



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

La enseñanza de las
derivadas en 1º de
bachillerato con trabajo
cooperativo y Twitter

Presentado por: Itsasne Iparragirre Apraiz
Tipo de trabajo: Propuesta de Intervención
Director/a: Francisco Soler

Ciudad: Bilbao, Vizcaya, País Vasco
Fecha: 22/06/2017

Resumen

El siguiente trabajo presenta una propuesta que tiene como objetivo principal elaborar una unidad didáctica innovadora para la enseñanza y aprendizaje de las derivadas en 1º de bachillerato en la modalidad científica que se basa en el uso del aprendizaje cooperativo y la red social Twitter. La finalidad es mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las derivadas potenciando el aprendizaje significativo mediante una herramienta de utilidad en la vida diaria de manera que los discentes comprendan el significado de derivada sin necesidad de acudir al aprendizaje memorístico, y a la vez, puedan adquirir las competencias transversales marcadas por la legislación.

Para ello, en el marco teórico, se realiza un análisis exhaustivo sobre el aprendizaje cooperativo, la utilidad de Twitter y las dificultades que conlleva el estudio de las derivadas. Asimismo, se contextualiza la propuesta didáctica en el marco legal de la comunidad autónoma vasca.

A continuación se diseña una la unidad didáctica abierta y flexible que consta de doce sesiones en las que se plantean actividades diversas que ayudan en la comprensión de los conceptos y los relacionan con la actividad diaria. En la elaboración de estas actividades se pretende valerse de las ventajas que aportan el aprendizaje cooperativo y el uso de la herramienta social Twitter para superar los obstáculos formados en el estudio de la materia. A lo largo de la unidad se plantea una tarea grupal para que el alumnado coopere y aprenda a apoyarse y confiar en los compañeros, además de que tome conciencia de su propio aprendizaje. Para concluir con la propuesta, se plantea los procedimientos de evaluación basados en la metodología utilizada.

Palabras clave

Aprendizaje cooperativo, Twitter, derivadas, bachillerato, matemáticas

Abstract

The following work presents a proposal that has as a main objective to elaborate an innovative teaching unit for the teaching and learning of the derivative in 1^o of baccalaureate (1^ode bachillerato) in the scientific modality. The unit is based on the use of the cooperative learning and the social network Twitter. The purpose is to improve the teaching-learning process of derivatives by enhancing meaningful learning through a tool that is used in the daily life. Thus students understand the meaning of derivative without having to resort to rote learning, and at the same time, can acquire the transversal competences established by legislation.

Therefore, in the theoretical framework, a comprehensive analysis of cooperative learning, the usefulness of Twitter and the difficulties of derivatives is made. Additionally, the teaching unit is contextualized within the legal framework of the Basque Country.

The teaching unit introduced in the work is an open and flexible. It consists of twelve lessons in which diverse activities are presented. The activities help in the understanding of the concepts and relate them to the daily activity. In the devising of these activities to overcome the obstacles formed in the study of the derivatives, it is attempted to make use of the advantages of the cooperative learning and the use of the social tool Twitter. During the unit there is a group task for students to learn to cooperate with their colleagues and trust them, as well as being aware of their own learning. To sum up with the proposal, the evaluation procedures are presented which are based on the methodology used.

Key words

Cooperative Learning, Twitter, derivatives, baccalaureate, mathematics

Índice de contenidos

1.	Introducción	5
1.1.	Justificación	5
1.2.	Planteamiento del problema	7
1.3.	Objetivos	8
1.4.	Justificación bibliográfica	9
2.	Marco teórico.....	10
2.1.	Dificultades en la introducción de las derivadas	10
2.2.	Aprendizaje cooperativo	12
2.2.1.	Características del Aprendizaje cooperativo.....	12
2.2.2.	Creación y tipos de grupos.....	13
2.2.3.	Ventajas y dificultades para el aprendizaje cooperativo	15
2.2.4.	Aprendizaje cooperativo en matemáticas.....	16
2.2.5.	Métodos y técnicas de aprendizaje cooperativo	17
2.3.	Nuevas tecnologías: Twitter	19
2.3.1.	Empleo de las nuevas tecnologías en educación	19
2.3.2.	Empleo de las redes sociales en educación.....	19
2.3.3.	Twitter en la educación.....	20
2.4.	Marco legal.....	24
2.4.1.	Plan educativo Heziberri 2020	24
2.4.2.	Contribución de competencias desde las matemáticas	25
3.	Propuesta de intervención.....	29
3.1.	Contextualización.....	29
3.1.1.	Matemáticas en la legislación	29
3.1.2.	Destinatarios.....	30
3.2.	Unidad didáctica	30
3.2.1.	Relación de objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores de logro y competencias	30
3.2.2.	Metodología	35
3.2.3.	Recursos.....	37
3.2.4.	Actividades y temporalización	38
3.2.5.	Procedimiento e instrumentos de evaluación	53
4.	Conclusiones.....	58
5.	Limitaciones y prospectiva.....	60
5.1.	Limitaciones.....	60

5.2. Prospectiva.....	61
6. Referencias bibliográficas	62
Anexo I: Complementación de los elementos del currículo	65
Anexo II: Roles que se pueden adoptar en un grupo de trabajo cooperativo.....	75
Anexo III: Aplicaciones de Twitter	76
Anexo IV: Algunos ejercicios de las sesiones.....	77
Anexo V: Material disponible en la plataforma	79
Anexo VI: Material de evaluación.....	82

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Comparación entre competencias de LOMCE y Heziberri 2020</i>
Tabla 2. <i>Relación de objetivos, contenidos, indicadores de logro y competencia</i>
Tabla 3. <i>Actividad de la primera sesión</i>
Tabla 4. <i>Actividad de la sesión 2</i>
Tabla 5. <i>Actividades de la sesión 3</i>
Tabla 6. <i>Actividades de la sesión 8</i>
Tabla 7. <i>Test de preguntas de las sesión 10</i>
Tabla 8. <i>Actividad de la sesión 11</i>
Tabla 9. <i>Examen individual de la sesión 12</i>
Tabla 10. <i>Secuenciación de contenidos con sus objetivos, indicadores de logro y competencias</i>
Tabla 11. <i>Evaluación del alumnado con instrumentos y porcentajes</i>
Tabla 12. <i>Rúbrica para evaluar la actitud en clase</i>
Tabla 13. <i>Rúbrica para evaluar Twitter y los resúmenes</i>
Tabla 14. <i>Encuesta para saber la opinión de los discentes</i>
Tabla 15. <i>Roles posibles atendiendo a la función</i>
Tabla 16. <i>Formulario de trabajo en equipo</i>
Tabla 17. <i>Hoja de derivadas</i>
Tabla 18. <i>Ficha de observación del alumnado</i>
Tabla 19. <i>Recogida de datos de las sesiones</i>

Índice de figuras

<i>Figura 1. Relación entre el tiempo y la distancia.</i>
<i>Figura 2 . El perfil de la montaña para la sesión 3</i>
<i>Figura 3. Gráfica de la sesión 10</i>
<i>Figura 4. Gráfica de la sesión 11.</i>

1. Introducción

Antes de comenzar con la propuesta de intervención se analizan las ideas procedimientos y teorías que servirán como eje de investigación de la propuesta. En el marco teórico se establecen las líneas básicas investigando acerca de las dificultades que presentan los estudiantes cuando trabajan con las derivadas, sobre el aprendizaje cooperativo y las redes sociales en la educación. Para terminar con el marco teórico, se expone una breve descripción del marco legislativo de la comunidad Vasca.

Después, en base al trabajo teórico realizado se desarrolla una propuesta de intervención definiendo las líneas de actuación y cumpliendo con los objetivos del marco legislativo. En ella se presenta la unidad didáctica de las derivadas en 1º de bachillerato basándose en el aprendizaje cooperativo y el uso de las redes sociales.

Por último se realiza un análisis exhaustivo de la propuesta planteada extrayendo sus limitaciones y realizando un plan de futuro para mejorar la propuesta.

1.1. Justificación

En esta etapa de la vida en la que se desarrolla esta intervención, la adolescencia, se desarrollan muchos cambios tanto físicos como cognitivos y sociales que marcan un periodo complejo en la vida de los estudiantes. Por lo tanto, la forma de pensar y razonar de los adolescentes se ve afectada. Piaget en su teoría del pensamiento formal afirma que los adolescentes a esta edad adquieren la capacidad de pensar en abstracto y realizar razonamientos hipotético-deductivos propios del pensamiento formal (Delgado, 2009). Para entender muchos conceptos matemáticos esta cualidad es crucial. Por ello, el poco desarrollo del pensamiento formal suele ser una de las variables que afecta en la comprensión de conceptos matemáticos.

La dificultad en la comprensión de los conceptos desmotiva al alumnado y hace que pierdan interés por la asignatura. Esta falta de interés es una de las razones por las que hoy en día la fobia a las matemáticas es elevada, los discentes desisten y crean una muralla, la cual les impide avanzar en la materia creyendo que solo los estudiantes excepcionales son capaces de sacar la materia adelante (Fernandez, 2013).

La metodología utilizada tampoco ayuda a levantar la moral del alumnado. Es verdad que en los últimos años el trabajo cooperativo se ha adentrado en la educación y ha hecho que los estudiantes muestren más interés por estudiar. Este tipo de metodología ayuda a la participación activa del alumnado en la construcción

de sus conocimientos facilitando el aprendizaje significativo. Asimismo, investigaciones han demostrado que cuando se trabaja conjuntamente se adquieren y practican habilidades sociales como la negociación, el respeto, etc. Además, se tiende a aumentar las actitudes positivas. Se trata de un aprendizaje que genera que la implicación del alumnado en la materia aumente mediante el aprendizaje en conjunto (Domingo, 2008). El aprendizaje cooperativo es una metodología con avances positivos en la educación ya que de acuerdo a la teoría constructivista el discente debe ser protagonista de la construcción de su propio aprendizaje apoyándose en la acción y en los conflictos cognitivos entre los miembros de un grupo social (Palacios, Coll, y Marchesi, 2014).

Aun así, no es una metodología muy común en Bachillerato. Durante la estancia en las prácticas se ha podido comprobar que la presión por el examen a superar al final del segundo curso y la cantidad de materia nueva a impartir no deja tiempo suficiente para dedicar a trabajar los conceptos mediante el aprendizaje cooperativo. Además, algunos de los conceptos matemáticos que se deben impartir en estos cursos van adquiriendo un grado de abstracción notable que muchos discentes no están preparados para comprender, ya que se denota falta de base. Dentro de estos conceptos se encuentran los límites, las derivadas o las integrales (Dolores, 2000).

Se debe mencionar que la correcta comprensión de tales conceptos es de vital importancia para el futuro porque son conceptos muy utilizados en la vida cotidiana. Por ejemplo, los conceptos que se trabajarán en la propuesta de intervención, el concepto de derivada de una función y los procedimientos relacionados, tienen aplicaciones en diversas ciencias, el ejemplo más conocido puede ser la velocidad. Además, se ha comprobado que el cálculo infinitesimal es un área de las matemáticas que para considerar que se tiene un dominio de la misma no basta con la memorización de procesos mecánicos, sino que se requiere una amplia comprensión del tema de la cual pueden carecer tanto el profesorado como los estudiantes (Dolores, 2000).

Por otro lado, está el empleo de la Tecnología de la Información y la comunicación (TIC) el cual abre un mundo lleno de posibilidades. La sociedad se encuentra en la era digital por ello todo lo relacionado con los avances en esta rama forman parte de la vida cotidiana tanto académica como de ocio y tiempo libre. En la actualidad, la forma de relacionarse, comunicarse y de obtener información se basa en el uso de los recursos TIC (Ponce, 2012).

Dentro de estos nuevos instrumentos digitales están las redes sociales que también están impactando en la comunicación del siglo XXI. Twitter sirve de herramienta para enriquecer los ambientes de aprendizaje proporcionando espacios de

cooperación, participación y comunicación. Investigaciones como las de José Luis García y Rosa García (2012) corroboran que las redes sociales se deben introducir en las aulas ya que contribuyen a incrementar la implicación del alumnado y a mejorar las calificaciones. Asimismo, es más apropiado adaptarse a las redes sociales de uso cotidiano, como lo es Twitter, que desarrollar nuevas aplicaciones y pedir que los estudiantes aprendan a manejar estas nuevas aplicaciones con uso exclusivo. Por ello, se debe fomentar el uso de Twitter en las aulas de Bachillerato (Garrigos-Simón, Oltra Gutiérrez, Narangajavana, y Estellés Miguel, 2016).

1.2. Planteamiento del problema

La normativa vigente, Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato y el Decreto 127/2016 de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo del bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco, establecen que en los cursos de Bachillerato aquellos estudiantes que cursen matemáticas tanto por la línea científica-tecnológica como por la de Ciencias sociales deben estudiar el concepto de derivada; dado que se trata de un requisito que exigen los estudios universitarios tales como ciencias, ingenierías o económicas. En el primer curso de bachillerato los estudiantes tendrán la primera toma de contacto con el concepto de límite y derivada, por lo tanto, se deberán enfrentar a conceptos totalmente nuevos y difíciles de plasmar en la realidad.

La derivada junto con la integral son conceptos que hacen uso de un lenguaje matemático abstracto debido a sus amplios esquemas, simbologías, aplicaciones y representaciones. Por ello, constituye una de las ramas de las matemáticas con menor índice de comprensión. Se ha podido comprobar que el bajo rendimiento de los estudiantes con respecto a las derivadas ha sido relevante en Bachillerato y también en las universidades (Firouzian, 2013).

Artigue (1995) afirma que a pesar de que se pueda realizar un aprendizaje de las derivadas de una manera más o menos mecánica que facilita la resolución de problemas estándares, los discentes no alcanzan una comprensión adecuada del concepto. Se manejan realizando ejercicios de derivadas en las cuales se les exige la aplicación directa pero en realidad no comprenden su significado. Por ello, al cambiar el enunciado del problema se pierden y no saben plantearlo.

La afirmación realizada por Artigue (1995) deja entrever que en las matemáticas predomina la enseñanza memorística, se enseña a memorizar en vez de a relacionar conceptos y sacar conclusiones. Gloria Sánchez-Matamoros y sus colaboradores

(2008), partiendo de los datos de investigación de Zandieh, mencionan en su artículo que:

Los estudiantes no conectan de manera automática la comprensión sobre un proceso en un contexto con el mismo proceso en otro contexto. Por lo tanto un alumno no tendrá una comprensión completa del concepto de derivada si no puede reconocer y construir cada uno de los procesos involucrados en su comprensión de la derivada en cualquiera de los conceptos relevantes (p. 275)

Por lo tanto, la afirmación implica que la enseñanza memorística conlleva a construir significados parciales de los conceptos matemáticos lo cual puede crear grandes dificultades en el futuro. Estudios realizados demuestran que la enseñanza tradicional basada en la memoria y clases expositivas con poca intervención de los estudiantes no favorece el aprendizaje significativo del discente (Artigue, 1995).

Por ello, mediante el uso de una red social conocida, como lo es Twitter, y el aprendizaje cooperativo donde los discentes aprenden de una forma activa, se pretende que el alumnado interiorice el concepto de derivada de una manera significativa.

1.3. Objetivos

El objetivo principal o general de este trabajo es el siguiente:

“Elaborar y presentar una propuesta didáctica para la enseñanza de las derivadas en primero de bachillerato basada en el aprendizaje cooperativo y el uso de la red social Twitter como herramienta didáctica.”

Los objetivos específicos que ayudarán en el alcance del objetivo principal planteado son los siguientes:

- Conocer las características y ventajas de este tipo de metodología denominada aprendizaje cooperativo
- Estudiar y analizar su utilidad identificando su importancia y sus dificultades.
- Listar las dificultades más comunes que el alumnado encuentra a la hora de aprender los conceptos nuevos referentes a la unidad didáctica
- Estudiar el uso del Twitter como una herramienta de aprendizaje
- Conocer y estudiar la legislación vigente en la comunidad Autónoma Vasca

1.4. Justificación bibliográfica

Para la elaboración de la propuesta de intervención se tienen en cuenta distintas referencias de múltiples autores relevantes en la materia a presentar.

En primer lugar se buscarán artículos, páginas y web de interés para los conceptos a tratar en el marco teórico, se tendrán en cuenta las distintas teorías de aprendizaje y como se aplican en las aulas. Se trata con el trabajo cooperativo haciendo alusión a varios autores que han investigado sobre su aplicabilidad en el aula. Dado que es un método de aprendizaje de interés y útil la información disponible es inmensa por lo que se ha reducido a unos pocos artículos que muestran estudios interesantes mencionando ventajas y desventajas del método y su aplicabilidad en matemática.

Asimismo, se buscan referencias que afirman la utilidad y necesidad de las TIC y las redes sociales, en concreto Twitter, en la educación.

Teniendo en cuenta el concepto sobre el que se va a realizar la propuesta, se analizarán diferentes referencias con el objetivo de estudiar las dificultades que los discentes muestran a la hora de aprender el concepto de derivada y cuáles serían las mejores pautas para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje actual.

Por último, se deben referenciar las normativas vigentes en educación tanto nacionales como de la comunidad autónoma del País Vasco y los documentos del plan educativo Heziberri 2020.

2. Marco teórico

A continuación se muestra el marco teórico del trabajo con el fin de definir el conjunto de ideas, procedimientos y teorías que servirán de eje de investigación.

Primero se analizan las dificultades que surgen en el alumnado a la hora de afrontar el concepto de derivada. Segundo, se muestran las características principales del aprendizaje cooperativo mencionando algunas técnicas que podrían ser útiles en las aulas de matemática. Después, se analiza la utilidad de la red social Twitter en la educación para fomentar el aprendizaje cooperativo. Para finalizar, se contextualiza el marco legislativo de la comunidad autónoma vasca adentrándonos en las leyes educativas vigentes y el plan educativa vigente denominado Heziberri.

2.1. Dificultades en la introducción de las derivadas

El concepto de derivada es un concepto clave del cálculo que conlleva diversos aspectos “su perspectiva gráfica, como pendiente de la tangente a la curva; su perspectiva analítica, como límite de cociente incremental; su carácter puntual o global (...) relación entre f' y f'' ” (Sánchez-Matamoros, García y Llinares, 2008, p. 269).

Por lo tanto, para los estudiantes adentrarse y comprender este nuevo concepto del cálculo resulta complicado generando muchas dificultades. Se han realizado múltiples investigaciones en este campo demostrando lo dicho anteriormente (Sánchez-Matamoros et al., 2008).

Asimismo, las investigaciones han podido detectar cuáles son las dificultades más comunes con las que se encuentran los discentes. A continuación se muestran los más comunes identificados por Sánchez-Matamoros y colaboradores (2008) y Artigue (1995).

El primer obstáculo evidente es la noción de límite el cual es un soporte para la derivada. El límite es un concepto nuevo que se introduce en este primer curso por lo que muchos desconocen su correcta definición y su representación gráfica al adentrarse al estudio de la derivada. Asimismo, relacionar el concepto de derivada desde diferentes registros semióticos tales como el gráfico y analítico supone un reto para los estudiantes (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros et al., 2008)

La segunda dificultad surge, con los conceptos de tasa de variación media e instantánea, el hecho de que la tasa de variación media se transforma en la tasa de variación instantánea al reducir la distancia entre los dos puntos a cero se trata de

un concepto difícil de visualizar para los estudiantes (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros et al., 2008).

El tercer obstáculo que surge a menudo es la confusión entre derivada local y global. De modo que los discentes no son capaces de entender que la derivada de un punto es una constante y que la derivada de una función depende de una variable. Este error se relaciona con el cálculo erróneo de la recta tangente de un punto de la función (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros et al., 2008).

Respecto a las técnicas utilizadas se encuentra la cuarta dificultad, distinguir con claridad cuando usar la regla de la cadena o la regla del producto. Este error normalmente se debe por conceptos no adquiridos con anterioridad (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros et al., 2008).

La quinta dificultad es la frecuente confusión entre variable dependiente e independiente a la hora de derivar. Asimismo, la generalización y confusión al derivar un número o variable independiente como si fuesen variables, no entienden que la derivada de una variable independiente o un número es nula (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros et al., 2008).

La sexta dificultad es la existente en todas las ramas de la matemática, la comprensión de los enunciados y la capacidad de pasar de un lenguaje matemático a un lenguaje natural o viceversa (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros et al., 2008).

Además, se deben sumar a estas dificultades las propias del aprendizaje matemático. Las referentes a la actitud del estudiante y la falta de base matemática que se debía adquirir en cursos anteriores (Fernandez, 2013). Asimismo, los conceptos previos de los estudiantes que provienen de su experiencia y la escasa capacidad de vinculación automática de los conceptos a diferentes contextos pueden obstaculizar la correcta comprensión de la derivada (Sánchez-Matamoros et al., 2008).

Por último, no se debe olvidar el obstáculo que no está en manos de los estudiantes, el modo de impartir y explicar conceptos de los docentes, ya que seguramente se trata de la razón principal por la que el concepto de derivada no se llega a entender adecuadamente. Normalmente la metodología se basa en el aprendizaje memorístico de definiciones, técnicas y algoritmos que no satisface la correcta comprensión de los conceptos y métodos de pensamiento del cálculo diferencial. (Artigue, 1995).

2.2. Aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo es un método de aprendizaje innovador basado en el trabajo en equipo. Los discentes, divididos en grupos pequeños, deben trabajar conjuntamente maximizando su propio aprendizaje y el de los demás para lograr unos objetivos mutuos. Partiendo de las palabras de Johnson, Johnson y Houbec (1999) y Spencer Kagan, Pere Pujolàs (2009) define el aprendizaje cooperativo como:

El aprendizaje cooperativo es el uso didáctico de equipos reducidos de alumnos, generalmente de composición heterogénea en rendimiento y capacidad, aunque ocasionalmente pueden ser más homogéneos, utilizando una estructura de la actividad tal que asegure al máximo la participación equitativa y se potencie al máximo la interacción simultánea entre ellos, con la finalidad de que todos los miembros de un equipo aprendan los contenidos escolares, cada uno hasta el máximo de sus posibilidades y aprendan, además, a trabajar en equipo. (p. 12)

Se trata de que los discentes desarrollen y adquieran con la ayuda del profesorado y de sus compañeros las competencias establecidas por la LOMCE que implican un desarrollo integral de la persona.

Para que el aprendizaje sea cooperativo, esto es, que el grupo trabaje conjuntamente, se deben dar una serie de condiciones (Domingo, 2008):

- Ser un grupo estructurado con roles que compartan y conozcan claramente los objetivos con los que se identifican.
- Que exista la interdependencia positiva.
- Que se asignen roles dentro del grupo, especialmente, un coordinador.

2.2.1. Características del Aprendizaje cooperativo

El aula tradicional se sustenta en tres características que son la individualidad, la homogeneidad y la pasividad. Es decir, el alumnado progresa independientemente de sus compañeros como un receptor pasivo con el objetivo de lograr la igualdad y generalización de todas las personas. En cambio en el aprendizaje o aula cooperativa las características presentes ayudan al desarrollo integral del alumnado (Pujolàs, 2009).

Johnson, Johnson y Holubec (1999) señalan cinco características fundamentales que se deben dar para que el aprendizaje cooperativo funcione:

- *Interdependencia positiva*: Se trata del sentimiento de necesidad y compromiso que se crea entre los integrantes del grupo. Se establece un

vínculo entre los miembros con el objetivo final de que todos consigan los objetivos planteados.

- *La responsabilidad individual y grupal:* Implica que cada integrante del grupo tiene la responsabilidad de contribuir al aprendizaje y al éxito del grupo, además, debe ser capaz de demostrar públicamente su competencia. Al final, el propósito de los grupos de aprendizaje cooperativo es que los estudiantes aprendan juntos para luego desempeñarse como individuo.
- *La interacción estimuladora:* Implica que cada integrante del grupo debe compartir sus recursos y debe apoyar y animar al grupo. Esto es, todos deben aprender unos de otros favoreciéndose entre ellos.
- *Las prácticas interpersonales y grupales:* El aprendizaje cooperativo permite desarrollar las habilidades sociales necesarias para trabajar en grupo, tales como, el respeto, la toma de decisiones o comunicarse. Estas habilidades son necesarias para el buen funcionamiento de la metodología y además son aspectos necesarios para el futuro profesional.
- *La autoevaluación del grupo:* Los discentes disponen de la oportunidad de evaluar el proceso de aprendizaje analizando los aspectos positivos y negativos con el objetivo de mantener o modificar actitudes.

2.2.2. Creación y tipos de grupos

Al crear los equipos de trabajo se pueden utilizar diferentes criterios dependiendo del objetivo que se quiera lograr. Los docentes deberán decidir previamente cuantos miembros tendrá cada grupo, como se distribuirán y cuánto durarán los grupos (Johnson, Johnson, y Holubec, 1999).

Respecto a la cantidad de miembros no hay un número ideal dado que dependerá de muchos factores. Aun así, se suelen crear grupos de entre dos y cuatro miembros (Johnson et al., 1999).

En cambio, la distribución de grupos es un factor decisivo para el trabajo en equipo ya que determina la capacidad de sus miembros para trabajar conjuntamente. Los docentes deberán decidir si crear grupos homogéneos o heterogéneos. Los grupos homogéneos pueden ser útiles en algunas circunstancias como por ejemplo cuando varios discentes están perdidos con la materia y precisan de explicaciones personalizadas. En ese caso se puede trabajar con ellos en grupo mientras los otros se dedican a otra tarea. Aun así, en general, lo más recomendable es trabajar con grupos heterogéneos. La razón de trabajar con grupos heterogéneos es que los discentes se ayuden entre ellos de manera que el rendimiento escolar mejore en

todos los integrantes del grupo y se dé un buen desarrollo cognitivo y social. (Johnson et al., 1999)

Para realizar estos grupos existen diferentes técnicas tales como el azar, la estratificada o grupos seleccionados por docentes o discentes. Pero la manera más efectiva es aquella en la que el propio docente establece cuáles serán los miembros. El docente utilizará los criterios o técnicas que el vea oportunos de tal manera que el resultado final sea un grupo con estudiantes de todos los sexos, etnias y rendimientos (Johnson et al., 1999).

En cuanto a la duración de los grupos en la metodología basada en el aprendizaje cooperativo se diferencian tres grupos de trabajo (Johnson et al., 1999):

- *Grupos informales*: Estos grupos se crean al azar y son temporales, esto es, para trabajar durante un corto periodo de tiempo en una clase. El objetivo de estos grupos de trabajo es centrar al alumnado en lo que debe aprender. Se pueden utilizar en cualquier momento pero son útiles para trabajar sesiones expositivas ya que los discentes pueden mantener su atención durante no más de 15 minutos y se necesita procesar la información recibida. Para ello se pueden cortar estas clases expositivas y realizar algún trabajo cooperativo.
- *Grupos formales*: Son grupos que duran desde una hora hasta varias semanas dependiendo del tiempo que necesiten para completar la tarea. En estos grupos los estudiantes trabajan conjuntamente para que todos logren el objetivo mutuo.
- *Grupos de base*: Son grupos formados para un largo plazo, heterogéneos y permanentes. El objetivo de este tipo de grupo es que los integrantes se ayuden entre ellos permitiendo que se desarrollen relaciones responsables y duraderas.

Se debe mencionar que para que el aprendizaje cooperativo tenga eficacia todos los grupos deben ser cooperativos, no basta con poner a varios estudiantes juntos. Por lo tanto, no debe formarse ninguno de los otros tipos de aulas mencionadas por Johnson, Johnson y Holubec (1999) tales como, el pseudoaprendizaje y el aprendizaje tradicional.

Para ello, como se ha mencionada antes, una condición importante es establecer los roles o responsabilidades de cada miembro. De esta manera todos los integrantes deberán cumplir con su responsabilidad sin defraudar a sus compañeros y participar activamente en la consecución de la tarea a realizar. Algunos de los roles que se

pueden adoptar atendiendo a su función están disponibles en el anexo II (Johnson et al., 1999).

Asimismo, la disposición del aula juega un papel importante ya que afecta en la conducta tanto de los discentes como de los docentes. Johnson, Johnson y Holubec (1999) mencionan varias pautas a tener en cuenta para la correcta disposición y manejo del aula y el uso flexible de la misma. Afirman que los miembros del grupo deben estar juntos mirándose a la cara y alejados lo suficiente del resto de los grupos. Además, deben tener fácil acceso a los demás, al docente y a los materiales. La disposición debe ser flexible, permitiendo que los grupos cambien rápidamente sin hacer mucho.

2.2.3. Ventajas y dificultades para el aprendizaje cooperativo

La mayor parte de los estudios demuestran que el aprendizaje o trabajo cooperativo dispone de muchas ventajas frente a otro tipo de aprendizaje individualista o competitivo. Algunas de esas ventajas son las siguientes: (Gavilán, 2002; León, Felipe, Iglesias, y Latas, 2011)

- Aumenta la motivación extrínseca y la intrínseca de los discentes. Los estudiantes se sienten más motivados y obligados a trabajar.
- Favorece el aprendizaje de todos los miembros del grupo incluyendo a estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE).
- Favorece la atención personalizada por parte de docentes y discentes dado que los discentes se explican entre ellos recibiendo las explicaciones individualmente en el momento en el que las necesitan.
- El nivel de rendimiento y productividad de los discentes es mayor que en otro tipo de aprendizaje.
- Favorece el proceso de socialización, la adquisición de competencias sociales y el control de impulsos agresivos mejorando las relaciones interpersonales y grupales, el clima del aula, el respeto mutuo y la solidaridad entre discentes y docentes.
- Mejora la relación entre discentes y docentes; y entre iguales aumentando la confianza entre ellos y en uno mismo y aprendiendo a ser más responsables. Asimismo ayuda en la adquisición de soltura a la hora de hablar.
- Favorece el respeto y la aceptación de la diversidad de manera que se asegura la inclusión de todos los discentes.

Pero no todo es positivo en este tipo de aprendizaje, como menciona Slavin (1999) existe un peligro importante que es la dispersión de la responsabilidad. Esto sucede cuando algunos miembros realizan el trabajo mientras otros simplemente observan sin ser parte del aprendizaje. Esta actuación se da o bien porque al estudiante no le apetezca trabajar o porque es un estudiante menos hábil cuyo ritmo de aprendizaje es más lento y por ello es ignorado por los demás. Este mismo autor (Slavin, 1999) comenta dos formas básicas para eliminar este riesgo. El primero consiste en hacer responsable a cada miembro de una tarea en concreto lo cual conlleva al riesgo de que los estudiantes aprendan mucho sobre su tarea pero no sobre la del resto. La segunda opción es que los discentes sean individualmente responsables de su aprendizaje y al final tener en cuenta en conjunto todos los resultados para evaluar.

Por lo tanto, las desventajas para esta metodología residen en los diferentes ritmos de trabajo, compañeros con actitudes pasivas o la imposición o control de algunos miembros del grupo. Otros inconvenientes a destacar son el tiempo y el espacio los cuales no suelen ser adecuados para trabajar con esta metodología (Slavin, 1999).

Por otro lado, aunque no sea una desventaja de la metodología, están las dificultades surgidas a la hora de implantarla por primera vez. Se podría realizar una lista con los obstáculos para incorporar el aprendizaje cooperativo pero se puede resumir en un único factor que es el miedo al riesgo de pasar de una enseñanza tradicional al aprendizaje cooperativo. Por lo tanto la falta de preparación de los docentes puede jugar una mala pasada (Domingo, 2008).

2.2.4. Aprendizaje cooperativo en matemáticas

La matemática desde siempre ha sido una de las asignaturas que más problemas ha causado en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta afirmación se puede apreciar por los altos porcentajes de fracaso que se observan en las conclusiones recientemente obtenidas de PISA donde los resultados se encuentran por debajo del promedio de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Aunque se debe admitir que estos resultados han mejorado respecto a los obtenidos en 2012 (OCDE, 2016).

La matemática es considerada una materia de carácter individualista, competitiva y aislada. Por lo tanto, la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas reside en considerar que son cooperativas y no como una materia que se debe afrontar en solitario. Por otra parte también se debe poner en cuestionamiento ya que no se trata de una ciencia acabada (Pons, González-Herrero y Serrano, 2008).

Por lo tanto, este campo ha sido objeto de investigación para el aprendizaje cooperativo con el fin de reducir el fracaso y mejorar el rendimiento. Neil Davidson

es uno de los autores que más investigaciones ha realizado en este campo y afirma que es muy útil para promover la comunicación matemática, la resolución de problemas y el razonamiento lógico mediante debates, descubrimientos o incluso modelizaciones (Martínez Sola, 2014). En estas investigaciones se ha visto que las ventajas que aporta este tipo de aprendizaje cooperativo mejoran el rendimiento de los estudiantes de matemáticas, además, se observa que cuanto mayor es la complejidad o la novedad de la materia estos efectos positivos aumentan considerablemente (Pons et al., 2008).

2.2.5. Métodos y técnicas de aprendizaje cooperativo

Este tipo de aprendizaje se puede llevar a cabo mediante la utilización de diferentes métodos o técnicas las cuales se pueden encontrar en múltiples artículos, libros o investigaciones (Pons et al., 2008). De todos los métodos que se utilizan se ha comprobado que para la asignatura de matemáticas las más eficientes y eficaces son las técnicas que mezclan el trabajo cooperativo con el individual dado que para las matemáticas ambos trabajos son necesarios (Pons et al., 2008).

A continuación se exponen brevemente los métodos cooperativos que más se utilizan en matemáticas y que mezclan estos dos tipos de trabajo:

I. Jigsaw, puzle o rompecabezas

Este método fue diseñado por el profesor Aronson en los años setenta. Es una técnica que consiste en crear grupos heterogéneos asignando a cada miembro una parte de la tarea la cual deberán preparar con la información del docente o la que consigan por su cuenta. Los miembros de diferentes grupos que tengan asignada la misma tarea se reúnen para ponerla en común. Después vuelven a su grupo y lo explican al resto de los miembros del grupo. De esta forma se crean situaciones de interdependencia positiva donde cada discente es responsable de una parte de la tarea y los demás dependen de esa información para completar el rompecabezas. Este método dispone de una página web en la cual se pueden encontrar todos los detalles del método: <https://www.jigsaw.org/> (Aronson, 2014).

II. Grupo de investigación

Esta técnica es similar a la anterior con la diferencia de que en esta ocasión los grupos pueden ser creados por los discentes guiándose por los intereses del tema presentado. El método consta de tres fases. Primero, el docente presenta el tema a investigar y los estudiantes eligen un tema relacionado basándose en sus intereses y aptitudes. De este modo los grupos se crearán en base a los intereses. Después, los grupos buscarán, analizarán y sintetizarán la información sobre el tema elegido

realizando un informe y siguiendo la planificación previamente realizada. Por último, presentarán la tarea delante de la clase mientras el docente y el resto de los compañeros y compañeras evalúan el trabajo realizado (Servicio De Innovación Educativa de la universidad Politécnica de Madrid, 2008).

III. CO-OP CO-OP

En cuanto a la investigación realizada es una técnica parecida al de grupo de investigación. El tema escogido por el docente será debatido en clase de manera que cada estudiante exponga sus intereses. Después se formarán los grupos heterogéneos y estos deberán escoger un tema y dividir la tarea entre los miembros del grupo. A continuación unirán todas las partes y realizarán la presentación en clase. La evaluación tendrá diferentes partes, por un lado, la coevaluación de la presentación del grupo y de cada miembro en individual. Por otro lado, la evaluación del material desarrollado por el grupo (Servicio De Innovación Educativa de la universidad Politécnica de Madrid, 2008).

IV. Divisiones de rendimiento por equipos

En este método los discentes deben preparar su propio material de estudio a partir de la documentación facilitada por el docente. Los grupos son heterogéneos y la técnica consiste en que los miembros del grupo se ayuden entre ellos asegurándose de que todos entienden la lección. El docente imparte la lección y después los discentes trabajarán en equipo ayudándose unos a otros. Al final todos deberán resolver una prueba individual sin ayuda del grupo. A la hora de calificar las puntuaciones obtenidas dependerán de los resultados de todos los miembros del grupo. La nota obtenida se compara con las anteriores y si mejoran el grupo será recompensado (Servicio De Innovación Educativa de la universidad Politécnica de Madrid, 2008).

V. Learning together

La técnica es similar a la anterior a diferencia de que el material preparado a partir de las lecciones del docente son grupales y la recompensa final depende de ese material elaborado (Slavin, 1999).

2.3. Nuevas tecnologías: Twitter

2.3.1. Empleo de las nuevas tecnologías en educación

Las nuevas tecnologías son parte de la vida cotidiana, hoy en día se utilizan constantemente con múltiples propósitos. Por lo tanto, el uso de las TIC en la educación es un elemento importante que se debe introducir para garantizar la eficacia del proceso de enseñanza-aprendizaje (Ponce, 2012).

Las nuevas tecnologías ofrecen herramientas interactivas y eficaces para la enseñanza y el aprendizaje. La utilización de las TIC aporta innovación y creatividad al proceso de enseñanza aprendizaje. Se trata de preparar a los estudiantes para utilizar las herramientas que tendrán que manejar a lo largo de su vida. Las TIC permiten la transmisión de los conocimientos de forma rápida. Además, ayuda a la adquisición de habilidades y aptitudes como la socialización, el trabajo en equipo o la importancia de compartir son elementos. Asimismo, ayuda a desarrollar competencias tecnológicas imprescindibles para operar en contextos diversos y complejos (Ponce, 2012).

2.3.2. Empleo de las redes sociales en educación

En la actualidad las redes sociales tienen una gran importancia en la sociedad, reflejan la necesidad del ser humano de expresarse y comunicarse abriendo ambientes de entretenimiento y aprendizaje no formal. Por lo tanto, es una herramienta de comunicación que las nuevas generaciones de estudiantes utilizan a diario y por ello repercute en la forma de interactuar, comunicar y aprender (Quesada, 2014). En palabras de Eva Ossiansson (2010) “Internet y sus nuevos medios de comunicación se han convertido en una parte natural de sus vidas. Se comunican, interactúan y crean contenido en línea. Ellos han sido cada vez más influyentes a través de sus “clic” y comunidades virtuales” (p. 186).

Hoy en día las redes sociales abundan y no todas tienen el mismo carácter o fin, se utilizan para encontrar y entablar diálogo, para debatir o incluso para apoyar causas. Por todo ello, la comunidad educativa no puede permanecer al margen (Haro, 2010).

Haro (2010) realiza una distinción entre las redes sociales estrictas y servicios 2.0 con características de redes sociales. Las primeras muestran mayor valor educativo, ya que no son redes sociales específicas, el foco de atención son las relaciones personales pero son los usuarios los que determinan su uso. En cambio, la segunda el foco es un tema en concreto, como pueden ser los videos de YouTube. En conclusión, las redes sociales estrictas son las adecuadas para la educación ya que se pueden adaptar a las necesidades requeridas. Dentro de este grupo se pueden

encontrar las redes sociales más conocidas por los jóvenes como lo son Facebook, Twitter o Instagram.

Las redes sociales aportan numerosas posibilidades y beneficios de realizar actividades cooperativas en el aula dando la oportunidad de hacer participante activo al alumnado. Ofrece la oportunidad de medir la acción de cada participante pudiendo controlar, evaluar, guiar y orientar su labor. Dada la flexibilidad que tienen y la oferta amplia y variada de aplicaciones educativas que muestran se pueden crear actividades diferentes según las necesidades de cada docente (Suarez, 2010).

Aun así, para que estas ventajas de las redes sociales y las TIC mejoren el rendimiento de la clase se debe formar al alumnado para que utilice, tanto las redes sociales como las TIC, como una herramienta didáctica y no como un sustitutivo (Suarez, 2010).

Asimismo, para asegurar la enseñanza basada en estos medios los docentes deben adquirir las competencias tecnológicas, pedagógicas y de contenido curricular necesario que posibiliten el correcto funcionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje en la era digital (Quesada, 2014).

2.3.3. Twitter en la educación

Twitter es una red social gratuita creado en 2006 como proyecto de investigación de la empresa Obvious que al final derivó en esta red social. Se trata de una plataforma de microblogging que permite escribir y leer mensajes de texto reducidos a 140 caracteres llamados tweets. Las ventajas principales de esta red social en comparación con las demás, como Facebook, blog o linkedin, son, por un lado, su rápida y fácil interacción. Al tratarse de una red con un máximo de caracteres, la información que se expone debe ser precisa y breve. Por otro lado, tiene la posibilidad de seguir a cuentas y tener seguidores de tu cuenta de manera que puedes elegir las publicaciones que aparecen en el tablón personal evitando los tweets no deseados. En el caso de las otras redes sociales, los seguidores y seguidos son las mismas personas con lo cual muchas veces se actualiza nueva información en el tablón que no interesa. Además, mediante los hashtag puedes seguir temas de interés en vez de a usuarios en concreto. Al entrar en la red social dispones de una línea temporal en la cual se mostrarán todos los tweets de los usuarios seguidos ordenados cronológicamente (Guzmán-Duque, Moral-Pérez y González-Ladrón de Guevara, 2012).

La red social Twitter ofrece diferentes opciones aparte de escribir tweets de 140 caracteres. Primero, tienes la opción de contestar a los tweets de otros pudiendo

establecer una conversación o debate con varios usuarios. Además, en caso de querer compartir con tus seguidores cierto tweet que sea de interés, Twitter ofrece la opción de republicar un texto publicado, esto es, retweetear. Segundo, la opción de favoritos permite conservar mensajes en una lista de manera que puedas acudir a ellos siempre que los desees rápidamente. Además, también dispones de la opción de buscar tanto usuarios como temas o tweets. Tercero, los hashtag permiten etiquetar temas de manera que se encuentren fácilmente los tweets relacionados. Estos hashtag se crean añadiendo # delante del tema que se quiera etiquetar. Así mismo, utilizando @ seguido del nombre del usuario se puede crear una mención. Cuarto, se pueden crear listas de grupos o temas, de manera que se pueden clasificar los tweets para encontrarlos según el propósito. Además, dispone de una sección de temas de momento donde se pueden consultar los temas de mayor interés global. Quinto, Twitter dispone del servicio de mensajes directos y privados, de manera que puedes hablar con un usuario sin que sea público. Por último, Twitter proporciona privacidad, pudiendo bloquear tu cuenta a usuarios desconocidos o bloquear a usuarios individualmente. Además, ofrece la opción de conectarte con el protocolo HTTPS para que la conexión sea segura y no sea interceptada ni utilizada por personas ajenas (Twitter, 2016).

Respecto a las aplicaciones, Twitter pone a disposición de sus usuarios múltiples servicios adicionales con el objetivo de cumplir su misión: “dar a todos el poder de generar y compartir ideas e información al instante” (Twitter, 2016). En el anexo III se muestran algunas de esas aplicaciones que pueden ser útiles a la hora de trabajar con Twitter en educación.

Gracias a todas estas aplicaciones y servicios de los que dispone, Twitter es una herramienta de comunicación y aprendizaje poderosa para la comunidad educativa. A continuación se mencionan algunos usos que puede tener en el aula (García y García, 2012; Guzmán-Duque et al., 2012; Quesada, 2014):

- Tablón de anuncios, se puede utilizar para notificar a los discentes de las fechas de los exámenes o plazos de entrega de trabajos, incluso sobre alguna noticia de interés.
- Realizar encuestas para evaluar y recoger opiniones.
- Realizar resúmenes del día o del tema.
- Trabajo cooperativo o colaborativo mediante debates o discusiones fomentando la creatividad. Así como realizar historias colaborativas de manera que se escribe el comienzo de una historia y los estudiantes siguen con la trama. Igualmente, crear una línea del tiempo sobre algún hecho

histórico con diferentes Tweets o elaborar unos apuntes virtuales del temario de la asignatura vinculados con un hashtag.

- Publicar acertijos, desafíos o problemas que los discentes deban tweettear su solución.
- Compartir enlaces interesantes y guardarlos creando una biblioteca común.
- Comunicarse con otras aulas o con estudiantes de otros países.
- Seguir conferencias o clases en tiempo real
- Comunicarse con profesionales para informarse sobre temas de la actualidad
- Compartir historias y experiencias

Por lo tanto, esta red social posee características que pueden ser de gran utilidad en la educación. Más allá de las ventajas que las nuevas tecnologías y las redes sociales puedan propiciar, Twitter ofrece los siguientes puntos positivos (García y García, 2012; Guzmán-Duque et al., 2012; Quesada, 2014):

- Es un medio de comunicación vivo, en tiempo real, rápido y práctico. Ofrece la oportunidad de interactuar cuando quieras ya que dispones de las 24 horas del día. De modo que es una herramienta útil para trabajar dentro y fuera del aula.
- Su ágil comunicación hace que el estudio sea entretenido y motivador, de modo que el proceso educativo se vuelve más participativo.
- Facilita la interacción entre los estudiantes y entre estudiantes y docentes, propiciando y estimulando el aprendizaje cooperativo y colaborativo. Además, estimula la creatividad y la imaginación y genera autoaprendizaje.
- Permite compartir experiencias, opiniones, recursos y contenidos. De modo que facilita la creación de una biblioteca colaborativa.
- Genera debates, discusiones, participación y actividades para profundizar sobre una temática. Además, se puede utilizar para generar lluvia de ideas sobre una temática.
- Incentiva y fomenta la investigación pudiendo crear interacción interdisciplinar entre expertos y evaluar diferentes temas mediante la opinión de estos expertos.
- Facilita la búsqueda e intercambio de información.
- Facilita la creación de hábitos y adquisición de competencias transversales tales como releer las cosas antes de publicar para evitar malentendidos; hacerse responsables de su propia seguridad, evitando publicar tweets

dañinos que pueden tener malas consecuencias o proporcionar datos personales; desarrollo del pensamiento y espíritu crítico y dar credibilidad a la información recogida.

- El límite de caracteres supone un reto que ayuda a la adquisición de las competencias clave establecidas por la LOMCE, ya que les exige ser breves, claros y dominar los conceptos publicados adecuadamente. Además, facilita la posibilidad de generar síntesis.
- Tener informados a los padres ya que pueden seguir la cuenta de Twitter creada.

Pero no todo es bueno, como algunos autores afirman el uso de Twitter en las aulas también tienes riesgos, siendo las siguientes varias de sus desventajas (Quesada, 2014):

- Todos deben tener acceso a Internet.
- Generan inseguridad ya que se desconocen las políticas de uso y los niveles de seguridad y privacidad. Los estudiantes están desprotegidos en cierta medida ya que pueden recibir mensajes de cualquier usuario que no esté bloqueado. Por ello, los estudiantes están expuestos a una serie de peligros.
- Adicción a las redes sociales y la creación de distracciones por el uso desmedido el cual se crea cuando se abusa de su uso.
- La información encontrada no siempre es verdadera y se corre el riesgo de plagiar.
- Los trabajos realizados en clase pierdan importancia porque al usarse como forma de entretenimiento el aprendizaje pierda seriedad.

Se debe mencionar que estos puntos en contra se pueden controlar en la medida de lo posible, porque se trata de retos asumibles. En resumen, ¿Por qué Twitter debería ser una red social presenta en las aulas? Porque permite resumir, descubrir, informar, conversar, contactar, investigar, evaluar, analizar y aprender, además, de motivar y entretener a los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje (Guzmán-Duque et al., 2012).

Asimismo, investigaciones han afirmado, tales como la de Enrique Vílchez Quesada (2014), que el uso de Twitter o redes sociales mejora sustancialmente el rendimiento académico. Aunque, en ese mismo estudio los estudiantes mostrasen predilección por la red social Facebook.

2.4. Marco legal

En la actualidad a nivel nacional la normativa vigente es la LOMCE la cual se ha implantado para todos los cursos de la Educación Secundaria y Bachillerato y sigue las pautas marcadas por el Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. No obstante, en el País Vasco se puso en marcha un plan educativo en 2013 que todavía sigue desarrollándose, el plan Heziberri 2020. La redacción de los decretos curriculares de Heziberri 2020 se realizó para tomar medidas para esquivar los aspectos más negativos de la LOMCE. En cuanto al resto del contenido, se adecua a lo dicho en la normativa nacional vigente. A continuación se realizará una breve explicación de este plan educativo haciendo una breve comparación respecto a la LOMCE (Departamento de Educación, 2016).

2.4.1. Plan educativo Heziberri 2020

El gobierno Vasco tiene vigente el plan educativo denominado “Heziberri 2020” que se lleva configurando desde 2013. El proyecto educativo consta de tres fases, el primero se presentó en 2014 y desarrolla el marco del modelo educativo pedagógico. Este proyecto establece las líneas estratégicas generales del sistema educativo del País Vasco centrándose en las dimensiones curriculares y pedagógicas. Es un modelo basado en competencias diferenciando las competencias básicas transversales, que se precisan para resolver problemas de forma eficaz en todos los ámbitos y situaciones de la vida, y en competencias básicas específicas, que precisan la movilización de recursos específicos relacionados con alguna de las áreas disciplinares (Departamento de Educación, 2016).

El segundo proyecto se presentó en 2015 y establece los decretos curriculares de la Comunidad Autónoma Vasca. Se han publicado los decretos correspondientes a la educación Infantil, básica y de Bachillerato. Actualmente, se ha comenzado con el tercer proyecto que consiste en elaborar una Ley Vasca de Educación (Departamento de Educación, 2016).

Las diferencias aparentes que establece el plan educativo Heziberri 2020 en comparación con el vigente a nivel nacional son que el consejo escolar mantiene su autoridad, que los estudiantes podrán elegir a los 16 años si quieren ir a la universidad o hacer una FP y en Educación Primaria las revalidas serán evaluaciones de diagnóstico (Departamento de Educación, 2016).

Además, la LOMCE también incorpora las competencias clave que se deben tratar durante todo el periodo del Bachillerato pero no diferencia entre competencias

transversales y específicas. En la siguiente tabla, tabla 1, se realiza una comparativa entre las competencias de LOMCE y Heziberri 2020:

Tabla 1

Comparación entre competencias de LOMCE y Heziberri 2020

LOMCE		HEZIBERRI
Competencias	Competencias transversales	Competencias específicas
Lingüística	Competencia para la comunicación verbal, no verbal y digital	Comunicación lingüística y literaria
Digital		
Aprender a aprender	Competencia para aprender a aprender y para pensar	
Social y cívica	Competencia para convivir	Competencia social y cívica
	Competencia para aprender a ser	
Sentido de la Iniciativa y espíritu emprendedor	Competencia para la iniciativa y el espíritu emprendedor	
Matemática y básicas en ciencia y tecnología		Competencia matemática
		Competencia científica
		Competencia tecnológica
Conciencia y expresiones culturales		Competencia artística
		Competencia motriz

Fuente: Adaptada del Plan Heziberri 2020 del Gobierno Vasco (Departamento de Educación, 2016)

2.4.2. Contribución de competencias desde las matemáticas

Las competencias son las capacidades que se deben adquirir y desarrollar para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa. Para poder adquirir las competencias es esencial diseñar actividades que permitan su adquisición de una manera integral (Departamento de Educación,

2016). En la propuesta didáctica se utilizarán las competencias establecidas por Heziberri 2020. Se dispone de una descripción de las competencias el Anexo I.

La asignatura de matemáticas contribuye en al logro de todas las competencias establecidas por el Decreto autonómico del País Vasco. Por ello, mediante las actividades cooperativas y el uso de la red social Twitter se contribuirá a la adquisición de todas las competencias poniendo especial énfasis en la competencia matemática. La aportación de la asignatura a esta adquisición de competencias como se mencionan en el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016 es la siguiente (Departamento de Educación, Política Lingüística y Cultura del Gobierno Vasco¹, 2016, pp. 68-71):

I. Competencia para la comunicación verbal, no verbal y digital(C1)

Las matemáticas contribuyen al desarrollo de la siguiente competencia ya que los procesos asociados a la competencia son el medio para exponer las ideas tanto en escrito, en papel u ordenador, como oralmente. Además, no solo incluye el uso del lenguaje cotidiano, dado que el uso de los lenguajes y códigos propios de un área en concreto como lo es el lenguaje matemático también forman parte de la competencia. Asimismo las nuevas tecnologías juegan un papel importante en la asignatura permitiendo nuevos métodos de comunicación. Para trabajar la competencia en el aula se pueden plantear trabajos que impliquen la elaboración de un informe y una exposición oral, el uso de las nuevas tecnologías y las redes sociales para comunicarse e informarse. Un ejemplo de este tipo de actividad podría ser una webquest.

II. Competencia para aprender a aprender y para pensar (C2)

Las matemáticas contribuyen a la siguiente competencia ya que mediante los procedimientos matemáticos se puede aprender nuevos procedimientos para argumentar, valorar, comprender y expresar la información permitiendo mejorar el pensamiento. En el aula de matemáticas se puede trabajar impulsando al alumnado a realizar resúmenes sobre lo trabajado o a prepararse parte del temario de antemano.

III. Competencia para convivir(C3)

Las matemáticas contribuyen a la competencia para convivir ya que puede crear un clima apropiado para aprender a convivir respetando el entorno. La mejor manera

¹ A partir de ahora lo denominaremos DEPLC

de trabajar esta competencia en un aula es con la cooperación y colaboración. Por ello, se puede trabajar mediante trabajos en grupo.

IV. Competencia para la iniciativa y el espíritu emprendedor (C4)

Las matemáticas contribuyen a esta competencia ya que mediante la resolución de problemas o proyectos los estudiantes adquieren características propias de una persona emprendedora y con capacidad de liderazgo como iniciativa, capacidad de actuar planificando el proceso y evaluando los resultados, la perseverancia o el optimismo.

V. Competencia para aprender a ser (C5)

Las matemáticas contribuyen a esta competencia ya que ayudan a reconocer y aceptar las limitaciones y potencialidades de cada uno; a desarrollar capacidad de juicio, autonomía y responsabilidad; ya a actuar con confianza y perseverancia. Para trabajar esta competencia en el aula de matemática se pueden realizar trabajos individuales o grupales en los cuales tienen que demostrar las capacidades mencionadas.

VI. Competencia en comunicación lingüística y literaria (C6)

Las matemáticas contribuyen y enriquecen la siguiente competencia ya que se trata de una asignatura que utiliza constantemente la comunicación oral y escrita en todas las lenguas mediante las formulaciones y expresiones de ideas. Al igual que la competencia de comunicación verbal, no verbal y digital la competencia en comunicación lingüística y literaria se puede trabajar mediante actividades que impliquen la elaboración de informes y exposiciones.

VII. Competencia matemática (C7)

La competencia matemática es evidente que se trabaja continuamente en el aula de matemáticas mediante las actividades realizadas del ámbito matemático.

VIII. Competencia científica y Tecnológica (C8)

La competencia Científica y Tecnológica se trabajan en la asignatura de matemáticas mediante la contextualización de los problemas. Es decir, mediante la resolución de problemas ambientados en estos ámbitos. La contribución de las matemáticas a estas competencias es evidente, ya que proporciona las herramientas necesarias para comprender, describir y modelizar el comportamiento de la naturaleza en estas dos ramas.

IX. Competencia social y cívica(C9)

Las matemáticas contribuyen a la competencia social y cívica mediante el trabajo en grupo, los debates o el trabajo cooperativo. En este tipo de actividades se consigue ejercer una ciudadanía más democrática y responsable donde se aprende a relacionarse con los demás, a cooperar, comprometerse y afrontar los conflictos.

X. Competencia artística(C10)

Las matemáticas contribuyen a la competencia artística ya que para la resolución de algunos problemas se precisa de imaginación y espíritu crítico. Además, ofrece medios para comprender la belleza del entorno. La competencia artística se podía trabajar en el bloque de geometría relacionándolo con ramas artísticas como lo son la pintura o la arquitectura.

XI. Competencia motriz(C11)

Las matemáticas contribuyen a la competencia motriz mediante las tareas relacionadas con la medición y la representación y el uso de las tecnologías. Para trabajar en el aula se realizarán actividades de medición además del uso de las tecnologías.

3. Propuesta de intervención

La propuesta de intervención consiste en la elaboración de una unidad didáctica denominada “Introducción a las derivadas” aplicada en 1º de bachillerato de Ciencias en la asignatura de Matemáticas I.

En este apartado se muestra la propuesta didáctica que para desarrollarla se utilizarán el aprendizaje cooperativo y la red social Twitter. Primero se realizará una breve contextualización de la unidad mencionando la situación legislativa de la asignatura y las características de los destinatarios de la unidad. A continuación, se desarrolla la descripción de los elementos del currículo para la unidad relacionándolos mediante una tabla. Después, junto con la enumeración de los recursos utilizados se desarrollan las actividades y la secuenciación de las sesiones. Para finalizar, se desarrolla la evaluación de la unidad didáctica mencionando los instrumentos y procedimientos de evaluación y calificación del alumnado, del docente y de la Unidad didáctica.

3.1. Contextualización

3.1.1. Matemáticas en la legislación

La propuesta didáctica presentada en este trabajo está basada en la actual legislación mencionada y explicada en el apartado anterior dentro del marco legal. El decreto autonómico 127/2016 de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo del bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco y el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016 determinan y especifican los contenidos criterios de evaluación, indicadores de logro, competencias y objetivos de etapa que se deben trabajar en cada curso y materia.

En concreto para la asignatura de matemáticas se determinan los elementos del currículo para las dos cursos de bachillerato y sus cuatro asignaturas correspondiente, Matemática I y II y Matemáticas orientadas a las Ciencias Sociales I y II. Estas asignaturas estas divididas en 5 bloques que son contenidos comunes, Aritmética y Álgebra; Geometría; Análisis; y Estadística y Probabilidad. El primer bloque es común por lo que se trabaja transversalmente junto a los demás bloques durante todo el curso.

En concreto la unidad didáctica denominada “Introducción a las derivadas” está destinada a la asignatura de Matemática I enmarcada en el bloque de Análisis. En este curso y en este bloque concretamente se trabajan las funciones, sus

características y su representación gráfica. Además, se introduce la noción de límite y derivada estableciendo las bases del cálculo infinitesimal.

3.1.2. Destinatarios

Esta unidad didáctica está dirigida a los discentes de Matemática de 1º de Bachillerato de la modalidad de ciencias de cualquier centro que disponga de recursos TIC. Además, el alumnado debe disponer de medios tecnológicos en casa y en la escuela, esto es, todos deben disponer de teléfonos con conexión a internet y tabletas u ordenadores. Asimismo, la escuela debe poner a su disposición el servicio de red wifi para disponer de internet en todas las aulas. El aula debe disponer de pizarras y proyectores como soporte visual para el desarrollo de las clases.

3.2. Unidad didáctica

El título de la unidad didáctica es “Introducción a las derivadas” que corresponde al último tema del bloque de análisis y consta de 12 sesiones. A lo largo de la unidad se explicarán conceptos relacionados con las derivadas y sus posibles aplicaciones.

Los estudiantes, en principio, no tienen nociones previas sobre el concepto. No obstante, tienen las nociones básicas necesarias sobre el estudio de límites para trabajar la unidad dado que lo trabajaron en el temario anterior.

Las derivadas son una herramienta de gran utilidad para la posterioridad dado que permite resolver multitud de situaciones relacionadas con distintas modalidades. Por ello, es importante que los discentes adquieran nociones básicas respecto a la materia.

A continuación se muestra el desarrollo de la unidad con sus apartados correspondientes.

3.2.1. Relación de objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores de logro y competencias

Contenidos

Los contenidos a tratar en esta unidad didáctica están recogidos en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato y en el Decreto 127/2016, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo del bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Además, se concretan en el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016. Además de los contenidos comunes que se trabajarán a lo largo del curso, los

procedimentales, tecnológicos, actitudinales o los de las competencias transversales, se trabajarán los contenidos específicos de la unidad didáctica presentes dentro del *bloque IV de Análisis*. Los contenidos comunes se pueden encontrar en el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016. Están disponibles en el anexo I del documento. Los *contenidos específicos* de la unidad didáctica son los siguientes:

1. Concepto de derivada
 - 1.1. Tasa de variación media
 - 1.2. Tasa de variación instantánea
 - 1.3. Derivada de una función en un punto
 - 1.4. Interpretación geométrica de la derivada de la función en un punto
 - 1.5. Función derivada
2. Cálculo de derivadas
 - 2.1. Reglas de derivación. Regla de la cadena.
3. Aplicaciones de derivadas
 - 3.1. Recta tangente de una función en un punto.
 - 3.2. Monotonía. Crecimiento y decrecimiento
 - 3.3. Extremos relativos. Máximos y mínimos
 - 3.4. Representación gráfica de funciones elementales mediante el análisis de su dominio, recorrido, simetrías, periodicidad, crecimiento, continuidad, y extremos relativos.
4. Pautas para el uso de programas informáticos para analizar cualquier tipo de función.

Criterios de evaluación e indicadores de logro

Los criterios de evaluación e indicadores de logro que se van a trabajar en la unidad didáctica son los recogidos en el Bloque I y IV el Decreto 127/2016, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo del bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco.

Los criterios de evaluación e indicadores de logro específicos de la unidad didáctica se pueden encontrar en la tabla 3 donde se relacionan con el resto de los elementos del currículo. Los referentes al *bloque I*, los transversales, están disponibles en el anexo I del documento tanto los correspondientes a la legislación nacional como al autonómico.

Objetivos y su relación con los elementos de currículo

En este apartado se establecen los objetivos didácticos o específicos. Los objetivos didácticos se relacionan con los indicadores de logro que permiten su logro y los contenidos a los que corresponden. Además, a cada indicador de logro se le asigna la competencia. Las competencias que se trabajarán en la unidad didáctica son las descritas en el marco legislativo. En la siguiente tabla se encuentran los datos mencionados:

Tabla 2

Relación de objetivos, contenidos, indicadores de logro y competencias

Contenido	Objetivos didácticos	Criterio de evaluación	Estándar de aprendizaje	Competencias
Todos	Seleccionar de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas(O1)	7. Reconocer y señalar las propiedades básicas (crecimiento, decrecimiento, continuidad, tendencia en el infinito,...) de las funciones elementales - polinómicas y racionales sencillas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas- aplicando el concepto de derivada, empleando los medios tecnológicos	7.1. Selecciona de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas, y reconoce e identifica los errores de interpretación derivados de una mala elección.	Todas
Todos	Reconocer e identificar los errores de interpretación derivados de una mala elección(O2)		7.2. Reconoce e identifica las características globales de la gráfica con la expresión algebraica, centrandó su análisis en los elementos claves	
Todos	Reconocer e identificar las características globales de la gráfica(O3)		7.5. Reconoce y aplica el concepto de derivada para la descripción de la variación de la gráfica.	C1 C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10
1.1	Hallar e interpretar la tasa de variación media e instantánea en un intervalo(O4)			
1.2	Conocer e interpretar el concepto de derivada de una función en un punto gráfica y analíticamente (O5)			
1.3	Conocer e interpretar el concepto de derivada de una función (O6)			
1.4	Aplicar el concepto de derivada para el cálculo de recta tangente(O7)			
1.5	Conocer las reglas de derivación y aplicarlas para hallar la función derivada de otra(O8)			
3.1				

3.3	Calcular los puntos notables de una función con la derivación(O9)	adecuados y relacionando sus características gráficas con su expresión algebraica.	7.7. Calcula los puntos notables de una función (puntos de corte, máximos, mínimos y puntos de inflexión)	C1 C2, C3, C5, C6, C7, C9
3.2	Realizar estudio del crecimiento y decrecimiento de la función mediante la derivación(O10)		7.8. Realiza estudio del crecimiento de la función en su dominio de definición	C1 C2, C3, C5, C6, C7, C9, C10, C11
3.4	Dominar la representación sistemática de funciones elementales mediante las herramientas básicas del análisis.(O11)		7. 9. Representa gráficamente funciones, después de un estudio completo de sus características mediante las herramientas básicas del análisis.	C1 C2, C3, C5, C6, C7, C9, C10, C11
4	Utilizar el software matemático adecuado para realizar representaciones gráficas de las funciones(O12)		7. 10. Utiliza el software matemático adecuado de cara a realizar representaciones gráficas de las funciones citadas y analiza la influencia de la variación de determinados parámetros en la forma de la gráfica.	C1 C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto autonómico 127/2016

En cuanto a los objetivos específicos relacionados con el aprendizaje cooperativo y Twitter son los siguientes:

- Conocer la utilidad del aprendizaje cooperativo y aplicarlo en el aula (O13).
- Saber trabajar en grupo con autonomía (O14).
- Ayudar a los compañeros (O15).
- Debatir y contrastar opiniones (O16).
- Reflexionar sobre uno mismo y sobre el grupo siendo autocrítico (O17).
- Conocer la utilidad de las redes sociales y las TIC en el procesos de enseñanza aprendizaje y usarlos como herramienta para ello (O18).
- Aprender a sintetizar siendo precisos (O19).

3.2.2. Metodología

La unidad didáctica se impartirá en 12 sesiones. La metodología será activa, dinámica y participativa en la medida de lo posible, facilitando el trabajo individual y colectivo. Se combinarán diversas estrategias metodológicas con el fin de conseguir los objetivos establecidos y favoreciendo la adquisición de competencias.

Uno de los objetivos de la unidad didáctica es aplicar el aprendizaje basado en el trabajo cooperativo. Por lo tanto, al inicio de la unidad didáctica se crearán grupos de discentes denominados de base con el fin de aplicar la técnica de aprendizaje cooperativo denominado Learning Together o divisiones de rendimiento por equipos. La elección entre estas dos técnicas la realizará el profesorado basándose en las características del grupo con el que trabajará. El docente explicará su funcionamiento en la primera sesión.

En el aula los estudiantes se colocarán en grupos, generalmente estos grupos serán los establecidos al inicio. Pero a la hora de abordar con un trabajo o tarea en concreto se podrán modificar creando grupos formales o informales de aprendizaje cooperativo. En general los grupos estarán compuestos por cuatro miembros y dispondrán de los siguientes roles: Coordinador y orientador; secretario; moderador y supervisor; y portavoz. En el anexo V se encuentra un documento que se reparte a los discentes para asignar los roles. En ella se encuentran las responsabilidades que implica cada rol. Asimismo también está disponible un formulario de trabajo en equipo que se deberá rellenar y entregar en cada tarea grupal realizada. En el documento deberán anotar el rol asignado a cada miembro del grupo.

Otro de los objetivos es el uso de la red social Twitter como herramienta de aprendizaje. Por ello, durante la impartición de la unidad didáctica esta red social será una herramienta para la comunicación tanto fuera como dentro del aula. Para facilitar la comunicación fuera del aula los miembros del grupo base establecido abrirán una conversación de mensajes instantáneos privados en Twitter y podrán utilizar esa conversación para comunicarse en cualquier instante y lugar de manera privada.

Además, se abrirán una serie de hashtag para poder seguir el hilo de las conversaciones elaboradas en dicha red. Se dispondrá de un hasta general, por ejemplo #derivadas1X, con el cual se recogerán los resúmenes ganadores de los temas realizados. Asimismo, cada apartado de los contenidos dispondrá de un hashtag específico para recopilar las aportaciones que se vayan haciendo sobre ese tema en concreto. El nombre del hashtag se pondrá a disposición del alumnado al

inicio de cada sesión. Para la elaboración de los resúmenes mencionados se propone lo siguiente:

Cada grupo base elaborará un breve resumen después de impartir cada apartado de teoría y uno de los miembros lo publicará en Twitter con el hashtag del apartado al que pertenece. A continuación el resto de compañeros deberá leer todos los resúmenes disponibles y retweetear el más completo y preciso en su opinión. De esta manera el tweet que más se retweetee será el ganador y encargado de realizar el resumen inicial de la clase. Al mismo tiempo el docente volverá a escribir el tweet ganador seguido del hashtag general con el objetivo de recopilarlos todos juntos.

El alumnado dispondrá de su propia cuenta de Twitter en la que puede recopilar los tweets que crea de interés para él aparte de los resúmenes elaborados en el hashtag general. En principio los discentes conocen la red social, pero se reservará la primera sesión para dar una breve explicación sobre cómo se utiliza y cuáles son sus funciones.

En general la estructura de la clase será la siguiente:

Los primeros minutos de la clase se dedicarán para realizar un breve resumen de lo explicado en la clase anterior donde el alumnado expondrá las dudas que le hayan podido surgir. Siempre que sea posible esta breve introducción será realizada por un discente correspondiente al grupo ganador del mejor Tweet resumen. A continuación, en el caso de que hubiera ejercicios o problemas para corregir se dispondría a corregirlos. Para ello, el docente anotará la respuesta en la pizarra y si algún estudiante no ha sabido hacerlo o no ha obtenido la respuesta correcta un compañero que lo sepa desarrollará la actividad en la pizarra resolviendo las dudas que hayan podido surgir al resto de la clase.

En la segunda parte de la sesión, se dispondrá a impartir las explicaciones teóricas. En estas explicaciones se intentará captar la atención de los discentes haciéndoles participar. Después, se realizarán algunos ejercicios donde se trabajen los contenidos explicados. Estas actividades, por lo general, se trabajarán individualmente con la ayuda del grupo base para después corregirlos entre todos los miembros del grupo y contrastarlo con el resultado expresado por el docente. En el caso de que no obtengan el resultado correcto, algún miembro de otro grupo que lo sepa o, en caso excepcional, el docente, se dispondrá a explicarlo. Al final de la explicación se les concederán varios minutos para elaborar el resumen grupal de la clase que lo publicarán en Twitter.

Por último, se propondrán las tareas a realizar en casa, estas tareas pueden ser actividades similares a las realizadas en clase, la resolución de alguna cuestión o

preparar el temario del siguiente día. Estas tareas las publicará el docente en Twitter seguido del hashtag #deribadas1Xdeberes por si a algún discente se le olvida.

Asimismo, el docente si lo desea podrá publicar varios acertijos en la red social Twitter para motivar a los estudiantes en el estudio de la unidad didáctica, su resolución será voluntaria y únicamente servirá para ganar puntos positivos. Al publicar el acertijo se abrirá un debate entre el alumnado y el docente publicará la respuesta al cabo de una semana.

En el tiempo que el alumnado realiza las actividades el docente deberá pasearse por el aula observando cómo trabaja el alumnado y cerciorarse de que los conceptos están claros. Si es necesario se volverá a explicar el temario en grupos pequeños de manera que se pueda obtener una atención más individualizada. Además, podrá anotar la actitud que observa para después evaluarlos en el diario de observación.

Para seguir el temario se utilizará un libro de texto o los apuntes elaborados por el docente. Esta cuestión será elegida por el profesorado al inicio del curso. Un ejemplo de libro de texto puede ser el libro de ANAYA (Cólera y García, 2016). En estos libros o apuntes se encontrará toda la parte teórica de la unidad didáctica y estará a disposición del alumnado. Asimismo, se utilizarán los apuntes de clase del docente y hojas con actividades de refuerzo, complementarias y ampliación para complementar toda la información necesaria. Todos estos documentos estarán disponibles en la plataforma virtual del centro, como por ejemplo moodle. La realización de las actividades complementarias, de ampliación o de refuerzo no es obligatoria, si los estudiantes lo desean pueden resolverlos y entregarlos al docente. Únicamente servirán para anotar puntos positivos o ayudar en el estudio.

Para concluir, como bien indica esta técnica de aprendizaje cooperativo utilizada, al final del temario se realizará un examen individual donde los discentes deberán demostrar que dominan los conceptos impartidos. Por otro lado, se realizará una encuesta en la cual el alumnado deberá evaluar la impartición del temario.

3.2.3. Recursos

Los recursos son el conjunto de todos los medios que se emplean para elaborar y llevar a cabo la unidad didáctica. Estos recursos pueden ser materiales, humanos y espaciales y serán los siguientes:

Materiales:

- Libro de texto² o apuntes del docente como fuente base

² Por ejemplo, el libro ANAYA (Cólera y García, 2016)

- Hojas de ejercicios elaborados por el profesorado tanto de refuerzo como de ampliación o complementarias
- Cuaderno para realizar en él las actividades propuestas y los apuntes recopilados en clase
- Calculadora para realizar los cálculos necesarios
- Ordenador, iPad o Tablet
- Conexión a internet wifi
- Plataforma o aula virtual³
- Aplicaciones: Twitter, Drive, Youtube, GeoGebra⁴, Socrative y kahoot!

Humanos

Los agentes protagonistas del proceso de enseñanza aprendizaje: El docente y el alumnado.

Espacial

El aula habitual del grupo.

3.2.4. Actividades y temporalización

A continuación se realizará el desglose de cada sesión necesaria para la consecución de los objetivos de la unidad. La unidad didáctica se ha dividido en 12 sesiones de duración de una hora. No obstante, el ritmo de clase podrá alterar esa previsión temporal de forma que sean necesarias sesiones extra, se dispone de dos horas de reserva para poder utilizarlas en caso de que se precise más tiempo para adaptarse a la clase. Por lo tanto se trata de una planificación flexible que puede ser modificado a la hora de impartirlo.

En todas las sesiones se utilizarán los primeros siete recursos mencionados en el apartado de recursos además de la aplicación Twitter.

SESIÓN 1

- *Objetivos*

- Estudiar el uso del Twitter como una herramienta de aprendizaje.
- Realizar un resumen sobre la organización y estructuración de la unidad didáctica.
- Conocer las ideas previas del alumnado sobre el temario.
- Hallar e interpretar la tasa de variación media.

³ Por ejemplo, Moodle

⁴ Puede ser cualquier otro programa matemático que esté a disposición de la escuela

- **Desarrollo**

Se comenzará la clase con una breve explicación sobre lo que es Twitter y cómo se utiliza. Para ello, se podrá utilizar el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=puaXV1xdS6O>

Asimismo, también se explicará cuál será su función durante la unidad didáctica y como se organizará y estructurará la unidad didáctica. A continuación se realizarán los grupos y se asignarán los roles. Para ello se dispondrán de los primeros 30 minutos de la clase.

A continuación se realizará un breve debate en gran grupo en la cual el alumnado debe responder a la pregunta:

¿Qué entendemos por tasa de variación, recta tangente o derivada?

Se asignará un rol de moderador en el aula y un secretario que anote las ideas que vayan surgiendo para poder contrastar esas concepciones con las que se adquieran al finalizar el temario. Para ello se dispondrá aproximadamente de 10 minutos.

Después se repartirá un ejercicio que deberán resolver por grupos para conocer los conceptos correspondientes a la tasa de variación y la tasa de variación media. El ejercicio será el siguiente:

Tabla 3
Actividad de la primera sesión

ACTIVIDAD: Tasa de variación

Marta y José han decidido hacer una escapada romántica a Granada este fin de semana. Como no han ido nunca se han guiado por un GPS. El GPS les marca la distancia que han recorrido y el tiempo que han tardado en llegar, desde que han salido hasta que han llegado a su destino. El siguiente gráfico muestra la relación entre la distancia y el tiempo mencionados.

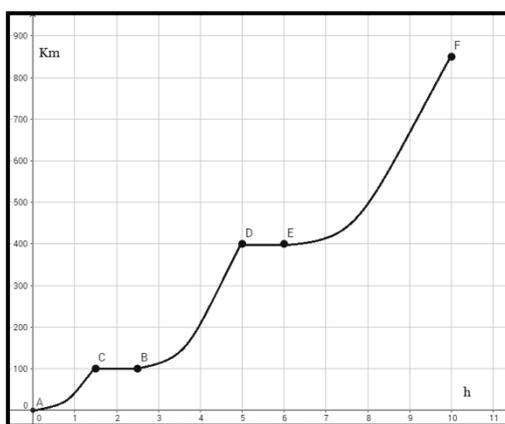


Figura 1. Relación entre el tiempo y la distancia.
Fuente: Elaboración propia con GeoGebra

- a) ¿Cuánta distancia han recorrido en total? ¿Cuánto tiempo han tardado?
- b) ¿Cuál es la velocidad media de todo el trayecto?
- c) ¿Han parado en algún momento? ¿La velocidad es la misma todo el rato?
- d) ¿Cuál es la velocidad media en la primera hora y media? Y ¿entre las 6 horas y las 10 horas?

Fuente: Elaboración propia

A finalizar el ejercicio el docente lo corregirá añadiendo una breve explicación sobre la tasa de variación y su interpretación geométrica. Para finalizar formulará una pregunta para que mediten sobre el temario que se impartirá en la próxima sesión. La pregunta planteada por el docente será la siguiente:

José y Marta creen que tendrán que pagar una multa por exceso de velocidad, ¿es posible? ¿Qué puedes hacer para saberlo?

Asimismo se les concederán los últimos minutos para realizar el resumen del temario de la sesión para publicarlo en Twitter.

- **Recursos**

- Youtube

SESIÓN 2

- **Objetivos**

- Hallar e interpretar la tasa de variación instantánea en un intervalo.
- Conocer e interpretar el concepto de derivada de una función en un punto gráfica y analíticamente.
- Conocer la historia respecto a al descubrimiento del concepto de derivada.

- **Desarrollo**

Esta sesión seguirá la metodología habitual. Para explicar la tasa de variación instantánea y la función derivada de un punto tanto gráfica como analíticamente se partirá de la cuestión planteada en la sesión anterior. Después se realizarán ejercicios similares a los que se encuentran en la tabla 4. Una vez corregidos los ejercicios con la metodología grupal y concedido los minutos para realizar el resumen, comenzará una actividad grupal basada en la técnica de rompecabezas del aprendizaje cooperativo. El objetivo de esta actividad será conocer la evolución histórica de la derivada. La actividad se encuentra en la siguiente tabla, tabla 4.

Tabla 4
Actividades de la sesión 2

ACTIVIDADES DESPUÉS DE LA EXPLICACIÓN TEÓRICA

1. Calcula la derivada de $f(x) = 4x - x^3$ en los puntos 4 y -1 de abscisa
2. Calcula la derivada de $f(x) = \frac{2}{x-6}$ en los puntos 1 y -2 de abscisa.

ACTIVIDAD: EVOLUCIÓN HISTÓRICA

Objetivos

- Conocer la historia respecto a al descubrimiento del concepto de derivada.
- Conocer la utilidad de la derivada en la vida cotidiana

Desarrollo de la actividad

El cálculo diferencial no es un concepto común del que conozcamos su existencia desde la niñez. Por lo tanto es interesante que descubramos su evolución histórica y su utilidad. Por ello, en grupos se responderán a varias cuestiones.

El coordinador del grupo dividirá las preguntas a responder entre los miembros. Una vez realizada la división de tareas se unirán todos los integrantes de diferentes grupos que tengan que dar respuesta a la misma pregunta. De manera que se crearán nuevos grupos que tengan un objetivo mutuo, esto es, responder a una de las preguntas.

Estos nuevos grupos recopilarán toda la información necesaria para responder a la pregunta y dispondrán de 10 minutos para hacerlo.

Una vez que consensuado la respuesta en el grupo, el grupo inicial se volverá a unir y cada miembro deberá explicar al resto de sus compañeros la cuestión que se le ha asignado. Se dispondrá de 10 minutos para ello.

A continuación cada uno deberá elaborar un pequeño informe en casa dando respuesta a las cuestiones planteadas basándose en las explicaciones de sus compañeros.

El informe se guardará en formato pdf y se subirá a drive. Una vez este en drive se publicará el enlace en Twitter seguido de *#derivadas1Xhistoria* de manera que todos los compañeros puedan acceder al documento.

Los Tweets se publicarán a la misma hora, para evitar plagios. La hora en principio será a las 21 horas.

Cuestiones

¿Qué les impulso a buscar las derivadas? ¿Porque tenían tanto interés en ellas?

¿Quién o quienes descubrieron las derivadas? ¿Cuándo fue?

¿Qué se diferencia existe en las notaciones de las derivadas de Leibniz y Newton?

¿Para qué se utilizan las derivadas?

Recursos

- Conexión a internet
- Aparato electrónico con conexión a internet
- Aplicaciones: Twitter y Drive

Fuente: Elaboración propia y adaptación del libro ANAYA (Cólera y García, 2016)

- **Recursos**

- Drive

SESIÓN 3

- **Objetivos**

- Conocer e interpretar el concepto de derivada de una función.
- Diferenciar entre derivadas locales y globales.
- Aplicar el concepto de derivada para el cálculo de recta tangente y normal.

- **Desarrollo**

Esta sesión seguirá la metodología habitual. Después de cada explicación teórica se realizarán un par de ejercicios similares a los que se encuentran en la tabla 5.

Después de explicar el concepto de derivada de una función se planteará la siguiente pregunta para debatirlo en grupo grande:

*¿Cuál es la diferencia entre derivada local y global analíticamente? Y
¿Geométricamente?*

De esta manera se podrá cerciorar de que el alumnado diferencia bien entre derivada global y local. Después cada grupo base en solitario propondrá un ejemplo. A continuación, el docente elegirá un grupo para que exponga su ejemplo y lo explique para todo el grupo. Al final de la sesión se mandarían ejercicios para casa parecidos a los disponibles en la siguiente tabla, la tabla 5.

Tabla 5
Actividades de la sesión 3

ACTIVIDADES DESPUÉS DE LA EXPLICACIÓN TEÓRICA

Derivada de una función

1. Halla la derivada de la función $f(x) = \frac{2}{x-6}$ y comprueba que en los puntos 1 y -2 obtienes los mismo valores que en los ejercicios realizados en el apartado anterior.

- Halla la derivada de la función $f(x) = 4x - x^3$ y comprueba que en los puntos 4 y -1 obtienes los mismo valores que en los ejercicios realizados en el apartado anterior.

Recta tangente

- Calcula la recta tangente de la función $f(x) = x^2 - 5x$ en el punto de abscisa 1.
- Calcula la recta tangente de la función $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$ en el punto de abscisa -1
- Sea $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + 1$. Hallar el punto P de la función para que la recta al gráfico de f en ese punto sea $y = 2x + 3$

ACTIVIDADES PARA CASA

- Los kilómetros recorridos por un coche se calculan mediante la siguiente función $f(x) = 10t + \frac{1}{2}t^2$ donde t son las horas pasadas. Calcula la velocidad y la aceleración del coche. ¿En qué instante sobrepasará la velocidad máxima?
- El perfil de una montaña es una parábola que se describe de la siguiente forma.

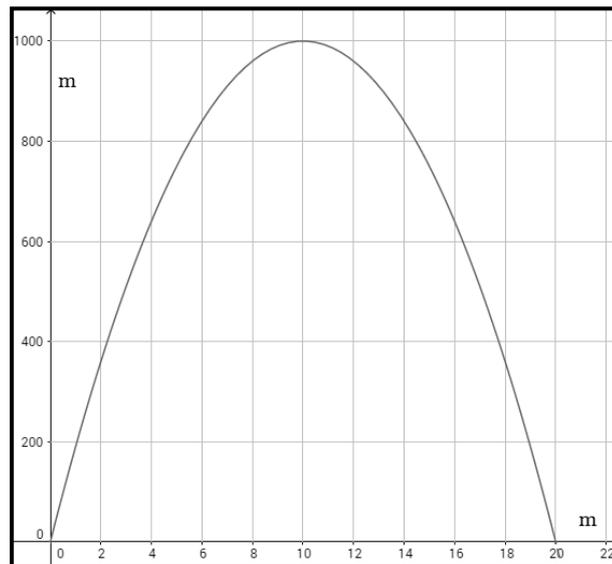


Figura 2 . El perfil de la montaña para la sesión 3
Fuente: Elaboración propia a partir del programa GeoGebra

Calcula la recta tangente de la curva en los puntos $x=0$, $x=-1$ y $x=3$ y represéntalos junto a la curva de la montaña.

Cuestión para pensar respecto a la recta tangente (se responderá en la sesión 8):

¿Qué información nos puede aportar la recta las rectas tangentes calculadas?

Fuente: Elaboración propia y adaptación del libro ANAYA(Cólera y García, 2016)

SESIÓN 4, 5 y 6

- *Objetivos*

Conocer las reglas de derivación y aplicarlas para hallar la función derivada de otra con funciones elementales y complejas simples y compuestas.

- *Desarrollo*

Estas tres sesiones se desarrollarán de una manera similar siguiendo la metodología habitual. En ellas se enseñarán las reglas de derivación evitando en la medida de lo posible que los discentes memoricen fórmulas de derivación. En el caso de las funciones sencillas se deberá incidir en las demostraciones si es posible. Se empezará con las derivadas simples de funciones elementales y complejas. Después, se enseñarán las derivadas con operaciones de funciones. Para finalizar se adentrarán en las derivadas de funciones compuestas valiéndose de la regla de la cadena. Se les repartirá una hoja con todas las reglas de derivación la cual está disponible en el anexo V. Asimismo, en el anexo IV se encuentran algunos ejercicios posibles para realizar en clase en estas tres sesiones. Como se ha mencionado en el marco teórico los discentes tienen dificultades para diferenciar la derivación de un producto y la regla de la cadena por ello se pondrá especial énfasis en ello. Asimismo, también se enfatizará en los tipos de variables, dependientes e independientes, y sus derivadas.

SESIÓN 7

- *Objetivos*

Repasar todas las reglas de derivación.

- *Desarrollo*

En esta sesión se realizará un repaso de todas las reglas de derivación. Al finalizar con la sección de resolución de dudas del inicio de la clase, los discentes por grupos base se unirán para elaborar una hoja de problemas y ejercicios en los cuales se deban utilizar las reglas de derivación. Exactamente deberán inventarse dos problemas y 4 funciones para derivar y dispondrán de 15 minutos. A continuación se dividirán en grupos formales formados al azar y se repartirá una hoja a cada grupo. Una vez asignado los roles, se dividirán las tareas y deberán dar respuesta a las actividades de la hoja. Cuando todos terminen su parte de la tarea lo unirán y repasarán antes de entregar el informe con las respuestas. Para ello dispondrán de 30 minutos. Este informe se entregará a otro grupo que será el responsable de corregirlo y devolvérselo al grupo correspondiente. En las hojas se deberá anotar con claridad la razón de todas las correcciones realizadas.

Para concluir con la sesión se volverá a plantear la cuestión de la sesión 3, la cual también se realizará mediante Twitter, para recordar que se responderá en la siguiente sesión.

SESIÓN 8

- **Objetivos**

- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de una función mediante la derivada.
- Calcular los puntos notables de una función con la derivación.
- Realizar estudio de la función mediante la derivación para representarlo gráficamente.

- **Desarrollo**

Esta sesión seguirá la metodología habitual. Para explicar los conceptos se partirá de la cuestión planteada en la sesión tres. Después de cada explicación teórica se realizarán un par de ejercicios parecidos a los planteados en la tabla de las actividades de la octava sesión. Al final de la sesión se mandarían los ejercicios para casa similares a los disponibles en la tabla mencionada.

Tabla 6
Actividades de la sesión 8

ACTIVIDADES DESPUÉS DE LA EXPLICACIÓN TEÓRICA
Puntos notables y decrecimiento y decrecimiento de una función
<p>1. Obtén los puntos singulares de las siguientes funciones</p> <p>a. $f(x) = 3x^3 - 2x + 5$</p> <p>b. $f(x) = x^3 - 12x$</p> <p>c. $f(x) = \frac{3x+1}{2}$</p> <p>Observa los resultados obtenidos y di cada una de las funciones cuando es creciente y decreciente.</p>
Estudio de una función
<p>1. Representa las siguientes funciones polinómicas:</p> <p>a. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$</p> <p>b. $f(x) = x^4 + 4x^3$</p> <p>2. Representa las siguientes funciones racionales:</p> <p>a. $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 11}{x + 1}$</p> <p>b. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$</p>

ACTIVIDADES PARA CASA

1. Representa las siguientes funciones:
 - a. $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-2x}$
 - b. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
2. Determina los valores de a, b y c para que la función $y = ax^2 + bx + c$ tenga un punto notable en (1,1) y pase por (0, 2)
3. Una empresa de coches ha calculado la función de los beneficios que obtiene al mes, siendo x la cantidad de coches que vende la función $B(x) = \frac{4x}{x^2+144}$ indica los beneficios.
 - a. ¿Cuántos coches tiene que vender al mes para obtener el beneficio máximo? ¿Cuál es ese beneficio?
 - b. ¿Perderá dinero la empresa en algún momento?

Fuente: Elaboración propia y adaptación del libro ANAYA(Cólera y García, 2016)

SESIÓN 9

- **Objetivos**

- Dominar la representación sistemática de funciones elementales mediante las herramientas básicas del análisis.
- Utilizar el software matemático adecuado para realizar representaciones gráficas de las funciones.

- **Desarrollo**

Al principio de la sesión al igual que siempre se corregirán los ejercicios y se hará un resumen. A continuación, en esta sesión se realizarán grupos formales para la elaboración de una tarea. La tarea se elaborará mediante la metodología CO-OP CO-OP o grupo de investigación. Se realizará un pequeño debate al inicio de la clase para la elección de varias funciones racionales. Una vez se elijan todas las necesarias, se distribuirán en grupos y deberán hacer su representación gráfica realizando el estudio pertinente. Para llevar adelante la actividad se deberán dividir las siguientes tareas:

- Cálculo de asíntotas horizontales u oblicuas
- Cálculo de asíntotas verticales
- Estudio del crecimiento
- Encontrar los puntos notables

Una vez que cada miembro termine con la tarea correspondiente se unirán los resultados para hacer la representación gráfica entre todos. Asimismo, deberán utilizar un programa matemático para realizar la representación y comprobar los resultados. Al final de la clase deberán exponerlo al resto de los compañeros explicando el procedimiento llevado a cabo. Además, deberán entregar un informe con los resultados obtenidos manualmente y mediante el programa matemático.

- **Recursos**

-Programa matemático

SESIÓN 10

- **Objetivos**

Realizar un repaso general del tema con el cuál el docente podrá observar si los estudiantes han entendido todos los conceptos impartidos

- **Desarrollo**

Para está sesión se preparará una lista de preguntas mediante la aplicación socrative o kahoot! según las características del aula. Los discentes deberán acceder a esta plataforma e introducir el código correspondiente al test. Dispondrán de toda la sesión para responder a las 10 preguntas planteadas y preguntar dudas. Se dispone de una lista de preguntas posibles en la siguiente tabla. Al principio de la sesión al igual que siempre se hará un resumen y se resolverán dudas.

Tabla 7
Test de preguntas de las sesión 10

TEST DE SOCRATIVE/KAHOOT!
1. ¿Cuál es la tasa de variación media de la función $y=-x^2+5x-3$ en el intervalo $[1,2]$? Y la tasa de variación instantánea en $x=1$?
a) TVM=0; TVI=3
b) TVM=2; TVI=2
c) TVM=2; TVI=3
d) TVM=2; TVI=1
2. Sea $f(x)=\cos x$, ¿cuál es el valor de su derivada en $x=\pi$?
a)1
b)1/2
c)0
d)-1
3. ¿Cuál es la derivada de $f(x) = \ln(\cos x) \cdot \cos x$

a) $f'(x) = -2 \operatorname{sen} x \cdot [\ln(\operatorname{cos} x) + 1]$

b) $f'(x) = \operatorname{sen} x \cdot [-\ln(\operatorname{cos} x) + 1]$

c) $f'(x) = -\operatorname{sen} x \cdot [\ln(\operatorname{cos} x) + 1]$

d) $f'(x) = -\operatorname{sen} x \cdot [\ln(\operatorname{cos} x) - 1]$

4. ¿Cuál es la derivada de $f(x) = \sqrt{\operatorname{arcsen}(x^2 - 1)}$?

a) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{\operatorname{arcsen}(x^2-1)} \cdot \sqrt{x^2(2-x^2)}}$

b) $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{\operatorname{arcsen}(x^2-1)} \cdot \sqrt{x^2(2-x^2)}}$

c) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{\operatorname{arcsen}(x^2-1)} \cdot \sqrt{(1-x^2)}}$

d) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{\operatorname{arcsen}(x^2-1)}}$

5. ¿Cuál es la derivada de $f(x) = \left(\frac{x^3}{x-3}\right)^3$?

a) $f'(x) = \frac{3x^8(2x-9)}{(x-3)^4}$

b) $f'(x) = \frac{x^8(2x-9)}{(x-3)^4}$

c) $f'(x) = \frac{3x^8(2x-3)}{(x-3)^4}$

d) $f'(x) = \frac{3x^8(2x-9)}{(x-3)^2}$

6. Calcula las ecuaciones de las rectas tangentes de $f(x)=x^3+3x$ que sean paralelas a $6x-y+5=0$.

a) $y=6x-5$; $y=6x+5$

b) $y=6x-8$; $y=6x+8$

c) $y=6x+4$; $y=6x-4$

d) $y=x-8$; $y=6x+8$

7. ¿Dónde tiene los puntos notables la siguiente función? ¿Cuándo es creciente?

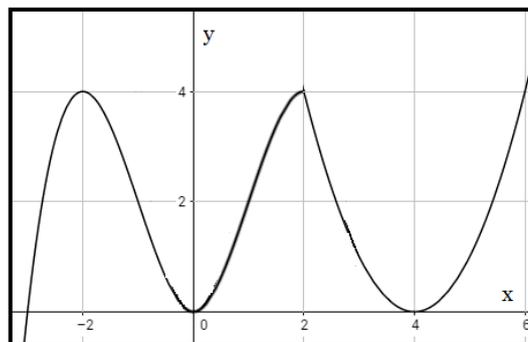


Figura 3. Gráfica de la sesión 10
Fuente: Elaboración propia a partir de GeoGebra

8. Halla los puntos notables de la función $f(x) = \frac{x}{(x+5)^2}$

- a) Máximo en (5, 1/20)
- b) Mínimo en (5, 1/20)
- c) Máximo en (5, 1/20) y mínimo en (-5, -1/20)
- d) (5, 0.05)

9. Halla los valores de a, b y c de la función $y=ax^2+bx+c$ sabiendo que pasa por el punto (0,5) y tiene una recta tangente horizontal en $x=2$.

- a) $a=1$; $b=0$; $c=-1$
- b) $a=2$; $b=-8$; $c=4$
- c) $a=2$; $b=8$; $c=5$
- d) $a=2$; $b=-8$; $c=5$

10. La distancia recorrida por un objeto en metros viene dado por $d=5t+4.9t^2$ donde t es el tiempo dado en segundos. ¿Cuál es la velocidad del objeto?

¿Su aceleración?

Fuente: Elaboración propia

- **Recursos**

- Socrative/Kahoot!

SESIÓN 11

- **Objetivos**

Relacionar las derivadas con la vida real utilizando los conceptos estudiados en un problema real.

- **Desarrollo**

Al principio de la sesión al igual que siempre se hará un resumen y se resolverán dudas. En la siguiente sesión se trabajará con un problema que contextualiza las derivadas en una aplicación real. Para abordar con la actividad se crearán nuevos grupos informales. Al final de la clase se recogerá un documento en papel con los ejercicios resueltos y deberán exponer brevemente delante de la clase los resultados obtenidos. La actividad será la siguiente:

Tabla 8
Actividad de la sesión 11

ACTIVIDAD: MONTAÑA RUSA

Los dueños de Port Aventura quieren construir una nueva atracción que consistirá en una atracción que deba pasar por dos picos. La finalidad de esta nueva

construcción es sobrepasar el límite de la montaña rusa más alta del mundo, por lo que uno de los picos más alto deberá sobrepasar esas medidas. El primer pico será menor que el segundo, esto es, el perfil de la montaña rusa se asemejará al siguiente:

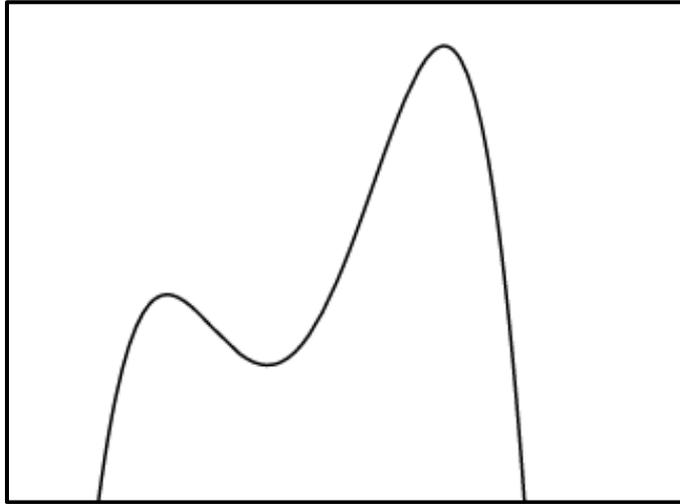


Figura 4. Gráfica de la sesión 11.

Fuente: Elaboración propia a partir del programa Geogebra

Se deberá buscar una expresión algebraica del perfil de la atracción teniendo en cuenta los siguientes datos:

- El perfil de la montaña se modeliza con una función polinómica de grado cuatro como la que se visualiza en la imagen y la persona.
- El pico más pequeño se sitúa a 1 kilómetro de distancia desde el inicio y su altura será de 91 metros de diferencia desde el inicio.
- El pico más grande tiene una altura 40 metros mayor que la montaña rusa más alta del mundo.
- La entrada de la atracción se sitúa a 127 metros por debajo de la referencia de la atracción y 3 kilómetros a la izquierda alejado de esa misma referencia. (El punto de referencia es el origen de coordenadas)

Asimismo se deberá dibujar el perfil realizando el estudio pertinente y comprobarlo mediante un programa matemático. Una vez dibujado, deberá responder a las siguientes preguntas mediante su interpretación.

- ¿Cuáles son los máximos y mínimos absolutos de la montaña? Y ¿los relativos?
- ¿En qué punto de la montaña alcanzará la atracción la velocidad máxima? Razona la respuesta ¿Podrías calcular dicha velocidad sabiendo que el tiempo transcurrido desde el pico más alto hasta el final es de 5 segundos? Si es así calcúlalo

3. ¿Crees que se podrá construir la atracción? Razona la respuesta

Se deberá elaborar un informe respondiendo a las cuestiones planteadas de manera razonada. El informe se guardará en formato pdf y se subirá a drive. Una vez este en drive uno de los compañeros del grupo publicará el enlace en Twitter seguido de *#derivadas1Xmontaña*.

Ayuda: Para resolver las cuestiones se puede utilizar cualquier programa matemático que se tenga disponible. No hace falta resolver los sistemas a mano

Fuente: Elaboración propia con ayuda de Geogebra

SESIÓN 12

- **Objetivos**

Demostrar que se dominan los conceptos impartidos en clase

- **Desarrollo**

Los discentes deberán realizar el examen individual. Se dispone de un ejemplo en la siguiente tabla:

Tabla 9

Examen individual de la sesión 12

EXAMEN INDIVIDUAL

Todos los cálculos realizados deberán estar razonados

1. Utilizando la definición de la derivada, calcula la función derivada de la función $f(x) = 5x^2 - x + 4$. ¿Cuál es la recta tangente en el punto $x=1$? (2 puntos)
2. Halla las derivadas de las siguientes funciones:(2puntos)
 - a. $f(x) = \sqrt{\ln(x^3 + 2x^2 + 5)}$
 - b. $f(x) = (x^2 + 5x) \cdot e^{-2x-1}$
3. Haz un estudio completo de la función $f(x) = \frac{x^2}{x-5}$ y represéntala gráficamente.(2 puntos)
4. Halla los valores de a y b para que la función $f(x) = ax^3 + bx$ tenga un punto notable en el punto (1,2).(2puntos)
5. Se desea crear unos barriles para almacenar agua con una capacidad de 150 dm³. ¿Cuáles tienen que ser sus dimensiones(radio y altura) para que la superficie utilizada sea la mínima? (Punto extra)

Fuente: Elaboración propia

A continuación se relacionarán las sesiones con los objetivos, competencias e indicadores de logro mencionados:

Tabla 10

Secuenciación de contenidos con sus objetivos, indicadores de logro y competencias

Sesión	Objetivos	Contenidos	Indicadores de logro	de Competencias
1	O1, O2, O3, O4	1.1	7.1, 7.2, 7.5,	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C9
2	O1, O2, O3, O4, O5	1.2, 1.3, 1.4	7.1, 7.2, 7.5,	C1, C2, C3, C4 C5, C6, C7, C9
3	O1, O2, O3, O5, O6,O7	1.5, 3.1	7.1, 7.2, 7.5,	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C9
4	O2, O8	2	7.2, 7.6	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C9
5	O2, O8	2	7.2, 7.6	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C9
6	O2, O8	2	7.2, 7.6	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C9
7	O2, O8	2	7.2, 7.6	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9
8	O1, O2, O3, O8, O9, O10, O11	3.2, 3.3, 3.4	7.1, 7.2, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C9, C11
9	O1, O2, O3, O8, O9, O10,O11,O12	3.2, 3.3, 3.4, 4	7.1, 7.2, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C9, C11
10	Todos	Todos	Todos	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C8 ,C9
11	Todos	Todos	Todos	C1, C2, C3, ,C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10
12	Todos	Todos	Todos	C1, C2, C3, C5, C7, C9
Los objetivos correspondientes al aprendizaje cooperativo y Twitter (O13-O19) se trabajarán en todas las sesiones.				

Fuente: Elaboración propia

3.2.5. Procedimiento e instrumentos de evaluación

Evaluación del alumnado

La evaluación de la unidad didáctica se divide en tres tipos de evaluación cada una se evalúa con diferentes instrumentos y tiene un porcentaje diferentes. La nota mínima para aprobar será de 5 puntos, además, un requisito indispensable será obtener un 5 en el examen final. La evaluación es la siguiente:

Tabla 11
Evaluación del alumnado con instrumentos y porcentajes

Instrumentos de evaluación		Porcentaje
<i>Evaluación inicial</i>		
Debate y actividad de la sesión 1		0 %
<i>Evaluación continua</i>		
Actitud y participación en clase		10%
Resúmenes diarios y Twitter		10%
Tareas (Sesiones: 2,3,7,9,10,11)	Exposiciones	5%
	Trabajo individual	5%
	Trabajo grupal	5%
	Informes	15%
<i>Evaluación final</i>		
Examen		Individual: 40 % (mínimo un 5)
		Grupal: 10 %

Fuente: Elaboración propia

El objetivo de proponer esta evaluación recae en motivar a los discentes a involucrarse en el temario y realizar las tareas. Asimismo, otro propósito es fomentar la cooperación entre el alumnado.

El 50% de la nota recae en la evaluación continua. Dentro de este porcentaje el 10% es la actitud que muestra el estudiante en clase. Se tendrán en cuenta la participación en clase, actitud hacia la asignatura, la implicación en las actividades planteadas y en el grupo, la convivencia, el compañerismo y el comportamiento tanto individual como grupal. Es decir, se valorará el trabajo diario realizado, para ello el docente se apoyará en un diario de observación formado por fichas de observación realizadas en distintos momentos, se puede encontrar un ejemplo de una ficha en el anexo VI. Para calificar la nota final se valdrá de la siguiente rúbrica:

Tabla 12
Rúbrica para evaluar la actitud en clase

RÚBRICA 1: ACTITUD EN CLASE				
Criterios	4	3	2	1
Implicación	El discente muestra mucho interés por la asignatura.	El discente muestra interés por la asignatura.	El discente muestra interés por la asignatura ocasionalmente.	El discente no muestra interés por la asignatura.
Convivencia	La actitud del discente es excelente propicia el buen clima del aula.	La actitud del discente es buena ayuda a crear un buen clima en el aula.	La actitud del discente es neutra no interviene en el clima del aula.	La actitud del discente es perjudicial rompe el buen clima del aula.
Compañerismo	El discente es un apoyo para los compañeros en todo momento	El discente es un apoyo para los compañeros en todo momento	El discente es un apoyo para los compañeros en todo momento	El discente es un apoyo para los compañeros en todo momento
Actitud hacia el temario	El discente muestra mucho interés por el temario y lo respeta	El discente muestra interés por el temario y lo respeta ocasionalmente	El discente no muestra interés por el temario pero lo respeta	El discente no muestra ni interés ni respeto por el temario

Fuente: Elaboración propia

Otro 10% de la nota recae en los resúmenes diarios realizados en Twitter además del uso de la red social y la competencia digital. Para calificarlo se valdrá de una rúbrica parecida a la que se muestra a continuación:

Tabla 13
Rúbrica para evaluar Twitter y los resúmenes

RÚBRICA 2: TWITTER Y LOS RESUMENES				
Criterios	4	3	2	1
Coherencia, cohesión y adecuación	El resumen elaborado se entiende con facilidad, es claro y preciso y consta de coherencia cohesión y adecuación.	El resumen elaborado se entiende, consta de coherencia y cohesión y adecuación. Nos es preciso y claro.	El resumen elaborado no se entiende con facilidad, la coherencia, la cohesión y la adecuación no son apropiados.	El resumen elaborado no se entiende, no es claro y no consta de adecuación, coherencia y cohesión.
Contenido	El resumen recoge toda la información necesaria y es creativo.	El resumen recoge casi toda la información necesaria pero no es novedoso.	El resumen no recoge toda la información necesaria falta información importante.	El resumen no recoge nada de lo comentado en clase.
Entrega diaria	El resumen se ha entregado todos los días y también se han valorado el resto de resúmenes	Se han entregado la mayoría de los resúmenes y valoraciones	Rara vez se han entregado de los resúmenes y valoraciones	Se han entregado muy pocos resúmenes y valoraciones.
Trabajo en equipo	Los resúmenes se han elaborado en grupo cerciorándose de que todos entendían los conceptos	Los resúmenes se han elaborado en grupo pero no todos los miembros entendían los conceptos	Los resúmenes se elaboraban solo con algunos miembros del grupo	Los resúmenes no se han elaborado en grupo.
Uso de Twitter	Usa la red social con soltura sin ayuda de nadie. Conoce todas sus utilidades y las aplica.	Usa la red social con soltura. Conoce sus utilidades pero no sabe aplicarlas	Usa la red social con soltura pero con ayuda externa. No conoce sus utilidades.	No sabe utilizar la red social Twitter ni con ayuda externa.
Uso de la TIC	Usa las TIC con soltura sin ayuda de nadie. Conoce todas sus utilidades y las aplica.	Usa las TIC con soltura. Conoce sus utilidades pero no sabe aplicarlas	Usa las TIC con soltura pero con ayuda externa. No conoce sus utilidades.	No sabe utilizar las TIC ni con ayuda externa.

Fuente: Elaboración propia

El 30% restante recae en las tareas grupales realizadas en clase. Para calificar cada trabajo se utilizarán los porcentajes presentes en la tabla 7. Después, se realizará la

media de todos los trabajos para añadirlo a la calificación final. En las tareas que no se realice exposición el porcentaje recaerá en el trabajo en grupo (10%) o las correcciones realizadas como en el caso de la actividad de la sesión 7.

En la evaluación final se tendrá en cuenta el examen de la sesión 12. El 40% de la nota será la obtenida en el examen. El resto será la media de las todas las notas obtenidas en el grupo base, de manera que los miembros del grupo se impliquen para que todos entiendan el temario y elaboren buenos apuntes, tal y como la técnica de aprendizaje cooperativo utilizado implica.

Además, las actividades complementarias, de ampliación y de refuerzo entregadas voluntariamente servirán para subir la calificación final. Asimismo, las correcciones de tareas para casa y los resúmenes del inicio de la clase servirán para subir la nota de actitud o la nota grupal del examen.

En cuanto a las rúbricas se utilizarán las elaboradas por el centro que estarán disponibles en la plataforma virtual para discentes y docentes.

Evaluación de la Unidad Didáctica y el docente

Con el objetivo de realizar la autoevaluación de la práctica docente, se recogerá información útil sobre el desarrollo de las diferentes sesiones mediante la hoja de autoevaluación, un ejemplo de esta hoja está disponible en el anexo VI. A partir de ella, se abrirá un período de reflexión y autocrítica sobre la secuenciación, temporización, recursos utilizados y evaluación planteados que conduzca a la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje y al desarrollo de la comunidad educativa.

También se planteará una encuesta de opinión a los discentes para recabar su punto de vista. A partir de las fortalezas y debilidades de cada uno de los discentes, se podrán seleccionar métodos de instrucción más apropiados y enseñar de forma efectiva y eficiente. Un ejemplo de la encuesta se encuentra disponible en la siguiente tabla:

Tabla 14
Encuesta para saber la opinión de los discentes

ENCUESTA DE OPINIÓN

La encuesta que os muestro a continuación tiene como objetivo conocer el grado de satisfacción con la impartición de la unidad didáctica para mejorar en el futuro. Su elaboración es de carácter anónimo y confidencial por lo que rogamos que se haga de la manera más objetiva posible. Gracias.

1. Las clases eran demasiado pesadas
2. Las instrucciones eran claras y comprensibles, ya que nos ayudaron a entender los conceptos.
3. La cantidad de conceptos impartidos al día era apropiado ya que daba tiempo para comprender e integrar los nuevos conceptos.
4. Los conceptos se explicaron demasiado rápido.
5. Las dudas se han respondido de manera adecuada y comprensible
6. El docente era accesible y cercano a la hora de preguntar.
7. Las actividades realizadas en eran útiles y adecuados para entender los conceptos
8. El número de actividades y problemas realizados en clase era apropiado.
9. El examen coincidía con lo impartido en clase
10. Los enunciados del examen eran claros.
11. La manera de corregir el examen era apropiada
12. Estoy de acuerdo con los resultados obtenidos en el examen y en la unidad.
13. La actitud del docente era apropiada actuando con corrección, respeto y cortesía.

¿Qué te ha gustado?

¿Qué cambiarías?

Comentario adicional con el fin de mejorar en el futuro

Fuente: Elaboración propia

4. Conclusiones

Tras un largo trabajo se ha logrado elaborar una unidad didáctica innovadora que satisface los objetivos marcados al inicio del documento. El aprendizaje cooperativo y la red social Twitter han sido la base de la propuesta didáctica. La finalidad de la unidad didáctica es aumentar el rendimiento de los estudiantes y ayudar en la comprensión del concepto de derivada.

El objetivo principal del trabajo era elaborar y presentar una propuesta didáctica para la enseñanza de las derivadas en primero de bachillerato basada en el aprendizaje cooperativo y el uso de la red social Twitter como herramienta didáctica. Con el fin de alcanzar el objetivo principal se plantearon propósitos secundarios.

En primer objetivo hacía referencia al conocimiento de las características y ventajas del aprendizaje cooperativo. Mediante un estudio bibliográfico de autores relevantes en el tema expuesto se ha podido averiguar cuáles son las características necesarias para que un grupo trabaje conjuntamente para alcanzar unos objetivos mutuos. Asimismo, se ha observado cuales son las principales ventajas que aporta esta metodología en el proceso de enseñanza aprendizaje tales como la motivación del alumnado o la fomentación de la socialización. Además, se han dado a conocer las dificultades que presenta el aprendizaje cooperativo como lo son la dispersión de la responsabilidad o el tiempo y el espacio.

En segundo lugar se pretendía estudiar y analizar la utilidad de la metodología mencionada en la rama de las matemáticas. El aprendizaje cooperativo favorece la adquisición de competencias. Por lo tanto se trata de una metodología de gran utilidad en la educación actual ya que su finalidad principal el logro de estas competencias. En el trabajo se han mencionado las técnicas más útiles para esta rama de la educación las cuales han sido aplicadas posteriormente en la propuesta de intervención. Mediante esta investigación se ha comprobado que la metodología puede facilitar la comprensión de conceptos abstractos ya que la comunicación entre compañeros ayuda a afrontar las dificultades que puedan surgir.

El tercero perseguía la intención de listar las dificultades más comunes que los estudiantes encuentran a la hora de aprender los conceptos de derivación. Para ello, se ha realizado un estudio bibliográfico de autores que han trabajado con la comprensión del análisis. Se ha comprobado que las dificultades son de diferente índole pero que no todo está en manos del alumnado dado que la manera de impartir y explicar los conceptos repercute mucho en la comprensión de los mismos.

En cuarto lugar, se buscaba aprender a usar el Twitter como una herramienta de aprendizaje. Para ello, se ha llevado a cabo un análisis de los trabajos realizados por

otros autores en este ámbito. En conclusión se ha comprobado que las redes sociales favorecen el rendimiento de la clase si se forma a los discentes debidamente para su uso como herramienta didáctica. Asimismo, se han dado a conocer las ventajas y aplicaciones que ofrece Twitter para la educación.

Por último, otro propósito era conocer y estudiar la legislación vigente en la comunidad Autónoma Vasca ya que existen discrepancias con el establecido a nivel nacional. Se ha cumplido el objetivo dando a conocer las diferencias y similitudes existentes entre estas dos leyes para después realizar una propuesta de intervención basada en las pautas marcadas por la LOMCE y Heziberri.

En conclusión, mencionar como se ha observado que todos los propósitos secundarios planteados se han logrado satisfactoriamente. De manera que el objetivo principal queda alcanzado igualmente.

5. Limitaciones y prospectiva

5.1. Limitaciones

A continuación se muestran las limitaciones de la propuesta de intervención elaborada. En primer lugar mencionar que la implementación de la unidad didáctica no ha sido posible por lo que las limitaciones mencionadas se basan en un análisis teórico realizado. Las limitaciones encontradas para la elaboración son las siguientes:

- En primer lugar, con el objetivo de disminuir los dificultades y problemas acarreados por los estudiantes en la comprensión de los conceptos, la unidad didáctica planteada se ha basada en diferentes investigaciones realizados por expertos externos. Por lo tanto para impartirlo en un centro concreto se deberían adaptar a las características propias del centro y del aula en concreto dado que las dificultades surgidas pueden variar. Asimismo, la unidad didáctica está elaborada para un grupo de discentes sin grandes dificultades ni necesidades especiales educativas. Por lo cual, se debería adaptar en el caso de que existiese un discente con tales características.
- En segundo lugar, el tiempo lectivo establecido por la ley en bachillerato para la impartición de todos los conceptos es escaso por lo que dudosamente se podría dedicar todas las sesiones mencionadas para trabajar únicamente el concepto derivada. Además, teniendo en cuenta que forma parte del temario de la última evaluación el tiempo sería más escaso aun. Ya que se iría arrastrando la falta de tiempo acumulada desde el principio de curso.
- El espacio para trabajar es otra de las limitaciones aparentes. Para trabajar mediante el aprendizaje cooperativo se precisa de espacio suficiente para disponer al alumnado en grupos y no siempre los permiten las instalaciones de la escuela.
- En cuarto lugar, mencionar la necesidad de disponer de conexión a internet en el aula para todos los estudiantes y de un equipo informático para proyectarlo.
- En quinto lugar, al trabajar con una red social pública se debe tener en cuenta la ley de protección de menores ya que se debe autorizar la exposición de la información de un discente menor de 18 años. Asimismo, el consentimiento de los padres para trabajar en una red social como lo es Twitter.

- En sexto lugar, la formación de los docentes, para poder implantar la unidad didáctica es necesario que los docentes estén debidamente formados tanto en el aprendizaje cooperativo como en el uso de las redes sociales como Twitter como herramienta del proceso de enseñanza aprendizaje.

Por último, mencionar que al no haberse llevado a cabo la unidad didáctica y no disponer de resultados no se puede saber con rigurosidad si su aplicación puede ser efectiva y eficaz. De manera que no se pueden plantear cuáles son las dificultades que pueden surgir en los estudiantes.

5.2. Prospectiva

Teniendo en cuenta las limitaciones mencionadas, las futuras líneas de investigación y trabajo que se abren son las siguientes:

- La impartición de la unidad didáctica en un aula para disponer de unos resultados concretos y verdaderos. De esta manera se podrían detectar sus errores y mejorarlo para el futuro. Además, de su eficacia y efectividad.
- Una vez este mejorado, se podría ampliar y adaptarlo para aulas de diferentes características. Asimismo, para un alumnado de necesidades educativas especiales. Como hemos visto hoy en día la legislación admite discentes de estas características en el aula, por lo que sería de especial interés poder adaptarlo para ello.
- La ampliación de la unidad didáctica a otros cursos como lo es el segundo de bachillerato. En el caso de que se trate de una unidad efectiva sería de gran ayuda para aplicarlo en el tema de las derivadas de segundo de bachillerato además de en los cursos de la modalidad de ciencias sociales.
- Aplicar la metodología a otras ramas de la matemática, esto es, aplicarlo durante todo el curso como una metodología común a todo el temario con la finalidad de fomentar la adquisición de competencias de una forma innovadora.
- Estudiar la posibilidad de trabajar con otro tipo de redes sociales además del Twitter para ver qué tipo de red social es la más adecuada para utilizar como herramienta de aprendizaje.

6. Referencias bibliográficas

- Aronson, E. (2014). Jigsaw classroom. Recuperado de <https://www.jigsaw.org/>
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gomez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática*, pp. 97–140. Mexico: Grupo Editorial Iberoamericana. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf#page=105>
- BOE. Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo Básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial Del Estado, 3, de 3 de enero de 2015.
- BOPV. Decreto 127/2016, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo del Bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco.
- Cólera, J., y García, R. (2016). *Matemáticas I, 1º de Bachillerato*. (Anaya, Ed.).
- Delgado, B. (2009). *Psicología del desarrollo: desde la infancia a la vejez* (Vol. 2). Madrid: MCGraw Hill.
- Departamento de Educación (2016). Plan Heziberri 2020. Recuperado de <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-hezi2020/es/>
- Departamento de Educación Política Lingüística y Cultura del Gobierno Vasco. (2016) Currículo del Bachillerato (Currículo de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016). Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/heziberri_2020/es_2_proyec/adjuntos/Curriculum_completo_bachiller.pdf
- Dolores, C. (2000). El futuro del cálculo infinitesimal. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. In *Capítulo V: ICME-8 Sevilla, España Cantoral, R. (coordinador)*, pp. 155–181. Grupo Editorial Iberoamérica. México D. F. Recuperado de <http://cimate.uagro.mx/pub/Crisologo/ArticuloICME8.pdf>
- Domingo, J. (2008). El aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Trabajo Social*, 21, 231–246. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2756952>
- Fernandez, A. (2013). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en ESO y Bachillerato . Análisis de un caso práctico .* Universidad Internacional De La Rioja. Recuperado de http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1808/2013_04_09_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Firouzian, S. S. (2013). Students' Way of Thinking about Derivative and Its

- Correlation to their Ways of Solving Applied Problems. In K. S., H. R. G., & M. K. & Oehrtman (Eds.), *Proceedings of the 16th Annual conference on research in undergraduate mathematics Education*, pp. 492–497. Brown. Recuperado de <http://sigmaa.maa.org/rume/RUME16Volume2.pdf>
- García, J. L. y García, R. (2012). Aprender entre iguales con herramientas web 2.0 y Twitter en la universidad. análisis de un caso. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 40, 1–14.
- Garrigos-Simón, F. J., Oltra Gutiérrez, J. V., Narangajavana, Y. y Estellés Miguel, S. (2016). Ventajas y usos de Twitter, como herramienta de mejora de la educación universitaria. In *Libro de Actas IN-RED 2016 - II Congreso Nacional de Innovación Educativa y de Docencia en Red*. <https://doi.org/10.4995/INRED2016.2016.4416>
- Gavilán, P. (2002). Repercusión del aprendizaje cooperativo sobre el rendimiento y desarrollo personal y social de los estudiantes. *Revista de Ciencias de La Educación*, 192, 505–521. Recuperado de http://www.icceiberaula.es/images/stories/Ciencias/192_6.pdf
- Guzmán-Duque, A. P., Moral-Pérez, M. E. del y González-Ladrón de Guevara, F. (2012). Usos de Twitter en las universidades iberoamericanas. *RELATEC: Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 11(1), 27–39. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4162456.pdf>
- Haro, J. (2010). *Redes sociales en Educación*. Madrid: Anaya.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Recuperado de http://www.goethe.edu.ar/users/refoko/refo/Veranst2010/Johnson_1.pdf
- León, B., Felipe, E., Iglesias, D. y Latas, C. (2011). El aprendizaje cooperativo en la formación inicial del profesorado de Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 354, 715–729. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3418191>
- Martínez Sola, E. (2014). *Matemáticas cooperativas en Irún. Propuesta de Unidad Diáctica de 1º de ESO con el método Jigsaw*. Universidad Internacional De La Rioja. Recuperado de http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2748/martinez_sola.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- OCDE. (2016). Pisa 2015 Resultados Clave, 1–15. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en>
- Ossiansson, E. (2010). Facebook friendship as educational practice. In *Cutting-edge*

- social media approaches to bussiness education*, pp. 175–201. USA: IAP.
- Palacios, G., Coll, C. y Marchesi, A. (2014). Desarrollo psicológico y educación: 2. Psicología de la Educación escolar (2nd ed.). Madrid: Larousse-Alianza Editorial.
- Ponce, I. (2012). Redes Sociales. Recuperado de <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/en/internet/web-20/1043-redes-sociales?start=5>
- Pons, R. M., González-Herrero, M. E. y Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de Psicología*, 24(2), 253–261.
- Pujolàs, P. (2009). Aprendizaje Cooperativo Y Educación Inclusiva: Una Forma Práctica De Aprender Juntos Alumnos Diferentes. In *VI Jornadas de cooperación educativa con Iberoamérica sobre educación especial e inclusión educativa*, pp. 15–93. Guatemala: OREALC. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dms-static/f4d240d3-55ad-474f-abd7-dca54643c925/2009-ponencia-jornadas-antiguas-pere-pdf.pdf>
- Quesada, V. E. (2014). Fortalezas y debilidades de Facebook y Twitter como entornos educativos en el contexto del curso EIF-203 Estructuras Discretas para Informática en la Universidad Nacional de Costa Rica. *Revista Científica*, 2, 17–31.
- Sánchez-Matamoros, G., García, M. y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 11(2), 267–296.
- Servicio De Innovación Educativa de la universidad Politécnica de Madrid. (2008). Aprendizaje cooperativo. Recuperado de http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_coop.pdf
- Slavin, R. (1999). *Aprendizaje cooperativo: Teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires: Aique.
- Suarez, C. (2010). Aprendizaje cooperativo e interacción asíncrona textual en contextos educativos virtuales. *Revista de Medios Y Educación*, 36, 53–67.
- Twitter. (2016). Twitter. Recuperado de <http://twitter.com/>

Anexo I: Complementación de los elementos del currículo

Competencias

Las competencias de Heziberri 2020 describen lo siguiente atendiendo al Decreto 127/2016 de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo del bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco (pp. 11-13):

- *Competencia para la comunicación verbal, no verbal y digital:* Utilizar de forma complementaria la comunicación verbal, la no verbal y la digital para comunicarse de una manera eficaz y adecuada en situaciones personales, sociales y académicas.
- *Competencia para aprender a aprender y para pensar:* Adquirir hábitos de estudio y de trabajo, estrategias de aprendizaje, del pensamiento riguroso, y de transferencia de lo aprendido a otros contextos y situaciones. Aprender a organizar de forma autónoma el propio aprendizaje.
- *Competencia para convivir:* Participar con criterios de reciprocidad en las distintas situaciones interpersonales, grupales y comunitarias, reconociendo en la otra persona los mismos derechos y deberes que se reconocen para uno mismo, para contribuir tanto al bien personal como al bien común.
- *Competencia para la iniciativa y el espíritu emprendedor:* Mostrar iniciativa gestionando el proceso emprendedor con resolución, eficacia y respeto de los principios éticos en los distintos contextos y situaciones personales, sociales, académicas y laborales, para poder transformar las ideas en actos
- *Competencia para aprender a ser:* Reflexionar sobre los propios sentimientos, pensamientos y acciones que se producen en los distintos ámbitos y situaciones de la vida, reforzándolos o ajustándolos, de acuerdo con la valoración sobre los mismos, para así orientarse, mediante la mejora continua, hacia la autorrealización de la persona en todas sus dimensiones.
- *Competencia en comunicación lingüística y literaria:* Utilizar textos orales y escritos, en euskera, castellano y en una o más lenguas extranjeras, para comunicarse de forma adecuada, eficaz y respetuosa con la diversidad lingüística, en situaciones propias de diferentes ámbitos de la vida. Igualmente, desarrollar una educación literaria que ayude a conocerse mejor a uno mismo y al mundo que le rodea.

- *Competencia matemática:* Aplicar el conocimiento matemático para interpretar, describir, explicar y dar respuestas a problemas relacionados con las necesidades de la vida, utilizando modos de pensamiento, representación y herramientas propias del área.
- *Competencia científica:* Emplear el conocimiento y la metodología científica de forma coherente, pertinente y correcta en la interpretación de los sistemas y fenómenos naturales así como de las aplicaciones científico-tecnológicas más relevantes en diferentes contextos, para comprender la realidad desde la evidencia científica y tomar decisiones responsables en todos los ámbitos y situaciones de la vida.
- *Competencia tecnológica:* Desarrollar y utilizar con criterio productos o sistemas tecnológicos aplicando, de manera metódica y eficaz, saberes técnicos y de otras ramas para comprender y resolver situaciones de interés u ofrecer nuevos productos y servicios, comunicando los resultados a fin de continuar con procesos de mejora o de toma responsable de decisiones.
- *Competencia social y cívica:* Comprenderse a sí mismo, al grupo del que es miembro y al mundo en el que vive, mediante la adquisición, interpretación crítica y utilización de los conocimientos de las ciencias sociales; así como del empleo de metodologías y procedimientos propios de las mismas, para actuar autónomamente desde la responsabilidad como ciudadano en situaciones habituales de la vida; con el fin de colaborar al desarrollo de una sociedad plenamente democrática, solidaria e inclusiva.
- *Competencia artística:* Comprender y valorar críticamente diferentes manifestaciones culturales y artísticas, en distintos contextos temporales y de uso, para tener conciencia de la importancia que los factores estéticos tienen en la vida de las personas y de las sociedades. Asimismo conocer los diferentes lenguajes artísticos y utilizar sus códigos en la producción de mensajes artísticos como forma de expresarse y comunicarse con iniciativa, imaginación y creatividad.
- *Competencia motriz:* Expresar adecuadamente ideas, valores, sentimientos, emociones a través de un comportamiento motor autónomo, saludable y creativo en los distintos ámbitos, contextos y actividades de la vida, incluyendo las actividades físicas y deportivas e igualmente interpretar y valorar las expresiones de otros y otras.

Contenidos comunes

Los contenidos comunes establecidos por el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016 son(DCPLC, 2016, pp. 231-233):

A. Relacionados con las competencias básicas transversales:

- Identificación, obtención, almacenamiento y recuperación de información.
- Evaluación de la idoneidad de las fuentes de información y de la misma información
- Comprensión (comparar, clasificar, secuenciar, analizar y sintetizar), memorización y expresión (describir, definir, resumir, exponer...) de la información
- Valoración y expresión de la información (argumentar, justificar...)
- Creación, elección y expresión de las ideas.
- Planificación y análisis de la viabilidad de las ideas, tareas y proyectos.
- Ejecución de lo planificado y, en su caso, ajuste.
- Evaluación de lo planificado y realizado y desarrollo de propuestas de mejora.
- Comunicación del resultado alcanzado.
- Desarrollo de las relaciones y comunicación interpersonal (empatía y asertividad).
- Colaboración y cooperación en las tareas de aprendizaje en grupo.
- Respeto a los derechos humanos y a las convenciones sociales.
- Gestión de conflictos.
- Autorregulación de la dimensión corporal.
- Autorregulación de las emociones.
- Autorregulación del estilo cognitivo.
- Autorregulación del comportamiento moral.
- Autorregulación de la motivación y fuerza de voluntad.

B. Contenidos comunes a todos los bloques de esta materia

- Resolución de problemas e investigaciones
 - o Métodos generales para resolver problemas

- Práctica de los proceso de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
 - Estrategias heurísticas: Elección de una notación adecuada, particularización, inducción, generalización, estudio de casos límite,...
 - Razonamiento y comunicación: razonamiento inductivo y deductivo, por analogía. Elaboración de conjeturas y su justificación. Uso del lenguaje matemático –gráfico, simbólico, algebraico- para argumentar y justificar conjeturas o conclusiones.
 - Expresión verbal del procedimiento seguido en la resolución de los problemas.
 - Justificación del proceso y comprobación de las soluciones.
 - Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.
 - Realizar demostraciones planteadas a partir de problemas.
 - Realización de investigaciones matemáticas sencillas sobre números, medidas, geometría, azar, etc.
 - Resolver problemas de contenidos sencillos de Matemática Discreta (grafos, diagrama de árbol, números, etc.)
 - Iniciación a la demostración en Matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.
- Tecnologías de la información y comunicación
- La recogida ordenada y la organización de datos;
 - La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
 - Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
 - El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;
 - La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidas;
 - Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

- Actitudes
 - Valoración de la importancia del lenguaje matemático para describir, analizar y predecir fenómenos propios de las diferentes ciencias.
 - Confianza en las propias capacidades y disposición favorable para utilizar métodos matemáticos con perseverancia y flexibilidad.
 - Revisión sistemática de procesos y resultados, valorando la utilidad de dichos procesos y contextualizando los resultados.
 - Valoración del trabajo en equipo para abordar de forma eficaz situaciones complejas, respetando planteamientos ajenos.

Criterios de evaluación e indicadores de logro o indicadores de logro del bloque I

Los criterios de evaluación e indicadores de logro establecidos por el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016 son (DCPLC, 2016, pp. 239-240):

9. Abordar y resolver problemas de la vida real y pequeñas investigaciones científicas, organizando y codificando informaciones, elaborando hipótesis, seleccionando estrategias y utilizando tanto las herramientas como los modos de argumentación propios de las matemáticas.
 - 9.1. Selecciona las variables fundamentales desechando las irrelevantes para el estudio del fenómeno, organizando y codificando adecuadamente la información.
 - 9.2. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.
 - 9.3. Generaliza y demuestra propiedades en contextos matemáticos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.
 - 9.4. Asume hipótesis y elabora conjeturas plausibles y las comprueba o las rechaza.
 - 9.5. . Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).
 - 9.6. Utiliza estrategias heurísticas apropiadas para resolver problemas.

- 9.7. Utiliza razonamientos, argumentos, justificaciones y explicaciones de manera coherente.
 - 9.8. Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver o propiedad o teorema a demostrar, tanto en la búsqueda de resultados como para la mejora de la eficacia en la comunicación de las ideas matemáticas.
 - 9.9. Contextualiza y revisa los resultados obtenidos.
 - 9.10. Conoce y aplica diferentes métodos de demostración matemática (inducción, deducción, reducción al absurdo), aplicándolos a contextos concretos
 - 9.11. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.
10. Valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como curiosidad, perseverancia y confianza en las propias capacidades, orden o revisión sistemática. Asimismo integrarse en el trabajo en grupo, respetando y valorando las opiniones ajenas como fuente de aprendizaje y colaborando en el logro de un objetivo común.
 - 10.1. Reconoce la importancia del dominio de los conceptos y procedimientos matemáticos como herramienta que facilita la solución de problemas cotidianos y escolares.
 - 10.2. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y los comparte para su discusión o difusión.
 - 10.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.
 - 10.4. Consulta las fuentes de información adecuadas a la situación a resolver.
 - 10.5. Muestra interés y perseverancia en el trabajo.
 - 10.6. Presenta con orden, claridad y limpieza los resultados.
 - 10.7. Justifica y expone, con el rigor acorde a su nivel, procesos y resultados. Colabora en el reparto de tareas para el trabajo en grupo y cumple los compromisos adquiridos o acordados.

- 10.8. Plantea alternativas y valora el proceso de discusión e intercambio de opiniones en el grupo como oportunidad de mejora.

Los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables establecidos por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato son (p. 417):

1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
 - 1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
 - 2.1. Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).
 - 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.
 - 2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.
 - 2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas
 - 2.5. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas.
3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
 - 3.1. Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.
 - 3.2. Reflexiona sobre el proceso de demostración (estructura, método, lenguaje y símbolos, pasos clave, etc.).
8. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.
 - 8.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.

- 8.2. conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.
 - 8.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.
 - 8.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.
 - 8.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.
10. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al que hacer matemático.
 - 10.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc.
 - 10.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.
 - 10.3. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados encontrados; etc.
 11. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.
 - 11.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.
 12. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
 - 12.1. Reflexiona sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.
 13. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante

simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.

- 13.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.
- 13.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.
- 13.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.
- 13.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.

Objetivos de etapa

Los objetivos de etapa establecidos por el Currículo del Bachillerato de carácter orientador que completa el Anexo II del Decreto 127/2016 son (DCPLC, 2016, p. 227)

1. Plantear y resolver, problemas acerca de las propias matemáticas o de otras ciencias, formulando hipótesis, eligiendo y utilizando diferentes estrategias, razonando el proceso de resolución, interpretando y justificando los resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder actuar de manera más eficiente ante los retos que plantea la sociedad actual
2. Utilizar racionalmente los recursos aportados por las tecnologías actuales de la información y de la comunicación (calculadores, ordenadores, software específico, etc.), eligiendo los más adecuados en cada situación para obtener y procesar la información, además de realizar los cálculos con la precisión y rapidez requeridos, facilitando la comprensión de fenómenos dinámicos o de manejo de gran cantidad de datos, para su aplicación a la resolución de problemas.
3. Aplicar un discurso racional como método para elaborar juicios y tomar decisiones ante situaciones problemáticas, justificando procedimientos, encadenando correctamente los argumentos, aportando rigor a los razonamientos propios y analizando críticamente los de los demás y mostrando, a su vez, una actitud flexible, abierta y crítica.

4. Analizar y valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura humana, tanto desde un punto de vista histórico como por su papel en la sociedad actual, utilizando estrategias científico-matemáticas para formarse una opinión propia sobre los problemas actuales y defenderla razonadamente ante los demás mostrando actitudes de tolerancia y respeto, para contribuir así a la formación personal y al enriquecimiento cultural
5. Utilizar de manera autónoma y creativa, las herramientas propias del lenguaje y la expresión matemática (números, expresiones algebraicas, gráficos, funciones, figuras, símbolos más usuales, etc.) comprendiendo y manejando términos, notaciones y representaciones matemáticas, para explicitar el propio pensamiento de manera clara y coherente.
6. Relacionar y aplicar las matemáticas con situaciones reales del entorno, reconociendo aspectos de ella que pueden ser tratados mediante modelos teóricos, utilizando contenidos numéricos, algebraicos, lógicos, geométricos, gráficos o derivados del tratamiento de la información para abordar y resolver las diversas situaciones problema.
7. Integrar los conocimientos y modos propios de la actividad matemática como la exploración sistemática de alternativas, precisión en el lenguaje, flexibilidad y perseverancia, en el conjunto de conocimientos que se van adquiriendo desde las distintas materias, para resolver problemas de forma creativa, analítica y crítica
8. Adquirir y utilizar actitudes propias de la actividad matemática y de la investigación científica como la valoración del lenguaje matemático, la comprobación, contraste de datos, análisis crítico de argumentaciones, revisión sistemática de procesos y resultados o la valoración del trabajo en equipo para incorporarlas como forma necesaria y habitual de trabajo.

Anexo II: Roles que se pueden adoptar en un grupo de trabajo cooperativo

En los grupos creados para trabajar basándose en el aprendizaje cooperativo es muy importante asignar un rol a cada miembro del grupo. Algunos de los roles que se pueden adoptar atendiendo a su función están disponibles en la tabla 6. (Johnson et al., 1999)

Tabla 15
Roles posibles atendiendo a la función

Función	Roles
Ayudan a la conformación del grupo.	Supervisor de tono de voz, ruido o turnos
Ayudan al funcionamiento del grupo.	<ul style="list-style-type: none"> -Encargado de explicar ideas o procedimientos, llevar un registro, fomentar la participación, ofrecer apoyo o aclarar/parafrasear -Observador -Orientador
Ayudan a los discentes a formular lo que saben e integrarlo con lo que están aprendiendo.	<ul style="list-style-type: none"> -Compendiador o sintetizador -Corrector -Encargado de verificar la comprensión -Investigador/mensajero -Analista -Generador de respuestas
Ayudan a incentivar el pensamiento de los discentes y mejorar su razonamiento.	<ul style="list-style-type: none"> -Crítico de ideas -Encargado de buscar fundamentos, diferenciar o ampliar -Inquisidor -Productor de opciones -Verificador de la realidad -Integrador

Fuente: Adaptada de Johnson, Johnson y Holubec (1999)

Anexo III: Aplicaciones de Twitter

A continuación se muestran algunas aplicaciones de Twitter que pueden ser útiles a la hora de trabajar con dicha red social en la educación (Twitter, 2016):

- Bit.ly, una aplicación que permite acortar las direcciones de las páginas web para poder publicarlas en los 140 caracteres. Se puede encontrar la aplicación e información más detallada en <https://bitly.com/>
- Twitpic, Twaud.io y File social para almacenar imágenes, audios o archivos para poder compartirlos a través de Twitter.
- Hootsuits, la aplicación que permite monitorizar la actividad de varias cuentas. Se puede encontrar la aplicación e información más detallada en <https://hootsuite.com/es/>
- Twitterfall.com permite seguir varios hashtag de diferentes temas a la vez diferenciándolos con colores. Se puede encontrar la aplicación e información más detallada en <https://twitterfall.com/>
- Hashtracking.com permite seguir un hashtag. Se puede encontrar la aplicación e información más detallada en <https://www.hashtracking.com/>
- Twtpoll, es una aplicación que posibilita hacer encuestas. Se puede encontrar la aplicación e información más detallada en <https://www.twtpoll.com/>
- Twuffer para programar mensajes para ser enviados en un día y hora concreto. Se puede encontrar la aplicación e información más detallada en <https://twuffer.com/>

Anexo IV: Algunos ejercicios de las sesiones

A continuación se muestran algunos ejercicios para elaborar en las sesiones 4,5 y 6.

SESION 4

Derivar las siguientes funciones:

- a) $f(x) = 2x^3$
- b) $f(x) = 3x^4 + 7$
- c) $f(x) = x^2 + x + 6$
- d) $f(x) = \sqrt{2} x^5$
- e) $f(x) = \frac{-2}{x^4}$
- f) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 6x - 2$
- g) $f(x) = \sqrt[6]{x}$
- h) $f(x) = \frac{5}{x-3}$
- i) $f(x) = \frac{1}{x+3}$
- j) $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$
- k) $f(x) = 3x^3 - 3\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x^3} - 3$

SESION 5

Derivar las siguientes funciones:

- a) $f(x) = (x^2 + 2)(x^3 + 1)$
- b) $f(x) = (x^4 - 1)(x^2 + 1)$
- c) $f(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
- d) $f(x) = \frac{2}{5x^2-1}$
- e) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$
- f) $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$
- g) $f(x) = (1 - x)^2$
- h) $f(x) = (5x^2 - 3\sqrt{x})^5$
- i) $f(x) = \sqrt[5]{(2x^2 - 3x + 1)^3}$
- j) $f(x) = \frac{(2x-5)^7}{2x}$
- k) $f(x) = \tan^5 x^5$
- l) $f(x) = \sqrt{\sin^2 2x}$

SESIÓN 6

Derivar las siguientes funciones:

- a) $f(x) = e^{2x^2+3x+4}$
- b) $f(x) = \frac{2 \operatorname{sen}(x+1) \cdot \cos(x+1)}{3}$
- c) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$
- d) $f(x) = \frac{e^x}{x+x^2}$
- e) $f(x) = e^{-x}$
- f) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{\ln x}$
- g) $f(x) = \operatorname{arc} \cos(\ln x^2)$
- h) $f(x) = \ln(\operatorname{sen} x)$
- i) $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^2+x-1}} \right)^2$
- j) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
- k) $f(x) = \operatorname{tg}(4x-6)$
- l) $f(x) = \operatorname{sen} \sqrt{5x}$
- m) $f(x) = \ln(\cos 3x)$
- n) $f(x) = \frac{x^3-4x+1}{x+3}$
- o) $f(x) = \operatorname{sen}^2 x + \ln x$
- p) $f(x) = \operatorname{tg} x^2 + x$
- q) $f(x) = (\ln 2x)^2$
- r) $f(x) = \frac{x^2 - \cos x}{\operatorname{sen} x}$
- s) $f(x) = 2 \cdot (5x^2 + 3)^6$
- t) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2 \cdot e^x)$

Anexo V: Material disponible en la plataforma

HOJA DE ROLES

A la hora de asignar los roles de un grupo se deben saber cuáles son las responsabilidades que se deben cumplir, de manera que asignemos el rol adecuado a las características de la persona.

Antes de asignar cualquier rol anotar en un cuaderno las cualidades de cada miembro del grupo. Después, realizar una breve comparación con las responsabilidades de cada rol mencionadas más abajo. Una vez terminada la comparación se asignarán los roles y se rellenará el formulario de trabajo en equipo

Las responsabilidades de cada rol son las siguientes:

Secretario: Se encarga de:

- *Anotar* y recopilar todas las ideas, respuestas, síntesis y autoevaluaciones que van surgiendo en el grupo.
- *Comprobar* que todos anoten la tarea y que traigan la tarea hecha
- *Recordar* las tareas pendientes y compromisos grupales e individuales

Coordinador/orientador: Conoce claramente la tarea que se debe realizar se encarga de:

- *Coordinar* al grupo repartiendo las tareas;
- *Dirigir*
- *Verificar* que el equipo asuma todas las responsabilidades
- *Animar* al grupo procurando que el interés por el trabajo se mantenga.

Supervisor /Moderador: se encarga de:

- *Supervisar* el nivel de ruido
- *Vigilar* que todo quede limpio y recogido
- *Custodiar* todo los materiales
- *Controlar* el tiempo
- *Analizar* las relaciones personales del grupo

Portavoz: Se comunica con la gente exterior del grupo en nombre del grupo en conjunto. Se encarga de:

- *Preguntar* las dudas del grupo al docente o resto de compañeros
- *Presentar* al resto de compañeros las tareas realizadas
- *Responder* a las preguntas del docente o el resto de compañeros

Tabla 16
Formulario de trabajo en equipo

FORMULARIO DE TRABAJO EN EQUIPO	
TAREA	
Tipo de trabajo:	
Nombre:	
Fecha de inicio :	
Fecha final:	
GRUPO	
Numero o nombre de grupo:	
Tipo de grupo:	
ROLES	
Secretario:	
Coordinador/orientador:	
Moderador/supervisor:	
Portavoz:	

Fuente: Elaboración propia

HOJA DE DERIVADAS

Tabla 17
Hoja de derivadas

SIMPLES		COMPUESTAS	
Función	Derivada	Función	Derivada
$y=k$	$y'=0$		
$y=x$	$y'=1$		
$y=x^n$	$y'=n x^{n-1}$	$y=(f(x))^n$	$y'=n (f(x))^{n-1} f'(x)$
$y=\sqrt{x}$	$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y=\sqrt{f(x)}$	$y'=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y=\sqrt[n]{x}$	$y'=\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y=\sqrt[n]{f(x)}$	$y'=\frac{f'(x)}{n\sqrt[n]{(f(x))^{n-1}}}$
$y=e^x$	$y'=e^x$	$y=e^{f(x)}$	$y'=e^{f(x)} \cdot f'(x)$
$y=a^x$	$y'=a^x \ln a$	$y=a^{f(x)}$	$y'=a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$
$y=\ln x$	$y'=\frac{1}{x}$	$y=\ln f(x)$	$y'=\frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$
$y=\log_a x$	$y'=\frac{1}{x} \log_a e$	$y=\log_a f(x)$	$y'=\frac{1}{f(x)} \log_a e \cdot f'(x)$
$y=\text{sen } x$	$y'=\text{cos } x$	$y=\text{sen } f(x)$	$y'=\text{cos } f(x) \cdot f'(x)$
$y=\text{cos } x$	$y'=-\text{sen } x$	$y=\text{cos } f(x)$	$y'=-\text{sen } f(x) \cdot f'(x)$
$y=\text{tg } x$	$y'=1+\text{tg}^2 x$ $\text{sec}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y=\text{tg } f(x)$	$y'=(1+\text{tg}^2 x) \cdot f'(x)$
$y = \text{arc sen } x$	$y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \text{arc sen } f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$y = \text{arc cos } x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \text{arc cos } f(x)$	$y' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$y = \text{arc tg } x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \text{arc tg } f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$
OPERACIONES CON FUNCIONES			
SUMA Y RESTA	$y=f(x)+g(x)$	$y'=f'(x)+g'(x)$	
PRODUCTO DE UN NUMERO	$y=k f(x)$	$y'=k \cdot f'(x)$	
PRODUCTO DE FUNCIONES	$y=f(x) g(x)$	$y'=f'(x) \cdot g(x)+f(x) \cdot g'(x)$	
COCIENTE	$y=\frac{f(x)}{g(x)}$	$y'=\frac{f'(x) \cdot g(x)-f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$	
COMPOSICION DE FUNCIONES	$y=g(f(x))$	$y'=g'(f(x)) \cdot f'(x)$	

Fuente: Elaboración propia

Anexo VI: Material de evaluación

FICHA DE OBSERVACIÓN

Tabla 18.

Ficha de observación del alumnado

FICHA DE OBSERVACIÓN		1	2	3	4
Nombre del alumno o alumna:					
Grado de desarrollo alcanzado:					
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conseguido satisfactoriamente. 2. Conseguido suficientemente. 3. Conseguido con dificultad. 4. No conseguido 					
ACTITUDES Y VALORES		1	2	3	4
IMPLICACIÓN	Realiza los deberes en casa.				
	Participa en clase				
	Sale a la pizarra voluntariamente				
	Pregunta dudas al docente en el aula.				
	Acepta las correcciones del docente e intenta mejorar				
	Trae el material necesario.				
CONVIVENCIA	Es puntual a la hora de entrar en clase.				
	Respeto el turno de palabra y al resto de compañeros				
	Está atento a las explicaciones del docente.				
	Sale a la pizarra cuando se le solicita				
	Trabaja de forma individual en el aula.				
	Es ordenado				
COMPAÑERISMO	Trabaja de forma coordinada con el grupo.				
	Colabora y coopera con sus compañeros durante el trabajo en grupo.				
	Ayuda a sus compañeros.				
MATERIA	Muestra interés y respeto hacia la materia				

Fuente: Elaboración propia

FICHA DE RECOGIDA DE DATOS DE LAS SESIONES

Tabla 19
Recogida de datos de las sesiones

RECOGIDA DE INFORMACIÓN DE SESIONES						
Sesión	Valoración de:					Propuesta de mejora
	Recursos	Actividades	Temporalización	Evolución del estudiante	Motivación del estudiante	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

Fuente: Elaboración propia