previamente dibujados. Fuente: elaboración propia.

Lo anterior se hizo porque nuestra intención era que el niño se concretara en transmitir y desarrollar la acción, pero no consideramos gastar el tiempo durante ese año para que el niño reprodujera esa acción en el pensamiento pues ya sabemos, de acuerdo a las investigaciones de Piaget, que esto lleva varios años de preparación y lo mejor que podemos hacer es que las situaciones didácticas estén acorde con el desarrollo del niño y no forzar los procesos que en muchos casos trae una sensación innecesaria de frustración.

Desde los dos hasta los siete años aproximadamente, no hay operaciones reversibles ni conceptos de conservación a un nivel superior al sensoriomotor. Por ejemplo, cuando el niño de cuatro a seis años transvasa líquido de un vaso de cristal a otro de diferente forma, cree todavía que la cantidad real que hay en el vaso aumenta o disminuye de acuerdo con la forma del envase. Cree que dos bastones de igual longitud son iguales si coinciden sus terminaciones; pero si se corre uno de ellos hacia adelante, piensa que el bastón se ha alargado. En todos aquellos campos en los que entran en juego cantidades continuas o discretas nos encontramos constantemente con el mismo fenómeno: faltan las formas más elementales de conservación, ello es consecuencia de la falta de reversibilidad operatoria (Piaget,1994). Teniendo en cuenta que no hay reversibilidad no justifica que forcemos procesos para lo cual el niño no está preparado pues la matemática en últimas es como un juego, con reglas y fichas sobre las cuales actúan esas reglas, pero si no tenemos la preparación para ese juego pues

simplemente no vamos a poder jugarlo, aunque tengamos y sepamos los nombres de los materiales con los que se juega. Es decir, no basta con tener una cancha de fútbol, un balón y un libro sobre la forma cómo se juega, debemos saber cómo jugarlo.

Esto queda claro en cuanto se plantea un conflicto entre la configuración perceptiva y la lógica. A los juicios del niño acerca de la cantidad les falta la transitividad sistemática. Si se le dan dos cantidades A y B, y luego dos cantidades B y C, las cantidades pueden ser reconocidas como iguales por parejas ($A = B$ y $B = C$), sin que por ello la primera cantidad A sea considerada igual a la última C (Piaget y Inhelder, 2013).

Por ello es por lo que no se justifica que en los preescolares se gaste gran parte del tiempo en operaciones que el niño repite mecánicamente pero que realmente no lo son, pues el niño no es consciente del cambio real que está ocurriendo. Ahora bien, nosotros podemos ir preparando esa mente para ese pensamiento numérico sin que haya necesidad de memorizar los símbolos numéricos. Ello viene por añadidura porque el medio que rodea al niño está relacionado de números: el celular, relojes digitales, los números de los autos, la nomenclatura de las casas, los precios de los productos en los almacenes, en todos esos contextos se utiliza el símbolo numérico, así que en algún momento el niño los memorizará. Por lo tanto, ese no es el problema del desarrollo del pensamiento numérico. Hacemos énfasis en este pensamiento porque parte de los retos que tuvimos durante el desarrollo de esta investigación fue lograr que los padres de familia y los profesores aceptaran dedicar tiempo dentro de las clases de matemáticas al desarrollo del pensamiento espacial, pues se cree que se está descuidando el pensamiento numérico. Nada más alejado de la realidad.

El hecho de trabajar el pensamiento espacial no implica que estemos descuidando el pensamiento numérico, muy por el contrario, el contacto activo con una simple cuadrícula no sólo está ayudando a ubicar al niño dentro de ese espacio, sino que simultáneamente está

contribuyendo a desarrollar el esquema necesario para el pensamiento numérico. Una cuadrícula tiene unas medidas y formas definidas, la manipulación y contacto constante con este material no sólo hace que el niño se ubique en ese espacio, sino que al mismo tiempo vaya teniendo una medida de ese espacio, que obviamente es pensamiento numérico pues siempre que hablamos de medida estamos comparando simultáneamente varias cantidades. Un ejemplo del juego que en nuestra investigación se hacía utilizando la cuadrícula lo puede observar el lector en el Anexo E.

Esta fue una de las primeras situaciones didácticas que utilizamos al comienzo del año como actividades preparatorias antes de que el niño comenzara a tener contacto con las situaciones didácticas propiamente diseñadas para lograr el objetivo de la investigación. En este juego el niño compite con el profesor al que primero logre colorear todos los cuadros de una cuadrícula de acuerdo con el número que salga en un dado lanzado previamente. En este juego, por ejemplo, el niño debe observar el número de puntos que salen en el dado y de acuerdo con ello debe trasladar esa información a su propia cuadrícula. En ese momento el niño está midiendo y está manejando una cantidad observada en el “contexto” del dado al “contexto” de la cuadrícula lo que le permite no sólo manipular y ser consciente de ese espacio, sino que el niño en todo momento va contabilizando la cantidad de cuadros que le faltan para completar su juego y por supuesto que ello va creando esquemas que en un futuro serán parte de las estructuras donde se apoye ese pensamiento numérico.

De acuerdo con Piaget y Inhelder (2013) el principal obstáculo para cualquier estudio de desarrollo de la psicología del espacio se deriva de la circunstancia de que la evolución de las relaciones espaciales es un proceso que tiene lugar a nivel de la percepción y a nivel del pensamiento o de la imaginación. Kant, (como se cita en Piaget y Inhelder, 2013), consideraba al espacio una estructura a priori de “sensibilidad”, siendo la función del

pensamiento simplemente someter los datos de la percepción espacial a un proceso de deducción lógica capaz de analizarlos indefinidamente sin agotar jamás su contenido.

Las investigaciones mostrarán que antes de organizar un espacio proyectivo y euclidiano, el niño empieza construyendo y usando ciertas relaciones primitivas tales como proximidad y separación, orden y cercamiento. Tales relaciones corresponden a las llamadas “topológicas” por los geómetras, y consideradas igualmente por ellos como elementales desde el punto de vista de la reconstrucción teórica del espacio (Piaget y Inhelder, 2013).

De acuerdo con Piaget y Inhelder (2013), las relaciones topológicas más simples como la proximidad espacial y la separación son también las primeras en surgir en el curso del desarrollo psicológico. En el campo de la psicología, la relación de proximidad expresa la característica más fundamental de las acciones por las cuales el sujeto genera la noción de espacio: una estructura espacial debe necesariamente estar compuesta de elementos colindantes, ya que la acción que genera espacio debe soportar el objeto como tal.

La relación de proximidad que subsiste entre los elementos separados A. B. C. Etc. es suficiente para proporcionar una base para la relación de orden. El niño de 6-4 años organiza los objetos de manera que se ajusten al patrón general del modelo, pero sólo logra contornear proximidades entre pares de elementos y sin preocuparse por la forma en que los elementos adyacentes están dispuestos (AB o BA) ni retenerlo cuando agrega un par a otro (ABCD o CDAB, etc.) (Piaget y Inhelder, 2013). Sobre esto el lector puede observar, más adelante, en el objetivo 2 donde se diseña la Situación Didáctica en busca del tesoro, que al comienzo se pensó en entregarle las flechas a los niños para que ellos mismos organizaran el camino, pero los niños gastaban mucho tiempo organizando la secuencia por lo cual se optó por entregarle a los niños el camino previamente definido de tal forma que la demora en la organización no bajara los ánimos del juego. Si tenemos en cuenta las observaciones de Piaget, ciertamente a

los niños se les va a dificultar esta actividad, pues él se fija en la proximidad, pero no tiene en cuenta el orden, lo que va a influir en los resultados del juego o Situación Didáctica.

6 Estudios Empíricos

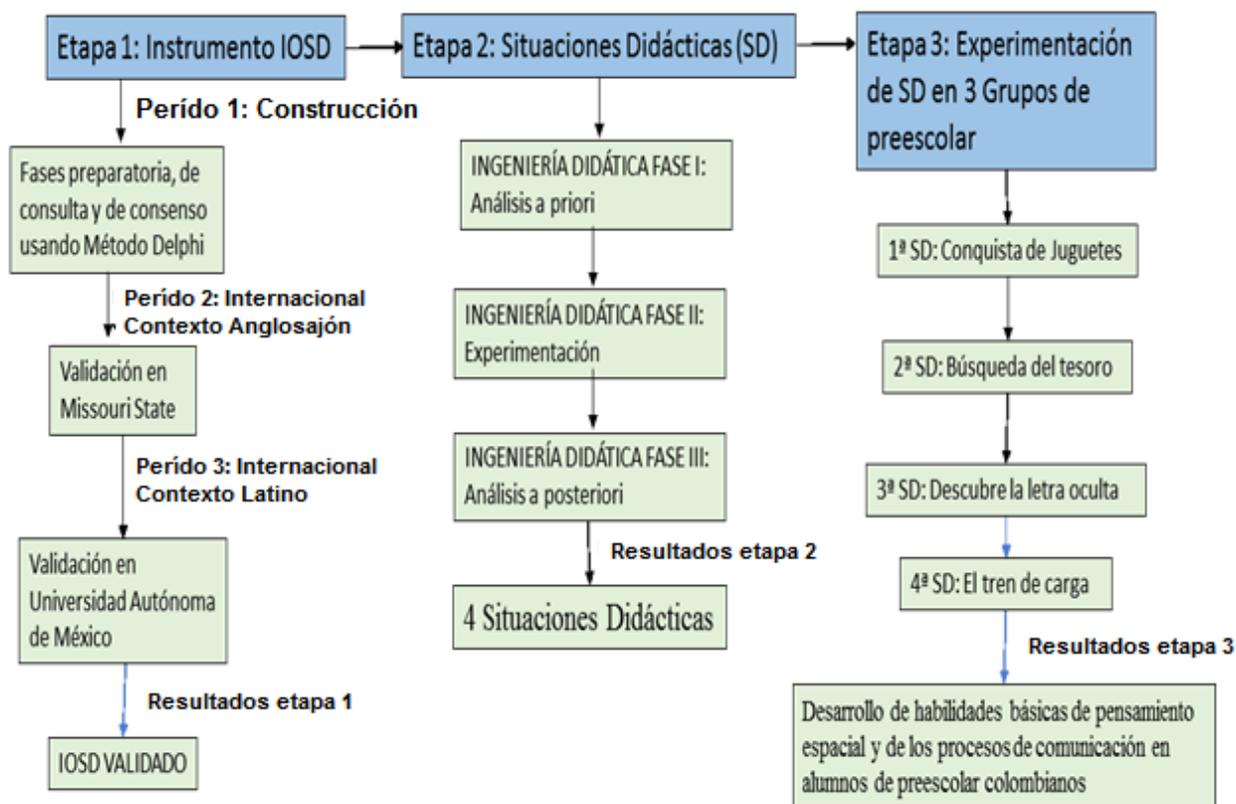


Figura 3. Esquema de los Estudios Empíricos. Fuente: elaboración propia.

Como hemos expresado anteriormente el estudio empírico consta de tres etapas:

1. la primera etapa consistió en la construcción y validación del instrumento de observación participante que sirvió de base para el diseño de las situaciones didácticas,

2. la segunda etapa es precisamente el proceso de diseño y perfeccionamiento de las situaciones didácticas.

3. En la tercera etapa estas situaciones didácticas cuyo objetivo principal era que estimularan la necesidad de comunicación, sirvieron de guía para la tercera y última etapa que consistió en el trabajo desarrollado con niños de preescolar para lograr aprendizajes en habilidades espaciales a través de procesos de comunicación.

6.1 Etapa 1: Construcción y Validación del Instrumento de Observación

Participante para el Diseño de Situaciones Didácticas (IOSD)

6.1.1 Introducción

La observación en el aula suele tener un peso considerable en la evaluación y mejora de los maestros y sistemas, además de proporcionar información crítica para el desarrollo profesional (Martínez, Taut y Schaaf, 2016). El hecho de hacer una observación in situ permite tener una verdadera visión del proceso enseñanza aprendizaje y provee una información real de lo que ocurre en el aula de clases.

Martínez, et al. (2016) examinaron dieciséis sistemas de observación en el aula en seis países. Se destaca el esfuerzo nacional en Noruega destinado a la formación de los directores como observadores en el aula; Australia, donde se están desarrollando sistemas nacionales y regionales de observación y evaluación y México, donde la nueva legislación estableció una evaluación del docente y un sistema de incentivos.

Sin embargo, no es fácil para un profesor sentir que su clase está siendo evaluada, pues nunca falta ese temor de fallar en el proceso y es posible que esta sensación pueda conducir a que las actividades no siempre salgan como se tienen planeadas. Algunos países han hecho esfuerzos por disminuir esta tensión y hacer que la evaluación sea un trabajo más colaborativo. Robutti, et al. (2016) presentan los resultados preliminares de una encuesta encargada por el International Congress on Mathematical Education 2016, enfocada en “Maestros trabajando y aprendiendo a través de la colaboración”. El estudio ofrece tres ejemplos de actividad colaborativa y aprendizaje: El primero es el estudio de lecciones en Japón, donde los profesores trabajan juntos como parte normal de su actividad. El segundo es desarrollado en Inglaterra por El Centro Nacional de Excelencia en la Enseñanza de las Matemáticas (NCETM), proceso a través del cual los profesores Problematizan aspectos de su

trabajo como medio para mejorar resultados matemáticos de los alumnos. El tercero, Comunidades de Aprendizaje en Matemáticas (LCM) en Noruega, se trata de un proyecto de investigación para desarrollar el aprendizaje de las matemáticas e implica una asociación entre profesores de Didáctica de las matemáticas con Escuelas de primaria y secundaria.

Otro de estos países es Francia a través de la ingeniería didáctica, inspirado en la teoría de Situaciones Didácticas (Artigue, 2009). En este enfoque se basa esta primera etapa y tiene como objetivo construir y validar un cuestionario que permita evaluar y por consiguiente diseñar con éxito una Situación Didáctica. Hasta el momento no hemos encontrado en la literatura especializada un cuestionario que permita fácil y rápidamente cualificar a un grupo pequeño de expertos en las características necesarias para la observación y diseño de situaciones didácticas, no sólo en matemáticas sino en cualquier actividad de clase.

Por ser un instrumento que evalúa una Situación Didáctica la teoría de situaciones didácticas y la metodología de Ingeniería Didáctica, descritas anteriormente en el marco teórico, son fundamentos teóricos de esta primera etapa.

Objetivo 1 Construcción y validación de un instrumento de observación participante para diseñar Situaciones Didácticas.

6.1.2 Metodología

El proceso de construcción y validación del Instrumento De Observación De Situaciones Didácticas, en adelante IOSD, se desarrolló en tres periodos: Una en el territorio nacional con estudiantes de la Universidad Surcolombiana y los dos siguientes a nivel internacional con estudiantes pertenecientes al English Language Institute (ELI) de Missouri State University y, finalmente, con un con un grupo de 9 estudiantes de la Universidad Autónoma de México (UNAM) de la licenciatura de tecnología.

Para los tres periodos se siguieron las fases de la ingeniería didáctica pues en todos los periodos se diseñaron o se evaluaron situaciones didácticas.

Durante el primer periodo, además de la ingeniería didáctica, para la construcción de las preguntas, se empleó el método Delphi según García y Suárez (2013).

Para validar y saber el grado de confiabilidad del Instrumento de Observación de Situaciones Didácticas se aplicó el Coeficiente de correlación intraclase de acuerdo absoluto, (en adelante ICC) o ICC (2,1) según notación de Shrout y Fleiss (1979 citado en Dubé, 2008).

Adicionalmente, para evaluar cada pregunta, se determinó el grado de coincidencia de los jueces mediante el cálculo del promedio de las desviaciones absolutas de la media de los puntos de datos, utilizando la expresión:

$$\frac{1}{n} \sum |x - \bar{x}|$$

Esta expresión es evaluada mediante la función DESVPROM, (Support office, s.f.) que precisamente mide la dispersión de los valores en un conjunto de datos.

Donde N=número de jueces, \bar{x} = *promedio* y x es la calificación del juez.

6.1.3 Procedimiento

Como ya hemos dicho, este proceso de construcción y validación del Instrumento De Observación De Situaciones Didácticas se desarrolló en tres periodos:

Periodo Uno: Se realizó en Colombia durante el segundo semestre del año 2015 con estudiantes de la Universidad Surcolombiana durante las clases de Didáctica de las matemáticas.

Periodo dos: Se realizó a nivel internacional durante el año 2016 con estudiantes de diferentes nacionalidades, pertenecientes al English Language Institute (ELI) de Missouri State University, durante los cursos de verano de dicha Universidad.

Periodo tres: Se desarrolló durante el último año 2017 en la Universidad Autónoma de México (UNAM) con un con un grupo de 9 estudiantes de licenciatura de Tecnología durante las clases de laboratorio de física y ecuaciones diferenciales.

6.1.4 Participantes

En el período uno los participantes son estudiantes de quinto semestre de Didáctica de las matemáticas, quienes validaron el instrumento mediante la observación a un grupo de niños de preescolar pertenecientes a una de las escuelas donde la Universidad Surcolombiana realiza sus prácticas docentes.

El período dos se realizó con un grupo de jóvenes Universitarios de Arabia Saudita, Túnez, Corea, Taiwán, Vietnam y Colombia del ELI de Missouri State University.

El período tres se realizó con un grupo de 9 estudiantes de la Universidad Autónoma de México (UNAM) de la licenciatura de Tecnología.

6.1.5 Período uno. Construcción y validación inicial del IOSD

Se realizó a nivel nacional con el apoyo de las estudiantes de Didáctica de las matemáticas de la Universidad Surcolombiana de la promoción 2015B. Son estudiantes de pedagogía Infantil, y al momento en que cursan el quinto semestre de la carrera de pedagogía, ya han visto dentro del currículo varias asignaturas relacionadas con la didáctica y ya están haciendo su primera práctica por lo tanto ya tienen la suficiente experiencia pedagógica para evaluar una Situación Didáctica. Adicionalmente las estudiantes están cursando la asignatura didáctica de las matemáticas y en esta asignatura durante las primeras semanas se trabaja en profundidad y en forma práctica lo relacionado con la teoría de situaciones didácticas.

De una lista inicial de preguntas se seleccionaron, de acuerdo con la teoría de situaciones didácticas, las preguntas a utilizar en el instrumento (Ver **Anexo B**). Para escogerlas, se empleó el método Delphi.

El Delphi es un método iterativo y estructurado, donde expertos realizan rondas sucesivas de sugerencias para reexaminar sus opiniones y construir un acuerdo general de grupo con la ayuda de recursos estadísticos. Se utiliza para recolectar sistemáticamente juicios de expertos sobre un dilema, durante la investigación se obtiene un juicio colectivo superior resultado de las apreciaciones individuales de los expertos (García y Suárez 2013). Esta característica es muy importante para nuestro objetivo general pues el cuestionario se elabora con el fin de evaluar una Situación Didáctica y por lo tanto este mismo proceso se convirtió en un complemento para la metodología de Ingeniería didáctica pues esta metodología incluye ciclos que fueron complementados con las valoraciones de los expertos.

A continuación, describiremos la forma como se desarrollaron las fases del método Delphi de acuerdo con las pautas de García y Suárez (2013).

El método Delphi contiene tres fases:

- Fase preparatoria
- Fase de consulta
- Fase de consenso. En esta última fase la autora propone un método para establecer

la probabilidad de que el grado de acuerdo hubiese sido por azar.

6.1.5.1 I Fase preparatoria método Delphi

Selección de expertos: Los autores dicen que un experto excede el nivel promedio de sus pares, alcanzando un dominio sobre un asunto y puede exponer sus opiniones sobre dicho asunto como juicios conclusivos a ser utilizados.

De acuerdo con lo anterior los expertos son estudiantes de quinto semestre de Pedagogía Infantil, se consideran expertos para evaluar una Situación Didáctica porque dentro de su proceso de profesionalización ya han visto varias asignaturas relacionadas con las

didácticas, han observado clases dentro de las mismas asignaturas y han elaborado trabajos prácticos relacionados con las didácticas. Adicionalmente, ya están realizando su primera práctica por lo tanto ya tienen la suficiente experiencia pedagógica para evaluar una Situación Didáctica. Así mismo el hecho de estar cursando la asignatura didáctica de las matemáticas las convierte en las mejores observadoras, pues en esta asignatura durante las tres primeras semanas, y con una intensidad semanal de cinco horas, se trabaja en profundidad y en forma práctica todo lo relacionado con la teoría de situaciones didácticas.

En cuanto al número de expertos García y Suárez (2013) afirman que de acuerdo con los estudios realizados por la Rand Corporation, a partir de un mínimo de siete expertos el error disminuye notablemente por cada experto añadido, pero tampoco aconsejan recurrir a más de 30 expertos, pues el aumento en la previsión es muy pequeño.

De acuerdo con ello se seleccionaron las 8 estudiantes que hasta el momento llevaban las mejores calificaciones dentro de la asignatura. La selección se hizo después de haber visto el tema y haber entregado las mejores actividades relacionadas con las situaciones didácticas. De igual forma todo el curso de estudiantes desarrollaba el cuestionario lo que permitía que en el caso de que alguna estudiante hubiese desertado se tenían otras opciones para su reemplazo. Aunque este no fue el caso, lo recomendamos como una metodología de trabajo para las facultades de educación dentro de las clases de didáctica. De esta forma el proceso se realizó como una actividad de la clase didáctica de las matemáticas. Aunque el tema se trataba dentro de las clases, las reuniones con los 8 expertos se realizaban generalmente al final de las clases.

6.1.5.1.1 Preparación del instrumento

Para García y Suárez (2013) las características del instrumento dependen del objetivo de la investigación y comúnmente se le conoce como cuestionario, es, entonces, un

documento que se somete a consideración de los expertos y se acompaña con el tipo de respuestas que se requerirá, lo cual establece el modelo de proceso estadístico y de retroalimentación. Teniendo en cuenta que el objetivo general de esta investigación es Identificar habilidades en pensamiento espacial en niños de preescolar, logradas mediante procesos de comunicación, y que para lograrlo se hizo mediante el diseño de situaciones didácticas de acuerdo con la teoría de Brousseau, esta teoría fue el hilo conductor para el desarrollo de cada una de las preguntas que formarían parte del instrumento de observación participante.

En esta investigación la construcción del cuestionario fue parte inicial de las tareas del doctorado y también fueron inicialmente discutidas y revisadas dentro de las mismas sesiones del doctorado, pues había que tener especial cuidado para que cada indicador o pregunta estuviese refutada por algún tipo de decisión que sustentara porque una pregunta era o no adecuada. Es decir que las preguntas se elaboraron dentro de las tareas del doctorado y luego fueron puestas a prueba con las estudiantes de didáctica de las matemáticas.

En este sentido, para la construcción del Instrumento De Observación Participante Para El Diseño De Situaciones Didácticas se procuró que el cuestionario tuviera preguntas claves relacionadas con el material, el profesor y el alumno, pues de acuerdo con Brousseau (2007) la Situación Didáctica es todo el entorno del alumno. Por ello se procuró que en el cuestionario existieran preguntas muy relacionadas con el material, el profesor y el alumno.

La Situación Didáctica es un dispositivo diseñado por quien quiere enseñar un conocimiento o controlar su adquisición. Este dispositivo puede ser un medio material, un desafío, un problema o un ejercicio, y las reglas de interacción con el dispositivo, juego o Situación Didáctica propiamente dicha. La situación es pues un modelo de interacción entre un sujeto y un medio. Los recursos y las decisiones, de las que dispone el sujeto para

conservar en ese medio un estado favorable, dependen del uso de un conocimiento preciso (Brousseau,2007).

De acuerdo con lo anterior, el cuestionario comienza entonces con tres preguntas relacionadas con la organización de la clase, la forma como el material va a estar ubicado y la forma como ese material interactúa con el alumno.

Las primeras tres preguntas son:

- ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?
- ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?
- ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?

Las dos primeras preguntas son casi obvias, pero increíblemente muchas veces no pensamos en ello. Muy a menudo observamos clases donde los estudiantes están lejos del material y con dificultades para manipularlo. En el caso de niños de preescolar a veces están organizados alrededor de sus mesas de trabajo y se nos olvida acomodarlos de tal forma que puedan observar y tener acceso al material de la clase. Otras veces comenzamos la clase y simplemente por la premura del tiempo olvidamos esos importantes detalles.

Ahora, si analizamos la tercera pregunta ¿qué significa que el material contribuya al logro sobre la acción? pues volviendo a la definición de Brousseau: Una Situación Didáctica tiene un tipo de interacción entre un sujeto y un medio, esa interacción depende del uso de un conocimiento preciso para disponer de decisiones y de los recursos con la finalidad de conservar en ese medio unos estados favorables. Es muy importante que ese material sea fácil de manipular para el estudiante, que lo conozca, que le sea amigable. Eso lo debemos prever antes de realizar la actividad y es parte de lo que debemos observar durante el desarrollo de la misma: que el material esté en buen estado y que funcione para aquello que fue diseñado. Es

decir, para que el estudiante pueda conservar un estado favorable hacia el medio, ese medio debe ser algo que el estudiante pueda manipular y que le sea amigable.

La siguiente parte del cuestionario es relacionada con la situación de acción.

Para Brousseau (2007) en una situación de acción, se exige al alumno movilizar el medio objetivo, siendo este el medio efectivo sobre el cual se exige al alumno actuar o imaginar el funcionamiento o transformaciones de ese medio ficticio para responder a una pregunta.

De acuerdo con lo anterior la pregunta que se hizo fue:

- ¿La situación le responde al niño sobre la acción?

Esta pregunta pretende saber si realmente el estudiante ha entendido lo que debe hacer. Para ello debemos observar la independencia y seguridad del alumno ante los procesos y las retroalimentaciones que se lleven a cabo durante el mismo. Es importante además observar si realmente hay cambios en el desarrollo de la situación pues no sólo basta con que el alumno quiera realizar la actividad sino también que las normas estén claras, pues por más motivado que el alumno esté, si la norma no está clara las actuaciones del alumno sobre el medio no van a producir el efecto deseado.

Brousseau (2007) identifica como situaciones matemáticas aquellas que provocan una actividad matemática en el alumno sin la intervención del profesor. Para medir este aspecto de la situación se redactaron las siguientes cuatro preguntas:

- ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?
- ¿El maestro necesitó interactuar con los alumnos?
- ¿El niño se apropió del problema?
- ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?

La primera de estas cuatro preguntas: ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?, se elaboró porque en la medida en que el estudiante logre manipular e interactuar independientemente con el material nos estamos acercando a una verdadera Situación Didáctica.

La siguiente pregunta dice: ¿El maestro necesitó interactuar con los alumnos? Esta pregunta es necesaria pues es posible que el estudiante interactúe solo con el material y no solicite ayuda del profesor, pero en algunos casos, aunque el alumno no solicite ayuda, el maestro se ve obligado a intervenir pues observa que el estudiante no está haciendo las cosas como se tienen planeado o de acuerdo con lo que se debe hacer. Es decir, cuando observamos la intervención constante del profesor es un indicativo de que la situación no es completamente adecuada.

La tercera de estas cuatro preguntas dice: ¿El niño se apropió del problema? Se explica entre paréntesis del mismo cuestionario que la idea es observar si los alumnos intentan llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor.

Esta pregunta complementa las dos anteriores en el sentido de que, si la situación realmente provoca una actividad en el alumno, este actúa por el mismo y su único objetivo es resolver un problema porque lo quiere y ve la necesidad de resolverlo. Caso muy diferente cuando se observa a los alumnos terminando rápidamente una actividad sólo por el hecho de que el profesor así lo quiere.

La última de estas cuatro preguntas dice: ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta? Con esta pregunta nos referimos a que la Situación Didáctica debe estar creada de tal forma que la actividad sea un desafío para el alumno, es decir debe estar a su alcance, pero tampoco debe ser algo tan obvio, debe tener un reto que de alguna manera el alumno sienta ese deseo por encontrar la solución al problema planteado.

La siguiente parte del cuestionario se basa en que de acuerdo con Brousseau (2007), un sujeto “activo” es quien elige directamente los estados del medio antagonista en interés de sus fines propios. Los alumnos son quienes revelan o hacen visible las características de las situaciones a las que reaccionan. Si el medio reacciona habitualmente de la misma forma, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones anticipando sus reacciones y teniéndolo en cuenta a futuro en sus propias acciones. Los conocimientos facultan cambiar estas “anticipaciones”. Un modelo implícito de acción explica un patrón de respuesta que es la manifestación observable.

Teniendo en cuenta lo anterior hemos redactado esta pregunta

- ¿El alumno anticipa resultados?

Se aclara dentro del mismo cuestionario que se puede observar por ejemplo el rostro del niño si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta. Por lo tanto, ante esa pregunta, el hecho de observar el rostro del alumno es una forma de poder medir la relación del alumno con el medio hasta el punto de que puede ir más allá anticipando lo que va a ocurrir. Ahora bien, el observador debe ser muy cuidadoso ante esa observación pues no todos los alumnos son igualmente expresivos, aquí podríamos trabajar un poco con el negativo, es decir mientras los vemos trabajando en forma normal y concentrados en la resolución de su problema podemos darnos cuenta si el alumno está realmente viendo esa meta que pronto alcanzará.

Otra pregunta que añadimos como complemento de la anterior es:

- ¿Los alumnos estuvieron motivados?

Esta pregunta se agregó porque consideramos que nos ayuda a medir las retroalimentaciones que el alumno está gestionando con la Situación Didáctica o con los

dispositivos. Observando la motivación del alumno en general, sus actitudes durante todo el proceso, su participación en la toma de decisiones, todo eso nos ayuda a comprender si realmente esa situación está respondiendo a la acción.

Según Brousseau (2007), un alumno debe poder comunicar a sus compañeros la estrategia que propone para ganar un juego, no basta que sepa cómo ganar, pues esta es la manera disponible de actuar sobre la situación. Es indispensable que los dos interlocutores cooperen en el control de un medio externo y así definir el contenido de la comunicación, de modo que ni uno ni otro pueda triunfar solo, ya que deben obtener del otro la formulación de los conocimientos involucrados.

De acuerdo con lo anterior se redacta la siguiente pregunta relacionada con la Situación Didáctica de formulación o comunicación:

- ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?

Teniendo en cuenta que en esta investigación el objetivo es lograr habilidades matemáticas mediante procesos de comunicación, debemos tener muy claro que la Situación Didáctica genere la necesidad de comunicación para poder resolver el problema o para que esta comunicación sea el mejor camino de solución del problema a resolver.

Variable didáctica:

Para Brousseau, (2007) las variables didácticas son los cambios de la situación didáctica elegidos por el docente para provocar nuevos conocimientos en el alumno.

para controlar estos niveles de dificultad hemos seleccionado la pregunta:

- ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?

Nuestra intención con esta pregunta es observar que la elección de los grados de dificultad de la situación sea adecuada a los conocimientos del alumno.

Situación Didáctica de Validación:

Para Brousseau et al. (2014) las pruebas deben ser reconocidas como válidas por los pares y ofrecidas en una situación donde no puede haber dudas sobre su validez.

En otras palabras, de acuerdo con Brousseau (1986), los saberes están estructurados en teorías, en demostraciones y definiciones bien determinadas en forma completa. Son conocimientos institucionalizados, expresables y reconocidos como tales por el medio, que permiten “controlar” implícitamente las interacciones del sujeto relativas a la validez de sus afirmaciones. Un saber y un conocimiento se diferencian por su estatus cultural; un saber es un conocimiento instaurado. Las transformaciones que implican al pasar de un estatus al otro involucran sus diferencias y aparece por las relaciones didácticas que se crean, los códigos y los lenguajes que gobiernan los enunciados. Para Brousseau et al. (2014) un conocimiento evoluciona y cambia de forma, uso y significado. De esta manera se vuelve más preciso y completo y termina siendo conocido en la forma canónica que la cultura le asigna, como saber.

Para esta parte de la teoría se incluyó la pregunta:

- ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?

Con esta pregunta nos referimos a que el alumno debe tener claro que existen normas para que su respuesta sea válida, que la comunidad debe admitir esa respuesta y eso es lo que le da validez a ese conocimiento. Esto no significa que si el alumno no puede desarrollar la actividad debemos descartar la Situación Didáctica, es muy probable que se necesite una secuencia anterior porque todavía el alumno no está preparado para ella, pero esa misma situación se puede dejar para más adelante y crear una secuencia que prepare al alumno para afrontarla. Entonces la forma como nos vamos a dar cuenta de que el alumno ya se apropió de un saber y que ese conocimiento ya tiene un estatus cultural, es observando la seguridad e

independencia del alumno durante el desarrollo de la actividad. Es decir, teniendo en cuenta el termino validez ecológica de Cobb y Steffe, (1983 citado en Cobb, et al., 2003) podemos decir que todavía no es el nicho apropiado para esa situación pero que con algunos ajustes se puede convertir en un ecosistema de aprendizaje sostenible.

6.1.5.1.2 Tipo de respuesta

Para García y Suárez (2013), la elaboración del cuestionario incluye la decisión del tipo de respuestas que se solicitará, lo que determina el tipo de procesamiento estadístico y de retroalimentación.

Los autores han encontrado cuatro formas de elaboración del cuestionario atendiendo al tipo de respuesta solicitada: dicotómica, de ponderación y continuas o tipo Likert.

Se optó como formato de respuesta por la escala Likert de siete opciones en el continuo de «acuerdo» y de «frecuencia». Se usa la escala de 0 a 6, en la que «0» significa totalmente en desacuerdo o nunca, «1», muy en desacuerdo o muy pocas veces, «2», poco en desacuerdo o pocas veces, «3», algo de acuerdo o alguna vez, «4», bastante de acuerdo o bastantes veces, «5», muy de acuerdo o muchas veces y «6», totalmente de acuerdo o siempre.

La respuesta será bien puntuada si el promedio marcado por los jueces o expertos es 5 o más, ya que el cuartil Q_3 superior es 5, en el rango de calificación 0,1,2,3,4,5 y 6. Es decir para el diseño de las situaciones didácticas las respuestas cuyo promedio general sea 4 o menos serán revisadas para tratar de mejorar esos aspectos.

6.1.5.1.3 Decisión de la vía de consulta

Debido a que la validación del cuestionario se realizó inicialmente a nivel nacional con las estudiantes de la asignatura didáctica de las matemáticas, la forma como se evaluaba al comienzo fue mediante el desarrollo de las clases. La primera forma de aprender a manejar

el instrumento de observación participante fue mediante un corto video visto en el salón de clase. Una vez visto el video las estudiantes dieron su puntuación y se preguntó en forma abierta cuales habían sido sus respuestas y por qué. Se discutió las preguntas que no estaban de acuerdo con lo visto en el video de forma que se pudiera aclarar mejor el significado de las preguntas. Luego se optó por enviar un video por correo electrónico de tal forma que todas las estudiantes lo calificaran en forma individual desde la privacidad de sus casas. Actualmente el cuestionario es resuelto en el Excel de tal forma que fácilmente se pueda sacar la media o comprobar que las preguntas se están entendiendo bien. Es decir, la vía de consulta se hizo de dos formas: inicialmente durante el desarrollo de la Situación Didáctica y posteriormente mediante la observación de un video enviado por correo electrónico.

6.1.5.2 II. Fase de consulta método Delphi

Nuevamente de acuerdo con García y Suárez (2013), en la fase de consulta se efectúan todas las rondas de consulta que sean necesarias hasta llegar al consenso, habida cuenta que el acuerdo grupal es buscado a través de la retroalimentación. Comúnmente se realizan 2 o 3 y hasta 4 rondas. En nuestro caso con las estudiantes de Didáctica de las matemáticas se hicieron al comienzo 4 rondas, pero de allí en adelante sólo dos o tres rondas pues ya el cuestionario era conocido por todas ellas.

6.1.5.2.1 Primera ronda

Incluye el primer contacto con los expertos, según sea la vía elegida. En este caso por ser estudiantes de la asignatura, se hizo mediante la observación de un video con el fin de aprender a manejar el cuestionario.

6.1.5.2.2 Segunda Ronda

Los autores proponen que cada experto reciba nuevamente el cuestionario acompañado de sus respuestas y de los resultados del análisis estadístico de las respuestas

grupales en la primera ronda; a partir de aquí se le pide que reevalúe sus valoraciones teniendo en cuenta las opiniones del resto y que puede mantener o cambiar su respuesta según lo considere.

En esta ronda, se agregó al final del cuestionario un ítem para comentarios generales con el objetivo de que todas las preguntas no fuesen tan cerradas y de esta forma el experto pueda ampliar un poco las explicaciones que considere necesarias. Al revisar las respuestas que más distanciadas estuvieron del promedio, hubo necesidad de aclarar la pregunta ¿El maestro necesitó interactuar con los alumnos? esta pregunta causó confusión en uno de los expertos porque marco cero y según su explicación, quería decir que estaba bien pues el profesor poco había intervenido, es decir el experto calificó cero en lugar de seis. Se escribió entonces una explicación adicional a la introducción del cuestionario donde se aclaró que entre menos intervenga el profesor mejor será la puntuación.

También se hizo una modificación con respecto a la explicación de escala Likert pues el formato de respuesta incluía el grado de frecuencia. Esta parte se quitó y se dejó únicamente el grado de «acuerdo» de tal forma que la respuesta dijera que tan de acuerdo o no estaba con esa expresión. La escala quedó de 0 a 6, en la que «0» significa totalmente en desacuerdo, «1», muy en desacuerdo, «2», poco en desacuerdo, «3», algo de acuerdo, «4», bastante de acuerdo, «5», muy de acuerdo y «6», totalmente de acuerdo.

6.1.5.2.3 Tercera y subsiguientes rondas

Según los autores, el objetivo de las consultas sucesivas es disminuir la dispersión o aumentar la convergencia de las opiniones y delimitar la opinión consensuada. En este caso la tercera ronda se realizó con la evaluación de la Situación Didáctica Conquista de Juguetes pues ya el cuestionario se había entendido bien, se habían adicionado en paréntesis las aclaraciones necesarias y se podía seguir modificando al mismo tiempo que se diseñaba la

Situación Didáctica. Recordemos que esta herramienta es un complemento a la metodología de ingeniería didáctica por lo tanto el cuestionario formó parte de la segunda fase de experimentación que corresponde a la segunda fase de la metodología ingeniería didáctica.

Por lo tanto, esta tercera ronda se realizó en la escuela donde se diseñó la Situación Didáctica Conquista de Juguetes y formó parte de la fase de experimentación del diseño de la Situación Didáctica.

Al final de cada ronda se procesan reiteradamente las respuestas a los cuestionarios, los principales análisis estadísticos que se emplean son las medidas de tendencia central y de dispersión: media, mediana, moda, máximo, mínimo y desviación media.

En la tercera ronda se debe hacer una retroalimentación de los resultados del procesamiento de las respuestas. De acuerdo nuevamente a los autores, en cada ronda subsiguiente se le devuelve a cada experto el cuestionario con su respuesta anterior, acompañado del análisis estadístico de la respuesta grupal. Por lo tanto, para que cada experto pudiera darse cuenta de lo lejos o cerca que estaba con respecto a las de sus compañeros se entregaba la tabla con sus respuestas y el promedio de las mismas. Ver, por ejemplo, la pregunta 5 de la Tabla 11 donde el experto responde 0 en lugar de 6 que era lo que efectivamente había querido responder.

6.1.5.3 *III. Fase de consenso método Delphi*

Según García y Suárez (2013), debido a que una guía precisa es inexistente en la literatura, los investigadores deben decidir el nivel de acuerdo, dada las peculiaridades del método, antes de comenzar su estudio. Este nivel de acuerdo debe ser expresado en términos de un valor numérico.

Se empezó por definir lo que se considera acuerdo. Es decir, qué distancia entre la calificación interjueces se considera como acuerdo. Luego se considera la probabilidad de que

esa distancia ocurra por azar, o si se trata en realidad de un acuerdo entre expertos. Se propone calcular la desviación absoluta de la media (en adelante DM) para definir el acuerdo entre 3 y 8 jueces con 7 opciones de calificación. La probabilidad de que esa distancia DM ocurra por azar se calcula a partir de expresar en porcentaje la relación existente entre el número de ocurrencia de una DM determinada dividido por el número de casos posibles.

6.1.5.3.1 Grado de coincidencia de los jueces mediante DM

Como se había mencionado, se determinó el grado de coincidencia de los jueces mediante el cálculo del promedio de las Desviaciones absolutas de la media (DM) de los puntos de datos. La desviación media es una medida de dispersión. Recordemos que se obtiene al promediar las distancias de todos los datos de la muestra con respecto a la media aritmética del conjunto de datos. Por otra parte, la desviación media de una serie de N números X_1, X_2, \dots, X_N viene definido por:

$$DM = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |X_j - \bar{X}|$$

Donde \bar{X} es la media aritmética de los números y $|X_j - \bar{X}|$ es el valor absoluto de las desviaciones de las diferentes X_j de \bar{X} (Spiegel, 1987).

Donde N=número de jueces, \bar{x} = promedio y x es la calificación del juez

Este cálculo se utiliza inicialmente para seleccionar las respuestas que producen mayor dispersión e identificar las razones por las cuales el juez asignó ese valor que produce tal dispersión.

6.1.5.3.1.1 Tres jueces con 7 opciones de calificación

Para el primer caso de 3 jueces con 7 opciones de calificación (de 0 a 6), se calculó DM para los 84 posibles casos de calificación que se pueden presentar. Según la figura 4 la

prueba arrojó que, si DM era menor o igual a 0,44, los jueces tendrían una diferencia de criterio máxima de 1.

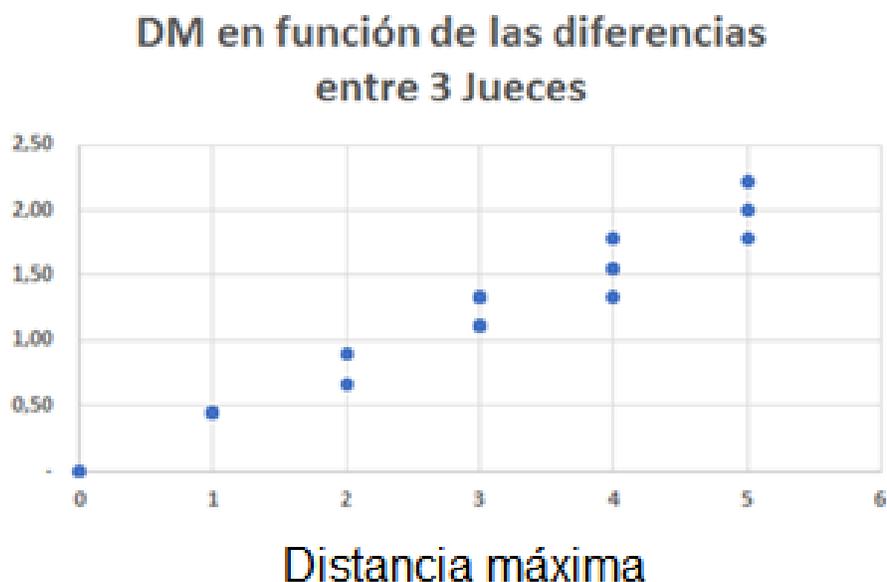


Figura 4. Distancia interjueces para 3 jueces (eje x) y desviación promedio (DM) de las respuestas. Fuente: elaboración propia

La figura 4 muestra la relación entre la diferencia de puntuación entre los 3 jueces y la desviación media (DM) respectiva. Este gráfico resume la información de la Tabla 1 y del **Anexo G**.

Como podemos ver cuando todos los jueces marcan la misma opción (es decir la diferencia entre jueces es igual a 0) la desviación media (DM) es igual a cero. También podemos decir que con una distancia de 2 entre la puntuación de cada juez hay dos desviaciones medias posibles, es decir, si las respuestas de los 3 jueces tienen una desviación media de 0.67 o de 0.89 podemos decir que la distancia entre las respectivas respuestas es de 2 unidades.

Ahora debemos definir cuál es la mínima distancia que será considerada como un *acuerdo entre los 3 jueces*. Para esto volvemos a la definición de DM la cual nos proporciona

la distancia promedio de todas las respuestas a la media. Procedemos a calcular todas las distancias posibles que pueden suceder con 3 jueces cuando tienen 7 opciones de respuestas (de 0 a 6). El total de combinaciones que se pueden hacer con 3 jueces teniendo 7 opciones de respuesta se calcula con la siguiente fórmula:

$$CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

Donde m son las opciones de respuesta y n el número de jueces. Al reemplazar los valores tenemos que:

$$CR = \frac{(7+3-1)!}{3!(7-1)!} = 84 \text{ combinaciones}$$

Sabiendo que hay 84 combinaciones podemos ahora calcular la probabilidad de que ocurra cada distancia: Según la **Tabla1**, existen por ejemplo, 7 formas de obtener DM=0 con distancias Máximas iguales a 0 (los 3 jueces marcaron simultáneamente 0, o 1 o 2 o 3 o 4 o 5 o 6), es decir la probabilidad de que DM sea 0, sería $7/84\% = 8,3\%$ y así sucesivamente con las otras distancias máximas

Tabla1. Distancia Máxima - DM 3 Jueces

DM	Distancias Máximas Número de veces							Número de posibilidades Total 84	Probabilidad %	Probabilidad Acumulada %
	0	1	2	3	4	5	6			
	8,3%	14,3%	17,9%	19,0%	17,9%	14,3%	8,3%			
-	7							7	8	8
0,444		12						12	14	23
0,667			5					5	6	29
0,889			10					10	12	40
1,111				8				8	10	50
1,333				8	3			11	13	63
1,556					6			6	7	70
1,778					6	4		10	12	82
2,000						4	1	5	6	88
2,222							4	2	7	95
2,444								2	2	98
2,667								2	2	100

Tabla2. Distancia interjueces para 3 jueces y probabilidad de ocurrencia.

Distancia entre los 3 jueces	Probabilidad (%)
0	8.3
1	14.3
2	17.9
3	19.0
4	17.9
5	14.3
6	8.3

En la Tabla 2 podemos ver la probabilidad acumulada. La probabilidad de que los 3 jueces respondan el mismo puntaje es del 8.3% y la probabilidad de que la diferencia sea de 1 unidad es del 14.3 %. Si queremos saber cuál es la probabilidad de que los 3 jueces respondan igual o tengan una diferencia de 1 unidad se obtiene al sumar los porcentajes individuales. En otras palabras, la probabilidad de que la distancia sea de 1 o cero es de $8.3\% + 14.3\% = 22.6\%$. Ya que la probabilidad de que la distancia entre los jueces sea de 1 o cero es de tan sólo un 22.6% podemos concluir que es un buen estimativo para saber si los jueces concordaron con la respuesta. Por otra parte, si calculamos la probabilidad de que la distancia sea de 2, 1 o cero procedemos a sumar las probabilidades individuales ($8.3\% + 14.3\% + 17.9\% = 40.5\%$) con lo que resulta que una distancia máxima de 2 se puede obtener por azar

con un 40.5% de probabilidad, por lo que se concluye que una distancia de 2 ya es muestra de un desacuerdo parcial entre los 3 jueces.

En la Tabla 3, observamos que si tenemos una distancia de 1 entre los jueces la desviación media es de 0,44. Por lo tanto si las respuestas tienen una desviación media de 0,44 o menor se considera que los jueces tuvieron una concordancia significativa.

Tabla3. Calificación de tres jueces y DM

jueces	DM	jueces	DM	jueces	DM	jueces	DM	jueces	DM	jueces	DM	jueces	DM	jueces	DM
000	-	001	0,44	002	0,89	003	1,33	004	1,78	005	2,22	006	2,67	011	0,44
012	0,67	013	1,11	014	1,56	015	2,00	016	2,44	022	0,89	023	1,11	024	1,33
025	1,78	026	2,22	033	1,33	034	1,56	035	1,78	036	2,00	044	1,78	045	2,00
046	2,22	055	2,22	056	2,44	066	2,67	111	-	112	0,44	113	0,89	114	1,33
115	1,78	116	2,22	122	0,44	123	0,67	124	1,11	125	1,56	126	2,00	133	0,89
134	1,11	135	1,33	136	1,78	144	1,33	145	1,56	146	1,78	155	1,78	156	2,00
166	2,22	222	-	223	0,44	224	0,89	225	1,33	226	1,78	233	0,44	234	0,67
235	1,11	236	1,56	244	0,89	245	1,11	246	1,33	255	1,33	256	1,56	266	1,78
333	-	334	0,44	335	0,89	336	1,33	344	0,44	345	0,67	346	1,11	355	0,89
356	1,11	366	1,33	444	-	445	0,44	446	0,89	455	0,44	456	0,67	466	0,89
555	-	556	0,44	566	0,44	666	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Esta tabla se presenta en forma corta en la Tabla 4.

Tabla 4. Resumen calificación 3 jueces y DM

DM	
-	tres jueces iguales
0,44	dos jueces iguales y el otro diferencia de 1
0,67	diferencia entre ellos de 1
0,89	dos jueces iguales y el otro diferencia de 2
1,11	diferencia de 1 y 3 entre jueces
1,33	dos jueces iguales y el otro diferencia de 3
	diferencia de 2 y 4 entre jueces
1,56	diferencia de 1 y 4 entre jueces
1,78	dos jueces iguales y el otro diferencia de 4
	diferencia de 2 y 5 entre jueces
2,00	diferencia de 1 y 5 entre jueces
2,22	dos jueces iguales y diferencia del otro de 5

La diferencia Máxima está relacionada con el DM, como lo ilustra la Tabla 5

Tabla 5. Diferencia Máxima y DM

diferencia máxima entre los jueces	DM
0	0
1	0,44
2	0,67
	0,89
3	1,11
	1,33
4	1,33
	1,56
	1,78
5	1,78
	2,00
	2,22

El análisis de concordancia se resume en forma cualitativa en laTabla 6

Tabla 6. Distancia interjueces para 3 jueces y grado de acuerdo

Distancia entre los 3 jueces	Grado de acuerdo
0 a 1	Excelente
>1 a 2	Bueno
>2 a 3	Regular
>3 a 4	Deficiente
>4 a 5	Pobre

6.1.5.3.1.2 Ocho jueces con 7 opciones de calificación

En el caso de 8 jueces con 7 opciones de calificación (de 0 a 6), se calculó DM para los 3003 posibles casos de calificación que se pueden presentar (ver anexo H) y la prueba arrojó que, si DM es 0,219 o 0,375, los jueces tendrían una diferencia de criterio máxima de 1. Si DM es igual que 0,250 o 0,438, puede existir diferencia máxima de 2 entre la menor y mayor calificación. Esto puede observarse en la siguiente Figura 5:

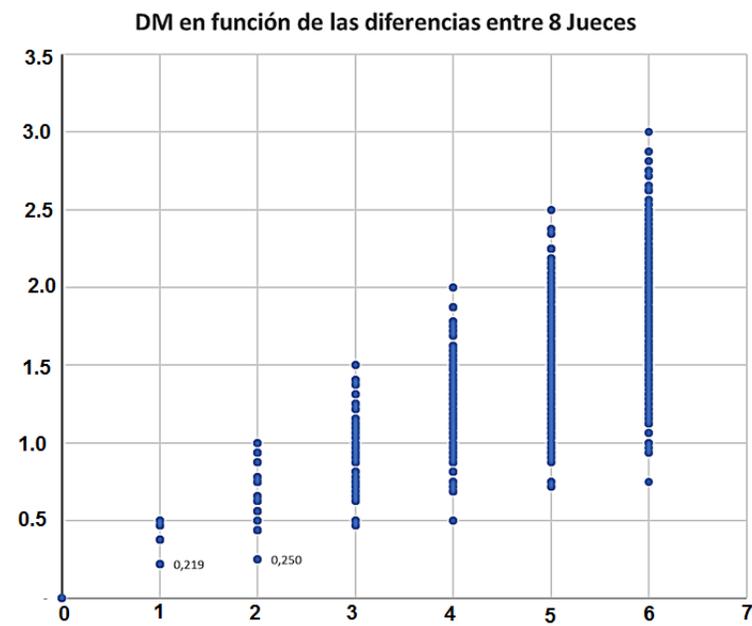


Figura 5. Distancia interjueces para 8 jueces (eje x) y desviación promedio (DM) de las respuestas. Fuente: elaboración propia

Ahora debemos definir cuál es la mínima distancia que será considerada como un acuerdo entre los 8 jueces. Procedemos a calcular todas las distancias posibles que pueden suceder con 8 jueces cuando tienen 7 opciones de respuestas (de 0 a 6). Podemos utilizar la formula anterior donde m son las opciones de respuesta y n el número de jueces. Al reemplazar los valores tenemos que:

$$CR = \frac{(7+8-1)!}{8!(7-1)!} = 3003 \text{ combinaciones}$$

Las 3003 combinaciones están consignadas en el Anexo H. Sabiendo que hay 3003 combinaciones podemos ahora calcular la probabilidad de que ocurra cada distancia. En la tabla 7 Distancia interjueces para 8 jueces y probabilidad de ocurrencia se hace un resumen del Anexo I, referente a las Distancias Máximas de calificación entre los jueces y la probabilidad de que esa distancia ocurra. Según este anexo, existen, por ejemplo, 56 formas de obtener $DM \leq 0,438$ con distancias Máximas iguales a 2 (Distancia máxima entre el juez de

menor calificación al de mayor), o sea que la probabilidad de que una DM menor a 0,438 ocurra por azar sería de $56/3003\%=1,9\%$.

Tabla 7. Distancia interjueces para 8 jueces y probabilidad de ocurrencia

distancia entre los 8 jueces	Probabilidad (%)	Probabilidad Acumulado (%)
-	0,23	0,23
1	1,40	1,63
2	4,66	6,29
3	11,19	17,48
4	20,98	38,46
5	30,77	69,23
6	30,77	100,00

En la **Tabla 7.** Distancia interjueces para 8 jueces y probabilidad ,podemos ver que la probabilidad de que los 8 jueces respondan el mismo puntaje es del 0,23% y que la probabilidad de que la diferencia sea de 1 unidad es del 1,40 %. Si queremos saber cuál es la probabilidad de que los 8 jueces respondan igual o tengan una diferencia de 1 unidad se obtiene al sumar los porcentajes individuales. En otras palabras, la probabilidad de que la distancia sea de 1 o cero es de $0,23\% + 1,39\% = 1,63\%$. Ya que la probabilidad de que la distancia entre los jueces sea de 1 o cero es de tan sólo un 1.63% podemos concluir que es un excelente estimativo para saber si los jueces concordaron con la respuesta. Por otra parte, si calculamos la probabilidad de que la distancia sea de 2, 1 o cero procedemos a sumar las probabilidades individuales ($0.23\% + 1.39\% + 4.66\% = 6.29\%$) con lo que resulta en un 6.29% por lo que se concluye que una distancia de 2 o menos sigue siendo un acuerdo excelente entre los 8 jueces. Esta dependencia se muestra en la *Figura 6*

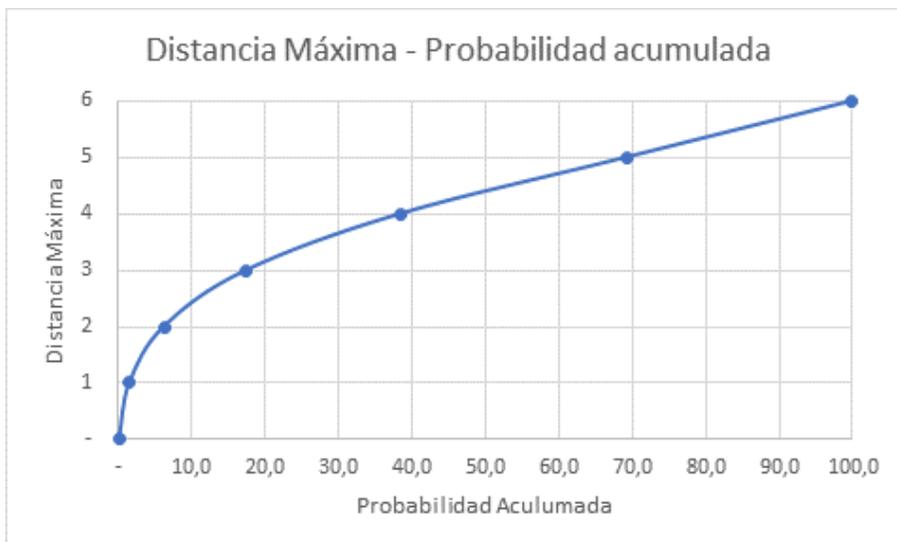


Figura 6. Distancia Máxima y Probabilidad, Fuente: elaboración propia.

En la figura 6 se puede observar la dependencia de la Probabilidad y los valores DM, indicándonos que un DM de 0,5 tiene una probabilidad de darse en forma aleatoria menor al 5%.

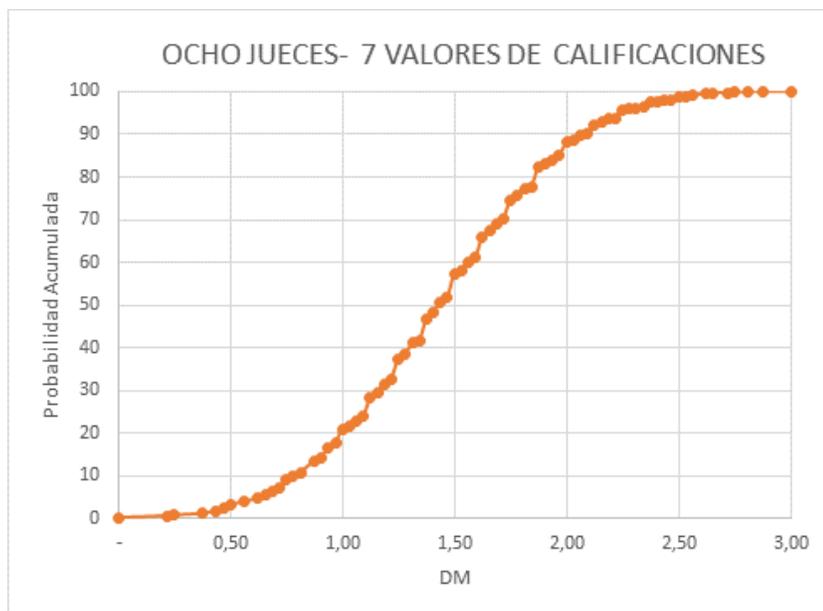


Figura 7. Probabilidad y DM. Fuente: elaboración propia.

El análisis de concordancia se resume en la Tabla 8

Tabla 8. Distancia y Grado de acuerdo

distancia entre los 8 jueces	grado de acuerdo
0 a 2	excelente
3 a 4	Bueno
5	deficiente
6	Pobre

6.1.5.3.2 Coeficiente de correlación intraclase de acuerdo absoluto

Adicionalmente para validar y saber el grado de confiabilidad de todo el instrumento o Instrumento de Observación de Situaciones Didácticas se aplicó el “coeficiente de correlación intraclase de acuerdo absoluto” o ICC (2,1). Según Dubé (2008) la eficacia de las investigaciones en psicología clínica es reconocida por fijar los acuerdos interjueces. Para probar el acuerdo interjueces han sido propuestos varios índices. De los estadísticos usados, se resalta el “coeficiente de correlación intraclase de acuerdo absoluto”, o ICC (2,1) según notación de Shrout y Fleiss (1979 citado en Dubé, 2008).

El cálculo puede también hacerse a partir de resultados de un análisis de varianza que tiene la forma siguiente:

$$ICC (2,1) = \frac{MC_{inter} - MC_{error}}{MC_{inter} + (k-1)MC_{error} + k(MC_{intra} - MC_{error})n}$$

Donde MC_{inter} corresponde a error cuadrático medio (o cuadrado medio residual) entre evaluaciones (textos, pacientes, etc.); MC_{intra} corresponde al error cuadrático medio intrajueces; MC_{error} corresponde al error asociado a estos dos términos; k corresponde al número de jueces; y n corresponde al número de eventos evaluados.

En nuestro caso, para calcular el ICC, mediante el programa SPSS, se usó el modelo de dos factores, efectos mixtos, debido a que las causas de cada pregunta son aleatorias y los

jueces son elementos fijos. También se utiliza el tipo de acuerdo absoluto ya que el propósito es saber si los jueces respondieron igual cada pregunta o si tuvieron un acuerdo relativo.

6.1.5.4 Resultados período uno

Se diseñó el IOSD, el cual se presenta como alternativa para capturar información en este tipo de investigaciones.

Adicionalmente, se obtuvo una nueva forma de establecer si hay consenso interjueces basado en el valor numérico DM menor o igual a 1 para definir la Máxima Distancia que será considerada como un acuerdo entre 3 jueces, pues tiene una ocurrencia probabilística de sólo un 22.6%. Igualmente, para el caso de ocho jueces se considera un acuerdo excelente si el DM es menor o igual a 2 pues tiene una ocurrencia probabilística de sólo un 6.29%.

En esta sesión presentaremos los resultados del primer IOSD correspondiente a la Situación Didáctica Conquista de Juguetes. Los resultados relacionados con las demás situaciones didácticas se encuentran en el objetivo dos de la presente investigación donde se analizan cada uno de los cuestionarios relacionados con el diseño de las situaciones didácticas.

La primera Situación Didáctica analizada corresponde a Conquista de Juguetes. En la Tabla 11 se observa que las preguntas 2, 4, 13 y 3 con una desviación media menor de 0,375 muestran que hubo acuerdo con Distancia Máxima menor de 2. Las preguntas 10 y 11 con una desviación media de 0,75 muestran que hubo acuerdo de jueces separados a una distancia máxima de 2. Ahora bien, para saber el grado de confiabilidad de toda la encuesta aplicamos el ICC. Los resultados de la evaluación se observan en la Tabla 9.

Esta primera aplicación del cuestionario sirvió, al mismo tiempo, como prueba piloto para comprobar la comprensión de cada uno de los ítems. En este caso los jueces marcaron la

mayoría de respuestas a una distancia de 1 unidad de los otros, lo que nos indica que hay buena comprensión de las preguntas y que el IOSD es fiable.

La Tabla 9 muestra los resultados del Coeficiente de correlación intraclase de acuerdo absoluto o ICC.

Tabla 9. Coeficiente de correlación intraclase primer IOSD.

	Correlación intraclase ^b	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.172 ^a	.042	.436	2.972	12
Medidas promedio	.624 ^c	.259	.861	2.972	12

En la **Tabla 9** el ICC arrojó un resultado de 0.624 lo que muestra que el acuerdo entre jueces fue bueno.

El índice de correlación intraclase está en el rango de 0 a 1. Para saber la fiabilidad se compara con la siguiente Tabla 10.

Tabla 10. Valores convencionales para ICC

Valores convencionales para ICC.	
< 0,40	Pobre.
0,40 – 0,59	Suficiente.
0,60 – 0,74	Bueno.
0,75 – 1	Excelente.

En la **Tabla 10** podemos observar el grado de acuerdo entre los jueces con el valor del índice de correlación intraclase.

En adelante el esquema de cada IOSD para la presentación de los resultados consta de una columna en la izquierda con 13 preguntas y tres filas tituladas con el número de cada encuesta así:

Encuesta 1 o el que corresponda (ENC1), Promedio (prom), Desviación Media (desv. Media). En la parte final de la tabla el lector encontrará los resultados del Coeficiente de correlación intraclase de acuerdo absoluto (ICC).

Tabla 11. Validación inicial del IOSD:

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	Prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	3	5	5	6	6	6	6	6	5.375	0.78125
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	5	6	6	6	6	6	6	5.75	0.375
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	6	6	6	6	6	0
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	5	5	5	5	5	5	4	6	5	0.25
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	5	5	4	4	4	4	0	4	1
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	6	5	5	3	5.375	0.78125
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	6	6	5	4	4	2	4.875	1.15625
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6	6	4	4	4	5.25	0.9375
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	5	5	5	5	3	5.125	0.65625
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	3	5	5	5	6	6	6	6	5.25	0.75
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	5	5	5	5	3	3	4.5	0.75
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	5	5	5	3	3	3	4.5	1.125
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	5	6	6	6	6	6	6	6	5.875	0.21875
Coeficiente de correlación intraclase										
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0						
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1					
Medidas únicas	.172a	0.436	12	0.042	2.972					
Medidas promedio	.624c	0.861	12	0.259	2.972					

En la tabla 11 se observa que las preguntas 2, 4, 13 y 3 con una desviación media menor de 0.375 muestran que hubo acuerdo con Distancia Máxima menor de 2. Las preguntas 10 Y 11 con una desviación media de 0.75 muestran que hubo acuerdo de jueces separados a una distancia máxima de 2. Así mismo, el coeficiente de correlación intraclase es 0.624, lo que indica que el acuerdo fue bueno.

6.1.6 Período dos. Validación IOSD en Missouri State University.

6.1.6.1 *Procedimiento*

Se probó el instrumento en condiciones disímiles, por ejemplo, con otras culturas y a nivel internacional en Missouri (EE. UU.). Se validó en tres Situaciones Didácticas diseñadas para estudiantes de diferentes nacionalidades que estaban aprendiendo el idioma inglés, en Missouri State University durante el curso de verano del año 2016. El objetivo de las Situaciones Didácticas era estimular la capacidad de comunicación entre estudiantes.

Las Situaciones Didácticas se diseñaron utilizando la metodología Ingeniería Didáctica. Se siguieron las pautas señaladas por Steffe y Thompson (2000), según las cuales los experimentos de diseño se llevan a cabo en un rango de configuraciones que varían tanto en tipo como en alcance. En este caso, el tipo de experimento pertenece a la configuración, uno-a-uno (profesor-experimentador y estudiantes), en el que un equipo de investigación lleva a cabo una serie de sesiones de enseñanza con un pequeño número de estudiantes. El objetivo es crear una versión en pequeña escala de un aprendizaje de tal forma que pueda ser estudiado en profundidad y detalle (Cobb y Steffe, 1983; Steffey Thompson, 2000 citado en Cobb et. al.,2003).

Este último proceso fue un trabajo colaborativo entre profesores de ELI de Missouri State University, Universidad Internacional De La Rioja y la Universidad Surcolombiana.

Para validar el Instrumento de observación de situaciones didácticas en ELI de Missouri State University se diseñaron tres SD relacionadas con la capacidad de intercambio de información en idioma inglés. Las SD fueron: Treasure Hunt, Mapa de Springfield y copiar dibujos en una cuadrícula.

Las Situaciones Didácticas eran implementadas durante la clase y evaluadas por los profesores Juan, Kurtis y Alix. El profesor Kurtis, era quien desarrollaba la Situación

Didáctica, la profesora Alix observaba y grababa la clase. Generalmente el profesor Kurtis llenaba el IOSD después de terminada la clase. El profesor Juan llenaba el instrumento una vez observados los videos y comentaba los resultados posteriormente.

En este segundo periodo los ítems fueron traducidos al idioma inglés, el primer instrumento tenía la palabra niños, esta se cambió por la palabra alumnos. Por otro lado, una vez llenados los datos, se consideró que el ítem sobre *observations and general quistiones: Given the situation, does the student handle the problem?* Ante la situación ¿El alumno se apropió del problema? Se debía omitir pues era similar a la pregunta *Did the students handle the problem?* Otro aspecto que se conversó en este segundo periodo fue acerca de la pregunta: *Did the teacher need to interact with the students?* se consideró que se debía agregar una nota donde se aclare que entre menos intervenga el profesor mayor será la puntuación. Se discutió también que a la pregunta se le debe agregar la expresión pocas veces: ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos? Por lo tanto, se presenta el análisis eliminando el antiguo ítem y finalmente se presenta la tabla con la nota aclaratoria sobre la puntuación acerca de la intervención del profesor.

Las dos primeras preguntas relacionadas con la ubicación de los alumnos y los materiales se llenaron con el mismo valor porque los salones de clase ya tienen una organización predeterminada por lo cual siempre las actividades se hicieron teniendo en cuenta esta ubicación.

Se presenta el análisis de las tres situaciones didácticas (En adelante **SD**) elaboradas para desarrollar la capacidad comunicativa de los estudiantes para intercambio de información en idioma inglés.

Evaluación SD: “Mapa De Springfield”

Fase I: Análisis a priori

El objetivo inicial de la SD consistió en que los estudiantes extranjeros del English Language Institute - Missouri State University (E. L.I) aprendieran a orientarse en el espacio de la ciudad de Springfield en el estado de Missouri (EE. UU.), localizando sitios de interés en un mapa de la ciudad. El grupo se divide en equipos, en cada equipo hay un emisor con un mapa donde están marcados distintos sitios y debe codificar un mensaje para que uno de sus compañeros lo decodifique y encuentre el sitio indicado por su compañero. Gana el grupo que primero encuentre el sitio. Los grupos son pequeños para garantizar un buen intercambio de información entre sus integrantes. Para la decodificación el estudiante debe estar familiarizado con términos en inglés: Izquierda, derecha, adelante, atrás, al lado, etc.

Fase II experimentación.

Durante la experimentación en el aula de clases no se observó inicialmente la situación de acción porque los estudiantes tenían dos dificultades: por un lado, ubicarse en el mapa y, por otro lado, interpretar en el idioma inglés la ubicación de los sitios. Hubo detalles como que el estudiante se olvidaba cual era el lugar por lo que debía devolverse a recordar exactamente cuál era el sitio.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Una vez registrados y procesados los datos, se analizaban las situaciones de acción, formulación y validación. En cuanto al problema de recordar los sitios que debían ubicar, se decidió entregarles, la próxima vez, el nombre del sitio en un papel. Por lo tanto, la siguiente vez el profesor les entregó a los estudiantes los sitios que deberían encontrar en el mapa. Ahora sí los estudiantes aceptaban plenamente el desafío planteado.

En la siguiente Tabla 12, observamos los puntos débiles de la Situación Didáctica y posteriormente la Tabla 13 muestra el resultado final de la actividad. Los invadió la

motivación de ser los primeros en llegar a los sitios elegidos, sin la intervención del profesor.

Por supuesto que la comunicación fue clara y estimulante.

Tabla 12. IOSD Missouri State University mapa de Springfield uno

SPRINGFIELD 1	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 The location of the material in the classroom is appropriate? ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	0
2 The location of students in the classroom is appropriate? ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	0
3 Does the material contribute to the achievement of learning? ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	5	5	5	5	0
4 Does the situation respond to the student on the action? (See if the problem or games rules are clear) ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	3	5	4	4	0.67
5 Were students able to interact with the material by themselves? ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	4	4	5	4.33	0.44
6 Does The challenge encourage students to find the answer? ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	5	5.67	0.44
7 Did the teacher need to interact with the students a few times? ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	5	5.67	0.44
8 Did the students handle the problem? (The idea is to see if the students try to reach the goal due to their own initiative and not to please the teacher) ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	3	4	3	3.33	0.44
9 The student anticipates results? (note for example the face of the student if he is keen to develop the possible answer) El alumno anticipa resultados (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	4	5	4	4.33	0.44
10 Were Students motivated? ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	5	5.67	0.44
11 Does the activity encourage communication between cooperating students? ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	4	5	6	5	0.67
12 Do Students know for themselves if the answer is correct or not? ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	4	4	5	4.33	0.44
13 Was the Didactic variable in line with the student's abilities? ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	4	4	5	4.33	0.44
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.631a	0.33	0.852	6.282	12
Medidas promedio	.837c	0.596	0.945	6.282	12

En la Tabla 12, observamos los resultados del IOSD aplicado por primera vez en la Situación Didáctica mapa de Springfield. Se observa que el análisis ICC arrojó un resultado

de 0.837 por lo que el acuerdo entre los jueces fue Excelente. Sin embargo, se observa un bajo puntaje en las preguntas 5 8 y 9 por lo cual hubo necesidad de hacer nuevos ajustes a la Situación Didáctica.

Tabla 13. IOSD Missouri State University mapa de Springfield Dos

SPRINGFIELD 2	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 The location of the material in the classroom is appropriate? ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	0
2 The location of students in the classroom is appropriate? ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	0
3 Does the material contribute to the achievement of learning? ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	5	5.67	0.44
4 Does the situation respond to the student on the action? (See if the problem or games rules are clear) ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	6	6	5	5.67	0.44
5 Were students able to interact with the material by themselves? ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	5	5.67	0.44
6 Does The challenge encourage students to find the answer? ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	5	5.67	0.44
7 Did the teacher need to interact with the students a few times? ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	6	6	0
8 Did the students handle the problem? (The idea is to see if the students try to reach the goal due to their own initiative and not to please the teacher) ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	5	6	4	5	0.67
9 The student anticipates results? (note for example the face of the student if he is keen to develop the possible answer) ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	4	5.33	0.89
10 Were Students motivated? ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	0
11 Does the activity encourage communication between cooperating students? ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	6	6	0
12 Do Students know for themselves if the answer is correct or not? ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	5	6	5	5.33	0.44
13 Was the Didactic variable in line with the student's abilities? ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	5	6	5	5.33	0.44
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.124 ^a	-0.069	0.452	1.733	12
Medidas promedio	.297 ^c	-0.242	0.712	1.733	12

La Tabla 13 muestra los resultados del IOSD aplicado por segunda vez en la Situación Didáctica mapa de Springfield Dos. Después de llenar el IOSD los observadores discuten sus respuestas y se mejoran los aspectos con bajo promedio. Se observa que las preguntas 5 8 y 9 elevaron su promedio con respecto a la evaluación inicial.

Por otro lado, el análisis ICC arrojó un resultado de 0.297 lo que muestra que el acuerdo entre los jueces fue pobre. Parte de este resultado se debe a que la pregunta 9 “El alumno anticipa resultados” tuvo un mayor desacuerdo con una desviación media de 0.89. Esto ocurrió porque el juez 3 (ENC3) calificó la pregunta con un puntaje bajo. La respuesta a esta pregunta no siempre es fácil de puntuar pues se debe observar el rostro del alumno. En esta ocasión los jueces 1 y 2 llenaron el cuestionario mediante la observación de un video y estos detalles son más fáciles de observar por este medio. Por el contrario, el juez número tres llenó el cuestionario una vez terminada la clase, pero sin la ayuda del video y por supuesto que es más fácil observar el rostro del estudiante mediante la observación de un video. Sin embargo, este punto se habló posteriormente con el profesor para llegar a un acuerdo sobre los criterios para seguir puntuando esta pregunta, y aunque no se llenó de nuevo el instrumento, si estuvimos de acuerdo en que el puntaje debía ser más alto, por lo cual la Situación Didáctica no tuvo más modificaciones. Esto a su vez sirvió para aclarar dudas y llegar a mejores acuerdos en las posteriores aplicaciones del IOSD. Por lo tanto, en caso de dudas sería recomendable analizar la Situación Didáctica mediante un video.

Evaluación SD: “Treasure Hunt”

Fase I: Análisis a priori

La SD consistía en encontrar un tesoro dibujado en una pequeña cuadrícula. El objetivo de la SD era que los alumnos debían leer unas instrucciones (emitir un mensaje) a su compañero quien, decodificando e interpretando el mensaje, debía reproducir un camino con flechas previamente diseñadas. Si el recorrido de los dos caminos es igual significa que han encontrado el tesoro.

Fase II experimentación.

En algunos grupos, al comienzo, no se observó la situación de acción pues al parecer las normas del juego no estuvieron muy claras, lo que influyó en otros aspectos como apropiarse del problema y algunos terminaron haciendo la actividad más por cumplir con la tarea que por su propia iniciativa. Uno de los problemas fue que las flechas tenían una base que todos debían tener en cuenta al momento de ubicarlas. Esta parte también necesitó una explicación adicional pues al comienzo se pensó que por el hecho de ser alumnos universitarios esa parte sobraba.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Los datos se registran y se procesan, para luego analizar las situaciones de acción, formulación y validación. El mayor inconveniente fue porque los alumnos no tenían clara la posición de las flechas debido a que esta parte no tuvo una explicación suficiente. Finalmente se solucionó dando una explicación más amplia.

Tabla 14. IOSD Missouri State University Treasure Hunt uno

Treasure Hunt Uno	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 The location of the material in the classroom is appropriate? ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	5	5	5	5	0
2 The location of students in the classroom is appropriate? ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	5	5	5	0
3 Does the material contribute to the achievement of learning? ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	5	5	3	4.33	0.89
4 Does the situation respond to the student on the action? (See if the problem or games rules are clear) ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	4	4	4	4	0
5 Were students able to interact with the material by themselves? ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	5	5	5	0
6 Does The challenge encourage students to find the answer? ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta ?.	5	5	5	5	0
7 Did the teacher need to interact with the students a few times? ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	4	4	4	4	0
8 Did the students handle the problem? (The idea is to see if the students try to reach the goal due to their own initiative and not to please the teacher) ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	4	4	4	4	0
9 The student anticipates results? (note for example the face of the student if he is keen to develop the possible answer) ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	4	4	4	4	0
10 Were Students motivated? ¿Los alumnos estuvieron motivados?	5	5	5	5	0
11 Does the activity encourage communication between cooperating students? ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	5	5	0
12 Do Students know for themselves if the answer is correct or not? ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	6	6	0
13 Was the Didactic variable in line with the student's abilities? ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	6	0
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	g11
Medidas únicas	.817a	0.614	0.933	14.375	12
Medidas promedio	.930c	0.827	0.977	14.375	12

En laTabla 14, podemos ver los resultados del IOSD aplicado por primera vez en la Situación Didáctica Treasure Hunt uno. Las preguntas 7, 4, 8 y 9 tuvieron un promedio de 4 por lo que hubo necesidad de ajustar la Situación Didáctica para mejorar estos aspectos. Por

otro lado, se observa que el análisis ICC arrojó un resultado de 0.930 lo que indica que el acuerdo entre los jueces fue excelente.

Tabla 15. Missouri State University Treasure Hunt dos

Treasure Hunt dos	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 The location of the material in the classroom is appropriate? ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	0
2 The location of students in the classroom is appropriate? ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	0
3 Does the material contribute to the achievement of learning? ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	5	5	5	5	0
4 Does the situation respond to the student on the action? (See if the problem or games rules are clear) ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	5	5	5	5	0
5 Were students able to interact with the material by themselves? ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	6	6	0
6 Does The challenge encourage students to find the answer? ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta ?.	5	5	5	5	0
7 Did the teacher need to interact with the students a few times? ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	5	5	5	0
8 Did the students handle the problem? (The idea is to see if the students try to reach the goal due to their own initiative and not to please the teacher) ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	5	5	4	4.67	0.44
9 The student anticipates results? (note for example the face of the student if he is keen to develop the possible answer) ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	5	5	5	5	0
10 Were Students motivated? ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	0
11 Does the activity encourage communication between cooperating students? ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	5	5	0
12 Do Students know for themselves if the answer is correct or not? ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	6	6	0
13 Was the Didactic variable in line with the student's abilities? ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	6	0
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	g11
Medidas únicas	.920 ^a	0.815	0.972	35.5	.920 ^a
Medidas promedio	.972 ^c	0.93	0.991	35.5	.972 ^c

La Tabla 15 muestra los resultados del IOSD aplicado por segunda vez en la Situación Didáctica Treasure Hunt dos. Los aspectos de la Situación Didáctica relacionados

con las preguntas 7, 4, 8 y 9 que habían tenido un promedio de 4 fueron finalmente elevados una vez se hicieron los respectivos ajustes a la Situación Didáctica. Por otro lado, se observa que el análisis ICC arrojó un resultado de 0.972, lo que indica que el acuerdo entre los jueces fue excelente.

Evaluación SD: “Dibujos En Cuadrícula”

Fase I: Análisis a priori

El objetivo inicial de la SD consistió en que los estudiantes por parejas reprodujeran un dibujo en una cuadrícula de acuerdo con las instrucciones codificadas y emitidas por su compañero. Gana el grupo que primero complete el dibujo.

Fase II experimentación.

Esta SD fue muy animada, pues todo el tiempo estuvieron motivados. Sin embargo, algunos se tomaron más del tiempo estipulado por la cual hubo necesidad de conversar con ellos mismos sobre cuales habían sido los inconvenientes para tenerlos en cuenta en el análisis de la situación. Una vez reformulada la SD, todos lograron el objetivo final.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Las preguntas se analizaron teniendo en cuenta los datos que se habían registrados y con el fin de hacer los ajustes necesarios a la traducción de la SD. Se conversó con los estudiantes que ganaron, según sus propias palabras, lo lograron porque habían diseñado una estrategia para el juego. Por lo tanto, en el siguiente juego se les dijo a todos los estudiantes que previamente debían ponerse de acuerdo sobre la estrategia de comunicación que iban a emplear, para que desde el comienzo mismo se minimizaran los ruidos en la transmisión y decodificación de los mensajes.

Tabla 16. IOSD Missouri State University copiar dibujos en cuadrícula uno

CUADRICULA 1	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 The location of the material in the classroom is appropriate? ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	0
2 The location of students in the classroom is appropriate? ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	0
3 Does the material contribute to the achievement of learning? ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	2	3	3	2.67	0.44
4 Does the situation respond to the student on the action? (See if the problem or games rules are clear) ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	3	4	4	3.67	0.44
5 Were students able to interact with the material by themselves? ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	4	4	4	4	0
6 Does The challenge encourage students to find the answer? ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	4	4	4	4	0
7 Did the teacher need to interact with the students a few times? ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	4	5	5	4.67	0.44
8 Did the students handle the problem? (The idea is to see if the students try to reach the goal due to their own initiative and not to please the teacher) ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	4	4	4	4	0
9 The student anticipates results? (note for example the face of the student if he is keen to develop the possible answer) ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	3	3	3	3	0
10 Were Students motivated? ¿Los alumnos estuvieron motivados?	3	3	3	3	0
11 Does the activity encourage communication between cooperating students? ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	5	5	0
12 Do Students know for themselves if the answer is correct or not? ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	4	5	5	4.67	0.44
13 Was the Didactic variable in line with the student's abilities? ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	4	4	4	4	0
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	g11
Medidas únicas	.913a	0.773	0.971	43	12
Medidas promedio	.969c	0.911	0.99	43	12

La **Tabla 16** revela los resultados del IOSD aplicado por primera vez en la Situación Didáctica dibujos en una cuadrícula. Los aspectos de la Situación Didáctica relacionados con las preguntas 3, 4, 9 y 10 tuvieron un promedio inferior a 4 por lo que hubo necesidad de mejorar estos aspectos. Por otro lado, se observa que el análisis ICC arrojó un resultado de 0.969 por lo que el acuerdo entre los jueces fue excelente

Tabla 17. IOSD Missouri State University copiar dibujos en cuadrícula dos

CUADRICULA 2	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 The location of the material in the classroom is appropriate? ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	0
2 The location of students in the classroom is appropriate? ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	0
3 Does the material contribute to the achievement of learning? ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	5	5.67	0.44
4 Does the situation respond to the student on the action? (See if the problem or games rules are clear) ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	6	6	6	6	0
5 Were students able to interact with the material by themselves? ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	6	6	0
6 Does The challenge encourage students to find the answer? ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	0
7 Did the teacher need to interact with the students a few times? ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	6	4	5	0.67
8 Did the students handle the problem? (The idea is to see if the students try to reach the goal due to their own initiative and not to please the teacher) ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	5	5	5	5	0
9 The student anticipates results? (note for example the face of the student if he is keen to develop the possible answer) ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	5	5.67	0.44
10 Were Students motivated? ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	0
11 Does the activity encourage communication between cooperating students? ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	5	5.67	0.44
12 Do Students know for themselves if the answer is correct or not? ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	5	5	5	5	0
13 Was the Didactic variable in line with the student's abilities. ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	6	0
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	g11
Medidas únicas	.467 ^a	0.144	0.763	4.316	12
Medidas promedio	.724 ^c	0.335	0.906	4.316	12

En laTabla 17, se pueden examinar los resultados del IOSD aplicado por segunda vez en la Situación Didáctica copiar dibujos en una cuadrícula. Los aspectos de la Situación Didáctica relacionados con las preguntas 3, 4, 9 y 10 que habían tenido un promedio inferior a 4 fueron finalmente elevados una vez se hicieron los respectivos ajustes a la Situación Didáctica. Por otro lado, se observa que el análisis ICC arrojó un resultado de 0.724 lo que indica que el acuerdo entre los jueces fue bueno.

6.1.6.2 *Resultados periodo dos*

En este segundo periodo se evidencio que el IOSD era fiable y de fácil comprensión, pues los 2 profesores ELI de Missouri State University marcaron respuestas estadísticamente similares.

El IOSD se aplicó en 6 ocasiones en cuatro de ellas el resultado fue excelente, una con acuerdo bueno y sólo hubo una con acuerdo bajo.

Adicionalmente se diseñaron 3 situaciones didácticas relacionados con la capacidad comunicativa. Las SD diseñadas fueron: Treasure Hunt, mapa de Springfield y copiar dibujos en cuadrícula.

Es de aclarar que cada evaluación de la SD servía al mismo tiempo para el mejor conocimiento del IOSD. Por ejemplo, en el caso de la Situación Didáctica número dos cuyo análisis ICC arrojó un resultado pobre se recomienda que en caso de dudas se utilice el video como complemento para analizar la Situación Didáctica.

6.1.7 Período tres Validación IOSD Universidad Autónoma de México

6.1.7.1.1 *Procedimiento*

Se probó nuevamente el instrumento a nivel internacional con estudiantes de pregrado de licenciatura de Tecnología de la Universidad Autónoma de México en una Taller de ecuaciones diferenciales parciales y en tres laboratorios de física. En general los laboratorios son situaciones didácticas que han sido probadas por generaciones de estudiantes, en las cuales se ponen en contacto los alumnos con los equipos y materiales de laboratorio y con las guías de laboratorio, diseñadas habitualmente por un equipo de profesores, por ello se constituyen en un ambiente muy propicio para aplicar el IOSD. En este caso las guías pertenecen a la UNAM Facultad de estudios superiores.

Los laboratorios son los sitios en donde por excelencia se le da significado real o donde se resignifica la teoría física. En donde la validación de la Situación Didáctica es consustancial al proceso de aprendizaje.

Este último proceso fue un trabajo colaborativo entre profesores de la Universidad Internacional De La Rioja, la Universidad Autónoma de México y la Universidad Surcolombiana. Las Situaciones Didácticas eran implementadas durante la clase por dos profesores de la Facultad de Estudios Superiores de la UNAM y dos profesores observadores de la Universidad Surcolombiana. Los profesores llenaron los IOSD después de terminada la clase y comentaban los resultados posteriormente.

La metodología Ingeniería Didáctica fue nuevamente la guía para evaluar las SD.

Evaluación SD: “Taller de ecuaciones diferenciales parciales”

Fase I: Análisis a priori

Comparando con resultados de este tema en talleres anteriores, se analizaron diversas posibilidades para el Taller de ecuaciones diferenciales parciales, el intercambio de posibilidades se realizó mediante correos electrónicos entre los profesores de la asignatura y la investigadora. Se eligió la que implicaba un mayor intercambio de información entre los participantes, con un material a disposición completa de los estudiantes.

El objetivo inicial de la Situación Didáctica consistió en resolver la ecuación

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0, t > 0, \quad 0 < x < \pi$$

Fase II experimentación.

Se implementó la SD con un grupo de 9 estudiantes de la Universidad Autónoma de México (UNAM) de la licenciatura de Tecnología. Los estudiantes se dividieron en grupos de 3 y todos participaban simultáneamente en el Taller.

El profesor emite un primer mensaje presentando la sugerencia de resolverlo utilizando la serie de Fourier de la forma: $v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \text{sen} nx$, con las condiciones de frontera:

$$u(0, t) = -\pi t, \quad t > 0$$

$$u(\pi, t) = \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x + \text{sen } 2x, \quad 0 < x < \pi$$

Pasado un tiempo de poca actividad se les presenta la sugerencia de encontrar las funciones g y h que satisfagan la ecuación, con la solución de la forma: $v(x, t) = u(x, t) + xg(t) + h(t)$, dando por resultado que el material contribuyó al logro del aprendizaje, por cuanto el alumno se apropió del problema y se motivaron a resolverlo.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Teniendo los datos registrados y procesados, se pueden analizar las situaciones de acción, formulación y validación a la luz de los requerimientos propuestos por la teoría de SD de Brousseau.

Al comienzo no se observó la situación de validación y hubo necesidad de entregar sugerencias para que pudieran decodificar el mensaje descrito en los operadores diferenciales, pues inicialmente no asociaban las series de Fourier a la respuesta de la forma correcta.

Reducir el número de soluciones a una de la forma $v(x, t) = u(x, t) + xg(t) + h(t)$ disminuyó la probabilidad de mal interpretación del objetivo de la Situación Didáctica.

La motivación era evidente a pesar de no encontrar la respuesta, con lo que se evidenciaba que sabían cuando la habían encontrado y que la SD requería poca interacción del maestro con los alumnos, lo que mostraba que la variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos.

En cuanto a la situación de acción, se observó que los estudiantes al comienzo se sentían perdidos en el desarrollo del problema, lo que los desmotivaba para continuar en la solución, pero el componente de las sugerencias mejoró la situación de formulación, aumentando el esfuerzo en la decodificación correcta.

Tabla 18. IOSD Universidad Autónoma de México Ecuaciones Diferenciales

Ecuaciones Diferenciales	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	5	5	5	5,00	0,00
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	5	5	5,00	0,00
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6,00	0,00
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si El problema o regla del juego está clara)	6	6	6	6,00	0,00
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	6	5	5,33	0,44
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6,00	0,00
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	6	5	5,33	0,44
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6,00	0,00
9 ¿El alumno anticipa resultados (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	5	6	6	5,67	0,44
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6,00	0,00
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	6	5,33	0,44
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	5	5	5	5,00	0,00
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	5	6	5	5,33	0,44
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.467a	0.144	0.763	4.316	12
Medidas promedio	.724c	0.335	0.906	4.316	12

En la **Tabla 18**, se puede observar que las desviaciones absolutas de la media son menores de 0.44, lo cual indica que hay acuerdo entre jueces en cada uno de los ítems. Los aspectos, donde también hubo menos acuerdos son: la interacción de los alumnos con el material, la interacción del maestro con los alumnos, la anticipación del alumno sobre los

resultados, si la actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes y si la variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos. Estas diferencias se debieron a que en uno de los grupos de estudiantes hubo muchas dudas durante la actividad por lo cual el profesor de la asignatura dio un puntaje un poco más bajo a los respectivos ítems.

Evaluación SD: “Propiedades Magnéticas de los materiales”

Fase I: Análisis a priori

El objetivo inicial de la SD: “Propiedades Magnéticas de los materiales”, consiste en aprender el uso del teslámetro para la medición de campo magnético y clasificar los materiales en diamagnéticos, paramagnéticos o ferromagnéticos. Toda esa información estaba contenida en la guía.

Fase II experimentación.

Se implementó la SD con un grupo de 6 estudiantes de la Universidad Autónoma de México (UNAM) de la licenciatura de Tecnología. Los grupos eran de 3 estudiantes, y todos participaban simultáneamente en la práctica. El material y equipo del laboratorio era solicitado por los estudiantes de una lista contenida en la guía, la cual, por supuesto, forma parte del material con que interactúa el estudiante y en donde se encuentra codificado el mensaje que deben decodificar y dar respuesta fundada en el experimento a los interrogantes planteados. Para la decodificación el estudiante debe estar familiarizado con términos como: diamagnéticos, paramagnéticos o ferromagnéticos.

La manera como el profesor emite un primer mensaje es presentando la clasificación buscada con un modelo matemático o expresión matemática variacional la cual se visualiza en la pantalla de la computadora conectada por una interface con el experimento.

Se pudo constatar que los estudiantes eran desafiados a encontrar la respuesta, puesto que ellos solos podían identificar el modelo matemático o gráfico que le presentaba la computadora y saber si la respuesta era correcta.

En relación con la situación de acción, se pudo constatar que los estudiantes desde el inicio conectaron sin mucho trabajo los equipos y con determinación y esfuerzo lograron la decodificación correcta.

El incentivo debido a la SD era evidente, con expresiones de júbilo evidenciaban que habían encontrado la respuesta por lo que la SD mostraba que no requería de la interacción del maestro con los alumnos, lo que resultaba en un gran estímulo a la comunicación entre los alumnos y mostraba que la variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos.

En la situación de validación, al comienzo los alumnos pensaron haber encontrado la respuesta, pero hubo necesidad de entregar más información sobre el tipo de gráfica resultante. Rápidamente hicieron los ajustes pertinentes y pudieron decodificar el mensaje.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Los datos se registraron y procesaron para luego analizar las situaciones de acción, formulación y validación. Respecto a la situación de acción se observó que los estudiantes en la SD desde el comienzo conectaron sin mucho trabajo los equipos y rápidamente lograron la decodificación correcta. Para la situación de validación se consideró que hay necesidad de adicionar una gráfica guía para que los alumnos tengan más claridad sobre el tipo de gráfica resultante, aunque esta parte sólo necesitó una corta explicación y los alumnos rápidamente decodificaron la información, lo cual es sorprendente si se tiene en cuenta que no estamos familiarizados con materiales y fenómenos magnéticos.

Tabla 19. IOSD Universidad Autónoma de México Propiedades Magnéticas

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO. PROPIEDADES MAGNÉTICAS	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	5	5	6	5.33	0.44
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	6	6	5.67	0.44
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	5	6	6	5.67	0.44
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si El problema o regla del juego está clara)	5	5	6	5.33	0.44
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	5	5	5	0
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	5	5	6	5.33	0.44
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	5	5	5	0
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	5	5	6	5.33	0.44
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	5	6	6	5.67	0.44
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	5	5	6	5.33	0.44
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	6	5.33	0.44
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	5	5	5	5	0
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	5	5	6	5.33	0.44
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.070a	-0.064	0.343	1.529	12
Medidas promedio	.184c	-0.218	0.61	1.529	12

En la Tabla 19 se puede observar que las desviaciones absolutas de la media están entre cero y 0.44, con acuerdo total en las preguntas 5.7 y 12. En las dos primeras preguntas hay una pequeña diferencia en cuanto que el profesor considera que el número de estudiantes debe ser menor para que todos puedan manipular el material, pero en general se consideró que grupos de ese tamaño tienen altas posibilidades de establecer una comunicación fluida entre

ellos al momento de enfrentar la respuesta a los objetivos de la práctica. Estos acuerdos totales son mejorables en la medida en que sean observados en video, donde se observa fácilmente la motivación y apropiación de los alumnos. Por otro lado, se observa que el análisis ICC arrojó un resultado de 0.2 debido a que dos de los jueces tuvieron poca variabilidad en sus respuestas, pues en la Enc 1, siempre se marcó 5 y en la Enc 3 se marcó 6 en casi un 80% de las respuestas.

Evaluación SD: “laboratorio de óptica y ondas”

Fase I: Análisis a priori

El objetivo inicial del laboratorio es a) diferenciar entre sonido y ruido a través de sus características, b) verificar frecuencias conocidas (notas musicales), c) determinar la velocidad del sonido en el medio aire. Estos objetivos son logrados mediante la SD o práctica de laboratorio, y dan la oportunidad de familiarizarse con el uso de la “herramienta inteligente” o programa que procesa la información proveniente de la interface entre la computadora y el experimento. La información necesaria para el uso de la herramienta inteligente, equipos y materiales estaba contenida en la guía.

Fase II experimentación.

Se implementó la SD con un grupo de 6 estudiantes de la Universidad Autónoma de México (UNAM) de la licenciatura de Tecnología. Se dividieron en dos grupos de 3 estudiantes y todos participaban simultáneamente en la práctica. El material y equipo del laboratorio era solicitado por los estudiantes de una lista contenida en la guía de la UNAM, la cual, por supuesto, forma parte del material con que interactúa el estudiante y en donde se encuentra codificado el mensaje que deben decodificar y dar respuesta fundada en el experimento a los interrogantes planteados. Para la decodificación el estudiante debe estar familiarizado con términos como: Sonido, frecuencia, Ruido y Velocidad del sonido. Al ser

un número reducido de estudiantes se proporciona amplias posibilidades de interactuar y establecer la comunicación necesaria para lograr los objetivos de la práctica. Cada persona emite la misma nota y, mediante las instrucciones de la guía, los estudiantes decodifican esa nota descomponiéndola en las frecuencias que la conforman, para lo cual se visualiza en la pantalla de la computadora, conectada por una interface con el experimento. Se pudo constatar que los estudiantes eran desafiados a encontrar la respuesta, puesto que por sí solos podían identificar las frecuencias que componían las notas emitidas por sus compañeros.

Desde el comienzo se evidenció que habían identificado frecuencias conocidas. Un diapasón y el programa Data Studio monitoreaba y visualizaba las señales provenientes del sensor de sonido por lo que la SD mostraba que no requería de la interacción del maestro con los alumnos, pero sí de una gran interacción y comunicación entre ellos, con lo cual se revelaba que la variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos y confirma que estamos frente a una Situación Didáctica bien definida por cuanto cumple las características de una SD.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Después de registrar y procesar los datos, se analizaban las situaciones de acción, formulación y validación a la luz de los requerimientos propuestos por la teoría de SD de Brousseau.

La situación de validación fue muy diáfana, por ejemplo, para determinar la velocidad del sonido, los estudiantes chasqueaban los dedos en el extremo abierto del tubo, capturaban el chasquido y su eco registrándolo en la pantalla del computador que fungía de osciloscopio. Todos identificaban los dos momentos: el de partida y el de regreso y con la longitud del tubo, podían calcular la velocidad del sonido.

Desde el mismo comienzo los estudiantes identificaron los picos y su diferencia en tiempo en producirse sin ninguna sugerencia más que las entregadas en la guía para decodificar el mensaje.

Referente a la situación de acción, se observó que los estudiantes desde el comienzo tuvieron claro cómo validar su respuesta, no tuvieron contratiempos con el montaje de los equipos, decodificaron correctamente la información y encontraron la respuesta.

Tabla 20. IOSD Universidad Autónoma de México laboratorio de óptica y ondas

Laboratorio de óptica y ondas	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	5	5	5	5	0
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	5	5	5	0
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	0
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si El problema o regla del juego está clara)	5	5	5	5	0
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	6	6	0
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	0
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	6	6	0
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	5	6	6	5.67	0.44
9 ¿El alumno anticipa resultados (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	5	5	5	5	0
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	0
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	5	5	0
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	5	5	5	5	0
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	4	5	5	4.67	0.44
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.838 ^a	0.65	0.942	17.909	12
Medidas promedio	.939 ^c	0.848	0.98	17.909	12

En laTabla 20, se puede observar que hubo acuerdo total en casi todas las preguntas sólo en la 8 y 13 hubo una desviación media de 0.44. Esto último se debe a que uno de los jueces considera que de acuerdo con el semestre que están cursando los alumnos la Situación

Didáctica debería ser más difícil pues consideró que todo estuvo demasiado fácil. Por otro lado, el ICC arrojó un resultado de 0.939 lo que indica que el acuerdo fue excelente.

Evaluación SD: “medición de la aceleración de la gravedad”

Fase I: Análisis a priori

El objetivo de la SD consiste en medir el período de péndulos de masa m , pero diferente longitud l . El profesor les presenta un mensaje de pensamiento matemático variacional mediante un gráfico en el que se muestra la variación del período en relación con la longitud del péndulo y los estudiantes, a partir de esa información, deben encontrar el valor de la gravedad.

La clase se dividió en grupos de trabajo de no más de 4 estudiantes. Este tamaño garantiza comunicación entre ellos a la hora de ponerse de acuerdo sobre los significados y labores a realizar para cumplir con el objetivo. El material y equipo del laboratorio era solicitado por los estudiantes de una lista contenida en la guía la cual forma parte del material con que interactúa el estudiante y en donde se encuentra codificado el mensaje que deben decodificar y dar respuesta de acuerdo con el experimento propuesto. Para la decodificación el estudiante debe estar familiarizado con términos como: aceleración de la gravedad, peso de los cuerpos, período y masa.

Fase II experimentación.

Se implementó la SD con un grupo de 8 estudiantes. Este grupo se subdividió en dos grupos de 4 estudiantes. Todos participaban simultáneamente en la práctica. Los estudiantes respondieron al desafío a partir de las cantidades determinadas o explicitadas en el gráfico. Con los períodos medidos y las longitudes correspondientes alimentaron el programa de computadora para obtener el gráfico y las características del mismo que les permitiera dar respuesta al objetivo de la práctica.

El entusiasmo producido por la SD era evidente y los estudiantes no requirieron de interactuar con el maestro sólo para hacerle comentarios sobre los mismos resultados. La comunicación entre ellos mismos fue estimulante e incluso validaron rápidamente los resultados.

Fase III análisis a posteriori y evaluación

Después de registrados y procesados los datos, las situaciones de acción, formulación y validación se analizaron a la luz de los requerimientos propuestos por la teoría de SD de Brousseau. En general se consideró que fue una buena SD pues Desde el comienzo se observó la situación de acción y no hubo necesidad de entregar más sugerencias que las consignadas en la guía para que pudieran decodificar el mensaje, se observó que los estudiantes en la SD desde el primer momento comenzaron a realizar la actividad y el manejo de los equipos lo hicieron con seguridad logrando la decodificación correcta, así mismo hubo una adecuada comunicación entre los estudiantes.

Tabla 21. IOSD Universidad Autónoma de México Aceleración De La Gravedad

Aceleración De La Gravedad	ENC 1	ENC 2	ENC 3	Prom.	Desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	5	5	5	5	0
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	5	5	5	0
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	5	5	5	5	0
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si El problema o regla del juego está clara)	5	5	5	5	0
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	5	5	5	0
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	0
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	5	5	5	0
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6	0
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	6	0
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	0
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	6	6	0
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	6	6	0
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	4	5	5	4.67	0.44
Coeficiente de correlación intraclase					
	Correlación intraclase	95% de intervalo de confianza		Prueba F con valor verdadero 0	
		Límite inferior	Límite superior	Valor	gl1
Medidas únicas	.920a	0.815	0.972	35.5	12
Medidas promedio	.972c	0.93	0.991	35.5	12

En laTabla 21, se puede observar que hubo acuerdo total en casi todas las preguntas sólo en la pregunta 13 hubo una desviación media de 0,44. Esto último se debe a que uno de los jueces considera que de acuerdo con el tipo de carrera la Situación Didáctica debería tener problemas de mayor reto. El resto de los observadores no lo considera así porque de hecho tuvieron que hacer varias mediciones para lograr el resultado.

6.1.7.2 *Resultados período tres*

Se validó el Instrumento de observación de situaciones didácticas en la Universidad Autónoma de México. Adicionalmente se evaluaron cuatro SD relacionadas con la capacidad de intercambio de información técnica en los laboratorios de la UNAM. Tres de las SD obtuvieron un ICC excelente.

Las preguntas del IOSD fueron rápidamente entendidas y cada evaluación de la Situación Didáctica sirvió al mismo tiempo para conocerlo mejor.

6.1.8 *Resultados de la Etapa 1*

Este IOSD se presenta como una alternativa para capturar información en este tipo de investigaciones, ofreciendo un procesamiento rápido y confiable de la situación a observar.

En el primer periodo de la etapa 1, se comprobó que el IOSD era fiable porque la mayoría de practicantes rápidamente marcó respuestas estadísticamente similares, con lo que evidenciaba también que el proceso de cualificación como evaluadores de una SD había sido confiable.

En el segundo periodo de la etapa 1 se corroboró el resultado obtenido con las estudiantes practicantes, pues en el caso de los 2 profesores ELI de Missouri State University, marcaron respuestas estadísticamente similares, con lo que evidenciaba también que la actividad de cualificación como observadores del proceso había sido confiable.

En el tercer periodo de la etapa 1 se corroboró los primeros resultados, pues en el caso de los 2 profesores de la Universidad Autónoma de México, marcaron respuestas estadísticamente similares, con lo que evidenciaba también que el proceso de cualificación como observadores del proceso había sido confiable.

Es de anotar que, siendo la teoría de SD utilizada básicamente en el campo de las matemáticas, en el caso del aprendizaje de una segunda lengua también fue exitosa. En este

caso, es necesario crearle desafíos al estudiante inmerso en la SD que lo inviten a actuar y a intercambiar información en lengua extranjera.

Resumiendo, el IOSD puede ser utilizado eficazmente tanto para evaluar SD con niños de preescolar como con jóvenes universitarios. El instrumento también se convierte en una herramienta para los profesores tanto de didáctica de las matemáticas como de las didácticas de otras asignaturas pues en la medida en que los estudiantes aprendan a manejar el instrumento están aprendiendo en forma activa sobre la teoría de situaciones didácticas.

Finalmente vale la pena aclarar que hay preguntas como la nueve “El alumno anticipa resultados” cuya respuesta no siempre es fácil de puntuar pues se debe observar las expresiones del alumno y en el caso de alumnos universitarios pues no todos son tan expresivos como sucede con los niños. Por lo tanto, en esta pregunta recomendamos que los jueces se pongan de acuerdo en aceptar que mientras los alumnos estén trabajando en forma normal y concentrados en la actividad, nos están comunicando su seguridad y entusiasmo ante la solución del problema planteado.

6.2 Etapa 2: Diseño y Perfeccionamiento de Situaciones Didácticas

6.2.1 Introducción

Como ya se ha dicho al comienzo, los actos comunicativos facilitan el crecimiento del conocimiento de los niños acerca de las matemáticas (Wong, et al., 2012). Desde este punto de vista se hace necesario crear estrategias para que los niños utilicen la matemática como un lenguaje. Una vez diseñado el IOSD, en esta segunda etapa se describe el proceso que se llevó para el diseño de las situaciones didácticas con las que finalmente se trabajó el objetivo general de la presente investigación. Se retoma la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, como guía para el diseño de situaciones didácticas relacionadas con la capacidad comunicativa de los niños para orientarse en el espacio. Una “situación” es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado (Brousseau, 2007). En el marco de esta teoría se encuentra la Situación Didáctica de formulación que implica que el alumno debe esforzarse en comunicar a sus compañeros aquello que quiere lograr para la solución de un determinado problema. Para Brousseau (2007) el alumno, además de conocer cómo ganar un juego, también debe poder comunicar a sus compañeros la estrategia que propone, ya que esta es la única manera que tiene para actuar sobre una situación. Así mismo, desde el área de la psicolingüística, la comprensión y la producción constituyen la estructura lingüística (Santiuste, 2014) por lo tanto, como el objetivo de esta segunda etapa es identificar SD de formulación relacionadas con la capacidad de intercambio de información de los niños para orientarse en el espacio, estas dos variables serán controladas de tal forma que tengamos seguridad de que los estudiantes hayan hecho las actividades necesarias para ser capaces de entender el mensaje y de esta forma ser capaces de emitirlo o recibirlo según sea el caso.

Objetivo 2 Identificar SD de formulación relacionadas con la capacidad de intercambio de información de los niños para orientarse en el espacio

6.2.2 Metodología

Se repitió la misma metodología de la ingeniería didáctica, descrita anteriormente. El IOSD construido fue la herramienta utilizada.

6.2.3 Procedimiento

Las SD se implementaron con un grupo de 30 niños de preescolar pertenecientes a una de las escuelas donde el programa Pedagogía Infantil realiza sus prácticas. Algunas SD se diseñaron con un grupo de 30 niños de mayor edad, de primero primaria, pues se necesitaba que ya los niños hubieran adquirido ciertas habilidades para facilitar la observación de la SD.

Las practicantes, estudiantes de didáctica de las matemáticas del año 2015 y 2016, se encargaban de registrar observaciones como, por ejemplo, si la actividad desafía al niño a encontrar la respuesta o si se estimula la comunicación, etc. Se realizaron cuatro visitas a la escuela durante las cuales se experimentaba la SD y se realizaban las respectivas modificaciones de acuerdo con las observaciones hechas.

Las SD se fueron perfeccionando de acuerdo con estas observaciones y, adicionalmente, en algunas ocasiones hubo necesidad de que las practicantes realizaran estas mismas actividades con niños de su familia o vecindario, para tener más certeza al momento de trabajar con los niños de la escuela.

6.2.4 Participantes

Este proceso se hizo con las estudiantes practicantes de quinto semestre de didáctica de las matemáticas de 2015 y 2016. En el 2015 se realizó el juego Conquista de Juguetes y la primera fase del juego Descubre la Letra Oculta y Búsqueda del Tesoro. Los niños con los cuales se ensayaron los juegos fue un grupo de 30 niños de preescolar para la SD Conquista de Juguetes y las otras SD, debido a que se requerían más conocimientos previos, se ensayaron con 30 niños de primero primaria.

6.2.5 Situaciones Didácticas Seleccionadas

6.2.5.1 *Análisis a priori de todas las situaciones didácticas*

Inicialmente se hizo un análisis a priori general para todas las situaciones didácticas puesto que se busca que todas estimulen la necesidad de comunicación y el desarrollo de habilidades espaciales. Recordemos que de acuerdo con Artigue y Perrin (1991) el objetivo del análisis a priori de una Situación Didáctica es determinar que las elecciones didácticas puedan predecir los comportamientos que podrían aparecer y el significado que se podría dar a éstos.

Por lo tanto, todas las situaciones didácticas tienen dos componentes: el primero es lenguaje de símbolos y el segundo el desarrollo del pensamiento matemático relativo a la habilidad espacial.

La parte predictiva, o sea si aparecen los comportamientos esperados, son el resultado de que los mensajes o conocimientos que la situación pretende desarrollar sean decodificados exitosamente.

Se espera que los niños adquieran un comportamiento definido por la habilidad de ubicarse en el espacio mediante instrucciones estructuradas acorde a un lenguaje con símbolos y una gramática previamente definida. Existe un emisor de un código previamente escrito y un receptor que decodifica las instrucciones y las ejecuta comprobando que ha desarrollado habilidades espaciales.

Los comportamientos adecuados nos indican si la información fue bien decodificada al observarse que cumplió con el objetivo de la respectiva Situación Didáctica.

En cuanto a las elecciones didácticas se prefirió que pudieran ser replicables en cualquier otro contexto o locación, por lo que los juegos tenían símbolos reconocidos por

otros grupos de niños de otros contextos geográficos. Por ejemplo, se utilizaron símbolos como flechas y dibujos como el perro y el delfín que son mundialmente conocidos.

El desafío que tuvieron todos los juegos o SD es que si logran seguir las instrucciones podrán encontrar un tesoro o un juguete. Antes de implementar los juegos con los niños se diseñó la secuencia didáctica necesaria para la comprensión de cada SD.

6.2.5.2 Primera SD: “Conquista de Juguetes”

Explicación de la SD:

El juego consiste en que el niño conquiste juguetes ubicándose de acuerdo al color y al animal en una cuadrícula que representa el plano cartesiano.

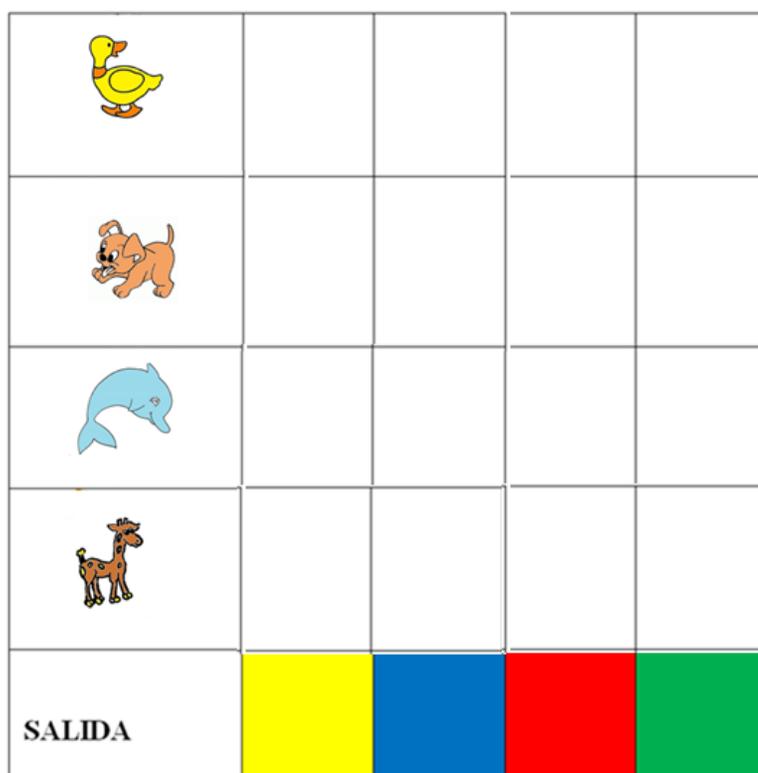


Figura 8. Cuadrícula para “Conquista de Juguetes”. Fuente: elaboración propia.

El plano cartesiano, se representa con el eje vertical compuesto por una columna de animales y el eje horizontal por colores, los cuales son la referencia para que, a través de la

comunicación establecida entre los niños, puedan ubicarse unívocamente en cualquier punto del espacio.

La cuadrícula contiene fichas con determinado número de juguetes. Adicionalmente hay dos dados con los mismos dibujos de animales y colores.

El desarrollo de la SD es el siguiente:

Uno de los miembros del grupo emisor lanza los dados y le dicta a su compañero la posición, por ejemplo: amarillo-delfín, el compañero receptor se ubica, voltea la ficha y revela el juguete que ha ganado su grupo.

En el tablero del aula, se dibuja un cuadro con el nombre de los grupos y se escriben las respectivas puntuaciones, gana el grupo que obtiene más juguetes.

A continuación se describe cada una de las fases del diseño de la SD.

6.2.5.2.1 Fase I: Análisis a priori

Es una fase de discusión. Con las practicantes se analizaron diversas SD preparadas, como Conquista de Juguetes y otras, cuyas estrategias implica un gran intercambio de información entre los participantes.

El objetivo inicial del juego o SD consistió en que ganaba el grupo que se apropiara de los juguetes del equipo contrincante. Cada grupo elige un jugador, que jugará contra el seleccionado por el otro. Cada uno con tableros grandes idénticos de 6 X 6 cuadros, dispuestos en el suelo. La primera columna contiene dibujos de animales y la última fila colores al estilo de ejes cartesianos.

					
					
					
					
					
SALIDA					

Figura 9. Cuadrícula Inicial para “Conquista de Juguetes”. Fuente: elaboración propia.

El tablero está lleno con fichas con reverso de un solo color y, sólo en algunas, en el anverso se encuentran dibujado un juguete. Un jugador emite un mensaje con una posición, codificado al estilo de ejes coordenados. Por ejemplo, “azul, perro”. El contrincante voltea la ficha y si adivinó que el anverso contenía juguete, lo reclama como suyo. Gana el que más se apropie de juguetes. Se repite con otra pareja de jugadores y al final gana el equipo con mayor número de jugadores ganadores.

6.2.5.2.2 Fase II: experimentación

Se implementó la SD con un grupo de 30 niños de preescolar pertenecientes a una de las escuelas del municipio de Neiva, Colombia. Los grupos participantes eran de 4 estudiantes, mientras el resto de niños se acomodaba alrededor del juego. Las practicantes se

encargaban de registrar observaciones como, por ejemplo, si la actividad desafía al niño a encontrar la respuesta, si saben por sí solos si es o no correcta la respuesta o si la actividad incrementa la comunicación, etc. Se realizaron cuatro visitas a la escuela durante las cuales se experimentaba la SD y se realizaban las respectivas modificaciones de acuerdo con las observaciones hechas.

6.2.5.2.3 Fase III: Análisis a posteriori y evaluación

Dado que ya habían sido registrados y procesados los datos, se analizaron las situaciones de acción, formulación y validación a la luz de los requerimientos propuestos por la teoría de SD de Brousseau.

Durante el proceso hubo necesidad de hacer muchos ensayos y modificaciones:

Al comienzo no se observó la situación de *validación* y hubo necesidad de preparar a los niños primero a decodificar el mensaje, pues al oír, por ejemplo, “azul, perro”, se ubicaban primero encima del “azul” y después corrían y se paraban encima del “perro”. Hubo necesidad de enseñarles que debía correr a la intersección de las dos coordenadas, que no se trataba de dos posiciones, sino de una sola ubicada en la intersección entre las dos coordenadas. Reducir el número de cuadros a 5X5 disminuyó la probabilidad de mal interpretación del código.

Con relación a la situación de *acción* se observó que los niños se sentían tristes al perder sus juguetes lo que eclipsaba las expresiones de emoción necesaria para juzgar lo acertado o no de la situación. Se pudo comprobar que agregar un componente aleatorio mejoraba este aspecto: Los niños emisores obtenía su código lanzando dados, uno con colores y otro con animales.

La situación de *formulación* fue exitosa cuando los niños receptores se acomodaron en una posición tal que no pudieran ver los dados, de tal forma que se esforzaran en la

decodificación correcta. Sin embargo, cuando los niños lo juegan por primera vez es recomendable que todos puedan ver los dados mientras poco a poco se acostumbran a reconocer los símbolos.

A partir de estas modificaciones se vuelve a experimentar hasta lograr los requisitos de la Teoría de Situaciones Didácticas.

6.2.5.3 *Resultados primera SD “Conquista de Juguetes”*

Como resultado se obtuvo el diseño de la SD “Conquista de Juguetes”, el cual estimula la capacidad de intercambio de información con mensajes o contenidos de ubicación espacial mediante el uso de un sistema de coordenadas. Estas coordenadas representan el primer cuadrante del plano cartesiano, donde el eje vertical está compuesto por los dibujos de animales, jirafa, delfín, perro y pato y el eje horizontal por colores amarillo, azul, rojo y verde, los cuales sirven de referencia, para que los niños puedan ubicarse unívocamente en cualquier punto del espacio.

Tabla 22. IOSD inicial SD: Conquista de Juguetes

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	3	5	5	6	6	6	6	6	5.375	0.78125
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	5	6	6	6	6	6	6	5.75	0.375
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	6	6	6	6	6	0
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	5	5	5	5	5	5	4	6	5	0.25
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	5	5	4	4	4	4	0	4	1
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	6	5	5	3	5.375	0.78125
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	6	6	5	4	4	2	4.875	1.15625
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6	6	4	4	4	5.25	0.9375
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	5	5	5	5	3	5.125	0.65625
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	3	5	5	5	6	6	6	6	5.25	0.75
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	5	5	5	5	5	3	3	4.5	0.75
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	5	5	5	3	3	3	4.5	1.125
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	5	6	6	6	6	6	6	6	5.875	0.21875

La **Tabla 22** muestra el análisis del juego Conquista de Juguetes. Las preguntas 5,11 y 12 tuvieron un promedio de 4.0 y 4.5:

Los alumnos pudieron interactuar solos con el material 4.0

La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes 4.5

Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta 4.5

Estos son aspectos claves en una Situación Didáctica por lo tanto esta situación se modificó de tal forma que se logró aumentar la puntuación en estos indicadores como puede observarse en la Tabla 23.

Tabla 23. IOSD final SD: Conquista de Juguetes

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	4	6	6	6	6	6	6	6	5.75	0.44
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	6	6	6	5	5.88	0.22
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	6	5	5	5	5	5	5	5	5.13	0.22
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	6	6	5	5	5	6	5.63	0.47
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	6	6	6	6	6	5	5.88	0.22
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	6	6	5	5	5	5.63	0.47
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	6	6	6	5	5.88	0.22
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	5	6	6	6	6	6	6	6	5.88	0.22
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	6	6	6	6	5	5.88	0.22

La Tabla 23 muestra el aumento de puntuación en estos indicadores. Las preguntas 5,11 y 12 tuvieron finalmente un promedio de 5.6, 5.8, y 6.0 respectivamente:

Los alumnos pudieron interactuar solos con el material 5.6

La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes 5.8

Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta 6.0

Esta última puntuación fue realizada después de que las estudiantes calificaron el instrumento mediante la observación del video de la Situación Didáctica donde se logra apreciar en forma más clara la mejora en los puntos débiles.

6.2.5.4 Segunda SD: “Búsqueda Del Tesoro”

Explicación de la SD: La SD consiste en que los niños deben encontrar un tesoro siguiendo las explicaciones de su compañero. Los niños se organizan por parejas emisor-receptor de mensajes. Una bolsa contiene la información sobre los caminos previamente codificada por la profesora y el niño toma al azar uno de los mensajes sobre el camino y lo emite a su compañero.

En cuanto a la ubicación de los niños en el aula se toma el tablero como punto de referencia de tal forma que tanto el emisor como el receptor se acomodan siempre frente al tablero, para que no se presente confusión en la dirección que deben tomar para encontrarlo.

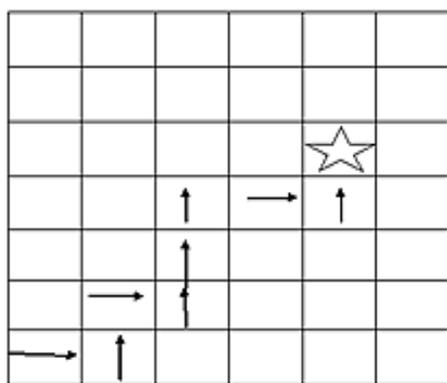


Figura 10. Camino a seguir para encontrar el tesoro

Fuente: elaboración propia.

Explicación de cada una de las fases desarrolladas para el diseño de la SD Búsqueda del Tesoro:

6.2.5.4.1 *Fase I: Análisis a priori*

La SD inicial se desarrolló por equipos. Una parte del grupo se encargaba de organizar el camino que se debía seguir para encontrar el tesoro, es decir se encargaba de escribir en código el mensaje, mientras uno de los niños seguía las indicaciones del camino, o sea decodificaba.

6.2.5.4.2 *Fase II: Experimentación*

Esta SD implicaba que los niños tuvieran la habilidad de ubicarse en el espacio, por lo tanto, se implementó con un grupo de 30 niños de mayor edad de primero primaria. En 4 oportunidades se perfeccionaron las SD, acorde a las modificaciones observadas durante el mismo número de visitas realizadas a la escuela en la experimentación.

6.2.5.4.3 *Fase III: Análisis a posteriori y evaluación*

Teniendo en cuenta los datos registrados y procesados, se procedió a analizarlos acorde a lo estipulado en cada una de las situaciones de acción, formulación y validación propuestas por la teoría de SD de Brousseau.

Es de anotar que es una etapa compleja, durante la cual hubo necesidad de hacer muchos ensayos y modificaciones:

Por ejemplo, inicialmente se pensó en que los niños elaboraran el código del mensaje a emitir, pero se tardaban mucho tiempo en hacerlo, por lo que se tomó la decisión de entregarles el código ya previamente escrito en aras de no darles oportunidad de inquietarse mientras la espera, lo que ocasionaba la pérdida del control e indisciplina del grupo. En el que más influía esta situación era en el niño que debía decodificar y ejecutar el mensaje. Este problema también influía en la situación de acción pues ante la larga espera ya los ánimos para jugar se perdían

La gama de dificultades se extiende hasta los problemas de detalle como el suscitado por la ubicación del tesoro. Al simplemente colocarlo encima de la cuadrícula, junto con otras hojas distractoras, como no estaban fijadas, el viento las volteaba, dejando al descubierto la respuesta, terminando con el suspenso y emoción del juego. Esto influía en la situación de validación pues si ya sabía dónde estaba el tesoro no había emoción al encontrarlo.

Otro problema que se presentó fue la ubicación de los alumnos pues el niño que debía encontrar el tesoro en ocasiones se daba la vuelta por lo cual no siempre giraba en la dirección correcta.

Finalmente, estos dos inconvenientes se solucionaron de la siguiente forma:

Se organizó la SD por parejas emisor- receptor de mensajes.

En una bolsa estaba la información sobre los caminos previamente codificada por la profesora y el niño tomaba al azar uno de los mensajes sobre el camino y lo emitía a su compañero.

Con relación a la ubicación de los niños en el aula se tomó el tablero como punto de referencia de tal forma que tanto el emisor como el receptor debían estar siempre frente al tablero de tal forma que no hubiera confusión en la dirección que debía tomar para encontrarlo.

Para evitar el problema de que las hojas se voltearan por el viento, se diseñó un bolsillo en cada cuadrícula y dentro de ellos se guardaba el respectivo tesoro.

6.2.5.5 *Resultados segunda SD: “Búsqueda Del Tesoro”*

Finalmente, la SD quedó de la siguiente forma:

Se introduce la SD narrando una historia sobre un viejo cofre en el que hay pistas de un tesoro perdido, si sabemos leer las pistas, encontraremos el tesoro perdido.

Para buscar el tesoro perdido los niños deben leer las instrucciones (emitir un mensaje) a su compañero quien, decodificando e interpretando el mensaje, recorre el camino para encontrar el tesoro.

Tabla 24. IOSD inicial SD: Búsqueda de tesoro

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	6	6	5	6	5,9	0,2
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	2	2	4	3	2	4	3	4	3	0,8
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	4	3	4	4	4	3	2	4	3,5	0,6
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	5	2	2	2	4	3	2	2	2,8	0,9
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	6	4	6	6	5	5	5,5	0,6
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	5	6	6	4	6	5,6	0,6
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	5	4	4	6	6	5	6	5,1	0,7
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	5	4	5	5	5	6	5,3	0,6
9 ¿El alumno anticipa resultados (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	3	5	6	4	6	5,3	0,9
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	5	3	4	5	5	5	4,9	0,7
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes	4	3	3	3	2	4	4	5	3,5	0,8
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta	1	4	3	3	3	4	3	4	3,1	0,7
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos	6	6	4	6	6	6	5	6	5,6	0,6

LaTabla 24 muestra que las preguntas 2, 4 y 12 tuvieron un promedio bajo:

La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada 3.0

La situación le responde al alumno sobre la acción 2.8

Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta 3.1

Esto ocurrió debido precisamente a los problemas que se enunciaron en la fase de experimentación del mismo. Después de varios ensayos se mejoraron estos aspectos como puede verse en la siguiente **Tabla 25**.

Tabla 25. IOSD final SD: Búsqueda de tesoro

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	6	6	6	6	6	5	6	6	5,88	0,22
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	6	6	6	6	5	6	5,88	0,22
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	6	6	5	6	6	6	5,88	0,22
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00	0,00

LaTabla 25 refleja los resultados de la SD aplicada por última vez. Se observa una mejora de las puntuaciones de las preguntas 2, 4 y 12:

La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada 6.0

La situación le responde al alumno sobre la acción 6.0

Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta 5.8

Estos aspectos se mejoraron después de las modificaciones de la SD. Esta última observación se hizo por última vez con ayuda de un video de tal forma que todos los expertos observaran exactamente lo mismo.

6.2.5.6 Tercera SD: “Descubre La Letra Oculta”

Explicación de la SD: El juego consiste en que los niños deben descubrir fichas en el lugar indicado de la cuadrícula hasta formar la figura de una letra.

Materiales:

Tapete - cuadrícula en tela de 9x9 y 64 fichas de cartulina todos del mismo color.

La cuadrícula está en el centro del salón. Los niños se ubican alrededor, divididos en dos grupos. Cada grupo debe seleccionar a un encargado de emitir mensajes. El emisor toma de una bolsa una cuadrícula igual al tapete que está en el piso en donde esta dibujada una letra.

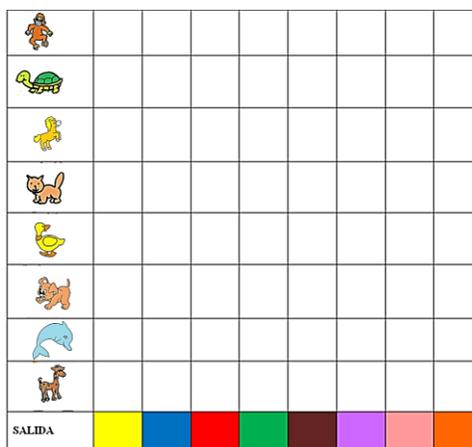


Figura 11. Cuadrícula para “Descubre la Letra Oculta”. Fuente: elaboración propia, El resto de los integrantes, quienes serán los receptores, se ubican en fila en el origen de la cuadrícula esperando su turno. Cuando les toca el turno deben ir a la ubicación indicada en el

mensaje enviado por su compañero emisor, por ejemplo: rojo-delfín o azul-mico, etc., y allí, levantar la ficha correspondiente para observar el reverso.

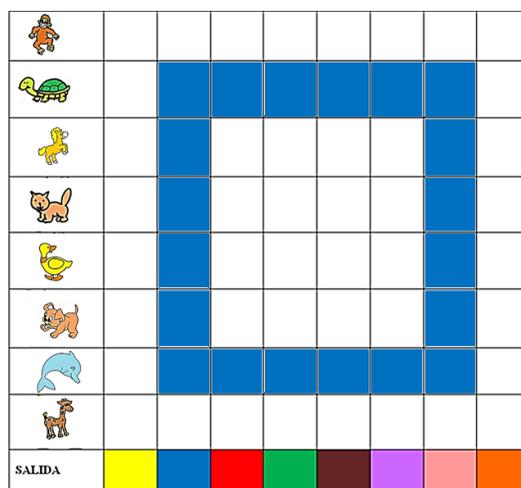


Figura 12. Mensaje Para Emitir “Descubre la Letra Oculta”.

Fuente: elaboración propia

Una ficha puede tener dibujado uno, dos o tres juguetes. Si tiene en el reverso dibujado juguetes debe dejar expuesto el color de fondo del cuadrado del tapete – cuadrícula para que se vaya formando la letra. Si no tiene juguetes debe dejarla con el anverso hacia arriba como estaba antes. Cuando el emisor termina de dictar, los receptores deben mirar el tapete y decir qué letra quedó formada. Por cada juguete se anota un punto en el tablero del aula. Gana el equipo que tenga más juguetes. En el tablero se van anotando los puntos a medida que los vayan obteniendo. En el siguiente turno se cambian los roles de tal forma que uno de los receptores pasa a ser emisor para que todos tengan oportunidad de leer el mensaje.

A continuación, explicamos las fases del diseño de la Situación Didáctica:

6.2.5.6.1 *Fase I: Análisis a priori*

Esta SD replica el esquema de emisión y recepción de información de la SD Conquista de Juguetes, pero con instrucciones para armar la figura de un animal en tableros grandes de 9x9. Es decir, la idea inicial de la SD era descubrir la figura de un animal. Cada niño emisor tenía una réplica en pequeño, pero llena con la misma figura que debía dictarle al compañero receptor. Este debía armar la figura rellenando con fichas los cuadros de la cuadrícula que estaba en el piso, hasta que apareciera o predijera la figura.

6.2.5.6.2 *Fase II: Experimentación*

Se implementó con un grupo de 30 niños de primero primaria. Se realizaron cuatro visitas a la escuela durante las cuales se experimentaba la SD con las respectivas modificaciones de acuerdo con las observaciones realizadas. Pero además de estas visitas se hizo necesario que las practicantes, estudiantes de didáctica de las matemáticas del año 2015, hicieran pruebas con grupos de niños de su vecindario para llegar a la escuela con actividades más ensayadas.

6.2.5.6.3 *Fase III: Análisis a posteriori y evaluación:*

La situación de *acción* no se observó al comienzo pues los niños tanto el emisor como el receptor tenían mucha inseguridad debido a que debían manejar varios cuadros al tiempo. Este mismo hecho afectaba la situación de formulación pues era difícil comunicar y entender el mensaje.

La situación de validación se observaba muy débilmente pues la idea era reconocer un dibujo de un animal y estos dibujos a veces son complejos y no siempre era fácil de reconocer.

Para superar estos inconvenientes se hicieron varias modificaciones.

La cantidad de cuadros se disminuyó a 5x5 y en lugar de animales se debía descubrir una letra. Para superar la situación de formulación los niños jugaban contra la profesora, de esta forma se concentran en la emisión del mensaje, mientras la profesora decodificaba rápidamente el mensaje.

Todos estos pasos o secuencias didácticas hubo necesidad de realizarlos para llegar finalmente a la SD.

Una vez los niños adquirieron habilidad de trabajar individualmente en la cuadrícula se pasó a trabajar con la cuadrícula de 9x9.

6.2.5.7 *Resultados Tercera SD: “Descubre La Letra Oculta”*

Finalmente, la SD quedó de la siguiente forma:

La profesora extiende la cuadrícula en el centro del salón. Los niños se dividen en dos grupos y seleccionan a un integrante, quien, con la letra dibujada en una réplica pequeña de la cuadrícula, será el encargado de emitir el mensaje. El resto de los integrantes, quienes serán los receptores, se ubican en fila esperando su turno. Cuando les toca el turno deben ir a la ubicación indicada por su compañero y levantar la ficha correspondiente para observar el reverso. Las fichas que formarán las letras tienen dibujado uno o más juguetes. Si no tiene juguetes, debe dejarla como estaba antes. Al finalizar, los receptores deben decir el nombre de la letra que quedó formada. Como ya se ha indicado, por cada juguete se anota un punto en el tablero del aula. Nuevamente el equipo ganador es quien obtenga más juguetes.

Tabla 26. IOSD inicial SD: Descubre la Letra Oculta

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	5	6	6	6	5	5,75	0,38
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	5	6	6	6	5	5,75	0,38
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	5	6	6	5	6	5,75	0,38
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	3	4	3	3	2	4	2	2	2,88	0,66
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	6	6	5	6	6	6	6	5,75	0,38
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	5	6	6	6	6	5,88	0,22
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	6	4	5	5	6	5	3	4,88	0,69
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	5	6	6	5	6	5,75	0,38
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	5	6	6	5	5	5,63	0,47
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	5	6	6	5	5	5,63	0,47
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	3	2	2	3	2	4	2	2	2,5	0,63
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	4	4	3	5	3	4	5	5	4,13	0,66
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	3	3	3	1	2	3	3	3	2,63	0,56

En laTabla 26 se muestra que las preguntas 4, 11 y 13 tuvieron un promedio muy bajo:

La situación le responde al alumno sobre la acción 2.8

La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes 2.5

La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos 2.6

Estos promedios se debieron a los problemas anteriormente enunciados en la fase de experimentación. Estos aspectos finalmente fueron mejorados tal como se refleja posteriormente en la Tabla 27

Tabla 27. IOSD Final SD: Descubre la Letra Oculta

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	5	6	6	6	5	5,75	0,38
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	5	6	6	6	5	5,75	0,38
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	5	6	6	5	6	5,75	0,38
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si El problema o regla del juego está clara)	6	6	6	5	6	6	5	5	5,63	0,47
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	6	6	5	6	6	6	6	5,75	0,38
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	5	6	6	6	6	5,88	0,22
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	6	4	5	5	6	5	3	4,88	0,69
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	5	6	6	5	6	5,75	0,38
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	6	6	5	6	6	5	5	5,63	0,47
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	6	6	5	6	6	5	5	5,63	0,47
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	6	5	6	6	6	5	5,75	0,38
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	6	6	5	6	6	5	5	5,63	0,47
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	5	6	6	5	6	5,75	0,38

La tabla 27 muestra el aumento de los promedios de las preguntas 4, 11 y 13

La situación le responde al alumno sobre la acción 5.6

La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes 5.7

La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos 5.7

Estos aspectos fueron mejorados después de haber hecho las respectivas modificaciones en la SD.

6.2.5.8 Cuarta SD: “El Tren De Carga”

Explicación de la SD: El juego consiste en que los niños deben “cargar un tren” de acuerdo con las indicaciones de su compañero. El grupo se divide en parejas emisor – receptor.

El niño emisor tiene dos figuras de trenes: Uno de los trenes contiene la información que se requiere para “cargar el tren” y el otro tren está desocupado y debe ser “cargado” de acuerdo con el modelo que contiene la información. El emisor le solicita al receptor la figura y una vez recibida debe decodificar la ubicación para poderla colocar en el sitio indicado acorde a la forma cómo debe estar acomodada la carga, indicada en la muestra.

El niño receptor tiene una bolsa con bloques lógicos del matemático Zoltan Paul Dienes que contiene todas las figuras geométricas, de un mismo grosor, a excepción del rectángulo para evitar la confusión que se pueda presentar con las figuras cuadradas. El receptor decodifica el mensaje y entrega a su compañero el pedido solicitado.

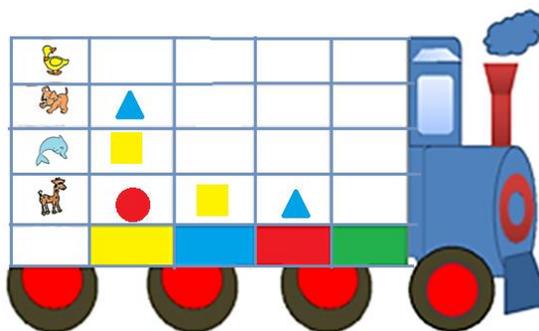


Figura 13. Mensaje por Emitir para “Tren de Carga”. Fuente: elaboración propia

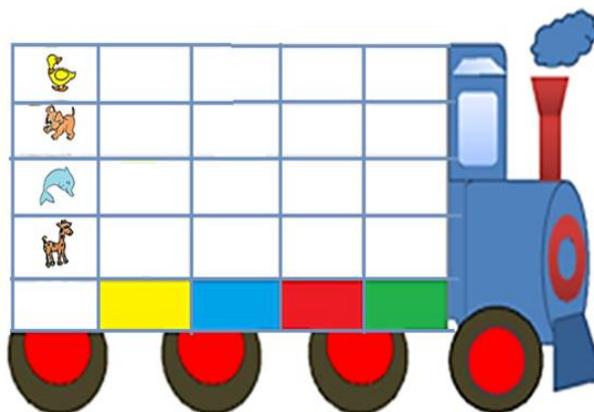


Figura 14. “Tren para cargar”. Fuente: elaboración propia.

A continuación, explicamos las fases del diseño de la SD:

6.2.5.8.1 Fase I: Análisis a priori

Esta SD sigue la misma secuencia de la SD Conquista de Juguetes, pero en esta ocasión la cuadrícula es un tren que debe ser cargado, según se vayan decodificando los mensajes.

6.2.5.8.2 Fase I: experimentación

Se implementó la SD con un grupo de 30 niños de primero primaria. Se realizaron cuatro visitas a la escuela durante las cuales se experimentaba la SD con las respectivas modificaciones de acuerdo con las observaciones realizadas.

6.2.5.8.3 Fase II: análisis a posteriori y evaluación

Al comienzo no se observó la situación de acción pues los niños confundían las figuras especialmente el cuadrado con el rectángulo.

Por otro lado, la forma como estaban ubicados los niños en sus puestos ocasionaba que el receptor podía ver el pedido, por lo que hubo necesidad de acomodarlos frente a frente de tal forma que el receptor no pudiera ver la figura del tren cargado.

Para superar estos inconvenientes hubo necesidad de realizar las siguientes secuencias didácticas:

Primera: Debido a que la idea es cargar el tren con figuras geométricas, se inició motivando a los niños a jugar con los bloques lógicos del matemático Zoltan Paul Dienes, con el fin de que conocieran las características de las fichas: color, forma y tamaño.

Segunda: en esta segunda parte un niño emite el mensaje solicitando la figura que requiere y el otro lo busca entre los bloques lógicos y se lo entrega, para que cargue el tren.

Esta Situación Didáctica implicó un largo proceso de repaso de las figuras geométricas por lo que al final sólo se realizó la actividad cuando se consideró que los niños ya estaban

preparados. Una vez se cumplió todas las secuencias didácticas se realizó finalmente el juego y el resultado final fue exitoso tal como se observa en la **Tabla 29**.

6.2.5.9 Resultados cuarta SD: “El Tren De Carga”

La SD finalmente quedó de la siguiente manera:

El grupo se divide en parejas.

El niño emisor codifica la información que tiene sobre la figura que requiere para cargar el tren y solicitársela al receptor. Una vez recibe la figura debe decodificar la ubicación para poderla colocar en el sitio indicado acorde a la forma cómo debe estar acomodada la carga, indicada en la muestra.

El niño receptor tiene una bolsa con bloques lógicos y debe decodificar el mensaje para entregarle a su compañero el pedido solicitado.

Tabla 28. IOSD Inicial SD: El Tren de Carga

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	5	4	4	4	4	4	5	4	4.25	0.38
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	5	6	6	6	6	6	5	6	5.75	0.38
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	4	4	4	5	5	5	5	4.63	0.47
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	6	6	5	5	5.75	0.38
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	5	6	6	6	6	5	5	5	5.50	0.50
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	6	6	6	6	6	5	6	5.88	0.22
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	5	6	6	6	6	5	6	6	5.75	0.38
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	5	6	6	6	6	6	4	5	5.50	0.63
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	5	5	5	5	5	5	5	5	5.00	0.00
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	5	5	5	5	4	4	5	4	4.63	0.47

La Tabla 28 muestra que las preguntas 2, 5 y 13 tuvieron un promedio un poco bajo:

La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada 4.2

Los alumnos pudieron interactuar solos con el material 4.6

La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos 4.6

Estos puntajes ocurrieron debido a los problemas enunciados en la fase III de la SD.

La mejora de estos aspectos se refleja posteriormente en la Tabla 29.

Tabla 29. IOSD Final SD: El Tren de Carga

	ENC 1	ENC 2	ENC 3	ENC 4	ENC 5	ENC 6	ENC 7	ENC 8	prom	desv. Media
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?	6	6	6	6	6	6	6	5	5.88	0.22
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)	5	5	6	6	6	5	4	6	5.38	0.63
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?	5	6	6	6	6	6	5	5	5.63	0.47
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?	6	6	6	6	6	6	6	6	6.00	0.00
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?	6	6	5	6	6	6	6	6	5.88	0.22
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)	6	5	5	6	6	6	6	5	5.63	0.47
9 ¿El alumno anticipa resultados (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)	6	5	5	5	6	6	6	5	5.50	0.50
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?	6	5	6	5	6	6	6	6	5.75	0.38
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?	6	6	6	6	6	4	6	6	5.75	0.44
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?	6	5	5	5	5	5	5	5	5.13	0.22
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?	6	6	6	5	6	5	6	6	5.75	0.38

En la Tabla 29 se muestra el aumento de promedios de las preguntas 2, 5 y 13:

La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada 6.0

Los alumnos pudieron interactuar solos con el material 5.6

La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos 5.7

Estas preguntas, que inicialmente habían tenido un promedio un poco bajo, fueron mejoradas casi al final del semestre debido a que esta SD implicó un proceso largo de trabajo con los bloques de Dienes.

6.2.6 Resultados de la Etapa 2

Se logró el Diseño y perfeccionamiento de cuatro Situaciones Didácticas: SD “Búsqueda del Tesoro”, SD “Conquista de Juguetes”, SD “Descubre la Letra Oculta” y SD “el Tren de Carga”. Cada SD tiene dos componentes: el primero es lenguaje de símbolos y el segundo el desarrollo del pensamiento matemático relativo a la habilidad espacial. En el caso de la SD “Búsqueda del Tesoro”, además de estimular la comunicación, se busca el desarrollo del pensamiento matemático en lo concerniente a reconocer el significado de derecha e izquierda, adelante y atrás.

Las tres SD restantes “Conquista de Juguetes”, “Descubre la Letra Oculta” y “el Tren de Carga” estimulan la capacidad de comunicación y ubicación espacial mediante el uso de un sistema de coordenadas. Estas coordenadas representan el primer cuadrante del plano cartesiano, donde el eje vertical está compuesto por dibujos de animales y el eje horizontal por colores los cuales sirven de referencia para que, a través de la comunicación establecida entre los niños, puedan ubicarse unívocamente en cualquier punto del espacio.

Cómo se ha descrito, estas cuatro SD introducen la necesidad de establecer comunicación intergrupala.

6.3 Etapa3: Experimentación de SD en el Grupo De Preescolar

6.3.1 Introducción

Como ya se ha dicho al comienzo, los actos comunicativos facilitan el crecimiento del conocimiento de los niños acerca de las matemáticas (Wong et al., 2012). En el anterior objetivo hemos definido las situaciones didácticas que nos ayudarán a lograr mediante procesos de comunicación que los niños logren adquirir habilidades espaciales. El siguiente objetivo es concretamente la etapa de experimentación con el grupo de niños de preescolar con quienes se responde a la pregunta de investigación de la presente tesis. Para esto hubo necesidad en primer lugar de preparar los niños para cada juego pues, aunque los juegos se diseñaron para lograr comunicación, es necesario tener unos conocimientos previos para lograr el éxito del juego. De acuerdo con Santiuste (2014), la comprensión constituye la variable más relevante en el proceso de adquisición del lenguaje. Por consiguiente, esta variable fue minuciosamente controlada en nuestra investigación. Para cada juego se hacía una serie de actividades para lograr que los niños tuvieran los aprendizajes previos necesarios para la comprensión de la SD (ver Anexo C). Según Piaget (1994), una estructura, una vez aprendida, se puede transponer a un conjunto de tareas que poseen esa estructura. Por otro lado, según Armelin, Heinemann y de Hoz (2017) el aprendizaje se facilita cuando la información puede ser incorporada en un conjunto de reglas ya aprendidas o “esquema mental”. Este tipo de información es procesada por el hipocampo y almacenada como un esquema en la corteza, por lo tanto, el hipocampo regula la asociación de estímulos con los esquemas existentes, incluso cuando los esquemas son independientes del hipocampo. Desde la SD “Conquista de Juguetes” se fueron aumentando los grados de dificultad, no obstante, para ello era necesario verificar que el niño había comprendido esa primera etapa y que estaba listo, de acuerdo con Brousseau, para nuevas “variables didácticas” o grados de dificultad que

surgen a partir de aquellas condiciones que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno. Así mismo, la teoría de situaciones didácticas continúa siendo el hilo conductor pues en todo momento debemos estar seguros de que se cumplan las situaciones de acción formulación y validación. De acuerdo con lo anterior esta última etapa responde al objetivo: Identificar las habilidades de emisión y recepción de información que logran los niños en relación con el desarrollo de habilidades espaciales.

Objetivo 3 Identificar las habilidades de emisión y recepción de información que logran los niños en relación con el desarrollo de habilidades espaciales.

6.3.2 Metodología

A pesar de que las situaciones Didácticas ya fueron diseñadas en el objetivo 2, la metodología de Ingeniería Didáctica sigue siendo la guía de todo el proceso. El objetivo anterior, aunque todas las situaciones didácticas ya fueron diseñadas siguiendo las fases de la ingeniería didáctica, se podría tomar como un análisis a priori, pues de nuevo, al experimentar con el grupo de preescolar, se deben hacer muchos ajustes pues en todo momento es necesario estimar el cumplimiento de las situaciones de acción, formulación y validación propuestos por la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau.

En esta etapa, para contabilizar el éxito de la comunicación se admite que ambos fueron exitosos cuando el receptor logra la meta o encuentra el premio.

Se trabajó con las cuatro SD que se diseñaron anteriormente: SD “Búsqueda del Tesoro”, SD “Conquista de Juguetes”, SD “Descubre la Letra Oculta” y SD “el Tren de Carga” Cada SD tiene dos componentes: el primero es lenguaje de símbolos y el segundo el desarrollo del pensamiento matemático relativo a la habilidad espacial. Se espera desarrollar la habilidad de ubicarse en el espacio mediante instrucciones estructuradas acorde a un lenguaje con símbolos y una gramática previamente definida. Existe un emisor de un

código previamente escrito por la profesora y un receptor que decodifica las instrucciones y las ejecuta desarrollando habilidades espaciales, acorde al esquema de la siguiente ilustración.

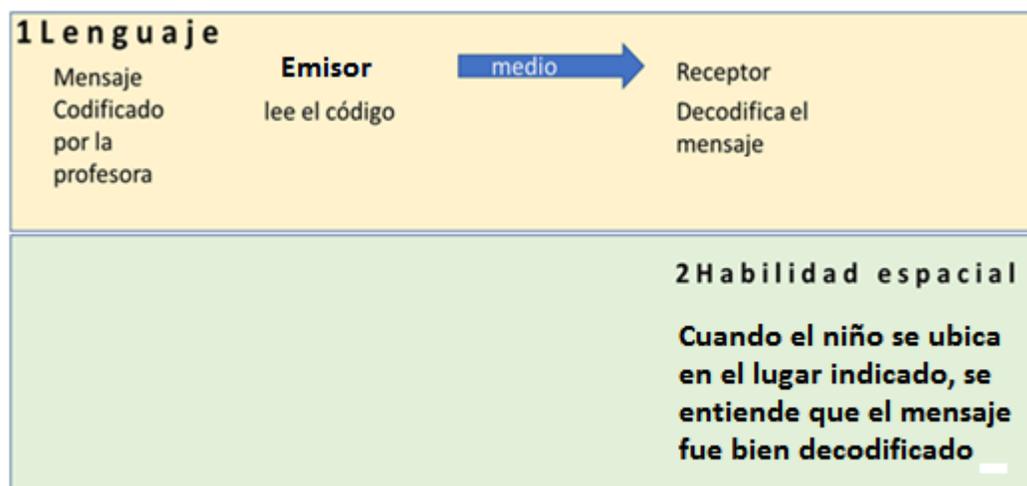


Figura 15. Componentes de una Situación Didáctica. Fuente: elaboración propia.

Durante la realización de la SD se lleva un registro de los emisores y receptores exitosos. Se admite que ambos fueron exitosos cuando el receptor logra la meta o encuentra el premio.

La información se registró en tablas, teniendo en cuenta el siguiente código registrado en la Tabla 30

Tabla 30. Códigos de la información

Entrega las fichas correctamente	R (Recibe)
No entrega las fichas correctamente	N R(No recibe)
No recibe la orden correctamente	N R(No Recibe)
No transmite la información correctamente	NT(No Transmite)
Recibe la orden correctamente	R(recibe)
Transmite la información correctamente	T(Transmite)

Los códigos de la Tabla 30 se refieren a cada uno de los juegos así:

Cada acción de recibir o transmitir o no hacerlo se representan con la T, R, NT y NR (transmite, recibe, no transmite, no recibe) La letra R, por ejemplo, significa que la información fue bien recibida porque realizó la actividad de la respectiva Situación Didáctica. Si observamos, el anterior objetivo, en la SD “el Tren de Carga” cuando el niño entrega las fichas correctamente se escribe la letra R porque al entregar la ficha o figura correspondiente significa que la información fue recibida correctamente. Por el contrario, no entregar la ficha o figura correspondiente se escribe el código NR pues significa que la información no fue recibida adecuadamente.

Análisis de datos

Los análisis de datos se llevaron a cabo mediante las funciones estadísticas del programa Excel. Se han realizado los siguientes análisis:

Porcentaje de niños con éxito como emisor - Resumen: se cuentan las T en cada una de las SD y en cada uno de los grupos.

Porcentaje de niños con éxito como receptor - Resumen: se cuentan las R en cada una de las SD y en cada uno de los grupos.

En cada una de las SD – Resumen se cuentan las T y R en cada uno de los grupos.

Para evaluar el Porcentaje de niños con éxito como emisor o receptor en cada una de las SD se cuentan las T y R de cada uno de los niños en cada uno de los grupos.

Una vez se tuvieron los registros, los datos se contabilizaron en un programa Excel. Se sumaron todas las T, R, NT y NR (transmite, recibe, no transmite, no recibe) y se sacaron los respectivos porcentajes en cada uno de los grupos. Con los registros de todos los grupos se sacó el promedio de todos los porcentajes tanto de emisores como receptores en cada uno de las Situaciones Didácticas.

6.3.3 Procedimiento

Este proceso se hizo durante el año 2016 con las estudiantes practicantes de octavo semestre de pedagogía infantil quienes realizan la práctica pedagógica. Esta es una actividad social que ejercen las estudiantes dando clases, previamente preparadas con la supervisión de un profesor y después reflexionan conjuntamente luego de haberlo hecho, con el fin de evaluarse a sí mismos y darse la posibilidad de mejorar, de elaborar nuevas y más adecuadas técnicas de trabajo adecuadas a su personalidad y a las del grupo de alumnos.

En el desarrollo de la investigación, las estudiantes iban tres días a la semana a desarrollar las actividades habituales de la escuela, pero en este caso, después de las actividades básicas cotidianas, se continuaba con una de las SD desarrolladas anteriormente en esta investigación. Cada SD tuvo una serie de pasos anteriores que permitían preparar a los niños para la SD. Por ejemplo, en el caso de la SD Búsqueda del Tesoro se requirió el desarrollo de muchas actividades para lograrlo (ver Anexo C).

Incluso se planearon y ejecutaron reuniones con los padres de familia: Como la actividad era novedosa, la comunidad no admite cambios fácilmente y esto dificulta la introducción de las SD para enseñar matemáticas, por lo que había necesidad de reunirla y explicarle los motivos y ventajas de participar en estas experiencias. Cabe resaltar que la reforma curricular tuvo un impacto particular en Francia, donde causó la “guerra de las matemáticas”: pues desafortunadamente los padres y algunos profesores se opusieron a ella (Margolinas, 2015).

6.3.4 Participantes

Este proceso se hizo con un total de 73 niños de preescolar, pertenecientes a tres grupos de las escuelas del municipio de Neiva, Colombia. El grupo número uno y dos pertenecen a la Institución Educativa Jardín Nacional, el grupo número uno cuenta con 23

niños el número dos con 22 y el número tres pertenece a la institución educativa Misael Pastrana sede de la Rioja. Los niños tienen un rango de edad entre 5 y 6 años. La edad en que se encuentran los niños de acuerdo con Piaget (1994) pertenece al pensamiento preoperatorio es decir al estadio comprendido entre los dos y los siete años. Ya desde los dos años aparece la función simbólica y como resultado de esta se hace posible la función de la interiorización de las acciones de pensamiento, sin embargo, a lo largo del periodo, no hay todavía operaciones reversibles ni conceptos de conservación. De acuerdo con lo anterior se puede decir que los niños ya tienen la preparación mental para entender y transmitir los símbolos que se manejarán en cada SD.

6.3.5 Resultados de la Etapa 3

Cada niño tiene dos series de registros: las primeras 4 columnas se refiere a los registros como emisor y las últimas cuatro columnas se refiere a los registros como receptor.

Las Tabla 31, Tabla 32 y Tabla 33 muestran los registros de cada uno de los grupos en las 4 situaciones didácticas.

Tabla 31. Registros grupo uno

No	Niño	Descubre la letra oculta	Búsqueda del tesoro	Conquista de juguetes	Tren de carga	Descubre la letra oculta	Búsqueda del tesoro	Conquista de juguetes	Tren de carga
1	Niño 1	T	T	T	T	R	R	R	R
2	Niño 2	T	T	T	NT	R	R	R	NR
3	Niño 3	T	T	T	T	R	R	R	R
4	Niño 4	T	T	T	T	R	R	R	R
5	Niño 5	T	T	T	T	R	R	R	R
6	Niño 6	T	T	T	T	R	R	R	R
7	Niño 7	T	T	T	T	R	R	R	R
8	Niño 8	T	T	T	NT	NR	R	R	R
9	Niño 9	T	T	T	T	R	R	R	R
10	Niño 10	T	T	T	T	R	R	R	R
11	Niño 11	T	T	T	T	R	R	R	R
12	Niño 12	T	T	T	T	R	R	R	R
13	Niño 13	T	T	T	T	NR	R	R	R
14	Niño 14	T	T	T	T	NR	R	R	R
15	Niño 15	T	T	T	T	R	R	R	R
16	Niño 16	NT	NT	NT	NT	NR	NR	NR	NR
17	Niño 17	NT	T	T	NT	NR	R	R	R
18	Niño 18	T	T	T	T	R	R	R	R
19	Niño 19	NT	NT	T	NT	R	R	R	NR
20	Niño 20	T	T	T	T	NR	R	R	R
21	Niño 21	NT	NT	NT	NT	NR	R	NR	NR
22	Niño 22	T	T	T	T	R	R	R	R
23	Niño 23	NT	NT	NT	NT	NR	NR	NR	NR

Tabla 32. Registros grupo dos

N°	Niño	Descubre la letra oculta	Búsqueda del tesoro	Conquista de juguetes	Tren de carga	Descubre la letra oculta	Búsqueda del tesoro	Conquista de juguetes	Tren de carga
1	Niño 1	T	T	T	T	R	R	R	R
2	Niño 2	T	T	T	T	R	R	R	R
3	Niño 3	T	T	T	T	NR	R	R	R
4	Niño 4	T	NT	T	T	NR	NR	R	R
5	Niño 5	T	T	T	T	NR	NR	R	R
6	Niño 6	T	NT	T	T	R	NR	R	R
7	Niño 7	T	NT	T	NT	NR	NR	R	NR
8	Niño 8	T	T	T	T	NR	R	R	R
9	Niño 9	T	T	T	T	R	NR	R	R
10	Niño 10	T	T	T	T	R	R	R	R
11	Niño 11	NT	NT	T	T	NR	NR	R	R
12	Niño 12	T	NT	T	T	NR	NR	R	R
13	Niño 13	T	T	T	T	NR	R	R	NR
14	Niño 14	NT	NT	T	NT	NR	NR	R	NR
15	Niño 15	T	T	T	T	R	R	R	R
16	Niño 16	NT	NT	T	NT	NR	NR	R	NR
17	Niño 17	T	NT	NT	NT	NR	NR	NR	NR
18	Niño 18	T	T	T	T	NR	R	R	R
19	Niño 19	T	T	T	T	R	R	R	R
20	Niño 20	NT	NT	T	T	NR	NR	R	R
21	Niño 21	T	NT	T	T	NR	NR	R	R
22	Niño 22	NT	NT	T	T	NR	NR	R	R

Tabla 33. Registros grupo tres

No	Niño	Descubre la letra oculta	Búsqueda del tesoro	Conquista de juguetes	Tren de carga	Descubre la letra oculta	Búsqueda del tesoro	Conquista de juguetes	Tren de carga
1	Niño 1	NT	T	T	T	R	NR	R	R
2	Niño 2	T	T	T	T	R	R	R	R
3	Niño 3	T	NT	T	T	R	R	R	R
4	Niño 4	T	T	T	T	R	R	R	NR
5	Niño 5	T	T	T	T	R	R	R	NR
6	Niño 6	T	T	T	T	NR	R	R	R
7	Niño 7	T	T	T	T	NR	R	R	R
8	Niño 8	T	T	T	T	R	R	R	R
9	Niño 9	T	T	T	T	R	R	R	R
10	Niño 10	NT	NT	T	T	R	R	R	R
11	Niño 11	T	NT	T	T	NR	R	R	R
12	Niño 12	T	NT	T	T	R	R	R	R
13	Niño 13	T	NT	T	NT	NR	R	R	R
14	Niño 14	NT	NT	NT	NT	NR	NR	NR	R
15	Niño 15	T	T	T	T	R	R	R	R
16	Niño 16	T	T	T	T	R	R	R	R
17	Niño 17	NT	T	T	NT	NR	R	R	NR
18	Niño 18	T	NT	T	NT	NR	R	R	R
19	Niño 19	T	NT	T	T	NR	NR	R	R
20	Niño 20	T	NT	T	NT	NR	R	R	R
21	Niño 21	T	NT	T	NT	R	R	R	R
22	Niño 22	T	NT	T	T	R	R	R	R
23	Niño 23	T	T	T	T	R	R	R	R
24	Niño 24	T	NT	T	T	R	R	R	R
25	Niño 25	T	T	T	T	R	R	R	R
26	Niño 26	T	NT	T	T	R	R	R	NR
27	Niño 27	T	NT	T	T	R	R	R	R
28	Niño 28	T	NT	T	T	R	R	R	R

6.3.6 Resultados Grupo Uno

6.3.6.1 Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”

En la Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”, de los 23 niños 19 (83%) lograron una buena emisión.

En cuanto a recibir el mensaje, de 23 niños 21 (91%) lograron decodificar bien la información. En la recepción hay dos variables que intervienen: la habilidad para ubicarse en el espacio y la decodificación del mensaje. Un niño puede decodificar (entender el mensaje) pero no lo ejecuta correctamente porque le falta desarrollar su habilidad espacial u orientación correcta en el espacio. A pesar de tener que manejar estas dos variables la gran mayoría logró entender el mensaje y desarrollar la acción.

En resumen, en esta SD el grupo número uno fue exitoso tanto en emitir como en receptor información con una ligera ventaja en la habilidad de receptor la información.

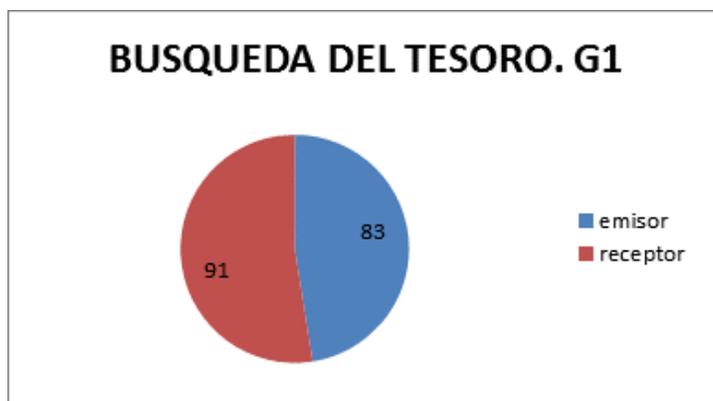


Figura 16. Búsqueda del Tesoro grupo uno. Fuente: elaboración propia

6.3.6.2 Situación Didáctica número dos “Conquista de Juguetes”

En la Situación Didáctica número dos SD “Conquista de Juguetes” de un total de 23 niños el 87% lograron tanto emitir bien la información como decodificar con éxito la información.

En el caso del emisor, su habilidad consiste en comunicar al mismo tiempo un color y el nombre de un animal. Mientras que quien recibe el mensaje debe ubicarse en el espacio de acuerdo con las coordenadas que son determinadas por el nombre del animal y el color.

Esta SD implica que el niño utilice un sistema de coordenadas para localizar y describir relaciones espaciales. A pesar de que esta es una habilidad que se trabaja en los últimos cursos de primaria en el caso de los niños de nuestro estudio fue lograda por casi toda la totalidad del grupo.

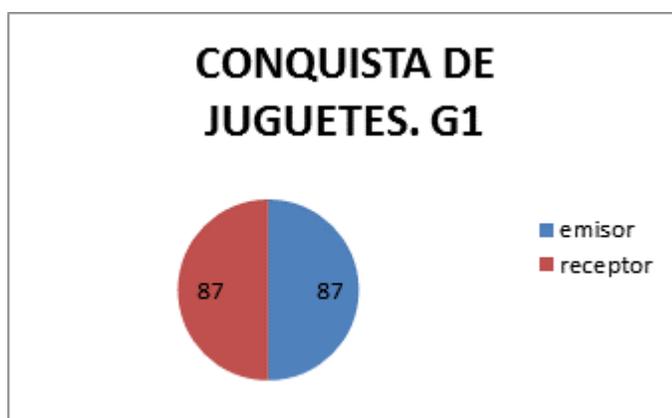


Figura 17. Conquista de Juguetes grupo uno. Fuente: elaboración propia.

6.3.6.3 Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta”

En la Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta” de 23 niños 18 de ellos (78%) lograron emitir bien la información. Sin embargo, sólo el 65% logró receptor bien la información. Aunque esta SD implica que el niño utilice un sistema de coordenadas para localizar y describir relaciones espaciales que ya son logradas en la anterior SD, el hecho de manejar varios cuadros al tiempo hace que el niño se confunda y al final algunos no logran seguir todas las indicaciones correctamente.

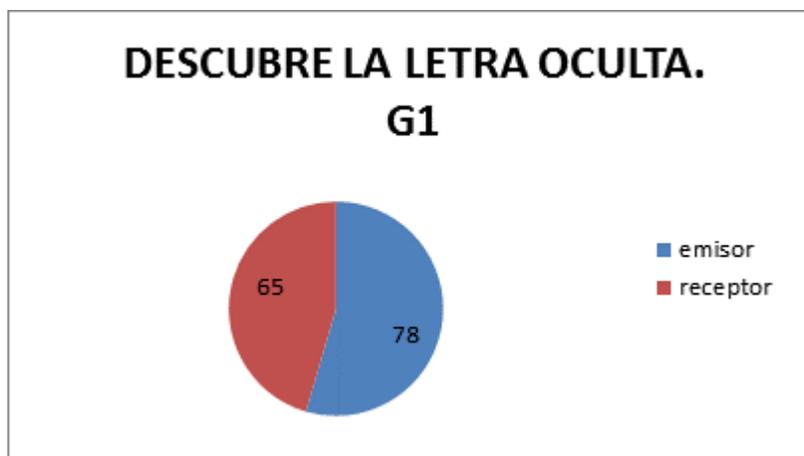


Figura 18. Descubre la Letra Oculta grupo uno. Fuente: elaboración propia.

6.3.6.4 Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga”

La Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga” de 23 niños 70% lograron emitir bien la información. Esta SD implica que además de que el niño utilice un sistema de coordenadas para localizar relaciones espaciales debe saber y reconocer las figuras geométricas, para entregarle al emisor la ficha con las características por él solicitadas. En este caso, el número de niño receptores, encargados de entregar la figura geométrica, fue un poco mayor con relación a los niños emisores.

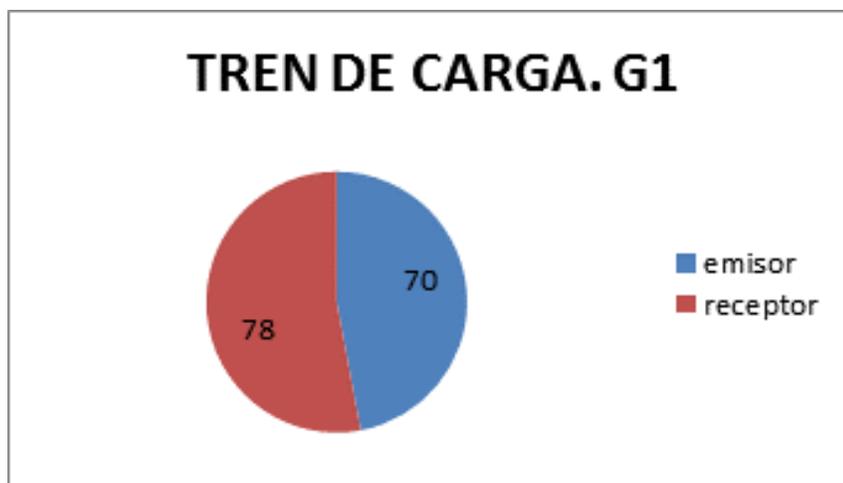


Figura 19. Tren de Carga grupo uno. Fuente: elaboración propia.

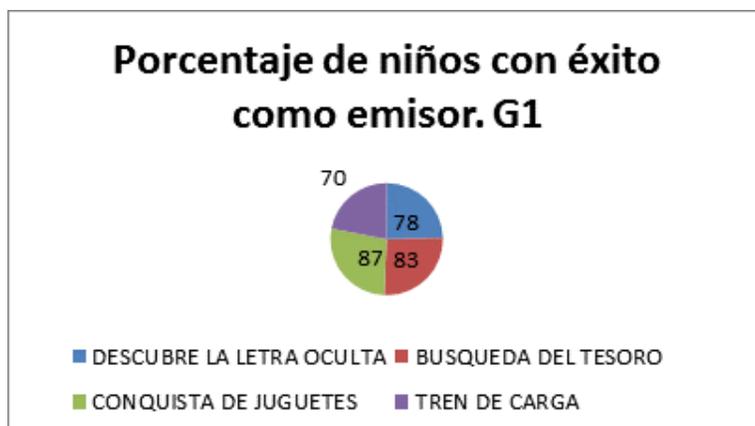


Figura 20. Niños emisores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo uno. Fuente: elaboración propia.

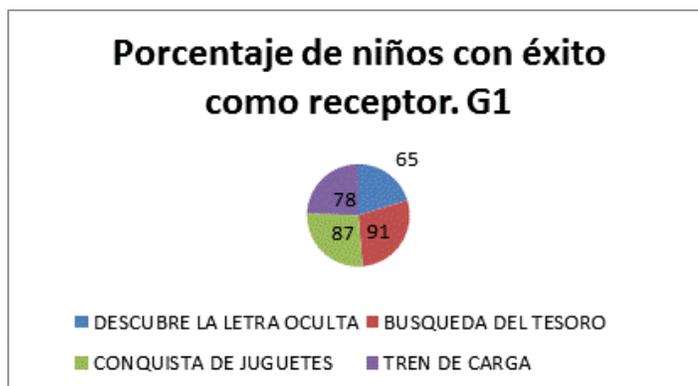


Figura 21. Niños receptores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo uno. Fuente: elaboración propia.

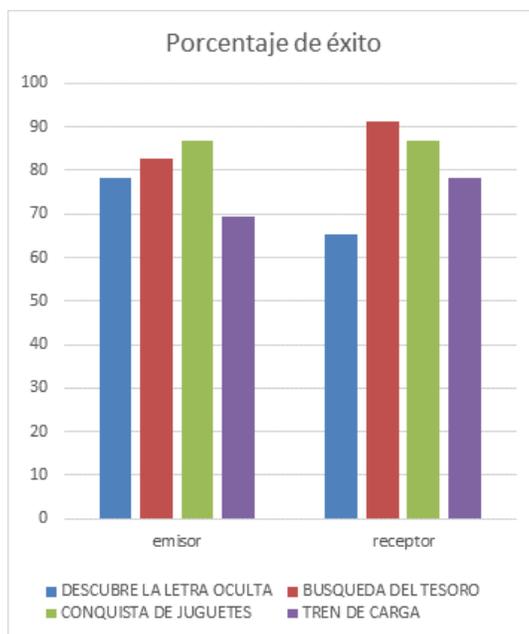


Figura 22. Porcentaje total emisores y receptores de situaciones didácticas grupo uno. Fuente: elaboración propia.

La siguiente figura 23 ilustra la tabla anterior de porcentaje de niños que tuvieron éxito simultáneo en las diferentes SD tanto en su papel de emisores como de receptores:

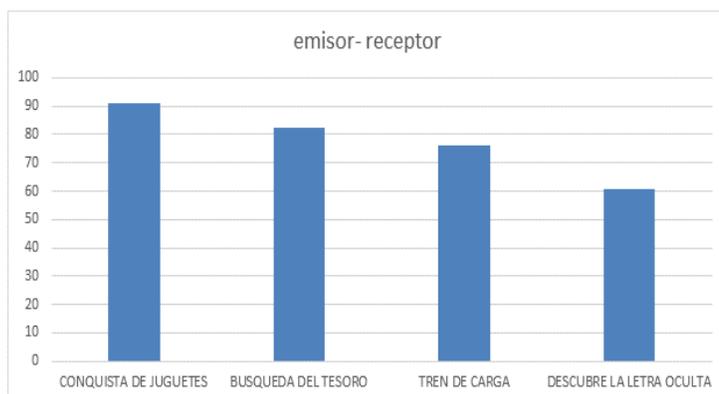


Figura 23. Emisor - Receptor exitoso en cada una de las situaciones didácticas del grupo uno. Fuente: elaboración propia.

6.3.7 Resultados Grupo Dos

6.3.7.1 Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”

En el grupo dos, en la Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”, de los 22 niños 11 (50%) lograron una buena emisión.

En cuanto a recibir el mensaje, de 22 niños 9 (41%) lograron decodificar bien la información. Como habíamos dicho al comienzo, en el análisis del grupo número uno, en la recepción intervienen dos variables: la habilidad para ubicarse en el espacio y la decodificación del mensaje. Un niño puede decodificar (entender el mensaje) pero no lo ejecuta correctamente porque le falta desarrollar su habilidad espacial u orientación correcta en el espacio. En este caso podemos observar en la figura 24 que el número de niños receptores fue menor. En este caso ocurrió que, a pesar de ser niños de la misma escuela, los niños eran muy inquietos, por lo tanto, las actividades desarrolladas como la ubicación espacial que implica que el niño debía moverse y ubicarse fuera de su puesto habitual de trabajo, se complicaba debido precisamente al desorden que formaban pues al hacer actividades fuera de su sitio habitual se distraían fácilmente lo que dificultaba la ejecución de la misma.

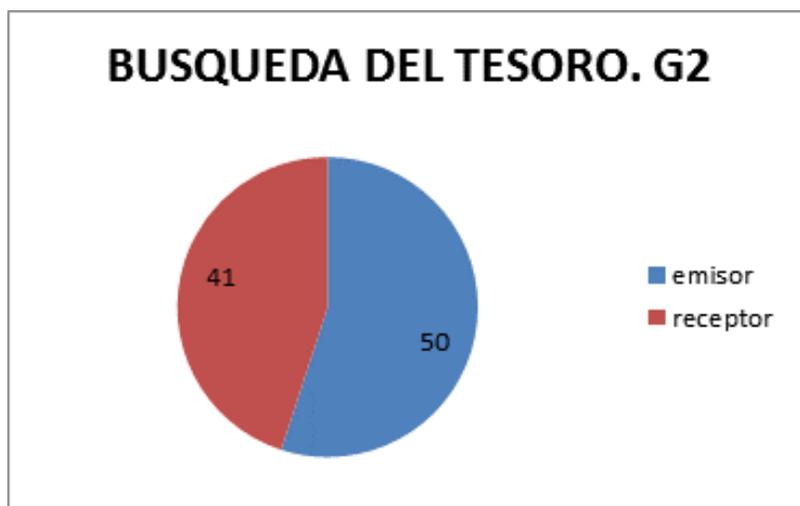


Figura 24. Búsqueda del Tesoro grupo dos. Fuente: elaboración propia.

6.3.7.2 Situación Didáctica número dos “Conquista de Juguetes”

En la Situación Didáctica número dos SD “Conquista de Juguetes” de un total de 22 niños 21 de ellos, el 95% lograron tanto emitir bien la información como decodificar con éxito la información.

Recordemos que en esta SD el niño que emite el mensaje debe tener la habilidad para comunicar al mismo tiempo un color y el nombre de un animal. Mientras que quien recibe el mensaje debe ubicarse en el espacio de acuerdo con las coordenadas que son determinadas por el nombre del animal y el color.

Como hemos dicho al comienzo, en esta SD el niño debe utilizar un sistema de coordenadas para localizar y describir relaciones espaciales. Esta habilidad se trabaja en los últimos cursos de primaria, sin embargo, en el caso de los niños de nuestro estudio fue lograda por casi la totalidad del grupo. Esta SD tuvo una secuencia que implicó que los niños inicialmente trabajaban las actividades en un replica pequeña en una hoja de papel, por lo tanto, todos los niños simultáneamente desarrollaban la misma actividad lo que pudo ayudar a que el porcentaje de éxito fuera mayor.

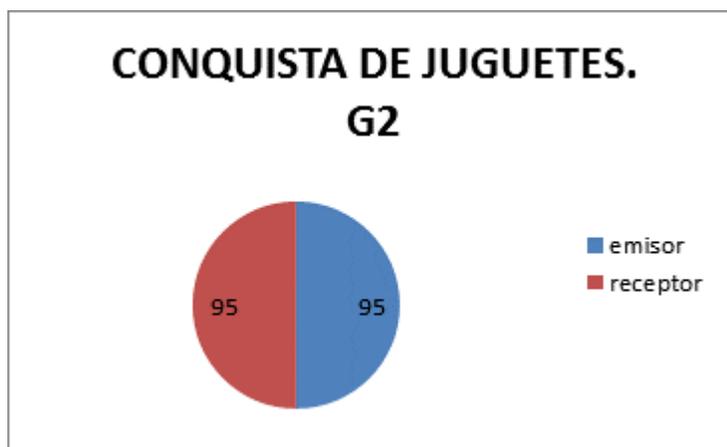


Figura 25. Conquista de Juguetes grupo dos. Fuente: elaboración propia.

6.3.7.3 Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta”

En la Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta” de 22 niños 17 de ellos (77%) lograron emitir bien la información. Como ya hemos dicho, esta SD implica que el niño utilice un sistema de coordenadas para localizar y describir relaciones espaciales que ya son logradas en la anterior SD, por lo tanto, el emisor estaba manejando el mismo esquema ya conocido lo que influyó en el éxito de la mayoría.

La figura 26, muestra que de 22 niños 7 de ellos (32%) lograron decodificar con éxito la información. Al igual que ocurrió en el grupo número uno el receptor debe manejar varios cuadros al tiempo esto hace que algunos niños se confundan y al final no logran descubrir la letra correctamente.

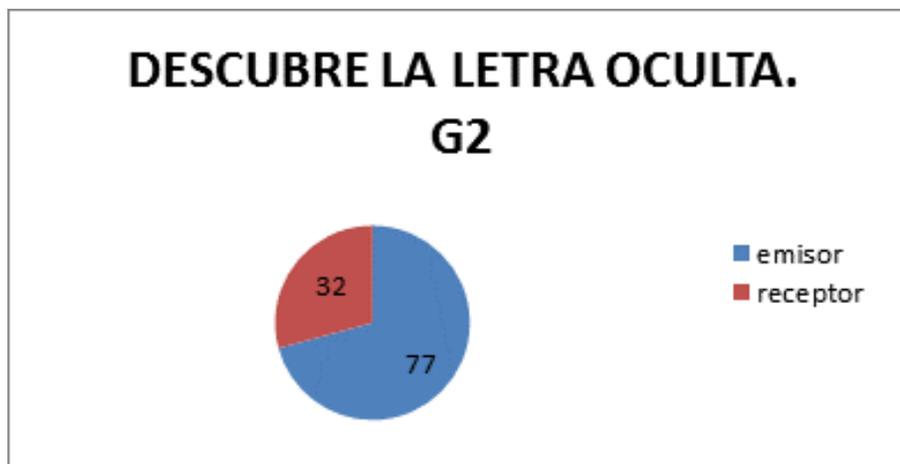


Figura 26. Descubre la Letra Oculta grupo dos. Fuente: elaboración propia.

6.3.7.4 Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga”

La Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga” de 22 niños 18 (82%) lograron emitir bien la información. Esta SD implica que además de que el niño utilice un sistema de coordenadas para localizar relaciones espaciales debe saber y reconocer las figuras geométricas.

Así mismo, 17 de ellos (77%) lograron decodificar con éxito la información. A pesar de que los niños reconocen las figuras geométricas esta debía ser seleccionada de un conjunto de muchas figuras al tiempo lo que de nuevo influía en que ante la cantidad simultanea de figuras algunos niños se confundían y no entregaban la ficha correcta.

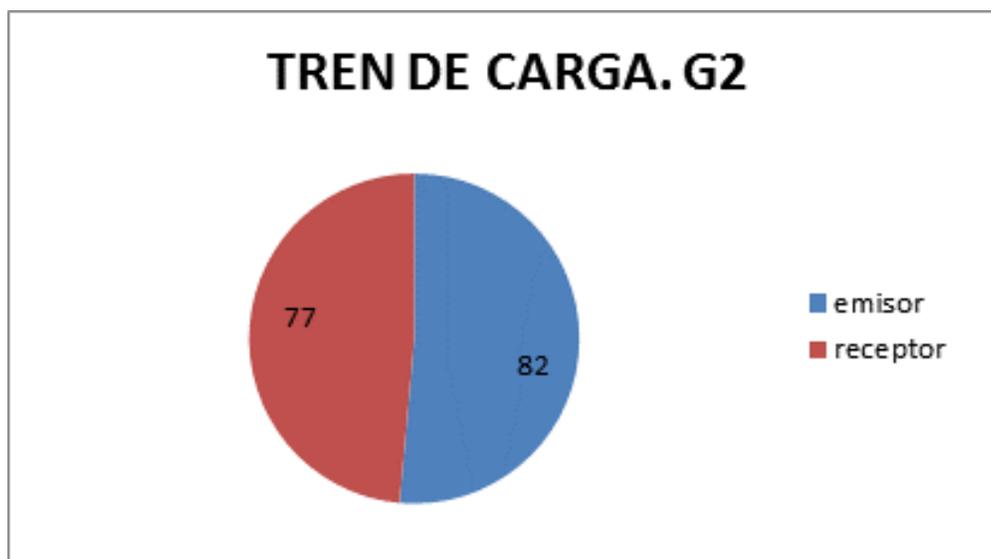


Figura 27. Tren de Carga grupo dos. Fuente: elaboración propia.

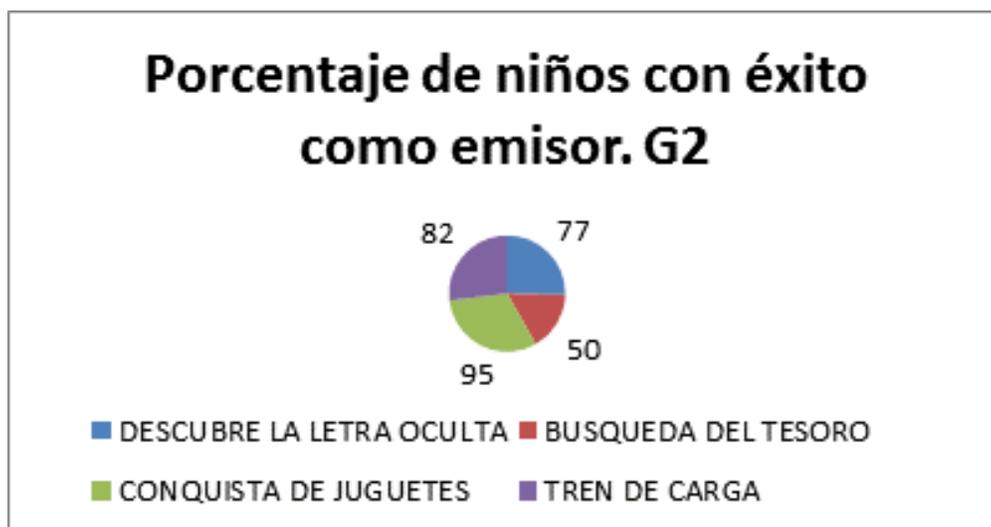


Figura 28. Niños emisores exitosos en cada una de las SD del grupo dos. Fuente: elaboración propia.

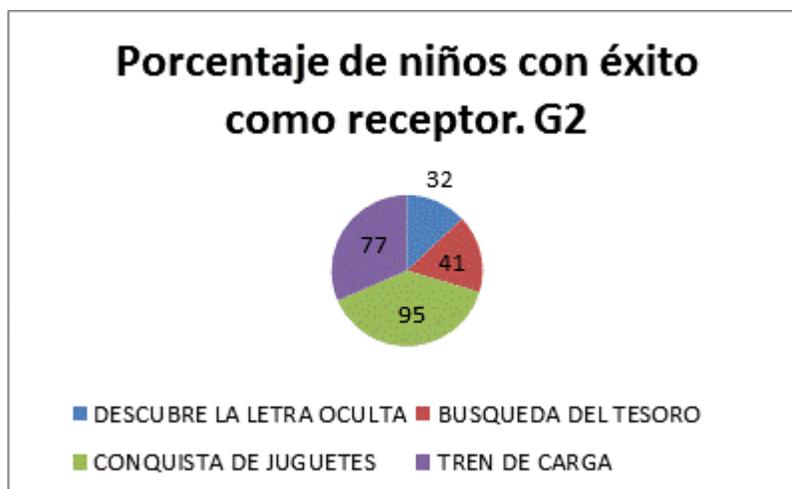


Figura 29. Niños receptores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo dos. Fuente: elaboración propia.

Igualmente, la figura 30 resume el porcentaje de éxitos en la emisión y recepción de los códigos.

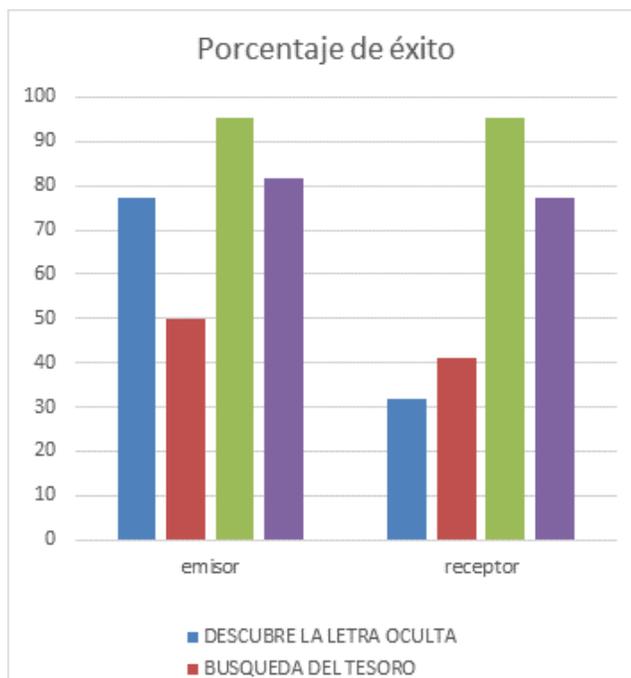


Figura 30. Porcentaje total emisores y receptores de situaciones didácticas grupo dos.

Fuente: elaboración propia.

La figura 31 ilustra el porcentaje de niños que tuvieron éxito simultáneo en las cuatro SD tanto en su papel de emisores como de receptores en el grupo dos. Puede observarse que la Situación Didáctica Conquista de Juguetes fue donde hubo más cantidad de niños que podían desarrollar la Situación Didáctica en cualquiera de los dos roles seguido de la Situación Didáctica el Tren de Carga con casi un 80% de éxito.

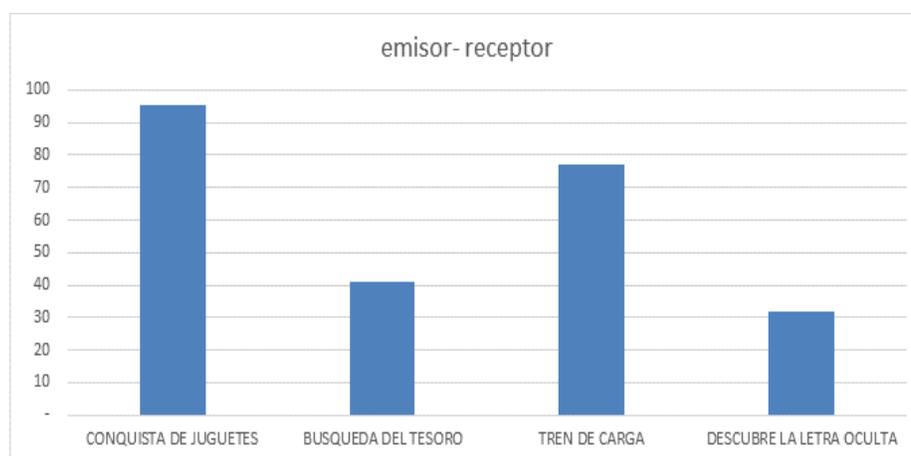


Figura 31. Emisor – Receptor exitoso en cada una de las situaciones didácticas del grupo dos. Fuente: elaboración propia.

6.3.8 Resultados del Grupo Tres

6.3.8.1 Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”

En el grupo 3 en la Situación Didáctica número uno “Búsqueda del Tesoro”, de 28 niños 25 (89%) logran una buena emisión.

En cuanto a recibir el mensaje, de los 28 niños 13 (46%) lograron decodificar bien la información. En la recepción hay dos variables que intervienen: la habilidad para ubicarse en el espacio y la decodificación del mensaje. La habilidad para ubicarse en el espacio implica que se deben hacer muchos ejercicios para que los niños la adquieran con facilidad. En este grupo, debido a que el currículo de la escuela es poco flexible y permite pocas actividades fuera de su puesto de trabajo, muy pocos niños lograron adquirir la habilidad de orientarse

dentro del espacio. Por el contrario, el hecho de trabajar más tiempo en actividades en su cuaderno, como fue el caso de las actividades previas con el uso de la cuadrícula, hizo que los niños adquirieran más habilidad para decodificar o entender el mensaje, pero sólo la mitad de ellos ejecutaron correctamente las actividades de orientación espacial. Es decir, la gran mayoría logró transmitir el mensaje, pero muy pocos ejecutaron la acción indicada.



Figura 32. Búsqueda del Tesoro grupo tres. Fuente: elaboración propia.

6.3.8.2 Situación Didáctica número dos "Conquista de Juguetes"

En la Situación Didáctica número dos "Conquista de Juguetes" de un total de 28 niños 27 de ellos, el 96%, lograron tanto emitir bien la información como decodificar con éxito la información.

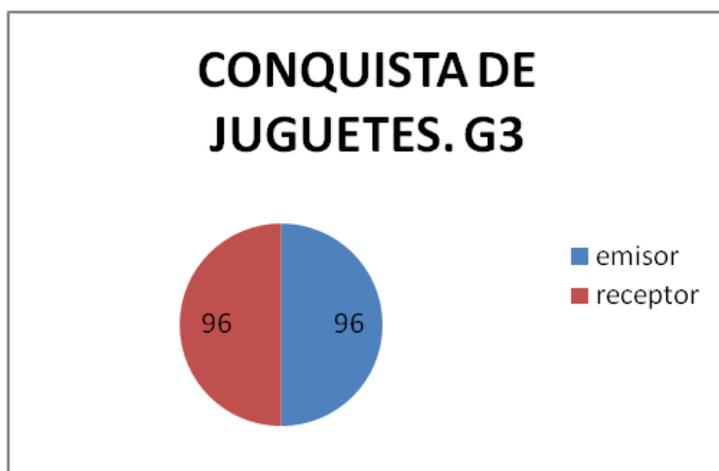


Figura 33. Conquista de Juguetes grupo tres. Fuente: elaboración propia.

6.3.8.3 Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta”

En la Situación Didáctica número tres “Descubre la Letra Oculta” de 28 niños 24 de ellos (86%) lograron emitir bien la información. Así mismo de 28 niños 19 de ellos (68%) lograron decodificar con éxito la información. Como ya se ha dicho, esta SD implica que el niño utilice un sistema de coordenadas para localizar y describir relaciones espaciales que ya son logradas en la SD Conquista de Juguetes, pero se manejan varios cuadros al tiempo lo que aumenta un poco el nivel de dificultad.

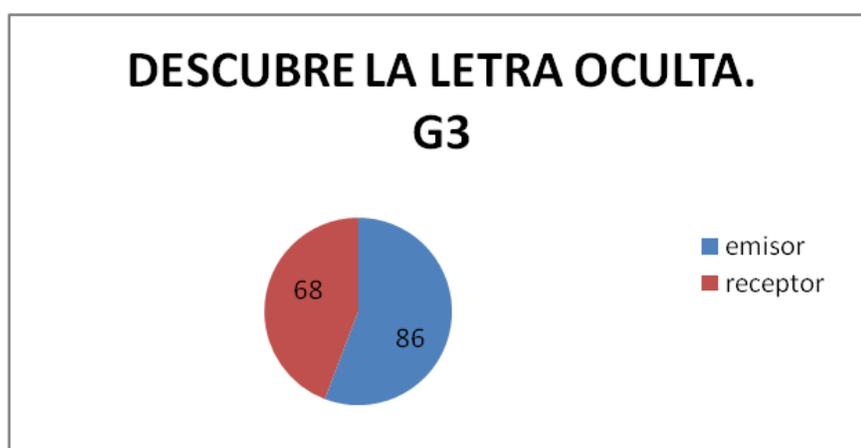


Figura 34. Descubre la Letra Oculta grupo tres. Fuente: elaboración propia.

6.3.8.4 Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga”

En la Situación Didáctica número cuatro “El Tren de Carga” de 28 niños 22 (79%) lograron emitir bien la información. Así mismo el 86% lograron decodificar con éxito la información.

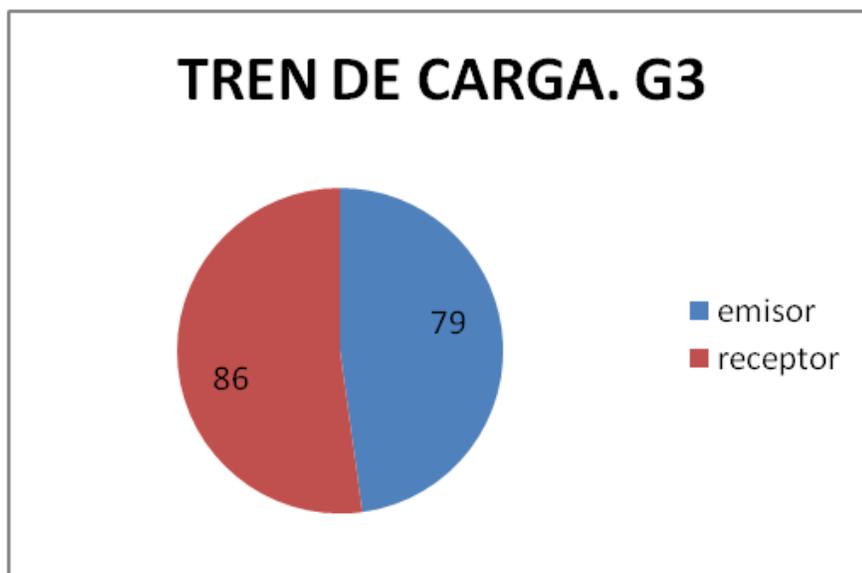


Figura 35. Tren de Carga grupo tres. Fuente: elaboración propia

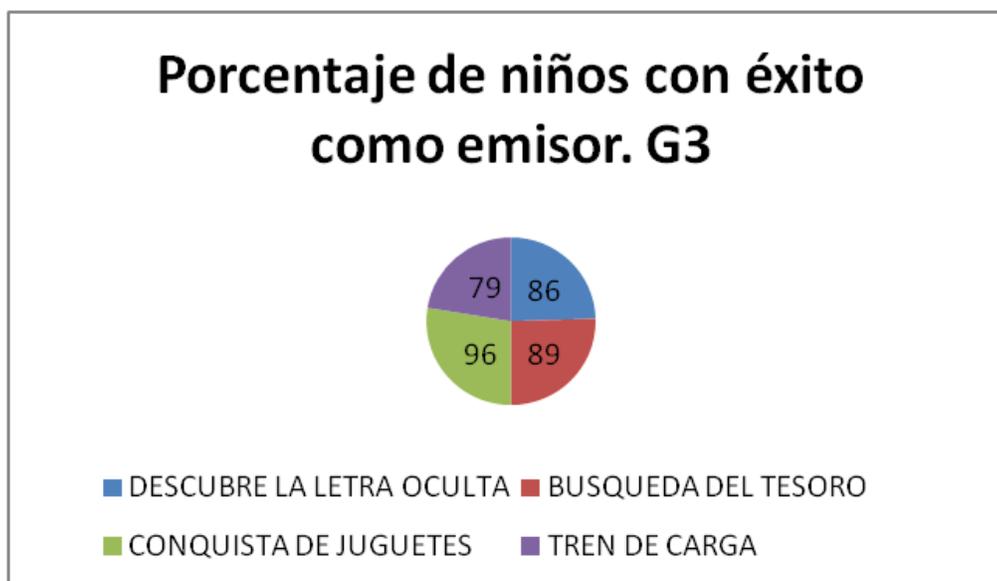


Figura 36. Niños emisores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo tres. Fuente: elaboración propia.

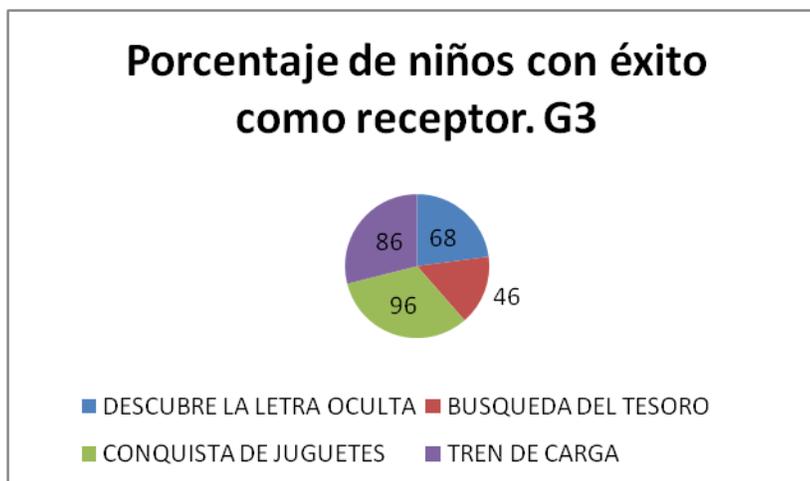


Figura 37. Niños receptores exitosos en cada una de las situaciones didácticas del grupo tres. Fuente: elaboración propia.

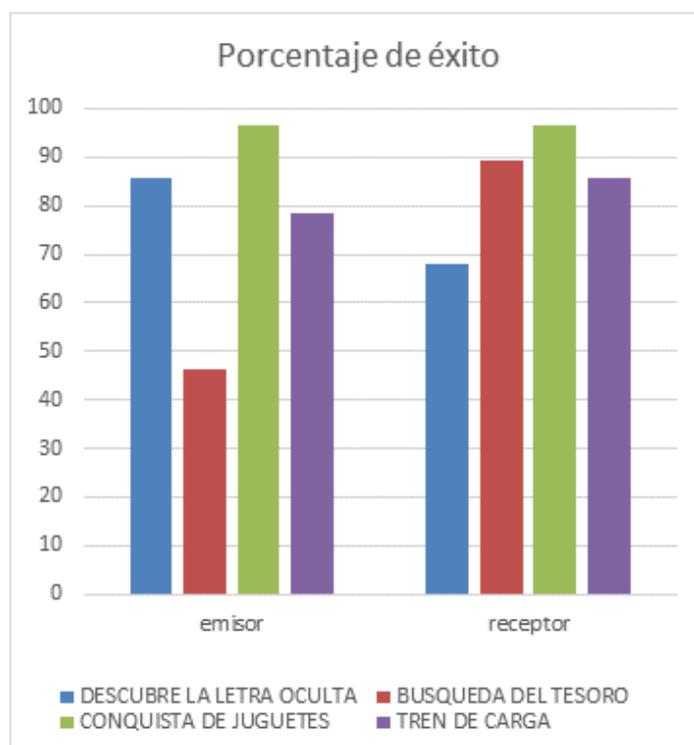


Figura 38. Porcentaje total emisores y receptores de situaciones didácticas grupo tres. Fuente: elaboración propia.

La siguiente figura 39 ilustra el porcentaje de niños del grupo tres que tuvieron éxito simultáneo en las cuatro SD tanto en su papel de emisores como de receptores. Puede

observarse que nuevamente la Situación Didáctica Conquista de Juguetes fue donde hubo más cantidad de niños que podían desarrollar la Situación Didáctica en cualquiera de los dos roles.

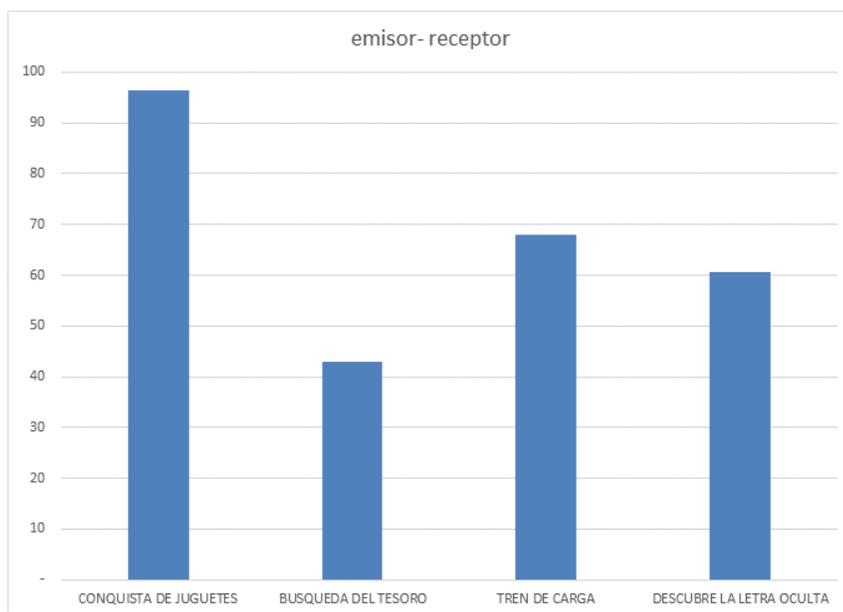


Figura 39. Emisor – Receptor exitoso en cada una de las situaciones didácticas del grupo tres. Fuente: elaboración propia.

7 Resultados Generales

En este apartado hemos organizado en forma gráfica los logros conseguidos en cada uno de los grupos con el fin de tener un panorama general de lo ocurrido en los tres grupos.

La figura 40 refleja el promedio de los porcentajes de los tres grupos como emisores. Se puede apreciar que los tres grupos alcanzaron en promedio entre el 75% y el 93% siendo Conquista de Juguetes la Situación Didáctica en donde hubo más cantidad de niños con éxito como emisores.

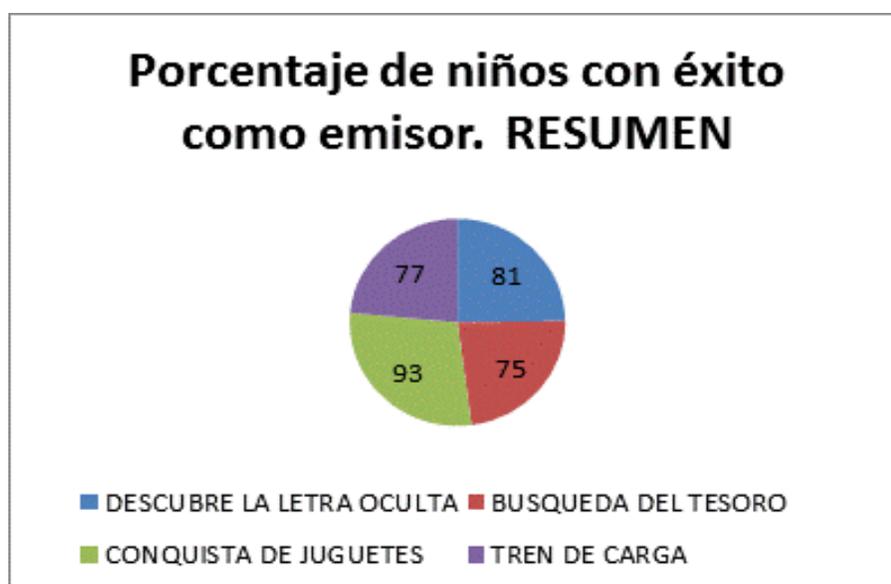


Figura 40. Resumen de niños exitosos como emisor en cada una de las situaciones didácticas. Fuente: elaboración propia.

En la siguiente figura 41 se observa el promedio de los porcentajes de los tres grupos como receptores. Se observa que en promedio el éxito en la recepción de información está entre el 56% y el 96% siendo nuevamente Conquista de Juguetes la Situación Didáctica en donde hubo más cantidad de niños con éxito como receptores. Recordemos que, en las primeras tres situaciones didácticas, el hecho de decodificar las instrucciones implica ejecutarlas mediante habilidades espaciales.

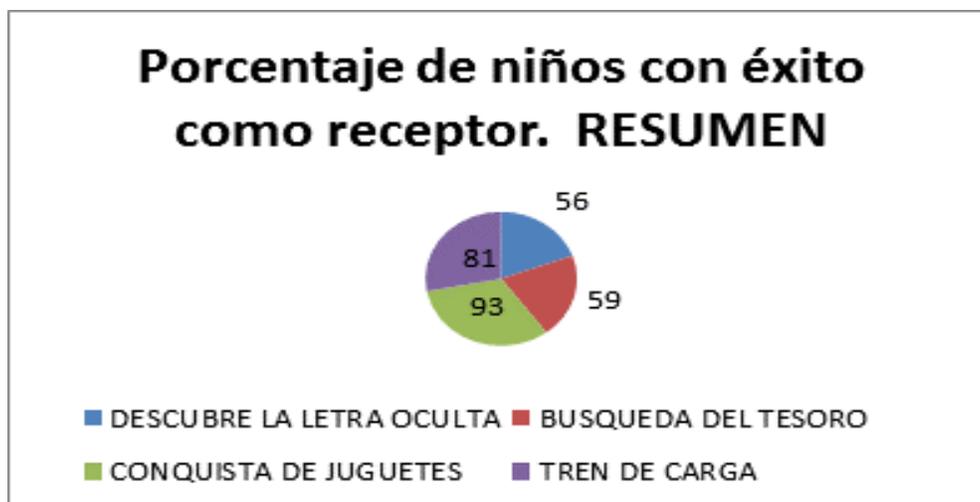


Figura 41. Resumen de niños exitosos como receptores en cada una de las situaciones didácticas. Fuente: elaboración propia.

Podemos observar en la siguiente figura 42 que en el grupo uno el 70 por ciento de los niños en las 4 situaciones didácticas tuvo éxito como emisores y un 4% tuvo al menos en una Situación Didáctica éxito como emisor.

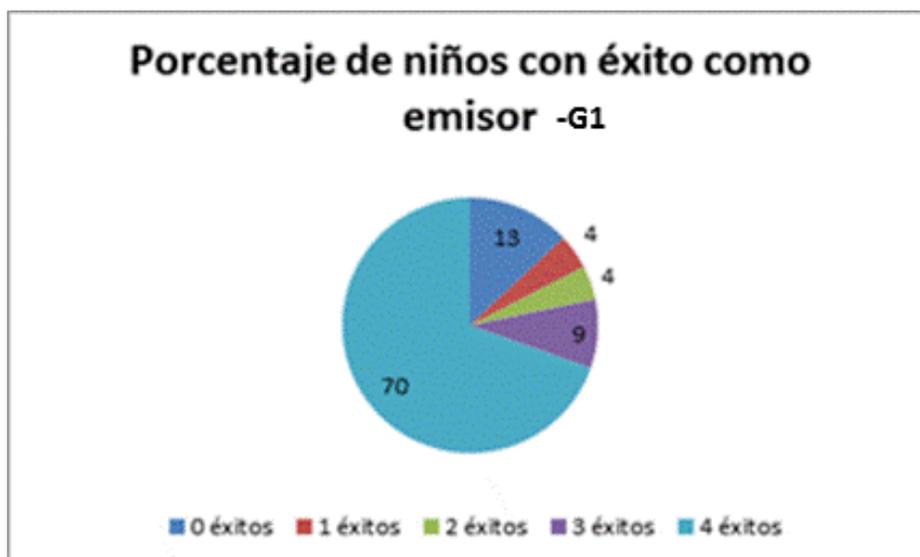


Figura 42. Número de veces de niños exitosos como emisor grupo uno. Fuente: elaboración propia.

En el grupo dos el 50% por ciento de los niños en las 4 situaciones didácticas tuvieron éxito como emisores y un 14% por ciento tuvo al menos en una de las situaciones didácticas éxito como emisor.



Figura 43. Número de veces de niños exitosos como emisor grupo dos. Fuente: elaboración propia.

En el grupo tres el 39 por ciento de los niños tuvieron éxito como emisores en las 4 situaciones didácticas seguido de un 36 por ciento de éxito en al menos tres situaciones didácticas.

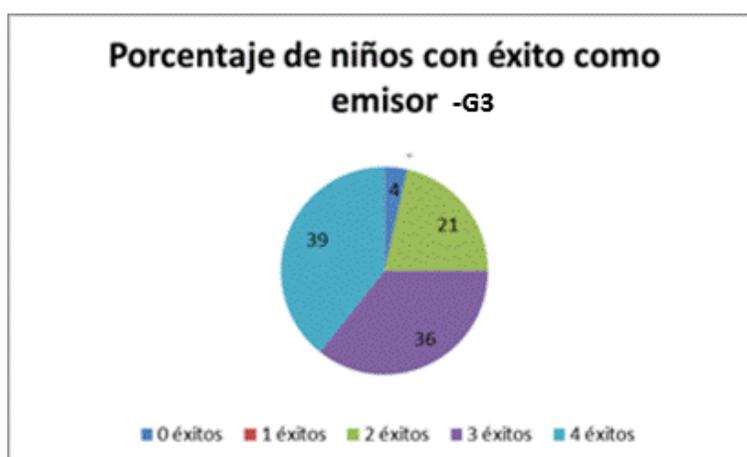


Figura 44. Número de veces de niños exitosos como emisor grupo tres. Fuente: elaboración propia.

En el grupo uno el 57 por ciento de los niños tuvo éxito como receptores en las 4 situaciones didácticas seguido de un 30 por ciento de éxito en al menos tres situaciones didácticas.

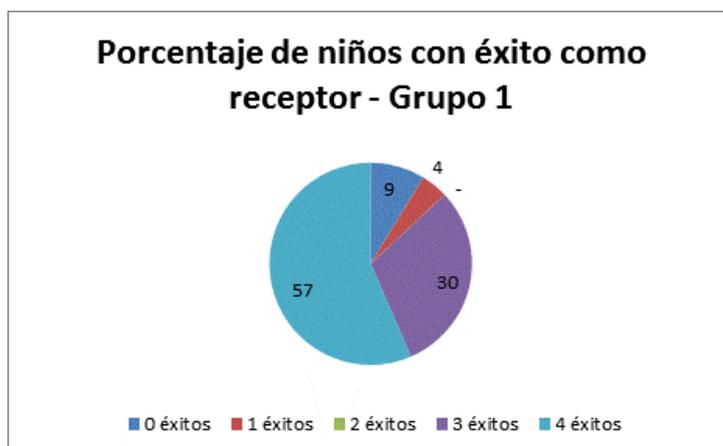


Figura 45. Número de veces de niños exitosos como receptor grupo uno. Fuente: elaboración propia.

La figura 46, muestra que en el grupo dos un 23% por ciento de los niños tuvieron éxito como receptores en 3 y 4 situaciones didácticas seguido de un 36% de éxito como receptores en dos de las situaciones didácticas.

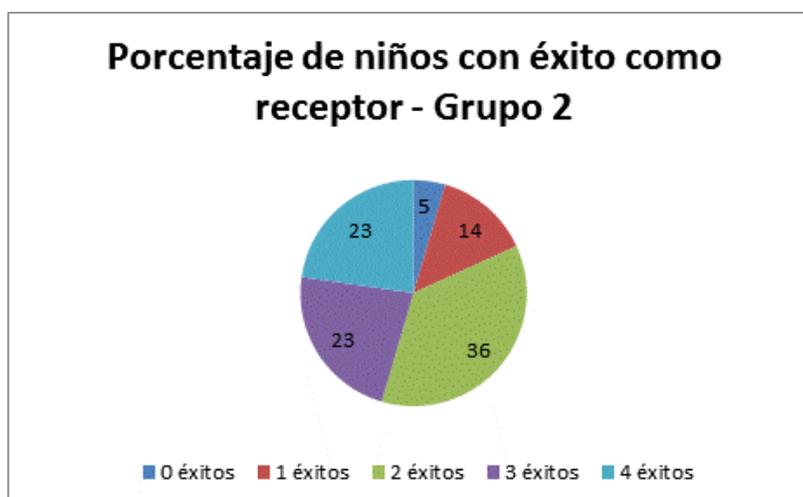


Figura 46. Número de veces de niños exitosos como receptor grupo dos. Fuente: elaboración propia.

La figura 47, muestra que en el grupo tres un 54% por ciento de los niños tuvieron éxito como receptores en 4 situaciones didácticas seguido de un 36% de éxito como receptores en tres de las situaciones didácticas.

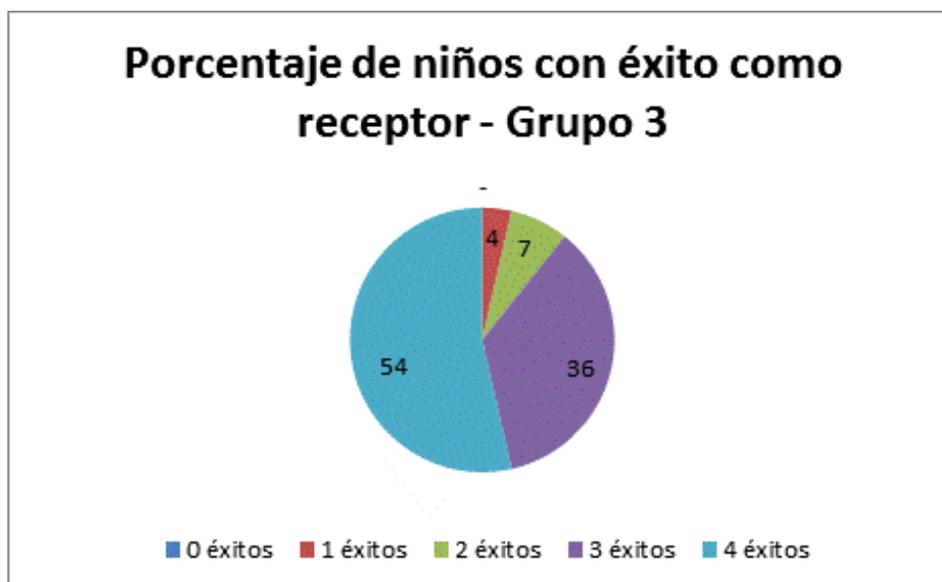


Figura 47. Número de veces de niños exitosos como receptor grupo tres. Fuente: elaboración propia.

En la figura 48, podemos observar el consolidado de emisiones y recepciones exitosas de los tres grupos en las cuatro situaciones didácticas. Cabe destacar que la Situación Didáctica Conquista de Juguetes fue donde hubo más cantidad de niños con éxito tanto en emitir como en recibir información. Se observa también que la Situación Didáctica el Tren de Carga tiene resultados similares superiores al 60% en los tres grupos.

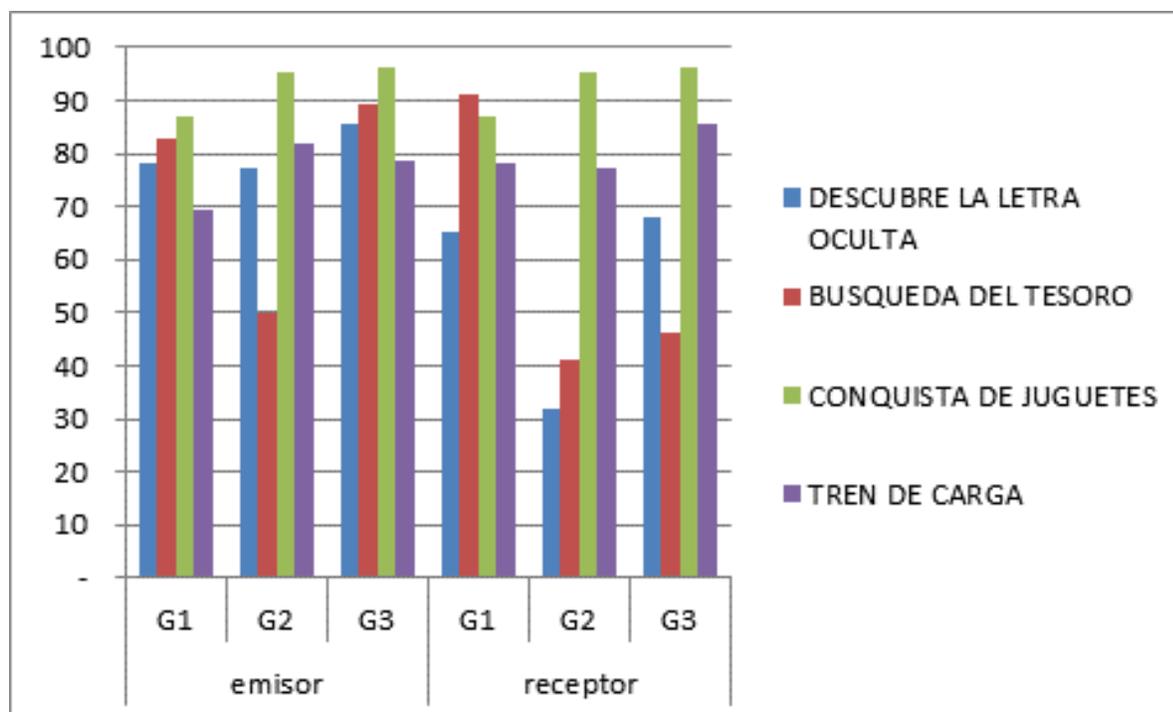


Figura 48. Consolidado de las emisiones y recepciones exitosas de los tres grupos. Fuente: elaboración propia.

8 Discusión de Resultados

Si volvemos a la figura 41 Resumen de niños exitosos como receptores en cada una de las Situaciones Didácticas, vemos que el promedio de los porcentajes de los tres grupos como receptores está entre el 56% y el 96%. Receptar la información implica decodificar las instrucciones y ejecutarlas mediante habilidades espaciales, es decir que este mismo porcentaje de niños logró adquirir las habilidades que se desarrollaron mediante las respectivas Situaciones Didácticas. Estos resultados confirman los de otros autores como Santiuste y González (2014) y Wong et al., (2012) sobre el desarrollo de la comunicación y pensamiento en los niños, como también la relación entre las habilidades matemáticas y habilidades de lenguaje de Purpura y Ganley (2014). Igualmente, los estudios de Purpura, et al., (2017) han mostrado, además, que el aumento de la exposición al lenguaje matemático puede afectar positivamente a sus habilidades matemáticas.

Así mismo en la figura 48 de la anterior página se puede apreciar las diferencias de los resultados de cada una de las Situaciones Didácticas en los tres grupos. Cabe destacarse cómo en el grupo uno receptor la información fue un proceso más exitoso. En este grupo de las cuatro situaciones didácticas sólo una tuvo resultados inferiores en el receptor. En los grupos dos y tres se observa una diferencia en la SD Búsqueda del Tesoro donde el receptor obtuvo resultados inferiores. La causa de esta diferencia ocurrió porque en ambos grupos hubo pocas actividades de orientación espacial, en el caso del grupo dos debido a las dificultades que hubo para lograr mantener la disciplina cuando se trataba de actividades fuera del salón de clase y en el caso del grupo tres debido a que sus horarios son poco flexibles y permiten pocas actividades por fuera del salón. Estos resultados concuerdan con Santiuste y González (2014) quienes dentro de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas han señalado factores

contextuales como las estrategias de enseñanza y los estilos del profesor. Se observa en el grupo tres que, dentro de las estrategias de enseñanza, las actividades fuera del sitio de trabajo son poco utilizadas y son más inclinados a trabajar sólo en sus cuadernos lo que influyó en la poca habilidad de los niños para la orientación espacial. También los estilos del profesor pueden haber influido en el sentido de que para trabajar fuera de su sitio habitual de trabajo se debe tener más dominio de grupo y esta habilidad es más propia de profesores que continuamente realizan esta forma de trabajo como pasaría, por ejemplo, con profesores de danzas o deportes. Por otro lado, si observamos el **Anexo C**, el juego del tesoro incluye una secuencia didáctica que implica que los niños le dicten a la profesora para que ella coloree en el tablero una cuadrícula grande y al mismo tiempo los niños también puedan hacerlo en sus puestos de trabajo coloreando una cuadrícula más pequeña (Ver **Anexo C** secuencia del tesoro). Entonces en este juego los niños de los tres grupos adquirieron habilidad para emitir la información y por consiguiente adquirieron la habilidad para dar instrucciones relacionadas con distancia, dirección y orientación como derecha e izquierda, arriba y abajo. Cabe destacar que en el grupo uno se logró que más del 90% de los niños adquirieran también la habilidad de usar esas nociones para desplazarse y ubicar lugares en un espacio más amplio. Esto último concuerda con los estudios de Verdine, et al., (2014), sobre el vínculo entre las habilidades espaciales y habilidades matemáticas y, de igual modo, con los trabajos sobre la memoria visoespacial y las capacidades en matemáticas de Bresgi, et al., (2017).

Ahora bien, la buena disposición que se logró para el acercamiento a las matemáticas a través de la rigurosa selección de las situaciones didácticas confirma los estudios sobre lectura y matemática de Pinto, et al., (2016), según ellos, una buena disposición de los niños para pronunciar palabras, deletrear, construir frases y expresarse, tiene que ver con un acercamiento exitoso hacia el pensamiento matemático. Así mismo, Santiuste y González

(2014) señalan también, dentro de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, los factores afectivos cómo la motivación y el sentimiento de autoeficacia. En nuestra investigación siempre se procuró que los niños estuvieran preparados para los nuevos retos y se observó cuidadosamente el cumplimiento de las situaciones de acción, formulación y validación de acuerdo con la teoría de SD de Brousseau.

Por otro lado, los resultados de la Situación Didáctica Conquista de Juguetes en donde hubo más cantidad de niños con éxito tanto receptores como emisores, confirman los estudios de Carpenter y Moser (1984 citado en Wong, et al., 2012) quienes afirman que la vinculación con los conceptos aprendidos previamente contribuye a profundas comprensiones conceptuales de los niños. En este caso el esquema de este juego fue la base tanto para la SD “El Tren de Carga” como para la SD “Descubre la Letra Oculta” lo que contribuyó al éxito de los niños en esta SD pues los niños todo el tiempo manejaron un esquema que ya era familiar para todos.

Cabe resaltar que en la SD “Conquista de Juguetes” el niño debe utilizar un sistema de coordenadas para localizar y describir relaciones espaciales. Aunque esta es una habilidad que se trabaja en los últimos cursos de primaria fue lograda por la mayoría de los niños de los tres grupos de nuestro estudio. Resultados a los que se aproximan Toll y Van (2014) cuando se refieren a la importancia de las habilidades en un lenguaje específico relacionado con las matemáticas para explicar el desempeño temprano en dicha área. En este caso, entre el 87 y el 96 por ciento de los niños de nuestro estudio adquirieron la habilidad de ubicarse en el primer cuadrante del plano cartesiano a pesar de ser una actividad que comúnmente se trabaja con niños de mayor edad. Cómo siempre, tuvo gran importancia el hecho de que todos los niños trabajaban simultáneamente las actividades en un replica pequeña en una hoja de papel, por lo

tanto, todos los niños simultáneamente desarrollaban la misma actividad, lo que pudo ayudar a que el porcentaje de éxito fuera mayor.

En cuanto a la SD “Búsqueda del Tesoro”, cabe destacar que, al inicio, se les entregaba a los grupos los símbolos (flechas) previamente dibujados lo que influyó positivamente en la situación de acción, pues al no gastar tiempo en dibujarlos los niños se concentraron directamente en la codificación del mensaje. Esto concuerda con las investigaciones de Piaget (1994) en cuanto a las dificultades que se tienen en la etapa preoperatoria para que el niño sea capaz de representar mentalmente un plano o cualquier objeto. También se relaciona con las investigaciones de Yang, et al., (2017), sobre el desarrollo de la capacidad multitarea a través de la infancia, cuyos resultados mostraron que incluso a la edad de 12 años los niños todavía no han alcanzado la capacidad para organizar complejas y variadas tareas.

Sin embargo, estratégicamente se terminó entregándoles el código o secuencia de símbolos con los caminos previamente definidos por la profesora, para evitar la indisciplina que se generaba por la larga espera a que el emisor repitiera la codificación del mensaje. Este inconveniente tiene su explicación en las investigaciones de Piaget y Inhelder (2013) en la que demuestran que el niño de 4 a 6 años puede organizar los objetos ajustados a un patrón general de un modelo, pero no presta mucha atención a la forma en que los elementos adyacentes están dispuestos (AB o BA).

En cuanto a la SD “Descubre la Letra Oculta” en los tres grupos hubo más niños que emitieron con éxito. Esta SD se basa en Conquista de Juguetes, pero tiene más variables, el niño que lo maneja tiene una cuadrícula más pequeña pero el receptor debe guiarse con una cuadrícula grande que está en el piso, esto implica que el niño además de manejar varias

variables al tiempo está manejando un espacio mucho más amplio que hace más difícil centrarse en los detalles.

Lo anterior se relaciona con los conceptos de Gálvez (1985, Citado por Chamorro, 2005) sobre el microespacio relacionado con las interacciones que se tienen con los objetos más pequeños y el mesoespacio donde se interactúa con espacios más amplios. También Pinker (2010), explica que cuando el suelo se aleja de nuestros pies proyecta una imagen que va desde la parte inferior al centro de nuestro campo visual lo que hace que veamos distintos largos y anchos. Por lo tanto, es muy probable que estos detalles influyan en la diferencia de resultados entre el receptor con relación al emisor.

La hipótesis de nuestra investigación se valida porque los comportamientos esperados fueron el resultado del conocimiento que las situaciones didácticas pretendían desarrollar, en este caso la habilidad de ubicarse en el espacio mediante instrucciones estructuradas acorde a un lenguaje con símbolos y una gramática previamente definida. En los tres grupos entre el 56% y el 96% de los receptores decodificaron las instrucciones y las ejecutaron mostrando el desarrollo de las habilidades espaciales. Por otro lado, de acuerdo con Santiuste (2014) la función expresiva tiene que ver con la necesidad de la persona de expresar hacia afuera pensamientos, conocimientos o vivencias. Por lo tanto, se controló que cada juego implicara que el niño sintiera la necesidad de comunicación pues debía comunicar para poder ganar y conseguir resultados para su equipo.

Recordemos que de acuerdo con Artigue y Perrin (1991), en la ingeniería didáctica la validación es fundamentalmente interna pues se basa en la confrontación entre análisis a priori y análisis a posteriori de las correspondientes situaciones didácticas. El proceso de validación comienza desde esta fase a través del análisis a priori de las situaciones didácticas que resultan de estas decisiones. El análisis a priori contiene la parte predictiva en la que se

intenta aclarar las apuestas reales de la situación para el alumno, los tipos de comportamiento que podrían aparecer y el significado que se podría dar a éstos. Trata en particular de demostrar que los comportamientos esperados, si aparecen, realmente son el resultado del conocimiento que la situación pretende desarrollar.

Finalmente la investigación muestra que en la adquisición de habilidades en pensamiento espacial en niños de preescolar subyacen procesos de lenguaje, en cuanto que las Situaciones Didácticas implementadas evidenciaron que, una vez adquirida la destreza de emitir y receptar mensajes, los niños desarrollaron pensamiento matemático en lo concerniente a ubicarse en el espacio de acuerdo a un sistema de coordenadas y utilizar ese sistema de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales, además de la habilidad para dar instrucciones en las que aparecen relaciones de distancia, dirección, orientación y reconocer el significado de derecha e izquierda.

Para terminar, cabe recordar que no sólo las practicantes de Pedagogía Infantil colaboraron con las actividades en el aula de clases, sino que también hubo necesidad de hacer un proyecto paralelo de educación a los padres de familia para que la comunidad conociera los motivos y ventajas de participar en estas experiencias y que finalmente logró que los padres aceptaran con agrado esta forma de trabajo (Ver Anexo F). Esto es muy común cuando alguien intenta comenzar un nuevo proyecto. Incluso Margolinas (2015) advierte que la reforma moderna de las matemáticas, también conocida como el movimiento de la Nueva Matemática, se había extendido por todo el mundo, pero tuvo un impacto particular en la sociedad francesa, donde causó la “guerra de las matemáticas”: pues los padres, incluso algunos profesores se opusieron fuertemente a ella; la reforma moderna de las matemáticas había demostrado dramáticamente que excelentes matemáticos, psicólogos y una ideología humanista no era suficiente para establecer una reforma curricular exitosa.

9 Conclusiones

De acuerdo a lo anterior podemos concluir que en cuanto a la pregunta habilidades en pensamiento espacial, mediadas por procesos de comunicación, que se pueden lograr en niños de preescolar, los resultados de nuestra investigación dejan ver que los niños participantes, logran alcanzar en un alto porcentaje habilidades para ubicarse en el espacio de acuerdo a las coordenadas que son determinadas por el nombre del animal y el color, además de la habilidad para dar instrucciones en las que aparecen relaciones de distancia, dirección y orientación. Adicionalmente, en el caso del grupo uno, se alcanzó también el uso de esas mismas nociones de distancia, dirección y orientación para ubicarse y ubicar lugares.

En cuanto a identificar las habilidades de emisión y recepción de información que logran los niños en relación con el desarrollo de habilidades espaciales las 4 situaciones didácticas permitieron también que los niños desarrollaran la habilidad de emitir, decodificar y receptor información.

Con los objetivos que nos llevaron a esta conclusión también se obtuvo un instrumento eficiente para sistematizar la evaluación de las diferentes etapas del diseño de situaciones didácticas acorde a la ingeniería didáctica, el cual no sólo fue validado para evaluar situaciones didácticas con niños de preescolar sino también con jóvenes Universitarios.

Este instrumento de observación participante nos sirvió como herramienta para el logro del objetivo dos mediante el cual se logró el diseño de cuatro Situaciones Didácticas: SD “Búsqueda del Tesoro”, SD “Conquista de Juguetes”, SD “Descubre la Letra Oculta” y SD “el Tren de Carga”. Estas situaciones Didácticas resultaron exitosas en el proceso de desarrollo de pensamiento matemático en lo concerniente a habilidades espaciales y la destreza de emitir y receptor mensajes en lenguaje matemático.

Con la SD el tesoro escondido, además de lograr que los niños se comunicaran mediante lenguaje matemático se logró el desarrollo de las siguientes habilidades propuestas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia:

Reconozco lo que significa derecha e izquierda, arriba y abajo y uso esas nociones para ubicar lugares.

Puedo dar y seguir instrucciones en las que aparecen relaciones de distancia, dirección y orientación.

Con las 3 SD restantes, además de lograr comunicación mediante el lenguaje matemático, se logró la habilidad espacial de utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.

Es importante resaltar que estos hallazgos son el resultado de un proceso que comenzó con estudiantes universitarios en el aula de clase de Didáctica de las matemáticas. Guiados por la teoría de Brousseau se realizó un minucioso trabajo de selección de las situaciones didácticas, se controló cada una de las situaciones de acción, formulación y validación de tal forma que se garantizó que los juegos, tal como lo plantea Brousseau fueron un medio que “responde al sujeto” siguiendo algunas reglas para necesitar un conocimiento determinado. Por otro lado, las variables didácticas fueron cuidadosamente controladas. Cada juego era una preparación para el siguiente proceso lo que permitió que las 4 situaciones didácticas diseñadas fueran exitosas en el proceso de desarrollo de habilidades espaciales y la destreza de emitir y receptor mensajes en lenguaje matemático. Además, las Situaciones Didácticas logran evidenciar capacidades en los niños de obtener de sus elaboraciones mentales una experiencia de bienestar y júbilo alrededor de una materia como la matemática.

Por último, es importante resaltar que para que este proceso tuviera éxito fue necesaria una capacitación paralela con los padres de familia. El juego era visto con sospecha por parte

de los padres de familia, quienes consideraban que sus hijos “no estaban aprendiendo nada porque la pasaban jugando”. Es importante el proceso de ganar confianza que generaron las practicantes de Pedagogía Infantil cuando explicaron en lo que consistían los juegos al punto de involucrar a los padres en éstos, con lo que los padres comenzaron a entender muchas cosas, entre otras, el porqué de las ganas de los niños por asistir al colegio, “el día de los juegos”, cuando tenían clases con las practicantes.

9.1 Aportes más relevantes de la tesis

9.1.1 Aportes significativos de la investigación

Las cuatro Situaciones Didácticas: SD “Búsqueda del Tesoro”, SD “Conquista de Juguetes”, SD “Descubre la Letra Oculta” y SD “el Tren de Carga”, que además de estimular la comunicación, se estimula también el desarrollo del pensamiento matemático en lo concerniente a reconocer el significado de derecha e izquierda, adelante, atrás y la ubicación espacial mediante el uso de un sistema de coordenadas.

El Instrumento de Observación de Situaciones Didácticas como alternativa para capturar información en este tipo de investigaciones, ofreciendo un procesamiento rápido y confiable de la situación a observar. El instrumento también se convierte en una herramienta para los profesores tanto de Didáctica de las matemáticas como de otras asignaturas pues se logró el diseño y evaluación de situaciones didácticas en ELI de Missouri State University y en la Universidad Autónoma de México. Así mismo es una herramienta útil para estudiantes de las facultades de Educación pues en la medida en que aprendan a manejar el instrumento están aprendiendo en forma activa sobre la teoría de situaciones didácticas.

La investigación también propone una nueva forma de establecer si hay consenso interjueces: se propone un valor numérico DM menor o igual a 1 para definir la Máxima Distancia que será considerada como un acuerdo entre 3 jueces, pues tiene una ocurrencia

probabilística de sólo un 22.6%. Igualmente, para el caso de ocho jueces se considera un acuerdo excelente si el DM es menor o igual a 2 pues tiene una ocurrencia probabilística de sólo un 6.29%.

Finalmente es importante agregar que nuestro trabajo evidencia lo aportado por el profesor Matthew Lipman de la Universidad de Montclair, en New Jersey, en su programa Filosofía para Niños en Estados Unidos; en el sentido de que las SD fueron agregados de individuos que compartieron intereses, discutieron, describieron y justificaron sus razonamientos dentro de ajustes interactivos y comunicativos con el fin de resolver problemas relacionados con las habilidades espaciales.

Su propuesta de desarrollar “comunidades de aprendizaje” con niños mediante diálogos filosóficos dentro del aula, nos dio soporte para crear comunidades dialogantes para el aprendizaje ya no de filosofía sino de conocimientos matemáticos, pudiendo comprobar que el niño es capaz, desde la más tierna infancia, de llevar a cabo abstracciones y racionalizaciones, tal como lo enuncia el Profesor Lipman. Su novela de adolescentes interactuando con profesores y sus familias, fue un paradigma a seguir dentro de las SD, pero en lugar de desarrollar las incógnitas que les va revelando la vida, los niños resolvían las que en ese momento de crecimiento les ofrecía una SD, que les permitía desarrollar mejor la habilidad de pensar y orientarse por sí solos en su espacio, dando con ello los primeros pasos para el cambio estructural en la educación, como lo sugiere Lipman.

9.1.2 Aportes de la experiencia internacional

Se pudo demostrar que el IOSD diseñado es fiable en ambientes disímiles con estudiantes extranjeros que estaban aprendiendo el idioma inglés en un contexto anglosajón y estudiantes de carreras técnicas en un contexto latino.

Durante el desarrollo de las SD de los laboratorios de física, la motivación de los estudiantes fue evidente y sus expresiones anunciaban que se habían validado las respuestas con poca intervención del profesor.

Las SD entre los alumnos en un idioma extranjero, resultaron un gran estímulo a la comunicación para el diseño de una estrategia para ganar, mostrando que la variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos.

La validación del IOSD mostró su eficacia en la evaluación de SD que estimulan la capacidad de intercambio de información tanto en idioma inglés como en el idioma español, pues para la decodificación debían estar familiarizados con nuevos términos técnicos propios del laboratorio. En el desarrollo de estas SD en los laboratorios de física, hubo necesidad de introducir las gráficas como nuevos símbolos a utilizar en la codificación del mensaje a transmitir y receptor. Así mismo, en el caso del idioma inglés se introdujeron los símbolos relacionados con los mapas de la ciudad y ubicación espacial.

Repercusión internacional

Esta experiencia trae enseñanzas para replicarlas en eventos internacionales donde se requiere alto intercambio de información entre los participantes.

El IOSD diseñado no sólo fue validado para evaluar situaciones didácticas con niños de preescolar sino también con jóvenes Universitarios. Mostró su eficacia en condiciones disímiles tanto cultural como lingüísticamente. Es un ejemplo de un trabajo colaborativo entre profesores de universidades norteamericanas, latinoamericanas y europeas.

9.2 Limitaciones del trabajo y nuevas vías de investigación

Poder realizar esta tesis paradójicamente es su gran debilidad pues fue muy difícil la introducción de las Situaciones Didácticas para la enseñanza de las matemáticas y se necesitó el esfuerzo de muchas personas para lograrlo. Este esfuerzo fue posible gracias a que el proyecto forma parte del programa Pedagogía Infantil cuya coordinadora de práctica pedagógica siempre fue un apoyo incondicional en el desarrollo del proyecto.

Uno de los principales problemas es que los padres de familia no aceptan fácilmente que los niños trabajen este tipo de actividades en las clases de matemática, además no están muy informados sobre los avances relacionados con los procesos mentales, lo cual dificulta la comprensión de los enfoques de las situaciones didácticas.

Con algunos profesores también se presenta el problema de que se dejan influenciar por los comentarios de los padres de familia, por lo cual, terminan insistiendo en los mismos métodos que han resultado fallidos y dejando muy poco o casi nada de tiempo para realizar este tipo de investigaciones.

Otro problema que se presenta es que se necesita mucha habilidad por parte de los profesores para el manejo de las actividades fuera del sitio habitual de trabajo pues los niños se vuelven muy inquietos y los profesores terminan reduciendo este tipo de actividades.

Otro inconveniente es que estas actividades se deben repetir muchas veces para que el niño adquiera la habilidad necesaria para desarrollarlas, creándose en el ambiente la sensación de que no están avanzando, por lo que se requiere tiempo extra para capacitar a la comunidad educativa sobre el proceso que se está siguiendo.

En cuanto a la validación en inglés del IOSD, es importante aclarar que los dos profesores de Missouri State University dominan tanto el inglés como el español, por lo tanto, los observadores comprenden cualquiera de las dos formas en que se presenta el test. Pero si

este test va a ser utilizado por un profesor que sólo hable inglés, pues realmente se necesita una nueva validación para estar seguros de que los ítems son realmente comprensibles, debido principalmente a que la traducción de un cuestionario no debe ser solamente un problema de lenguaje, sino que conlleva acomodarlo a la psicología del grupo en un contexto cultural diferente.

En este orden de ideas, otra limitación se presenta en que los jueces o expertos profesores pueden presentar errores de comprensión de su función y ello explica el no acuerdo en algunos de los aspectos puntuales.

Por otro lado, en algunas ocasiones sería necesario más observadores para validar un cuestionario, pero esta deficiencia puede ser compensada con la elección del estadístico apropiado, porque en el caso de cooperación entre universidades, resulta casi imposible lograr reunir tal cantidad de profesores por problemas de presupuesto y de disponibilidad de los mismos.

Finalmente queremos agregar las nuevas vías de investigación que se abren con la finalización de esta tesis:

El Instrumento de Observación Participante Para Diseñar Situaciones Didácticas es una herramienta que puede ser usada no sólo en cualquiera de las didácticas sino también en clases de inglés y de física.

Las facultades de educación, por ejemplo, pueden hacer un proyecto conjunto en donde se pueden involucrar profesores de educación física, de expresión corporal, teatro y demás áreas afines que contribuyan todas al desarrollo de las nociones espaciales en el niño.

Por último, podemos agregar que se abre una nueva vía de investigación para los profesores de didáctica, quienes pueden planear con sus alumnos, proyectos de investigación

longitudinales que sean retomados anualmente por el siguiente grupo de estudiantes, de manera que puedan observar resultados a largo plazo.

Una futura línea de investigación que también se originaría sería implementar el IOSD en un diseño transversal, con los estudiantes de los últimos años de la carrera, donde se puede conseguir un buen número de alumnos considerados ya expertos, que puedan realizar la prueba en un corto período de tiempo.

10 Referencias

- Alcaldía de Neiva. (2010). *Plan de atención integral a la primera infancia del Municipio de Neiva*. Recuperado de <http://goo.gl/gI5t8r>.
- Armelin, A., Heinemann, U., y de Hoz, L. (2017). The hippocampus influences assimilation and accommodation of schemata that are not hippocampus dependent. *Hippocampus*, 27(3), 315-331.
- Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. *Nordic Research In Mathematics Education*, 7-16.
- Artigue, M., y Perrin-G. M. J. (1991). Didactic engineering, research and development tool: some theoretical problems linked to this duality. *For The Learning Of Mathematics*, 11(1), 13-18.
- Beard, R. (1971). *Psicología evolutiva de Piaget*. Argentina: Kapelusz
- Bermejo, V. y Lago, M. O. (1987). El Aprendizaje de las matemáticas estado actual de las investigaciones. *Papeles del Psicólogo*, 32. Recuperado de <http://www.papelesdelpsicologo.es/vernumero.asp?id=347>.
- Bramanti, M. (2011). *Los lenguajes matemáticos ideas y símbolos-1*. Recuperado de <http://goo.gl/XQwT3f>.
- Bresgi, L., Alexander, D. L. M., y Seabi, J. (2017). The predictive relationships between working memory skills within the spatial and verbal domains and mathematical performance of Grade 2 South African learners. *International Journal Of Educational Research*, 81, 1-10.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 7, (2), 33-115.

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal
- Brousseau, G., Brousseau, N. y Warfield, V. (2014). *Teaching Fractions through Situations: A Fundamental Experiment*. New York: Springer.
- California Department Of Education. (2010). *Guías para programas de aprendizaje y desarrollo infantil*. Recuperado de <http://www.cde.ca.gov/>
- Cantin, R. H., Gnaedinger, E. K., Gallaway, K. C., Hesson-McInnis, Matthew S. y Hund, A. M. (2016). Executive functioning predicts reading, mathematics, and theory of mind during the elementary years. *Journal Of Experimental Child Psychology*, 146, 66-78.
- Carmona, G. (2005). Investigación ética y educación moral: el Programa de Filosofía para Niños de Matthew Lipman. *Revista de Artes y Humanidades UNICA*, 6 (12), 101 – 128
- Cerda, G., Pérez, C., Navarro, J. I., Aguilar, M., Casas, J. A., y Aragón, E. (2015). Explanatory model of emotional-cognitive variables in school mathematics performance: a longitudinal study in primary school. *Frontiers In Psychology*, 6. doi: 1363-70, disponible en <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/>
- Cervantes, M. (2009). *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*. Madrid: Cátedra (grupo Anaya)
- Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R., y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Connors, B. W., Bear, M. F., y Paradiso, M. A. (2007). *Neuroscience exploring the brain*. Baltimore: Lippincott. Williams y Wilkins.
- Conecticut Office of early Childhood, 2014. *Lo que los niños deben saber y ser capaces de hacer desde el nacimiento hasta los cinco años*. Recuperado de http://www.ct.gov/oec/lib/oec/earlycare/elds/ctelds_spanish_web.pdf

- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de la matemática para educación preescolar*. Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Demetriou, A., Merrell, C., y Tymms, P. (2017). Mapping and predicting literacy and reasoning skills from early to later primary school. *Learning and Individual Differences, 54*, 217-225.
- Departamento de Educación de Puerto Rico, 2014. *Estándares de matemáticas*. Recuperado de <http://de.pr.gov/>
- Devlin, K. (2003). *El Lenguaje de las matemáticas*. Bogotá: Robin Book
- Dubé, J. É. (2008). Evaluación del acuerdo interjueces en investigación clínica. Breve introducción a la confiabilidad interjueces. *Revista Argentina De Clínica Psicológica, 17(1)*, 75-80.
- García, M. y Suárez M. (2013). El método Delphi para la consulta a expertos en la investigación científica. *Revista Cubana de Salud Pública, 39(2)*, 253-267.
- Huizinga, J. (2016). *Homo-Ludens*. Madrid: Alianza Editorial.
- Kraft, V. (1986). *El círculo de Viena*. Madrid: Taurus.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., y Hautamäki, J. (2014). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4-to 7-year-old children. *Educational Psychology, 34(6)*, 674-696.
- Lipman, M. (1988). *El descubrimiento de Harry*. Madrid: Ediciones de la Torre.
- Margolinas, C., y Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics Education, 47*, 893-903
- Margolinas, C. (2015). Book review: Teaching fractions through situations: a fundamental experiment. *Research in Mathematics Education, 17(1)*, 61-69

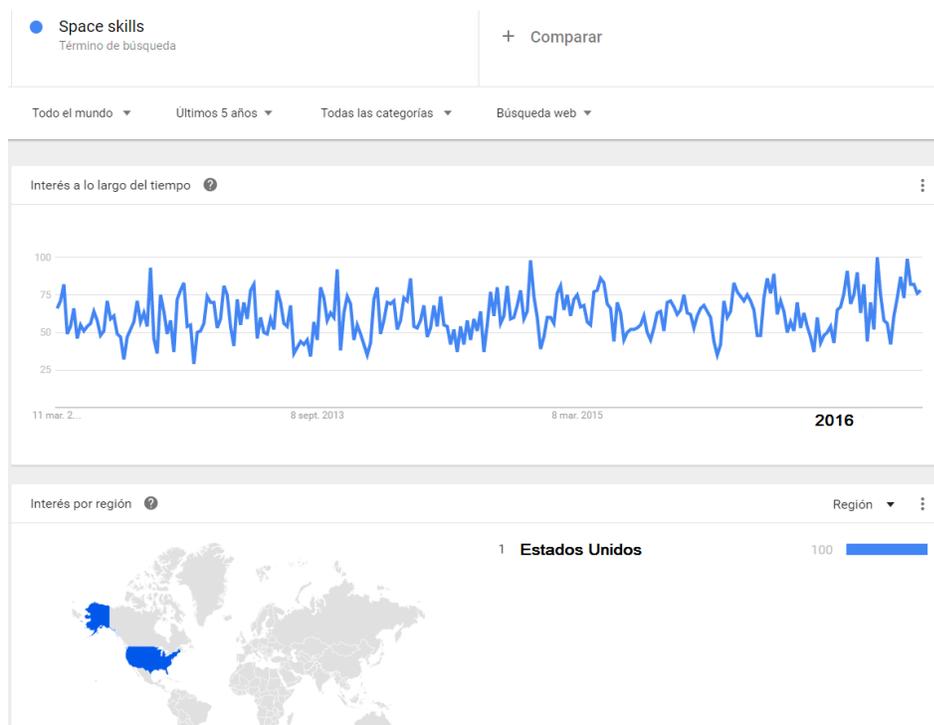
- Martinez, F., Taut, S., y Schaaf, K. (2016). Classroom observation for evaluating and improving teaching: An international perspective. *Studies in Educational Evaluation*, 49, 15-29.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos en competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Recuperado de <http://goo.gl/lmdfZI>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015 - Icfes*. Recuperado de www.icfes.gov.co.
- Ministerio de Educación Nacional. (Sin fecha). *Todos a aprender: Programa para la Transformación de la Calidad Educativa*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-299245_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nicaragua, (2009). *Programa de estudio educación Primaria multigrado quinto y sexto grado*, Recuperado de http://www.ibe.unesco.org/curricula/nicaragua/nq_pr5y6_v3_2009_spa.pdf
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte “BOE”, 2004. *Real Decreto 114/2004, de 23 de enero, por el que se establece el currículo de la Educación Infantil*. Recuperado de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2004/BOE-A-2004-2221-consolidado.pdf>
- Norwalk, K. E., DiPerna, J. C., y Lei, P. W. (2014). Confirmatory factor analysis of the early arithmetic, reading, and learning indicators (EARLI). *Journal of School Psychology*, 52(1), 83-96.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (2013). *The Child's Conception of Space*. London: Routledge.
- Piaget, J. (1994). *Estudios sobre lógica y psicología*. Barcelona: Ediciones Altaya.
- Pinker, S. (2010). *La tabla rasa (La negación moderna de la naturaleza humana)*. Barcelona: Paidós

- Pinto, G., Bigozzi, L., Tarchi, C., Vezzani, C. y Accorti, G. (2016). Predicting reading, spelling, and mathematical skills: a longitudinal study from kindergarten through first grade. *Psychological Reports* 118(2) 413–440
- Purpura, D. J. y Ganley, C. M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology*, 122, 104–121.
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., y Gold, Z. S. (2017). Causal connections between mathematical language and mathematical knowledge: a dialogic reading intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(1), 116-137.
- Purpura, D. J., y Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 259-268.
- Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Goos, M., Isoda, M. y Joubert, M. (2016). ICME international survey on teachers working and learning through collaboration. *ZDM Mathematics Education*, 48(5), 651-690.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones Teóricas para la Educación Matemática*, 5, 13.
- Santiuste, V. (2014). *La comprensión y la producción lingüísticas: Modelos de comprensión y producción de textos*. Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). Recuperado de <http://campusonline.unir.net>
- Santiuste, V. (2014). *Principales enfoques de la actividad lingüística: De la psicolingüística a la biología del lenguaje*. Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). Recuperado de <http://campusonline.unir.net>

- Santiuste, V. y. González, J. (2014). *Dificultades del aprendizaje e intervención psicopedagógica*. Madrid: CCS.
- Steffe, L. P., y Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Handbook of Research Design In Mathematics And Science Education*, 267-306.
- Support office, (Sin fecha). Uso de la función DESVPROM en Microsoft Excel. Recuperado de <https://support.office.com/es-es/>
- Spiegel, M. R., (1987). *Estadística*. México: McGraw-Hill.
- Toll, S. W., y Van Luit, J. E. (2014). Explaining numeracy development in weak performing kindergartners. *Journal of Experimental Child Psychology*, 124, 97-111.
- Verdine, B. N., Irwin, C. M., Golinkoff, R. M., y Hirsh-Pasek, K. (2014). Contributions of executive function and spatial skills to preschool mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 126, 37–51.
- Walter, O. y Beyer, K. (2001). Algunos aspectos epistemológicos de la matemática: ¿Es la matemática un lenguaje? *Educere*, 5(14), 236-240. Recuperado de <http://goo.gl/Tl0bbN>.
- Wong, B., Graham, L., Hoskyn, M. y Berman, J. (2011). *The ABCs of learning disabilities*. Burlington: Elsevier Academic Press.
- Yang, T. X., Xie, W., Chen, C. S., Altgassen, M., Wang, Y., Cheung, E. F., y Chan, R. C. (2017). The development of multitasking in children aged 7–12years: Evidence from cross-sectional and longitudinal data. *Journal of Experimental Child Psychology*, 161, 63-80.

11 Anexos

Anexo A. Google: Búsqueda en EE. UU. del tema habilidades espaciales



Anexo B. Instrumento de observación participante para SD (IOSD)

INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN PARTICIPANTE PARA SITUACIONES DIDÁCTICAS (IOSD)

NOMBRE DE LA SITUACIÓN: _____ NOMBRE DEL OBSERVADOR: _____

Para diseñar una **Situación Didáctica** seguimos las fases del proceso de la **ingeniería didáctica**:

PRIMERA FASE: Análisis a priori que hacen los profesores antes de realizar la actividad.

SEGUNDA FASE: Experimentación

Cada indicador o pregunta corresponde a los tipos de situaciones didácticas. Según Chamorro (2005), Brousseau clasifica las Situaciones didácticas en situaciones de acción, formulación y validación.

Las preguntas de la situación de **ACCIÓN** son preguntas relacionadas con la forma como la situación anima al alumno a jugar e interactuar en forma autónoma con el problema planteado. El observador debe indicar el grado de frecuencia con la que el alumno, por ejemplo, interactúa solo con el material, o la frecuencia con la que estuvieron motivados durante el desarrollo de la actividad.

El formato de respuestas es una escala de Likert de siete opciones de 0 a 6, en la que «0» significa totalmente en desacuerdo, «1», muy en desacuerdo, «2», poco en desacuerdo, «3», algo de acuerdo, «4», bastante de acuerdo, «5», muy de acuerdo y «6», totalmente de acuerdo. Es decir, el 0 siempre será el valor más bajo (nada de acuerdo) y 6 el valor más alto (totalmente de acuerdo)

Lo ideal en una buena Situación Didáctica es que el niño llegue a la solución del problema en forma autónoma por lo tanto Ante la pregunta: ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?

Si Ud. observa que los alumnos estuvieron trabajando solos todo el tiempo, debe marcar 6 (Totalmente de acuerdo); si una vez el profesor tuvo que intervenir, debe marcar 5 (muy de acuerdo); si el profesor intervino 2 veces debe marcar 4 (bastante de acuerdo) si el profesor intervino 3 veces, debe marcar 3 (algo de acuerdo); 4 veces, debe marcar 2 (poco en desacuerdo); pero si el profesor intervino más de 5 veces, debe marcar 0 (totalmente en desacuerdo).

Ante la pregunta ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos? Se debe tener en cuenta que entre menos intervenga el profesor mayor será el puntaje. Es muy importante tener en cuenta el tipo de intervención pues en muchos casos son comentarios adicionales que requieren un diálogo con el profesor. El bajo puntaje se aplica sólo cuando se observa que la intervención es debido a que el alumno no tiene claro el problema a desarrollar.

**FASE DE EXPERIMENTACIÓN: SE LLENA EN EL AULA DURANTE EL
DESARROLLO DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA.**

**Análisis de la Situación Didáctica DE ACCIÓN FORMULACIÓN Y
VALIDACIÓN:**

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE	0	1	2	3	4	5	6
1 ¿La ubicación del material en el aula es adecuada?							
2 ¿La ubicación de los alumnos en el salón de clase es adecuada?							
3 ¿El material contribuye al logro del aprendizaje?							

ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA.							
Situación de ACCIÓN	0	1	2	3	4	5	6
4 ¿La situación le responde al alumno sobre la acción? (observar si el problema o regla del juego está clara)							
5 ¿Los alumnos pudieron interactuar solos con el material?							
6 ¿El desafío motiva al alumno a encontrar la respuesta?							
7 ¿El maestro pocas veces necesitó interactuar con los alumnos?							
8 ¿El alumno se apropió del problema? (la idea es observar si el alumno intenta llegar a la meta por su iniciativa y no por complacer al profesor)							
9 ¿El alumno anticipa resultados? (observar por ejemplo el rostro del alumno si se entusiasma ante el desarrollo de la posible respuesta)							
10 ¿Los alumnos estuvieron motivados?							
Situación Didáctica de FORMULACIÓN							
11 ¿La actividad estimula la comunicación entre alumnos cooperantes?							
Situación Didáctica de VALIDACIÓN							
12 ¿Los alumnos saben por si solos si la respuesta es o no es correcta?							
Variable didáctica							
13 ¿La variable didáctica estuvo acorde a las capacidades de los alumnos?							

TERCERA FASE ANALISIS APOSTERIORI

Esta fase consiste en que el grupo de observadores comenta el porqué de las puntuaciones asignadas en cada uno de los ítems y las posibilidades de mejora en caso de que así lo requiera.

Anexo C. Pasos del juego Búsqueda del Tesoro

Para el desarrollo de la SD se realizaron una serie de actividades previas. A continuación, se relaciona la secuencia didáctica con la que finalmente se llegó a la comprensión del juego Búsqueda del Tesoro:

Para esta Situación Didáctica hubo necesidad de hacer rondas, juegos y canciones que involucraban movimientos corporales de derecha izquierda, adelante atrás entre otros:

- El rey manda
- Tengo un robot
- Patos a tierra
- El puente está quebrado
- Saco mis manitas
- Juego de bolos
- Dibujo de esquema corporal
- Dictado de caminos en cuadrícula: Los niños por turnos deben dictar, a la profesora y al resto del grupo, las indicaciones para que coloreen un camino. Este camino lo va dibujando la profesora en una cuadrícula grande que tiene en el tablero de tal forma que pueda orientar a los niños en la elaboración del respectivo dibujo.
- Armar caminos en el tablero: juegan niños contra niñas. La profesora les dicta el camino para que ellos lo dibujen.

- Caminos en cuadrículas: cada niño con una cuadrícula pequeña debe dictar el camino al compañero quien dibuja otro en una cuadrícula similar.

- Juego de nombrar las cosas que hay en cada lado del aula: juegan en grupos, la profesora toma el tiempo y anota en el tablero

- Dibujo de las cosas que se encuentran en cada lado del aula: juegan por equipos. En papel grande, unos dibujan lo que está a la derecha y otros dibujan lo que está a la izquierda del salón. Luego los dibujos se ubican en el tablero y entre todos miran y confrontan si está bien.

Finalmente se realiza la SD. Búsqueda del Tesoro.

Anexo D. Pasos del juego Descubre la Letra Oculta

Materiales:

Muchas fichas del tamaño de los cuadros

Varias tablas de 5x5 con diferentes letras, una para cada niño.

Cómo se jugó en el primer momento:

Se le entregaba el material que consistía en una tabla con las letras; el juego consistía en poner cada ficha en el lugar indicado hasta formar la letra. Quien alcanzaba el objetivo llamaba a la profesora y ella le daba un punto que se anotaba en el tablero con el nombre del niño. (Esto se hace varias veces con diferentes letras).

Cómo se jugó en el segundo momento

La profesora tenía en una bolsa todas las tablas con las letras y ella daba las indicaciones para que los niños armaran la letra. Luego pasaba por cada mesa y mostraba cómo los niños deberían tener la letra, quien lo tenía bien se le daba un punto. Esto se hacía varias veces con diferentes letras.

Cómo se jugó en el tercer momento:

Finalmente se juega con la cuadrícula grande de 9x9 de acuerdo con las indicaciones de la SD “Descubre la Letra Oculta”.

Anexo E. Decímetro Cuadrado

El juego fue diseñado para quinto primaria, pero al final el lector encontrará las variaciones para utilizarlo en preescolar.

MATERIAL

- Una cuadrícula de 10 por 10 centímetros (Decímetro cuadrado)

INSTRUCCIONES

En una hoja cuadriculada los niños dibujan el decímetro cuadrado.

Se lanzan los dos dados. Los niños escogen cualquiera de los números, lo elevan al cuadrado y colorean igual número casillas, en forma de cuadrado. Ejemplo: si sale 2 y 3, puede escoger 2^2 o 3^2 , Si escoge 2^2 , llena 4 casillas, formando un cuadrado de lado dos. Se puede utilizar el número de la cara opuesta al dado (complementario de 7). Gana el que primero coloree el decímetro.

VARIACIONES PARA APLICARLO EN PREESCOLAR:

1. Llenar solamente la primera línea
2. Llenar toda la cuadrícula de acuerdo con el número que salga en el dado
3. Llenar la cuadrícula en orden: En la fila 1 un cuadro en la fila 2 dos cuadros y así sucesivamente hasta llegar a completar 10 diez cuadros.
4. El que primero llene una figura similar a una pirámide.

Anexo F. Manifestaciones de aceptación de los padres

Los juegos o SD fueron explicados a los padres de familia durante diferentes reuniones. Los siguientes relatos se refieren a las opiniones de los padres de familia, en cuanto se enteraron de la forma en que se estaba trabajando con sus hijos en las clases de matemática.

Los nombres de los participantes han sido cambiados.

La madre de la niña Juanita, en el último de los tres encuentros que se hicieron con padres de familia, expresa: Les comparto lo que me pasó con mi hija: Un día, me dijo “no me eche cuadernos porque hoy va la profesora Carolina y sólo “juega”.

Por mi trabajo, hay días en los que se me hace tarde para transportarla y una vez era más de la una y media y había decidido ya no llevarla, pero me dice que “nos vayamos rápido porque hoy es el día en que va la profesora Carolina y ella quiere jugar”. Me sorprendió demasiado que me dijera que sólo juega y también que no quisiera faltar a clase, pero como ya había tenido la oportunidad de estar en las otras dos ocasiones donde la profesora nos puso a jugar, sabía de los juegos que me hablaba y entonces en ese momento entendí que mi niña era feliz jugando y que también podía aprender.

La verdad, en las primeras ocasiones que me hablaron de los juegos pensé: “se la quieren pasar jugando y no hacer nada” y por eso no les presté mucha atención, pero gracias a lo que dijo mi niña y al ver la explicación y saber que estos juegos no son fáciles para mí, que soy grande, ya no me preocupa que me diga que no utilizó los cuadernos en el salón.

El padre del niño Leonardo en su primera asistencia a las reuniones y luego de haber participado en los juegos Búsqueda Del Tesoro y Conquista De Juguetes expresa: Soy soldado, por mi trabajo, es muy poco el tiempo que estoy con mi hijo. Sólo nos hablamos por celular y tenía la intriga de saber por qué siempre que hablaba con mi hijo y le preguntaba qué

había hecho en la escuela, sólo decía ¡jugar todo el día! un día le dije a mi esposa que le revisara los cuadernos y que hablara con la profesora, pues uno manda al niño a la escuela es a estudiar y no a jugar. Ella me dijo que al niño le dejaban tareas para la casa, pero no le dijo nada a la profesora. Hoy casualmente pude asistir a la reunión y venía decidido a hacer el reclamo a la profesora de por qué Leonardo sólo me decía que jugaba. Pero ahora que escucho la explicación, juego y observo que casi todos nos equivocamos y nos reímos, pienso que es muy bueno jugar. Porque se hacen las cosas por gusto, no porque lo obligan o lo mandan y así lo que haga o aprenda le queda para siempre. Estos dos días como estoy de permiso no había traído a mi hijo a la escuela porque decía: para que gasto gasolina y tiempo en la moto si se la pasa jugando, mejor que juegue en la casa. Pero ahora no lo voy hacer que falle más, lo traeré todos los días para que siga jugando.

La abuela de la niña Martha Clara, en el segundo encuentro dijo: “yo no sé, ni entiendo nada de eso que usted está hablando, sólo le puedo decir que la niña no hablaba mucho en la casa, mientras que en estos últimos días cuando llega a la casa le cuenta a mi hija varias cosas del juego”.

La madre del niño Camilo un día llego temprano a recoger a su hijo y cuando llego estábamos jugando Conquista de Juguetes. Ella le dijo que se pusiera los zapatos porque se irían, pero él respondió que “no” porque aun él no había pasado, que esperaran hasta terminar el juego, la señora se sentó y esperó. Al Terminar la clase, dijo: “Gracias profesora por dejar que mi hijo juegue el mismo juego que los otros niños, me sorprendió ver que él pudiera hacer lo mismo que los otros niños y que le guste hacerlo, porque él es inquieto y desobediente, pero veo que jugando se comporta mejor y aprende”.

El padre y madre de la niña Gladys en la primera reunión expresaron que les gustaba mucho los juegos, porque su hija puede compartir sin ningún problema con sus compañeros y

aprende a comportarse porque se juega en grupos. Agregaron que les parece muy bien que esos juegos lo hagan en el salón y con todos los niños por igual, ya que se están moviendo todo el tiempo y así no los tienen que regañar tanto por no estar sentados y quietos en el puesto con el cuaderno y un lápiz.

La madre del niño Felipe, un día en que fue a dejarlo a la clase, pidió permiso para quedarse a observar un rato ya que su hijo en días pasados y en repetidas ocasiones le había hablado de un juego de un tapete y un tesoro, pero ella no le había entendido. La señora se quedó y vio cómo jugábamos “Descubre la Letra Oculta”, se emocionó tanto que finalizando el juego decidió grabar. Cuando se fue dijo: “Gracias profesora por dejarme quedar, me pareció muy divertido, los niños estuvieron muy contentos, es bueno, muy bueno que jueguen en el salón porque están aprendiendo y también que lleven tareas para la casa con las cosas que ve en el juego”.

Los padres de Maryluna un día fueron a llevar la niña y a dejar unos documentos que tenía pendientes. Ese día pudieron observar como jugamos “Conquista De Juguetes”. Les gustó y le tomaron fotos a su hija. Cuando les preguntamos cómo les pareció la clase, el padre dijo: “no puedo creer que jugando se aprenda tanto y que pasen la tarde así”. La madre dijo: Maryluna es muy tímida y en el juego se la llevó muy bien con sus compañeros, me gustó verla así.

El padre de Alberto, un día que fue a recogerlo muy tarde, habló con las profesoras y comentó lo contento que estaba porque su hijo le decía que la pasaba muy bien porque en la escuela sólo jugaba. Comentó que en su casa estaban pasando por una situación muy complicada y por eso llegaba tan tarde a recoger a su hijo. Agregó que veía la escuela como otro mundo para su hijo. El señor asistió al segundo encuentro con padres donde se jugó “Búsqueda del Tesoro” y “El Tren de Carga”. Al finalizar expresó: “el juego se me hizo

difícil para mí y me parece sorprendente que los niños lo hagan y que se alegren al hacerlo porque todo lo ven como un juego”. Al jugar, por un momento recordé cuando era niño y jugaba con libertad con muchos amiguitos del barrio, no como ahora que los niños se la pasan con celular o viendo televisión. Me parece muy bien que los niños estén aprendiendo cosas nuevas con sólo jugar en el salón.

La madre de la niña Gloria, un día en que fue a dejar a su hija, se acercó y pidió que le explicaran cuales eran los juegos que hacían los niños ya que su hija le hablaba de que jugaban cuando iba la otra profesora, pero que ella no le entendía. Se le invitó a que se quedara un momento y viera como jugábamos. En el primer encuentro que se hizo con padres la señora expresó: “Estuve viendo a mi hija jugar y me pude dar cuenta que cuando comparte con sus compañeros es feliz y aprende, aunque no esté siempre sentada en una silla”.

La madre de la niña Juanita, en el segundo encuentro que se realizó con padres de familia, expresó: He leído que mediante el juego los niños aprenden muchas cosas, me parece muy bueno que las estudiantes de la Universidad vengan con nuevas cosas a la escuela. Siempre que mi hija llega a casa le pregunto qué hizo y como la trató la profesora. De unas semanas para acá, me dice que sólo juega. Ahora que juego lo mismo que mi hija, veo que no sólo juega, sino que aprende mientras se divierte. Eso me parece algo muy bueno, también me gusta que utilicen los cuadernos para repasar los mismos juegos.

Anexo G. Posibilidades de 3 jueces de calificar de 0 – 6

000	001	002	003	004	005
006	011	012	013	014	015
016	022	023	024	025	026
033	034	035	036	044	045
046	055	056	066	111	112
113	114	115	116	122	123
124	125	126	133	134	135
136	144	145	146	155	156
166	222	223	224	225	226
233	234	235	236	244	245
246	255	256	266	333	334
335	336	344	345	346	355
356	366	444	445	446	455
456	466	555	556	566	666

Anexo H. Posibilidades de 8 jueces de calificar de 0 – 6.

0000000	0000001	0000002	0000003	0000004	0000005	0000006	0000011
0000012	0000013	0000014	0000015	0000016	0000022	0000023	0000024
0000025	0000026	0000033	0000034	0000035	0000036	0000044	0000045
0000046	0000055	0000056	0000066	0000111	0000112	0000113	0000114
0000115	0000116	0000122	0000123	0000124	0000125	0000126	0000133
0000134	0000135	0000136	0000144	0000145	0000146	0000155	0000156
0000166	0000222	0000223	0000224	0000225	0000226	0000233	0000234
0000235	0000236	0000244	0000245	0000246	0000255	0000256	0000266
0000333	0000334	0000335	0000336	0000344	0000345	0000346	0000355
0000356	0000366	0000444	0000445	0000446	0000455	0000456	0000466
0000555	0000556	0000566	0000666	0001111	0001112	0001113	0001114
0001115	0001116	0001122	0001123	0001124	0001125	0001126	0001133
0001134	0001135	0001136	0001144	0001145	0001146	0001155	0001156
0001166	0001222	0001223	0001224	0001225	0001226	0001233	0001234
0001235	0001236	0001244	0001245	0001246	0001255	0001256	0001266
0001333	0001334	0001335	0001336	0001344	0001345	0001346	0001355
0001356	0001366	0001444	0001445	0001446	0001455	0001456	0001466
0001555	0001556	0001566	0001666	0002222	0002223	0002224	0002225
0002226	0002233	0002234	0002235	0002236	0002244	0002245	0002246
0002255	0002256	0002266	0002333	0002334	0002335	0002336	0002344
0002345	0002346	0002355	0002356	0002366	0002444	0002445	0002446
0002455	0002456	0002466	0002555	0002556	0002566	0002666	0003333
0003334	0003335	0003336	0003344	0003345	0003346	0003355	0003356
0003366	0003444	0003445	0003446	0003455	0003456	0003466	0003555
0003556	0003566	0003666	0004444	0004445	0004446	0004455	0004456
0004466	0004555	0004556	0004566	0004666	0005555	0005556	0005566
0005666	0006666	0011111	0011112	0011113	0011114	0011115	0011116
0011122	0011123	0011124	0011125	0011126	0011133	0011134	0011135
0011136	0011144	0011145	0011146	0011155	0011156	0011166	0011222
0011223	0011224	0011225	0011226	0011233	0011234	0011235	0011236
0011244	0011245	0011246	0011255	0011256	0011266	0011333	0011334
0011335	0011336	0011344	0011345	0011346	0011355	0011356	0011366
0011444	0011445	0011446	0011455	0011456	0011466	0011555	0011556
0011566	0011666	0012222	0012223	0012224	0012225	0012226	0012233
0012234	0012235	0012236	0012244	0012245	0012246	0012255	0012256
0012266	0012333	0012334	0012335	0012336	0012344	0012345	0012346
0012355	0012356	0012366	0012444	0012445	0012446	0012455	0012456
0012466	0012555	0012556	0012566	0012666	0013333	0013334	0013335
0013336	0013344	0013345	0013346	0013355	0013356	0013366	0013444
0013445	0013446	0013455	0013456	0013466	0013555	0013556	0013566

00013666	00014444	00014445	00014446	00014455	00014456	00014466	00014555
00014556	00014566	00014666	00015555	00015556	00015566	00015666	00016666
00022222	00022223	00022224	00022225	00022226	00022233	00022234	00022235
00022236	00022244	00022245	00022246	00022255	00022256	00022266	00022333
00022334	00022335	00022336	00022344	00022345	00022346	00022355	00022356
00022366	00022444	00022445	00022446	00022455	00022456	00022466	00022555
00022556	00022566	00022666	00023333	00023334	00023335	00023336	00023344
00023345	00023346	00023355	00023356	00023366	00023444	00023445	00023446
00023455	00023456	00023466	00023555	00023556	00023566	00023666	00024444
00024445	00024446	00024455	00024456	00024466	00024555	00024556	00024566
00024666	00025555	00025556	00025566	00025666	00026666	00033333	00033334
00033335	00033336	00033344	00033345	00033346	00033355	00033356	00033366
00033444	00033445	00033446	00033455	00033456	00033466	00033555	00033556
00033566	00033666	00034444	00034445	00034446	00034455	00034456	00034466
00034555	00034556	00034566	00034666	00035555	00035556	00035566	00035666
00036666	00044444	00044445	00044446	00044455	00044456	00044466	00044555
00044556	00044566	00044666	00045555	00045556	00045566	00045666	00046666
00055555	00055556	00055566	00055666	00056666	00066666	00111111	00111112
00111113	00111114	00111115	00111116	00111122	00111123	00111124	00111125
00111126	00111133	00111134	00111135	00111136	00111144	00111145	00111146
00111155	00111156	00111166	00112222	00112223	00112224	00112225	00112226
00112233	00112234	00112235	00112236	00112244	00112245	00112246	00112255
00112256	00112266	00113333	00113334	00113335	00113336	00113344	00113345
00113346	00113355	00113356	00113366	00114444	00114445	00114446	00114455
00114456	00114466	00115555	00115556	00115566	00116666	00122222	00122223
00122224	00122225	00122226	00122233	00122234	00122235	00122236	00122244
00122245	00122246	00122255	00122256	00122266	00122333	00122334	00122335
00122336	00122344	00122345	00122346	00122355	00122356	00122366	00122444
00122445	00122446	00122455	00122456	00122466	00122555	00122556	00122566
00122666	00123333	00123334	00123335	00123336	00123344	00123345	00123346
00123355	00123356	00123366	00123444	00123445	00123446	00123455	00123456
00123466	00123555	00123556	00123566	00123666	00124444	00124445	00124446
00124455	00124456	00124466	00124555	00124556	00124566	00124666	00125555
00125556	00125566	00125666	00126666	00122222	00122223	00122224	00122225
00122226	00122233	00122234	00122235	00122236	00122244	00122245	00122246
00122255	00122256	00122266	00122333	00122334	00122335	00122336	00122344
00122345	00122346	00122355	00122356	00122366	00122444	00122445	00122446
00122455	00122456	00122466	00122555	00122556	00122566	00122666	00123333
00123334	00123335	00123336	00123344	00123345	00123346	00123355	00123356
00123366	00123444	00123445	00123446	00123455	00123456	00123466	00123555
00123556	00123566	00123666	00124444	00124445	00124446	00124455	00124456

00123366	00123444	00123445	00123446	00123455	00123456	00123466	00123555
00123556	00123566	00123666	00124444	00124445	00124446	00124455	00124456
00124466	00124555	00124556	00124566	00124666	00125555	00125556	00125566
00125666	00126666	00133333	00133334	00133335	00133336	00133344	00133345
00133346	00133355	00133356	00133366	00133444	00133445	00133446	00133455
00133456	00133466	00133555	00133556	00133566	00133666	00134444	00134445
00134446	00134455	00134456	00134466	00134555	00134556	00134566	00134666
00135555	00135556	00135566	00135666	00136666	00144444	00144445	00144446
00144455	00144456	00144466	00144555	00144556	00144566	00144666	00145555
00145556	00145566	00145666	00146666	00155555	00155556	00155566	00155666
00156666	00166666	00222222	00222223	00222224	00222225	00222226	00222233
00222234	00222235	00222236	00222244	00222245	00222246	00222255	00222256
00222266	00222333	00222334	00222335	00222336	00222344	00222345	00222346
00222355	00222356	00222366	00222444	00222445	00222446	00222455	00222456
00222466	00222555	00222556	00222566	00222666	00223333	00223334	00223335
00223336	00223344	00223345	00223346	00223355	00223356	00223366	00223444
00223445	00223446	00223455	00223456	00223466	00223555	00223556	00223566
00223666	00224444	00224445	00224446	00224455	00224456	00224466	00224555
00224556	00224566	00224666	00225555	00225556	00225566	00225666	00226666
00233333	00233334	00233335	00233336	00233344	00233345	00233346	00233355
00233356	00233366	00233444	00233445	00233446	00233455	00233456	00233466
00233555	00233556	00233566	00233666	00234444	00234445	00234446	00234455
00234456	00234466	00234555	00234556	00234566	00234666	00235555	00235556
00235566	00235666	00236666	00244444	00244445	00244446	00244455	00244456
00244466	00244555	00244556	00244566	00244666	00245555	00245556	00245566
00245666	00246666	00255555	00255556	00255566	00255666	00256666	00266666
00333333	00333334	00333335	00333336	00333344	00333345	00333346	00333355
00333356	00333366	00333444	00333445	00333446	00333455	00333456	00333466
00333555	00333556	00333566	00333666	00334444	00334445	00334446	00334455
00334456	00334466	00334555	00334556	00334566	00334666	00335555	00335556
00335566	00335666	00336666	00344444	00344445	00344446	00344455	00344456
00344466	00344555	00344556	00344566	00344666	00345555	00345556	00345566
00345666	00346666	00355555	00355556	00355566	00355666	00356666	00366666
00444444	00444445	00444446	00444455	00444456	00444466	00444555	00444556
00444566	00444666	00445555	00445556	00445566	00445666	00446666	00455555
00455556	00455566	00455666	00456666	00466666	00555555	00555556	00555566
00555666	00556666	00566666	00666666	01111111	01111112	01111113	01111114
01111115	01111116	01111122	01111123	01111124	01111125	01111126	01111133
01111134	01111135	01111136	01111144	01111145	01111146	01111155	01111156
01111166	01111222	01111223	01111224	01111225	01111226	01111233	01111234
01111235	01111236	01111244	01111245	01111246	01111255	01111256	01111266

01111333	01111334	01111335	01111336	01111344	01111345	01111346	01111355
01111356	01111366	01111444	01111445	01111446	01111455	01111456	01111466
01111555	01111556	01111566	01111666	01112222	01112223	01112224	01112225
01112226	01112233	01112234	01112235	01112236	01112244	01112245	01112246
01112255	01112256	01112266	01112333	01112334	01112335	01112336	01112344
01112345	01112346	01112355	01112356	01112366	01112444	01112445	01112446
01112455	01112456	01112466	01112555	01112556	01112566	01112666	01113333
01113334	01113335	01113336	01113344	01113345	01113346	01113355	01113356
01113366	01113444	01113445	01113446	01113455	01113456	01113466	01113555
01113556	01113566	01113666	01114444	01114445	01114446	01114455	01114456
01114466	01114555	01114556	01114566	01114666	01115555	01115556	01115566
01115666	01116666	01122222	01122223	01122224	01122225	01122226	01122233
01122234	01122235	01122236	01122244	01122245	01122246	01122255	01122256
01122266	01122333	01122334	01122335	01122336	01122344	01122345	01122346
01122355	01122356	01122366	01122444	01122445	01122446	01122455	01122456
01122466	01122555	01122556	01122566	01122666	01123333	01123334	01123335
01123336	01123344	01123345	01123346	01123355	01123356	01123366	01123444
01123445	01123446	01123455	01123456	01123466	01123555	01123556	01123566
01123666	01124444	01124445	01124446	01124455	01124456	01124466	01124555
01124556	01124566	01124666	01125555	01125556	01125566	01125666	01126666
01133333	01133334	01133335	01133336	01133344	01133345	01133346	01133355
01133356	01133366	01133444	01133445	01133446	01133455	01133456	01133466
01133555	01133556	01133566	01133666	01134444	01134445	01134446	01134455
01134456	01134466	01134555	01134556	01134566	01134666	01135555	01135556
01135566	01135666	01136666	01144444	01144445	01144446	01144455	01144456
01144466	01144555	01144556	01144566	01144666	01145555	01145556	01145566
01145666	01146666	01155555	01155556	01155566	01155666	01156666	01166666
01222222	01222223	01222224	01222225	01222226	01222233	01222234	01222235
01222236	01222244	01222245	01222246	01222255	01222256	01222266	01222333
01222334	01222335	01222336	01222344	01222345	01222346	01222355	01222356
01222366	01222444	01222445	01222446	01222455	01222456	01222466	01222555
01222556	01222566	01222666	01223333	01223334	01223335	01223336	01223344
01223345	01223346	01223355	01223356	01223366	01223444	01223445	01223446
01223455	01223456	01223466	01223555	01223556	01223566	01223666	01224444
01224445	01224446	01224455	01224456	01224466	01224555	01224556	01224566
01224666	01225555	01225556	01225566	01225666	01226666	01233333	01233334
01233335	01233336	01233344	01233345	01233346	01233355	01233356	01233366
01233444	01233445	01233446	01233455	01233456	01233466	01233555	01233556
01233566	01233666	01234444	01234445	01234446	01234455	01234456	01234466
01234555	01234556	01234566	01234666	01235555	01235556	01235566	01235666
01236666	01244444	01244445	01244446	01244455	01244456	01244466	01244555

01244556	01244566	01244666	01245555	01245556	01245566	01245666	01246666
01255555	01255556	01255566	01255666	01256666	01266666	01333333	01333334
01333335	01333336	01333344	01333345	01333346	01333355	01333356	01333366
01333444	01333445	01333446	01333455	01333456	01333466	01333555	01333556
01333566	01333666	01334444	01334445	01334446	01334455	01334456	01334466
01334555	01334556	01334566	01334666	01335555	01335556	01335566	01335666
01336666	01344444	01344445	01344446	01344455	01344456	01344466	01344555
01344556	01344566	01344666	01345555	01345556	01345566	01345666	01346666
01355555	01355556	01355566	01355666	01356666	01366666	01444444	01444445
01444446	01444455	01444456	01444466	01444555	01444556	01444566	01444666
01445555	01445556	01445566	01445666	01446666	01455555	01455556	01455566
01455666	01456666	01466666	01555555	01555556	01555566	01555666	01556666
01566666	01666666	02222222	02222223	02222224	02222225	02222226	02222233
02222234	02222235	02222236	02222244	02222245	02222246	02222255	02222256
02222266	02222333	02222334	02222335	02222336	02222344	02222345	02222346
02222355	02222356	02222366	02222444	02222445	02222446	02222455	02222456
02222466	02222555	02222556	02222566	02222666	02223333	02223334	02223335
02223336	02223344	02223345	02223346	02223355	02223356	02223366	02223444
02223445	02223446	02223455	02223456	02223466	02223555	02223556	02223566
02223666	02224444	02224445	02224446	02224455	02224456	02224466	02224555
02224556	02224566	02224666	02225555	02225556	02225566	02225666	02226666
02233333	02233334	02233335	02233336	02233344	02233345	02233346	02233355
02233356	02233366	02233444	02233445	02233446	02233455	02233456	02233466
02233555	02233556	02233566	02233666	02234444	02234445	02234446	02234455
02234456	02234466	02234555	02234556	02234566	02234666	02235555	02235556
02235566	02235666	02236666	02244444	02244445	02244446	02244455	02244456
02244466	02244555	02244556	02244566	02244666	02245555	02245556	02245566
02245666	02246666	02255555	02255556	02255566	02255666	02256666	02266666
02333333	02333334	02333335	02333336	02333344	02333345	02333346	02333355
02333356	02333366	02333444	02333445	02333446	02333455	02333456	02333466
02333555	02333556	02333566	02333666	02334444	02334445	02334446	02334455
02334456	02334466	02334555	02334556	02334566	02334666	02335555	02335556
02335566	02335666	02336666	02344444	02344445	02344446	02344455	02344456
02344466	02344555	02344556	02344566	02344666	02345555	02345556	02345566
02345666	02346666	02355555	02355556	02355566	02355666	02356666	02366666
02444444	02444445	02444446	02444455	02444456	02444466	02444555	02444556
02444566	02444666	02445555	02445556	02445566	02445666	02446666	02455555
02455556	02455566	02455666	02456666	02466666	02555555	02555556	02555566
02555666	02556666	02566666	02666666	03333333	03333334	03333335	03333336
03333344	03333345	03333346	03333355	03333356	03333366	03333444	03333445
03333446	03333455	03333456	03333466	03333555	03333556	03333566	03333666

03334444	03334445	03334446	03334455	03334456	03334466	03334555	03334556
03334566	03334666	03335555	03335556	03335666	03336666	03336666	03344444
03344445	03344446	03344455	03344456	03344466	03344555	03344556	03344566
03344666	03345555	03345556	03345666	03346666	03346666	03355555	03355556
03355566	03356666	03356666	03366666	03444444	03444445	03444446	03444455
03444456	03444466	03444555	03444556	03444566	03444666	03445555	03445556
03445566	03445666	03446666	03455555	03455556	03455666	03456666	03456666
03466666	03555555	03555556	03555666	03556666	03566666	03566666	03666666
04444444	04444445	04444446	04444455	04444456	04444466	04444555	04444556
04444566	04444666	04445555	04445556	04445666	04446666	04446666	04455555
04455556	04455666	04456666	04466666	04466666	04555555	04555556	04555666
04556666	04566666	04666666	04666666	05555555	05555556	05555666	05556666
05556666	05666666	05666666	06666666	11111111	11111112	11111113	11111114
11111115	11111116	11111122	11111123	11111124	11111125	11111126	11111133
11111134	11111135	11111136	11111144	11111145	11111146	11111155	11111156
11111166	11111222	11111223	11111224	11111225	11111226	11111233	11111234
11111235	11111236	11111244	11111245	11111246	11111255	11111256	11111266
11111333	11111334	11111335	11111336	11111344	11111345	11111346	11111355
11111356	11111366	11111444	11111445	11111446	11111455	11111456	11111466
11111555	11111556	11111566	11111666	11112222	11112223	11112224	11112225
11112226	11112233	11112234	11112235	11112236	11112244	11112245	11112246
11112255	11112256	11112266	11112333	11112334	11112335	11112336	11112344
11112345	11112346	11112355	11112356	11112366	11112444	11112445	11112446
11112455	11112456	11112466	11112555	11112556	11112566	11112666	11113333
11113334	11113335	11113336	11113344	11113345	11113346	11113355	11113356
11113366	11113444	11113445	11113446	11113455	11113456	11113466	11113555
11113556	11113566	11113666	11114444	11114445	11114446	11114455	11114456
11114466	11114555	11114556	11114566	11114666	11115555	11115556	11115566
11115666	11116666	11122222	11122223	11122224	11122225	11122226	11122233
11122234	11122235	11122236	11122244	11122245	11122246	11122255	11122256
11122266	11122333	11122334	11122335	11122336	11122344	11122345	11122346
11122355	11122356	11122366	11122444	11122445	11122446	11122455	11122456
11122466	11122555	11122556	11122566	11122666	11123333	11123334	11123335
11123336	11123344	11123345	11123346	11123355	11123356	11123366	11123444
11123445	11123446	11123455	11123456	11123466	11123555	11123556	11123566
11123666	11124444	11124445	11124446	11124455	11124456	11124466	11124555
11124556	11124566	11124666	11125555	11125556	11125566	11125666	11126666
11133333	11133334	11133335	11133336	11133344	11133345	11133346	11133355
11133356	11133366	11133444	11133445	11133446	11133455	11133456	11133466
11133555	11133556	11133566	11133666	11134444	11134445	11134446	11134455
11134456	11134466	11134555	11134556	11134566	11134666	11135555	11135556

11135566	11135666	11136666	11144444	11144445	11144446	11144455	11144456
11144466	11144555	11144556	11144566	11144666	11145555	11145556	11145566
11145666	11146666	11155555	11155556	11155566	11156666	11156666	11166666
11222222	11222223	11222224	11222225	11222226	11222233	11222234	11222235
11222236	11222244	11222245	11222246	11222255	11222256	11222266	11222333
11222334	11222335	11222336	11222344	11222345	11222346	11222355	11222356
11222366	11222444	11222445	11222446	11222455	11222456	11222466	11222555
11222556	11222566	11222666	11223333	11223334	11223335	11223336	11223344
11223345	11223346	11223355	11223356	11223366	11223444	11223445	11223446
11223455	11223456	11223466	11223555	11223556	11223566	11223666	11224444
11224445	11224446	11224455	11224456	11224466	11224555	11224556	11224566
11224666	11225555	11225556	11225566	11225666	11226666	11233333	11233334
11233335	11233336	11233344	11233345	11233346	11233355	11233356	11233366
11233444	11233445	11233446	11233455	11233456	11233466	11233555	11233556
11233566	11233666	11234444	11234445	11234446	11234455	11234456	11234466
11234555	11234556	11234566	11234666	11235555	11235556	11235566	11235666
11236666	11244444	11244445	11244446	11244455	11244456	11244466	11244555
11244556	11244566	11244666	11245555	11245556	11245566	11245666	11246666
11255555	11255556	11255566	11256666	11256666	11266666	11333333	11333334
11333335	11333336	11333344	11333345	11333346	11333355	11333356	11333366
11333444	11333445	11333446	11333455	11333456	11333466	11333555	11333556
11333566	11333666	11334444	11334445	11334446	11334455	11334456	11334466
11334555	11334556	11334566	11334666	11335555	11335556	11335566	11335666
11336666	11344444	11344445	11344446	11344455	11344456	11344466	11344555
11344556	11344566	11344666	11345555	11345556	11345566	11345666	11346666
11355555	11355556	11355566	11356666	11356666	11366666	11444444	11444445
11444446	11444455	11444456	11444466	11444555	11444556	11444566	11444666
11445555	11445556	11445566	11445666	11446666	11455555	11455556	11455566
11455666	11456666	11466666	11555555	11555556	11555566	11555666	11556666
11566666	11666666	12222222	12222223	12222224	12222225	12222226	12222233
12222234	12222235	12222236	12222244	12222245	12222246	12222255	12222256
12222266	12222333	12222334	12222335	12222336	12222344	12222345	12222346
12222355	12222356	12222366	12222444	12222445	12222446	12222455	12222456
12222466	12222555	12222556	12222566	12222666	12223333	12223334	12223335
12223336	12223344	12223345	12223346	12223355	12223356	12223366	12223444
12223445	12223446	12223455	12223456	12223466	12223555	12223556	12223566
12223666	12224444	12224445	12224446	12224455	12224456	12224466	12224555
12224556	12224566	12224666	12225555	12225556	12225566	12225666	12226666
12233333	12233334	12233335	12233336	12233344	12233345	12233346	12233355
12233356	12233366	12233444	12233445	12233446	12233455	12233456	12233466
12233555	12233556	12233566	12233666	12234444	12234445	12234446	12234455

12234456	12234466	12234555	12234556	12234566	12234666	12235555	12235556
12235566	12235666	12236666	12244444	12244445	12244446	12244455	12244456
12244466	12244555	12244556	12244566	12244666	12245555	12245556	12245566
12245666	12246666	12255555	12255556	12255566	12256666	12256666	12266666
12333333	12333334	12333335	12333336	12333344	12333345	12333346	12333355
12333356	12333366	12333444	12333445	12333446	12333455	12333456	12333466
12333555	12333556	12333566	12333666	12334444	12334445	12334446	12334455
12334456	12334466	12334555	12334556	12334566	12334666	12335555	12335556
12335566	12335666	12336666	12344444	12344445	12344446	12344455	12344456
12344466	12344555	12344556	12344566	12344666	12345555	12345556	12345566
12345666	12346666	12355555	12355556	12355566	12356666	12356666	12366666
12444444	12444445	12444446	12444455	12444456	12444466	12444555	12444556
12444566	12444666	12445555	12445556	12445566	12445666	12446666	12455555
12455556	12455566	12455666	12456666	12466666	12555555	12555556	12555566
12555666	12566666	12566666	12666666	13333333	13333334	13333335	13333336
13333344	13333345	13333346	13333355	13333356	13333366	13333444	13333445
13333446	13333455	13333456	13333466	13333555	13333556	13333566	13333666
13334444	13334445	13334446	13334455	13334456	13334466	13334555	13334556
13334566	13334666	13335555	13335556	13335566	13335666	13336666	13344444
13344445	13344446	13344455	13344456	13344466	13344555	13344556	13344566
13344666	13345555	13345556	13345566	13345666	13346666	13355555	13355556
13355566	13355666	13356666	13366666	13444444	13444445	13444446	13444455
13444456	13444466	13444555	13444556	13444566	13444666	13445555	13445556
13445566	13445666	13446666	13455555	13455556	13455566	13455666	13456666
13466666	13555555	13555556	13555566	13555666	13556666	13566666	13666666
14444444	14444445	14444446	14444455	14444456	14444466	14444555	14444556
14444566	14444666	14445555	14445556	14445566	14445666	14446666	14455555
14455556	14455566	14455666	14456666	14466666	14555555	14555556	14555566
14555666	14566666	14566666	14666666	15555555	15555556	15555566	15555666
15556666	15666666	15666666	16666666	22222222	22222223	22222224	22222225
22222226	22222233	22222234	22222235	22222236	22222244	22222245	22222246
22222255	22222256	22222266	22222333	22222334	22222335	22222336	22222344
22222345	22222346	22222355	22222356	22222366	22222444	22222445	22222446
22222455	22222456	22222466	22222555	22222556	22222566	22222666	22223333
22223334	22223335	22223336	22223344	22223345	22223346	22223355	22223356
22223366	22223444	22223445	22223446	22223455	22223456	22223466	22223555
22223556	22223566	22223666	22224444	22224445	22224446	22224455	22224456
22224466	22224555	22224556	22224566	22224666	22225555	22225556	22225566
22225666	22226666	22233333	22233334	22233335	22233336	22233344	22233345
22233346	22233355	22233356	22233366	22233444	22233445	22233446	22233455
22233456	22233466	22233555	22233556	22233566	22233666	22234444	22234445

22234446	22234455	22234456	22234466	22234555	22234556	22234566	22234666
22235555	22235556	22235566	22235666	22236666	22244444	22244445	22244446
22244455	22244456	22244466	22244555	22244556	22244566	22244666	22245555
22245556	22245566	22245666	22246666	22255555	22255556	22255566	22255666
22256666	22266666	22333333	22333334	22333335	22333336	22333344	22333345
22333346	22333355	22333356	22333366	22333444	22333445	22333446	22333455
22333456	22333466	22333555	22333556	22333566	22333666	22334444	22334445
22334446	22334455	22334456	22334466	22334555	22334556	22334566	22334666
22335555	22335556	22335566	22335666	22336666	22344444	22344445	22344446
22344455	22344456	22344466	22344555	22344556	22344566	22344666	22345555
22345556	22345566	22345666	22346666	22355555	22355556	22355566	22355666
22356666	22366666	22444444	22444445	22444446	22444455	22444456	22444466
22444555	22444556	22444566	22444666	22445555	22445556	22445566	22445666
22446666	22455555	22455556	22455566	22455666	22456666	22466666	22555555
22555556	22555566	22555666	22556666	22566666	22666666	23333333	23333334
23333335	23333336	23333344	23333345	23333346	23333355	23333356	23333366
23333444	23333445	23333446	23333455	23333456	23333466	23333555	23333556
23333566	23333666	23334444	23334445	23334446	23334455	23334456	23334466
23334555	23334556	23334566	23334666	23335555	23335556	23335566	23335666
23336666	23344444	23344445	23344446	23344455	23344456	23344466	23344555
23344556	23344566	23344666	23345555	23345556	23345566	23345666	23346666
23355555	23355556	23355566	23355666	23356666	23366666	23444444	23444445
23444446	23444455	23444456	23444466	23444555	23444556	23444566	23444666
23445555	23445556	23445566	23445666	23446666	23455555	23455556	23455566
23455666	23456666	23466666	23555555	23555556	23555566	23555666	23556666
23566666	23666666	24444444	24444445	24444446	24444455	24444456	24444466
24444555	24444556	24444566	24444666	24445555	24445556	24445566	24445666
24446666	24455555	24455556	24455566	24455666	24456666	24466666	24555555
24555556	24555566	24555666	24556666	24566666	24666666	25555555	25555556
25555566	25555666	25556666	25566666	25666666	26666666	33333333	33333334
33333335	33333336	33333344	33333345	33333346	33333355	33333356	33333366
33333444	33333445	33333446	33333455	33333456	33333466	33333555	33333556
33333566	33333666	33334444	33334445	33334446	33334455	33334456	33334466
33334555	33334556	33334566	33334666	33335555	33335556	33335566	33335666
33336666	33344444	33344445	33344446	33344455	33344456	33344466	33344555
33344556	33344566	33344666	33345555	33345556	33345566	33345666	33346666
33355555	33355556	33355566	33355666	33356666	33366666	33444444	33444445
33444446	33444455	33444456	33444466	33444555	33444556	33444566	33444666
33445555	33445556	33445566	33445666	33446666	33455555	33455556	33455566
33455666	33456666	33466666	33555555	33555556	33555566	33555666	33556666
33566666	33666666	34444444	34444445	34444446	34444455	34444456	34444466

34444555	34444556	34444566	34444666	34445555	34445556	34445566	34445666
34446666	34455555	34455556	34455566	34455666	34456666	34466666	34555555
34555556	34555566	34555666	34556666	34566666	34666666	35555555	35555556
35555566	35556666	35566666	35666666	36666666	36666666	44444444	44444445
44444446	44444455	44444456	44444466	44444555	44444556	44444566	44444666
44445555	44445556	44445566	44445666	44446666	44455555	44455556	44455566
44455666	44456666	44466666	44555555	44555556	44555566	44555666	44556666
44566666	44666666	45555555	45555556	45555566	45555666	45556666	45566666
45666666	46666666	55555555	55555556	55555566	55555666	55556666	55566666
55666666	56666666	66666666					

Anexo I. DM y Distancias Máximas- 8 Jueces

DM	Distancias Máximas Número de veces							Número de posibilidades Total 3003	Probabilidad %	Probabilidad Acumulada %
	0	1	2	3	4	5	6			
	0,2 %	1,4 %	4,7 %	11,2 %	21,0 %	30,8 %	30,8 %			
-	7							7	0,233	0,233
0,219		12						12	0,400	0,633
0,250			5					5	0,167	0,799
0,375		12						12	0,400	1,199
0,438			20					20	0,666	1,865
0,469		12		8				20	0,666	2,531
0,500		6	5	8	3			22	0,733	3,263
0,563			20					20	0,666	3,929
0,625			20	8				28	0,932	4,862
0,656			10	16				26	0,866	5,728
0,688				8	12			20	0,666	6,394
0,719				8	6	4		18	0,599	6,993
0,750			25	28	9	4	1	67	2,231	9,224
0,781			10	8				18	0,599	9,824
0,813				16	12			28	0,932	10,756
0,875			10	32	36	4		82	2,731	13,487
0,906				8	6	8		22	0,733	14,219
0,938			10	24	24	12	4	74	2,464	16,683
0,969				8	12	8	2	30	0,999	17,682
1,000			5	28	36	22	5	96	3,197	20,879
1,031				8	6	4		18	0,599	21,479
1,063				8	18	16	4	46	1,532	23,010
1,094				16	6	8		30	0,999	24,009
1,125				32	48	32	12	124	4,129	28,139
1,156				8	18	12	6	44	1,465	29,604
1,188					24	20	12	56	1,865	31,469
1,219				8	12	12	6	38	1,265	32,734
1,250				20	54	46	20	140	4,662	37,396
1,281					12	12	4	28	0,932	38,328
1,313				8	30	28	18	84	2,797	41,126
1,344					6	8	2	16	0,533	41,658
1,375				8	48	60	32	148	4,928	46,587
1,406				8	18	20	10	56	1,865	48,452
1,438					12	28	20	60	1,998	50,450
1,469					12	20	10	42	1,399	51,848
1,500				4	48	68	43	163	5,428	57,276
1,531					6	12	8	26	0,866	58,142
1,563					12	28	22	62	2,065	60,206
1,594					6	12	8	26	0,866	61,072

1,625					30	68	50	148	4,928	66,001
1,656						24	18	42	1,399	67,399
1,688					6	20	22	48	1,598	68,998
1,719					6	16	14	36	1,199	70,196
1,750					15	60	59	134	4,462	74,659
1,781					6	16	14	36	1,199	75,857
1,813						16	26	42	1,399	77,256
1,844						8	8	16	0,533	77,789
1,875					12	56	66	134	4,462	82,251
1,906						8	16	24	0,799	83,050
1,938						8	20	28	0,932	83,983
1,969						12	18	30	0,999	84,982
2,000					3	32	57	92	3,064	88,045
2,031						8	12	20	0,666	88,711
2,063						8	20	28	0,932	89,644
2,094						4	10	14	0,466	90,110
2,125						16	48	64	2,131	92,241
2,156						8	16	24	0,799	93,040
2,188						4	12	16	0,533	93,573
2,219							8	8	0,266	93,839
2,250						14	43	57	1,898	95,738
2,281							6	6	0,200	95,937
2,313							8	8	0,266	96,204
2,344						4	8	12	0,400	96,603
2,375						4	28	32	1,066	97,669
2,406							4	4	0,133	97,802
2,438							6	6	0,200	98,002
2,469							4	4	0,133	98,135
2,500						2	20	22	0,733	98,868
2,531							4	4	0,133	99,001
2,563							2	2	0,067	99,068
2,625							14	14	0,466	99,534
2,656							2	2	0,067	99,600
2,719							2	2	0,067	99,667
2,750							5	5	0,167	99,833
2,813							2	2	0,067	99,900
2,875							2	2	0,067	99,967
3,000							1	1	0,033	100,000