



Universidad Internacional de La Rioja

Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Localización del número de oro en los lugares turísticos de la provincia del Cañar, con alumnos del cuarto de la ESO, utilizando metodologías innovadoras.

Autor: Carmen Naspud Bonete

Titulación: Máster en Didáctica de la Matemáticas en ES y Bachillerato

Tipo de Trabajo: Diseño de una propuesta de intervención

Director/a: Eva María Lanagrán Valero

Ciudad: Quito

Fecha de depósito: 27 de julio de 2019

RESUMEN Y PALABRAS CLAVES

Las matemáticas constituyen uno de los pilares fundamentales en la formación intelectual del individuo, que le permite desenvolverse en el medio que le rodea, contribuyen a la formación de seres humanos creativos, emprendedores y decididos; estas capacidades se ven disminuidas al utilizar en el aula de clases prácticas como: repetición, memorización, aplicación de algoritmos que limitan la creatividad y la interacción con el entorno. El objetivo de este TFM es elaborar una propuesta de intervención didáctica del bloque Números y Álgebra de 4to de la ESO, números irracionales y concretamente el número de oro, mediante metodologías activas como la clase invertida, el aprendizaje colaborativo, visitas de observación, combinadas con estrategias metodológicas creativas y recursos tecnológicos disponibles y muy utilizados por los adolescentes. Este trabajo surge del marco teórico que se basa en los números irracionales, número de oro y su presencia en la naturaleza, el arte, la música y en todo lo que nos rodea, así como también de metodologías y herramientas didácticas actuales y motivadoras. Se describen los apartados de una propuesta de intervención didáctica con actividades y anexos que servirán para su implementación. Al finalizar encontraremos conclusiones, limitaciones, prospectivas y referencias bibliográficas. Como resultado presentamos una unidad didáctica, con la utilización de material concreto, videos, visitas de observación hacia lugares turísticos debiendo emplearse: razonamiento, creatividad e imaginación. En la conclusión se destaca la importancia de la motivación en los estudiantes con actividades que puedan demostrar la utilidad de las matemáticas en el diario vivir de las personas.

PALABRAS CLAVE

Número áureo, clase invertida, metodologías activas, TIC, trabajo colaborativo

ABSTRACT

Mathematics is one of the fundamental pillars on a person's intellectual formation since it allows them to function in their environment, and contributes to the education of creative, enterprising and determined human beings. However, these skills are reduced by applying in the classroom methods such as repetition, memorization, application of algorithms that limit creativity and interaction with the environment. The objective of this TFM is to develop a teaching unit of the Numbers and Algebra block of contents of the 4th of ESO of irrational numbers and the golden ratio through the implementation of active methodologies such as flipped classroom, collaborative learning, and observational visits which will be fused with creative methodological strategies, and available technological resources widely used by adolescents. This study arises from the theoretical framework that is based on irrational numbers, history of the golden ratio and its presence in nature, art, music, and everything that surrounds us, as well as current and motivational methodologies and didactic tools. The sections of a didactic intervention proposal are described with activities and annexes for the implementation of this study. In the end, we will find conclusions, limitations, prospects and bibliographical references. As a result, we present a teaching unit developed by the use of concrete material, interesting videos, and observational visits to tourist places. Reasoning, creativity, and imagination had to be used too. In conclusion, the importance of encouraging students with activities that can demonstrate the usefulness of mathematics in people's daily lives is emphasized.

KEYWORDS

Golden ratio, flipped classroom, active methodologies, ICT, collaborative work

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1.	JUSTIFICACIÓN, PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS ...	6
1.1.	Justificación y planteamiento del problema	6
1.2.	Objetivos	8
1.2.1.	Objetivo General.....	8
1.2.2.	Objetivos Específicos	8
2.	MARCO TEÓRICO	10
2.1.	Números Irracionales	10
2.2.	Numero de Oro.....	11
2.3.	La secuencia de Fibonacci	11
2.4.	Dificultades en la enseñanza de las matemáticas y en el número de oro....	13
2.5.	Didáctica de las Matemáticas	14
2.5.1.	Aula invertida o flipped classroom.....	14
2.5.2.	Ventajas y desventajas de la clase invertida	15
2.5.3.	Aprendizaje Colaborativo	17
2.5.4.	Las TIC en la educación	18
2.6.	Complejo Arqueológico De Ingapirca	19
2.6.1.	Arquitectura de Ingapirca	20
3.	PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA	22
3.1.	Introducción	22
3.2.	Contextualización.....	23
3.2.1.	Marco Normativo.....	23
3.2.2.	Centro y su entorno.....	24
3.2.3.	Alumnado.....	24
3.3.	Objetivos	25
3.4.	Competencias clave.....	25

3.5.	Contenidos.....	26
3.6.	Metodología	27
3.7.	Temporalización.....	28
3.8.	Sesiones.....	30
3.8.1.	Sesión 1: “Clasificando los números”	30
3.8.2.	Sesión 2: “Explorando los números irracionales”	32
3.8.3.	Sesión 3: “Conociendo el número de oro”.....	33
3.8.4.	Sesión 4: “Visitando lugares turísticos de mi localidad”.....	36
3.8.5.	Sesión 5: “Realizando cálculos”	38
3.8.6.	Sesión 6: “Preparando el documental”	39
3.8.7.	Sesión 7: “Promocionando mi provincia”	40
3.8.8.	Sesión 8: “Poniendo en práctica lo aprendido”	41
3.9.	Recursos	43
3.10.	Evaluación	43
3.11.	Evaluación de la Propuesta.....	49
4.	CONCLUSIONES.....	51
5.	LIMITACIONES Y PROSPECTIVA	53
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54
	ANEXOS:	58
	ANEXO 1.....	58
	ANEXO 2:.....	60
	ANEXO 3.....	61
	ANEXO 4.....	63
	ANEXO 5.....	64
	ANEXO 6.....	65
	ANEXO 7.....	66
	ANEXO 8.....	67

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Temporalización	29
Tabla 2. Temporalización de la sesión 1.....	30
Tabla 3. Temporalización de la sesión 2.....	32
Tabla 4. Temporalización de la sesión 3.....	34
Tabla 5. Temporalización de la sesión 4.....	37
Tabla 6. Temporalización de la sesión 5.....	39
Tabla 7. Temporalización de la sesión 6.....	40
Tabla 8. Temporalización de la sesión 7.....	41
Tabla 9. Temporalización de la sesión 8.....	42
Tabla 10. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluable.	44
Tabla 11. Rúbrica de evaluación de la sesión 1	45
Tabla 12. Rúbrica de evaluación de la sesión 3	46
Tabla 13. Rúbrica de evaluación de la sesión 5	47
Tabla 14. Rúbrica de evaluación de las sesiones 6 y 7.	48
Tabla 15. Lista de Cotejo.....	49
Tabla 16 Matriz DAFO.....	50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Castillo de Ingapirca.....	21
Figura 2. Conjunto de números enteros.	33
Figura 3. Número de Oro	35

1. JUSTIFICACIÓN, PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS

1.1. Justificación y planteamiento del problema

En la institución educativa, perteneciente a la provincia del Cañar, república del Ecuador, se ha identificado que los estudiantes del cuarto de la ESO, no han podido localizar el número de oro en obras de arte de los diferentes lugares turísticos de la provincia, debido a que no existe la información necesaria sobre la utilización del mismo; y los profesores del área de matemática nos hemos dedicado a enseñar procesos, sin que exista una relación entre la práctica y el contenido; como docente de la misma y consciente de que el aprendizaje es adquirido cuando el individuo conoce la utilidad del conocimiento que va a recibir (Romero, 2009). Se ha considerado importante investigar los diferentes lugares turísticos que cumplen con las características del número de oro; de esta manera, el estudiante no solo adquirirá conocimientos matemáticos, sino además de nuestra historia, arte y cultura.

Los contenidos anteriormente mencionados serán puestos en práctica con la utilización de metodología acorde a la sociedad en la que nos encontramos, como es la clase invertida que a decir de Berenguer (2016) busca que los estudiantes trabajen fuera del aula los contenidos científicos, por medio del uso de las Tecnologías de la Información y Comunicaciones (TIC) y otros medios que el docente pondrá a su alcance y en clase se podrá resolver las incógnitas que se presenten en la revisión del material enviado; el aprendizaje colaborativo es un sistema de interacción que induce la influencia entre los integrantes de un equipo, es un modelo que suma esfuerzos, talentos y competencias para obtener el objetivo planteado, además con esta metodología adquieren valores como la solidaridad, respeto y responsabilidad como miembros de un grupo (Collazos y Mendoza, 2006).

El tema propuesto es importante debido a que permitirá motivar a los estudiantes, mediante la aplicación de conocimientos, en este caso la historia de los lugares turísticos y el arte en el que según el Bruner cognitivo “el aprendiz construye el conocimiento según sus propias categorías que se van modificando a partir de su interacción con el ambiente” (Guilar, 2009, p. 237); lo cual generará interés y

curiosidad por reconocer la utilización del número de oro en la arquitectura que la provincia presenta en sus lugares turísticos y de esta manera se llamará la atención del discente para que pueda ampliar el gusto por el área de matemática.

El número de oro es un contenido que conecta a la Matemática con la realidad circundante y se relaciona con otras áreas que les atrae, como el dibujo, la historia, etc., “el aspecto matemático y algebraico del número de oro $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, es un número irracional pero algebraico, puesto que se obtiene como solución de la ecuación algebraica $x^2-x-1=0$ ” (Páez, 2009, p. 3)

El número de oro es un tema que le brinda relevancia al aprendizaje de la matemática, porque nos permite conocer una de las grandes utilidades que tiene el estudio de los números irracionales en la escolaridad y al observar que los estudiantes presentan dificultad en el desarrollo de las destrezas de estos números se ha realizado un análisis de los resultados de las pruebas SER BACHILLER del lectivo 2017-2018 en esta área a nivel nacional, régimen sierra, en la que se obtuvo que el 44,5% alcanzan un nivel elemental y se observa que los resultados en el área de matemática obtiene un promedio de 7,72; en la provincia del Cañar 7,57 y a nivel institucional 6,91 Instituto Nacional de Evaluación (INEVAL, 2019); podemos observar que el desarrollo de las destrezas en el área de matemática es baja, no solo en la institución en donde laboro sino a nivel cantonal y se podría manifestar que también a nivel nacional, por lo que se analizó los resultados de la ESO (estudiantes entre 11 y 15 años) en las juntas de curso quimestrales, evidenciándose que desde los niveles inferiores existe un alto índice de estudiantes con bajos resultados, solicitando al DECE (Departamento de Consejería Estudiantil) la intervención para detectar las razones de la misma, quien manifiesta que a los estudiantes no les gusta las matemáticas porque no encuentran la utilidad, son aburridas y no la aplican a la vida diaria.

El Trabajo de Fin de Máster se basa en la investigación de la presencia del número de oro en los lugares turísticos de la provincia del Cañar, perteneciente a la república del Ecuador, para reconocer la utilización del mismo por los artistas de esta localidad y emplearlo como recurso en el proceso de enseñanza aprendizaje de la aritmética debido a que el número áureo se encuentra presente en las obras de arte; como lo expresan Correa y Vera (2014) en la Revista Iberoamericana de Educación

Matemática: “El análisis de alguna pinturas con ayuda del compás áureo y la creación de fotografías clásicas, estos campos son expresiones visuales de la realidad, que contribuyen a reconocer, significar y comprobar la sección áurea en obras creadas por el hombre” (p. 148). Además sirve como motivación para que los estudiantes puedan asimilar dicho conocimiento, porque en la institución existen dificultades de aprendizaje de los números irracionales especialmente del número áureo, ya que no perciben una relación de este contenido con la vida cotidiana.

El presente trabajo es una propuesta de intervención didáctica, que se realizará con estudiantes de cuarto de la ESO (Décimo Año de Educación General Básica) de la institución educativa de referencia, se utilizarán encuestas a los estudiantes y una investigación bibliográfica, para recolectar contenido científico.

La propuesta se elaborará en base a la unidad didáctica, con la planificación de las destrezas adecuadas y necesarias para demostrar que al relacionar la matemática con otras áreas y dándole significatividad a los contenidos, los estudiantes pueden consolidar sus conocimientos a través de un proceso de enseñanza aprendizaje eficiente.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Elaborar una propuesta de intervención didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje de números irracionales con estudiantes de cuarto de la ESO (Décimo año de EGB en Ecuador), implementando el flipped classroom, trabajo colaborativo y las TIC, para identificar la utilización del número de oro en los lugares turísticos de la provincia del Cañar.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Analizar y comprender la importancia del número de oro a través de la contextualización del contenido matemático con obras de arte, lugares turísticos y otros, para establecer su importancia.
- Determinar las metodologías adecuadas a través de la investigación para ponerlas en práctica en el proceso de enseñanza aprendizaje del número de oro.

- Intervenir en el proceso de enseñanza de la matemática con la implementación de metodologías activas y relacionando los temas con otras áreas.
- Difundir los lugares turísticos de la provincia del Cañar, construidos con la utilización del número de oro.

2. MARCO TEÓRICO

La adquisición del aprendizaje del número de oro necesita el abordaje de los números irracionales, la secuencia de Fibonacci, la didáctica de la matemática para determinar las estrategias y técnicas adecuadas para el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que los docentes debemos recordar que la enseñanza de la matemática es progresiva y que alguna vez a nosotros también nos resultó difícil la comprensión de ciertos contenidos. Además se trabajará en uno de los lugares turísticos representativos que tiene la provincia del Cañar en el que se ha utilizado el número de oro, como es el complejo arqueológico de Ingapirca, todo esto será puesto en práctica con la utilización de metodología acorde a la sociedad en la que nos encontramos; puesto que los problemas detectados en el proceso de enseñanza aprendizaje es el desinterés, antipatía, temor por la asignatura que es base del pensamiento científico, necesario para mejorar la formación matemática de nuestros estudiantes (Lara, 2007)

2.1. Números Irracionales

El aprendizaje de los números se da en forma sucesiva, en la educación general básica que ofrece el Ecuador, está planteado avanzar hasta los números reales que es un conjunto de números racionales (enteros positivo y negativos, fraccionarios y decimales periódicos puros y mixtos) e irracionales; en el que se ha identificado que existe mayor dificultad para desarrollar las destrezas que contienen los números irracionales, los cuales son enseñados de forma algorítmica, sin tomar en cuenta el interés del estudiante y la relación con eventos reales de la vida; por lo tanto se pretende motivar el gusto por estos temas; por ejemplo el número de oro articularlo con áreas de su interés como son: el arte, la naturaleza, la historia, entre otras (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016).

Al ser la matemática un aprendizaje sucesivo, se tiene contenidos que son base para la adquisición de temas nuevos y un tanto más complejos, por ejemplo el teorema de Pitágoras, lo cual permite determinar la distancia entre dos puntos, la ecuación ordinaria de la circunferencia, identificación de un lado de un triángulo rectángulo, razones trigonométricas, etc.. Los números reales permiten la comprensión del análisis matemático y desarrolla el pensamiento numérico en el individuo (Ministerio de Educación del Ecuador, 2011).

"Un número es irracional si y sólo si no puede ser escrito en forma periódica en ninguna base" (Crespo, 2012, p. 22)

"Los números irracionales no pueden representarse de manera exacta como el cociente de enteros" (MINISTERIO DE EDUCACION, 2016, p.11); es decir no es el resultado de una división exacta, por lo tanto no puede ser representado como una fracción p/q , ni representado exactamente en la recta numérica sino de manera aproximada. Los números irracionales se los denota como: $I=R-Q$, donde I representa a los números irracionales, R a los números reales y Q a los números racionales. Los números irracionales no se pueden escribir en forma de decimal periódico puro o en periódico mixto y los más conocidos y utilizados son: la $\sqrt{2}$ (raíz cuadrada de dos), el ϕ (áureo, representado por la letra griega phi), π (pi, relacionado con la longitud de la circunferencia y su diámetro), la constante de Euler, entre otras (Ministerio de Educación del Ecuador, 2011).

2.2. Número de Oro

Esta sucesión conocida también como áurea proviene del vocablo latín *sectio*, que significa proporción misma que aparece entre los segmentos de una recta que al ser dividida ésta en media y extrema razón, la que se puede expresar como una recta AB que se divide por un punto F en dos sub-segmentos AF y FB, de manera que el segmento mayor sea al menor como el todo es al segmento mayor (Toledo, 2002).

El número de oro se obtiene de la ecuación $x^2-x-1=0$, por lo tanto es un número algebraico, siendo un número irracional posee las siguientes características:

Progresión ϕ es el único número positivo que verifica $\phi^2 = \phi+1$ ya que la solución de $x^2-x-1=0$; al dividir por ϕ se obtiene $1/\phi = \phi-1$; es decir al restar en una unidad obtenemos como resultado su inverso (Toledo, 2002).

2.3. La secuencia de Fibonacci

"La sucesión de Fibonacci es una secuencia de números enteros descubierta por matemáticos hindúes hacia el año 1135 y descrita por primera vez en Europa gracias a Fibonacci." (Orendain, Calvillo, y Leyva, 2009).

Sucesión de Fibonacci

n:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
fn:	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Cada término es el resultado de la adición de los dos términos anteriores, $fn = fn - 1 + fn - 2$. Se relaciona con el número de oro porque al dividir los dos términos el resultado de la misma tiende a φ , que se caracteriza por introducir la asimetría, una continuidad al infinito, facultad de repetir indefinidamente convirtiéndose en un número algebraico ilimitado (Toledo, 2002).

En las estructuras arquitectónicas, obras de arte, pirámides, la música, a lo largo de la historia se ha utilizado el número de oro, así tenemos: las pirámides de Egipto, grandes cuadros como “La Mona Lisa” de Leonardo Da Vinci , “Las Meninas” de Velásquez, en donde algunos elementos de los cuadros coinciden con las proporciones del número áureo, éste también se lo encuentra en la naturaleza en las plantas como en el girasol, en las rosas, en los animales, en el crecimiento poblacional, hasta en el cuerpo humano un ejemplo de ello es el ombligo. Está presente en todos los objetos geométricos regulares en los que haya simetría pentagonal (Toledo, 2002).

El pentagrama como figura geométrica reúne características y propiedades matemáticas únicas, todas giran alrededor de PHI o número de oro; este es un número irracional ya que no puede ser expresado como número entero, guarda relación con el número 5, la ley divisoria, con el círculo expresión de la perfección de Dios, así como con la espiral que es el nexo de unión entre los puntos. En cuanto a la música los octavos de caracol se relacionan con las notas DO RE MI FA SOL LA SI en forma gradual (Toledo, 2002).

En la provincia del Cañar también se encuentra presente el número áureo en el complejo arqueológico de Ingapirca en el que se encuentra la historia de la población cañari y su legado cultural con sus costumbres y tradiciones que identifican a sus pobladores (Chamorro, 2015).

Phi, es un número que ha formado parte del "conocimiento secreto"; las proporciones áureas han inspirado a arquitectos, pintores, escritores y músicos de todas las épocas. Los expertos hablan de que

construcciones tan antiguas como las pirámides egipcias se levantaron bajo el principio del mismo. (Orendain et al., 2009)

Orendain et al. (2009) describen algunos lugares que poseen la proporción áurea desde épocas muy antiguas como: “El Arca de Noé” que se encuentra detallado en la biblia en el libro del Génesis “esta arca tiene 450 pies de largo, 75 pies de ancho y 45 pies de altura” en donde se demuestra la proporción del número dorado 75/45; otro de los ejemplos claros es el edificio de la sede de la ONU, que se encuentra en Nueva York, que también contiene en su estructura la proporción aurea, debido a que su objetivo era conseguir el orden arquitectónico perfecto en el centro de la organización que guían los propósitos del mundo.

Estos son algunos lugares de los tantos que existen en el mundo, que los matemáticos han comprobado la presencia del número áureo, que a decir de algunos especialistas forman la perfección divina.

2.4. Dificultades en la enseñanza de las matemáticas y en el número de oro.

A lo largo de la historia, la enseñanza de la matemática ha presentado múltiples dificultades en la adquisición de algunos contenidos de ésta área, debido a prejuicios que existen en la mente humana, así como también, a la falta de preparación de docentes para impartir tan importante asignatura, la misma que esta dictada en la mayoría de los casos por ingenieros, arquitectos, entre otros, quienes carecen de formación pedagógica, por lo tanto imparten tan sólo algoritmos matemáticos, resolviendo problemas del mismo tipo, sin que estos tengan relación con la realidad del estudiante; por lo que la competencia del profesor de matemática es un aspecto esencial en el interaprendizaje, requiriendo un dominio del contenido, pedagógico y didáctico (Ruiz, 2008).

Según Pinales y Velázquez (2019) el algoritmo matemático es un proceso que permite describir paso a paso la resolución de un problema; sin dar lugar a que el estudiante ponga en juego su creatividad y desarrolle así el pensamiento lógico.

Algunos errores y dificultades que se presentan se dan debido a los extensos contenidos matemáticos en relación al tiempo destinado a los mismos, las actividades

propuestas por el docente pueden ser monótonas y repetitivas, falta de motivación del alumnado, falta de dominio de contenidos anteriores (Godino, Batanero, y Font, 2004).

El número de oro presente en las diferentes obras de arte y elementos propios de la naturaleza, muestra dificultades en su percepción directa, debido a su estructura geométrica abstracta, ya que para su comprobación se necesita realizar mediciones y cálculos matemáticos complejos con sus respectivas fórmulas que los estudiantes desconocen (Bonell, 2009).

2.5. Didáctica de las Matemáticas

Las estrategias, métodos y recursos son importantes para el proceso de la enseñanza aprendizaje y la consolidación de destrezas en los estudiantes, así como también su análisis emocional, por lo que se ha buscado motivarlos con actividades acorde a la edad para que se interesen por la matemática y más aún en temas complejos como son los números irracionales. Se pretende motivar a través de la práctica con temas reales que involucren la existencia del número áureo (Andrade, 2011).

2.5.1. Aula invertida o flipped classroom

La clase invertida es un enfoque pedagógico en el que: “la instrucción directa se mueve desde el espacio de aprendizaje colectivo hacia el espacio de aprendizaje individual, y el espacio resultante se transforma en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo en el que el educador guía a los estudiantes” (Bergmann y Sams, 2014 citado en Berenguer, 2016, p. 1468).

La metodología de la clase invertida permite que el estudiante construya su propio aprendizaje a través de la observación de videos y/o lectura de información científica, que el docente envía a casa preparado con antelación de acuerdo al tema que se tratará o a la destreza que se desarrollará, para luego iniciar en el aula con experiencias previas sobre lo visto o leído, así como también puede solicitarse la investigación del tema a tratar en fuentes bibliográficas o experiencias vivenciales de sus familiares, con el objetivo de relacionar el tema con el contexto en el que se desenvuelven los estudiantes y despertar su interés (Vidal, Rivera, Nolla, Morales, y Vialart, 2016).

El flipped classroom es importante puesto que los estudiantes presentan mayor independencia tanto para el estudio de las teorías necesarias, para la adquisición de conocimientos y desarrollo de destrezas, así como la trasferencia en la práctica y el alcance de competencias que requieren de motivación y orientación que les brinda el docente en clase o la adquieren a través del internet Vidal et al. (2016).

Durante el desarrollo de la flipped classroom que de acuerdo a varios autores coinciden con los elementos genéricos del ADDIE (análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación) (Gagné 1985), Jonassen 1994 citado en Olaizola, 2014, p. 3). Para poner en práctica, la estrategia aula invertida, se detalla cada paso de manera general:

Análisis.- se analiza la destreza que se pretende enseñar, y luego se elabora una descripción del problema y una posible solución, se tendrá en cuenta los recursos disponibles en la institución y en casa.

Diseño.- en este apartado se detalla la planificación y la estructura a ponerse en práctica durante el proceso.

Desarrollo.- en el desarrollo se determinará los contenidos y los materiales que se usarán en la clase invertida.

Implementación.- en esta etapa se ejecuta y se pone en práctica la clase, en la que se distribuye los materiales, las consignas y se brinda ayuda de acuerdo a las necesidades individuales.

Evaluación.- todo proceso requiere ser evaluado para determinar el éxito del mismo, por lo que se realizará las respectivas pruebas específicas para determinar el resultado de la clase invertida (Olaizola, 2014).

2.5.2. Ventajas y desventajas de la clase invertida

Las ventajas que esta metodología presenta pueden ser las siguientes de acuerdo a Berenguer (2016):

1. Incrementa el compromiso de la participación en el proceso de enseñanza aprendizaje por parte del estudiantado, se hace corresponsable de su aprendizaje y participa de forma activa.

2. Aprendizaje al ritmo del estudiante, ya que pueden acceder al material facilitado por el profesor en el momento, lugar y veces que lo requieran.
3. Atención personalizada del profesor a sus alumnos, desarrollando su talento.
4. Fomenta el pensamiento crítico, creativo y analítico.
5. Fortalece el trabajo colaborativo y promueve mayor interacción alumno-profesor.
6. Alumnos motivados por la utilización de las TIC.
7. Padres de familia y representantes legales asumiendo responsabilidades educativas en casa.

Las desventajas que se pueden encontrar de acuerdo a Berenguer (2016) son:

1. Estudiantes carentes de servicios de internet, computadora en sus hogares, ya que la realidad económica ecuatoriana en el sector rural es baja.
2. La falta de responsabilidad de los estudiantes puede truncar el proceso de enseñanza aprendizaje.
3. Puede existir errores o confusión en el desarrollo de los cuestionarios.
4. Los estudiantes pueden tomar como pretexto las tareas y dedicarse a actividades ajenas a la educación.
5. Algunos estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje requieren de la guía del docente.
6. Padres de familia analfabetos, no pueden apoyar eficientemente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El método pedagógico y los recursos que se utilizan para la implementación de la clase invertida deben ser conocidos por los estudiantes y participar en la selección de los mismos, ya que sus opiniones refuerzan la motivación y permiten la eficacia de ésta metodología en el procesos de enseñanza aprendizaje, y las opiniones negativas hacen replantear los aspectos que podemos mejorar (Berenguer, 2016).

2.5.3. Aprendizaje Colaborativo

“Los métodos de aprendizaje colaborativo comparten la idea de que los estudiantes trabajan juntos para aprender y son responsables del aprendizaje de sus compañeros tanto como del suyo propio” (Collazos, Guerrero y Vergara, 2001, p. 2)

El aprendizaje colaborativo permite construir, transformar y explicar el conocimiento por parte de los estudiantes con la participación adecuada y oportuna del profesor. El docente ayuda al estudiante a desarrollar las destrezas, los contenidos, talentos y competencias utilizando nuevas estructuras de enseñanza, convirtiéndose en un guía en el proceso de interaprendizaje. La eficiencia del aprendizaje colaborativo se observa cuando los estudiantes trabajan de forma activa aportando con ideas creativas y de manera espontánea (Collazos et al., 2001).

El rol a desempeñar por el profesor es el de mediador y guía de los grupos, encargándose de generar habilidades metacognitivas en los estudiantes, así como habilidades sociales y de trabajo en grupo. Collazos et al. (2001) expresan que: “La educación es un proceso transaccional entre estudiantes y entre el profesor en un ambiente apropiado en el que trabajan conjuntamente para el logro de una meta en común” (p. 6)

La puesta en práctica de esta metodología permite en el estudiante el desarrollo de capacidades intelectuales, valores como la solidaridad, el respeto y la responsabilidad; en la que el docente puede identificar a los futuros líderes que favorecerán el aprendizaje de sus compañeros y el incremento de su autoestima permitiéndoles colaborar de manera eficiente en el grupo (Collazos et al., 2001).

Para la implementación del trabajo colaborativo los docentes deben presentar una matriz para evaluar la participación de los miembros del grupo con ideas claras, creativas, lectura y otros aspectos, mismos que servirán para responsabilizar a cada uno de su trabajo en el grupo, este aprendizaje condiciona el grupo y el funcionamiento del mismo es decir desarrolla la interdependencia de fines, roles y tareas (Riera, 2011).

Se puede seguir el siguiente proceso para realizar el trabajo colaborativo:

Tarea grupal: Definir objetivos generales de las tareas, diseñar las consignas para que los participantes se conecten unos a otros, las tareas deben permitir tomar decisiones individuales y grupales, incluir periodos de reflexión que se enfoquen en raciocinios respecto a las actividades realizadas, distribuir materiales para que los participantes trabajen juntos y logren una meta; los grupos deben ser heterogéneos en cuanto a habilidades, personalidad, género, no deben ser numerosos (no más de cuatro personas), organizar los grupos con suficiente distancia (Collazos y Mendoza, 2006).

2.5.4. Las TIC en la educación

Nos encontramos en la sociedad del conocimiento a decir de Julián de Zubiría (1999) y en la era global según Ángel Pérez (2012); esta era denominada también de la información digitalizada en la que tenemos acceso inmediato a los contenidos que requerimos diariamente, lo que hoy en día se torna fácil, ubicuo y económico.

En el área educativa se trabaja con niños, niñas y adolescentes que son nativos tecnológicos, por lo que en el proceso enseñanza-aprendizaje se debe incrementar la utilización de las mismas, para que los estudiantes estén acordes a su modo de vida debido a que las nuevas exigencias de la sociedad es la inclusión de las TIC en la educación (Pérez, 2012).

Los recursos que se consideran tecnológicos se han ido incrementando paulatinamente a lo largo de la historia, como: la calculadora, el televisor, la grabadora, retroproyectores que utilizaban láminas de acetato, DVD, entre otros; en la actualidad los recursos tecnológicos se han convertido en herramientas educativas para mejorar el aprendizaje, por lo que los docentes debemos conocer su utilización correcta e implementarla en el aula de forma adecuada, en las que se consideran dispositivos móviles, tablets, laptops, proyectores, pizarras digitales, cámaras digitales; aplicaciones y software informático como: geogebra, webquest, google, redes sociales y muchos más (Alshaboul, 2012).

El internet es una herramienta básica en la utilización de las TIC en la educación, puesto que es el vínculo para ingresar al mundo virtual donde existe variedad de información que el estudiante puede acceder para comunicarse, informarse o afianzar conocimientos adquiridos en el aula de clase; un claro ejemplo es YouTube en el que

se puede encontrar una serie de videos con contenidos científicos, dinámicos y pedagógicos que ayudan en el proceso de inter-aprendizaje (Soler, 2008).

Baena (2008) expresa que la utilización de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje implica: innovación didáctica, metodológica y organizativa, en la que las funciones que los docentes deben realizar son:

- Organizar y gestionar estrategias didácticas para realizar actividades individuales y colaborativas.
- Conocer las diferencias individuales de los estudiantes.
- Determinar objetivos, contenidos y actividades con recursos tecnológicos disponibles.
- Incluir actividades con el uso de las TIC
- Aprovechar los medios de comunicación que proporcionan distintos códigos y lenguajes.
- Motivar a los estudiantes mediante videos, máquinas recreativas, juegos y otros.

Las ventajas que presenta la utilización de las TIC son numerosas, entre ellas el interés y motivación por parte del alumnado, porque incita a la actividad y al pensamiento, interactúa con sus compañeros y con los medios tecnológicos, desarrolla su propia iniciativa ya que debe tomar decisiones, aprende a partir de los errores. En cuanto a las limitaciones que presentan están las distracciones porque se dedican a jugar, navegan en espacios no consignados por el docente (Baena, 2008).

2.6. Complejo Arqueológico De Ingapirca

Al sur del Ecuador, se encuentra la Provincia de Cañar, donde está ubicado el complejo arqueológico de Ingapirca; el nombre de Ingapirca significa “cara del inca”, es un conjunto iconográfico, que hoy en día se ha convertido en una de las evidencias más importantes de la historia del pueblo Cañari e Inca. En esta zona se encuentran una variedad de suelos, de areniscas cuarcíferas, rocas porfídicas y dioríticas, con las que ha sido construido el castillo. Ingapirca era usado como un observatorio astrológico de gran nivel, aquí encontramos un museo arqueológico en el que se exhiben: una maqueta del complejo y objetos hallados en esta zona, que fueron usados por los Incas (Chamorro, 2015).

2.6.1. Arquitectura de Ingapirca

“Cualquier circunstancia histórica en la que haya sido levantado “Ingapirca”, se destaca la monumentalidad, originalidad del diseño, y la talla magistral de la piedra; donde se puede desplegar un altísimo costo de energía humana, conocimientos especializados en planificación y arquitectura” (Garzón, 2010, p. 4)

El castillo de Ingapirca fue construido en el periodo incaico y fueron sus habitantes quienes han levantado este icónico complejo arqueológico que nos identifica al pueblo Cañari, mismos que han sido direccionados por arquitectos estatales y en su ejecución se tenía en cuenta la política teocrática estatal, que está acorde a la funcionalidad jerárquica del lugar y de la época (Garzón, 2010).

El complejo arqueológico de Ingapirca, está construido con paredes de piedra cortada, que fueron completadas con adobe en su parte alta o hastial, el techo tenía a dos aguas con una fuerte caída (50-55 grados), la estructura era de madera entre los que se encuentran: el alizo, el capulí, entre otros; éstos estaban amarrados con cabuya y estaba cubierta con paja de páramo. La estética de este complejo se evidencia en las ruinas en donde se observan que los recintos habitacionales y los palacios habían sido enlucidos, en tanto que en las bodegas se puede visualizar que carecían del mismo, es decir la piedra era vista, puesto que no tenían gran importancia (Camino, Willis, y Brown, 2009).

En el castillo de Ingapirca, está edificado un templo en el cual se rendía culto al sol, que para ellos era un dios; en este templo elíptico se evidencia la utilización de sillares almohadillados al estilo del imperio del Cuzco que pertenece a nuestro vecino país Perú. Sus paredes tenían adornos con concavidades y puertas trapezoidales, esto lo podemos observar hoy en día en el recinto denominado Akllahuasi, que eran conventos en donde se concentraban las jóvenes mujeres, denominadas “Vírgenes del sol” y también en el templo de Ingapirca, en el que se realizaban rituales en honor a su dios el sol, ésta tradición aún se conserva y se la realiza la última semana de junio la cual se denomina INTI RAYMI o Fiesta del Sol (Garzón, 2010).

Chamorro (2015) en su artículo “Diversiones geométricas en Ingapirca” detalla algunos elementos del castillo en el que se encuentra presente el número áureo como:

la puerta que da acceso a un corredor, la cual lleva a la plataforma de la base elíptica, la puerta tiene una forma de “T” (Ver Figura 1), al observar el rectángulo de la parte horizontal de la misma y tomando la diagonal formada por el punto superior izquierdo, se tiene que el ancho a, mide 967 pixeles y la altura b mide 603 pixeles aproximadamente, obteniendo:

$$\frac{a \sim 967}{b \sim 603} = 1,603$$



Figura 1. Castillo de Ingapirca

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

3.1. Introducción

Para la propuesta de intervención didáctica que llamaremos “Localización del número de oro en los lugares turísticos de la provincia del Cañar con alumnos del cuarto de la ESO, utilizando metodologías innovadoras”, se ha planteado trabajar con estrategias innovadoras, clases interesantes y contextualizadas con el arte y la cultura, que pueden ser utilizadas en el área de matemática dentro y fuera del aula de clases, con la finalidad de motivar al estudiante y lograr que adquieran aprendizajes significativos a través de la interacción con el medio que les rodea.

La implementación de metodologías y estrategias innovadoras para desarrollar la competencia matemática en los estudiantes de cuarto de la ESO, se realizará en base a: la clase invertida o flipped classroom que favorece en gran nivel su desarrollo, puesto que al observar videos, leer artículos el alumno se convierte en el actor de su propio conocimiento, la gamificación incrementa la creatividad y hace un proceso lúdico, el aprendizaje colaborativo permite interactuar adecuadamente con sus compañeros y solucionar diversos problemas de manera efectiva, en lo que se refiere a las TIC se convierte en una herramienta adecuada para ellos ya que la utilizan constantemente.

Los alumnos visitarán lugares turísticos, recurrirán al internet para obtener información sobre el número de oro y su presencia en el arte, posteriormente realizarán grabaciones, tomarán fotografías del trabajo que realicen y promocionarán dichos lugares, serán el pilar fundamental para la ejecución de esta propuesta de intervención y por supuesto se ha de complementar con varias actividades ya sean ejercicios, videos, otras con material manipulativo que resulten interesantes para la comprensión de cada tema.

Los conocimientos que el estudiante hasta el momento posee y que le servirá para la comprensión de esta unidad son: números naturales, números enteros, números racionales; propiedades de los diferentes números como: divisibilidad, paridad, proximidad; tipo de números decimales; mismos que serán recordados al inicio de la unidad.

El presente trabajo consta de ocho sesiones en las que se trabajarán básicamente conceptos de matemática, con algunos temas de arte y cultura, planificadas acorde a las características y contexto de los alumnos de la institución educativa. La sesión “Clasificando los números” sirve para la exploración de los conocimientos previos y se desarrollará en cuarenta y cinco minutos. La segunda sesión de cuarenta y cinco minutos “Explorando los números irracionales”. La tercera sesión a desarrollar es “Conociendo el número de oro”, se realizará en un tiempo de cuarenta y cinco minutos. “Visitando lugares turísticos de mi localidad” es la sesión número cuatro y se tendrá una duración de doscientos cuarenta minutos. “Realizando cálculos” y “Preparando el documental” constituyen las sesiones cinco y seis que se desarrollarán en cuarenta y cinco minutos cada una. La sesión siete “Promocionando mi provincia” se realizará en cuarenta y cinco minutos. Finalmente se llevará la sesión “Poniendo en práctica lo aprendido” misma que durará cuarenta y cinco minutos, misma que servirá para verificar el cumplimiento de los objetivos.

3.2. Contextualización

3.2.1. Marco Normativo

Este trabajo se basa en las leyes educativas que se encuentran en vigor en España:

Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación (LOE).

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, en el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato de España.

Concretamente trabajaremos en el bloque 2: Números y Algebra, del currículo de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, para 4º ESO, puesto que la matemática contribuye en gran manera al desarrollo del razonamiento, la reflexión y la adquisición de nuevos conocimientos en todos los ámbitos de la educación.

3.2.2. Centro y su entorno

Ésta propuesta de intervención didáctica está destinada a una institución educativa ubicada en la parroquia Borrero, perteneciente al cantón Azogues, provincia del Cañar, país Ecuador, es una institución fiscal, que forma niños, niñas y adolescentes desde 3 hasta 18 años, cuenta con aproximadamente 400 estudiantes y 25 docentes.

La institución educativa se encuentra en una zona de nivel socioeconómico medio-bajo. La mayoría (70%) de estudiantes, provienen de lugares rurales, son hijos de padres migrantes, que viven con abuelos, tíos y hasta vecinos, siendo la causa principal de un bajo rendimiento académico. La mayor parte de estudiantes acude al centro educativo con los materiales necesarios para el aprendizaje y casi el 100% dispone de medios tecnológicos en casa, que por lo general lo utilizan para actividades de ocio y recreación, más no para estudiar.

La unidad educativa prohíbe el uso de celulares dentro de las instalaciones, excepto cuando sea un requerimiento pedagógico y con la autorización del docente. Lamentablemente no dispone de internet en las aulas lo que es un limitante al momento de utilizar celulares, tabletas o aplicaciones web como herramientas de trabajo. Tiene un laboratorio de computación con un proyector, y 21 computadoras con acceso a internet.

El centro educativo mantiene una línea pedagógica tradicional ya que la mayoría de docentes están próximos a su jubilación y se rehusan al cambio, a pesar de ello se está tratando de implementar el modelo constructivista con la capacitación de los docentes que sí quieren mejorar la calidad de educación.

La aplicación de la metodología tradicional en las matemáticas es evidente, ya que no se utilizan los recursos disponibles como las TIC, materiales manipulativos, entre otros, para la enseñanza-aprendizaje de esta área, ya sea por desconocimiento, falta de capacitación o porque se considera como distractor para los estudiantes, evitando así que se produzcan aprendizajes significativos.

3.2.3. Alumnado

Esta propuesta de intervención didáctica está diseñada para trabajar con estudiantes de entre 13 y 15 años de edad, de cuarto de la ESO. Se encuentran en la etapa de la

adolescencia, que viene marcada por cambios físicos, sociales, psicológicos y mentales, que a la mayoría de estudiantes conlleva a descuidar los estudios, ya que en esta edad las amistades y el círculo social son lo más importante.

Su desenvolvimiento académico es medio bajo, presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, ya sea por la falta de atención de sus padres o representantes, falta de motivación hacia la misma, porque no ven su utilidad, así como también por los vacíos cognitivos que vienen arrastrando de niveles inferiores.

El presente trabajo pretende que los estudiantes puedan llegar a una verdadera comprensión de los números irracionales, específicamente del número de oro, puesto que son conocimientos abstractos y al estar presente en la naturaleza resulta más sencilla e interesante la explicación.

3.3. Objetivos

Los estudiantes al finalizar este estudio estarán en capacidad de:

- Identificar números irracionales, a través de su gráfica, utilizando material concreto para emplearlos en situaciones de la vida cotidiana.
- Resolver operaciones con números irracionales siguiendo los algoritmos matemáticos y comprobarlos con el uso de la calculadora, para solucionar los diferentes problemas que se presenten diariamente.
- Utilizar las TIC en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- Reconocer el número de oro presente en los diferentes aspectos de la vida cotidiana.
- Conocer y visitar los lugares turísticos de la provincia del Cañar para comprobar la utilización del número de oro en su creación.
- Trabajar de manera colaborativa mediante actividades grupales para mejorar las habilidades matemáticas y sociales.
- Difundir los lugares turísticos en donde está presente el número de oro.

3.4. Competencias clave

En esta propuesta de intervención didáctica se trabajarán las Competencias Clave del currículo, según el artículo 2 de la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero; a

continuación se describen las relaciones entre las competencias clave y las diferentes actividades que se desarrollarán:

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CM), que será desarrollada durante toda la unidad didáctica, a través de la resolución de ejercicios y problemas matemáticos, así como también en la comprensión de los nuevos conceptos.
- Competencia lingüística, que se evidenciará en la expresión crítica de los resultados obtenidos en las diferentes actividades propuestas.
- Conciencia y expresión culturales, ya que se demostrará la presencia de las matemáticas en los lugares turísticos y sitios que tienen gran valor cultural para la provincia del Cañar y el Ecuador en general.
- Competencia digital, puesto que el estudiante utilizará las tecnologías de la información y las comunicaciones como fuente de información en el proceso enseñanza aprendizaje.
- Aprender a aprender, el estudiante deberá desarrollar la capacidad de organización para realizar las tareas encomendadas, poniendo en juego su creatividad y superando todas las dificultades que pueda encontrar para conseguir los objetivos que se propone y la puesta en práctica en casos similares.
- Competencias sociales y cívicas, que se desarrollarán en los diferentes trabajos en grupo, valorando el aprendizaje colaborativo y respetando las diferencias individuales.

3.5. Contenidos

Los contenidos a desarrollar durante la unidad didáctica de matemática corresponden al bloque 2: Números y Algebra, del currículo de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, para 4º ESO que consta en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, son:

- Clasificación de los números: naturales, enteros, racionales
- Clasificación de los números decimales
- Números irracionales
- El número de oro

- Representación del número de oro
- El número de oro y su presencia en el arte
- Interpretación y uso de los números reales en diferentes contextos eligiendo la notación y aproximación adecuadas en cada caso.

3.6. Metodología

La metodología que básicamente se utilizará es la clase invertida o flipped classroom, en donde se pretende que el estudiante se beneficie del uso de las TIC y pueda aprender mediante la investigación, desde la comodidad de su hogar y cuando disponga de tiempo ya que los contenidos estarán disponibles en la web. Sin duda los estudiantes sentirán la motivación necesaria para adquirir nuevos conocimientos ya que en base a éstas metodologías activas pondrán su creatividad y saberes tecnológicos para lograr los objetivos propuestos.

Además se trabajará mediante el aprendizaje colaborativo, ya que los estudiantes realizarán actividades en grupo lo que permitirá formarse para un mejor desenvolvimiento en la vida.

Las clases utilizarán el modelo constructivista porque el estudiante será quien vaya desarrollando su propio conocimiento, con la supervisión y acompañamiento del docente.

La metodología implementada estará basada en la flexibilidad de tal manera que se pueda responder a las necesidades individuales de cada estudiante, teniendo muy en cuenta la diversidad existente en el aula tanto intereses, actitudes y aptitudes de aprendizaje.

Es indispensable el uso de nuevas metodologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje, vivimos en un mundo en donde los recursos tecnológicos están al alcance de nuestras manos y los estudiantes pertenecen a esta nueva generación, si continuamos con las metodologías tradicionales el estudiante pierde el interés y no lograremos aprendizajes significativos y contextualizados a su realidad.

3.7. Temporalización

La unidad didáctica estará distribuida en ocho sesiones, siete de ellas tienen una duración de 45 minutos y una sesión de 240 minutos, cada sesión está planificada con actividades interesantes basadas en visitas a lugares turísticos de la provincia del Cañar, además se realizarán juegos que contribuyan a la adquisición de los conocimientos propuestos, metodologías como la clase invertida, aprendizaje colaborativo y utilización de las TIC.

En la Tabla 1. Temporalización, se evidencian las actividades a realizar ya sea en casa (C) y en el aula (A), cabe indicar que las actividades que se realizan en casa tendrán una duración de entre 20 a 60 minutos, y las actividades en el aula de 45 minutos. Salvo la actividad “Visitando los lugares turísticos de mi localidad” que durará cuatro horas.

Tabla 1. Temporalización

SEMANAS	SEMANA 1:								SEMANA 2							
	1		2		3		4		1		2		3		4	
	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A
Clasificando los números.																
Explorando los números irracionales																
Conociendo el número de oro																
Visitando los lugares turísticos de mi localidad																
Realizando cálculos																
Preparando el documental																
Promocionando mi provincia																
Poniendo en práctica lo aprendido																

Fuente: Elaboración propia

3.8. Sesiones

3.8.1. Sesión 1: “Clasificando los números”

DURACIÓN: Esta sesión se desarrollará en dos momentos, una actividad en casa con una duración de 10 minutos y las actividades en clase con una duración de 45 minutos.

AGRUPAMIENTO: Los estudiantes realizarán una evaluación diagnóstica de manera individual, luego formarán grupos de 4.

CONTENIDO: Clasificación de los números: naturales, enteros, racionales. Clasificación de los números decimales

OBJETIVO: Identificar el conjunto de números racionales, a través de la manipulación de material concreto para emplearlos en situaciones de la vida cotidiana.

COMPETENCIAS CLAVE: Las competencias clave a desarrollar al ser un trabajo en grupo que tendrá que sustentarse los resultados son: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO: Las actividades a realizar en esta sesión son:

Tabla 2. Temporalización de la sesión 1

	TIEMPO	DESCRIPCIÓN
Trabajo en el aula	10 min.	Realice la evaluación diagnóstica mediante el siguiente (LINK: https://forms.gle/19fFcFWrp196y7K76) Formulario de elaboración propia. Nos permitirá conocer el avance de los conocimientos de los estudiantes sobre la clasificación de los números, con la que se podrá realizar la correspondiente retroalimentación. ANEXO 1
Trabajo en casa	5 min.	Formar grupos de trabajo de 5 estudiantes, empleando la dinámica en la que el docente reparte papelitos con operaciones y respuestas con números enteros, ante los cuales los estudiantes deberán unirse de acuerdo a la solución de las operaciones.

	10 min.	Observar el video: https://www.youtube.com/watch?v=NLJ9zlO4M4E (EDUCATINA, 2013) ¿Qué es un número racional? En donde se explica el conjunto de números racionales, diferenciándoles de los números enteros. Comentar el video: ¿Qué son números naturales? Ejemplos ¿Qué son números enteros? Ejemplos ¿Qué son números fraccionarios y decimales?
	10 min.	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollar la siguiente ficha de trabajo: <p>Entregar un cubo Rubik a cada grupo de trabajo Observar los colores de cada una de las caras Determinar que fracción representa cada color. Representar en forma simbólica Analizar las siguientes fracciones:</p> <p>Grupo 1: $\frac{27}{54}$ Grupo 2: $\frac{18}{53}$ Grupo 3: $\frac{9}{54}$</p> <p>Extraer los diferentes números decimales de las fracciones dadas. Escribir los resultados en papel periódico para la sustentación.</p>
	16 min.	Cada grupo (4) sustentará el trabajo realizado, para lo cual dispondrán de cuatro minutos.
	4 min.	Realizar comparaciones y clasificar los números en: decimales exactos, decimales periódicos puros y periódicos mixtos. Definir los números racionales

RECURSOS: Los recursos utilizados son: dispositivo con acceso a internet para realizar la evaluación diagnóstica y observar el video de YouTube (Tableta, móvil, computadora personal), cubo Rubik, pizarrón, material de papelería.

EVALUACIÓN:

La sesión será evaluada mediante una rúbrica (Tabla 11. Rúbrica de evaluación de la sesión 1) y tendrá como valoración del 10% de la calificación total.

3.8.2. Sesión 2: “Explorando los números irracionales”

DURACIÓN: La segunda sesión tendrá una duración de 45 minutos.

AGRUPAMIENTO: Los estudiantes realizarán el trabajo de manera individual, en el laboratorio de computación.

CONTENIDO: Números irracionales, identificación de elementos, clasificación.

OBJETIVO: Reconocer los números irracionales a partir de sus expresiones decimales

COMPETENCIAS CLAVE: Se desarrollará la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística, competencia digital y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO:

Tabla 3. Temporalización de la sesión 2

TIEMPO	DESCRIPCIÓN
5 min.	Para iniciar la clase, los estudiantes deberán resolver el crucigrama que consta de operaciones con fracciones. ANEXO 2.
30 min.	Construir un cuadrado de 10 cm de lado en cartulina. Pero vamos a suponer que es de un cm. de cada lado.  Recortar el cuadrado Hallar el área aplicando la fórmula Trazar una diagonal Calcular el valor de la diagonal utilizando el teorema de Pitágoras Utilizando la calculadora, encontrar el valor decimal del resultado $\sqrt{2} = 1,41421356237309 \dots$ Comparar con los números decimales:

1,666666666666666 ...

0,625

0,58333333333333 ...

Establecer semejanzas y diferencias entre números racionales e irracionales

Definir los números irracionales

Establecer la relación de inclusión del conjunto de números enteros.

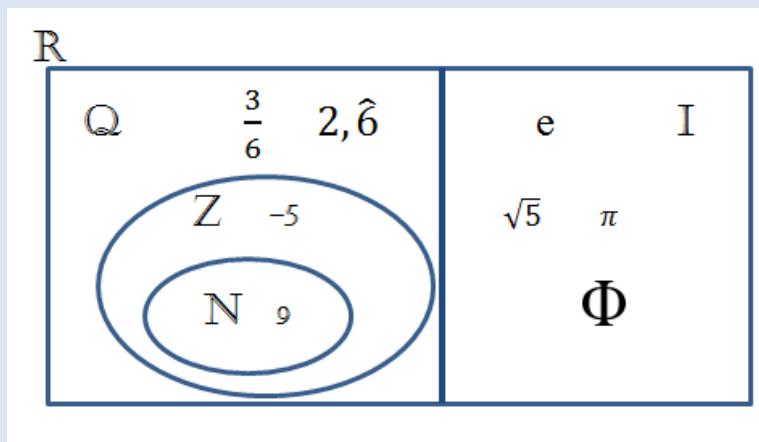


Figura 2. Conjunto de números enteros.

Fuente: Elaboración propia

10 min.

Clasificar en números racionales e irracionales la siguiente lista de números.

Realizar el siguiente test: ANEXO 3

<https://forms.gle/Rsg86JXvH6wa1Y1d9> Formulario de elaboración propia.

RECURSOS: Los recursos utilizados son: cuadrado en cartulina, material geométrico, calculadora, pizarrón, computadora.

EVALUACIÓN: Esta sesión de trabajo será valorada mediante un cuestionario online (ANEXO 3), tendrá como valoración del 20% de la calificación total.

3.8.3. Sesión 3: “Conociendo el número de oro”

DURACIÓN: Esta sesión será trabajada 45 minutos en casa y 45 minutos dentro del aula de clases.

AGRUPAMIENTO: Los estudiantes realizarán el trabajo en casa de manera individual, luego en el aula de clases formarán grupos de 4.

CONTENIDO: Números irracionales: el número de oro. Representación del número de oro

OBJETIVO: Reconocer el número de oro presente en los diferentes aspectos de la vida cotidiana, utilizando la metodología flipped classroom.

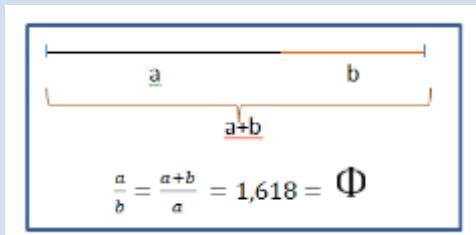
COMPETENCIAS CLAVE: Se desarrollarán la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística, competencia digital y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO: Habrán actividades en casa y en el aula de clase como se detalla:

Tabla 4. Temporalización de la sesión 3

	TIEMPO	DESCRIPCIÓN
Trabajo en casa	35 min.	<ul style="list-style-type: none"> Acceder a la herramienta de curación de contenidos: http://www.pearltrees.com/carmennaspud2 (Elaboración propia) en donde encontrará recursos como un video con las siguientes características: <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <pre> graph TD A[NÚMEROS IRRACIONALES (número de oro)] --> B[Historia] A --> C[Fibonacci] A --> D[Ejemplos en la naturaleza.] </pre> </div> <p>En el video se puede observar una parte de la historia del número de oro y su presencia en diferentes objetos de la naturaleza.</p> <p>Un video complementario en el que el Pato Donald nos indica en donde encontramos al número de oro.</p> <p>Y un documento PDF que también nos brinda información sobre el número de oro, ¿Qué es? , ¿En dónde está? y ¿Para qué sirve?</p>
	10 min.	<ul style="list-style-type: none"> Contestar las preguntas que se realizan en el video Escribir al menos dos preguntas para hacerlas al docente en clase Llevar fotografías de diferentes lugares turísticos, girasoles, caracoles, rostros, entre otros.

Trabajo en el aula

	10 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Formar grupos de trabajo de 5 estudiantes, empleando la dinámica el barco se hunde. • Explorar los conocimientos previos a través de lluvia de ideas. • Preguntar a los estudiantes las clases de números decimales (exactos, ilimitados periódicos puros, ilimitados periódicos mixtos). • Solicitar ejemplos de números irracionales (pi, e, raíz de dos.) • Escribir en el pizarrón los ejemplos expuestos por los alumnos. • Comparar los números racionales con los números irracionales.
	25 min.	<p>Realizar las siguientes actividades en grupos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comentar el video observado en casa. • Realizar las preguntas al profesor acerca del video observado. • Realizar aproximaciones de los números irracionales y ubicarlos en una recta numérica utilizando materiales geométricos. • Presentar al número de oro como un número irracional. • Definir el valor del número de oro y hacer cálculos con las imágenes con las que disponen los estudiantes.
	10 min.	 $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = 1,618 = \Phi$ <p>Figura 3. Número de Oro Fuente: Elaboración propia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Seleccionar a través de un sorteo el grupo que realizará de la exposición del trabajo realizado. • Comparar los resultados obtenidos entre los miembros de

		<p>los diferentes grupos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresar ejemplos en donde encuentren al número de oro. • Enviar como tarea en casa el siguiente ejercicio para afianzar el conocimiento ANEXO 4
--	--	---

RECURSOS: Los recursos utilizados son: material geométrico, pizarrón, dispositivo multimedia (móvil, tableta, pc), fotografías.

EVALUACIÓN: El trabajo será valorado mediante la Tabla 12. Rúbrica de evaluación de la sesión 3, que corresponde al 20% de la calificación total, disponible en el apartado 3.9 Evaluación.

3.8.4. Sesión 4: “Visitando lugares turísticos de mi localidad”

DURACIÓN: Esta sesión tendrá actividades en casa con una duración de 20 minutos y las actividades durante la visita de observación con una duración de 4 horas, que estará distribuida de la siguiente manera: traslado desde la institución educativa hasta Ingapirca lleva una hora aproximadamente, se permanecerá en el lugar por el lapso de dos horas, ya que se realiza el recorrido del complejo arqueológico en una hora, los 30 minutos estarán destinados a la recolección de datos y mediciones, 30 minutos de descanso, y finalmente para el retorno una hora.

AGRUPAMIENTO: Las tareas se desarrollarán en grupos de 5 estudiantes, mismos que se conformarán de acuerdo a la afinidad de los integrantes.

CONTENIDO: El número de oro y su presencia en el arte y en los lugares turísticos de la Provincia del Cañar.

OBJETIVOS: Conocer y visitar los lugares turísticos de la provincia del Cañar para comprobar la utilización del número de oro en su creación. Resolver operaciones con números irracionales siguiendo los algoritmos matemáticos y comprobarlos con el uso de la calculadora, para solucionar los diferentes problemas que se presenten en la vida cotidiana. Trabajar de manera colaborativa mediante actividades grupales para mejorar las habilidades sociales.

COMPETENCIAS CLAVE: Con las actividades que hemos propuesto se pretende desarrollar la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y

tecnología, la competencia lingüística, la competencia digital y las competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO: Esta actividad se desarrollará mediante una visita de observación a uno de los lugares turísticos más representativos de la provincia del Cañar, el Complejo Arqueológico de Ingapirca que es un símbolo de nuestra identidad cultural.

Tabla 5. Temporalización de la sesión 4

TIEMPO	DESCRIPCIÓN
Actividades en casa	<p>20 min.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar el siguiente video: https://youtu.be/eKHbbDhRJ_c (Ingapirca Inpc, 2014) <p>En el que se describe el complejo arqueológico de Ingapirca, las características de construcción, ubicación y la importancia en la historia del Ecuador.</p> <p>El estudiante deberá:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar los principales lugares de este sitio representativo de la provincia del Cañar. • Escribir dos preguntas para realizar al docente. • Llevar los materiales y recursos a utilizar: cinta métrica, cámaras fotografías/ celulares/ Tablet.
Actividades a realizar en la visita de observación	<p>10 min.</p> <p>ACTIVIDADES PREVIAS A LA VISITA:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planificación y aprobación de la visita pedagógica. • Dar a conocer los objetivos de la visita y las indicaciones de las normas de comportamiento a los estudiantes. • Entregar una ficha de las actividades que realizará en la visita: ANEXO 5. <p>55 min.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Traslado desde la institución educativa hacia el complejo arqueológico de Ingapirca <p>60 min.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formar los grupos de trabajo y coordinar con el guía turístico para realizar el recorrido.

	<ul style="list-style-type: none"> • Tomar apuntes de todos los aspectos necesarios para realizar las actividades que constan en la ficha de trabajo.
30 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar las mediciones de los lugares en los que podría estar presente el número de oro. • Realizar las actividades del ANEXO 5
30 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Tiempo de relajación y convivencia con los compañeros.
55 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Retorno hacia la institución educativa.

RECURSOS: Los recursos utilizados son: material de medición como cinta, cámaras fotográficas, celulares, recursos humanos como el guía turístico.

EVALUACIÓN: El trabajo será valorado mediante autoevaluación con una ficha (ANEXO 6) que será aplicada en la siguiente sesión, corresponde al 20% de la calificación total.

3.8.5. Sesión 5: “Realizando cálculos”

DURACIÓN: Esta sesión tendrá una duración de 45 minutos.

AGRUPAMIENTO: Las tareas se desarrollarán en grupos de 5 estudiantes, conformados por los mismos integrantes que realizaron las actividades de la sesión 4.

CONTENIDO: El número de oro y su presencia en el arte y en los lugares turísticos de la Provincia del Cañar. Interpretación y uso de los números reales en diferentes contextos eligiendo la notación y aproximación adecuadas en cada caso.

OBJETIVOS: Resolver operaciones con números irracionales siguiendo los algoritmos matemáticos y comprobarlos con el uso de la calculadora, para solucionar los diferentes problemas que se presenten en la vida cotidiana. Trabajar de manera colaborativa mediante actividades grupales para mejorar las habilidades sociales.

COMPETENCIAS CLAVE: Las competencias clave a desarrollar son la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística, competencia digital y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO:

Tabla 6. Temporalización de la sesión 5

TIEMPO	DESCRIPCIÓN
5 min.	<ul style="list-style-type: none">• Evaluar la visita técnica, escribiendo en un cartel los aspectos positivos y negativos que han sucedido.• Llenar la ficha de autoevaluación ANEXO 6
15 min.	<ul style="list-style-type: none">• Utilizar los datos obtenidos en la visita al Complejo Arqueológico de Ingapirca, para comprobar la presencia del número de oro en algún elemento del castillo.• Trazar las figuras resultantes con las medidas obtenidas en la visita.• Comparar los datos obtenidos, con los otros grupos y verificar con los valores de la proporción aurea, para ver si cumplen o no las condiciones del número de oro.
25 min	<ul style="list-style-type: none">• Exposición de los trabajos realizados, cada grupo dispondrá de 5 minutos.

RECURSOS: Los recursos utilizados son: materiales geométricos, pizarrón.

EVALUACIÓN: Al finalizar, se evaluará la sesión a través de una rúbrica de calificación que puntuará con el 20% de la unidad, Tabla 13.

3.8.6. Sesión 6: “Preparando el documental”

DURACIÓN: Esta sesión tendrá una duración 20 minutos en casa y de 45 minutos en el aula de clases.

AGRUPAMIENTO: Las tareas se desarrollarán en grupos de 5 estudiantes, conformados por los mismos integrantes que realizaron las actividades de las sesiones 4 y 5.

CONTENIDO: El número de oro y su presencia en el arte y en los lugares turísticos de la Provincia del Cañar. Difundir la utilización de metodologías innovadoras en el proceso de enseñanza aprendizaje.

OBJETIVOS: Trabajar de manera colaborativa mediante actividades grupales para mejorar las habilidades sociales.

COMPETENCIAS CLAVE: Las competencias clave a desarrollar son la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística, competencia digital y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO:

Tabla 7. Temporalización de la sesión 6

	TIEMPO	DESCRIPCIÓN
Tarea en casa	20 min.	<ul style="list-style-type: none">• Descargar la aplicación para móvil VivaVideo• Observar el siguiente video https://youtu.be/5sxh_taFXw (BG, 2016), que contiene información importante para la elaboración del video.
Tarea en el aula	45 min.	<ul style="list-style-type: none">• Conversar sobre el video observado en casa.• Recolectar las fotografías, videos, datos, obtenidos durante la visita de observación y los resultados obtenidos en la realización de cálculos para determinar la presencia del número de oro en el Complejo Arqueológico de Ingapirca.• Utilizar Viva Video, aplicación para celular que nos ayudará a cumplir con el objetivo de crear un video documental.• Crear un video con una duración de 5 a 8 minutos, que ayude a la promoción del Complejo Arqueológico de Ingapirca y que demuestre la presencia de la proporción áurea en el mismo.

RECURSOS: Los recursos utilizados son: fotografías, videos, celular con una aplicación para crear videos.

3.8.7. Sesión 7: “Promocionando mi provincia”

DURACIÓN: Esta sesión se desarrollará en cuarenta y cinco minutos.

CONTENIDO: El número de oro y su presencia en el arte

OBJETIVO: Difundir los lugares turísticos en donde está presente el número de oro.

COMPETENCIAS CLAVE: Las competencias clave a desarrollar son la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística, competencia digital y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO:

Tabla 8. Temporalización de la sesión 7

TIEMPO	DESCRIPCIÓN
2 min.	<ul style="list-style-type: none">• Presentación del proyecto realizado a los estudiantes y docentes de la institución educativa.
40 min.	<ul style="list-style-type: none">• Proyección de los diferentes videos documental realizado por los estudiantes de cuarto de la ESO de la visita al Complejo Arqueológico de Ingapirca y la correspondiente comprobación de la presencia del número de oro.
3 min.	<ul style="list-style-type: none">• Recepción de preguntas, dudas o recomendaciones.

RECURSOS: Los recursos utilizados son: computador, proyector, dispositivo de audio.

EVALUACIÓN: Al finalizar, se evaluarán tanto la sesión seis y siete a través de una rúbrica de calificación que puntuará con el 10% de la unidad, Tabla 14.

3.8.8. Sesión 8: “Poniendo en práctica lo aprendido”

DURACIÓN: Esta sesión se desarrollará con actividades en casa con una duración de sesenta minutos, y actividades en clase con una duración de cuarenta y cinco minutos, tiene como finalidad realizar una valoración de los conocimientos adquiridos.

CONTENIDO: Interpretación y uso de los números reales en diferentes contextos eligiendo la notación y aproximación adecuadas en cada caso.

OBJETIVO: Reconocer el número de oro presente en los diferentes aspectos de la vida cotidiana.

COMPETENCIAS CLAVE: Las competencias clave a desarrollar son la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia lingüística, competencia digital y competencias sociales y cívicas.

DESARROLLO:

Tabla 9. Temporalización de la sesión 8

	TIEMPO	DESCRIPCIÓN
Trabajo en casa	10 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Observar el video https://youtu.be/aopHcOm7a-w (CuriosaMente, 2017) en el que se hace un pequeño resumen de los diferentes lugares en donde está presente el número de oro y la manera de calcularlo.
	50 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Visitar sitios turísticos de la provincia del Cañar y tomar fotografías de los lugares que suponemos cumplen con las características de la proporción áurea. • Llevar las fotografías impresas.
Trabajo en el aula	5 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Comentar el video observado en casa
	15 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes trabajarán de manera individual con las fotografías de los diferentes lugares turísticos visitados. • Trazar las líneas necesarias en las imágenes para determinar si cumple con la condición de la proporción áurea. • Realizar los cálculos correspondientes utilizando los algoritmos matemáticos conocidos. • Comprobar los resultados con el uso de la calculadora. • Determinar si el número de oro está presente en los lugares visitados.
	25 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Colocar las fotografías con sus respectivos cálculos en la pared y explicar la tarea realizada.

RECURSOS: Los recursos utilizados son: fotografías, material geométrico, carteles, marcadores.

EVALUACIÓN: Esta sesión será valorada a través de la siguiente lista de cotejo. (Tabla 15. Evaluación de la sesión 8).

3.9. Recursos

Los recursos necesarios para el correcto desarrollo de esta actividad son:

HUMANOS:

- Docente
- Estudiantes
- Guía turístico

MATERIALES:

- Cubo Rubik
- Materiales de medición: fluxómetro, cinta métrica
- Calculadora
- Material de papelería
- Fotografías de rostros, lugares turísticos, iglesias.

TECNOLÓGICOS:

- Laboratorio de computación
- Internet
- Videos de YouTube sobre números irracionales, el número de oro, el complejo arqueológico de Ingapirca, que han sido descritos en las diferentes actividades realizadas.
- Cámara digital
- Celular
- VivaVideo, aplicaciones para teléfono móvil para crear videos
- Proyector
- Dispositivo de audio

3.10. Evaluación

Para el presente trabajo los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluable que hemos considerado corresponden al Bloque 2. Número y Algebra de la normativa española vigente que constan en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, y son:

Tabla 10. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluable.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLE
Conocer los distintos tipos de números e interpretar el significado de algunas de sus propiedades más características: divisibilidad, paridad, infinitud, proximidad, etc.	Reconoce los distintos tipos números (naturales, enteros, racionales e irracionales y reales), indicando el criterio seguido, y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa. Aplica propiedades características de los números al utilizarlos en contextos de resolución de problemas.
Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.	Opera con eficacia empleando cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o programas informáticos, y utilizando la notación más adecuada. Realiza estimaciones correctamente y juzga si los resultados obtenidos son razonables.

Fuente: Elaboración propia

La evaluación se realiza en el desarrollo de toda la unidad, al inicio se aplicará la evaluación diagnóstica con la finalidad de conocer la ubicación de los estudiantes en conocimientos (ANEXO 1), luego en el transcurso de la unidad se irá realizando evaluaciones formativas durante el proceso de clase , que permitirá conocer como el estudiante va asimilando los conocimientos, la evaluación sumativa se aplicará al final de cada actividad a través de preguntas a distintos miembros de los grupos, fichas de trabajo (ANEXOS 2, 3, 4) que permitirá valorar la participación individual y grupal de los alumnos, practicaremos la autoevaluación (ANEXO 6), coevaluación y heroevaluación.

Como parte de la evaluación se tendrá en cuenta las actividades desarrolladas en los grupos de trabajo utilizando una rúbrica, que permitirá conocer como el estudiante se ha integrado al grupo, las dificultades que ha tenido y si se ha incluido a los estudiantes que presentan dificultades de aprendizaje.

Las rúbricas que se utilizarán para la valoración del desarrollo de las actividades uno, tres, cinco, seis y siete, han sido estructuradas de acuerdo a los criterios de evaluación: 1 cuando los objetivos no se cumplen; 2 cuando realizan algunas de las actividades planteadas; 3 cuando el grupo o el alumno han cumplido con los objetivos propuestos, a continuación se detalla cada una:

Tabla 11. Rúbrica de evaluación de la sesión 1

ASPECTOS A CALIFICAR	1	2	3
Trabajo grupal	El estudiante trabaja de manera poco colaborativa, realiza una actividad propuestas de forma aislada.	El estudiante trabaja de manera colaborativa, realiza algunas actividades propuestas con precisión.	El estudiante trabaja de manera colaborativa, realiza todas las actividades propuestas con precisión.
Clasificar los diferentes números racionales	El grupo de trabajo reconoce los números racionales y no representa de manera simbólica ni obtiene resultados.	El grupo de trabajo reconoce los números racionales, representa de manera simbólica y obtiene resultados.	El grupo de trabajo reconoce los números racionales, representa de manera simbólica y obtiene los resultados correctos.
Exposición del trabajo grupal	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez.	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez y coherencia. No existe relación con la ejemplificación.	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez, coherencia y cohesión con la ejemplificación.

Tabla 12. Rúbrica de evaluación de la sesión 3

ASPECTOS A CALIFICAR	1	2	3
Trabajo grupal	El estudiante trabaja de manera poco colaborativa, realiza una actividad propuestas de forma aislada.	El estudiante trabaja de manera colaborativa, realiza algunas actividades propuestas con precisión.	El estudiante trabaja de manera colaborativa, realiza todas las actividades propuestas con precisión.
Aplicación de la fórmula del número de oro	El grupo de trabajo reconoce la fórmula y no logra aplicarla correctamente.	El grupo de trabajo reconoce la fórmula, aplica siguiendo el proceso adecuado.	El grupo de trabajo reconoce la fórmula, aplica siguiendo el proceso adecuado y obtiene el resultado correcto.
Identificar las imágenes arquitectónicas que cumplen con proporción áurea.	El estudiante identifica parcialmente las imágenes arquitectónicas con la proporción áurea y no relaciona con la perfección.	El estudiante identifica las imágenes arquitectónicas con la proporción áurea y no relaciona con la perfección.	El estudiante identifica las imágenes arquitectónicas con la proporción áurea, las relaciona con la perfección.
Exposición del trabajo grupal	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez.	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez y coherencia. No existe relación con la ejemplificación.	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez, coherencia y cohesión con la ejemplificación.

Tabla 13. Rúbrica de evaluación de la sesión 5

ASPECTOS A CALIFICAR	1	2	3
Trabajo grupal	El estudiante trabaja de manera poco colaborativa, realiza una actividad propuestas de forma aislada.	El estudiante trabaja de manera colaborativa, realiza algunas actividades propuestas con precisión.	El estudiante trabaja de manera colaborativa, realiza todas las actividades propuestas con precisión.
Recolección de información	El grupo de trabajo dispone de cierta información solicitada de manera superficial.	El grupo de trabajo dispone de cierta información solicitada en la ficha de trabajo con responsabilidad y precisión.	El grupo de trabajo dispone de toda la información solicitada en la ficha de trabajo con responsabilidad y precisión.
Identificar si el complejo de Ingapirca cumple con proporción áurea.	El estudiante realiza ciertas mediciones en el complejo Arqueológico de Ingapirca por lo que no puede comprobar la proporción áurea.	El estudiante realiza las mediciones correctas del complejo de Ingapirca y comprueba la proporción áurea, pero nos las relaciona con la perfección.	El estudiante realiza las mediciones correctas del complejo de Ingapirca y comprueba la proporción áurea, las relaciona con la perfección.
Exposición del trabajo grupal	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez.	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez y coherencia. No existe relación con la ejemplificación.	Los estudiantes exponen su trabajo con fluidez, coherencia y cohesión con la ejemplificación.

Tabla 14. Rúbrica de evaluación de las sesiones 6 y 7.

ASPECTOS A CALIFICAR	1	2	3
Elaboración del video	El grupo de trabajo dispone de algunos recursos necesarios y elabora un video sobre el trabajo realizado en la visita de observación, pero no demuestra la presencia del número de oro en Ingapirca.	El grupo de trabajo dispone de ciertos recursos necesarios y elabora un video sobre el trabajo realizado en la visita de observación, demostrando la presencia del número de oro en Ingapirca.	El grupo de trabajo dispone de todos los recursos necesarios y elabora un video sobre el trabajo realizado en la visita de observación, demostrando la presencia del número de oro en Ingapirca.
Características del video	El video tiene una duración de menos de tres minutos.	El video tiene una duración de tres a cinco minutos.	El video tiene una duración de entre cinco y ocho minutos.
Promoción de Ingapirca	El grupo de trabajo presenta el video realizado a los estudiantes y docentes de la institución, y responde a ciertas preguntas de los asistentes.	El grupo de trabajo presenta el video realizado a los estudiantes y docentes de la institución, promociona el lugar y responde a las preguntas de los asistentes sin fluidez y precisión.	El grupo de trabajo presenta el video realizado a los estudiantes y docente de la institución, promociona el lugar y responde a las preguntas de los asistentes con fluidez y precisión.

La sesión dos se evaluará con la técnica prueba objetiva y su instrumento de respuesta alternativa (ANEXO 3), misma que permitirá medir si los objetivos han sido alcanzados.

Al final de la sesión cuatro se dará la oportunidad al estudiante para que se autoevalúe, utilizando una rúbrica (ANEXO 6) con los siguientes criterios: 3, 2, 1, en donde 3 es la máxima calificación que se puede obtener es decir cumple a cabalidad, 2 cuando cumple medianamente y 1 no cumple.

La sesión 8, se valorará con la siguiente lista de cotejo

Tabla 15. Evaluación de la sesión 8

LISTADO DE ESTUDIAN- TES	Conoce la fórmula del número de oro		Grafica correctamente		Obtiene resultados correctos		TOTALES	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO

3.11. Evaluación de la Propuesta

Al finalizar la unidad didáctica, los estudiantes evaluarán el desarrollo de la misma, mediante un cuestionario, en el que se valorará la claridad de las explicaciones del docente, la utilidad de las diferentes metodologías innovadoras y herramientas usadas para lograr un aprendizaje significativo. La valoración de las actividades giran en torno a si son adecuadas para la adquisición de los nuevos conocimientos, son motivadoras, generan interés. Además se podrán añadir observaciones y recomendaciones para las próximas unidades didácticas, así como también una calificación de 1 al 10 de la actuación del profesor. Ver ANEXO 7.

También se realizará una autoevaluación por parte del docente, ya que es muy necesario analizar cómo se ha ido realizando el trabajo y si las actividades han sido

las apropiadas para la adquisición del nuevo conocimiento. Lo encontramos en el ANEXO 8.

En la Tabla 16. Matriz DAFO, podremos encontrar las debilidades y fortalezas así como también las amenazas y oportunidades que se deberá tener en cuenta para la implementación de esta propuesta de intervención.

Tabla 16 Matriz DAFO



Fuente: Elaboración propia

4. CONCLUSIONES

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Máster fue “Elaborar una propuesta de intervención a través del proceso de enseñanza aprendizaje de números irracionales con estudiantes de cuarto de la ESO, para identificar la utilización del número de oro en los lugares turísticos de la provincia del Cañar, a través de la implementación de metodologías activas como el flipped classroom” mismo que ha sido contextualizado en una unidad educativa de Azogues, y que podrá ser utilizado en las diferentes instituciones en las que por diversos motivos siguen haciendo uso de metodologías tradicionales para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, ya sea utilizando clases magistrales dentro del aula así como también escasos materiales concretos.

Para la elaboración de esta propuesta se ha realizado una investigación previa que se encuentra expresada en el marco teórico, y que consta principalmente de una parte de la historia de los números irracionales, la presencia del número de oro en el arte, de las diferentes metodologías como el flipped classroom, el aprendizaje colaborativo, utilización de las TIC, las dificultades y falta de motivación en la enseñanza de las matemáticas.

El TFM ha permitido el análisis y la comprensión del número de oro, logrando establecer la importancia de su utilización en diferentes obras de arte y sitios turísticos representativos de la provincia del Cañar como es el complejo arqueológico de Ingapirca, ya que éste por su condición abstracta generaba desinterés tanto en docentes como en estudiantes.

La clase invertida, el trabajo colaborativo y el uso de las TIC permiten mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de los números irracionales y en particular del número de oro e incrementa la motivación y el interés de los estudiantes dentro del mismo, por lo que se pone en juego la creatividad e imaginación con el manejo de herramientas tecnológicas actuales y manipuladas constantemente por ellos.

El desarrollo de competencias matemáticas trabajadas constantemente con metodologías activas, utilización de recursos innovadores y de manera interdisciplinaria, permiten la consolidación de los conocimientos, favoreciendo la adquisición de aprendizajes significativos y funcionales.

El complejo arqueológico de Ingapirca es un lugar turístico que forma parte del patrimonio cultural del Ecuador, evidencia conocimientos matemáticos y

arquitectónicos en su construcción como es la puerta de acceso principal, brindando un ambiente ideal para el aprendizaje del número de oro, puesto que demuestra las habilidades y la perfección en la creación de obras de arte desde períodos ancestrales hasta la actualidad.

5. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA

Las limitaciones encontradas durante la elaboración del TFM se centran específicamente en la línea pedagógica de la mayoría de instituciones educativas, que es tradicional, es decir los docentes todavía se mantienen con las clases magistrales.

Otra de las limitaciones que surgen para la implementación total de la propuesta en la que se pretende un cambio de metodologías para el aprendizaje de las matemáticas es la falta de recursos tecnológicos en muchas instituciones educativas del Ecuador, por lo que dificulta en gran medida la utilización de las TIC como herramientas en el proceso de enseñanza aprendizaje, así como también hace falta el servicio de internet para los móviles y laptops.

Esta propuesta de intervención didáctica podrá servir como punto de partida para la elaboración de diferentes proyectos que permitan la implementación de metodologías activas en las matemáticas, no solo para el bloque de números, sino para cualquier otro bloque puesto que permitirá solventar las dificultades de aprendizaje de las matemáticas.

Al implementar metodologías activas como la clase invertida y el aprendizaje colaborativo, tendremos la oportunidad de formar seres solidarios, responsables, respetuosos quienes desarrollaran su pensamiento crítico, creativo y reflexivo para que sean ciudadanos útiles en la sociedad en la que se desenvuelven.

Permitirá también el uso de recursos tecnológicos como aplicaciones para móviles, software especializado para computadoras y un sinnúmero de recursos que el estudiante al ser nativo tecnológico lo utiliza cotidianamente y con facilidad, todo ello con actividades contextualizadas, elevan el interés por el aprendizaje de las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alshaboul, M. (Marzo de 2012). Los recursos tecnológicos y las tecnologías de la información y la comunicación aplicadas en la educación especial en Ammán. *Tesis Doctoral*. Granada, España: Editorial de la Universidad de Granada.
- Andrade, C. (2011). Obstáculos Didácticos en el Aprendizaje de la Matemática y la Formación de Docentes. En C. Andrade, *El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación profesional* (págs. 999-1007). Bogotá: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Baena, J. (2008). LAS TICS: UN NUEVO RECURSO PARA EL AULA. *Innovación y experiencias educativas*.
- Berenguer, C. (2016). Acerca de la utilidad del aula invertida o flipped classroom. *Investigación, innovación y enseñanza universitaria: enfoques pluridisciplinares.*, 1466-1480.
- BG, E. (26 de julio de 2016). *Como usar Viva video?*. [Archivo de video] Recuperado de: https://youtu.be/5sxh_t-aFXw
- Bonell, C. (08 de Diciembre de 2009). La divina proporción. Barcelona, España.
- Camino, B., Willis, M., y Brown, D. (2009). Algunas observaciones a las fortalezas incas del oeste montañoso del Ecuador. *Revista del Patrimonio cultural del Ecuador*, 1-134.
- Chamorro, D. (2015). Diversiones Geométricas en Ingapirca. *Amarun*, 16-26.
- Collazos, C., y Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el aprendizaje colaborativo en el aula. *Educación y educadores*, 61-76.
- Collazos, C., Guerrero, L., y Vergara, A. (2001). Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor.
- Correa, H., y Vera, D. (2014). Ideas para enseñar: Propuesta didáctica de la sección áurea manifestada en la pintura y la fotografía. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 148.

Crespo, C. (2012). ACERCA DE LA COMPRENSIÓN Y SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS. *NN*, 21-30.

CuriosaMente (07 de mayo de 2017). *¿Es divina la Sección Áurea? Phi - CuriosaMente 70*. [Archivo de video] Recuperado de: https://youtu.be/5sxh_taFXw

De Zubiría, J. (1999). *Las vanguardias pedagógicas*. Bogotá: Universidad Particular de Loja.

Educatina (12 de julio de 2013). *¿Qué es un número racional?*. [Archivo de video] Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=NLJ9zlO4M4E>

España. Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 29 de enero de 2015, Núm. 25 pp. 6986-7003.

Garzón, M. (2010). Nuevos datos para la reconstrucción de la Historia Cultural de Ingapirca. *Cátedra Abierta de Historia de Cuenca y su Región*, 83-94.

Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: GAMI, S.L.

Guilar, M. (2009). Las ideas de Bruner "de la Revolución Cognitiva" a la "Revolución Cultural". *EDUCERE*, 235-241.

INEVAL. (20 de Abril de 2019). *Instituto Nacional de Evaluación Educativa*. Obtenido de <http://www.evalucion.gob.ec/evaluaciones/ser-bachiller/>

Ingapirca Inpc (4 de abril de 2014). *COMPLEJO ARQUEOLOGICO INGAPIRCA*. [Archivo de video] Recuperado de: https://youtu.be/eKHbbDhRJ_c

Lara, J. (2007). *Módulo de Matemática Educación Básica*. Quito: Ministerio de Educación.

MINISTERIO DE EDUCACION. (2016). *Matemática, 10mo grado*. Quito: El Telégrafo EP.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2011). *Didáctica de las Matemáticas*. Quito: MinEduc.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Guía de implementación del currículo de matematica*. Quito: SMEcuaediciones.

Olaizola, A. (2014). La clase invertida: usar las TIC para "dar vuelta a la clase". *Actas X Jornadas de Material Didáctico y Experiencias Innovadoras en Educación Superior*, 1-10.

Orendain, L., Calvillo, M., y Leyva, M. (2009). El Número Áureo: La fórmula divina de Fibonacci. *Revista Politécnica indexada en Publindex*, 1-7.

Páez, T. (2009). "El número de oro. Propuestas para el aula". *Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas*, 1-9.

Pérez, Á. (2012). *Educarse en la era digital*. España: MORATA S.L.

Pinales, F., y Velázquez, C. (2019). *Problemario de algoritmos resueltos con diagrama de flujo y pseudocódigo*. México: Aniversario uaa.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Ministerio de educación, cultura y deporte. Madrid, España, 3 de enero de 2015. Recuperado de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2015/BOE-A-2015-37-consolidado.pdf>

Riera, G. (2011). El aprendizaje cooperativo como metodología clave para dar respuesta a la diversidad del alumnado desde un enfoque inclusivo. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 133-149.

Romero, F. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación*, 1-8.

Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1-8.

Soler, V. (2008). El uso de las TIC como herramienta didáctica en la escuela. *Contribuciones a las ciencias sociales*.

Toledo, Y. (2002). *SECCIÓN ÁUREA EN ARTE, ARQUITECTURA Y MÚSICA*. Ciudad Real.

Vidal, M., Rivera, N., Nolla, N., Morales, I., y Vialart, M. (2016). Aula invertida, nueva estrategia didáctica. *Educación Médica Superior*, 678-688.

ANEXOS:

ANEXO 1



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Bloque 2: Números y Álgebra. Currículo de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, para 4º ESO

NOMBRE:
Tu respuesta _____

1. Del siguiente listados de número clasifíquelos de acuerdo al conjunto al que pertenecen.

	NATURALES	ENTEROS	RACIONALES
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4,5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

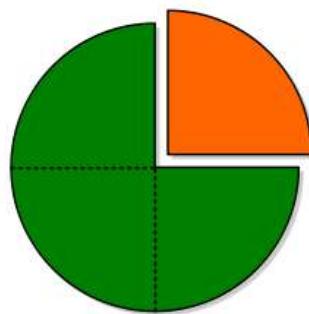
2. Seleccione la respuesta correcta: Los números enteros:

- Son el conjunto de números naturales, sus inversos (los negativos) y el cero.
- Son los números que no se dividen
- Son los números naturales y el cero

3. La imagen representa la fracción:

- 2/3
- 1/4
- 43/4

Fracción



4. En las fracciones el numerador indica:

Elige

5. Conteste si es verdadero o falso: ¿De toda fracción se puede obtener un número decimal

- Verdadero
- Falso

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ENVIAR

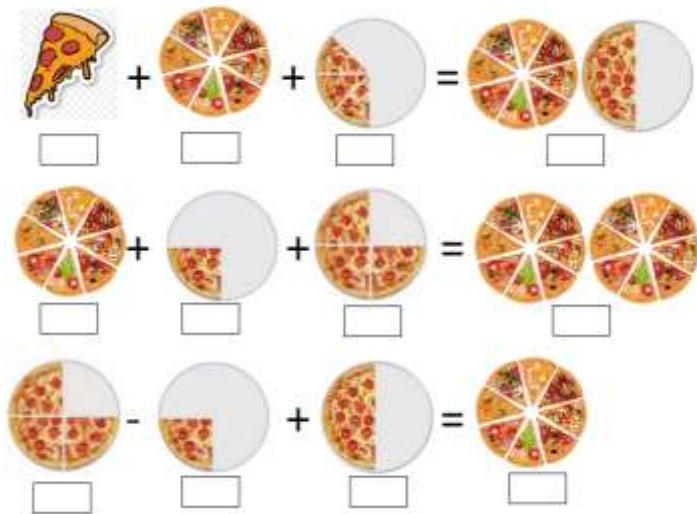
Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

ANEXO 2:

ACTIVIDADES

Nombre: _____

1. Identifique el número fraccionario y escriba en la casilla correspondiente a cada una de las imágenes.



ANEXO 3



EVALUACIÓN: NÚMEROS IRRACIONALES

Evaluación formativa sobre números irracionales, clasificación

Nombre:

Tu respuesta _____

1. ¿La raíz de 64 es número irracional?

- Si, porque proviene de una raíz
- No, porque su raíz es 8
- No se

2. Clasifique los siguientes números de acuerdo al grupo que corresponden

	Naturales	Enteros	Racionales	Irracionales	Reales
-5	<input type="checkbox"/>				
Pi	<input type="checkbox"/>				
F _i	<input type="checkbox"/>				
Raíz de 2	<input type="checkbox"/>				
Raíz de 4	<input type="checkbox"/>				

3. ¿El conjunto de los números enteros es un subconjunto de los números naturales?

Si

No

4. ¿El número decimal $3,14141414\dots$ es irracional?

Si, porque es infinito

No, porque es un número racional

Si, porque no es un decimal exacto

GRACIAS Y ÉXITOS !

ENVIAR

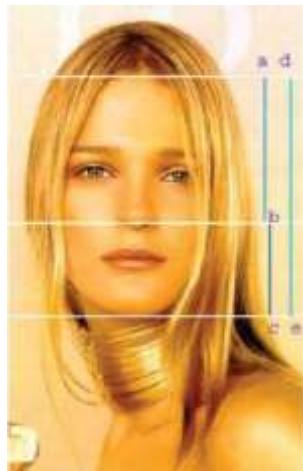
Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

ANEXO 4

ACTIVIDAD 4

GRUPO: _____

- 1. Trazar líneas en la figura que dispone por ejemplo:**



<http://todoslosliceos.blogspot.com/2010/06/proporcion-en-el-rostro.html>

- 2. Realizar las mediciones**
- 3. Obtener el resultado**
- 4. Comparar con el número de oro**
- 5. Determinar si cumple o no con las condiciones de la perfección áurea.**

ANEXO 5

VISITA DE OBSERVACIÓN A LOS LUGARES TURÍSTICOS DE LA PROVINCIA DEL CAÑAR

FICHA DE TRABAJO

- 1. Demostrar un comportamiento de respeto y responsabilidad durante todo el recorrido**
- 2. Formar los grupos de trabajo establecidos**
- 3. No alejarse del grupo**
- 4. Prestar atención a las indicaciones de los guías turísticos**
- 5. Realizar las preguntas necesarias al guía turístico.**
- 6. Seleccionar los sitios arqueológicos en los que podrían estar presente el número de oro**
- 7. Cada grupo realizará las mediciones correspondientes de los sitios elegidos.**
- 8. Elaborar un gráfico con los datos recolectados**
- 9. Tomar fotografías desde los diferentes ángulos que puedan ser utilizados para analizar la presencia del número de oro.**
- 10. Realizar las filmaciones necesarias para la elaboración del informe respectivo.**
- 11. Disfrutar de un momento de relajación.**

ANEXO 6

AUTOEVALUACIÓN

VISITA AL COMPLEJO ARQUEOLÓGICO DE INGAPIRCA

Nombre del estudiante _____

Fecha _____

Rango de calificaciones: 3 Calificación máxima, 2 Calificación media, 1

Calificación mínima

No.	INDICADORES	3	2	1
1	¿Utilizo normas de cortesía verbal (buenos días, por favor, gracias, entre otras.)?			
2	¿Participé de manera activa en las actividades realizadas en la visita?			
3	¿Recolecté los datos necesarios?			
4	¿Mi participación fue efectiva durante el trabajo colaborativo?			
	TOTAL			

ANEXO 7

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

1. Conteste las siguientes preguntas en donde 3 es completamente de acuerdo, 2 de acuerdo y 1 en desacuerdo.

EL DOCENTE:	3	2	1
1. Consigue que preste atención durante la clase.			
2. Explica los conceptos con claridad.			
3. Nos anima y motiva a adquirir nuevos conocimientos.			
4. Nos trata con respeto.			
5. Nos pregunta si tenemos dudas y nos ayuda a resolverlas.			
6. Las actividades propuestas son innovadoras.			
7. Al trabajar en grupos nos ayuda a comprender mejor.			
8. Me ha gustado salir a realizar trabajo de campo.			
9. Se me ha informado como se evalúa mi trabajo.			
10. He aprendido sobre el número de oro.			
La nota para tu profesor es:			
Escribe tus comentarios y recomendaciones:			

¡GRACIAS!

ANEXO 8

INSTRUMENTO DE AUTOEVALUACIÓN DOCENTE

1. Conteste de acuerdo a los parámetros establecidos.

NIVEL DE AVANCE		3	2	1
Cumple a cabalidad.	3			
Cumple parcialmente.	2			
Cumple en un nivel bajo.	1			
EL DOCENTE:		3	2	1
1. Uso mayor tiempo en actividades que ayuden a generar aprendizajes significativos.				
2. Dosifico el tiempo en las sesiones de aprendizaje.				
3. Problematizo y/o planteo retos cognitivos que orienten la adquisición de conocimientos.				
4. Desarrollo estrategias innovadoras para el proceso enseñanza-aprendizaje.				
5. Ejecuto evaluación formativa y/o sumativa a los/as estudiantes en las diferentes sesiones.				
6. Las actividades propuestas son innovadoras.				
7. Utilizo recursos educativos que ayudan al desarrollo de las actividades de aprendizaje.				
8. Me ha gustado salir a realizar trabajo de campo.				
9. Reconozco el esfuerzo tanto individual como grupal de los estudiantes utilizando un lenguaje positivo, palabras o gestos que motivan.				
10. Cumplio el horario establecido.				
La nota es:				