



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

**ENSEÑAR A MULTIPLICAR MEDIANTE
EL JUEGO Y EL APRENDIZAJE
COOPERATIVO**

Autor: Noemí Rodrigo Huete

Titulación: Grado Maestro de Primaria

Línea de investigación: Propuesta de una Unidad Didáctica

Director/a: María del Carmen Romero García

Categoría Tesouro: 1.1.8 Métodos Pedagógicos

Ciudad: Madrid

Fecha: 27-01-2017

Firmado por:

RESUMEN

En este trabajo se pretende mostrar la situación actual en la que se encuentran las matemáticas en nuestro sistema educativo. Además, se desarrollará una Unidad Didáctica en la que se van a realizar una serie de sugerencias, propuestas y actividades con el fin de mejorar el aprendizaje de la multiplicación en 3º de primaria. Se pretende principalmente que los alumnos puedan aplicar los nuevos conocimientos a situaciones y contextos de la vida cotidiana, favoreciendo un aprendizaje significativo. No nos vamos a centrar únicamente en los aspectos puramente conceptuales, se va hacer hincapié igualmente en los aspectos más cualitativos como la actitud del maestro o el ambiente favorable que se debe crear en el aula para lograr que los alumnos se sientan lo más cómodos y felices posible.

Las actividades propuestas en la Unidad Didáctica junto con las explicaciones teóricas y prácticas, han favorecido un aprendizaje cooperativo y un ambiente positivo y proactivo en el aula.

PALABRAS CLAVE

Multiplicar, Didáctica de las Matemáticas, Aprendizaje cooperativo, Juego.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	4
1.1. Justificación	4
1.2. Planteamiento del problema	5
1.3. Planteamiento metodológico	5
2. OBJETIVOS	5
3. MARCO TEÓRICO.....	6
3.1. Analizar la realidad educativa en el área de las matemáticas	6
3.2. Dificultades aprendizaje de la multiplicación	10
3.3. Aprendizaje de la multiplicación.....	12
3.4. Aprendizaje cooperativo	14
3.5. El juego como recurso didáctico	18
4. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROPUESTA	22
5. PROPUESTA UNIDAD DIDÁCTICA	23
5.1. OBJETIVOS Y COMPETENCIAS.....	23
5.2. Contenidos.	24
5.3. Metodología.....	25
5.4. Actividades.	27
5.5. Recursos: materiales y humanos.....	33
5.6. Cronograma.....	34
5.7. Diseño de la evaluación.....	38
5.8. Resultados obtenidos con los alumnos	40
6. CONCLUSIONES.....	41
7. CONSIDERACIONES FINALES	43
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	44

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Justificación

Debido a que las matemáticas constituyen una parte importante en el desarrollo integral del propio alumno y en la interacción con el medio, es de gran importancia abordar una metodología alternativa a la que se viene usando generalmente en las aulas.

Socialmente, y desde el propio entorno educativo, la asignatura de Matemáticas se percibe como una de las más difíciles, y la que presenta un mayor porcentaje de fracaso. Por lo que podemos decir que existe una necesidad real de cambio a la hora de abordar la asignatura en las aulas. Maestros y maestras deben partir de procesos que generen en los alumnos cierta curiosidad por los nuevos aprendizajes, además de hacerles conscientes de la relevancia de las Matemáticas en su día a día, logrando verdaderas experiencias de aprendizajes, significativas y duraderas para los alumnos (Maureen, 2012).

La tarea de enseñar matemáticas a través del juego no es un planteamiento novedoso. Desde hace décadas se viene demostrando la importancia que tiene el juego en la construcción de los diferentes aprendizajes, Polya (1944), afirma con respecto a la resolución problemas:

Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello (p. 5).

Aun así, hoy en día, en la mayoría de las aulas imperan metodologías monótonas y poco motivadoras, que conllevan la realización de problemas y ejercicios de manera mecánica, propiciando la falta de motivación e interés por la materia. Todo esto conlleva a que los profesores se tengan que enfrentar a alumnos un bajo nivel de atención ante las explicaciones teóricas y poco cercanas a la realidad.

Por tanto, para favorecer todo lo mencionado, es fundamental que el niño manipule y experimente con diversos objetos, y que descubra la funcionalidad de las matemáticas aprovechando las situaciones de juego para desarrollarlo. Además, un Aprendizaje cooperativo va a fomentar la inclusión e integración de cada uno de los alumnos a la vez que el aprendizaje va a ser motivante y significativo.

1.2. Planteamiento del problema

Dada la experiencia de la autora del trabajo en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y en la práctica educativa, se pretende desarrollar un planteamiento de trabajo que facilite el aprendizaje de la multiplicación. Se van a exponer una serie de actividades basadas principalmente en el juego y el aprendizaje cooperativo, con el objetivo principal de alcanzar un pensamiento lógico-matemático y un aprendizaje significativo. Esta metodología va a favorecer la interacción y la comunicación entre iguales permitiendo mejora en el aprendizaje y asimilación de la multiplicación y la resolución de problemas.

1.3. Planteamiento metodológico

En primer lugar, se va a realizar una revisión bibliográfica que nos permita profundizar en la didáctica de la multiplicación, el aprendizaje cooperativo y el juego, que se ha plasmado en el marco teórico del trabajo. Sobre estas bases se van a desarrollar una serie de recursos y actividades que se plasmaran en el desarrollo de una Unidad Didáctica. Se han utilizado tanto fuentes digitales (biblioteca Unir, revista online SUMA, Google Académico...) como fuentes tradicionales, principalmente tomo como referencia la obra "Cómo enseñar Matemáticas para aprender mejor" de Vicente Bermejo.

En base a la revisión bibliográfica realizada y la experiencia de la autora del trabajo, se van a diseñar una serie de actividades que favorezcan todo lo mencionado anteriormente.

2. OBJETIVOS

➤ Objetivo general.

Diseñar una Unidad Didáctica basada en el juego como recurso didáctico y en la metodología de aprendizaje cooperativo para la enseñanza de la multiplicación en 3º de Primaria.

➤ Objetivos específicos.

- Analizar la realidad educativa en el área de las matemáticas
- Estudiar las dificultades que presentan los alumnos a la hora de aprender a multiplicar.
- Conocer el proceso de aprendizaje infantil de la multiplicación.
- Estudiar la importancia del aprendizaje cooperativo dentro del currículo.
- Revisar los recursos más adecuados para la enseñanza de la multiplicación.

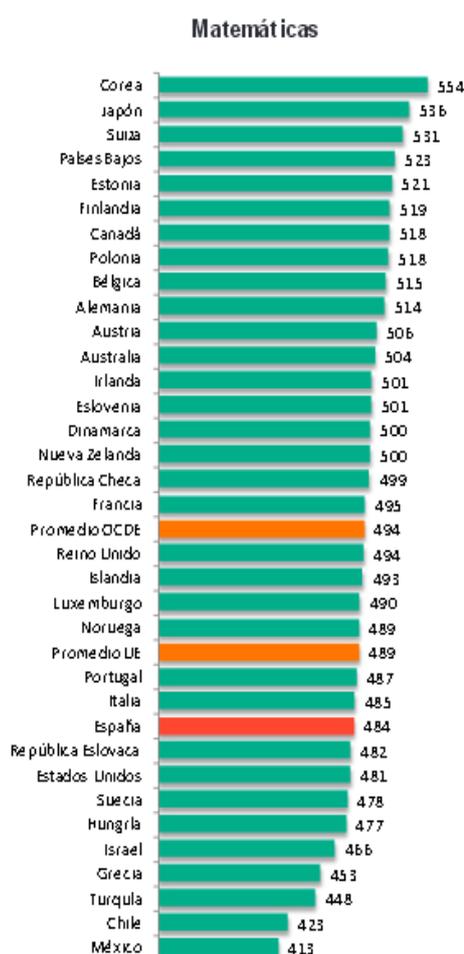
- Diseñar actividades para el aprendizaje de la multiplicación utilizando la metodología de AC y utilizando el juego como elemento motivador.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Analizar la realidad educativa en el área de las matemáticas

En España, la evaluación del sistema educativo se realiza a través del Sistema Estatal de Indicadores de la Educación y los sistemas internacionales como la prueba internacional PISA (Programme for International Student Assessment) que desde el año 2000, evalúa de forma trienal el rendimiento de los alumnos en las competencias de matemáticas, ciencias y lectura. Esta prueba distingue el nivel de competencia de los alumnos en seis niveles. En un nivel 6 el alumno puede, identificar, aplicar y explicar conocimientos científicos y conocimientos sobre las ciencias en situaciones reales de la vida; es capaz de relacionar diferentes fuentes de información y de explicaciones, y además usa la evidencia proveniente de esas fuentes para justificar sus decisiones. En un nivel 1 el conocimiento científico del alumno es tan limitado que solamente lo puede aplicar a unas pocas situaciones, dando explicaciones muy obvias.

El informe publicado por el Instituto Nacional de Evaluación Académica analizó los últimos resultados de la prueba PISA, realizada en 2012, revelando que las tres materias España se encuentra por debajo de la media de la OCDE y de la UE y el rendimiento es especialmente inferior en el área de matemáticas (ver figura 1).



Otras de las conclusiones alcanzadas con el estudio fueron que España debería alcanzar mejores resultados educativos teniendo en cuenta el gasto en educación que realiza, pues el gasto acumulado en un alumno desde los 6 hasta los 15 años es de 82.178\$ (74.219,85 €). Además, la calidad de las infraestructuras de los centros educativos y el número de horas lectivas es mayor que la OCDE.

Figura 1. Rendimiento matemáticas Pisa.

Los resultados de la prueba PISA, demostraron que, tanto a nivel nacional como internacional, los resultados educativos del alumnado dependen en mayor medida de las características y de las circunstancias propias de los estudiantes. Así, se concluyó que el rendimiento de los alumnos en matemáticas es más alto si:

- i) El alumno está motivado,
- ii) El alumno cree que las matemáticas son importantes para el futuro académico y profesional,
- iii) El alumno cree que aprende matemáticas rápidamente,
- iv) El alumno tiene buena actitud hacia los deberes en matemáticas, y
- v) El alumno es menos propenso a rendirse si se enfrenta con un problema de un nivel de matemáticas más elevado. (INEE, 2013)

En el mismo sentido Álvarez y González-Pineda (1998) señalaban que, en el aprendizaje matemático “el nivel de dificultades de los contenidos no solo viene marcado por las características del propio contenido matemático, sino también por las características psicológicas y cognitivas de los alumnos” y partiendo de la obra de Mialaret (1984), proponen la intervención del profesor en el proceso de aprendizaje de forma que desempeñe un rol orientado a los siguientes objetivos:

- Posibilitar que cada alumno desarrolle, dentro de sus capacidades, la comprensión y destrezas matemáticas exigidas para la vida adulta, para el trabajo y posterior estudios y aprendizajes.
- Proporcionar a cada alumno las matemáticas que pueda necesitar al estudiar otras asignaturas.
- Ayudar a cada alumno a desarrollar, en las medidas de sus posibilidades, el gusto por las matemáticas mismas.
- Sobre todo, hacer consciente a cada alumno de que las matemáticas le proporcionan un poderoso medio de comunicación.

Por tanto, la idea principal sobre la que van a caer todo tipo de intervenciones y actuaciones, es que “el protagonista del aula es el niño aprendiendo”. Esta idea ya supone grandes cambios en rol del alumno y principalmente del profesor. Es fundamental que conozcamos el proceso de aprendizaje en la adquisición de los contenidos que se plantean a los alumnos para que la eficiencia educativa sea mayor. Con este conocimiento el maestro estará capacitado para realizar la compleja labor de diagnóstico, intervención, y evaluación.

Así, Sanmartí (2009) afirma que es necesario tener en cuenta 5 variables para que se dé un trabajo competencial en el aula:

- 1) Complejidad, que implica una red de conocimientos, incertidumbre, emergencia, etc.;
- 2) Integración de conocimientos en la resolución de problemas.
- 3) Transferibilidad y funcionalidad del conocimiento en la aplicación de situaciones cotidianas e imprevisibles.
- 4) Autonomía para aprender y ser capaces de gestionar eficazmente el conocimiento.
- 5) Evaluabilidad para poder autorregular la actuación, el pensamiento, los valores y las emociones.

La matemática es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. Su complejidad requiere estar constantemente atentos y abiertos a los cambios que la situación global venga exigiendo. Igualmente, la educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático. Así, la matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método predomina sobre el contenido (Guzmán, 1992)

Por tanto, es fundamental, además, atender el tipo de metodología que se va a emplear en aula. Durante todo el proceso de mi formación siempre se ha insistido en la ventaja de una metodología operativa y participativa sobre una metodología pasiva en el aprendizaje. Hoy en día, hay que seguir trabajando por desarraigar el excesivo verbalismo por parte de los maestros y sustituirlo por experiencias que provoquen en los alumnos la formulación de la teoría y la inquietud por comprobarlo en la práctica, ya que un niño va aprender más por lo que hace que por lo que escucha. Por todo esto es muy importante la actitud del maestro frente a sus alumnos. Si el profesor es capaz de adoptar una actitud humilde ante sus alumnos transmitiéndoles que no lo sabe todo y que ellos también pueden enseñarle, dejando espacios en los que los alumnos puedan demostrar sus investigaciones al profesor y al resto de compañeros, estaremos favoreciendo una motivación intrínseca fundamental para la adquisición de nuevos conocimientos. (Javaloyes,2010).

Es de gran necesidad que el profesor conozca a cada uno de sus alumnos y que tenga presente las palabras de Rousseau en su prólogo de su Emilio: "Comenzad por estudiar a vuestros alumnos porque seguro que no los conocéis". Actualmente, y por norma general, en las aulas no se deja lugar a que los niños puedan hablar y expresarse, es el profesor el que habla y transmite conocimientos desde el comienzo hasta el final de la clase. Aunque se pasan muchas horas junto con los alumnos, muchas veces se acaba el curso sin

conocer realmente a nuestros alumnos. Muchas veces los maestros se sorprenden cuando ven a sus alumnos en un contexto diferente (el patio, excursiones...) y descubren como son realmente sus alumnos. Es de importancia vital que se cree un espacio en el que sea relevante la actitud autónoma, activa y creativa de los niños, así como un clima de trabajo cooperativo basado en el diálogo, el respeto, e interacción entre todos los actores de la clase. (Bermejo, 2010).

Finalmente, el estudio de Sammons (1995, pp.12-19) puso de relevancia los factores que determinan la eficacia de la enseñanza:

- Liderazgo profesional, entendido como la implicación del profesorado.
- Visión y objetivos compartidos tanto en el quehacer diario como en la evaluación y disciplina.
- Ambiente que estimule el aprendizaje, un ambiente tranquilo y agradable a sus participantes tanto de profesores como alumnos.
- Optimización del tiempo de aprendizaje, lo que requiere la formación e implicación del docente.
- Reforzamiento Positivo. Los premios e incentivos son más eficaces que el castigo para ello será clave una disciplina con reglas claras, participación y compromiso de los estudiantes.
- Supervisión del progreso. La evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje puede ser formal a través de exámenes o informal mediante la observación. Además, debe valorar el desarrollo personal y favorecer la retroalimentación a los docentes.
- Derechos y responsabilidades de los alumnos. Asignarles responsabilidades en la vida cotidiana y más autonomía influye positivamente en los resultados.
- Enseñanza con propósito. Toda la actividad docente debe ser programada y planificada con objetivos claros y conocidos por los estudiantes.
- Reciclaje de conocimientos de los profesores de forma que la formación sea permanente y aplicada a su actividad docente.

Todos estos factores procedimentales y actitudinales tratarán de estar presentes en nuestra planificación didáctica.

3.2. Dificultades aprendizaje de la multiplicación

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas van apareciendo dificultades que unas veces son consecuencia de aprendizajes anteriores mal asimilados y otras de las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes.

A continuación, se van a exponer algunos aspectos que dificultan el aprendizaje de la multiplicación:

- Consolidación de nociones matemáticas básicas.

Las primeras dificultades surgen durante la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos que, son imprescindibles para la comprensión del número como son la conservación, orden estable, clasificación, seriación, correspondencia, etc. Por ello, todo profesor antes de comenzar con la enseñanza de las operaciones debe asegurarse de que todos los alumnos han integrado y comprendido adecuadamente estas nociones básicas. (Álvarez et al. 1998)

Las operaciones aritméticas consisten en procesos que permiten manejar simbólicamente datos”, para ello se requiere conocer el concepto de número, la función simbólica y el concepto de irreversibilidad; siendo estos aspectos el punto de partida para que toda operación aritmética se resuelva adecuadamente y al no estar bien cimentados los conocimientos en el niño, tienden a procesar o ejecutar de manera inadecuada las operaciones dando paso a cometer errores, que son producto de procedimientos (algoritmos) inadecuados. De tal manera que muchas veces las soluciones de las operaciones se ven obstaculizadas por la falta de conocimientos de los pasos de las operaciones aritméticas básicas. (Ávila, de León y Lovo, 2003)

En la multiplicación, a diferencia de las operaciones de suma y resta, el niño debe coordinar tres cantidades en una sola situación, algo obvio para el adulto, pero es un concepto nuevo para él. Esta acción de agrupar para componer y descomponer cantidades puede considerarse la base para la conceptualización de la multiplicación. Así, las operaciones anteriores a la multiplicación deben estar interiorizadas en los alumnos, la ordenación de los números, las cantidades y la suma. En definitiva, un buen manejo de estas operaciones y del cálculo mental permitirá que se puedan asentar las primeras nociones de la multiplicación.

Igualmente, el aprendizaje algorítmico se reduce a una técnica de procedimiento, una mera sucesión de pasos ordenados justificables a partir del concepto anterior de multiplicación. El alumno debe aprender, en primer lugar, a situar el multiplicando encima del multiplicador y trazar una línea horizontal debajo de éste. A continuación, debe considerar las unidades del multiplicador y operarlas con las del multiplicando, el resultado se coloca debajo de la raya, a la altura de las unidades. Si hay dificultades, se repite el funcionamiento hasta automatizarlo. El papel del maestro será comprender la naturaleza de los errores que puedan producirse y corregirlos adecuadamente. Así, en el caso del algoritmo, resulta imprescindible una correcta aplicación de la propiedad distributiva, asociativa, las tablas de multiplicar y un conocimiento adecuado del sistema de numeración decimal y su funcionamiento. (Maza Gómez, 1991; pp.95-97)

Este procedimiento mecánico y memorístico nos conduce a la siguiente de las dificultades.

- *Manejo de datos simbólicos y procedimientos mecánicos.*

Generalmente se introduce el concepto de multiplicación comenzando por las tablas de multiplicar. Esto supone un planteamiento de las matemáticas como un conjunto de reglas, enigmáticas y difíciles, que tenemos que aprender y que nada tienen que ver con la realidad más cercana, cuando realmente los alumnos son capaces de resolver problemas de multiplicación sin conocerlas.

La circunstancia de que la multiplicación se plantee a los niños desde la enseñanza de su operatividad simbólica genera, en la planeación curricular, una apariencia de logro alcanzable en un corto periodo, puesto que, en el mejor de los casos, un alto porcentaje de los niños acaba por aprenderse las tablas de multiplicar. No obstante, enfrentados a situaciones problema en las que no son directamente visibles las dos cantidades que se van a multiplicar, estos chicos evidencian la ausencia de significado de los tres términos involucrados en dicho trámite (Loterio, Andrade y Andrade, 2011).

La suma de los problemas-tipo de multiplicar y las tablas por escrito son actividades poco atractivas para los niños y por lo tanto poco productivas, ya que aprender una operación conlleva tener la capacidad de resolver problemas de índoles diferentes, y para conseguir esto es necesario que utilicemos diferentes recursos: manipulativos, digitales, juegos de mesa, etc. y diferentes formas de trabajar: individualmente, en parejas, de forma grupal...

En este trabajo que se va a defender la idea de empezar a multiplicar resolviendo problemas de la vida diaria.

- *El ritmo no se adecua al estudiante.*

Cada niño tiene su ritmo de desarrollo y maduración de actitudes mentales, el cual se da bajo condiciones apropiadas, afectando a la capacidad de aprendizaje del propio niño. Este principio expresa en otros términos que cada niño posee su propio ritmo de aprendizaje en el que influyen las condiciones biológicas y Psicológica. (Ávila *et al.* 2003)

En la mayoría de los casos se descuida priorizando las prisas por aprender nuevos conceptos. “Para mañana hay que aprenderse las tablas 4 y del 5”. “En 5 minutos corregimos los problemas”. “El martes examen de las multiplicaciones”. Este tipo de acciones pueden causar cierta presión en los niños que dificulte su aprendizaje y sobre todo el disfrute por el mismo. Es fundamental que creemos un clima de confianza y calma.

Es fundamental que nos preocupemos por conocer las capacidades de los alumnos y descubrir sus intereses. Respetando su ritmo de aprendizaje les ayudaremos a llegar a su máximo desarrollo.

3.3. Aprendizaje de la multiplicación

Partiendo de la idea de que un buen aprendizaje parte del conocimiento del proceso de aprendizaje infantil, nos vamos a preocupar por analizar cómo aprende el niño a multiplicar para poder proponer procedimientos didácticos que favorezcan un aprendizaje eficaz.

Una comprensión integrada de la multiplicación, exige un dominio de la adición, y conocer la relación que existe con la multiplicación (suma reiterada):

$$5 + 5 + 5 + 5 = 4 \text{ veces } 5 = 4 \times 5$$

El simbolismo 4×5 se puede expresar lingüísticamente de varias formas: “5 multiplicado por 4”; “5 por 4”; “4 veces 5”; “5 sumado 4 veces”. Ésta variedad terminológica puede influir en los niños que estén iniciándose en el aprendizaje de la multiplicación. La expresión “veces” es la más empleada en la vida cotidiana y la que mejor entienden los niños.

La comprensión de las propiedades de la multiplicación es esencial para su aplicación en distintas situaciones (tabla 1). A la hora de enseñarlas debemos poner más énfasis en las ideas que en las definiciones y la terminología. Sabemos que un alumno conoce las propiedades de la multiplicación cuando las aplica correctamente en la situación adecuada.

Tabla 1. Propiedades de la multiplicación

Propiedad	Enunciado matemático	Lenguaje del niño	Aplicación
Conmutativa	Para todos los números a y b : $a \times b = b \times a$	Si conozco 3×7 , entonces también conozco 7×3 .	La memorización de hechos numéricos se reduce a la mitad.
Asociativa	Para todos los números a, b, c : $a \times (b \times c) = a \times (b \times c)$.	Si tengo que multiplicar más de tres números no tengo que preocuparme de cuales multiplico primero.	En estrategias de cálculo mental podemos elegir por dónde empezar.
Distributiva	Para todos los números a, b, c : $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$	Lo mismo da sumar y después multiplicar que multiplicarlos por separado y efectuar la suma.	Se puede recordar hechos básicos olvidados a partir de otros conocidos.
Números 0 y 1	$0 \times a = 0$; $1 \times a = a$	0 veces un número es 0; 1 vez un número es el mismo número	La tabla de multiplicar del 0 es siempre 0. La tabla del 1 es el otro número por el que multiplico.

Extraída de Bermejo, 2010, p. 97.

Dentro de la multiplicación debemos ser conscientes de las situaciones simétricas y asimétricas (tabla 2). Por ejemplo, en la situación *¿Cuántos chiclos tiene Juan si tiene 4 cajas de 7 chiclos cada una?*, es una situación asimétrica, porque el 4 y el 7 desempeñan funciones distintas. El 4 representa el número de grupos y el 7 el número que hay en cada grupo. En cambio, en la situación, *¿Cuál es el área de un rectángulo cuyos lados miden 3 y 6 cm respectivamente?*, el 3 y el 6 se refieren ambos a medidas de longitudes, siendo cantidades del mismo tipo.

Tabla 2. Situaciones simétricas y asimétricas.

Situaciones asimétricas	Situaciones simétricas
Grupos iguales	Matrices rectangulares
Tasa	Combinaciones
Comparación	Producto de medidas

Extraída de Bermejo, 2010, p. 99.

En la Unidad Didáctica a desarrollar más adelante se trabajarán problemas con cada una de estas situaciones.

3.4. Aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo reemplaza la estructura basada en la gran producción y en la competitividad, que predomina en la mayoría de las escuelas, por otra estructura organizativa basada en el trabajo en equipo y en el alto desempeño (Johnson & Johnson, 1991)

De las numerosas definiciones de AC existentes, se han seleccionado dos que se presentan a continuación:

Kagan (1994) destaca que el AC “se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje” (p. 63). El aprendizaje cooperativo se basa en la teoría constructivista en la cual los alumnos son los actores principales de su proceso de aprendizaje.

Johnson & Johnson (1991), sostienen que el AC “es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce en la interrelación”. (p. 85) Trabajo cooperativo significa trabajar en grupo para alcanzar unos objetivos compartidos a la vez los alumnos obtienen resultados beneficiosos para ellos mismos y para otros miembros del grupo.

Además, el aprendizaje cooperativo permite al docente alcanzar varias metas importantes al mismo tiempo. En primer lugar, lo ayuda a elevar el rendimiento de todos sus alumnos, incluidos tanto los especialmente dotados como los que tienen dificultades para aprender. En segundo lugar, lo ayuda a establecer relaciones positivas entre los alumnos, sentando así las bases de una comunidad e aprendizaje en la que se valore la diversidad. En tercer lugar, les proporciona a los alumnos las experiencias que necesitan para lograr un

saludable desarrollo social, psicológico y cognitivo. La posibilidad que brinda el aprendizaje cooperativo de abordar estos tres frentes al mismo tiempo lo hacen superior a todos los demás métodos de enseñanza (Johnson & Johnson, 1991).

Podemos decir que son diversas las ventajas que nos ofrece el aprendizaje cooperativo en el proceso de aprendizaje (Benito y Cruz, 2005):

- Desarrollo de habilidades interpersonales y de trabajo en equipo.
- Desarrollo de habilidades intelectuales de alto nivel.
- Responsabilidad, flexibilidad y autoestima.
- Trabajo de todos: cada alumno tiene una parte de responsabilidad de cara a otros compañeros, dentro y fuera del aula.
- Genera “redes” de apoyo para los alumnos “de riesgo”: alumnos de primeros cursos con dificultades para integrarse se benefician claramente de este modo de trabajar.
- Genera mayor entusiasmo y motivación.
- Promueve el aprendizaje profundo frente al superficial o memorístico.

Para Johnson, Johnson y Holubec (1999) son cinco los elementos básicos que forman el AC.

1. Interdependencia positiva. Cada miembro del grupo forma un pilar imprescindible. Todos necesitarán a los demás y todos son importantes dentro del grupo. Si cada uno consigue su objetivo, se logrará el objetivo final.
2. La responsabilidad individual. Cada uno, individualmente, debe asumir la responsabilidad de conseguir el trabajo que se le ha asignado. Sintiendo a su vez responsable del resultado final del grupo.
3. La interacción simultánea. Es fundamental para el trabajo cooperativo que los miembros trabajen juntos. De esta manera se favorece que se compartan conocimientos e ideas, desarrollando un dialogo entre iguales aprendiendo a trabajar juntos.
4. Técnicas interpersonales y de equipo. Es necesario que dotemos a los alumnos de herramientas que les ayuden a trabajar en grupo y manejar los conflictos que puedan surgir.
5. Evaluación grupal. Durante el desarrollo del proyecto cooperativo es importante que se les dé a los alumnos la posibilidad ir autoevaluando su propio trabajo. Para ello es necesario que se produzca un *feedback* entre profesor y alumnos durante todo el proceso que les ayude a evaluar si se está cumpliendo con los objetivos.

Slavin(1999; pp.11-15)identifica diferentes tipos de aprendizaje cooperativo:

- Aprendizaje en Equipos de Alumnos: los equipos ganan certificados u otras recompensas de equipo si alcanzan o superan determinados criterios. La responsabilidad centra la actividad de los integrantes del equipo en el hecho de ayudarse a aprender y asegurarse de que estén listos para un cuestionario u otro tipo de evaluación.
- Trabajo en Equipo-Logro individual (TELI): los alumnos forman grupos de cuatro integrantes de diferente género y nivel de desempeño. El docente presenta una actividad y, luego, los alumnos trabajan en equipos hasta que todos dominan el tema. A continuación, responden cuestionarios individuales, en los que no pueden ayudarse. TELI ha sido muy usado en todas las materias y áreas escolares (matemáticas, lengua, estudios sociales, etc.)
- Torneos de Juegos por Equipos (TJE): Se basa en las mismas presentaciones del docente y trabajos en equipo que TELI, pero se reemplazan los cuestionarios finales por torneos semanales, en los que los alumnos participan en juegos académicos con integrantes de otros equipos.
- Rompecabezas: Los alumnos trabajan en los mismos grupos de cuatro integrantes de TELI y TJE. Se asignan capítulos de libros u materiales de lectura y cada integrante de un equipo es elegido al azar para convertirse en “experto” de algún aspecto de la lectura. Después de leer sus materiales, los expertos de cada equipo se reúnen para comentar sus temas comunes y vuelven a enseñar a sus compañeros.
- Enseñanza Acelerada por Equipos (EAE): los alumnos ingresan a una secuencia individualizada según una prueba de nivel y luego avanzan a su propio ritmo. Los integrantes trabajan sobre diferentes unidades, verifican el trabajo de sus compañeros con hojas de respuestas y se ayudan con los problemas.
- Lectura y Escritura Integrada Cooperativa (LEIC) Los alumnos forman grupos compuestos por parejas de dos o más niveles de lectura. Deben dominar las ideas principales y otras habilidades d comprensión.

Por otro lado, los autores Johnson*et al.*(1994) identifican los siguientes tipos:

El aprendizaje cooperativo formal: Los grupos funcionan durante un período que va de una hora a varias semanas de clase. En estos grupos, los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea de aprendizaje asignada. Los grupos formales de aprendizaje

cooperativo garantizan la participación activa de los alumnos en las tareas intelectuales de organizar el material, explicarlo, resumirlo e integrarlo a las estructuras conceptuales existentes.

Aprendizaje cooperativo informal: Los grupos operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa (una clase magistral, una demostración, una película o un vídeo) para centrar la atención de los alumnos en el material en cuestión, para promover un clima propicio al aprendizaje. La actividad de estos grupos informales suele consistir en una charla de tres a cinco minutos entre los alumnos antes y después de una clase, o en diálogos de dos a tres minutos entre pares de estudiantes durante el transcurso de una clase magistral.

Aprendizaje cooperativo de base: En este tipo, los grupos de base cooperativos tienen un funcionamiento de largo plazo (aproximadamente un año) y son grupos de aprendizaje heterogéneos, con miembros permanentes, cuyo principal objetivo es posibilitar que sus integrantes se brinden unos a otros el respaldo que cada uno de ellos necesita para tener un buen rendimiento escolar. Los grupos de base permiten que los alumnos entablen relaciones responsables y duraderas que los motivarán a esforzarse en sus tareas, a progresar en el cumplimiento de sus obligaciones escolares (como asistir a clase, completar todas las tareas asignadas, aprender) y a tener un buen desarrollo cognitivo y social. (Johnson, Johnson y Smith, 1992)

Además de estos tres tipos de grupos, también se emplean esquemas de aprendizaje cooperativo para organizar las actividades de rutina en el aula y las lecciones reiteradas, las cuales, una vez que están cooperativamente estructuradas, suministran una base de aprendizaje cooperativo a todas las demás clases.

Los esquemas de aprendizaje cooperativo son procedimientos estandarizados para dictar clases genéricas y repetitivas (como redactar informes o hacer presentaciones) y para manejar las rutinas propias del aula (como revisar las tareas o los resultados de una prueba). Una vez que han sido planificados y aplicados en varias ocasiones, pasan a ser actividades automáticas en el aula y facilitan la implementación del método cooperativo.

El docente que emplee reiteradamente los grupos formales, los informales y los de base adquirirá un grado tal de práctica que podrá estructurar situaciones de aprendizaje cooperativo en forma automática, sin tener que idearlas ni planificarlas conscientemente.

Podrá entonces utilizar correctamente el aprendizaje cooperativo durante todo el resto de su actividad docente. (Johnson *et al.*1994)

3.5. El juego como recurso didáctico para el aprendizaje de la multiplicación.

El método clásico de la enseñanza matemática, esto es, el que se ha practicado en las últimas décadas, se caracteriza por la figura autoritaria del profesor que transmite una serie de conocimientos con el apoyo de un manual y una pizarra a los estudiantes que deben memorizarlos para plasmarlos en un examen en una fecha determinada.

Como se ha comentado anteriormente, la presión y la monotonía de esta metodología desmotivan al alumno y ralentizan su aprendizaje. Este sistema parece haber descartado que el ser humano es por naturaleza curioso y observador y una metodología que potencie su curiosidad científica facilitará el autoaprendizaje y les mantendrá motivados. Sin embargo, esta labor requiere la implicación recíproca de alumno y profesor que deben cambiar la figura autoritaria por una colaborativa y orientada al aprendizaje activo. En este sentido, el juego matemático se presenta como un recurso valioso.

A lo largo de la historia, renombrados científicos han cultivado las matemáticas a través del juego. Gottfried Leibniz (1646-1716), un gran promotor de la actividad lúdica intelectual, afirmaba que "nunca son los hombres más ingeniosos que en la invención de los juegos", Gauss (1.777- 1.855) anotaba las manos que recibía en las cartas para analizarlas después estadísticamente y es conocido que Albert Einstein (1879 -1955), tenía toda una estantería de su biblioteca particular dedicada a libros sobre juegos matemáticos.

Según Piaget (1985), los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla.

La Real Academia Española define el juego como el "ejercicio recreativo o de competición sometido a reglas, y en el cual se gana o se pierde." Sin embargo, para el caso que nos ocupa, esta definición debe ser contextualizada dentro del ámbito didáctico.

Así, Salvador (2012) considera el juego un instrumento didáctico que puede ayudarnos en una pedagogía activa, a "hacer matemáticas en la clase de matemáticas" (p 37), frente un aprendizaje pasivo y verbalista; a tener en cuenta los procesos intelectuales y los afectivos, al intercambio de actitudes y puntos de vista, a la participación activa, al trabajo colectivo, a propiciar la creatividad y la imaginación.

Para ello, según afirma Gregorio Guirles (2002) “es necesario embarcar a los niños en proyectos de todo tipo, con diversidad de situaciones, y en un ambiente de clase libre, especulativo e imaginativo/creativo, que sirva para dotar de significado a los números (tamaños, cantidades, gráficas...) y operaciones” (p. 123).

A pesar de los beneficios de esta dinámica, el juego implica competición, una persona gana y otra pierde, y en un aula con un elevado número de alumnos la competición puede provocar frustración y situaciones de marginamiento. Por ello, es necesario implementar los juegos y el aprendizaje cooperativo donde la meta sea común y se elimine la competencia. Este sistema favorece el aprendizaje de alumnos con distintas capacidades, la inclusión y el trabajo en equipo (Salvador, 2012).

Partiendo de todo lo anterior, diferentes académicos y docentes han propuesto juegos cooperativos para desarrollar en aula que han sido evaluados con resultados positivos tanto por los profesores como por los alumnos. A modo de ejemplo se pueden citar los siguientes:

- Puzzles:

El objetivo es recopilar la información, estructurarla y comprenderla entre todos los miembros del grupo. En primer lugar, el profesor divide la información en tantas partes como miembros del grupo haya, puede hacerse mediante párrafos, segmentos de video o listas, por ejemplo, las tablas de multiplicar. En segundo lugar, los representantes de cada equipo se juntan para aprender su parte de la información, ayudándose mutuamente a recordarla (será el grupo de expertos). Después los representantes vuelven a sus equipos con la información y la explican a los demás. Una vez concluida la transmisión de información, el profesor administra una prueba individual a los alumnos que es corregida y se calcula la nota del equipo.

Esta actividad tuvo resultados positivos descubriendo que los alumnos prestaban más atención a las explicaciones de uno de sus compañeros y se exponían ejemplos con los que los estudiantes se identificaban y les facilitaba la tarea de comprensión (Barnett, 1995).

- Deportivas

Encontramos diversos juegos que pueden realizarse con combas, balones y aros. Por ejemplo, “pasar la bola”. Este juego consiste en transmitir información con un balón en las manos y pasarlo al siguiente miembro del equipo, el cual deberá recitar la información precedente y aportar una nueva. Por ejemplo, en el caso de la multiplicación, el primer miembro recita: cinco por uno cinco y pasa el balón al siguiente miembro, el cual recitará “cinco por uno cinco, cinco por dos diez” y así sucesivamente hasta terminar la tabla completa. Si un miembro se confunde, el siguiente deberá corregir el error (Luvmour y Luvmour, 1990).

Este juego puede realizarse pasándose un aro o utilizando una comba. En este último caso la mecánica se modifica pues cada miembro entra y salta recitando la correspondiente información, de forma que el primero salte recitando “cinco por uno cinco” y salga de la comba, entra el siguiente y deberá realizar dos saltos para poder recitar “cinco por uno cinco, cinco por dos diez” (Fernández-Río, Rodríguez, Velázquez y Santos, 2013).

- Juegos de Mesa:

Hay muchos juegos de mesa que facilitan el aprendizaje de las matemáticas y el razonamiento lógico, los más conocidos son el bingo, el dominó, las cartas, la oca y otros juegos de tablero que pueden adaptarse para el aprendizaje de la multiplicación. A modo de ejemplo encontramos:

3	23	40 54	81
8	20	49 59	79
11	37 44	60 77	

El bingo. Se reparten cartones de bingo normales o elaborados a mano. La única diferencia con el bingo normal es que se extraen dos bolas del bombo y el alumno debe multiplicarlas para tachar de su cartón el resultado obtenido.

La oca. Se realiza con la ayuda de un tablero previamente diseñado que contiene en cada casilla diferentes números multiplicándose. La mecánica consiste en lanzar el dado y avanzar tantas casillas como marque el dado. Al caer en una casilla, el alumno tiene que acertar el resultado de la multiplicación que aparece en la casilla. Si acierta, se queda en la casilla; si no acierta o no sabe el resultado, entonces tendrá que retroceder hasta la casilla “taller” más próxima donde se enfrentará a otra multiplicación. Si, por el contrario, llegara a una casilla “oca”, dirá: “de oca a oca y tiro porque me toca”, y volverá a tirar el dado (figura 2).

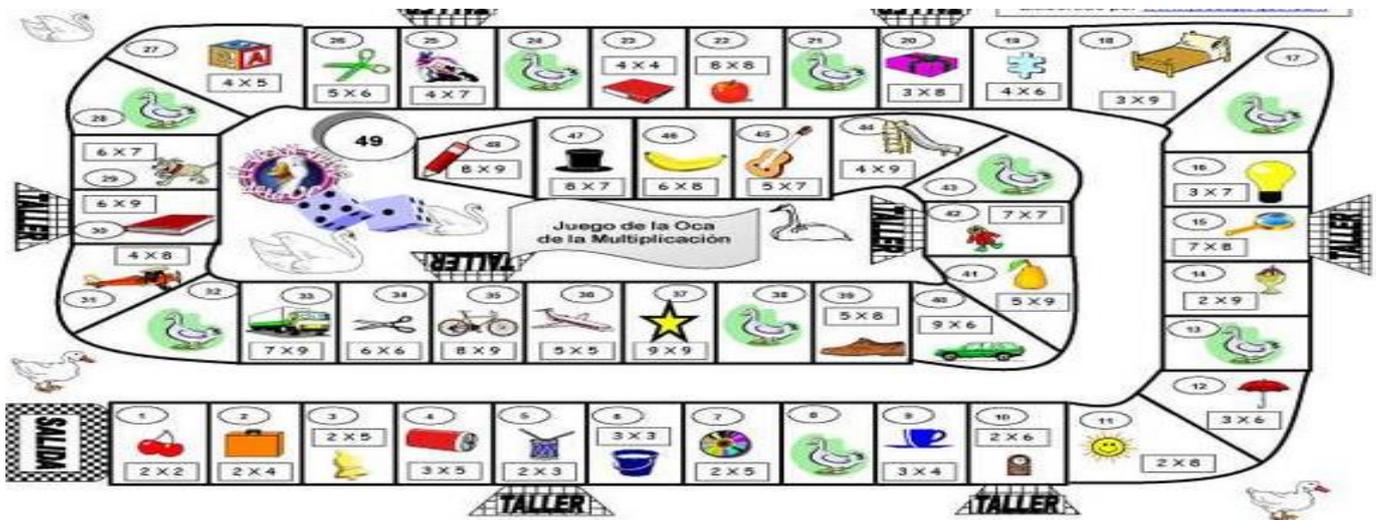


Figura 2. Juego de la oca para aprender la tabla de multiplicar. Fuente: Jarque, J. (2011). Recuperado de <http://familiaycole.com/2011/03/27/juego-de-la-oca-para-aprender-la-tabla-de-multiplicar/>

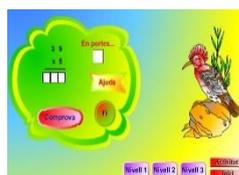
- Juegos en Internet.

Internet permite a los docentes y alumnos acceder a información multimedia integrada en juegos multifuncionales e interactivos, tanto en el aula como desde casa. Aunque los diversos juegos que se realizan a través de páginas web implican que únicamente sea el profesor el que maneje el ordenador, la participación puede ser igualmente cooperativa si la mecánica consiste en que los resultados se propongan en voz alta o por equipos y se facilite la corrección de forma grupal. Entre las páginas web que muestran un amplio escaparate de juegos útiles para el aprendizaje de la multiplicación tan creativos como:

El Baloncesto de Multiplicar, en el cual habrá que acertar preguntas sobre multiplicaciones para que el jugador virtual enceste. Este juego permite participar a más de un jugador¹.



Animales Matemáticos, donde se resolverán multiplicaciones haciendo uso del algoritmo para pasar de nivel².



¹ Visto en >www.paisdelosjuegos.es

² Visto en ><http://www.genmagic.net/educa/course/view.php?id=3>

4. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROPUESTA

El centro está situado geográficamente en el municipio de Guadarrama, una localidad situada en la parte noroccidental de la Comunidad de Madrid a 41 km de distancia. El colegio está situado en el extrarradio del municipio, rodeado de casas independientes pertenecientes a una clase media-alta.

Prevalece la vivienda secundaria de fin de semana de propietarios de alto nivel socioeconómico pero que no residen en la zona sino en la capital, en la mayoría de los casos. La población residente, antaño de carácter rural y envejecida, es hoy joven y presenta también un buen perfil socioeconómico, con alta proporción de universitarios y personal directivo y técnico.

Se constata una fuerte presencia relativa de extranjeros (mayoritariamente ocupados en el servicio doméstico o la construcción) y más moderada, aunque también relevante, de emigrantes de otras regiones. La actividad económica de este grupo se centra claramente en el sector terciario, con muy poca implantación de la industria y de la agricultura (aunque persiste aún cierta presencia ganadera, en particular de ganado vacuno).

Se trata de un colegio concertado, laico, bilingüe, y mixto. Cuenta con 1876 alumnos y 136 profesores. Su oferta educativa es bastante amplia: Ed. Infantil, Ed. Primaria, ESO y Bachillerato FP Para el Empleo, y Centro Profesional de Música. A su vez dispone de los siguientes servicios complementarios: comedor, gabinete médico, horario ampliado, papelería y cafetería.

Voy a desarrollar una Unidad correspondiente a 3º de Primaria de Matemáticas. En el aula contamos con 16 alumnos, de los cuales 2 se les aplica Medidas Educativas que refuerzan sus dificultades en el aprendizaje. En general, el nivel de rendimiento en el grupo-clase es bueno y equilibrado. Son alumnos muy participativos, con una actitud positiva hacia el aprendizaje. Destacar también su actitud respetuosa tanto con las normas establecidas como con los compañeros, creando un clima de trabajo favorable.

5. PROPUESTA. UNIDAD DIDÁCTICA

TÍTULO: APRENDIENDO A MULTIPLICAR MEDIANTE EL JUEGO Y EL APRENDIZAJE COOPERATIVO

En este capítulo se van a exponer los objetivos, contenidos y la metodología seguida para realizar la unidad didáctica, así como las actividades propuestas y su temporización para conseguir el objetivo principal, el aprendizaje de la multiplicación a través del juego y la cooperación.

Se pretende con esta propuesta didáctica que el alumnado adquiera los conocimientos mínimos exigibles para su nivel educativo mediante una pedagogía activa, haciendo un repaso de las competencias de años académicos previos y trabajando en base a ellas, ampliándolas hasta alcanzar las correspondientes a su curso.

Tanto los objetivos y competencias como el contenido se ajustan al Decreto 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria.

5.1. OBJETIVOS Y COMPETENCIAS

5.1.1 Objetivos

- Conocer las tablas de multiplicar, al menos hasta la del número 10.
- Asociar la multiplicación a una suma de sumandos iguales.
- Reconocer y describir las propiedades de la multiplicación.
- Expresar una multiplicación dada, como suma de sumandos iguales y viceversa.
- Automatizar el algoritmo para multiplicar, multiplicando de hasta tres cifras y multiplicador de hasta dos cifras.
- Resolver problemas planteados que ilustran las situaciones cotidianas.
- Comprobar los resultados e identificar el origen del error.
- Integrar las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de aprendizaje.
- Resolver problemas de combinación mediante la estrategia iterativa.
- Resolver problemas de producto de producto lineal.

- Plantear y resolver problemas mediante el algoritmo de la multiplicación.
- Resolver operaciones de multiplicación con multiplicando de hasta tres cifras y multiplicador de hasta dos cifras.
- Resolver multiplicaciones de unidad seguida de cero.

5.1.2. Competencias básicas

- Manejar el lenguaje matemático con precisión para analizar situaciones cotidianas.
- Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.
- Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
- Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.
- Identificar y resolver problemas de la vida cotidiana, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas.
- Ser constante y ordenado en el trabajo individual y participativo y respetuoso en el trabajo en grupo.
- Mejorar la atención, la observación, la concentración y la memoria.

5.2. CONTENIDOS.

5.2.1 Conceptuales.

- La multiplicación y sus términos.
- Multiplicación por suma reiterada.
- Multiplicación por producto lineal.
- Propiedad conmutativa, asociativa y distributiva.
- Algoritmo estándar de la multiplicación.
- Multiplicación con multiplicando de hasta tres cifras y multiplicador de dos cifras.
- Multiplicación por la unidad seguida de ceros.

- Métodos de planteamiento y resolución de problemas.

5.2.2 Procedimentales.

- Repaso de las tablas de multiplicar y aplicación al cálculo mental.
- Suma reiterada para la resolución de problemas con cálculo básico.
- Producto lineal para la resolución de problemas básicos y desarrollo de las propiedades de la multiplicación.
- Algoritmo estándar para la resolución de problemas sobre hechos basados en la vida real.
- Estrategias de cálculo para la resolución de juegos matemáticos.
- Resolución de juegos matemáticos empleando recursos digitales.

5.2.3 Actitudinales.

- Valoración del razonamiento para la resolución de problemas.
- Interés y gusto por la explicación verbal del proceso matemático en la resolución de problemas cotidianos.
- Hábito de expresar los resultados numéricos de los problemas indicando las unidades de medida utilizadas.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas con la ayuda del grupo.
- Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras.

5.3. METODOLOGÍA.

La metodología seguida se basa en el trabajo con grupos de aprendizaje cooperativo informal que seguirán una técnica de aprendizaje TELI (Trabajo en Equipo-Logro individual) combinada con juegos cooperativos.

Siguiendo estas técnicas, los alumnos operarán como grupo únicamente durante la hora de clase para la actividad concreta, que serán un juego matemático, pero previamente se desarrollará brevemente la lección teórica o la demostración. Aplicando el método TELI, los grupos se formarán por integrantes de diferente género y nivel de desempeño, se explicará y realizará la actividad por equipos, pero se completará con cuestionarios individuales antes o después de la actividad en grupo.

Igualmente, se pretende que el aprendizaje del alumnado sea lo más dinámico y visual posible, para ello la dinámica será la siguiente:

Se explica la lección en la pizarra y se emplean materiales para explicar un caso práctico y su forma de resolución. Podrá emplearse todo aquello que esté en clase: mesas, prendas de ropa, balones, lápices, libros, de forma que los alumnos obtengan una representación visual de las agrupaciones que pueden dar lugar al método iterativo o al algoritmo estándar de la multiplicación.

Una vez acabada la explicación, se realizará un problema de forma individualizada que esperará a ser corregido al final de la clase. Antes de su corrección, se realizará un juego cooperativo que será dirigido por el docente para que toda la clase participe o por grupos.

Los juegos que se van a realizar son: juegos de mesa, de preguntas y respuestas y recursos digitales. Tras el juego se expondrá, con la colaboración de todos, el planteamiento del problema y el método empleado para su resolución. Antes de finalizar la clase o en la siguiente sesión se expondrá el planteamiento y la resolución del problema individual y se investigará si los alumnos han empleado métodos diferentes para llegar al mismo resultado.

Además, se plantearán algunas tareas para realizar en casa, que serán de dos tipos: por un lado, el uso del programa Genmagic para adquirir destreza en la multiplicación mediante el juego y por otro, reproducir en casa los casos explicados en clase y hacer una breve descripción de cómo lo han realizado aplicando la multiplicación. Estos casos consistirán, por ejemplo, en la identificación de multiplicaciones en los tickets de compra o el cálculo total de platos y vasos que usa al día la familia.

5.4. ACTIVIDADES.

En la siguiente tabla se muestran las actividades planteadas en función de su vinculación con el aprendizaje de conceptos previos, adquisición de nuevos conocimientos o de repaso de contenidos anteriores.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lanzamiento matemático

Se realizará en la primera sesión para evaluar si los alumnos recuerdan las **tablas de multiplicar** y tendrá una duración de 10-15 minutos.



Como la clase únicamente tiene 16 alumnos, en esta actividad no es necesario formar equipos, por tanto, todos los alumnos, incluido el profesor, se colocarán formando un círculo.

El profesor comenzará el juego proponiendo en alto una multiplicación “tres por siete” y todos los alumnos contestarán a la vez el resultado, sin embargo, sólo se le pasará el balón al alumno que conteste más rápido y de forma correcta. Cuando este alumno coja el balón propondrá en alto otra multiplicación y la mecánica será la misma.

Cuando se haya entendido la dinámica del juego el profesor se saldrá del círculo para evaluar externamente desde fuera las contestaciones y rellenar el diario de evaluación.

Para evitar que siempre tenga el balón los mismos alumnos, conforme avance el juego se introducirá la regla de que el poseedor del balón podrá optar por plantear la multiplicación de forma grupal o individualizada diciendo el nombre de un alumno: “Noemí! Tres por tres”. Si el alumno al que iba directamente dirigida la cuestión se equivoca dirá: “Paso” y devolverá el balón al primer alumno que repetirá el enunciado de forma grupal o a otro alumno.

ACTIVIDADES DE REPASO

Genmagic. Cuatro en línea

Genmagic es una página web orientada a profesionales de la educación que fue desarrollada en 2004 por un equipo de docentes del Departamento de Enseñanza de la Generalidad de Cataluña. Se trata de una herramienta útil para incorporar el uso de las tecnologías en el aula y que los alumnos pueden seguir utilizando en casa. Además, dada su facilidad de uso y el sistema automático de corrección facilita a los alumnos practicar en casa los contenidos del aula de forma dinámica sin necesidad de supervisión o colaboración paterna. Se pueden encontrar juegos de multiplicar como el dominó, el cuatro en línea de la multiplicación y serie de animales matemáticos.

El cuatro en línea de la multiplicación se empleará en la cuarta sesión para repasar producto lineal y multiplicación por la unidad seguida de ceros. El juego consiste en conseguir cuatro números consecutivos del tablero seleccionando los productos de números que dan lugar a la cifra seleccionada. El juego dura entre 15 y 20 minutos.

Para la actividad se harán cuatro grupos de cuatro. Cada grupo elegirá un portavoz que comunicará al profesor la decisión que ha tomado el grupo. Por ejemplo, si escogen empezar una línea vertical por el número 12 el grupo escogerá multiplicar 3x4 o 2x6 y el portavoz lo comunicará al profesor que introducirá la selección en el ordenador. Automáticamente el ordenador marcará si es correcta la selección o no.

Figura 1. Cuatro en línea de la multiplicación Genmagic

Gana quien consiga hacer
4 en línea de su color

Errores rojos = 0
Errores azules = 0

X =

Borrar

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

Clica los factores que quieres multiplicar

Juega

Cuando tengas los factores, has de clicar
sobre el producto correspondiente en la tabla

Fuente: <http://www.genmagic.org/mates3/jtauc.swf>

Llena la cesta

Esta actividad se realizará en la sesión dos con el objetivo de repasar la **multiplicación por suma reiterada**.



Se realizan cuatro equipos de cuatro miembros y se les da hasta diez bolas de papel a cada uno (pueden utilizarse otros materiales en lugar de bolas de papel, como lápices o pelotas pequeñas).

A cada grupo se le asigna una cesta o caja colocada a una distancia de uno o dos metros, en la cual, habrá pintada una multiplicación de la tabla del 4, por ejemplo "7x4". Cuando el profesor dé la orden cada equipo se reunirá para decidir el resultado y organizarse para lanzar a la cesta tantas bolas de papel como el resultado de la multiplicación: 28 bolas de papel.

Las únicas normas son que cada miembro lance por orden y que todos lancen la misma cantidad de bolas. De esta forma, los alumnos deberán organizarse para que las 28 bolas se hayan introducido mediante la adición de $7+7+7+7$ y así afianzar la multiplicación por suma reiterada.

Ganarán los equipos que realicen las actividades correctamente.

ACTIVIDADES DE ADQUISICIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS

Los Trenes

La actividad de los trenes se realizará en la quinta sesión para repasar las tablas de multiplicar, ganar agilidad en el cálculo mental y aplicar las propiedades de la multiplicación.

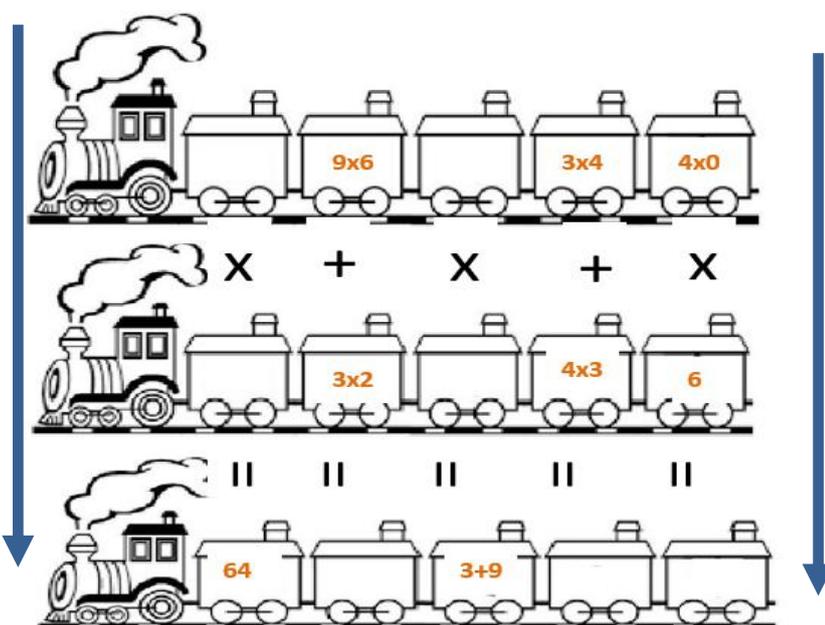
Se realizarán cuatro grupos de cuatro y el profesor repartirá cada grupo una ficha con el dibujo de tres trenes (ver figura 2) que incluirán diferentes operaciones (sumas, restas y multiplicación) que se realizarán por columnas.

Los vagones del último tren recogerán las soluciones de las operaciones. A veces la solución viene dada y hay que averiguar la combinación de productos que dan lugar a dicha solución o realizar una suma de dos productos independientes. Para resolver la ficha los alumnos trabajarán grupalmente hasta completar las tres figuras y ganarán los equipos que lo hayan resuelto correctamente.

Por ejemplo, el primer vagón del último tren contiene la solución 64, por tanto, los vagones superiores deberán rellenarse con un 8. El segundo vagón del último tren será el resultado de los vagones superiores $(9 \times 6) + (3 \times 2) = 60$ y así sucesivamente. Así, combinando productos con sumas se pueden aplicar las propiedades de la multiplicación, especialmente, la distributiva.

Cada columna tendrá la puntuación de 2 puntos, de forma que, para la corrección, el equipo con menor puntuación saldrá a la pizarra para explicar el planteamiento que han seguido y averigüen el origen del error completando los trenes dibujados en la pizarra.

Figura 2. Juego de los trenes



Fuente: Elaboración propia.

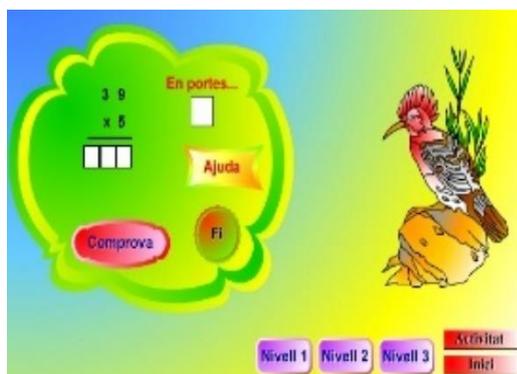
Genmagic. Animales Matemáticos

Esta actividad se realiza en la quinta sesión para aplicar el algoritmo de la multiplicación. Esta actividad dura aproximadamente 30-35 minutos.

Se realizan dos equipos de ocho personas y en cada equipo se nombrará un representante que será quien diga en alto la solución.

La dinámica consiste en que la profesora presenta la multiplicación propuesta por el juego y los alumnos de forma individual resolverán la operación en su libreta. Tendrán aproximadamente 5 minutos para resolverla y ponerse de acuerdo en el resultado, corrigiendo entre ellos los posibles fallos cometidos con la ayuda de todos.

El representante de cada equipo dirá en alto la solución y la profesora la introducirá en la plataforma, la cual mostrará si la solución es correcta o no. El equipo que acierte ganará un punto, pudiendo quedar empate en los respectivos niveles. Sin embargo, al final del último nivel ganará aquel equipo con más puntos.



Fuente: Genmagic.

Recuperado de: <http://www.genmagic.net/educa/course/view.php?id=3>

ACTIVIDADES DE FINALIZACIÓN

Party Matemático

Esta actividad se realizará en la última sesión tras la corrección de los controles. El objetivo es afianzar todos los contenidos explicados en la unidad didáctica. Para ello, se requerirá que el profesor elabore un tablero en la pizarra con un conjunto de pruebas donde los equipos deban contestar preguntas de lógica, elaboren problemas y realicen diferentes pruebas con los materiales de clase.

Se realizarán dos grupos de ocho personas cada uno y se lanzará un dado para

- Problema: Resuelve mediante multiplicación, ¿Cuántos zapatos en total hay en la clase? Aquí deberán multiplicar 17×2 . Lo que suele olvidarse es que el profesor también lleva zapatos.
- Pregunta del temario: Enumerad las propiedades de la multiplicación.

Prueba 2. “A la pizarra”. La profesora planteará en la pizarra dos multiplicaciones para resolver con el algoritmo de la multiplicación.

Prueba 3. “Que calcule otro”. Un equipo propondrá en alto multiplicaciones de las tablas de forma individual a cada miembro del otro equipo que deberán contestar rápidamente de forma correcta. Si un miembro no sabe la respuesta podrá pasarle la multiplicación a un compañero de su equipo, pero la pregunta que debiera contestar éste la realizará el primero.

5.5. RECURSOS: MATERIALES Y HUMANOS.

Los recursos necesarios para la unidad didáctica serán:

- Material escolar: lápices, gomas, libretas y bolígrafos.
- Ordenador con Internet y pantalla de proyección para el uso de Genmagic.
- Materiales impresos: contenido de las sesiones y guía de problemas, cartas de trivial elaboradas por el profesor.
- Pizarra y tiza.
- Un balón y cuatro cajas, para las actividades de “Lanzamiento matemático” y “Llena la cesta”
- Un dado, para la actividad “Party matemático”

5.6. CRONOGRAMA.

Atendiendo a la normativa autonómica de la Comunidad de Madrid, se dan 5 horas semanales de matemáticas, por tanto, se dedicarán a esta unidad didáctica 10 sesiones de una hora cada una con la siguiente distribución:

NOVIEMBRE	PRIMER TRIMESTRE				
	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
	31	1	2	3	4
	Sesión 1	Sesión 2	Sesión 3	Sesión 4	Sesión 5
7	8	9	10	11	
Sesión 6	Sesión 7	Sesión 8	Sesión 9	Sesión 10	
14	15	16	17	18	

En la siguiente tabla encontramos la planificación de las sesiones incluyendo los objetivos, los contenidos desarrollados y las actividades propuestas.

Sesión	Objetivos	Contenidos	Actividades
1.	<p>Conocer los conceptos previos de cursos anteriores.</p> <p>Evaluar las carencias sobre las que hay que profundizar.</p>	<p>Las tablas de multiplicar.</p> <p>Términos de la multiplicación.</p> <p>Multiplicación por suma reiterada.</p>	<p>Realización de un esquema del temario a estudiar y explicación general de los métodos de multiplicación.</p> <p>Juego: Lanzamiento matemático.</p>
2	<p>Conocer la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva.</p> <p>Resolver operaciones lineales de productos combinados con sumas y restas.</p>	<p>Repaso de las propiedades de la multiplicación.</p> <p>Explicación del producto lineal combinado con suma y resta.</p> <p>Ejercicios individuales de productos lineales.</p>	<p>Explicación de la suma reiterada y el producto lineal.</p> <p>Juego: Llenar la Cesta.</p>
3	<p>Resolver operaciones de multiplicación por la unidad seguida de ceros.</p> <p>Métodos de planteamiento y resolución de problemas con el producto lineal.</p>	<p>Explicación del método de la multiplicación para unidades seguidas de ceros.</p> <p>Explicación de métodos de planteamiento y resolución de problemas con producto lineal.</p> <p>Resolver problemas que plantean situaciones cotidianas mediante el producto lineal y la unidad seguida de ceros.</p>	<p>Repaso del producto lineal y multiplicación por la unidad seguida de ceros.</p> <p>Juego interactivo: Cuatro en línea.</p>
4	<p>Adquirir agilidad en el cálculo mental y las</p>	<p>Explicación del algoritmo estándar de la multiplicación.</p>	<p>Ejercicios individuales y</p>

	<p>operaciones de producto lineal.</p> <p>Conocer el método del algoritmo de la multiplicación.</p> <p>Resolver operaciones de una cifra aplicando el algoritmo de la multiplicación.</p>	<p>Repasar las operaciones de producto lineal con sumas y restas y las propiedades de la multiplicación.</p>	<p>corrección grupal.</p>
5	<p>Perfeccionar el método del algoritmo estándar de la multiplicación.</p> <p>Resolver operaciones de una cifra.</p> <p>Resolver problemas planteando el algoritmo.</p>	<p>Repaso del método del algoritmo de la multiplicación.</p> <p>Resolución de operaciones de forma individual.</p>	<p>Juego: Los trenes.</p>
6	<p>Conocer el método de la multiplicación para productos de dos cifras.</p> <p>Aplicar el producto de dos cifras a operaciones.</p>	<p>Explicación del procedimiento de cálculo para productos de dos cifras y multiplicandos de tres cifras.</p> <p>Plantear el cálculo para la resolución de operaciones.</p>	<p>Ejercicios individuales y corrección grupal.</p>
7	<p>Afianzar el cálculo mediante el método de la multiplicación para productos de dos cifras y multiplicando de tres cifras.</p> <p>Aplicar el producto de dos cifras a problemas.</p>	<p>Repasar el cálculo para productos de dos cifras.</p> <p>Resolver problemas aplicando el producto de dos cifras.</p>	<p>Juego interactivo: Animales Matemáticos.</p>

8	Todos los objetivos de la unidad didáctica.	Todos los de la Unidad Didáctica.	Sesión de repaso. Realización de ejercicios y problemas de forma grupal en la pizarra.
9	Todos los de la Unidad Didáctica.	Todos los de la Unidad Didáctica.	Control final de la unidad. Cuestionario de evaluación de actividades.
10	Todos los de la Unidad Didáctica.	Todos los de la Unidad Didáctica.	Corrección pública del examen en la pizarra. Juego: Party Matemático

5.7. DISEÑO DE LA EVALUACIÓN.

La evaluación del aprendizaje se realizará mediante los instrumentos que se comentan a continuación. En primer lugar se elaborará un diario de seguimiento en el que se describa el comportamiento individual y grupal de los alumnos durante las clases cooperativas con el objetivo de evaluar a los alumnos conforme a una serie de criterios (60% de la nota). La segunda será un examen final individual que versará sobre los contenidos de la unidad didáctica (40% de la nota) y la tercera consiste en un cuestionario realizado a los alumnos para verificar si las actividades han sido adecuadas para el cumplimiento de los objetivos y si el proceso de aprendizaje ha sido dinámico y motivador para el alumno.

La evaluación del aprendizaje realizará principalmente con la observación del alumnos en cada sesión a través de las actividades y la participación en clase con un valor del 40% de la nota y un 60% el examen final. Además, se evaluará la metodología seguida a través de un cuestionario.

En la tabla 3 se presenta la ficha diseñada para realizar el diario de observación, para llevar un registro en el que se valore la consecución de los objetivos didácticos por el equipo en cada sesión y un seguimiento individual de cada miembro en función de los objetivos didácticos cumplidos y el nivel de participación en las actividades.

Tabla 3. Diario de observación.

SEGUIMIENTO DEL GRUPO									
GRUPO Nº 1	OBJETIVOS DIDÁCTICOS								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sesión 1									
Sesión 2									
Códigos: NC=Conseguido, C=Conseguido									
SEGUIMIENTO INDIVIDUAL									
OBJETIVOS DIDÁCTICOS Y PARTICIPACIÓN									
GRUPO Nº1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Miembro 1									
Miembro 2									
Códigos Participación: B= No participa, AB= Participa a veces, A= Muy Participativo									

Códigos Cumplimiento de objetivos: NC=Conseguido, C=Conseguido
--

Elaboración propia.

El examen escrito incluirá todos los contenidos de la unidad didáctica y contendrá 3 actividades con operaciones de cálculo valorados en dos puntos cada una y dos problemas para plantear y resolver con un valor de dos puntos cada uno.

Finalmente, en la sesión 9, después del examen final se pedirá a los alumnos que rellenen un breve cuestionario con las siguientes preguntas:

- ¿Cómo crees que te ha salido tu examen?
- ¿Para resolver el examen, has aplicado alguna técnica utilizada en los juegos de clase? ¿Cuál?
- ¿Qué actividad realizada en clase te ha gustado más?
- ¿Te ha resultado más fácil aprender de forma individual o en equipo?
- ¿Has ayudado a algún compañero a entender las multiplicaciones? ¿y a ti, te han ayudado en algún momento?
- ¿Tus compañeros de equipo te han motivado a participar?

Los estándares de aprendizaje en los que se basa la evaluación se han establecido atendido a los expuestos en la LOMCE y se han incorporado estándares específicos para evaluar el aprendizaje cooperativo:

1. Se inicia en la comunicación verbal de forma razonada del proceso seguido en la resolución de problemas.
2. Se inicia en el análisis y comprensión del enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).
3. Se inicia en la utilización de estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.
4. Se inicia en la reflexión sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc.
5. Se inicia en la profundización en problemas una vez resueltos, analizando la coherencia de la solución y buscando otras formas de resolverlos.
6. Se inicia en la práctica del método científico, siendo ordenado, organizado y sistemático.

7. Identifica, desarrolla y muestra actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.
8. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados a su nivel educativo y a la dificultad de la situación.
9. Se habitúa al planteamiento de preguntas y a la búsqueda de respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.
10. Se inicia en la utilización de herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas.
11. Trabaja en equipo favoreciendo la obtención de resultados grupales a través de la cooperación con respeto hacia los demás miembros.
12. Participa activamente en los juegos y las actividades realizadas en el aula.

5.8. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS ALUMNOS

Así, a la hora de la puesta en práctica de la unidad didáctica, la sesión inicial realizada puso de manifiesto algunas carencias de conocimientos de años anteriores evidenciando la necesidad de afianzar mejor algunos contenidos. Sin embargo, la evolución de parte de los alumnos fue muy satisfactoria, sobre todo basándonos en los resultados de la citada prueba. Esto nos hace reflexionar sobre el tipo de aprendizaje que se está inculcando al alumnado hoy en día, por el que no son capaces de recordar conceptos, algunos muy importantes y constantemente repetidos durante los cursos anteriores, de uno a otro año, pero, en cambio, sí lo son de comprenderlos rápidamente si se les vuelven a explicar.

La metodología utilizada para la impartición de las lecciones fue la explicación de los contenidos en la pizarra, realizando ejemplos a la vez que los alumnos los realizan en sus cuadernos, resolviendo las dudas que surgen. En diferentes sesiones se realizan actividades de cálculo matemático propuestas de forma lúdica y mediante trabajo cooperativo. También se promueve la participación de los alumnos permitiéndoles corregir algunos de los ejercicios en la pizarra.

El hecho de permitir a los alumnos realizar o corregir ejercicios en la pizarra permite mostrar las carencias, dudas y errores que cometen para así poder solucionarlas. Muchas veces, si los alumnos no preguntan sus dudas es complicado saber en qué puntos tienen dudas, por lo que realizar los ejercicios delante del profesor y sus compañeros puede resultar útil para detectar éstas carencias.

La temporización de la unidad didáctica viene marcada por el calendario lectivo y las necesidades temporales para el resto de unidades didácticas del curso académico que dependen de la programación del departamento de matemáticas del centro y del docente de este grupo. Sin embargo, el temario, no muy extenso, ha podido desarrollarse prácticamente en su totalidad en las diez sesiones y, aunque es cierto que las necesidades del alumnado hubiesen requerido sesiones extra, éstas habrían sido excesivas teniendo en cuenta la carga lectiva de la asignatura en este curso educativo. Se considera, por tanto, que la temporización ha sido adecuada, aunque de haber dispuesto de más tiempo, se habría podido profundizar y afianzar más la materia impartida.

Los resultados del examen final se correspondieron en general con el interés que los alumnos mostraron en clase y con el esfuerzo realizado y el interés mostrado en la resolución de los distintos ejercicios o problemas planteados. En concreto, doce de los dieciséis alumnos aprobaron el control final y cuatro no sobrepasaron los 4,9 puntos en sus exámenes.

El día anterior al control, se repasaron las cuestiones más importantes y se indicó el tipo de preguntas y la materia concreta que en él aparecerían para facilitar el estudio a los alumnos. Los ejercicios del examen fueron similares a los que se realizaron en clase, por lo que aquellos alumnos que hubiesen atendido y trabajado.

La corrección del examen en la pizarra el último día de clase, en general, no resultó de interés para los alumnos, aunque su único propósito era que conociesen cuáles habían sido los fallos cometidos y evitar repetirlos en el futuro.

Para finalizar la intervención en el grupo, se realizó la actividad de party matemático que permitió comprobar los resultados de interés y participación para evaluar parte de la nota final que guardó coherencia con los resultados del examen y la participación general durante la unidad didáctica.

6. CONCLUSIONES

El objetivo general propuesto se ha cumplido mediante la elaboración de la unidad didáctica en la que se han incluido los contenidos establecidos por la normativa autonómica, pero se han impartido mediante la combinación de explicaciones teóricas y prácticas y actividades lúdicas y cooperativas.

En la investigación bibliográfica previa pudimos comprobar que, frente al método clásico de enseñanza con una pedagogía pasiva, el sistema del aprendizaje cooperativo y el juego en la asignatura de matemáticas ha sido propuesto y desarrollado por diversos autores que lo enmarcan dentro de la pedagogía activa. En líneas generales, tras la evaluación final realizada a los alumnos se puede concluir que este método ha ayudado a afianzar los conocimientos de cursos previos en relación a la multiplicación y a adquirir nuevas competencias y habilidades en la resolución de problemas y cálculos matemáticos.

Mediante la revisión de literatura actual se ha evidenciado en el marco teórico la realidad del sistema educativo español y el proceso y las dificultades que muestran los alumnos en su aprendizaje de la multiplicación. Para resolver estas dificultades y facilitar el aprendizaje de los alumnos de primaria se propuso una metodología que ha conseguido su objetivo específico favoreciendo la curiosidad y la motivación por la asignatura.

La actividad Genmagic ha permitido realizar una valoración de las carencias de los alumnos respecto de conocimientos del curso anterior que ha servido de base para trabajar en la segunda sesión. Además, esta herramienta, que incorpora el uso del ordenador, ha favorecido que los alumnos realicen de forma voluntaria actividades en casa sin necesidad de un control estricto por parte de los padres.

La actividad de los trenes realizada por equipos ha mejorado la agilidad en el cálculo mental y la consolidación de los conocimientos del producto lineal y las propiedades de la multiplicación.

Finalmente, la actividad del party matemático ha permitido finalizar la última sesión con una práctica final de todos los contenidos que sentarán su base en el siguiente curso y que servirá de repaso a los alumnos que necesiten mejorar sus resultados.

En definitiva, las actividades propuestas intercaladas con las explicaciones teóricas y prácticas han favorecido un aprendizaje cooperativo que ha creado un ambiente positivo y proactivo en el aula.

7. CONSIDERACIONES FINALES

La elaboración de este trabajo me ha permitido investigar y reflexionar acerca del sistema educativo actual. Los contenidos de cada asignatura y curso son marcados por la normativa estatal y autonómica, por lo que el profesorado no puede más que adaptarlos al nivel de su alumnado, haciendo hincapié en alguno de ellos si lo cree necesario y/o adaptando la dificultad de otros si el nivel del grupo no es el adecuado para el curso en el que se encuentran.

Por tanto, podría decirse que una mayor libertad de los docentes a la hora de elegir los contenidos, podría beneficiar a los alumnos y su aprendizaje dado que permitiría una mejor adaptación al nivel del alumnado y una mayor profundización en los contenidos que el docente considerase de mayor importancia o que fuesen a ser de más fácil comprensión por sus alumnos.

A pesar de ello, he descubierto tras mi formación académica y la realización de las prácticas como maestra que he adquirido múltiples competencias. Entre ellas: i) He mejorado mi comunicación lingüística a la hora de interactuar con los alumnos y compañeros docentes, ii) He desarrollado mi capacidad para organizar las tareas y el tiempo para que el aprendizaje personal y de los alumnos sea eficaz, iii) He perfeccionado mi conocimientos matemáticos ganando mejorando el cálculo mental y la creatividad a la hora de buscar actividades dinámicas y cooperativas, y por último, iv) He aprendido a utilizar las herramientas digitales para realizar actividades.

Además, tras mi investigación he descubierto que hay multitud de literatura académica que plantea diferentes metodologías para superar el predefinido ámbito curricular y permitir el aprendizaje efectivo de los alumnos y la retroalimentación del docente.

Así, en el expuesto método de aprendizaje cooperativo, se busca favorecer la interacción y la comunicación entre iguales permitiendo el aprendizaje y asimilación de conceptos nuevos.

El rol del docente, cuando emplea el aprendizaje cooperativo, es multifacético y deberá tomar una serie de decisiones antes de abordar la enseñanza, explicarles a los alumnos la tarea de aprendizaje y los procedimientos de cooperación, supervisar el trabajo de los equipos, evaluar el nivel de aprendizaje de los alumnos y alentarlos a determinar con qué eficacia están funcionando sus grupos de aprendizaje.

En este método, la implicación de los docentes es esencial, pues a ellos les compete poner en funcionamiento los elementos básicos que hacen que los equipos de trabajo sean realmente cooperativos.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arteta, V. J. (2012). *Los fraccionarios en primaria: retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido*. Bogotá, CO: Universidad del Norte. Recuperado de: <http://www.ebrary.com>
- Ávila Jiménez, O.R., De León Pérez, M.R y Lovo Ramírez, J.M. (2003). Diagnóstico de las dificultades de aprendizaje en las operaciones aritméticas básicas con números enteros en niños/as de sexto grado de centros escolares oficiales del distrito 06-32 del Municipio de Apopa. Doctoral dissertation. Universidad de El Salvador.
- Barnett, L. (1995). Aula de Innovación Educativa. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 36, 67-70.
- Benito, A. y Cruz, B. (2005). *Nuevas claves para la docencia universitaria*. Madrid, España. Ed. Narcea.
- Bermejo Fernández, V (2010). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid, España. Ed. CCS.
- Camacho, M. (2012). Estrategias para promover la indagación y el razonamiento lógico en la educación primaria desde la didáctica de la Matemática. *Revista Educare*, 16, 95-111.
- Corbalán, F. &Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *Uno, revista de didáctica de las matemáticas*, 7, 71-80.
- Decreto 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, *por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria*. *Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid*, núm. 175.
- Fernández-Río, J., Rodríguez Gimeno, J.M, Velázquez Callado, C. y Santos Rodríguez, L. (2013). *Actividades y juegos cooperativos para educar en la escuela y en el tiempo libre*. Madrid, España. Ed. CCS.
- González-Pineda, J. A., y Álvarez, L. (1998). *Dificultades específicas relacionadas con las matemáticas: Dificultades del aprendizaje escolar*. Madrid, España. Ed. Pirámide.

- Guirles, J. R. G. (2002). El constructivismo y las matemáticas. *Sigma: revista de matemáticas matematika aldizkaria*, (21), 113-129.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2013). PISA 2012 Informe Internacional. Resultados España. Gobierno de España. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Boletín de Educación núm. 22 diciembre 2013*.
- Jarque, J. (2011). Juego de la oca para aprender la tabla de multiplicar. Recuperado de <http://familiaycole.com/2011/03/27/juego-de-la-oca-para-aprender-la-tabla-de-multiplicar/>
- Javaloyes, S. J. J. (2010). *Cómo personalizar la educación: una solución de futuro*. Madrid, España. Narcea Ediciones. Recuperado <http://www.ebrary.com>
- Johnson, D.W.; Johnson, R.T.; Holubec, E.J. (1999) *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona, España. Ed. Paidós SAICF.
- Lotero Botero, L.; Andrade Lodoño, E. y Andrade Lotero, L. (2011). La crisis de la multiplicación: Una propuesta para la estructuración conceptual. *Voces y Silencios*, (2), 38-64.
- Maza Gómez, C. (1991) *Enseñanza de la multiplicación y división. Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid, España. Ed. Síntesis.
- Mialaret, G. (1984). *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan: un texto base para psicólogos, enseñantes y padres*. Madrid, España. Ed. Visor.
- Piaget, J. (1985). *La infancia de siete a doce años. Seis estudios de Psicología*. Barcelona, España.
- Polya, G. (1944). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas 2002.
- Sanmartí, N. (2009). ¿Qué cambios implica la introducción del concepto de competencia en la educación científica? Conferencia VIII Congreso Internacional, Barcelona. Recuperado <http://www.acofacien.org/images/files/BIBLIOTECA/Libros/LOS%20FRACCIONARIOS%20EN%20PRIMARIA.pdf>
- Slavin, R. E., & Johnson, R. T. (1999). *Aprendizaje cooperativo: teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires. Aique.