LA ARITMETICA COMO SABER DE VARIOS MOMENTOS MADURATIVOS FACILMENTE DISCRIMINABLES

No supone ningún trastorno para la Didáctica de la Aritmética la admisión de las afirmaciones de Goblot (1): «Nuestra exploración en el dominio de la ciencia debe comenzar naturalmente por las matemáticas, que presenta (n) en sumo grado los caracteres de la ciencia perfecta: certeza, exactitud, inteligibilidad. Pero la razón decisiva para colocarlas en el primer puesto, es que ellas solamente son capaces de sentar sus principios y de desarrollar las consecuencias de ellos sin pedir nada a las otras ciencias... Y entre las ciencias matemáticas, la más independiente es la que trata de la medida en general, sin sujetarse a considerar ninguna cosa medida o mensurable. Se llama aritmética o álgebra».

No son tan contundentes Ferrater (2) al exponernos las tendencias de la Matemática ni Zaragüeta (3), al compendiar los sentidos de la Matemática pura y aplicada y decirnos: «Ahora bien, la cantidad matemática es estudiada: a) bajo su forma *numérica* en la Aritmética en números concretos y cifrados...» Foulquié (4) llegará también a clasificar las Matemáticas conforme su deuda con la experiencia y nos dirá que la Aritmética no toma de la experiencia sensible más que la noción de cantidad y que tiene por objeto estudiar las propiedades de los números y efectuar las diversas operaciones de cálculo.

Desde Pitágoras (5) hasta nuestros días la Matemática, y dentro de ella la Aritmética, ha ocupado un lugar preeminente tanto en la ciencia como en la enseñanza. Nadie ha rechazado su importancia, aunque muchos con gran sentido común hayan querido reducir la tendencia matematicista del saber y de la interpretación humana. El hombre domina la Matemática, pero el hombre se escapa de su círculo. El hombre auténtico no puede actuar ni a modo aritmético ni a modo geométrico. Pero en nuestros días se recogerán una y otra vez afirmaciones como ésta: «Dar una enseñanza de la iniciación matemática es, sin duda, una de las tareas esenciales de la escuela primaria» (6).

(1) GOBLOT, E.: *El sistema de las ciencias.* El Ateneo. Buenos Aires, 1946, pág. 54.
(2) FERRATER, J.: *Diccionario de Filosofía.* Atlante. México, 1944, págs. 450 y siguientes.
(3) ZARAGÜETA, J.: *Vocabulario filosófico.* Espasa-Calpe. Madrid, 1955, pág. 330.
(4) FOULQUIE, P.: *Logique et Morale.* L'Ecole. París, 1950, pág. 86.
(5) Véase MESSER, A.: *Filosofía antigua y medieval.* «Revista de Occidente». Madrid, 1935, págs. 20 y siguientes.
(6) MALLET, L. A.: *L'initiation mathématique a l'école primaire.* Genéve., B. I. E., 1950, pág. 9.

Nosotros estamos de acuerdo con tales tendencias. La Aritmética, en sus múltiples formas, es una de las pocas materias que se ha salvado en todas las revisiones *programáticas*. Incluso al tratar de definir de un modo preciso el concepto de hombre alfabeto como contrapuesto a la minimización analfabeta de algunos seres humanos se introducen elementos aritméticos como básicos (7). Luego creemos que la Aritmética no sólo ha existido, sino que debe existir en toda formación integral de los alumnos en razón de sus valores científicos, de sus valores sociales, de sus valores didácticos y de sus valores personales (8).

La llamada de autenticidad transmitida por la Aritmética junto a la trabazón rígida e impersonal de su sistema, da lugar a una serie de dificultades. Por ser ciencia de lo cuantitativo se le exigirá estudie evolutivamente el desenvolvimiento de la cantidad durante la infancia. Por ajustarse a la forma numérica de la cantidad se lo impondrá el deber de estudiar la adquisición de la noción de número y del concepto numérico. Por sistematizar las propiedades de los números y sus relaciones operacionales se le pedirá determine los diferentes momentos de la vida del escolar en que emergen las aptitudes para cada proceso operatorio. Por aceptar el hallazgo de Poincaré (9) se reforzarán los estudios que tengan por objeto determinar la evolución del proceso intuitivo en la Aritmética. Por representar de modo fácil el método deductivo se intentará lanzarla hacia el encuentro de la génesis de dicho razonamiento por todos los medios actuales.

Peticiones para la Aritmética que se multiplican cuando nos atenemos a la gran variabilidad de aptitudes y actitudes puestos en juego dentro de lo aritmético (10). No podemos olvidar que es materia a la que se reconoce tanto la propiedad de poder efectuar ejercicios específicos con práctica mecanizada en velocidad, como la de envolver la comprensión de situaciones problemáticas resuelta por concierto de síntesis intuitiva y de razonamiento riguroso.

Por estas razones, y de acuerdo con otros estudios (11), podemos alcanzar la primera conclusión respecto de la posibilidad del aprendizaje de la Aritmética: *es la Aritmética la materia escolar primaria en la que se determinan en su sucesividad distintos momentos de emergencia madurativa.*

No sólo se determina un estadio o momento, sino varios, agrupados

---

(7) AGORILLA, A. L.: *Adult education in Philippines*. García. Manila, 1952, página 59, cit. Mallet.

(8) FERNÁNDEZ HUERTA, J.: *Fundamentos didácticos de la Aritmética*. «Consigna», enero 1956.

(9) POINCARE, H.: *El valor de la ciencia*. Espasa-Calpe. C. Austral. Buenos Aires, 1946, part. I. *Ciencia y método*. Espasa-Calpe. C. Austral. Buenos Aires, 1944, libs. I y II. *La ciencia y la hipótesis*. Espasa-Calpe. C. Austral. Buenos Aires, 1943, part. I.

(10) MALLET: Op. cit., págs. 16 y siguientes.

(11) HERNÁNDEZ RUIZ, S.: *Metodología de la Aritmética en la Escuela Primaria*. Atlante. México, 1950, págs. 6 y siguientes.

de muy diverso modo. Quizá los primeros que lo airearon de un modo más riguroso fueron los célebres componentes del Comité de los Siete, cuyos resultados sirvieron de base para establecer el jalonamiento del sistema Winnekta. Por esta razón intentaremos mostrar en su modo más simple el proceso evolutivo de la Aritmética al que se debe ajustar en su día una Didáctica bien orientada.

Emergencia de la noción de número

Algo nos enseñan los pensadores y didactas de sabor rancio (12). «La Aritmética es la ciencia que enseña el empleo de los números.» Luego convenimos con todos los sensatos en que no hay posibilidad de iniciar en los secretos aritméticos hasta que no se es capaz de diferenciar cantidades y número.

Por ello, la emergencia de la aptitud numérica (llamamos de momento así a la posibilidad de aprender las diferencias cuantitativo-numéricas) constituye el primer momento de aplicación directa de la enseñanza aritmética. A la pregunta de ¿cuándo emerge la aptitud numérica?, se le podría añadir la de ¿cómo emerge?, pero, como luego veremos, con la fusión interrogativa no facilitamos la solución. En panorámica general podría recordar cómo la noción de número aparece en el niño mucho después de haberse desenvuelto otras potencias. La actividad sensorial ha logrado ya recios adelantos, la observación de diferencias se ha iniciado y robustecido, la percepción de relaciones espaciales se ha iniciado con soltura, el lenguaje ha logrado un desenvolvimiento considerable, aunque le falte mucho para el perfeccionamiento, y, las destrezas manipuladoras están altamente desenvueltas. Tan sólo las otras dos aptitudes generales (lectura y escritura), que compiten en importancia dentro de la escuela, no han logrado carta de madurez. El número es anterior al leer y escribir.

Pero el problema del número es bastante complejo. No hay unanimidad de criterio entre los pensadores que han centrado sus reflexiones sobre su significado y sobre su nacimiento.

Para muchos autores el número tiene su punto de arranque en la unidad (13). Con Balmes (14) podríamos decir que la unidad es el primer elemento del número, mas por sí sola no constituye el número: éste no es la unidad, sino la colección de unidades. De este modo recoge la definición de Euclides (15), mucho más sencilla que la de Newton: el número es la

---

(12) SMITH, H.: *A treatise on Aritmethic*. W. J. Gage. Toronto, 1890, pág. 1.
(13) ZARAGÜETA, J.: *Vocabulario filosófico*. Op. cit., págs. 365-66.
(14) BALMES, J.: *Filosofía fundamental*. Ch. Bouret. París-México, 1889, pág. 191.
(15) Ct. RABIER, E.: *Logique*. Hachette. París, 1909, pág. 264.

expresión de la relación de una cantidad a otra cantidad de la misma especie que se toma por unidad (16). Definición de Newton que atisba el nacimiento de la axiomática en el «se toma por unidad», mientras que la euclideana partía de la unidad de los seres concretos y enteros. Tampoco podemos olvidar cómo para Kant el número es el esquema puro de la cantidad «nuestra numeración» (en los grandes números es ello sobre todo lo dable), es una *síntesis según concepto,* porque ocurre según un fundamento común de unidad» (17); «el número no es otra cosa que la unidad de la síntesis de lo múltiple de una intuición homogénea en general, por la cual produzco yo el mismo tiempo en la aprehensión de la intuición» (18).

Algún didacta con sentido pragmatista reduce el número a noción primitiva de la matemática o idea simple que no puede ser descrita en términos más simples (19), mientras que otro autor nos dirá que el número natural puede introducirse como concepto primitivo o como derivado de la teoría de las clases (20). En el primer caso debe fundamentase axiomáticamente; en el segundo se define por abstracción partiendo del cálculo de las clases.

En el proceso evolutivo obtenido por el conocido Piaget (21) se advierte el paso hacia el número desde la cantidad, por lo que centra sus comparaciones desde la perspectiva de la conservación del conjunto. Se renuncia así a la interpretación cualitativa de la cantidad como consideración global, ya que los escolares pueden muy bien confundir cuantía numérica con superficie cubierta.

Se discute la afirmación simplicista de si en el niño surge antes el número dos que el término mucho (22). El problema no parece resuelto, aunque un gran número de autores se declaren partidarios de la aparición de la cantidad anumerada o cualificada antes que el número, aunque sea el dos. Todos reconocemos el pronto desenvolvimiento de las percepciones de tamaño y la facilidad para diferenciar entre objetos de gran desemejanza cuantitativa. No se admite por todos los autores la posesión del número cuando el niño es capaz de diferenciar entre grupos de objetos con diversidad numérica por faltar tanto la noción de seriación como la comprensión de la aditividad de unidades hasta el logro del total. Pero nosotros sí reco-

(16) RABIER, E.: Op. cit., pág. 264.

(17) KANT, M.: *Crítica de la razón pura.* V. Suárez. Madrid, 1928, págs. 209, 218 y siguientes.

(18) KANT, M.: *Crítica...* Op. cit., pág. 304.

(19) YOUNG, J. W.: *Fines, valor y métodos de la enseñanza matemática.* Espasa-Calpe. Buenos Aires, 1947, pág. 175.

(20) TORANZOS, F.: *Introducción a la epistemología y fundamentación de la matemática.* Espasa-Calpe. Buenos Aires, 1949, pág. 81.

(21) PIAGET, J., y SZEMJNSKA, T.: *La genése du nombre chez l'enfant.* Delachaux-Niestlé Neuchatel, 1941. PIAGET, J., e INHELBER, B.: *Le developpment des quantités chez l'enfant.* Delachaux-Niestlé Neuchatel.

(22) HERNÁNDEZ RUIZ, S.: Op. cit., págs. 8 y siguientes.

nocemos en dicho estadio un claro momento de predisposición madurativa, es decir, de estado evolutivo en el que no ha aparecido la aptitud precisa, pero existe un universo de aptitudes coligadas y entre ellas la percepción de las diferencias numéricas.

Tampoco implica posesión de la noción de número el hecho de contar o repetir números (23), aunque suponga la formación de estructuras mentales del orden serial y ajustadas mediante términos lingüísticos del orden numérico. Podríamos advertir cómo en la mera repetición de series de números la potencia nemónica permite al niño asociar conjuntamente una serie, que repetirá sin saber, en muchos casos, cuál es el mayor, entre dos de la serie. El aprendizaje mecánico es de tal índole que no son capaces de connotar la inexistencia de un número de la serie cuando se produce alguna interrupción provocada. En realidad, tal repetición tiene más sentido de captación refleja que comprensiva. El contar producido no equivale al contar de la numeración conceptual, ya que este último es un período de perfeccionamiento al que no se llega sino después de un período de numeración perceptiva (24).

Por razons como éstas se justifica la postura de algún Ministerio (25) al afirmar, que tener verdaderamente la noción de número, significa «poder reconocerle bajo sus aspectos diversos: conocer su nombre, su figura, su constitución». Y en otros lugares se refiera a los modos de formación numérica, ya más dentro de la Metodología, pero siempre en este período de emergencia y vacilación.

Según Bühler (26), la primera seguridad experimental de que el niño advierte las diferencias cuantitativas aparece a los dos años, al echar de menos un elemento de una pluralidad. Y justifica su aserto apoyado en la identidad de objetos y en las diferenciación de las formas de agrupación.

Sentido cuantitativo global aproximado ya al de número, podemos encontrar en los primeros modos de determinar Descoudres (27) la posesión del número y en los grandes trabajos de Piaget y sus colaboradores (28). También Du Pasquier (29) reconoce que la distinción entre unidad y pluralidad es anterior a la de número lo mismo que la de pluralidad indeter-

---

(23) RUSK, R.: *Experimental education*. Longmans-Green. London, 1919, págs. 308 y siguientes.

(24) RODRÍGUEZ GARCÍA, G.: *Metodología didáctica de la Aritmética*. Hernando. Madrid, 1912, pág. 25.

(25) Véase *Initiation au calcul*. Bourrechier. París, 1949, pág. 79.

(26) BUHLER, C.: *El desarrollo espiritual del niño*. Espasa-Calpe. Madrid, 1934, pág. 201.

(27) DESCOUDRES, A.: *El desarrollo del niño de dos a siete años*. Beltrán. Madrid, 1929, págs. 165 y siguientes.

(28) PIAGET, J.: *La genése du nombre*. En «Imitation au calcul». Op. cit. y obras citadas.

(29) DU PASQUIER, L. G.: *Le Développment de la notion du nombre*. Delachaux. París, Neuchâtel, 1921, págs. 2-3 y 34.

minada. La «impresión de Grupo», de Bühler, explica en algunos casos el acierto numérico por la entidad formada (30).

Por otra parte, el uso verbalista de los términos numéricos repetidos mecánicamente es anterior al desmenuzamiento numérico (31).

De ahí que podamos en su modo más sencillo recoger las afirmaciones más interesantes respecto de la evolución de la noción de número en los escolares. Afirmamos primeramente que no poseemos investigaciones válidas concluyentes en nuestro país, aunque se han iniciado bajo nuestra orientación y que la mayoría de las realizadas extramuros no son todas lo precisas que debieran serlo en el manejo de las pruebas y en la elección de los ejemplos. De ahí que recordemos el paso de lo cuantitativo indeterminado a lo cuantitativo numérico. De ahí que recojamos nuestra afirmación simplista: «Las numerosas investigaciones sobre la evolución hasta seis años de edad permiten simplificar de modo optimista asignando a partir de los dos años mentales largos un nuevo número por año hasta los cinco (también largos), si el ambiente no es hostil» (32). Con lo que justipreciamos fácilmente los contrastes entre estudios que terminan su indagación asignando el número dos a los tres años y el cuatro a los cuatro o cinco (33); nos hablan de un número menos por año hasta los seis (34); aseguran, en conclusión, que los niños adquieren el número dos entre los dos y tres años..., el número cinco entre los cinco y los seis (35) y afirman, de modo extraordinario, que el niño cuenta a los cinco años hasta el diez, señalando correctamente (36).

Percepción y contar

Las dos grandes corrientes en la formación del número pueden centrarse en la percepción de la estructura intuitiva y en el contar (37). Sobre estos aspectos ya nos hemos pronunciado al afirmar: «El eclecticismo didáctico advierte que la importancia conferida a la rapidez de la estructura intuitiva debe reducirse en primaria. No es fácil para niños de seis o menos años obtener percepciones globales de más de cuatro objetos, siendo insuperable pasar de seis». Son numerosos los estudios realizados para determinar la posibilidad y extensión de la percepción numérica desde Lay (38) hasta

(30) Buhler, C.: Op. cit., pág. 203.
(31) Jonckeere, T.: *Savoir enseigner.* Boeck. Bruxelles, 1942, pág. 126.
(32) Fernández Huerta, J.: *La primera etapa del aprendizaje aritmético.* «Consigna», febrero 1956, págs. 25 y siguientes.
(33) Reed, H. B.: Op. cit., pág. 381. Rusk, R.: Op. cit., págs. 308 y siguientes.
(34) Descoeudres, A.: Op. cit.
(35) González, A.: *Nacimiento y desarrollo de la inteligencia.*
(36) Gesell, A.; Ilg, F. L., y otros: *Infant and child in the culture of to day.* H. Hamilton, London, s. a., pág. 25.
(37) Fernández Huerta, J.: *La primera etapa.* Op. cit.
(38) Lay, N. A.: *Pedagogía experimental.* Labor. Barcelona, págs. 171 y siguientes.

nuestros días. Kühnel (39), Katz (40), Meuman (41), Brownell (42), Stern (43), Douglas (44), son recopiados por Rude (45), Junquera (46) y Fischer (47. Por ello nosotros podemos volver a nuestras conclusiones: «Esta dificultad se aumenta cuando los objetos están en línea y cuando se utilizan rayas en lugar de pequeños círculos, rombos o cuadrados. En las percepciones mayores intervienen el contar o las agrupaciones en conjunto de dos, tres o cuatro objetos. La simetría de las agrupaciones y su concentración en un área precisa favorece la captación, así como las ligeras variaciones cromáticas y de posición de cada conjunto parcial».

Respecto del contar nos parece muy sensata la opinión de Hernández (48), al censurar a Beetz, por lo que nosotros ya alcanzamos la siguiente conclusión: «La seguridad y extensión del contar se revalida en la actualidad después de haber sido la base tradicional». También hemos de admitir la importancia del contar en el proceso evolutivo de la comprensión numérica. Importancia que aumenta de modo radical cuando vencemos las primeras etapas de la ideación del número.

Normas provisionales sobre la noción del número

De todos los estudios anteriores extraemos las siguientes normas:

1.ª Debe abandonarse a la enseñanza incidental cuanto se refiera a noción de número antes de los cuatro años de edad.

2.ª A partir de los cuatro años puede iniciarse la adquisición de la noción de número por coincidencias intuitivas y de contar después de haber ejercitado en la cantidad numérica.

3.ª Hasta los cinco años de edad no conviene iniciar los procesos aritméticos, y siempre con números inferiores al cinco.

---

(39) Kuhnel, J.: *Neusau des Rechen-undterrichtes.* Leipzig, 1922, pág. 101, ct. Fischer.

(40) Katz, D.: *Psychologie und Matematichen Unterricht.* Teubnes. Leipzig. Berlín, 1913, págs. 22 y siguientes.

(41) Meuman, E.: *Compendio de Pedagogía experimental,* pág. 321.

(42) Brownell, W. A.: *The developpment of children's nombre ideas in the primary grades.* University of Chicago, 1928, pág. 61.

(43) Stern, C.: *Children discover Arithmetic.* Harper. New York, págs. 18-19.

(44) Douglass, H. R.: *The developpment of number concept in children of presschol and kindergatem ages.* «Jour. Exp. Psychology», 1925, págs. 443-470.

(45) Rude, A.: *Metodología de la Aritmética.* Labor. Barcelona, 1937, págs. 37 y siguientes.

(46) Junquera, J.: *Pedagogía del cálculo.* Dalmau-Carles. Gerona, 1936, págs. 77 y siguientes.

(47) Fischer, H.: *Didactique de l'initiation mathématique a l'école primaire.* Genéve, B. I. E., 1956.

(48) Hernández: Op. cit.

4.ª Entre cinco y seis años puede alcanzarse como máximo el número diez en cuanto a la comprensión, el seis en cuanto a la percepción intuitiva y el 20 en cuanto al contar, si no hay excesiva presión didáctica. El contar puede aumentarse, pero no se pronostica gran beneficio.

5.ª Toda operación aritmética debe apoyarse en el margen numérico anterior.

Otras etapas de emergencia en la madurez aritmética

La mayoría de los autores preocupados por la evolución de la madurez aritmética suelen señalar diferentes gradientes evolutivos. Todos ellos tienen por objeto facilitar la enseñanza. Así, Wittmann (49) señala doce etapas en la iniciación de conjuntos que serán integrados sucesivamente: 1.ª Ordenar una colección de objetos en serie y extraer la noción de orden. 2.ª Partición de la colección en subconjuntos de la misma estructura, conservación de la cantidad y equivalencia. 3.ª Iteración de la unidad dentro de un número finito de elementos. 4.ª Expresión numérica de los conjuntos. 5.ª Problemas distributivos. 6.ª Estructura decimal. 7.ª Introducción de símbolos. 8.ª Sistema de posición. 9.ª Aplicación de operaciones fundamentales. 10.ª Clasificación hasta centenas. 11.ª Propiedades asociativa y distributiva. 12.ª Operaciones con fracciones. En realidad podemos anticipar que esta clasificación de etapas de Wittman no es consecuencia de experiencias rigurosas, sino tan sólo un modo particular de interpretación de los estadios aritméticos.

Tampoco son de mucho rigor las etapas señaladas por Hernández (50): 1.ª Etapa maternal. 2.ª Etapa de iniciación. 3.ª Período de abstracción progresiva del número. A) Etapa de adquisición de los conceptos aritméticos más usuales y de aprendizaje de los mecanismos de las operaciones fundamentales. B) Etapa de ordenación y sistematización de los conocimientos aritméticos, de entendimiento y explicación de las operaciones y de aprendizaje de las principales propiedades de los números enteros y fraccionarios. 5.ª Período de la comprensión de las relaciones generales y abstractas. Pero en su intento simplificador son dignas de tenerse en cuenta, ya que buscan más los amplios procesos mentales que la simple clasificación operatoria.

En un conjunto de trabajos que hemos publicado hasta la fecha (51),

(49) Wittmann, J.: *Theorie und Praxis eines ganzheitlich, analystischsyntetischen Unterrichts.* Miller und I. Kiepenhever. Postdam, 1933, págs. 292-307, ct. Fischer.

(50) Hernández, S.: Op. cit.

(51) Fernández Huerta, J.: *La matemática y el curso escolar.* «Consigna», septiembre 1956. *Las primeras operaciones aritméticas.* «Consigna», marzo 1956. *Formas y etapas en el aprendizaje de resta y multiplicación.* «Consigna», abril 1956. *Aprendizaje de la división.* «Consigna», marzo 1956. *Quebrados o fracciones ordinarias en*

señalamos un amplio complejo de cuestiones y hacemos ver de un modo escueto la época precisa de su aparición conforme el sentido que se dé al quehacer didáctico.

Pero nuestras propuestas adolecen del mismo defecto de las anteriores. No se han obtenido después de una seria comprobación experimental. Son tan sólo consecuencias de la diferente apreciación de conclusiones y experiencia personal.

Los estudios experimentales más serios fueron hechos por el Comité de los Siete (52), que alcanzó conclusiones verdaderamente notables y de gran importancia para la época en que se lograron. La revisión de todos los textos y procedimientos, consecuencia de aquellos estudios, ha dado origen a una enseñanza más perfecta de la Aritmética. En Europa, el verdadero paladín de las matemáticas ha sido el Dr. Buyse (53), quien desde su cátedra de Lovaina ha llevado la dirección feliz de una gran serie de trabajos respecto de la mayoría de las facetas aritméticas. En España se han concluído ya tres trabajos que hacen referencia directa a la emergencia de la comprensión de fracciones (54) o a la posibilidad del aprendizaje de dos métodos de dividir (55) o de la comprobación de las operaciones (56). Temas que no son sino el comienzo de un conjunto mayor ahora en preparación o experimentación.

A vía de ejemplo, y por su gran precisión, ofrecemos a continuación los hallazgos del Comité norteamericano de los Siete con la propuesta de diversas operaciones conforme la edad que podríamos sumariar así:

---

la escuela. «Consigna», junio 1956. *La enseñanza de los decimales y del sistema de medida.* «Consigna», octubre 1956. *Porcentaje y aritmética comercial en primaria.* «Consigna», diciembre 1956. *Los problemas aritméticos como centro del quehacer aritmético primario.* «Consigna», diciembre 1956. *El cálculo mental en la escuela primaria.* «Consigna», enero 1957. *Estimación, deleite funcional y promedios en la Aritmética primaria.* «Consigna», febrero 1957.

(52) SMITS-JENART, A. M.: *Le systéme pédagogique du Winnetka.* Lamertin. Bruxelles, 1934, págs. 43 y siguientes. WASHGURNE, C.: *La escuela individualizada.* Losada. Buenos Aires, 1945, págs. 57 y siguientes.

(53) BUYSE, R.: *La experimentación en Pedagogía.* Labor. Barcelona, 1937, páginas 383 y siguientes. *Etudes et recherches louvanistes sur le calcul elementaire.* En «Psicología del educando y Didáctica». C. S. I. C. Madrid, 1951.

(54) BARÓ, M.: *Desenvolvimiento de la comprensión de fracciones.* (Tp. aprox.) Memoria de Licenciatura en Pedagogía. 1956 (inédita).

(55) DOMÍNGUEZ, S.: *Comparación de dos métodos para realizar la división de enteros.* Resumen de Memoria (inédita), en «Revista Española de Pedagogía», número 56, octubre-diciembre 1956, págs. 372-381.

(56) MARDOMINGO, P.: *Aplicación de la teoría de los números congruentes a la Aritmética escolar.* Resumen de Memoria, en «Revista Española de Pedagogía», número 56, octubre-diciembre 1956, págs. 382-391.

De cinco a seis años	Ninguna operación aritmética.
De seis a siete años	Sumas hasta 10 y restas equivalentes.
De siete a ocho años ...	Todas las combinaciones y variaciones aditivas y substractivas.
De ocho a nueve años ...	Toda clase de sumas y restas (máximo, tres filas con centenas).
De nueve a diez años ...	Significación de las fracciones, sumas y restas de fracciones con denominador común.
De diez a once años ...	Multiplicación (toda ella). Todas las sumas; significación de decimal; suma, resta y multiplicación de decimales; relación entre fracción decimal y ordinaria.
De once a doce años ...	División (excepto las complicadas), división entre decimal y entero, porcentaje (encontrar qué porcentaje es un número de otro).
De doce a trece años ...	Multiplicación y división de fracciones. División de varias cifras. Encontrar el porcentaje de un número.
De trece a catorce años...	División de decimales. Suma y resta de quebrados con distinto denominador. Segundo caso de porcentaje.

Ante este cuadro nuestra postura es la siguiente: en España no es posible aceptar, en general, tales conclusiones, debido a la importancia que concedemos a la Aritmética. Nuestros niños son iniciados muy pronto en las operaciones de toda clase y la mayoría las realizan antes de las fechas ahora señaladas. Mas si hemos de hacer ver cómo desde la comprensión el único estudio que hasta ahora tenemos debidamente sancionado, parece coincidir con los hallazgos norteamericanos.

La emergencia comprensiva para las fracciones es un proceso que no se alcanza con rapidez ni con datos numéricos, ni con datos gráficos. Exige un nivel mental en todo próximo al que acabamos de señalar.

José Fernández Huerta
Colaborador científico del C. S. I. C.