



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Nuevas tecnologías para motivar el aprendizaje de las integrales

Presentado por: Cristina Marín Salas
Línea de investigación: -1.1.1. Medios audiovisuales y nuevas
tecnologías aplicadas a la educación.
-1.1.8 Métodos pedagógicos.
Director/a: Javier Fondevila Gómez

Ciudad: Cartagena
Fecha: 2012

ÍNDICE

1. RESUMEN	3
2. INTRODUCCIÓN.....	4
2.1. Punto de partida	4
2.2 Actitud, papel del docente con las TICs en el aula.....	6
3. OBJETIVOS	8
4. METODOLOGÍA.....	10
-Caza del tesoro	13
-Webquest.....	13
-Softwares educativos para cálculo de Integrales (englobados en los medios informáticos).....	16
5. APORTACIONES DEL TRABAJO	21
5.1. Estudios realizados sobre el uso de tecnologías en las aulas.....	21
5.1.1. Artículo: Un análisis de las actividades didácticas con TIC en aulas de Educación Secundaria.....	21
5.1.2. El ordenador portátil como herramienta de apoyo en el aprendizaje activo de Matemática aplicada a la edificación.....	22
5.1.3. La pizarra digital ¿Una nueva metodología en el aula?.....	22
5.2. ¿Cómo ven los alumnos y profesores el tema de integrales y las TIC en el aula?	
.....	23
Primer formulario. Para estudiantes	24
Segundo formulario. Para profesores	26
5.3. Propuesta didáctica de la integral empleando las TIC.....	29
5.3.1. Contexto en el que se desarrolla la unidad didáctica.....	29
5.3.2. Objetivos y Enseñanzas mínimas	30
• Los objetivos generales que se quieren lograr con esta unidad didáctica son los siguientes:	30
• Objetivos específicos que se quieren lograr con esta unidad didáctica son los siguientes:	30
• Enseñanzas mínimas a desarrollar en la unidad didáctica	30
5.3.3. Contenidos	32
5.3.4 Metodología y estrategias didácticas	32
5.3.5 Recursos	33

• Recursos Materiales:.....	33
• Recursos Espaciales:.....	33
5.3.6 Temporalización	34
5.3.7. Actividades propuestas	35
➤ Actividad caza del tesoro:	36
➤ Actividad con JClic:	37
➤ Pizarra digital interactiva con uso de PowerPoint, Geogebra:	42
➤ Actividades con software:	45
✓ Geogebra.....	46
✓ Matlab:.....	48
➤ Actividades con blog	50
5.3.8 Evaluación	55
6. CONCLUSIÓN	57
7. LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN	59
8. BIBLIOGRAFÍA	62
9. ANEXOS	64
9.1. ANEXO I	64

1. RESUMEN

Desde hace aproximadamente diez años, en muchos países europeos se llevan a cabo unas políticas educativas para la utilización de Nuevas Tecnologías en las aulas. En el año 2009, en España se inició el programa estatal de Escuela 2.0 al que se suman diferentes Comunidades Autónomas, por el que se propone la integración de las TICs en los centros educativos. Surgen a partir de ese momento, diversas investigaciones sobre las ventajas y desventajas del uso de las tecnologías en el aula.

En este TFM de la UNIR en la especialidad matemática, se presentan diferentes tecnologías disponibles para la educación, de entre las cuales se seleccionan algunas para diseñar una Unidad Didáctica concreta. La unidad didáctica elegida es de la integral para alumnos de 2º de Bachillerato de la modalidad de Ciencias y Tecnología. La elección del tema se justifica por haber constatado durante la fase de Prácticum en un Instituto de Educación Secundaria de Cartagena, poco uso en clase de las TICs en este Tema.

En definitiva, se propone una unidad didáctica con ejercicios concretos utilizando las tecnologías seleccionadas y metodología tradicional. Se recurre a diferentes estrategias como enseñar el origen e historia de las integrales, relacionar correctamente el concepto de integral con conceptos previos y presentar sus aplicaciones para motivar a los alumnos.

Palabras clave: Integrales, Segundo Bachillerato, Ciencias y Tecnología, TIC, estrategias, motivar.

For the last 10 years, The Educational Administrations in many European countries have been developing policies to dispose and apply digital, technology resources in the classroom. Focused on it, in 2009 the Web 2.0 Program started in Spain. All the different Administrations, linked with Education in our country, have participated on this program and so they have carried out the incorporation of ICTs in Secondary Schools. For this reason, many research works have been done about advantages and disadvantages for using technology resources in the classroom. In this work, different activities using digital resources to teach the theme 'Integrals' are proposed. Concentration, interest and good learning results of pupils are improved by it. "Integrals" have been chosen because, during my experience in Practicum period in a Secondary School of Cartagena, technology resources weren't used.

To summarize, some exercises combining available ICTs and traditional method are proposed. In order to get pupils learn better and with more concentration, attention and interest some strategies are developed. For instance, the origin of Integrals and even their applications in the real life or in other subjects are suggested. Other important aspect to get pupils learn better is to be able to teach correctly the relationship between derivation and integration.

Key Words: Secondary School, ICT, Integrals, strategies, concentration, attention, interest.

2. INTRODUCCIÓN

Durante el periodo de Prácticum en un instituto de educación secundaria público de Cartagena, se observó un **escaso uso de herramientas tecnológicas en matemáticas en general y en la unidad de integrales en particular.**

Este hecho, se debe fundamentalmente a la falta de tiempo de los profesores para poder diseñar unidades didácticas con tecnología y al desconocimiento en su forma de utilizarlas según los resultados de encuestas realizadas a los profesores de varios institutos.

Esto justifica la motivación de realizar una propuesta didáctica sobre las integrales, diseñando actividades de interés, atractivas, divertidas y útiles en el aprendizaje de las integrales. Para ello, debemos conocer qué herramientas tecnológicas están disponibles en la educación.

Si se quiere diseñar una propuesta didáctica en la que se empleen nuevas tecnologías para motivar a los alumnos, se debe primero conocer las tecnologías disponibles en la educación. Y posteriormente establecer qué factores considerar para seleccionar unas herramientas u otras, esto se presenta en el apartado 2.1 de este trabajo.

En el punto 2.2 de este apartado, se pone de manifiesto la importancia del docente en el desarrollo de la unidad didáctica tanto por su actitud, como por su capacidad intelectual, como por su forma de trabajar.

2.1. Punto de partida

Se quiere diseñar una unidad didáctica en la que se empleen nuevas tecnologías para motivar a los alumnos. Como se ha mencionado, en el instituto de educación secundaria en el que se realizó las prácticas, se observa que los profesores no usan las nuevas tecnologías en el aula. Durante este período se aprecia desmotivación, desilusión y poco interés por parte de los alumnos.

Un aspecto que hay que tener en cuenta es que todos estos alumnos forman parte de una nueva era generacional, la era de la Información y la Comunicación y tienen en común el uso continuado de Internet, de los teléfonos móviles, de los videojuegos, de las redes sociales, por tanto al llegar al aula se aburren, se desmotivan. Esto ocurre porque las nuevas tecnologías se introducen muy poco a poco en el aula. Por tanto, los

alumnos pasan de mucha diversión, de manipular la información en su vida cotidiana a ser meros receptores de información en algunas ocasiones en las escuelas.

Esta nueva era surge porque la sociedad ha evolucionado de forma vertiginosa, ya que ha estado en continuo cambio durante siglos. Se ha pasado de una sociedad industrial a una sociedad post-industrial, a una sociedad de las comunicaciones y la información.

Por tanto, es importante el introducir las nuevas tecnologías en diferentes actividades buscando la motivación y el interés de todos los alumnos.

Para poder plantear actividades adecuadas, se debe primero conocer las tecnologías disponibles en la educación. Existen tres tipos de medios que podemos emplear en el aula para potenciar el interés del alumno: medios audiovisuales, informáticos y telemáticos.

Una vez conocidos los medios disponibles, es muy importante seleccionar adecuadamente cada uno de ellos en función de la unidad a explicar, el alumnado y del tiempo disponible.

La unidad a tratar es la de las integrales que suelen ser de difícil explicación si se utiliza sólo la pizarra tradicional por eso se propone combinarla con el uso del ordenador, con programas informáticos de resolución de integrales, ya que permite al profesor explicar conceptos como el cálculo infinitesimal o concepto de integral de una manera más sencilla, visual y divertida al alumno. Además permite al alumno resolver problemas de integrales no sólo sobre papel sino también con programas (Geogebra, Matlab, Derive). El propio Ministerio de Educación y Ciencia estableció que el uso de aplicaciones informáticas puede servir de ayuda en cálculos complejos y de mejora en la comprensión de conceptos. Ésto, se recoge en el Real Decreto 1467/2007, en referencia a la enseñanza de las Matemáticas en Bachillerato (Ciencia, 2007).

Otro aspecto que influye en la selección de las tecnologías es el alumnado. Hay que tener en cuenta que los alumnos no son iguales, cada uno tiene sus peculiaridades, sus ritmos de aprendizaje, su nivel de inteligencia, sus intereses...

Una labor importantísima por parte del docente es llegar a todos ellos. Ser capaz de conocer a cada uno de sus alumnos y ayudarle en su proceso de enseñanza-aprendizaje. Su atención debe ser lo más individualizada posible ya que nos encontramos ante una escuela de inclusión. En este tipo de escuela se persigue ofrecer una educación personalizada a todos los alumnos.

Por este motivo, habrá que seleccionar diferentes actividades, con diferentes estrategias con el fin de conseguir el interés de cada uno de ellos, por eso se recurre a la historia y origen de las matemáticas, a entender que las integrales están presentes en la vida y en otras asignatura y al uso de diferentes tecnologías.

2.2 Actitud, papel del docente con las TICs en el aula

Es muy importante la disposición del docente ante la aplicación de las nuevas tecnologías en el aula. Si está anclado a una metodología propia y tradicional será nula la utilización de las mismas.

En el mes de abril, mayo y junio de este año, realicé prácticas en un instituto público de Cartagena, observé que en la especialidad de matemáticas la metodología de la mayoría de los profesores era la misma que cuando yo era estudiante, sólo dos o tres profesores del departamento introducían algún software informático, utilizaban el ordenador y/o pizarra digital.

Esto tiene su justificación en que la mayoría de los profesores eran de avanzada edad, muy anclados al sistema tradicional, habituados a una forma de explicar su asignatura, reacios a cambios y a tener que aprender nuevas metodologías, nuevas tecnologías.

Los docentes deben luchar contra el aburrimiento dentro del aula, esto le implica **cambiar el modo de trabajar**, para ello debe:

Por una parte, compaginar el uso de la tiza, pizarra con otros recursos como software específicos, pizarra digital, ya que se ha comprobado que con el método tradicional hoy en día no es suficiente. Aunque es cierto, que la panacea no está en la utilización sólo de herramientas tecnológicas sino en un equilibrio entre las dos metodologías.

También debe cambiar su rol, ahora el docente es un mediador, facilitador de la información al estudiante. Debe de explicarle la unidad didáctica en cuestión usando libro de texto, tiza, pizarra, pero también servirse de más herramientas para despertar su curiosidad sobre el tema, para motivarles y explicarles los conceptos desde otros puntos de vista, incitando al alumno a que busque él mismo información para profundizar más sobre el tema desarrollando su capacidad de autoaprendizaje.

De hecho, esta capacidad es muy importante desarrollarla desde pequeños, porque le estaremos ayudando a ser un ser que pueda vivir en sociedad. Dado que en su vida laboral, en su vida en sociedad tendrá que ser capaz de innovar, ser creativo, ser capaz

de buscar soluciones a los problemas, es decir, estar en continua autorrealización, y autoaprendizaje.

Por último, señalar la importancia de una buena formación a los docentes en el uso de las nuevas tecnologías. Los docentes deben conocer en profundidad las herramientas tecnológicas para poder utilizarlas y ser capaces de explicarles a los alumnos sus ventajas y peculiaridades. Sin embargo, no hay que olvidar que la sociedad está en continuo cambio debido a la velocidad de avance de las nuevas tecnologías, por tanto los docentes tienen que estar en continuo reciclaje, estar al día sobre avances tecnológicos, aprenderlos y aplicarlos al aula.

3. OBJETIVOS

El **escaso uso de herramientas tecnológicas** en matemáticas en general y en la unidad de integrales en particular observado en la fase de Prácticum, **motiva el planteamiento del objetivo específico** de este trabajo final de master.

El objetivo específico es, **plantear actividades motivantes, atractivas, y de interés en una unidad didáctica de Integrales para alumnos de 2º de Bachillerato** de la modalidad de Ciencias y Tecnologías usando las **herramientas tecnológicas** disponibles hoy en día, persiguiendo mejores resultados académicos de los alumnos. Para ello es interesante:

1. Sacar conclusiones sobre estudios en los que emplean herramientas TIC en el aula.
2. Conocer y seleccionar las herramientas tecnológicas más adecuadas.
3. Captar la atención de la diversidad del alumnado.
4. Proponer actividades divertidas concretas para motivar a los alumnos.
5. Evaluar la opinión de un grupo de alumnos y profesores sobre el empleo de las herramientas tecnológicas en el aula y sobre las integrales.

El primer objetivo resulta interesante, dado que permite **conocer y analizar estudios realizados** para conocer cual es la situación actual de la educación utilizando las nuevas tecnologías. Además es importante saber hacia dónde podrán evolucionar en el futuro estas tecnologías.

En el apartado de aportaciones al trabajo se presentan tres artículos interesantes sobre estos temas, y a partir de ellos se pueden sacar conclusiones que pueden también guiar la línea de este trabajo.

El segundo objetivo, es vital. Se tienen que **conocer las diferentes tecnologías** que se pueden emplear en el aula hoy en día. Una vez conocidas sus peculiaridades, ventajas e inconvenientes, se podrá seleccionar la más adecuada.

Como se ha dicho en la introducción, no todos los alumnos son iguales y por tanto no se motivan con las mismas actividades. Si queremos conseguir captar la atención de todos con actividades divertidas, atractivas y de interés se tendrá que **recurrir a diferentes estrategias**, como puede ser:

- *Enseñar la historia de las integrales* a los alumnos de forma amena.
- Remarcar a los alumnos *la importancia de las integrales* en otras materias y en otras etapas educativas
- Conseguir que los alumnos *relacionen* adecuadamente la información nueva con los conocimientos previos.

Una vez analizadas las herramientas tecnológicas más adecuadas para el tema de las integrales y elegidos las estrategias para captar la atención, interés y motivación de cada uno de los alumnos, se presentarán **actividades concretas**.

Por último, el quinto objetivo marcado en este trabajo es **realizar cuestionarios**. Sirve para conocer las opiniones que tienen los alumnos y los profesores del tema de las integrales y de la aplicación de las nuevas tecnologías en el aula. De tal manera, que al analizar el resultado de las mismas se puede intuir si la línea de trabajo seguida en este proyecto es o no adecuada.

4. METODOLOGÍA

En este apartado de metodología se presenta cómo se pretende conseguir cada uno de los objetivos marcados en este trabajo final de master:

En cuanto al primer objetivo marcado, se recurre a artículos de revistas de educación en las que se presentan investigaciones interesantes sobre el empleo de las herramientas tecnológicas en el aula. Es importante analizarlos porque a partir de ellos, se sabe qué es lo que se ha estudiado, lo que se estudia y sobre lo que se puede investigar. Son útiles para obtener conclusiones, conocer las ventajas e inconvenientes de toda investigación.

Otro de los objetivos marcados es **conocer y seleccionar las herramientas tecnológicas disponibles** en educación que se pueden utilizar en la unidad didáctica de las integrales para motivar a los alumnos.

Existen tres tipos de medios que podemos emplear en el aula para potenciar el interés del alumno:

- *Medios audiovisuales*, que tienen que ver con la imagen y sonido. Por ejemplo, analizar una imagen o una película.
 - *Medios informáticos*, son herramientas procesadoras de información digital. Por ejemplo: el ordenador, programas de tratamiento de texto, software multimedia, pizarra digital.
 - *Medios telemáticos* son los medios que tienen su base en Internet, por ejemplo Google, redes sociales, blogs, Webquest.
- (UNIR, 2011/2012)

Se emplearán los tres tipos de medios dado que se consideran adecuados para el tema de las integrales y que puede motivar a la diversidad de alumnos del aula.

Otro de los objetivos es captar **la atención de los distintos alumnos**. Para ello se **recurre a diferentes estrategias**, como puede ser:

- *Enseñar la historia de las integrales* a los alumnos de forma amena.
- Remarcando a los alumnos *la importancia de las integrales* en otras materias y en otras etapas educativas
- Conseguir que los alumnos *relacionen la nueva información con los conocimientos previos*.

Lo primero que puede captar la atención de los estudiantes *es entender que las integrales no son algo nuevo*. Se han estado estudiando a lo largo de la historia aunque algunos investigadores ni siquiera lo sabían. A algunos *alumnos les motiva* mucho el aspecto de *relacionar la historia con las matemáticas*.

Se le presentará al alumno una actividad donde aprenderá que Arquímedes (277-212 a.C.), fue el primero que obtuvo resultados sobre el cálculo de áreas limitadas por curvas. A él se le puede atribuir el origen de la integral definida. Su método de cálculo era dibujar regiones poligonales inscritas o circunscritas al objeto de estudio, y al aumentar el número se tendía al área real. (UGR, 2012)

El alumno aprenderá también que Arquímedes y otros matemáticos prepararon el camino para que Newton propiciara el nacimiento de una rama autónoma de las matemáticas, que hoy llamaremos cálculo infinitesimal. También citar que Newton se interesó por el análisis del movimiento, estudiándolo a través de consideraciones geométricas. Estas ideas están en el origen de su *Método de Fluxiones*, fundamental en la elaboración de su Principio futuro. Con su método de fluxiones, Newton resolvía los problemas geométricos: trazado de tangentes mediante la subtangente, máximos y mínimos, puntos de inflexión, quedando la integración reducida a ser un problema inverso. (Montesinos Sirera, 2000)

Los estudiantes deben elaborar lo que se les enseña, *relacionando la nueva información con los conocimientos previos* que poseen y así originar estructuras propias de conocimiento. Es decir, elaborar, organizar e integrar, lo que equivale a asumirlo como propio. (Bernardo Carrasco, 2008)

Por tanto, al introducir las integrales en el aula, lo que debe de hacer el docente es asegurarse de que realmente entiende la derivada. Si el alumno lo comprende adecuadamente, entenderá de una manera más rápida y eficaz el concepto de integral y la relación entre ambas.

El alumno debe entender que a lo largo de las matemáticas se le van enseñando herramientas matemáticas que les permiten resolver diversos problemas. En un primer momento se les explicó la suma y la resta, después la multiplicación y la división. En segundo de Bachillerato se les presenta la derivación y la integración para resolver otro tipo de problemas englobados en lo que se conoce como Cálculo Infinitesimal o Cálculo Matemático.

Otra estrategia importante es mostrar a los alumnos la importancia de las integrales. El docente debe de enseñarles que las integrales van a ser útiles para las demás asignaturas o para cursos de formación superior. Esto ayudará al alumno a ver las matemáticas no como una disciplina aislada, sin sentido, sino a comprender su utilidad. Se interesará más por el tema, le encontrará sentido a lo que estudia.

El alumno se motivará al conocer que las integrales están presentes en diferentes disciplinas como:

- En matemáticas:

- Cálculo de superficies y volúmenes
- Cálculo del área encerrada entre una función y el eje de abscisas.
- Cálculo de área encerrada entre dos curvas.

- En física:

- Para calcular distancias en movimientos rectilíneos.
- Para determinar consumo de potencia eléctrica que hay funcionando en una vivienda, a partir de curvas concretas.
- Para el cálculo del trabajo, tanto si la fuerza es constante como si no. Si la fuerza no es constante, vendrá determinada por una curva concreta.

- Además de los ejemplos anteriores de asignaturas de la ESO y Bachillerato, se les puede hacer ver que las integrales las van a emplear posteriormente en otras asignaturas de carreras universitarias.

En concreto, se utilizan con mucha frecuencia:

- En cálculo de estructuras.
- En electricidad.
- En campos electromagnéticos.
- Fluidos.

...

Como se ha comentado anteriormente, en este punto del trabajo se opta por los tres medios: *audiovisuales, informáticos y telemáticos* por ser adecuados para el tema de las integrales. También se han planteado *estrategias* para conseguir captar la motivación e interés de los alumnos. A continuación se presentan algunas **herramientas tecnológicas concretas** que se pueden emplear en el aula **para desarrollar actividades divertidas** para los alumnos:

-**Caza del tesoro:** pertenece al grupo de los medios telemáticos, dado que hay que utilizar Internet. Es una actividad que se suele llevar a cabo al comienzo de una unidad didáctica para situar al alumno en el tema.

Su estructura es la siguiente:

- a. Introducción.
- b. Preguntas sobre el tema en cuestión.
- c. Recursos web donde el alumno encontrará la respuesta a las preguntas anteriores.
- d. Una gran pregunta, que suele ser de mayor dificultad.

(AULA21.NET, 2012)

-**Webquest:** pertenece al grupo de los medios telemáticos, dado que también utiliza Internet. Es una actividad que suele realizarse como último punto de la unidad didáctica, es una investigación en la red, dado que se realizan una serie de preguntas al alumno sobre el tema facilitándole un conjunto de enlaces de Internet en dónde encontrar la respuesta.

Su estructura es la siguiente:

- a. Introducción.
- b. Tareas a realizar por el alumno.
- c. Procesos, donde se especifican los pasos a seguir para realizar las tareas.
- d. Recursos donde encontrar las respuestas.
- e. Evaluación. Donde se especifica cómo se van a evaluar las tareas.
- f. Conclusión. Resume el propósito de la actividad desarrollada.

Existen herramientas de creación de webquest para facilitar el diseño por parte del docente (Campana, 2000-2011)

De entre estas dos herramientas, sería **ventajoso** emplear en la primera sesión de la unidad didáctica, la actividad **Caza del tesoro**, preguntándole a los alumnos **cuestiones sobre el origen, la historia de la Integral u posibles aplicaciones.**

-**Pizarras digitales interactivas o PDI:** recurso que se engloba en el grupo de los medios informáticos dado que utilizan un ordenador, un proyector, una pantalla y un puntero. El ordenador necesita un software específico, se comunica con un proyector y

visualiza el contenido sobre una pantalla. El puntero o lápiz electrónico permite realizar anotaciones sobre la presentación. Como se puede ver en la siguiente imagen:



*Figura sobre la comunicación entre ordenador-proyector-pantalla en PDI
(Pizarra Digital Imagen)*

Ventajas de utilizar la pizarra digital interactiva en clase.

Es más atractivo que la pizarra convencional ya que permite explicar contenidos e ir realizando aclaraciones sobre el tema, esquemas, resaltar con colores palabras, frases de interés... (PIZARRAS DIGITALES E INTERACTIVAS, 2012)

Supone ahorrar tiempo para el docente, ya que se pueden utilizar PDF, PowerPoint, programas como Geogebra, Matlab en el caso de las matemáticas para explicar conceptos preparados previamente y presentárselos a los alumnos de manera más visual y clara. Sin embargo, hay que tener cuidado con el alumno en el sentido de que se puede mostrar mucha información que éste necesita asimilar. El alumno necesita un tiempo para procesar los conceptos que el profesor quiere explicar.

Sería interesante emplear pizarras digitales interactivas a partir de la segunda sesión de la unidad didáctica para explicarles a los alumnos conceptos básicos de la integral. De esta manera, se pueden utilizar actividades confeccionadas en Geogebra con curvas complicadas, con diferentes colores para cada curva, ahorrando el tiempo que supondría dibujarlas en la pizarra convencional.



*Figura de PDI en un aula
(Pizarra Digital)*

-**Blogs.** Es una herramienta de diseño que tiene su base en Internet, por tanto se califica como medio telemático. Se actualiza con frecuencia con información importante, artículos de interés..., en definitiva, todo lo que considere importante por una o varias personas sobre un tema.

Los blogs usados con fines educativos en entornos de aprendizaje se conocen como **edublogs**. El docente crea un blog de su asignatura donde presenta información de interés, los alumnos pueden interactuar con el profesor y entre ellos. También puede ser una herramienta muy **beneficiosa** para alumnos que presenten timidez a la hora de presentar dudas en clase, ya que pueden realizarlas a través de la misma. Se trataría de tutorías personalizadas.

Los **edublogs**, se centran en la interacción directa alumno y profesor. Se pueden clasificar en distintos fines según su finalidad (CMAPS, s.f)

- *Gestión de material docente del profesor*, elaborado por el profesor, y contiene información para el alumno, ejercicios, tareas, recursos que puede utilizar del centro...
- *Gestión de proyectos individuales del alumno*, elaborado por el alumno donde desarrolla sus actividades de apoyo o ampliación.
- *Gestión de proyectos colectivos de alumnos*, elaborado entre varios alumnos, entre varios profesores o entre alumnos - profesores, del centro o de distintos centros. Su contenido es sobre tareas colaborativas.

-Softwares educativos para cálculo de Integrales (englobados en los medios informáticos)

A continuación se presentan algunos softwares que se pueden utilizar en el aula para trabajar con los alumnos las integrales: (Fleitas, 2012)

NOMBRE	TIPO	DESCRIPCIÓN
Derive	COMERCIAL	Es un programa comercial para los centros educativos pero las licencias tienen precios asequibles. Herramienta útil para cálculos algebraicos, para resolver sistemas de ecuaciones, para realizar cálculo con matrices e incluso para el estudio de las funciones. También sirve para resolver, derivadas e integrales.
Geogebra	LIBRE	Software de matemática, libre, para enseñar y aprender. Cubre varios niveles desde el básico escolar al universitario. Presenta materiales de aprendizaje libre y gratuito. (Hohenwarter,s.f)
Matlab	COMERCIAL	Es un software orientado al cálculo numérico científico y de ingeniería. Es una herramienta muy potente, pero se suele emplear sobre todo en la universidad.
Mathematica	COMERCIAL	Es un software orientado al cálculo numérico científico y de ingeniería.
Winplot	LIBRE	Programa libre, que se puede utilizar en diferentes sistemas operativos y permite representar funciones de una o dos variables de una forma intuitiva y sencilla. (Parris, 2012)
Clic, JClic	LIBRE	Este programa permite al docente diseñar actividades didácticas interactivas y por tanto divertidas para los alumnos. En las que se pueden contabilizar el número de intentos, aciertos y el tiempo empleado para realizar la actividad. Las ventajas son que es libre, que existen actividades diseñadas por otras personas que se pueden utilizar, y que se puede utilizar en diversos sistemas operativos.(Profesorado, 2009)

De ellos, se han seleccionado tres programas con la siguiente justificación:

- JClic* por ser software libre, fácil de utilizar por el docente dado que no tiene porque saber lenguaje de programación y suele resultar muy divertido para los alumnos.
- Geogebra* por ser también un software libre, herramienta muy potente para el tema de integrales y que puede ser de interés para el alumno.
- Matlab* por ser una herramienta muy potente de cálculo. Permite diseñar interfaces gráficas que pueden servir para motivar al alumno. Este software sin embargo, no es libre. Pero merece la pena su compra si realmente se tiende a clases más prácticas. De hecho, será ventajosa su utilización si el alumno en el futuro realiza alguna ingeniería, dado que es el software por excelencia en la misma.

a) Profundizamos en el software de JClic:

Se trata de un software libre, de mucha difusión la educación y que permite aprovechar la capacidad del ordenador e incluir animaciones, imágenes, vídeo y sonido. Está desarrollado en la plataforma Java y funciona en diferentes sistemas operativos.

JClic facilitará al profesorado la elaboración de **aplicaciones didácticas e interactivas**, con puzzles, crucigramas, asociaciones... para trabajar aspectos de todas las áreas del currículum y en todos los niveles educativos.

JClic está formado por cuatro aplicaciones:

JClic applet Un "applet" que permite actividades JClic en una página web.

JClic player. Programa que permite realizar las actividades desde el ordenador (o desde la red) sin estar conectado a Internet.

JClic autor es la herramienta de creación, de edición de las actividades. Es sencilla, visual e intuitiva.

JClic reports. Modulo que permite recoger los resultados de los alumnos en un informe. (Profesorado, 2009)

b) Profundizamos en el software de Geogebra:

Geogebra es libre como se ha comentado anteriormente. Es un software interactivo que se usa en matemática en los diversos niveles académicos. Sirve para resolver todo tipo de problemas de interés en el cálculo matemático. Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores lo programa. (Hohenwarter,s.f)

El lenguaje de programación que utiliza es java y por tanto está disponible en muchas plataformas.

Geogebra, permite 3 vistas para trabajar como se puede apreciar en la figura:

- Vista gráfica.
- Vista Algebraica.
- Vista hoja de cálculo.

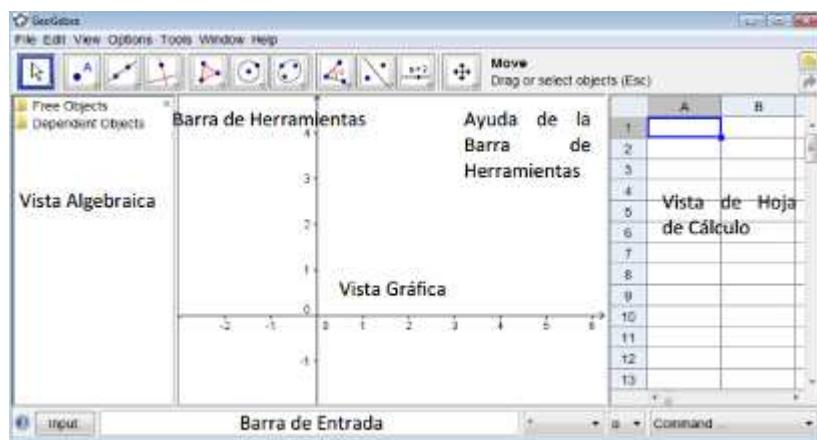


Figura del entorno de Geogebra

Geogebra también permite la creación de páginas web interactivas, por lo que se puede recurrir a trabajos ya realizados por otras personas. (Hohenwarter,s.f)

La principal ventaja que ofrece Geogebra, es que es libre. Al ser libre, permite acceder a la página principal de Geogebra y seleccionar diferentes pestañas, como por ejemplo:

- Pestaña “Materiales” de la página de Geogebra donde se puede descargar ejercicios ya configurados por otros.
- Pestaña de ayuda, donde aparecen manuales de consulta, tutoriales, foros donde se pueden realizar consultas y sugerencias
- O directamente en la página principal se puede descargar el software.

c) Profundizamos en el software de Matlab:

Matlab es un software matemático muy potente que permite realizar operaciones algebraicas, trabajar con vectores y matrices. Permite representar funciones en 2 y 3 dimensiones. Con Matlab también se puede resolver derivadas e integrales. Otro aspecto interesante es que puedes realizar tus propias programaciones para cálculos complejos y se pueden guardar para poder usarlos siempre que sea necesario. Se puede utilizar en diferentes sistemas operativos. (Wikipedia, 2012)

Matlab tiene diferentes paquetes que te permiten realizar distintas funciones como por ejemplo el Simulink o el GUI. En cuanto al Simulink permite diseñar a través de bibliotecas comunicaciones diversas, se puede llevar a cabo diseño de procesamiento de señal, vídeo o de imágenes y es muy utilizado en estudios universitarios de ingeniería. En cuanto a GUI, permite el diseño de interfaces de usuarios, interesantes para realizar actividades interactivas. El entorno gráfico en el que se programa la interfaz de usuario es el que se muestra en la siguiente figura:

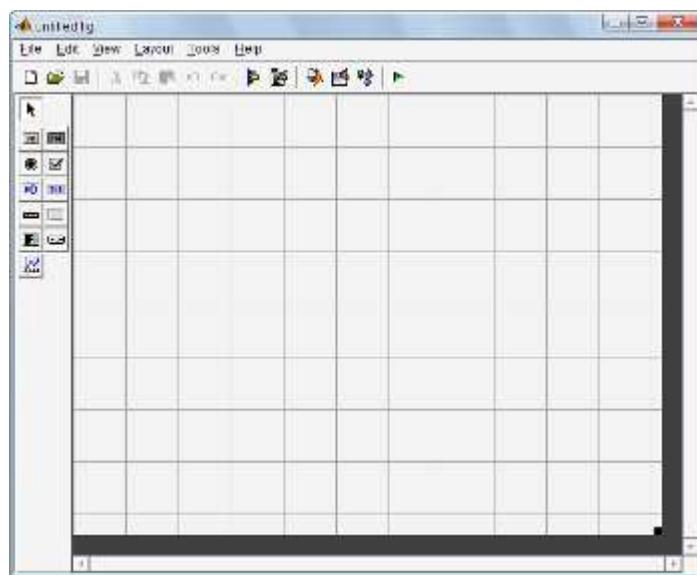


Figura del paquete de Matlab para realizar interfaces de usuarios en la versión 6.5

(MathWorks, 1994-2012)

Por último para conseguir el objetivo de conocer **la opinión sobre el tema de las integrales y del uso de las TICs** en el aula se diseñan dos formularios.

El primero aplicado a un grupo de alumnos de 2º de Bachillerato la modalidad de Ciencias y Tecnología de una academia de Cartagena con alto alumnado que han suspendido la asignatura de Matemáticas y que proceden de diferentes institutos. Recurro a una academia debido a que el período de desarrollo de este TFM ha sido de junio a septiembre, período vacacional de los centros de educación secundaria.

El segundo aplicado un grupo de profesores del departamento de matemáticas de tres institutos públicos de Cartagena que se reincorporaron al centro en septiembre. El formulario se les presenta a 3 catedráticos y 6 profesores de la especialidad de matemáticas de cada uno de los centros de educación secundaria.

5. APORTACIONES DEL TRABAJO

Este apartado de aportaciones del trabajo se divide en tres puntos. En el punto primero, se presentan tres investigaciones interesantes sobre las tecnologías en el aula. A partir de ellas, se obtiene una serie de conclusiones que confirman que la línea de este TFM es adecuada. En el segundo punto, se aportan dos formularios. Un formulario dedicado a profesores de diversos centros y otro a un grupo de alumnos de 2º de Bachillerato, de una academia. A partir de los resultados de ambos formularios se obtienen una serie de conclusiones útiles para este trabajo. En el último apartado, se presenta una propuesta didáctica con actividades concretas

5.1. Estudios realizados sobre el uso de tecnologías en las aulas.

Desde hace una década, en Europa se llevan a cabo unas políticas educativas destinadas a la dotación de recursos tecnológicos en las aulas. Esto ha llevado al desarrollo de múltiples investigaciones sobre ventajas e inconvenientes del uso de las mismas en los centros educativos.

A continuación se presentan tres investigaciones recogidas en artículos de revistas, de entre las muchas que existen sobre el uso de distintas herramientas tecnológicas, en las que se obtienen conclusiones diferentes y que tienen relación con este trabajo:

5.1.1. Artículo: Un análisis de las actividades didácticas con TIC en aulas de Educación Secundaria

Este artículo se presenta en la Revista Píxel Bit de Medios y Educación el que se estudian actividades didácticas con tecnologías en las aulas de dos institutos de Educación Secundaria de Tenerife que forman parte del proyecto Medusa del Gobierno de Canarias.

Este estudio es parecido a otros muchos (Plan Avanza, 2007, Grupo Stellae, 2007; Mominó, Sigalés, Mxeneses, 2008; Cebrian, 2009) entre otros, desarrollados en España en los últimos años, donde se han explorado tanto las perspectivas de los agentes educativos sobre la utilización pedagógica de las TIC como sus prácticas didácticas en el centro y aula.

En interesante profundizar en los resultados obtenidos en su investigación:

Una de las conclusiones es que la tecnología evoluciona de forma muy rápida por lo que queda obsoleta en poco tiempo.

Por otro lado, los profesores (Área, Julio- Diciembre 2010) utilizan la tecnología como apoyo en exposiciones, para ampliar contenidos de libro tradicional o para actividades de bajo nivel, por lo que el interés en que los alumnos utilicen la tecnología se reduce a actividades de refuerzo o consolidación.

5.1.2. El ordenador portátil como herramienta de apoyo en el aprendizaje activo de Matemática aplicada a la edificación.

Es otro artículo de la revista Píxel-Bit de Medios y Educación que estudia el uso del portátil como apoyo en el aprendizaje de matemática aplicada a una ingeniería de Sevilla en el curso 2009-2010, pero la situación que presenta se puede aplicar en todos los niveles educativos.

En esta investigación se dan cuenta que para una mayor y mejor integración de las herramientas informáticas se necesita un contacto prolongado, por lo que era ventajoso el ordenador no sólo en las clases prácticas. El alumno no tenía realmente tiempo de profundizar en las herramientas.

También se observa que es ventajoso el uso de un ordenador por cada alumno de manera propia e intransferible, ya que cada alumno se acostumbra a su entorno, lo personaliza y agiliza de esta manera la dinámica del aula.

La aplicación de un portátil por cada alumno y el uso en las clases ordinarias dan resultados interesantes como:

El desarrollo de trabajos voluntarios por parte de los alumnos, mostrando por tanto un gran interés por el uso del ordenador y del software informático.

El aumento de las notas académicas en el año 2009-2010 respecto al 2008-2009 en el grupo bajo investigación. (Ganfornina,s.f)

5.1.3. La pizarra digital ¿Una nueva metodología en el aula?

Se trata de una investigación desarrollada en el curso 2005/2006 cuyo propósito es fundamentalmente demostrar que el uso de la pizarra digital mejora los resultados pero supone un cambio de metodología del docente.

En la recogida de resultados de su investigación, se obtiene varias conclusiones de las cuales dos presento a continuación porque me resultan muy interesantes:

-En primer lugar, una valoración positiva de los profesores bajo investigación en cuanto a su uso, alcanzando una nota media de 8,9 en un baremo de 0 a 10. De hecho, de todas las tecnologías que se pueden emplear es la que más convence a los profesores.

-En segundo lugar el alumno aprende con menor esfuerzo, debido a que se motiva con las presentaciones, las imágenes, las animaciones...

Como se puede observar, estas investigaciones dan resultados bastante optimistas. En cuanto el uso de la pizarra digital, en la investigación se obtiene que motiva tanto al profesor como al alumno, mejorando las calificaciones del alumnado. En cuanto al uso de un portátil, y como consecuencia software se obtiene que ayuda al alumno a motivarse, a aumentar su capacidad creativa y a profundizar más en el tema obteniendo mejores resultados. Y en cuanto a la investigación de las TICs en las aulas de secundaria, ponen de manifiesto la utilización de las TICs como herramientas de apoyo, por lo que sería interesante darles mayor protagonismo en la educación. (Ibergallartu, Septiembre 2006)

Por tanto, ***la unidad didáctica que se propone en este trabajo final de master es interesante debido a que se proponen actividades con distintas herramientas tecnológicas:*** la pizarra digital, el ordenador, distinto software matemático, herramienta JClic para ejercicios interactivos y el blog.

5.2. ¿Cómo ven los alumnos y profesores el tema de integrales y las TIC en el aula?

En este TFM se pretende diseñar una unidad didáctica motivadora y provechosa sobre el tema de integrales.

Se tiene la oportunidad de presentar dos formularios:

El primero aplicado a un grupo de alumnos de 2º de Bachillerato la modalidad de Ciencias y Tecnología de una academia de Cartagena con alto alumnado que han suspendido la asignatura de Matemáticas y que proceden de diferentes institutos. Recurro a una academia debido a que el período de desarrollo de este TFM ha sido de junio a septiembre, período vacacional de los centros de educación secundaria.

El segundo aplicado a un grupo de profesores del departamento de matemáticas de tres institutos públicos de Cartagena que se reincorporaron al centro en septiembre. El formulario se les presenta a 3 catedráticos y 6 profesores de la especialidad de matemáticas de cada uno de los centros de educación secundaria.

Primer formulario. Para estudiantes

El formulario recoge 16 preguntas cerradas. Preguntas relacionadas con los objetivos propuestos en el TFM para la unidad didáctica de las integrales. A partir de los resultados obtenidos se puede intuir si la línea de trabajo es adecuada o no.

Las preguntas se formulan a un grupo de 20 alumnos:

CENTRO DEL QUE PROCEDES	
ALUMNO/A	

A continuación se presentan una serie de cuestiones que agradecemos respondáis con sinceridad:

P1. Del bloque III análisis de 2º de bachillerato, se desglosa en los contenidos más importantes a aprender, responde con una escala de 1 a 5, donde 1 es “me resultó muy fácil” y 5 es “me resultó muy difícil”.

Desglose de contenidos del bloque III, responde grado de dificultad encontrado:	1	2	3	4	5
BLOQUE III: Límite de funciones. Continuidad					
BLOQUE III: Derivadas. Técnicas de derivación.					
BLOQUE III: Representación gráfica de funciones					
BLOQUE III: Integral. Técnicas de resolución de integrales.					
BLOQUE III: Calculo de áreas a través de la integral					

P2. ¿Te gusta el tema de las derivadas?

- a) Si
- b) No

P3. ¿Entiendes para qué se usan las derivadas?

- a) Si
- b) No

P4. ¿Usas las derivadas en otras asignaturas?

- a) Si
- b) No

P5 ¿Te gusta el tema de las integrales?

- a) Si
- b) No

P6 ¿Te resulta interesante las integrales?

- a) Si
- b) No

P7 ¿Te interesaría saber cómo surge el cálculo diferencial?

- a) Si
- b) No

P8 ¿Usas las integrales en otras asignaturas?

- a) Si
- b) No

P9 ¿Se usan las integrales en la vida real?

- a) Si
- b) No

P10 ¿Piensas que aprender integrales son una pérdida de tiempo?

- a) Si
- b) No

P11 ¿En tu clase te enseñaron herramientas software tipo Derive, Geogebra, Matlab para resolver integrales?

- a) Si
- b) No

P12 ¿Te resultaría interesante usar software para resolver integrales?

- a) Si
- b) No

P13 ¿Tu profesor usa la pizarra digital interactiva (PDI)?

- a) Si
- b) No

P14 ¿En otras asignaturas usan la pizarra digital interactiva (PDI)?

- a) Si
- b) No

P15 Si conoces la PDI, ¿te resulta más útil que la pizarra tradicional?

- a) Si
- b) No

P16 Crees que tus resultados serían mejores si en las clases se empleasen más herramientas TIC.

- a) Si
- b) No

En la primera cuestión del formulario se les pide a los alumnos que respondan de una escala de 1 a 5, el grado de dificultad. A partir de los resultados obtenidos, se observa que el 70% de los alumnos encuentra alta dificultad en el tema de las integrales, sin embargo las valoraciones son mejores en cuanto al tema de continuidad, técnicas de

derivación, representación gráfica. Es decir, encuentran más sencillo el tema de las derivadas.

A continuación, se adjunta una tabla en Excel con los resultados obtenidos del resto de las cuestiones:

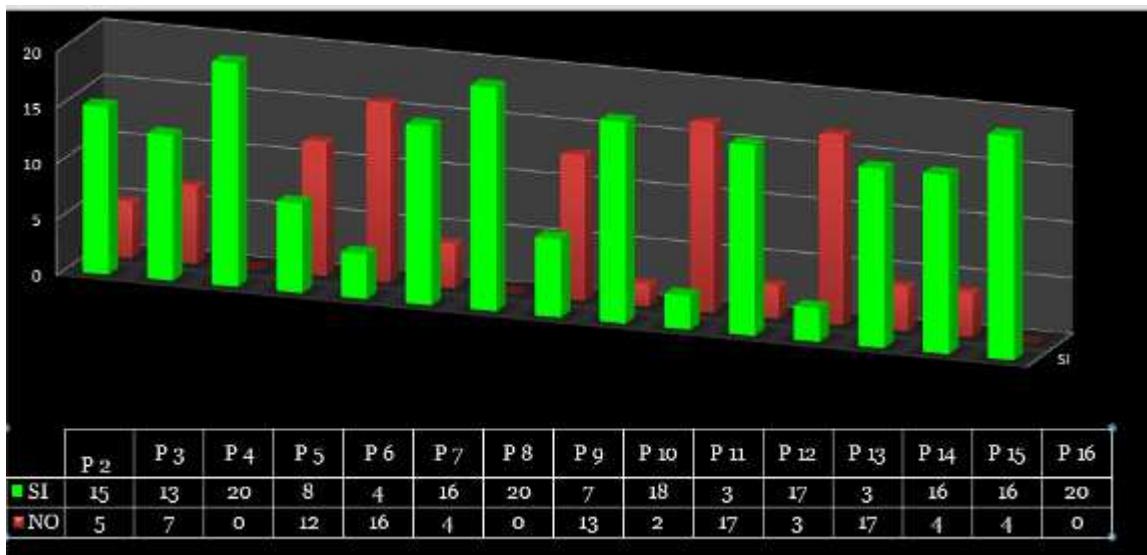


Figura que muestra los resultados de los alumnos

Como se puede observar, la mayoría de los alumnos encuentran poco interesante las integrales considerándolas una pérdida de tiempo. Saben que se emplean en otras asignaturas pero sin embargo, no ven su aplicación en la vida real.

Los alumnos muestran interés por las nuevas tecnologías como la PDI, software para cálculo de integrales, considerándolas como herramientas ventajosas, que pueden ayudar a mejorar su rendimiento. Tienen interés por las derivadas y el origen del cálculo infinitesimal.

Estos resultados, muestran que las estrategias propuestas en el TFM, de enseñar la historia de las integrales a los alumnos de forma amena, indicar la importancia de las integrales en otras materias y en otras etapas educativas son adecuadas.

Por tanto, el objetivo específico de este TFM de plantear actividades motivantes, atractivas, y de interés en una unidad didáctica de Integrales para alumnos de 2º de Bachillerato usando las herramientas tecnológicas va a ser de interés para los alumnos.

Segundo formulario. Para profesores

El formulario recoge 14 preguntas cerradas. Preguntas realizadas a un grupo de 18 profesores de diferentes institutos públicos, relacionadas con el tema de las integrales y

el empleo de distintas herramientas tecnológicas en sus clases. A partir de los resultados obtenidos se puede intuir si la línea de trabajo planteada en este trabajo final de master es adecuada o no.

1. ¿Te gusta explicar el tema de integrales?
 a) Si
 b) No
2. ¿Son buenas las calificaciones obtenidas por tus alumnos en el tema de integrales?
 a) Si
 b) No
3. Si los resultados son malos ¿Crees que es porque el alumnado se encuentra poco motivado?
 a) Si
 b) No
4. Señala qué recursos utilizas en el aula para explicar las integrales:
 a) Pizarra tradicional
 b) Libro de texto
 c) PDI
 b) Software
5. Si usas la PDI, ¿has observado mejores resultados?
 a) Si
 b) No
6. Si no usas la PDI ¿te importaría utilizarla?
 a) Si
 b) No
7. Si tu respuesta es que sí te importaría usarla a qué es debido:
 a) Lo ves una pérdida de tiempo
 b) No sabes usarla
8. Si usas software, señala cuáles de la lista
 a) Derive
 b) Maple
 c) Winplot
 d) Geogebra
 e) Mathematica
 f) Matlab
9. Si no lo usas a qué es debido:
 a) Lo ves una pérdida de tiempo

b) No sabes usarlos

10. ¿Cómo llevas a cabo las tutorías con tus alumnos?

a) Tutoría convencional en el horario escolar

b) A través de correo electrónico

c) A través de un blog

11. En definitiva ¿crees que se mejorarían las calificaciones de tus alumnos combinando metodología tradicional y las nuevas tecnologías disponibles en la educación?

a) Si

b) No

Se le presenta la propuesta didáctica con las diferentes actividades diseñadas en este trabajo final de master y se le plantean las siguientes cuestiones:

12. ¿Te resulta interesante la unidad didáctica de las integrales que se te ha presentado?

a) Si

b) No

13. ¿Crees que cumple con todos los objetivos a cumplir para el tema de las integrales?

a) Si

b) No

14. ¿La utilizarías en tus clases?

a) Si

b) No

A continuación resumo los resultados de estos formularios:

- Solo 3 de los profesores utilizan las tecnologías: PDI, varias aplicaciones informáticas... y lo ven beneficioso. Tienen actividades ya confeccionadas para las integrales pero muestran interés y entusiasmo por las actividades del TFM.
- El resto utiliza sólo pizarra tradicional, libros de texto, de los cuales:
 - 11 de ellos no les importaría utilizar las nuevas tecnologías en el aula, ya que lo consideran ventajoso. De hecho, no los usan por falta de tiempo o porque no saben utilizarlas. La propuesta didáctica les resulta adecuada y la emplearían en sus clases.
 - 4 de ellos no quieren usarlas porque lo consideran una pérdida de tiempo.

Por tanto, de los resultados obtenidos, aproximadamente el 78% de los profesores le resultaría interesante el empleo de herramientas tecnológicas y el 85% consideran útil, adecuada la unidad diseñada de las integrales y por tanto la utilizarían en sus clases.

5.3. Propuesta didáctica de la integral empleando las TIC

A continuación, se presenta una unidad didáctica de las integrales empleando las nuevas tecnologías presentadas en el apartado anterior cumpliendo con el **objetivo específico de este TFM y empleando las estrategias propuestas:**

- *Enseñar la historia de las integrales* a los alumnos de forma amena
- Remarcando a los alumnos *la importancia de las integrales* en otras materias y en otras etapas educativas.
- Conseguir que los alumnos *relacionen* adecuadamente la información nueva con los conocimientos previos.

Para el diseño de la unidad didáctica se ha tenido en cuenta el **Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, el decreto nº 262/2008, de 5 de septiembre** en el que la Región de Murcia establece el currículo del Bachillerato y la programación de departamento de matemáticas de un instituto público de Cartagena.

5.3.1. Contexto en el que se desarrolla la unidad didáctica

La unidad didáctica de la integral se explica en la materia de Matemáticas II de la modalidad de Ciencias y Tecnologías del bachillerato, a continuación de la unidad de cálculo de derivadas donde se tratan aplicaciones de las derivadas, como puede ser:

- Analizar si la función es creciente o decreciente en un intervalo y en un punto.
- Calcular máximos y mínimos absolutos y relativos.
- Detección de si una función es cóncava o convexa en un punto y en un intervalo.
- Representación de funciones.

El cálculo infinitesimal se da en el último cuatrimestre de 2º de Bachillerato de la modalidad Ciencias y Tecnologías. Por lo que, lo último que se aprende en este curso son las integrales.

5.3.2. Objetivos y Enseñanzas mínimas

- ***Los objetivos generales que se quieren lograr con esta unidad didáctica son los siguientes:***
 - Conocer la función primitiva.
 - Conocer la integral indefinida.
 - Conocer la integral definida.
 - Entender las aplicaciones de la integral.
- ***Objetivos específicos que se quieren lograr con esta unidad didáctica son los siguientes:***
 - Conocer el concepto de primitiva y obtener primitivas de las funciones elementales.
 - Dominar los métodos básicos para la obtención de primitivas de funciones: sustitución, por partes, racionales.
 - Conocer el concepto, las propiedades y la interpretación geométrica de la integral definida.
 - Conocer y aplicar la regla de Barrow para el cálculo de integrales definidas.
 - Utilizar el cálculo integral para hallar áreas de figuras.
- ***Enseñanzas mínimas a desarrollar en la unidad didáctica***

Los alumnos deben de ser capaces de recurrir a tablas de integrales inmediatas a diferentes métodos básicos para la obtención de primitivas de funciones. Deben de ser capaces de realizar integrales definidas o cálculos de áreas a partir de curvas dadas, siempre analizando si el resultado obtenido es lógico o no. Desarrollando su **competencia matemática**.

El alumno debe entender y por tanto explicar mediante la *expresión escrita y oral* los conocimientos sobre integrales explicados, poniendo de manifiesto su competencia de **comunicación lingüística**.

En esta unidad didáctica de la integral se van a plantear diferentes actividades que reflejan situaciones de la vida real, como puede ser el consumo de potencia eléctrica de una vivienda a través del área encerrada por la curva que describe o el área encerrada por un estadio de fútbol... es decir, se está impulsando su **Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico**

Se van a emplear un gran abanico de nuevas tecnologías como puede ser Internet para búsqueda de información relativa a la historia y origen de las integrales, uso de pizarra digital interactiva para presentar los conceptos de una manera más entretenida para los alumnos o el uso de programas informáticos como Geogebra, Matlab para facilitar cálculos de integrales indefinidas o definidas. Con el empleo de todas estas tecnologías se potencia su **competencia de tratamiento de la Información y digital**.

Se debe de enseñar al alumno a afrontar sus errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo. Se pretende que las clases sean lo más interactivas posibles, las actividades propuestas incitan a la participación de todos los alumnos respetando los turnos de palabra y desarrollando una **actitud crítica** frente a las distintas aportaciones.

El docente debe de hacer que el alumno sea lo **más autónomo posibles y que sea capaz de tener iniciativa personal**, creatividad para resolver problemas, para ello se propone la realización de distintos ejercicios e incluso con el blog se pueden plantear ejercicios extra para profundizar en el tema de las integrales.

5.3.3. Contenidos

Los contenidos quedan reflejados en la siguiente tabla:

	Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
Contenidos	Primitiva de una función. Integral indefinida y sus propiedades. Integral definida y sus propiedades. Área de un recinto con diferentes zonas.	Saber aplicar la tabla de integrales inmediatas. Saber aplicar los métodos de sustitución, por partes y racionales. Saber emplear la regla de Barrow para integrales definidas. Saber calcular de áreas de funciones mediante integrales definidas.	Comprender la importancia de las integrales para poder resolver problemas. Tener actitud de crítica y de superación. Analizar los fracasos para aprender de ellos.

5.3.4 Metodología y estrategias didácticas

En cuanto a la metodología a seguir se basa en alternar método tradicional de libro, pizarra y las nuevas tecnologías disponibles en la educación.

Se pretende que el alumno se implique en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se persigue que el alumno esté atento, motivado en las clases, con iniciativa en resolver ejercicios de la unidad de las integrales aplicando diferentes métodos de resolución.

Las diferentes estrategias para conseguir los objetivos tanto del proyecto final de master como los de la unidad didáctica son motivarles con la historia y origen, con las distintas aplicaciones reales de las integrales, empleando en el aula diferentes actividades con diferentes tecnologías para llegar a todos y cada uno de los alumnos.

Se realizarán diferentes actividades:

Actividades de arranque: para recordar conceptos ya aprendidos. En el tema de la integral se recordarán las derivadas a través de actividades en JClic. Esta actividad de realizar diferentes integrales nos servirá para explicar el concepto de integral primitiva.

Actividades de motivación: es importante llamar la atención de los alumnos sobre la integral. Para ello, se recurre a la actividad de la caza del tesoro para tratar su origen e historia o actividades de integrales en contextos de la vida real como puede ser cálculo del consumo de potencia eléctrica o cálculo de trabajo descrito por una curva, tan motivador para los alumnos.

Actividades de reflexión: pedir a los alumnos en clase que pongan sus propios ejemplos. Es interesante que exista un buen clima en las clases para que los alumnos se sientan con confianza para formular sus incertidumbres, sus propios ejemplos y reflexiones. En el blog el alumno puede plantear sus dudas y consultas que compartirán con el resto de la clase, siendo un espacio en el que se pueden ayudar mutuamente.

5.3.5 Recursos

- **Recursos Materiales:**

Empleados por el profesor:

- Apuntes.
- Libros
- Ordenador
- Pizarra normal
- Pizarra digital interactiva, proyector y lápiz o puntero digital
- PowerPoint
- Software Geogebra, Matlab
- Internet
- Blog

Empleados por el alumno:

- Material escolar: bolígrafos, cuadernos, libros
- Ordenador
- Internet
- Software Geogebra, Matlab, JClic
- Blog

- **Recursos Espaciales:**

- Aula de la asignatura.
- Aula de informática si no está acondicionada el aula de la asignatura.

5.3.6 Temporalización

La realización de esta unidad didáctica de integrales se divide en 14 sesiones cumpliendo la normativa acordada en el departamento de matemáticas de un instituto de Cartagena.

En la siguiente tabla, se especifica el número de sesiones, la actividad a realizar en esa sesión y por último la herramienta TIC que se va a utilizar.

Sesiones	Actividades	Herramienta TIC
1	Introducirse en las integrales. Origen e Historia.	Caza del tesoro.
2	Explicar las integrales. Conceptos: Primitiva, Integral indefinida. Propiedades.	JClic Las propiedades en la pizarra Convencional
2	Método de sustitución	PowerPoint, pizarra tradicional y para más información o actividades extra blog creado por mi
2	Método de integración por partes	PowerPoint, pizarra tradicional y para más información o actividades extra blog
2	Explicar la integral definida y sus propiedades. Regla de Barrow.	PDI con Geogebra
2	Áreas encerradas por una curva y el eje OX, con actividades de temas sobre otras asignaturas o de la vida real.	Geogebra.
2	Actividades de integrales definidas, en papel y comprobación con software de Geogebra y Matlab	Papel, Geogebra, Matlab
1	Examen de integrales	En papel 80% de la nota de la unidad didáctica de la integral

5.3.7. Actividades propuestas

Es vital tener un juego de recursos para poder motivar a los distintos alumnos. Esta claro que estamos ante una escuela de inclusión en la que se lleva a cabo una educación personalizada. Para ello, es muy importante conocer bien a los alumnos y trabajar con ellos de una manera adecuada, captar la atención de todos ellos. Los alumnos no son todos iguales, cada uno tendrá un ritmo de trabajo, un nivel de inteligencia, unos gustos diferentes. Por tanto, si el docente le presenta la materia de diferentes formas, tendrá un abanico más extenso para motivar a más alumnos.

Una de las estrategias a perseguir en este proyecto era presentar el origen e historia de las integrales a los estudiantes, porque la historia podía ser algo motivador para algunos, y además se lo planteamos de manera divertida mediante un reto, a través de **la caza del tesoro**.

La caza del tesoro (como se ha explicado en el apartado de metodología) se basa en una *introducción* para situar al alumno en el tema. Es una serie de *preguntas* planteadas por el profesor sobre el tema en cuestión, en este caso sobre el origen, historia de las integrales. En otro apartado, el docente le proporcionará una serie de *enlaces* donde pueden hallar la respuesta a tales preguntas. Por último, se plantea una *pregunta final* que es de mayor dificultad.

Para los alumnos resultaría **motivador** emplear en la primera sesión de la unidad didáctica de Integral la actividad Caza del tesoro, ya que se presenta a los alumnos cuestiones sobre el origen y la historia de la Integral. Se trata de un recurso motivador para los alumnos porque se les plantea el reto de investigar algo hasta ahora desconocido para ellos con una serie de enlaces de Internet. Los retos suelen gustar a los alumnos porque se ven capaces de hallar respuestas por ellos mismos.

➤ **Actividad caza del tesoro:**

INTEGRALES



Introducción:

A parte de la derivada existe otra herramienta potente para resolver problemas, que es la integral.

La integración y derivación están englobadas en lo que se conoce como Cálculo Infinitesimal

Preguntas:

1. ¿Qué investigaban los griegos?
2. ¿Cuál fue la primera persona que empezó a investigar sobre la integral definida aplicando la geometría?
3. ¿Qué otros personajes se interesaron por cálculo infinitesimal?
4. ¿Para qué se pueden utilizar las integrales?

Recursos web a usar por el alumno para resolver las preguntas anteriores:

- <http://etsiit.ugr.es/web/jmaroza/anecdotalo/anecdotalo-i.htm>
<http://masquemates.blogspot.com.es/2008/03/historia-de-las-matematicas-las.html>
<http://www.youtube.com/watch?feature=endscreen&NR=1&v=ZDUacKzg3FM>
<http://tecrenat.fcien.edu.uy/Fisica/Integrales.pdf>
<http://es.scribd.com/doc/34753799/Aplicacion-de-calculo-integral-a-problemas-de-trabajo>.

La gran pregunta:

5. ¿Las integrales se utilizan sólo en las matemáticas? Pon ejemplos.

También decir, que uno de los enlaces propuestos como recursos web para resolver las preguntas, es de un vídeo. De esta manera, se estaría utilizando un medio audiovisual que puede motivar al alumno en el aprendizaje de las integrales.

Otra estrategia a perseguir es explicar el concepto de integral, analizar el tema de la integral en relación con la derivada. En definitiva, relacionar conceptos. Estas explicaciones se pueden llevar a cabo con la pizarra digital y el programa **JClic**.

➤ **Actividad con JClic:**

Con **JClic** se proponen dos ejercicios de asociación múltiple, uno en el que se recuerdan las derivadas y otro para resolver integrales inmediatas. Estos ejercicios, se plantearían en la segunda sesión de la unidad didáctica.

La primera pantalla es recordar la definición de la derivada:

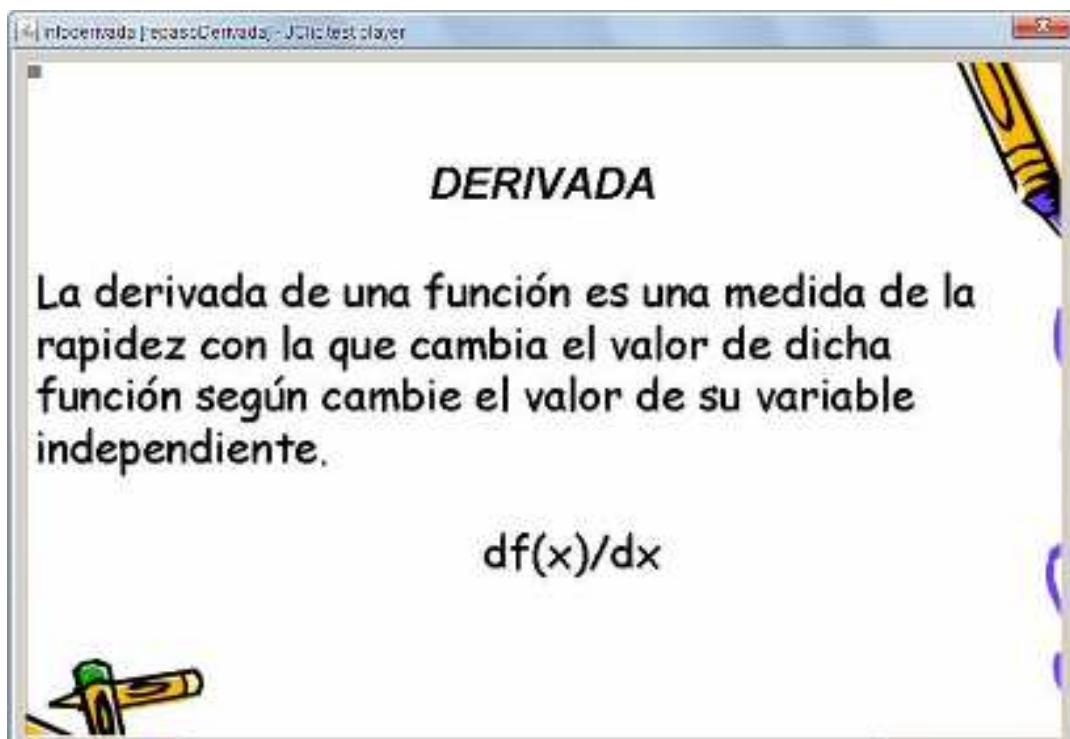


Figura en la que se recuerda el concepto de derivada utilizando JClic

La siguiente pantalla muestra el ejercicio de recordatorio de las derivadas. El alumno tiene en la esquina inferior derecha un contador de aciertos, intentos y de tiempo transcurrido. Este tipo de ejercicios al tener esta estructura de “juego” motivan mucho a los alumnos:

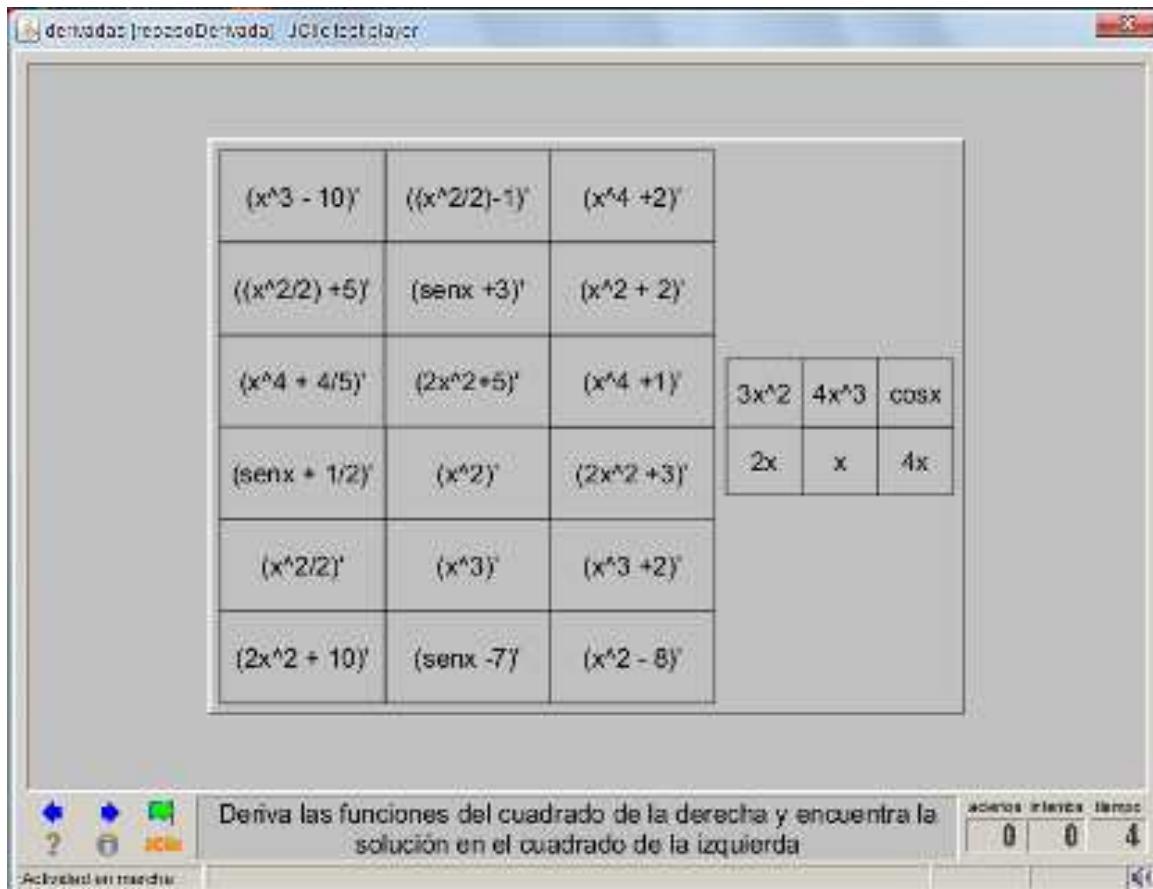


Figura JClic. Ejercicio recordatorio de las derivadas

Se trata de un **ejercicio asociativo múltiple**, en el que tiene que enlazar cada casilla de la izquierda con una flecha a la casilla resultante de la derecha, como se muestra en la siguiente figura:

The screenshot shows a window titled "dervadas [repassoDervada] - JClic test player". Inside, there is a 6x3 grid of mathematical expressions on the left and their derivatives on the right. A third column in the middle contains the results of the derivatives. A red arrow points from the expression $(\operatorname{sen}x + 3)'$ in the second row to the result $\cos x$ in the third column. The grid is as follows:

$(x^3 - 10)'$	$((x^2/2) - 1)'$	$(x^4 + 2)'$
$((x^2/2) + 5)'$	$(\operatorname{sen}x + 3)'$	$(x^2 + 2)'$
$(x^4 + 4/5)'$	$(2x^2 + 5)'$	$(x^4 + 1)'$
$(\operatorname{sen}x + 1/2)'$	$(x^2)'$	$(2x^2 + 3)'$
$(x^2/2)'$	$(x^3)'$	$(x^3 + 2)'$
$(2x^2 + 10)'$	$(\operatorname{sen}x - 7)'$	$(x^2 - 8)'$

Below the grid, a message reads: "Deriva las funciones del cuadrado de la derecha y encuentra la solución en el cuadrado de la izquierda". The bottom status bar shows "Aciertos: 0 Intentos: 0 Tiempo: 41".

Figura JClic. Ejercicio recordatorio de las derivadas

Si la respuesta es correcta desaparecerá, por ejemplo la casilla $\operatorname{sen}x + 3$ (resultado es $\cos x$) por lo que desaparece de la tabla y se suma uno al marcador de aciertos, si no es correcto se incrementa el contador de intentos y sigue estando la casilla habilitada.



Figura JClic. Ejercicio recordatorio de las derivadas

En esta actividad existen casillas que dan el mismo resultado, como se muestra en la pantalla de resumen siguiente, esto nos sirve para introducir el concepto de integral primitiva y por tanto el de integral indefinida.

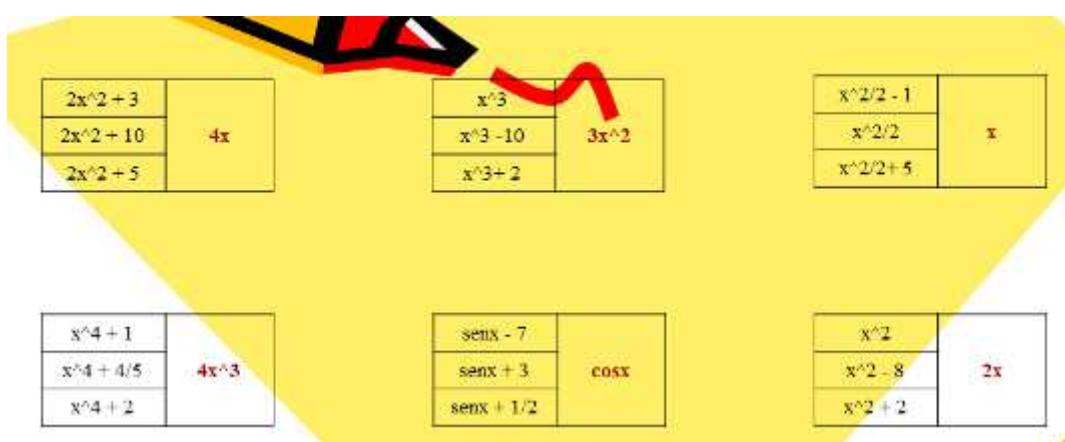


Figura JClic. Ejercicio resumen de la actividad anterior que permite introducir el concepto de integral primitiva

Las siguientes pantallas de JClic son de información de la integral primitiva e indefinida:

The screenshot shows a diagram illustrating the inverse relationship between differentiation and integration. On the left, a box labeled "Función" contains the equation $f(x) = x^2 - 2$. An arrow labeled "Derivación" points from this box to another box on the right labeled "Derivada" which contains $f'(x) = 2x$. A red arrow labeled "Integración" points from the "Derivada" box back to the "Función" box. In the top right corner of the window, there is a cartoon pencil character.

Integrar es el proceso recíproco del de derivar: dada $f(x)$, busca aquellas funciones $F(x)$ que al ser derivadas conducen a $f(x)$.

Se dice, que $F(x)$ es una primitiva o antiderivada de $f(x)$.

$F'(x) = f(x)$

Figura de JClic: relación de conceptos.

La siguiente pantalla aumentada, se muestra otro posible ejercicio de asociación en esta ocasiones se plantean resolver integrales inmediatas:

The screenshot shows a matching exercise for immediate integrals. It consists of two columns of equations. The first column (left, red border) contains the integrands: $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$, $\int \frac{12}{\sqrt{6^2 - x^2}} dx$, $\int \csc^2 x dx$, $\int \frac{1}{8^x + x^2} dx$, $\int x^3 dx$, $\int \frac{1}{x} dx$, $\int \frac{3}{\sqrt{1 - x^2}} dx$, $\int \cos x dx$, $\int 5^x dx$, $\int 13 \sin x dx$, $\int \frac{1}{1 + x^2} dx$, and $\int -\frac{17}{x} dx$. The second column (right, blue border) contains the solutions: $5 \sin x$, $5^x \ln[x]$, $12 \sin^{-1}\left(\frac{x}{6}\right)$, $\sin x$, $15 \ln[x]$, $-13 \cos x$, $3 \sin^{-1} x$, $-\cot x$, $\frac{x^4}{4}$, $-17 \ln[x]$, $\ln[x]$, and $\frac{1}{8} \tan^{-1}\left(\frac{x}{8}\right)$. The user is instructed to connect the equations in the first column with their corresponding solutions in the second column.

Figura JClic. Ejercicio de integrales inmediatas. Hay que enlazar las integrales remarcadas con el rectángulo rojo con la solución adecuada del cuadrado azul

En esta actividad, la tabla de la izquierda tiene una serie de integrales propuestas que tiene que asociar con su resultado en la tabla de la derecha. Tiene al igual que en la actividad anterior un contador de intentos y aciertos, generando un informe de resultados útil para el profesor.

Conforme se van acertando las integrales, éstas van desapareciendo del cuadrado de la izquierda como muestra la siguiente figura:

$\int \frac{1}{8^x + x^2} dx$			-17Ln[x]	-13 cos x	$Ln[x]$
$\int \csc^2 x dx$	$\int \frac{12}{\sqrt{6^2 - x^2}} dx$	$\int \cos x dx$	$3\sin^{-1} x$	$5^x \ln[x]$	$\sin x$
$\int \frac{3}{\sqrt{1 - x^2}} dx$		$\int -\frac{17}{x} dx$	$\frac{1}{8}\tan^{-1}\left(\frac{x}{8}\right)$	- cot x	$12 \sin^{-1}\left(\frac{x}{6}\right)$
$\int \frac{1}{x} dx$		$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$	$\frac{x^4}{4}$	$5 \sin x$	$15 \ln[x]$

Realiza la integral del cuadro de la derecha y une con una sola solución del cuadro de la izquierda

intentos: 4 aciertos: 4 tiempo: 13

Figura de actividad de integrales inmediatas. Se ven de 4 intentos, se han acertado las 4 y el tiempo que lleva es de 13 segundos

La **ventaja** que ofrece JClic es que se presentan conceptos en forma de juegos, puzzles o relaciones asociativas simples o múltiples. Además los resultados de los ejercicios se pueden recoger en un informe para tenerlos en consideración en la evaluación de cada alumno, por lo que el alumno se tomará en serio las contestaciones.

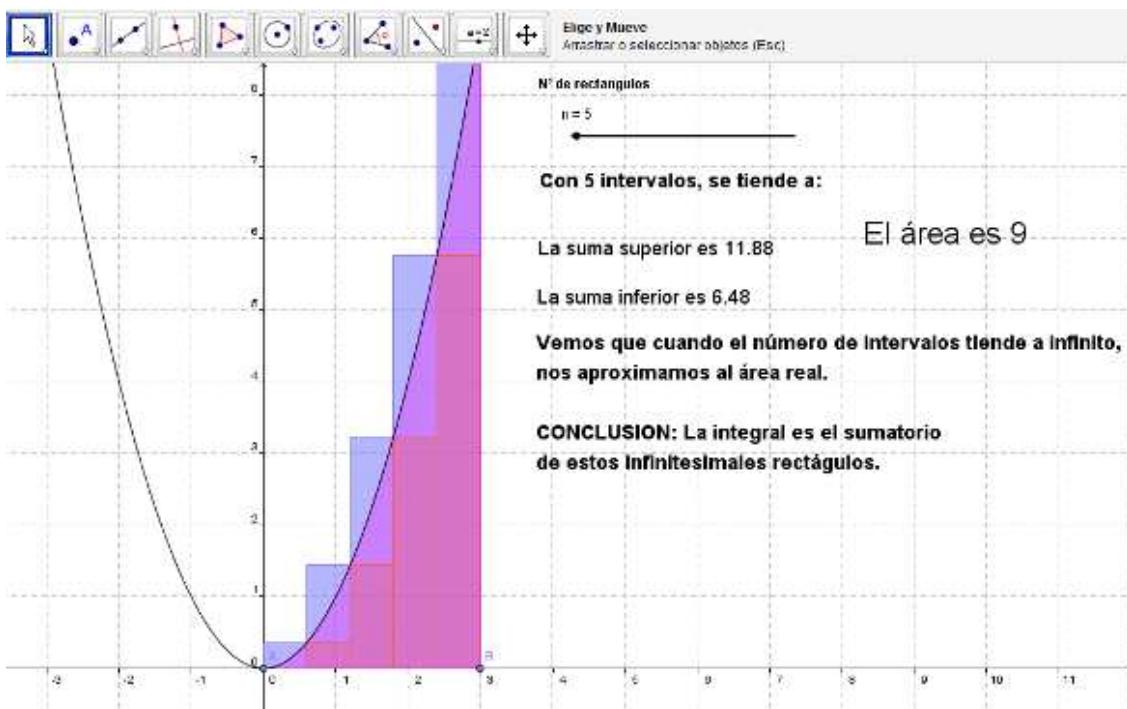
➤ Pizarra digital interactiva con uso de PowerPoint, Geogebra:

Las explicaciones de clase se presentan en pizarra digital interactiva ya que permitiría el uso de la explicación en PowerPoint, con programas matemáticos como el Geogebra y realizar anotaciones o aclaraciones sobre los mismos. (Anexo I)

La pizarra digital interactiva es muy **ventajosa**, ya que nos permite explicar conceptos de la integral de una manera más visual, empleando diferentes colores. Sería muy complicado y costoso en tiempo, explicarlo sobre la pizarra convencional.

Se ha confeccionado un PowerPoint donde explicar el tema de la integral intercalados con programas también creados por mí en Geogebra y Matlab (Anexo I)

Por ejemplo, el programa en Geogebra que se presentará en la pizarra digital explica el concepto de integral de una manera visual, clara y divertida. Como puede apreciarse en las imágenes siguientes las gráficas ya están creadas lo que supone un ahorro de tiempo y se emplean diferentes colores para hacer más clara la explicación.



Primera figura de Geogebra con $n=5$

Se puede variar interactivamente el número de intervalos y el programa te recalculará la situación sobre la gráfica, ahorrando nuevamente el tiempo en rehacer la gráfica con otro número de intervalos. El docente jugará con el número de intervalos y le mostrará de forma visual al alumno como al aumentar el número de intervalos se tiende al área real.

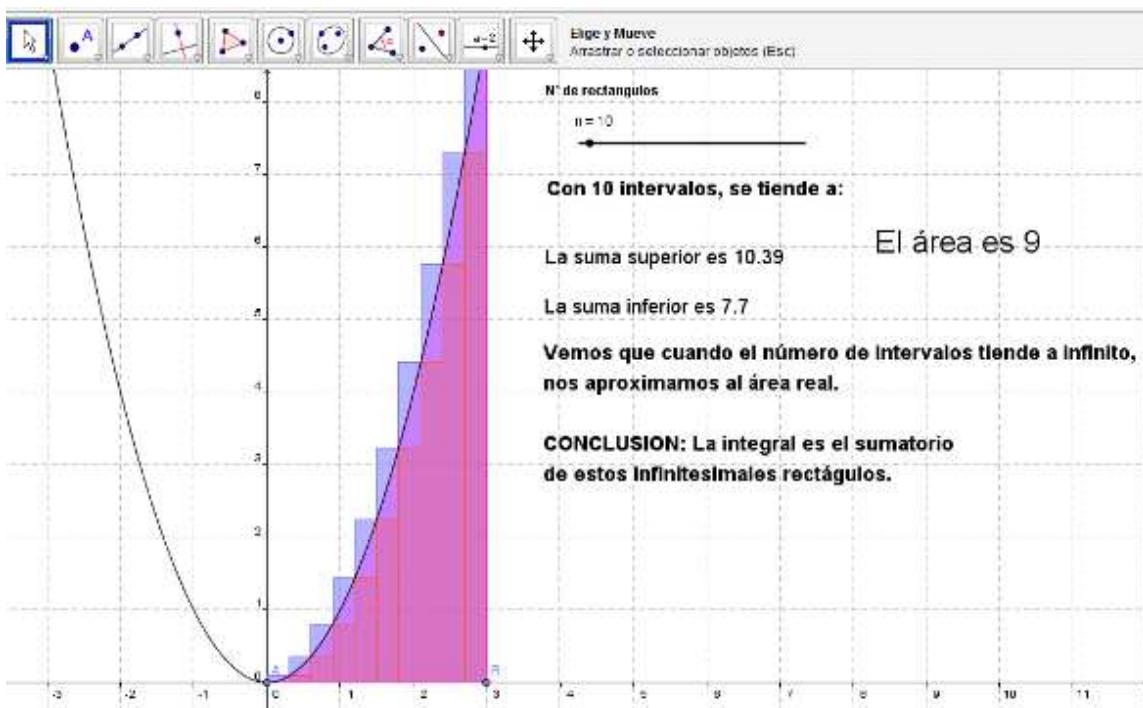
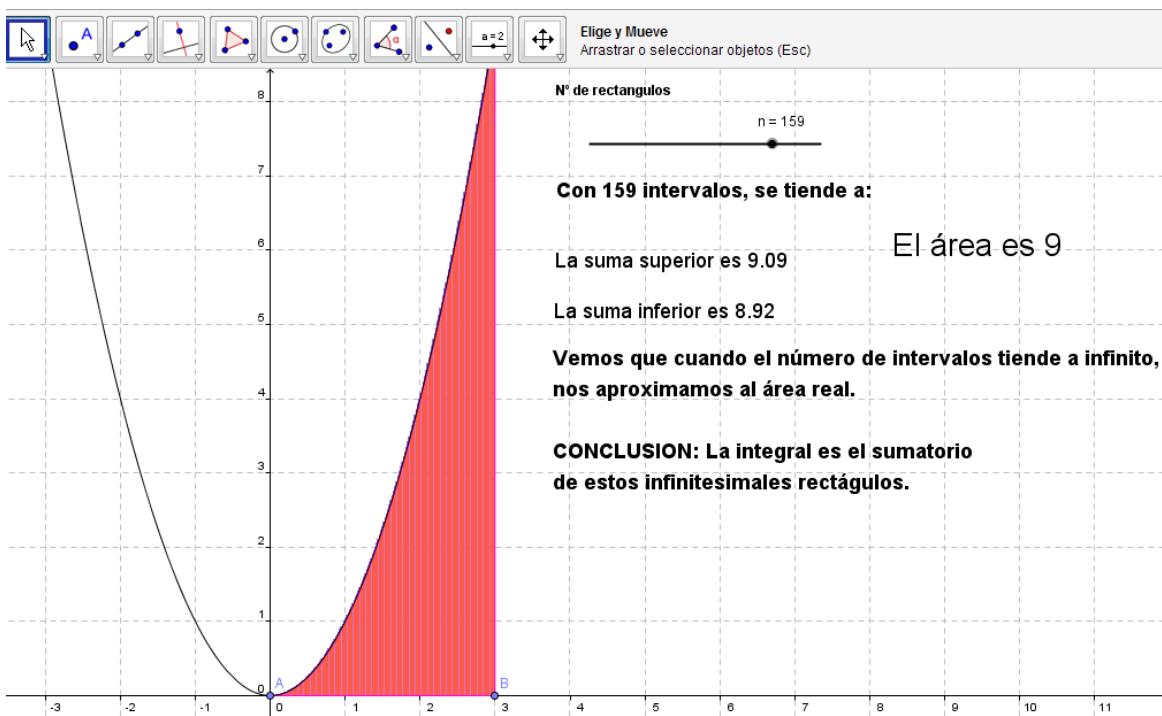


Figura Geogebra: Se aumenta el número de intervalos a 10:

Para $n=159$, tiende a infinito, se aprecia que tanto la suma de los rectángulos por exceso como de la suma de los rectángulos por defecto tiende a 9.



En esta figura se observa como al aumentar n se tiende al valor real del área encerrada bajo la curva

Otro ejemplo, es mostrar las propiedades de la integral definida, sobre gráficas en la pizarra digital ahorrando de esta manera tiempo en dibujar una curva en la pizarra convencional. A continuación se presenta una de las propiedades. El resto de propiedades se puede encontrar en el anexo I.

Propiedad 3^a

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

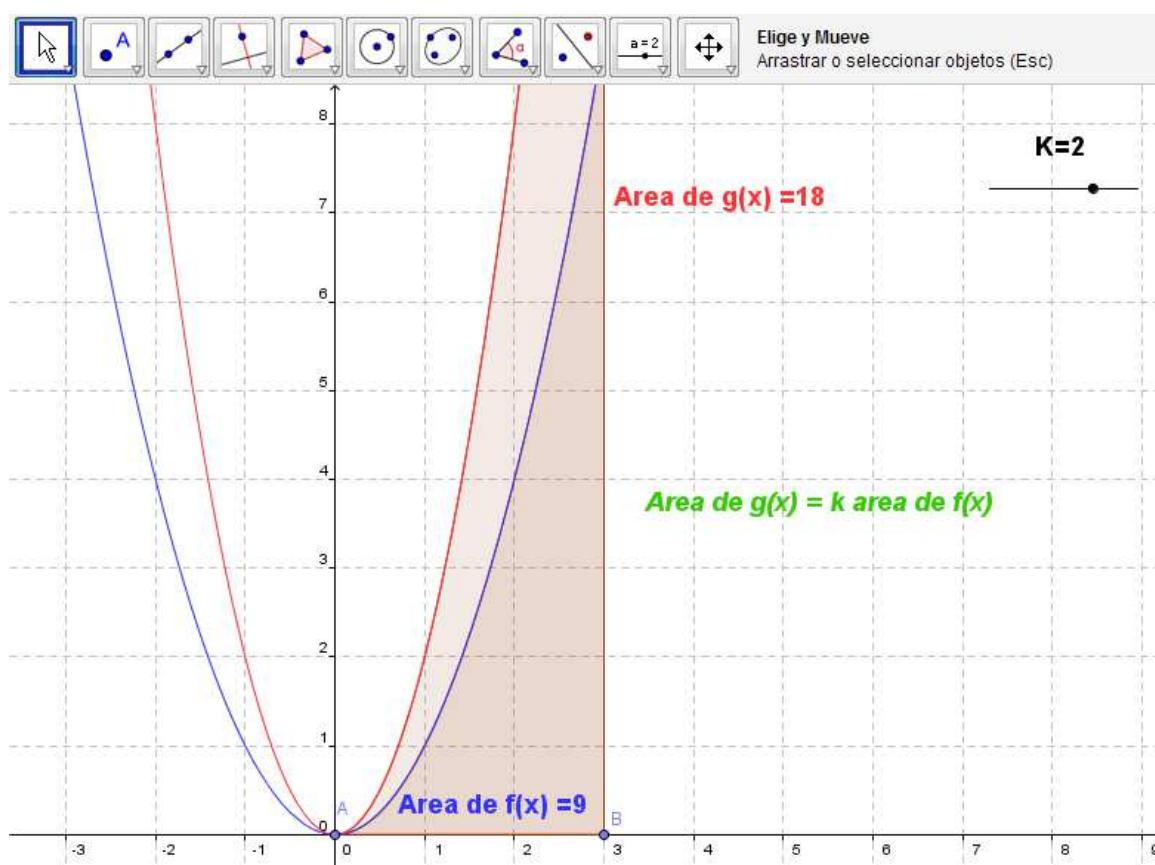


Figura de Geogebra. Explica la propiedad 3^a de una manera visual e interactiva

➤ **Actividades con software:**

En las cuatro últimas sesiones se plantean actividades sobre áreas con software matemático. El uso del software puede motivar a los alumnos, ya que permite adjuntar imágenes de interés para los alumnos, uso de diferentes colores, trazas para las curvas y una manera más visual para la realización de las actividades.

En este apartado se proponen actividades motivadoras para el alumno, ya que son problemas de la vida real, de temas que les pueden ser de interés, de temas de otras asignaturas como puede ser el cálculo del trabajo, potencia eléctrica o desplazamientos.

Con estas actividades se persigue **que el alumno entienda que las integrales no son algo aislado sino que tiene aplicabilidad frecuente**, favoreciendo el desarrollo de su capacidad de autonomía e iniciativa y su competencia digital y de tratamiento de la información.

✓ **Geogebra**

Actividad a: Un objeto se empuja en el plano desde $x=0$ hasta $x=5$, pero debido al viento la fuerza que debe de aplicarse es $f(x) = 3x^2 - x + 10$. Calcula el trabajo realizado en ese pequeño recorrido.

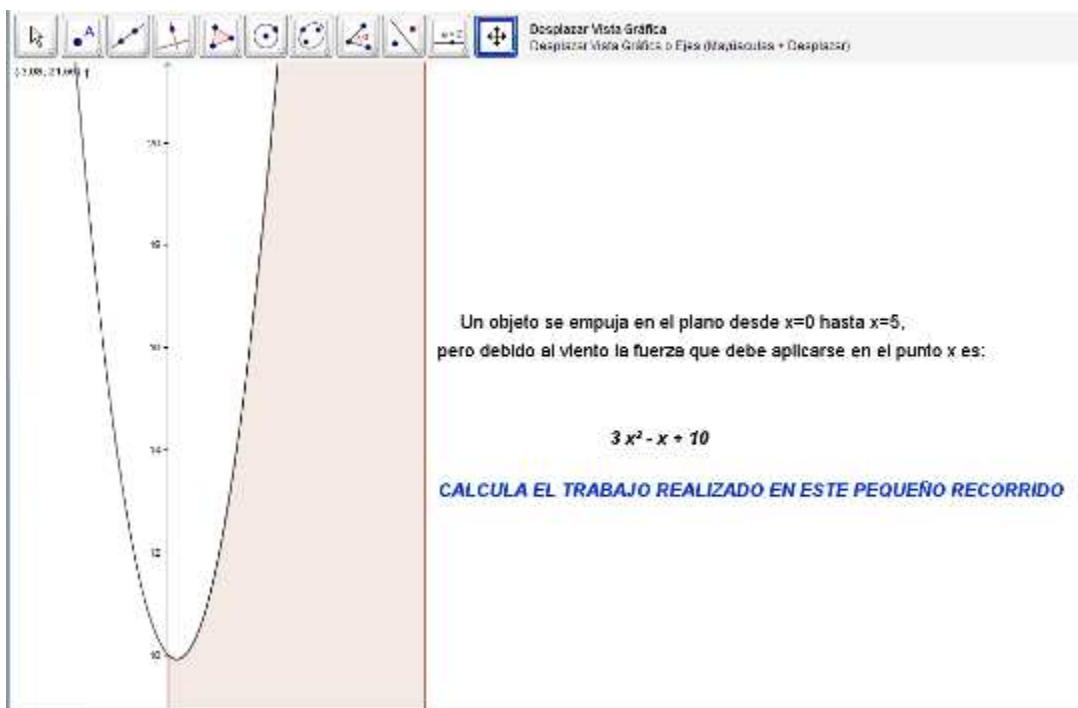


Figura de Geogebra: Ejercicio de Cálculo de trabajo

Ejercicio de otra asignatura

Actividad b: Determinar el consumo de potencia eléctrica de una vivienda desde las 12 del mediodía hasta las 7 de la tarde. El consumo de potencia eléctrica es el descrito en la siguiente curva:

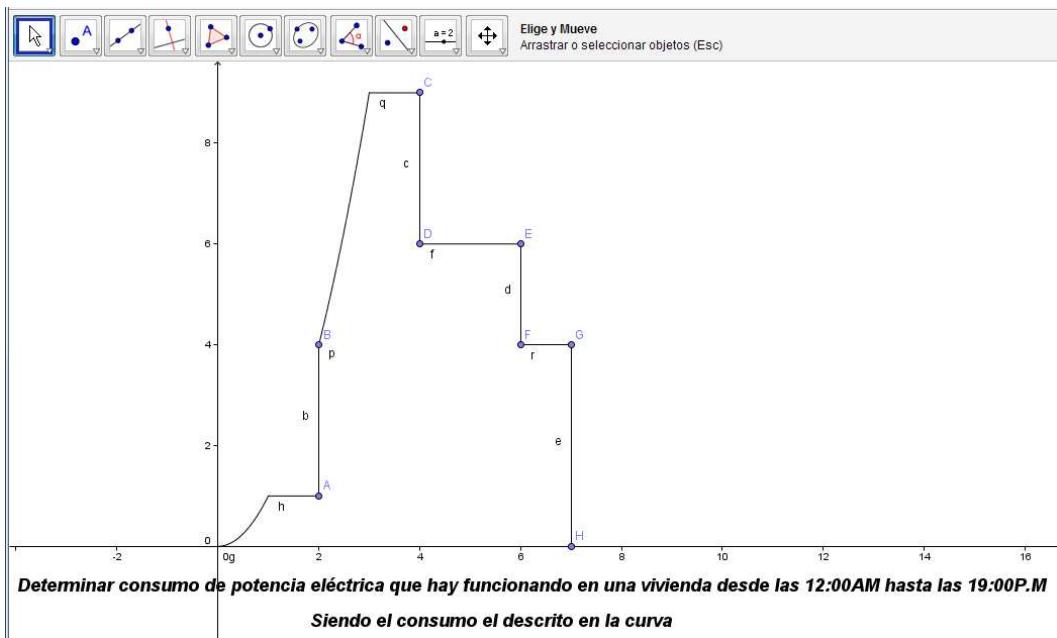


Figura de Geogebra: Ejercicio Cálculo de Consumo de una vivienda.

Ejercicio de la vida real

Actividad c: Fernando Alonso, está realizando pruebas con la escudería Ferrari, en un circuito más pequeño, como el que se muestra en la figura. Ayuda al equipo técnico a calcular la superficie total encerrada por el circuito que se visualiza en la figura.

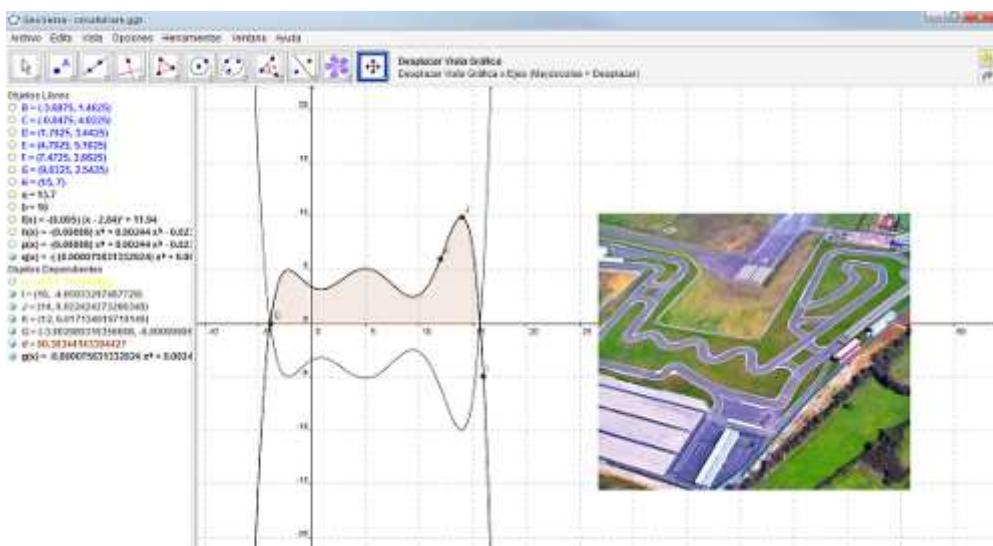


Figura Geogebra: Ejercicio de un cálculo de área sobre un circuito de Fórmula 1.

Ejercicio motivador para los estudiantes a los que les gusta este deporte

Actividad d: A los españoles le ha encantado el estadio olímpico de Kiev, de hecho quieren hacer un nuevo estadio en España de las mismas dimensiones. Se pide calcular el área de la cubierta de este estadio.

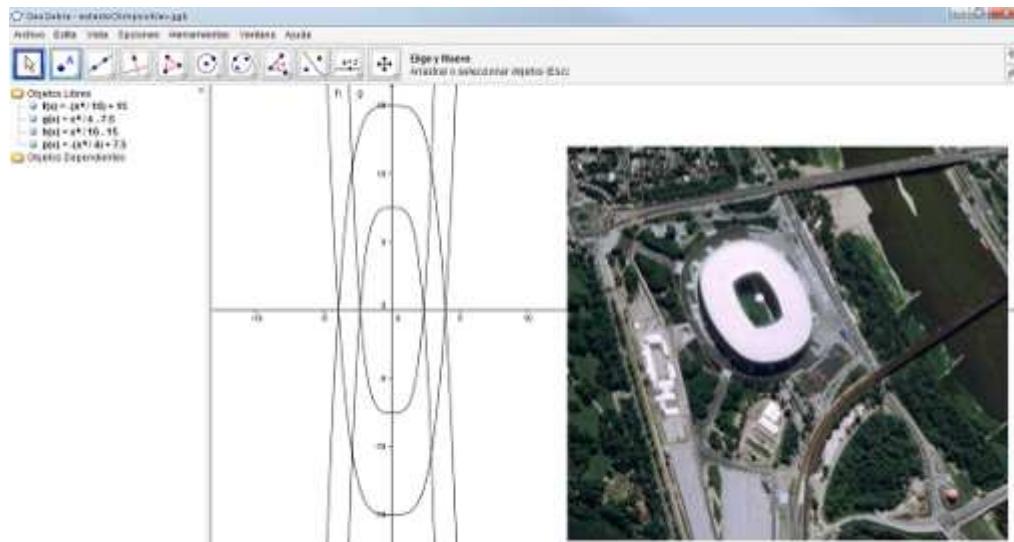


Figura Geogebra: Ejercicio de un cálculo de área del estadio olímpico de Kiev.

Ejercicio motivador para los estudiantes a los que les gusta este deporte

✓ **Matlab:**

Con el software de Matlab se ha creado una interfaz gráfica. Con esta interfaz el alumno podrá comprobar actividades propuestas en clase que previamente habrá realizado sobre papel y lápiz.

El alumno podrá comprobar el resultado de sus ejercicios tanto con Geogebra como con Matlab. Pero al utilizar el software de Matlab cuya configuración, modelado lo ha llevado a cabo el docente, les llamará la atención. No se trata de algo estándar sino una herramienta que cualquier persona puede utilizar para hacer sus propias aplicaciones.

Se presentan capturas de pantalla de la aplicación de matlab:

En la parte de arriba de la interfaz gráfica se puede seleccionar el tipo de función que se quiere seleccionar a partir de la lista.

El botón representar, representará la función seleccionada de la lista.

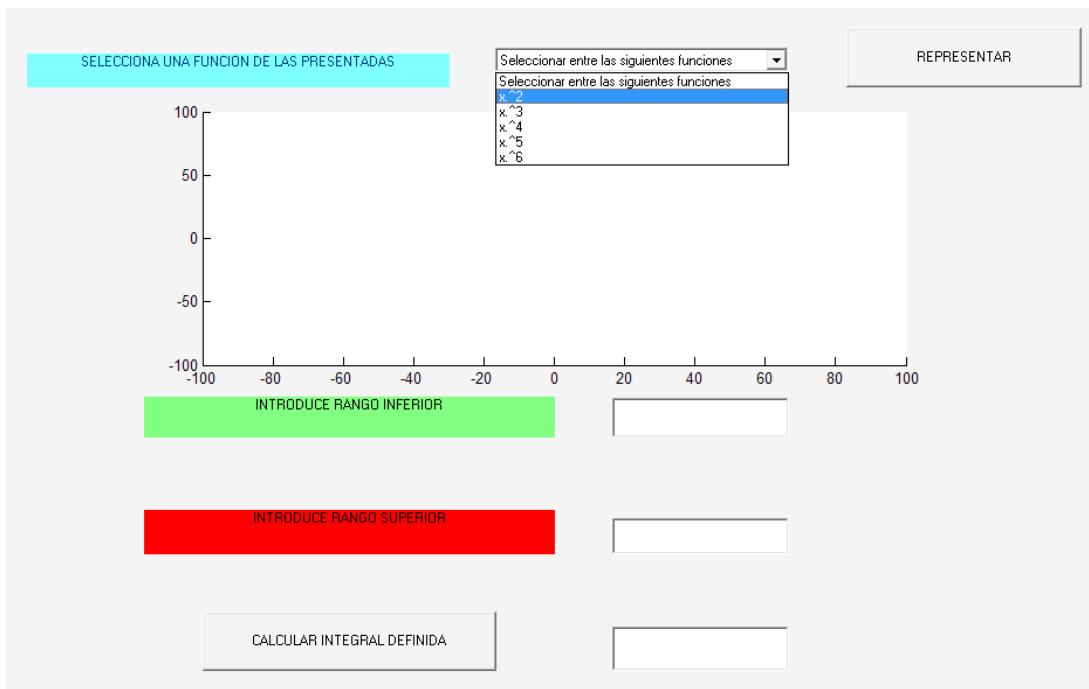


Figura de aplicación Matlab

El alumno puede introducir el rango inferior o superior para la integral definida. El programa analizará el valor introducido. El rango inferior no podrá ser inferior a -100, en cuyo caso saldrá un mensaje de error, indicándole al alumno que debe de introducir otro valor. Ocurre lo mismo para el rango superior, el alumno no puede introducir un número superior a 100. Esto se muestra en la siguiente figura:

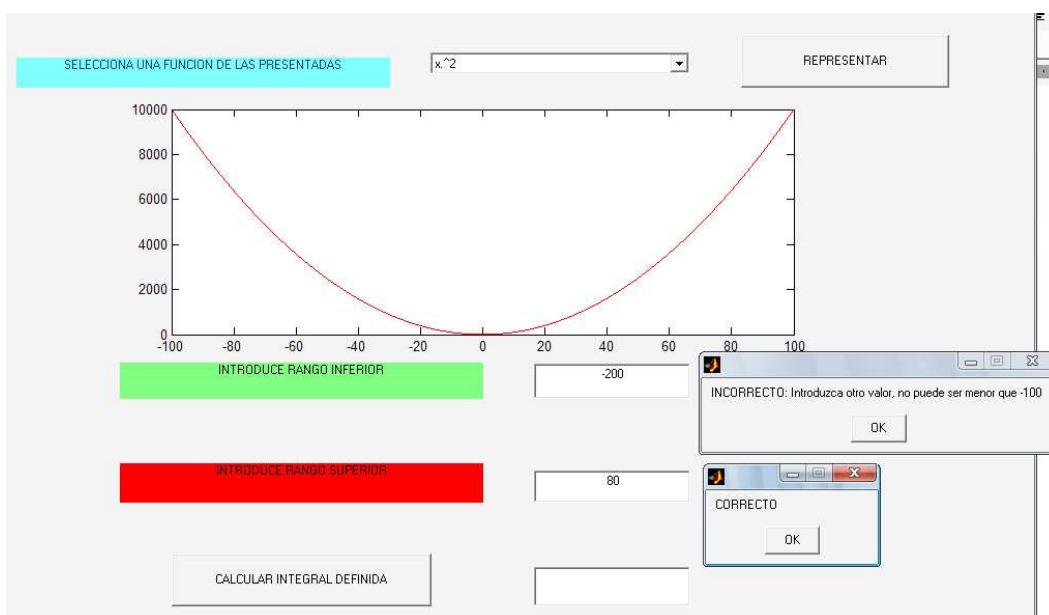


Figura de Matlab, se comprueban los límites introducidos

El último botón calcula la integral definida de la función seleccionada y entre los límites introducidos por el alumno:

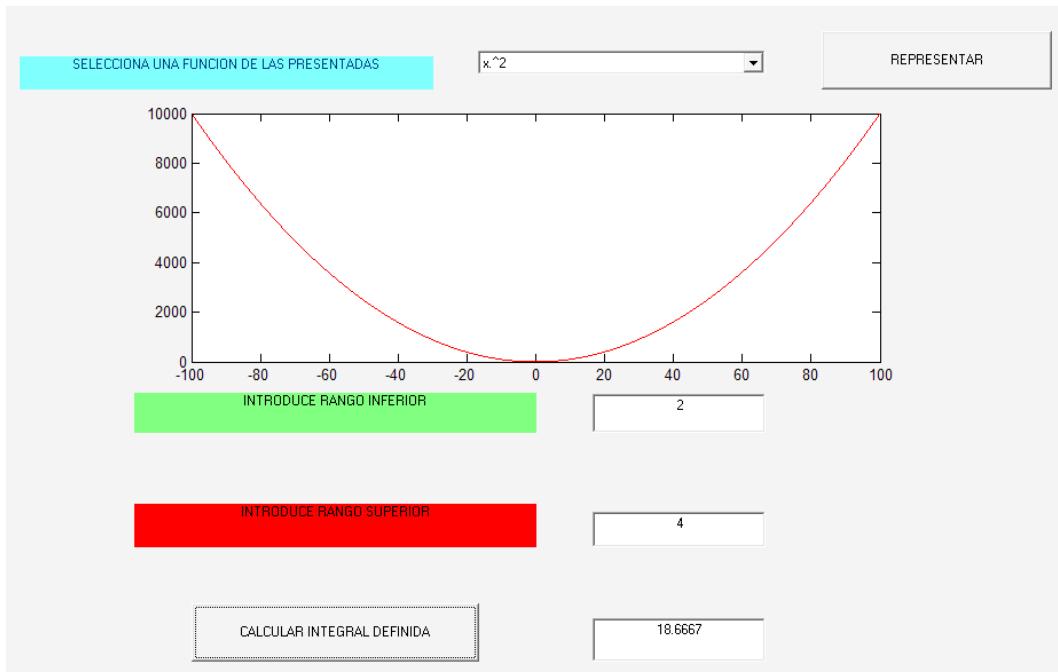


Figura en Matlab de cálculo de la integral

➤ **Actividades con blog**

Se presenta un blog a los alumnos, que puede emplearse de apoyo en las sesiones en las que se explican los métodos de resolución de integrales, o como espacio en el que se plantean actividades de apoyo y/o refuerzo o como recurso para plantear dudas.

El blog tiene 4 apartados:

Primer apartado: Apartado teórico, donde el alumno puede profundizar, aclarar los diferentes métodos de resolución de integrales. De hecho, lo ventajoso es que puede leer, visualizar los vídeos tantas veces como lo necesite.



Figura del Blog: Apartado Teórico

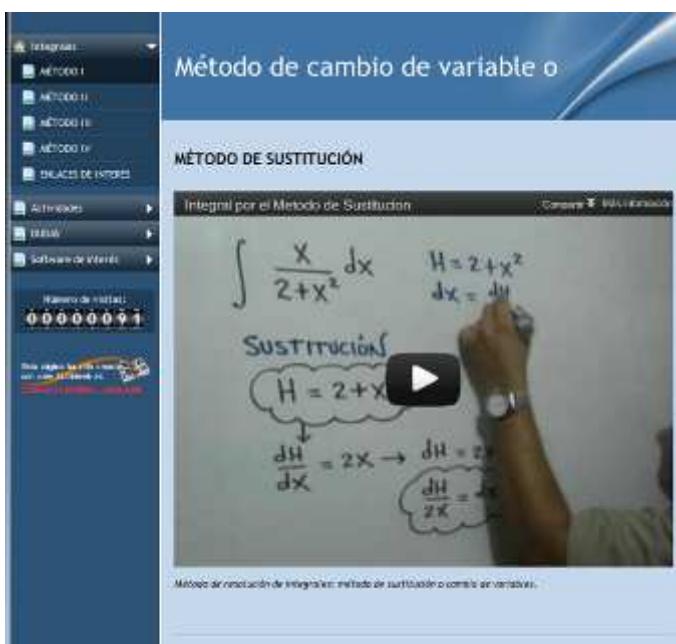


Figura del Blog: Apartado Teórico: Se añade un vídeo en el que se explica el método de cambio de variable o sustitución



Figura del Blog: Apartado Teórico: Se añade un vídeo en el que se explica el método de integración por partes



Figura del Blog: Apartado Teórico: Se añade un enlace a página de interés en el que se explica el método de integración de funciones racionales



Figura del Blog: Apartado Teórico: Se añade un enlace a página de interés en el que se explica el método de integración de funciones trigonométricas

Existe un subapartado dentro del apartado teórico, en el que el alumno puede descargarse la tabla de integrales inmediatas y otros enlaces de interés, para completar o profundizar sobre el tema.



Figura del Blog: en esta pestaña el alumno puede encontrar de manera rápida enlaces de interés.

Segundo apartado: Apartado de actividades, con diferentes subapartados en donde se presentan ejercicios de integrales para resolver con los distintos métodos.

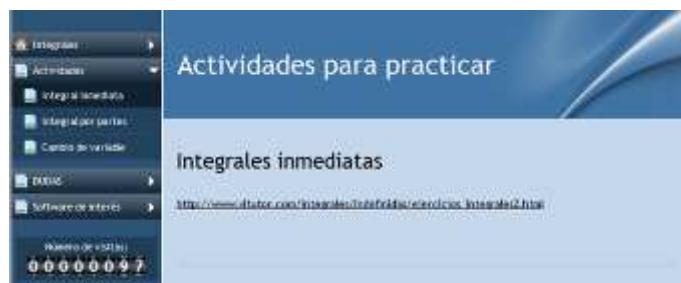


Figura del Blog: Pestaña de Ejercicios

Tercer apartado: Apartado de dudas, un lugar donde el alumno puede plantear sus incertidumbres, cuestiones... Existen dos modalidades, en la primera todos los alumnos ven las dudas de todos los compañeros. Esto es ventajoso, porque entre ellos se pueden contestar o ayudar y porque pueden estar ya planteadas sus dudas por otros alumnos.



Figura del Blog: Espacio para plantear dudas

La segunda modalidad implica alumno-profesor. El alumno le pregunta personalmente al profesor que le contesta por email. Los demás alumnos no pueden ver la pregunta formulada ni participar en la respuesta. Tiene el aspecto ventajoso de que si un alumno es tímido, este sistema le permite hacer las preguntas evitando que se quede con dudas.

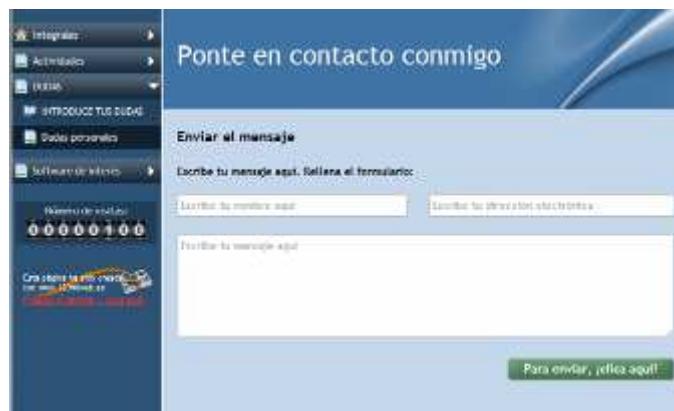


Figura del Blog: A través de esta opción se le puede mandar correos de duda personalmente al profesor/a

Cuarto apartado: Apartado de software interesante para el alumnado. Se le facilita la descarga del software de interés para el tema de integrales.



Figura del Blog: Pestaña en la que el alumno puede descargar de manera sencilla el Geogebra

5.3.8 Evaluación

Los criterios específicos de evaluación para 2º de Bachillerato sobre la unidad de integrales acordados en la programación de departamento son:

1. El alumno tiene que saber hallar la primitiva de una función elemental.
2. Saber emplear el método de sustitución.
3. Saber emplear la integración por partes para el cálculo de integrales.
4. Enunciar y demostrar el teorema de Barrow.
5. Calcular el área bajo una curva entre dos abscisas.
6. Calcular el área entre dos curvas.

(Peral, 2011-2012)

Para valorar estos aspectos el profesor realizará un examen en la última sesión, al concluir la unidad didáctica que contará el 80% de la nota final de la misma. El 20% restante se obtiene a partir de los ejercicios e intervenciones en clase, desglosados de la siguiente manera:

- 2% Investigación realizada sobre el origen e historia de las integrales, realizada con la actividad de la caza del tesoro.
- 5% Actividad de JClic.
- 8% actividades planteadas en clase en utilizando Geogebra
- 2% actividades planteadas en clase utilizando Matlab
- 1% participación en clase.
- 2% evalúa si utiliza, participa en el blog

El examen planteado es el siguiente:

Examen de Integrales

1) Calcula las integrales siguientes: (1 punto)

a) $\int (x^3 + 4x^2 + 7x)dx$

b) $\int (8e^x - \frac{5}{x} + 9x)dx$

c) $\int (\frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x})dx$

2) Calcula el área del recinto plano limitado por la gráfica de $f(x)=x^3 - 9x$, el eje OX y las rectas verticales $x=-l$ y $x=2$. (1 punto)

3) Utilizando **Geogebra** calcula el área de la región del plano limitada entre las gráficas de las funciones $f(x)=5-x$, y $g(x)=x^2-1$. (2 puntos)

4) Calcula las integrales siguientes: (5 puntos)

a) $\int (x^3 + 1)(x^2 - 1)dx$

b) $\int 4x(7x^2 - 5)^3 dx$

c) $\int \frac{7x}{4 + 3x^2} dx$

d) $\int 5x\sqrt[3]{1 - 9x^2} dx$

e) $\int 3x \cos x^2 dx$

f) $\int 7e^{3x+4} dx$

5) Resuelve analíticamente la siguiente integral definida. (1 punto)

$$\int_0^{\pi} (3 \cos x - \frac{4}{x+1}) dx$$

Una vez resuelta analíticamente, utiliza **Matlab** para representar la función y obtener el mismo resultado.

6. CONCLUSIÓN

El propósito de este proyecto final de master era ser capaces de realizar una propuesta didáctica atractiva, motivadora sobre las integrales de 2º de Bachillerato para la modalidad de Ciencia y Tecnología. Esta propuesta se debe al uso nulo de herramientas tecnológicas en el aula durante el período de Prácticum.

Para mí, este trabajo ha sido de mucha utilidad porque he tenido que analizar artículos de revistas sobre otros estudios realizados relacionados con la educación y la tecnología. Sirven para saber cual es la situación actual de la educación frente a las tecnologías y hacia dónde se debe enfocar las investigaciones del futuro, por consiguiente este trabajo.

Los resultados de las investigaciones presentadas en el apartado aportaciones al trabajo dan resultados bastante optimistas:

-En cuanto el uso de la pizarra digital, en la investigación se obtiene que motiva tanto al profesor como al alumno, mejorando las calificaciones del alumnado. Por tanto, la propuesta de utilizarla en la unidad didáctica en este TFM parece adecuada.

-En cuanto a, sí es ventajoso el uso de un portátil en clase, se obtiene que sí. Debido a que con él se pueden utilizar software diferente que ayudan al alumno a motivarse y a profundizar más en el tema. Por lo que también parecen ser apropiadas las actividades que se proponen de Geogebra, Matlab y JClic.

Al investigar sobre las herramientas tecnológicas me he dado cuenta, que existe un abanico muy extenso de posibilidades para hacer más atractivas las unidades didácticas y que se pueden combinar perfectamente con la metodología tradicional. Además, estas unidades pueden ser económicas dado que existe software de cálculo matemático potente como Geogebra, o software para aplicaciones interactivas como el JClic que son libres.

En cuanto, a los resultados que se presentan sobre los formularios realizados a los profesores de distintos institutos de enseñanza secundaria en el apartado aportaciones al trabajo, 11 de los 18 entrevistados ven útil el empleo de las tecnologías. No las suelen utilizar por el esfuerzo en cuanto a tiempo, y de reciclaje o destreza de conocimientos tecnológicos que supone. Sin embargo, cuando se les presentan una unidad didáctica como la de este proyecto final de master con actividades ya diseñadas, el 85% de los profesores muestran un gran interés en el empleo de la misma.

Por último, de los resultados que se presentan sobre el formulario contestado por el grupo de alumnos se concluye que muestran interés por las nuevas tecnologías como la PDI, software para cálculo de integrales. De hecho, las consideran como herramientas ventajosas, que pueden ayudar a mejorar su rendimiento. También se concluye que muestran interés por las derivadas, el origen del cálculo infinitesimal y sus aplicaciones, por lo que se consideran buenas estrategias.

Como conclusión, las actividades con herramientas tecnológicas planteadas en la unidad didáctica de las integrales para alumnos de 2º de Bachillerato de la modalidad de Ciencias y Tecnología satisfacen tanto a profesores como a alumnos.

7. LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

El período del curso en el que está programado el desarrollo de este trabajo final de master coincide con las vacaciones de los centros escolares, por tanto, no he podido implementar en el aula la unidad didáctica.

Sería muy interesante llevarla a cabo en un instituto de enseñanza secundaria y evaluar si los alumnos tienen mejores o peores resultados respecto al año anterior en el que no se empleó herramientas tecnológicas.

Otro tema que se puede trabajar en proyectos futuros es cómo repercutiría en el aprendizaje del alumno el desarrollo de talleres conjuntos de distintas disciplinas. Un ejemplo, podría ser la asignatura de informática con la de matemáticas, pues como hemos analizado en la unidad didáctica desarrollada en este TFM, emplea mucho software informático.

Sería muy ventajoso para los alumnos estos talleres, porque verían las asignaturas no como disciplinas aisladas sino como un conjunto. Descubrirían que todas las asignaturas son importantes, todas enseñan, son beneficiosas, pero hay que saber utilizarlas.

En estos talleres, se podrían elaborar programas con la herramienta Geogebra o Matlab que sirviesen para resolver diferentes integrales definidas parecidas a las que yo he desarrollado. En el apartado actividades propuestas de este TFM, mi ejercicio estaba hecho en Matlab y era una interfaz gráfica en la que te calculaban las integrales definidas de funciones del tipo x^2 , x^3 ... pues, un posible ejercicio a desarrollar en los talleres de informática- matemática sería por ejemplo, una interfaz gráfica parecida pero con una lista de funciones trigonométricas , exponenciales o una interfaz gráfica en el que se explique el método de resolución por cambio de variable o por la integración por partes.

Con este tipo de ejercicios estamos estimulando su autonomía, su creatividad y a la vez profundizan en los conceptos matemáticos e informáticos.

Otra posible línea de investigación de interés en relación a nuestro TFM sería el mayor desarrollo de las posibilidades de la PDI. Como se conoce el Programa de Escuela 2.0 es un proyecto de integración de la Información y de las Comunicación (TIC) en los que los centros educativos contemplan que cada alumno tenga un portátil y que exista en el

centro ADSL, pues, sería muy interesante utilizar estos recursos para potenciar la pizarra digital interactiva.

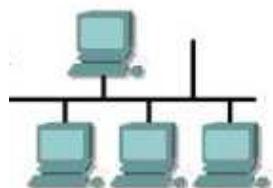
Actualmente con la PDI, el profesor puede explicar conceptos que previamente ha preparado con representaciones gráficas, figuras, vídeos... en su ordenador. Esta información se plasma sobre una pantalla gracias a un proyector que se encuentra conectado al ordenador. Este sistema permite tanto al profesor como al alumno escribir sobre la pantalla, pero tiene que estar físicamente de pie al lado de la pizarra. Lo que se propone es que se pueda escribir en la pizarra pero desde el asiento, sin desplazarse, ya que cada persona tendrá un portátil y existirá conexión ADSL.

Para ello, tanto el ordenador del profesor como el de los alumnos pienso que deberían estar en una red, en un dominio de red, tener un software común, de tal modo que el profesor escribiese un ejercicio por ejemplo de Integrales y los alumnos desde su ordenador pudiesen realizar las actividades. Todos visualizan los ejercicios en la PDI y todos pueden participar **desde su asiento** en el desarrollo de la actividad propuesta por el profesor debido a que tienen su PC, con el software y proyectan también sobre la pantalla. El estudio sería cómo llevarlo a cabo y si realmente mejoraría la participación y resultados académicos de los alumnos.

En los siguientes dibujos trato de explicar la idea planteada:



PC del profesor



PCs de los n alumnos

Figura que muestra la idea planteada. Es una posible línea de trabajo futura

En la PDI se podría visualizar algo parecido a la tabla:

<p>Ejercicio propuesto: Realiza la siguiente integral</p> $\int (2x+1)(x^2+x+1) dx$	Sección alumno1 $3/2 x^2 + \ln(x^2 + 1) + C$	Sección alumno6 $2x$
	Sección alumno2 $3/2 x^2 + \ln(x^2 + 1)$	Sección alumno7 No sabe
	Sección alumno3 $3/2 x^2 + \ln(x^2 + 1) + C$	Sección alumno8 $4x$
	Sección alumno4 $3/2 x^2 + \ln(x^2 + 1) + C$	Sección alumno9 $3/2 x^2 + \ln(x^2 + 1) + C$
	Sección alumno5 No sabe	Sección alumno10 $3/2 x^2 + \ln(x^2 + 1) + C$

Otro posible proyecto de investigación sería crear grupos de trabajo de los profesores del departamento, encargados de estar al día sobre las nuevas tecnologías disponibles en educación y a partir de las mismas diseñar actividades por unidad, evaluando si dan resultados eficientes.

La sugerencia de crear estos grupos surge del problema recogido en el formulario de los profesores sobre la ausencia de uso de herramientas tecnológicas debido a la falta de tiempo.

La idea es crear un grupo por ejemplo de seis personas en el departamento, las cuales se van a encargar de estar al día sobre las nuevas tecnologías disponibles en educación, estar en contacto con otros centros y diseñar por lo menos dos actividades por unidad didáctica con estas tecnologías. Su trabajo se desarrollará durante dos años.

Pasados estos dos años, se creará otro grupo de seis personas diferentes, cuya misión es la misma.

El propósito de estos grupos de trabajo es poder tener a la disposición de todo el departamento ejercicios con herramientas tecnológicas que se pueden utilizar en las unidades didácticas repartiendo la carga de trabajo entre los profesores. Tratando de subsanar el problema de la falta de tiempo para la creación de este tipo de actividades y el problema de quedarse atrasados en cuanto a tecnología.

Estos grupos también suponen un enriquecimiento de conocimientos tecnológicos entre los profesores. Se puede aprender mucho unos de otros.

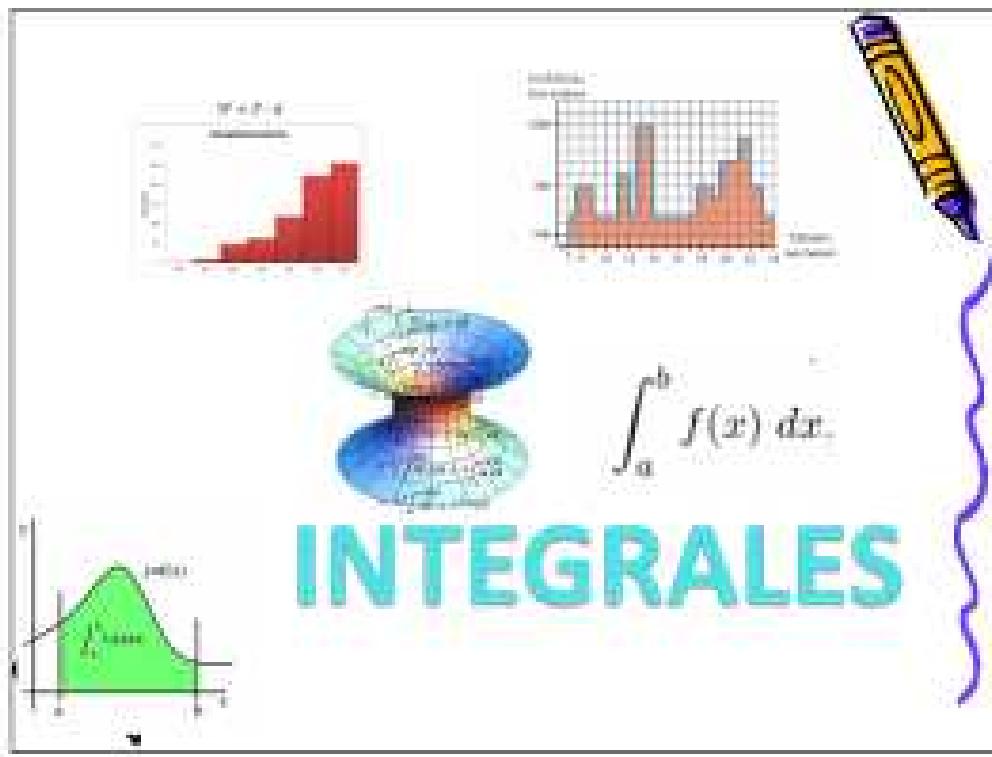
8. BIBLIOGRAFÍA

- Junta de Andalucía (2012). Unidad 13 de la Integral Definida: Aplicaciones. <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/2bach/naturaleza/solucioneslibronuevo/uni13.pdf>
- Area, M. (Julio- Diciembre 2010). UN ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES DIDÁCTICAS CON TIC EN. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, ISSN: 1133-8482 - Nº 38.
- AULA21.NET. (2012). CAZAS DE TESOROS. Obtenido de CAZAS DE TESOROS: <http://www.aula21.net/cazas/ejemplos.htm>
- Bernardo Carrasco, J. (2008). *CÓMO PERSONALIZAR LA EDUCACIÓN. UNA SOLUCIÓN DE FUTURO*. Madrid: Narcea.
- Campana, D. P. (16 de Diciembre de 2000-2011). SÉCTOR MATEMÁTICA. Obtenido de SÉCTOR MATEMÁTICA: <http://www.sectormatematica.cl/webquest.html>
- Ciencia, Ministerio de Educaión y Ciencia (2007). *Real Decreto 1467/2007*.
- CMAPS, I. P. (s.f.). *Edublogs.cmap*. Obtenido de Edublogs.cmap: http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1185091712718_456808093_5200/Edublogs.cmap
- Engler, Adriana (2012). *La integral definida. Su aplicación en el cálculo de regiones planas* Obtenido de Aplicaciones de la Integral a la física: <http://www.fca.unl.edu.ar/Intdef/AplicacionesFisica.htm>
- Fleitas, C. (2012). *Softwares para la Enseñanza y Aprendizaje*. Obtenido de Softwares para la Enseñanza y Aprendizaje: <http://centros5.pntic.mec.es/~marque12/matem/softw.htm>
- Fuentes Miranda, Carlos. (2012). *Aplicación de integrales para calcular el trabajo que realiza un psitó*. Recuperado el 14 de Junio de 2012, de Aplicación de integrales para calcular el trabajo que realiza un psitó: <http://es.scribd.com/doc/34753799/Aplicacion-de-calculo-integral-a-problemas-de-trabajo>
- Ganfornina, R. M. (s.f.). EL ORDENADOR PORTÁTIL COMO HERRAMIENTA DE APOYO EN EL APRENDIZAJE ACTIVO DE LA MATEMÁTICA APLICADA A LA EDIFICACIÓN. *Píxel-Bit. Revista de medios y Educación*, (Area, Julio-Diciembre 2010).
- Hernández Saborío, E. (1988). *Integral Definida. Capítulo 6. Revista Digital Matemática, educación e internet*. Recuperado el 19 de Junio de 2012, de Integral Definida. Capítulo 6. Revista Digital Matemática, educación e internet.
- Hohenwarter, M. (s.f.). *Geogebra*. Obtenido de Geogebra: www.geogebra.org
- Ibergallartu, J. D. (Septiembre 2006). *LA PIZARRA DIGITAL. ¿UNA NUEVA METODOLOGÍA EN EL AULA?* Memoria final del Proyecto de Investigación Educativa.

- MathWorks. (1994-2012). *MathWorks MATLAB*. Obtenido de MathWorks MATLAB: <http://www.mathworks.es/products/matlab/>
- Montesinos Sirera, J. L. (2000). *HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA*. Síntesis.
- Parris, R. (29 de Agosto de 2012). *Peanut Software Homepage*. Obtenido de Peanut Software Homepage: <http://math.exeter.edu/rparris/>
- Peral, I. I. (2011-2012). *Programación de departamento de Matemáticas*. Cartagena.
- Pizarra Digital*. (s.f.). Obtenido de Pizarra Digital: <http://estudiacurso.com/usos-de-la-pizarra-digital-en-el-aula/>
- Pizarra Digital Imagen*. (s.f.). Recuperado el 26 de Agosto de 2012, de Pizarra Digital <http://www.google.es/url?source=imglanding&ct=img&q=http://ceslava.com/blog/wpcontent/uploads/2010/01/image42.png&sa=X&ei=4B5LUK7FCIjEoQXeloDYBw&ved=0CAwQ8wc4xQE&usg=AFQjCNEoJJBC7Zt2JGofDHNg3ryCdon7mQ>
- PIZARRAS DIGITALES E INTERACTIVAS. TECNOLOGÍA PUNTA AL SERVICIO DE LA ENSEÑANZA*. (2012). Obtenido de PIZARRAS DIGITALES E INTERACTIVAS. TECNOLOGÍA PUNTA AL SERVICIO DE LA ENSEÑANZA: <http://www.pizarrasdigitales.es/>
- Profesorado, S. d. (Febrero de 2009). *JClic.Creación de Actividades. Guía del Alumno*. Obtenido de JClic.Creación de Actividades. Guía del Alumno: www.mclibre.org/descargar/docs/mec/mec-curso-jclic-200902.pdf
- Sarasúa, G. (s.f.). *Integrales en la Física*. Obtenido de Integrales en la Física: <http://tecrenat.fcien.edu.uy/Fisica/Integrales.pdf>
- UGR, E. (Junio de 2012). *Anecdotal Integrales*. Obtenido de Anecdotal Integrales: <http://etsiit.ugr.es/web/jmaroza/anecdotal/anecdotal-i.htm>
- UNIR. (2011/2012). *Tema 2. Medios Audiovisuales*. Rioja: Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicada a la Educación.
- Wikipedia. (4 de Agosto de 2012). *Wikipedia Matlab*. Obtenido de Wikipedia Matlab: <http://es.wikipedia.org/wiki/MATLAB>

9. ANEXOS

9.1. ANEXO I



PowerPoint

MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

Método de sustitución o cambio de variable

La función a integrar se expresa en función de otra variable, normalmente t , para que la integral resultante sea inmediata o más sencilla.

Una vez obtenida la integral más sencilla, deshacer el cambio de variable.

PowerPoint: Método de sustitución

MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

La integración por partes

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$


Regla nemotécnica:
Un Día Vi Una Vaca Vestida De Uniforme

<http://memoriadigital.com.ar/tutoriales/integracion/>

PowerPoint: Método de integración por partes

MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

¿Cómo elegir u y dv?

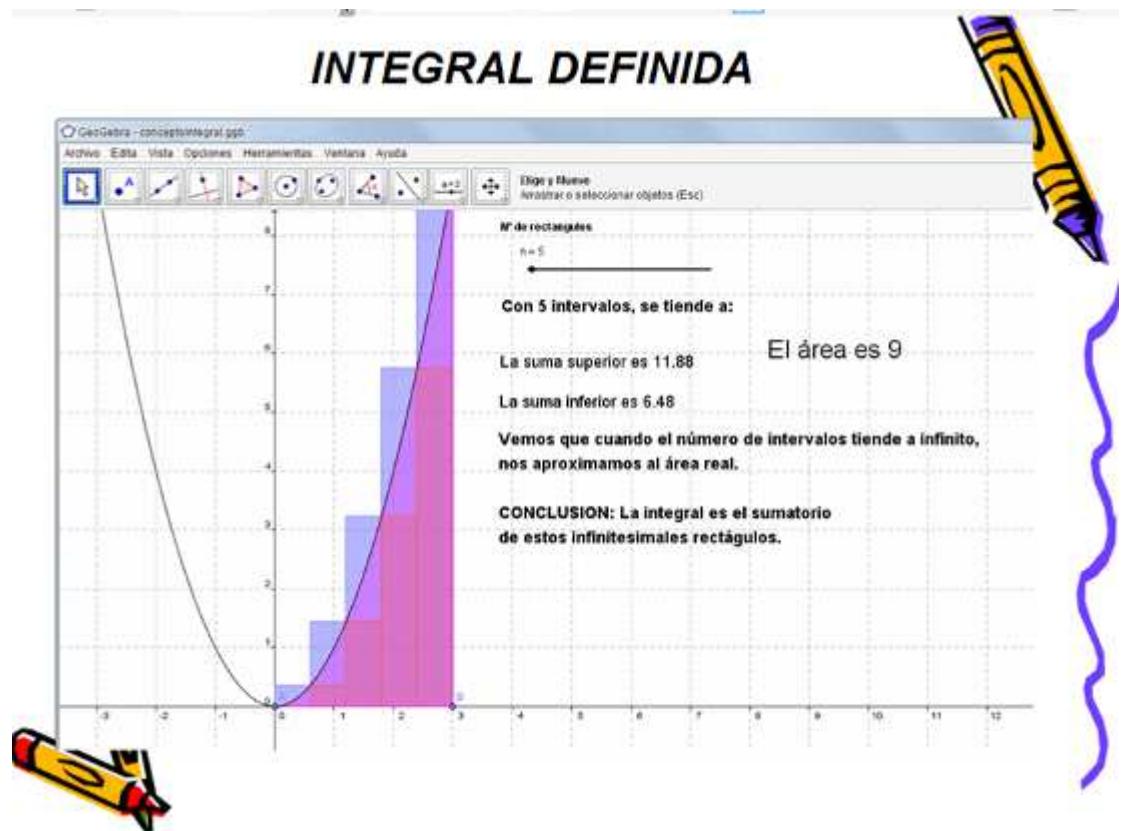
- *dv ha de ser fácil de integrar.
- *fv · du debe ser menos complicada que fu · dv

Se puede usar la regla A > L > P > E > S

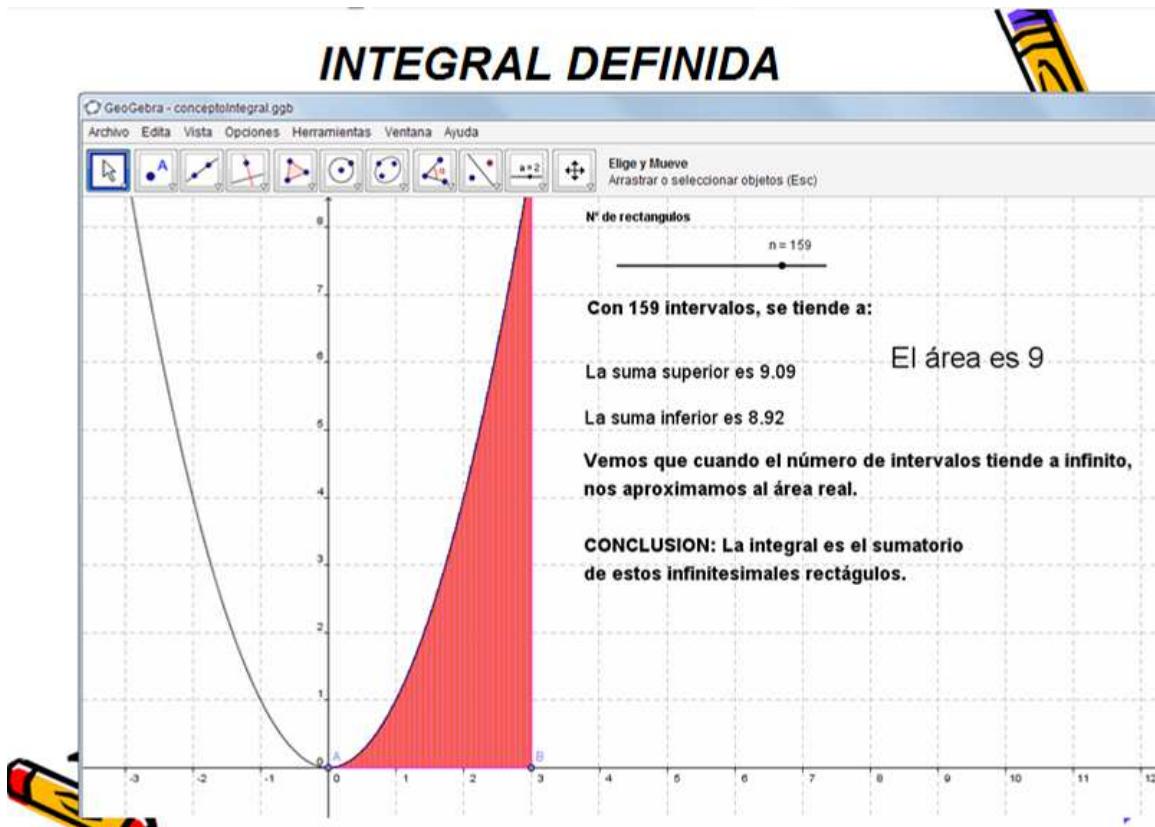
A = Funciones Árcos (Arccos, Arcsen, Arctg...)
L = Funciones logarítmicas (log, log_a, ln)
P = Funciones polinómicas
E = Funciones exponenciales (a^x, e^x)
S = Funciones trigonométricas (Sen, Cos, tg...)



PowerPoint: Método de integración por partes



PowerPoint: Integral definida



PowerPoint: Integral definida

INTEGRAL DEFINIDA

Es como la integral indefinida pero en un intervalo concreto, definido $[a,b]$

$$\int_a^b f(x) dx$$

\int es el signo de integración.

a límite inferior de la integración.

b límite superior de la integración.

$f(x)$ es el integrando o función a integrar.

dx es diferencial de x



PowerPoint: Integral definida

REGLA DE BARROW

Para poder resolver este tipo de integrales, se usa la regla de Barrow.

La regla de Barrow dice que la integral definida de una función continua $f(x)$ en un intervalo cerrado $[a, b]$ es igual a la diferencia entre los valores que toma una función primitiva $F(x)$ de $f(x)$, en los extremos de dicho intervalo.



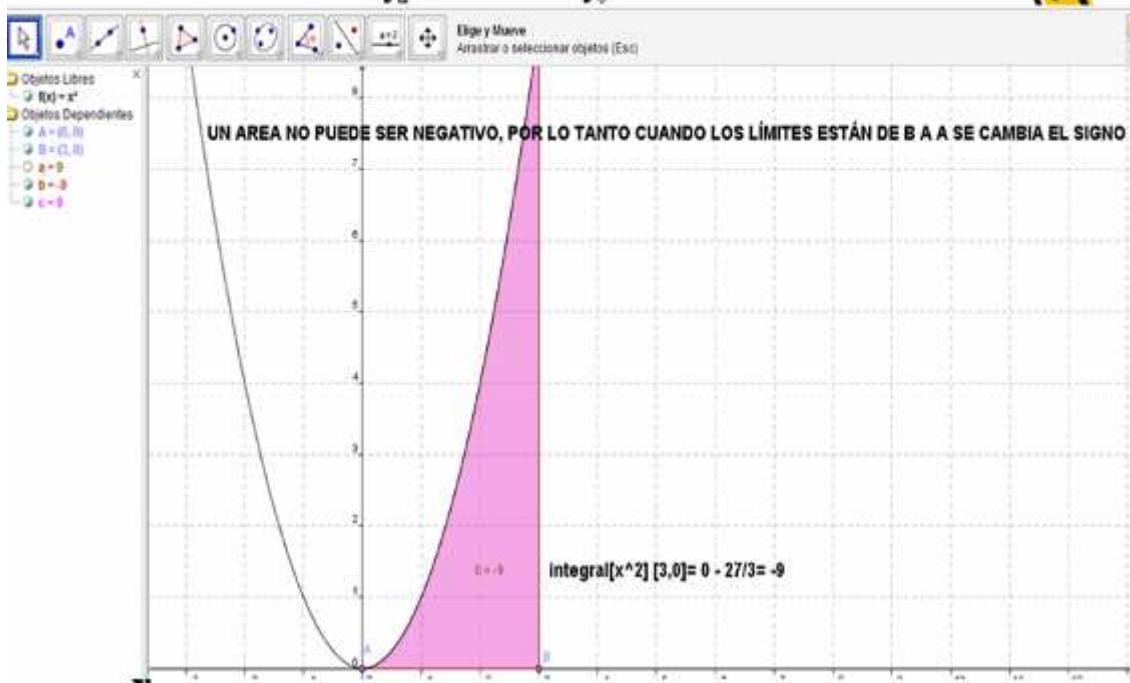
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = F(x) \Big|_{a \rightarrow b}$$



PowerPoint: Regla Barrow

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$



PowerPoint: Explicación de propiedades de la integral definida

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

2. Si los límites que integración coinciden

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

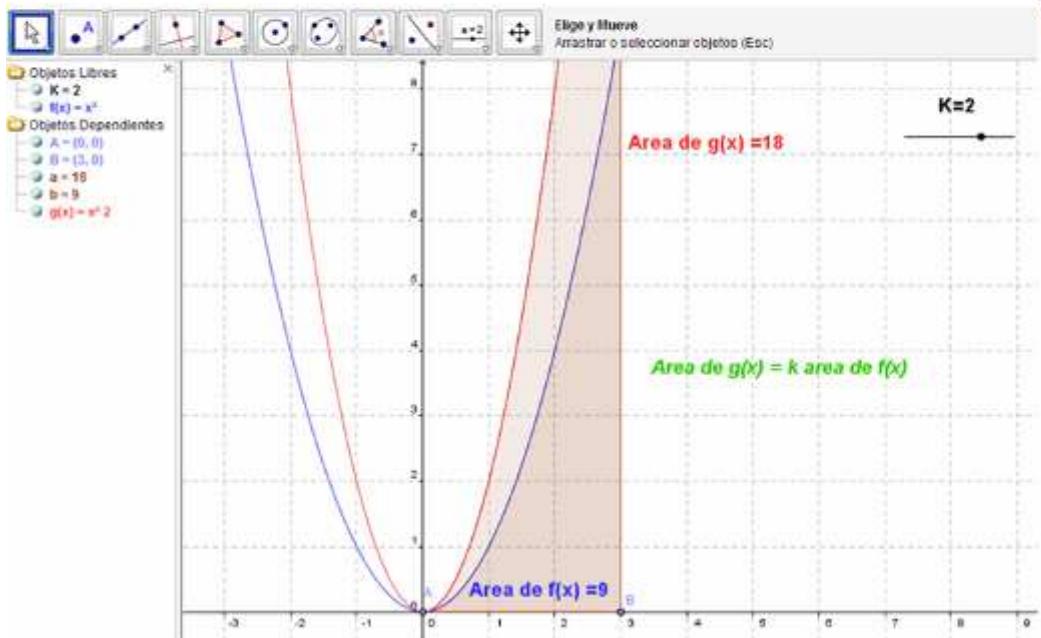


PowerPoint: Explicación de propiedades de la integral definida

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

3.

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

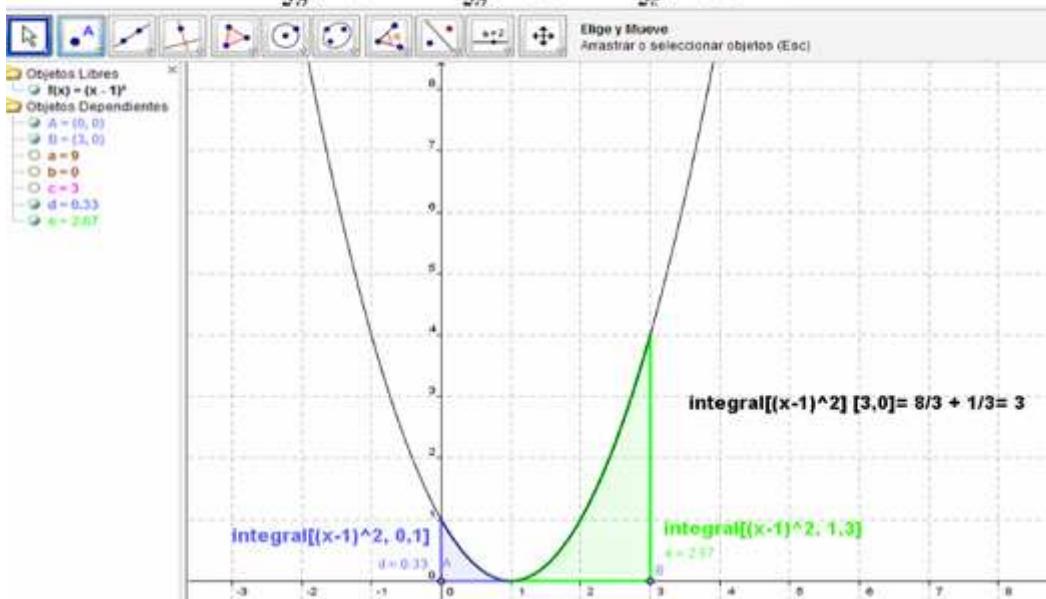


PowerPoint: Explicación de propiedades de la integral definida

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

4. Si c es un punto interior del intervalo $[a, b]$

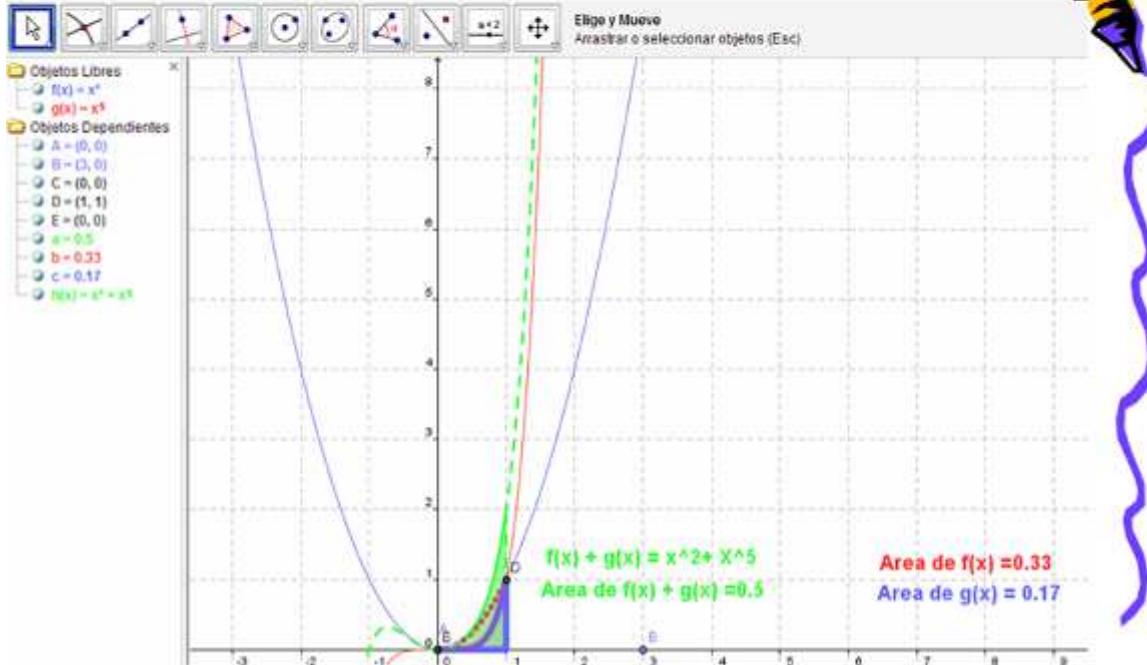
$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$



PowerPoint: Explicación de propiedades de la integral definida

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

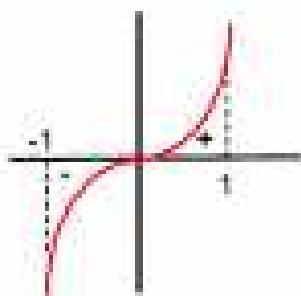
5. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$



PowerPoint: Explicación de propiedades de la integral definida

CÁLCULO DE ÁREAS

Calcula el área encerrada por la curva y el eje OX.



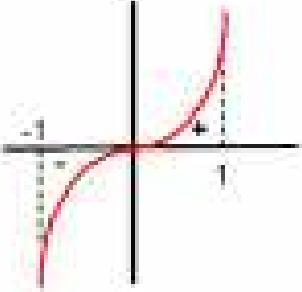
¿Entendido el resultado?

$$A = \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{3} - \frac{-1}{3} = \frac{2}{3}$$

PowerPoint: Explicación de cómo calcular áreas

CÁLCULO DE ÁREAS

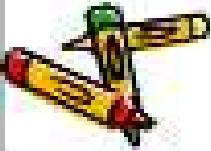
Forma de resolverlo:



Forma de resolverlo:

$$\text{Área} = \left| \int_a^b f(x)dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \right| = \left| \int_a^{x_1} f(x)dx \right| + \left| \int_{x_2}^b f(x)dx \right|$$

$a = -1$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = 0$
 $b = 1$



PowerPoint: Explicación de cómo calcular áreas

CÁLCULO DE ÁREAS

Área limitada por dos curvas.

1. Puntos de corte entre ellas. Para ello, igualo ambas expresiones. Así obtenemos el intervalo de integración.
2. Identificar cual de las funciones se encuentra por arriba y cual por abajo.
3. Se realiza la resta de las dos funciones en el intervalo calculado.



PowerPoint: Explicación de cómo calcular áreas