



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

**El juego como herramienta
del aprendizaje del álgebra en
las matemáticas de 3º de ESO.**

Presentado por: Ana Elena Rodríguez García

Tipo de trabajo: Propuesta de intervención

Director/a: Isabel Fernández Solo de Zaldívar

Ciudad: Luarca, Asturias

Fecha: 27 de enero de 2017

RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Máster expone un programa didáctico basado en el uso del juego como herramienta para la enseñanza del álgebra al alumnado de 3º de ESO. Ya en las últimas décadas se ha investigado ampliamente sobre las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas y la relación directamente proporcional que existe con la metodología empleada en el proceso de enseñanza. Concretamente, una de las ramas de la materia que implica mayor complejidad es el álgebra, y su organización en los sucesivos cursos de la Educación Secundaria Obligatoria muestra un salto cualitativo amplio en 3º, tanto en cantidad como dificultad, sobre todo en la vía orientada a las enseñanzas académicas. También destacan las nuevas tendencias educativas, que se abren hueco y conviven en los centros con metodologías más tradicionales, adaptándose, en la medida de lo posible, a las necesidades de cada discente. A la vista de estos datos, parece evidente la necesidad de buscar y aplicar estos nuevos procesos didácticos a los contenidos curriculares que entrañan dificultades varias, a través de una propuesta innovadora de juegos diversos en cuanto a contenido, agrupamiento y estructura, tratando de que profesorado y alumnado valore su experiencia aplicándola y opinando sobre ella.

Palabras clave : álgebra, recursos, propuesta didáctica, juegos matemáticos.

ABSTRACT

This work shows a teaching program based on the use of games as a tool for the teaching of algebra oriented towards 3rd ESO pupils. Difficulties in maths learning and its directly proportional relationship with the methodology used during the teaching process have been deeply investigated in the last decades. In fact, algebra is one of the most complex subjects and its planning in the successive years shows a great difference in 3rd ESO, both in quantity and difficulty, especially in the option oriented to the academic teaching. The new educational trends are also notorious, coexisting with the traditional methodologies and adapting, as far as possible, to the students necessities. Bearing in mind all these data, it seems obvious the necessity of searching for and applying these new didactic processes to curricular contents which imply some difficulties. For this reason, it was designed this innovative proposition, composed on diverse games in terms of content, grouping and structure. After the experience, both teachers and pupils have the opportunity of valuing it in order to improve the teaching process.

Keywords : algebra, resources, educational proposal, mathematical games.

ÍNDICE

1. Justificación y planteamiento del problema.....	4
1.1. Introducción y justificación.....	4
1.2. Planteamiento del problema.....	5
1.2.1. Problema de estudio.....	5
1.3. Objetivos.....	5
1.3.1. Objetivo general.....	5
1.3.2. Objetivos específicos.....	6
1.4. Metodología a seguir.....	6
1.5. Descripción de los apartados del trabajo.....	7
2. Marco teórico o conceptual.....	8
2.1. Método búsqueda y selección bibliografía	8
2.2. Revisión de forma, estado de la cuestión y corrientes actuales sobre el tema	9
2.2.1. Contextualización y normativa de aplicación.....	9
2.2.2. Modelo de enseñanza - aprendizaje y agentes implicados	13
2.2.3. El álgebra	20
2.2.4. Teorías del aprendizaje	24
2.2.5. Tendencias educativas	32
2.2.6. Herramientas y teorías a contemplar en procesos enseñanza – aprendizaje...34	
3. Propuesta de intervención	42
3.1. Presentación de la propuesta	42
3.2. Objetivos de propuesta	43
3.3. Contextualización.....	44
3.3.1. Marco legislativo.....	44
3.3.2. Población a que se dirige.....	44
3.4. Propuesta	45
3.4.1. Metodología	45
3.4.2. Objetivos didácticos, competencias y contenidos	46
3.4.3. Temporalización de contenidos.....	47
3.4.4. Actividades	49
3.4.5. Recursos	52
3.4.6. Evaluación.....	53
3.5. Evaluación de la propuesta	55

4. Conclusiones	57
5. Limitaciones y prospectiva	60
5.1. Limitaciones	60
5.2. Líneas de investigación futuras	60
6. Referencias bibliográficas	62
7. Anexos.....	68
7.1 Anexo 1 – Kahoot	68
7.2 Anexo 2 – LEGO Digital	72
7.3 Anexo 3 – Puzzle polinómico	76
7.4 Anexo 4 – Sopa polinómica	79
7.5 Anexo 5 – Prueba final	81
7.6 Anexo 6 – Rúbricas de evaluación	84
7.7 Anexo 7 – Satisfacción docentes juego como herramienta didáctica	100
7.8 Anexo 8 –Preferencia discentes sobre tipología juego para aprendizaje	103
7.9 Anexo 9 – Control comprensión , razonamiento matemático y aprendizaje de conceptos tratados, y comparación con un grupo de características similares	105
7.10 Anexo 10 – Percepción y preferencia del alumnado por el trabajo individual vs en equipo	109

1. Justificación y planteamiento del problema

1.1. Introducción y justificación

A lo largo de las últimas décadas, tanto las instituciones nacionales como internacionales, así como algunas universidades, han investigado mucho sobre las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y la relación con la metodología utilizada para su enseñanza, y sin embargo, los informes sobre la mejora en educación no arrojan avances significativos en la competencia matemática de los españoles.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) publicó un estudio de Prácticas Docentes y rendimiento estudiantil elaborado a partir de las evidencias de TALIS 2013 (*Teaching and Learning International Survey*) y PISA 2012 (*Programme for International Student Assessment*). En tal estudio se encuentran evidencias de que las prácticas docentes utilizadas actualmente en el aula, basadas en el constructivismo, y la formación del profesorado, en estrategias y recursos didácticos, favorecen el rendimiento de los estudiantes, siendo el refuerzo positivo, sobre todo en el caso de alumnado con malos resultados, una herramienta apropiada para la consecución de los objetivos del grupo-clase (Méndez, 2013).

En el presente trabajo se pretende elaborar un proyecto de intervención educativa basado en las premisas de tal estudio, concretado en una propuesta práctica para el alumnado de 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, respondiendo a las necesidades encontradas en el ámbito educativo en cuanto al trabajo del Álgebra, como materia de gran importancia dentro del currículum de matemáticas, no sólo del susodicho curso, sino de los siguientes en la asignatura.

Se tratará de abordar la propuesta desde el modelo de aprendizaje “por descubrimiento” (el constructivismo), siendo el discente el centro y el docente el facilitador en este proceso, utilizando el juego como herramienta metodológica adecuada para el aprendizaje del álgebra, dado que sus características didácticas, lúdicas y de apoyo del proceso en la experiencia lo convierten en motivacional a la vez que contribuye a un aprendizaje activo y participativo.

1.2. Planteamiento del problema

1.2.1. Problema de estudio

El Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INNE) publicó una Evaluación General de Diagnóstico del año 2010 sobre el segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria, cuyos resultados ponían de manifiesto que los bloques de contenidos referentes a la geometría y al álgebra presentaban una mayor dificultad para el alumnado (Avezuela y Roca, 2011). En los cursos superiores de esta etapa, es decir, en 3º y 4º de ESO, el álgebra sigue presentando obstáculos, debido a que este bloque de contenidos supone un gran cambio de perspectiva en las matemáticas.

La capacidad que posee cada integrante de un grupo-clase, así como su preferencia por una forma de aprendizaje determinada, condicionarán en gran medida el aprovechamiento de las explicaciones o actividades propuestas por el docente (García Nájera, 2007).

Por otro lado, Valle et al. (2006) afirman que una gran parte del éxito o fracaso de la educación viene dada por la motivación del alumnado, convirtiéndose ésta en uno de los problemas centrales de la educación española. La investigación realizada por Alonso Tapia (2005) evidencia la influencia que ejerce este grado de motivación en el aprendizaje de los discentes.

El problema que se plantea en este trabajo es, por un lado, la falta de entendimiento del álgebra por parte del alumnado, por otro, sus diversas capacidades y formas de aprendizaje, y para terminar, la falta de motivación y participación que impera en las aulas.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

El objetivo principal de este trabajo es crear un programa para la enseñanza - aprendizaje del álgebra, basándose en las dificultades de tales contenidos en el alumnado de 3º de ESO en las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, a través de diferentes metodologías y grados de consecución.

1.3.2. Objetivos específicos

Para el logro de este objetivo se deben plantear una serie de objetivos específicos, como son los siguientes:

- Revisar la normativa vigente en materia de educación que afecte al curso y a la comunidad donde se pretende desarrollar el programa.
- Estudiar los modelos de enseñanza aprendizaje y el papel del docente y el discente en tal proceso.
- Realizar un estudio sobre las dificultades y obstáculos que aparecen a la hora de plantear los conceptos algebraicos en el aula, así como las estrategias adecuadas para paliarlos.
- Hacer un estudio sobre las diversas formas de aprendizaje que se dan en el alumnado al procesar la información.
- Investigar las tendencias que se barajan para el 2020 en la educación.
- Revisar las herramientas didácticas existentes relacionadas con el papel del alumnado como constructor de su propio conocimiento gracias a experiencias y sus beneficios en el aula.

1.4. Metodología a seguir

La metodología a seguir para llevar a cabo el presente trabajo partirá de la revisión de la normativa vigente en materia de educación, la investigación bibliográfica de temas directamente relacionados con el proceso de enseñanza – aprendizaje y el papel que desempeñan en tal desarrollo los diferentes elementos implicados, centrandó esta revisión en los contenidos del álgebra y qué obstáculos aparecen a la hora de tratarlos en el aula, repasando las teorías sobre el aprendizaje del discente en el procesamiento de la información, las tendencias educativas y la implantación de la escala de objetivos a la hora de estructurar una sesión, el aprender haciendo, el juego y la gamificación en el aula, tratando que se desarrolle un aprendizaje de forma activa y significativo.

Finalmente se propondrá un programa para la comprensión y aprendizaje del álgebra basado y desarrollado a través de juegos educativos, adaptados al currículo, objetivos, competencias y contenidos para al álgebra de 3º de Educación Secundaria Obligatoria por la vía de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas.

1.5. Descripción de los apartados del trabajo

Este programa de intervención educativa se estructura en una serie de apartados que acotan, en un principio, un marco teórico basado en la actualidad y el tema de estudio elegido, el juego como herramienta para el aprendizaje del álgebra en las matemáticas de 3º de ESO. Para ello se revisa la normativa vigente, los sistemas de enseñanza-aprendizaje y sus integrantes, el álgebra en el currículo de ESO y los obstáculos que representa en los docentes y discentes, las diversas formas de aprendizaje según diferentes teorías, las tendencias educativas de la sociedad actual y las herramientas sobre la enseñanza a través de objetivos, el “Aprender haciendo”, el juego y la gamificación.

Posteriormente se plantea la propuesta de intervención, objeto principal del presente trabajo, subdividida en apartados que van definiendo la presentación del programa, sus objetivos, la contextualización legislativa y de los agentes a los que se dirige, la propuesta en sí y la evaluación de ésta.

Cabe destacar que el apartado correspondiente a la propuesta consta de secciones que definen el programa diseñado. Estas secciones establecen la metodología, los objetivos, las competencias y los contenidos, la temporalización formulada, las actividades creadas en base al juego, los recursos necesarios y el establecimiento de criterios de evaluación del alumnado.

Finalmente se reflexiona sobre las conclusiones sacadas a partir del desarrollo del trabajo, las limitaciones encontradas y las líneas de investigación futuras a que se aspira.

2. Marco teórico o conceptual

2.1. Método búsqueda y selección bibliografía

La fundamentación teórica del presente documento se apoya en diversas informaciones filtradas en base a la actualidad de cada una de ellas y la relación que tienen con el tema objeto de estudio. Se ha tratado de buscar y extraer información de fuentes primarias, bibliografía relevante y de autores reconocidos, utilizando las fuentes secundarias y terciarias en escasas ocasiones y como último recurso.

En primer lugar se ha revisado la normativa actual relativa a la educación, correspondiente a todo el país en general y al Principado de Asturias en particular, extrayendo los principios generales en los que se basa el proceso de enseñanza – aprendizaje, que no sólo incluyen el cumplimiento de objetivos y el desarrollo de competencias, sino que intentan potenciar el talento y las múltiples capacidades del alumnado.

Posteriormente se han repasado los sistemas de enseñanza y sus características más notables, comparando los más utilizados a lo largo de la trayectoria educativa de nuestro país, el tradicional y el constructivista. Pasando al análisis del papel que representan el docente y el discente en el proceso de enseñanza – aprendizaje, y cómo sus características, la metodología seguida y la motivación influyen de manera determinante en sus roles.

Dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje se centra la búsqueda bibliográfica en el planteamiento del álgebra en el curriculum de ESO y los problemas a que se enfrentan el profesorado y el alumnado al tratar sus contenidos, buscando entender cómo el clima del aula, el docente y las ganas del alumnado pueden influir en el aprendizaje de dicha materia.

En tercer lugar se ha ahondado en las diversas formas de aprendizaje que existen en función de la modalidad sensorial con que cada individuo cuenta al procesar la información, permitiendo este conocimiento “a priori” una adaptación de las herramientas metodológicas a cada discente.

Para terminar se han revisado las tendencias educativas, buscado teorías y estudios que permitan tener una visión general de la metodología basada en la enseñanza a través de objetivos, de tipo práctico y de juego, analizando la

Taxonomía de Bloom, el “Aprender Haciendo” enunciado por John Dewey y, más tarde por Roger Shank, y la gamificación y los juegos como recursos didácticos, que preparan al alumnado para enfrentarse en un futuro a los problemas que se le presenten gracias a que practica, participa y está motivado, y por ello recuerda, lo que debe aprender o ha ejecutado.

2.2. Revisión de forma, estado de la cuestión y corrientes actuales sobre el tema

2.2.1. Contextualización y normativa de aplicación

Con el fin de adquirir una idea global de la legislación vigente aplicable a nivel español, y más concretamente, asturiano, dado que se pretende establecer una propuesta adaptada y contextualizada en un centro del Principado de Asturias, en esta sección se revisa, en primer lugar, la LOMCE del 2013, centrándose en sus principales objetivos y competencias, así como en la organización de la materia de matemáticas en los diferentes cursos y etapas que conforman la Educación Secundaria Obligatoria. Posteriormente se repasan los objetivos, capacidades y habilidades propuestas para desarrollar en el ámbito matemático según el Currículo de Educación Secundaria Obligatoria y las relaciones entre sus elementos en el Principado de Asturias (2015).

a) Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE 2013).

El proceso de enseñanza-aprendizaje no pretende solamente llegar a conseguir que el alumnado cumpla los objetivos y competencias que se plantean en el currículum, superando los obstáculos, problemas y dificultades que puedan surgir en el camino de la formación, sino que, según el preámbulo de esta ley, vigente para todo el territorio español, la LOMCE (2013), se pretende reconocer y potenciar el talento de cada individuo, formando personas autónomas y con pensamiento propio.

Los principales objetivos de esta disposición pasan por mejorar los resultados educativos apoyándose en criterios internacionales, reducir la elevada tasa de abandono temprano de la educación que existe entre los adolescentes en nuestro país y mejorar la empleabilidad y el espíritu emprendedor.

Entra, dentro de este marco de objetivos a desarrollar por el currículo, la adquisición de competencias clave, como conjunto de conocimientos y actitudes que contribuyen al desarrollo personal, social y profesional de cada individuo, el “saber hacer”, definidas por el Proyecto Deseco de la OCDE (2003) como las capacidades desarrolladas para responder a demandas complejas, llevando a cabo las tareas adecuadas a tal fin.

Todas las competencias contempladas en el sistema educativo español se describen en la Orden ECD/65/2015 , de 21 de enero, donde, además se relacionan con los contenidos y criterios de evaluación de cada etapa educativa definida en la LOMCE. Estas capacidades de respuesta se desglosan en:

- 1.- Competencia en comunicación lingüística (CCL)
- 2.- Competencia matemática y básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- 3.- Competencia digital (CD)
- 4.- Competencia de aprender a aprender (CPAA)
- 5.- Competencias sociales y cívicas (CSC)
- 6.- Competencia del sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE)
- 7.- Competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC)

En el Anexo II de la citada Orden ECD/65/2015 se exponen orientaciones para facilitar el desarrollo de estrategias metodológicas que permitan trabajar por competencias en el aula, entre las que destacan:

- La planificación de objetivos, recursos disponibles, métodos didácticos y criterios de evaluación a implantar. Siendo los recursos y materiales didácticos un aspecto clave de la metodología, cuyo diseño adaptado a los diferentes estilos y ritmos de aprendizaje es importante y muy útil a la hora de atender a la diversidad del aula.

- El papel de orientador-facilitador del docente, enfocando las tareas (individuales o colaborativas) con objetivos concretos de resolución, basándose en los diversos tipos de conocimientos y destrezas, atendiendo siempre a la diversidad, y a los distintos estilos y ritmos de aprendizaje. Debe ser capaz de generar curiosidad, motivación, necesidad de saber, ... siempre buscando que el discente comprenda lo aprendido y sea capaz de usarlo en contextos ajenos al aula.
- El desarrollo de competencias partiendo del nivel inicial y siguiendo una secuenciación que comience en lo simple y avance gradualmente hacia lo complejo.
- El papel del alumnado autónomo y activo, consciente de que su aprendizaje es su responsabilidad, formando parte de estructuras de aprendizaje cooperativo donde cada discente participa con las estrategias que mejor maneja, compartiéndolas con sus compañeros.
- La contextualización del aprendizaje y el trabajo por proyectos, favoreciendo de esta forma que el estudiante desarrolle y utilice sus habilidades, sus actitudes, los conocimientos que ha adquirido y las competencias que ha desarrollado.

Dentro de este marco normativo definido por la LOMCE y demás órdenes que lo complementan o desarrollan, la organización de la materia de matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria, como asignatura y etapa objeto de este trabajo, se divide en los cursos correspondientes a 3º y 4º en dos itinerarios, las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas y a las aplicadas, para elección por el alumnado según el camino a tomar en sus estudios posteriores.

Tabla 1. Organización de las matemáticas en la ESO

EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA					
PRIMER CICLO			SEGUNDO CICLO		
1º	2º	3º (ELEGIR OPCIÓN MATEMÁTICAS)		4º (ELEGIR OPCIÓN CURSO)	
MATEMÁTICAS	MATEMÁTICAS	MATEMÁTICAS ORIENTADAS A	MATEMÁTICAS ORIENTADAS	ENSEÑANZAS ACADÉMICAS	ENSEÑANZAS APLICADAS
		LAS ENSEÑANZAS APLICADAS	A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS	MATEMÁTICAS ACADÉMICAS	MATEMÁTICAS APLICADAS

Fuente: Elaboración propia basada en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2013

b) Currículo de Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos del Principado de Asturias (2015).

Dentro de la regulación en materia de educación definida por el Gobierno, las Administraciones educativas tienen la potestad de completar los contenidos y criterios de evaluación del bloque de asignaturas troncales, entre ellas las materias de matemáticas, y realizar recomendaciones sobre la metodología a aplicar en los centros docentes. Le corresponde al Gobierno del Principado de Asturias la regulación del currículo y su ordenación siguiendo las directrices marcadas por el Gobierno central, siendo una de sus características más destacables el fomento del aprendizaje basado en competencias, utilizando sugerencias metodológicas en cada una de las materias que se regulan.

Predomina, entre sus objetivos generales, la potenciación de la atención a la diversidad buscando responder a las necesidades de cada discente y favorecer la consecución de las competencias clave por parte de todo el alumnado.

Este Currículo de Educación Secundaria, en la sección correspondiente al estudio de las matemáticas en la ESO, enuncia las múltiples capacidades que se pretenden desarrollar dentro de tal materia, como son la elaboración y utilización de

estrategias para abordar situaciones cotidianas con las herramientas que se encuentren al alcance, las capacidades de pensamiento y razonamiento reflexivo, la interpretación de la realidad gracias a la recogida de información, el análisis de datos y la selección de cálculos apropiados, la actuación ante problemas de la vida cotidiana valiéndose de herramientas y modos propios de la actividad matemática, ... y muchas otras habilidades que buscan la aplicación de la asignatura, y los conocimientos que de ella se derivan, a la vida diaria y cotidiana de los discentes, tratando de que en un futuro tales saberes les permitan desenvolverse en el mundo que les rodee. No olvidando nunca que las matemáticas traducen las situaciones de nuestro entorno a su lenguaje, y que cuanto mejor las comprendamos, mejor conoceremos nuestro mundo.

2.2.2. Modelo de enseñanza - aprendizaje y agentes implicados

El saber, el discente y el docente, dentro de la enseñanza, conforman el llamado “triángulo didáctico”. Esta estructura de tres vértices que interactúan entre sí da lugar a la intervención didáctica, donde la relación docente-discente es de mutua necesidad para que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea llevado a cabo con éxito (Sánchez y Fernández-Sánchez, 2010). Es por ello que en este apartado se hace una revisión de los modelos de enseñanza-aprendizaje y cómo este proceso ha ido adaptándose a la cambiante sociedad española (aunque quizás no al mismo ritmo), repasando el papel que toman el docente y el discente como principales agentes implicados.

a) Modelos de enseñanza y evolución de éstos en España.

Según Jean-Pierre Astolfi (1997) existen tres modelos de enseñanza, la transmisiva o tradicional, la conductista y la constructivista.

En la **enseñanza tradicional o por transmisión** el aprendizaje se entiende según el esquema de emisor-receptor que define la comunicación, tomando el alumnado una función pasiva, donde el docente transmite el conocimiento de

manera progresiva para su inscripción en la memoria del discente, viéndose el error como un fracaso.

Este modelo de enseñanza es eficaz si se encuentra dentro de unos límites, como son:

- Receptores motivados e informados.
- Acción de informarse realizada de forma positiva.
- Estructuras intelectuales de emisor y receptor similares.
- Receptor con conocimientos sobre lo expuesto, aprovechando así la explicación para organizar y estructurar la información previa.

Cabe destacar que el alumnado que cursa la Educación Secundaria Obligatoria no cumple tales condicionantes, por lo que este modelo no es eficaz a la hora de plantear un proceso de enseñanza-aprendizaje en un aula debido a sus características.

La evaluación se establece a partir de una prueba final, donde se miden y premian aprendizajes memorísticos (Díaz Barriga y Hernández Rojas, 2004).

La **enseñanza conductista o behaviorista** asimila las estructuras mentales a una caja negra a la que no se puede acceder, dedicándose el docente a la definición de conceptos a adquirir como comportamientos observables esperados al finalizar el proceso. El profesorado divide el trabajo a desarrollar en partes de menor tamaño para que el discente tenga éxito en las porciones, procediendo luego a encadenarlas, para evitar el error (considerado un defecto del programa planteado) y siempre utilizando el refuerzo positivo (Astolfi, 1997).

Esta pedagogía por objetivos muestra las distorsiones entre lo que el docente quiere que sus discentes adquieran y lo que realmente les ocurre a ellos.

Este modelo adquiere interés al utilizarlo en la evaluación y en la coordinación entre el profesorado.

El **constructivismo**, como modelo que sitúa al alumnado en el centro del aprendizaje, cambia totalmente el estatus del error, buscándose en los procesos de enseñanza.

En este modelo “por descubrimiento”, relacionado directamente con el “aprender a aprender”, competencia que se busca desarrollar en el plan de estudios vigente en España y en el resto de países que conforman la Unión Europea, el aprendizaje se alcanza gracias a un proceso de autoestructuración, influido por los contenidos, la situación y la actividad intelectual poseída por el alumnado, apareciendo la figura del docente como un facilitador de ese aprendizaje.

Según Díaz Barriga y Hernández Rojas (2004) el alumnado, influido por este aprendizaje, adquiere un deseo natural por aprender, convirtiéndose la evaluación en un proceso llevado a cabo tanto por el docente como por el discente, promoviendo siempre un aprendizaje de tipo crítico, nunca memorístico.

La enseñanza española ha seguido, y todavía conserva en muchos centros, un modelo tradicional basado en la transmisión de información, apoyada en las clases magistrales y el uso de la pizarra, como únicos recursos didácticos utilizados por el profesorado, que dan lugar a una enseñanza anticuada y no adaptada a la sociedad y las competencias a desarrollar, donde el alumnado aprende únicamente lo que el docente explica, haciendo una impresión de conocimientos en el educando y no motivándolo, por lo que se considera que se deben introducir innovaciones de manera urgente. Se debe tender a un modelo constructivista, ya utilizado de manera vaga en algunos centros, buscando un aprendizaje activo, donde el propio sujeto construya su conocimiento gracias a su actividad y empeño, lo que no quiere decir romper con todo lo anterior, sino adaptar y utilizar todos los recursos a nuestro alcance, incluso en algún momento las clases magistrales, que como comentan Planas y Alsina (2009, p.203) tienen aspectos positivos y es conveniente que existan momentos en los que la explicación del profesorado sea el eje central de la actividad docente.

El sistema educativo español ha ido evolucionando de la tradicional transmisión de información a la aplicación de métodos basados en el constructivismo, aunque quizás no a la par o tan rápido como demandaba la sociedad.

Estos cambios en los modelos que se han sucedido en la educación se dejan ver claramente en características como en la comparación de los roles del alumnado y el docente, la metodología y demás aspectos implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tabla 2. Comparación entre escuela tradicional y constructivista

	ESCUELA TRADICIONAL	ESCUELA CONSTRUCTIVISTA
Principales representantes	Ignacio de Loyola De Vall	Piaget Vigotski
Papel del alumnado	Papel pasivo: es visto meramente como objeto	Papel activo: constructor de su propio conocimiento
Papel del profesorado	Papel activo: tiene la verdad absoluta y transmite información	Papel activo: orienta y guía el aprendizaje de los discentes
Relación profesorado-alumnado	El profesorado es una figura autoritaria que hace cumplir las normas	Se promueve la interacción profesorado-alumnado
Lugar donde se adquiere el conocimiento	La escuela es el lugar donde se reproduce el conocimiento reprimiendo la creatividad del alumnado	La educación ocurre en contextos y no solamente en la escuela
Metodología de enseñanza	Repetitivo y mecánico Memorización, copias...	Conocimientos basados en la experiencia Participación en la sociedad
Características	Transmisión verbal Gran volumen de información	Diversidad de medios de transmisión y es el alumnado quien reconstruye el contenido que se aprende
Motivación del alumnado	Aprobar	Deseo natural por aprender
Evaluación	Final Es el docente quien califica Pruebas fijas de respuesta única	Diferentes tipos de evaluación en función del momento de la misma, llevada a cabo por el profesorado y el alumnado. Pruebas flexibles que promueven el desarrollo de memoria crítica

Fuente: Elaboración propia basada en Díaz Barriga, A., Hernández Rojas, G. (2004). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo: una interpretación constructivista. (2º ed.). México: McGraw Hill.

b) El papel del docente en el proceso de enseñanza – aprendizaje

La profesión docente entraña diversos retos y demandas, no siendo suficiente el dominio de la materia a impartir ni restringiéndose su tarea a la transmisión de información. La enseñanza implica interacciones que ayuden propositivamente a los discentes a aprender, a pensar, a actuar y a desarrollarse como individuos, teniendo, por esta razón, que ampliarse considerablemente la formación del profesorado en muy diversos ámbitos (Díaz Barriga y Hernando Rojas, 2004).

En el proceso de enseñanza-aprendizaje es primordial que el alumnado sienta que está aprendiendo y desarrollando sus competencias. En este sentido es relevante el binomio docente – discente, centrando el propio docente la atención en el proceso a seguir, y nunca en el resultado.

El profesorado debe estar motivado por enseñar y porque el discente aprenda, debe ser capaz, con su actitud, de activar y mantener el interés del alumnado.

Según Gallardo y Camacho (2008) no sólo la motivación del profesorado influirá en sus discentes, habrá ciertas características que también incidirán de manera determinante en ellos:

- Su personalidad, que incite, anime y lleve al estudiante al trabajo activo de su propio perfeccionamiento.
- Su competencia, que llegue a convertirlo en un experto de la enseñanza, que investigue la propia acción, potencie los aspectos positivos y trate de que mejoren los negativos.
- El material didáctico empleado, buscando que sea interesante, intuitivo, ...
- Su empatía, generando un buen ambiente que favorezca la implicación y la comprensión de los contenidos a tratar.
- El método y las técnicas de trabajo empleadas en el aula.
- La confianza en sus propias capacidades y en el potencial de su alumnado.

El profesorado nunca tomará el papel de guía, sino de facilitador del aprendizaje, presentando actitudes de empatía con sus discentes, de confianza hacia

sus ganas de aprender, de estima, de refuerzo positivo de sus logros, de reconocimiento del error nunca como algo malo en sí mismo, sino como una oportunidad de aprender, tratando así de motivar lo máximo posible a sus educandos y de superar las dificultades del aprendizaje de tipo actitudinal. Las características más importantes que debe perseguir un docente de corte constructivista se resumen en la siguiente figura:

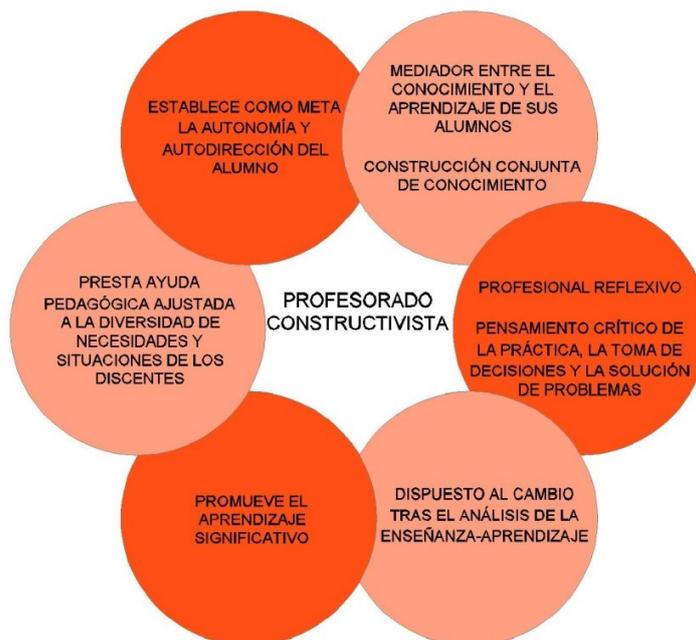


Figura 1. Características de un docente constructivista. Fuente: Elaboración propia basada en Díaz Barriga y Hernando Rojas (2004).

Los ejes que vertebran la práctica de un docente se componen del conocimiento adquirido en su formación y del uso práctico de sus experiencias en el aula, condicionadas o influenciadas por el contexto socioeducativo, la trayectoria de su vida, el proyecto curricular y pedagógico en que se ubica y la institución escolar en la que ejerce su función (Díaz Barriga y Hernando Rojas, 2004).

c) El papel del discente en el proceso de enseñanza – aprendizaje

El papel del discente ha cambiado mucho en las nuevas concepciones pedagógicas, desde el alumnado pasivo, con rol secundario, que se dedicaba a

incorporar los conocimientos que el docente le impartía, a ser el protagonista de su propio proceso de aprendizaje, descubriendo, investigando, argumentando, etc., todo ello vinculado estrechamente a la motivación que posea.

Según Jiménez Vega (2014) el alumnado debe poseer ciertas características para poder ejercer con éxito su rol:

- Ser habilidoso o tener hábito de aprender por su cuenta (aprender a aprender), valiéndose de la investigación, el análisis y la práctica de los conceptos o contenidos a tratar.

- Autonomía en la búsqueda del éxito del aprendizaje, mostrando compromiso al plantearse y conseguir objetivos.

Estas dos cualidades se apoyan en la motivación y el impulso que incentive a cada individuo, puesto que en todo proceso de aprendizaje debe existir un estímulo al que nuestro organismo responderá. Si la consecuencia de esta réplica es una recompensa positiva tal respuesta se conservará, produciéndose el aprendizaje al repetirse en el tiempo, convirtiéndose en hábito. Por ello, al tratar de aprender se deben instalar nuevas rutinas que sean estimulantes, puesto que en todo comportamiento existe una finalidad, orientada a un objetivo, y estos intereses varían según nuestras necesidades y el valor que les damos (Ocaña, 2010).

Maslow, como psicólogo fundador de la teoría humanista, y conocido principalmente por su pirámide sobre la “Jerarquía de las necesidades”, tiene la concepción de que si se desea motivar a una persona se debe saber antes que posición ocupa en esta pirámide de necesidades, para buscar satisfacer los requisitos del nivel en que se encuentra o en su superior, por lo que una vez se han saciado las necesidades de tipo fisiológico, de seguridad y de pertenencia, se procede a llenar las de autoestima y motivación (4º nivel) y de educación (5º nivel).

Como humanista que es, pone sus esperanzas para la enseñanza en el aprendizaje significativo vivencial, basándose en las premisas de que las personas tienen un potencial natural para aprender, se enfrentan a los problemas de forma práctica, se interesan por los temas relacionados con sus objetivos, les es más útil aprender el proceso del aprendizaje, implicándose en tal desarrollo gracias a la adaptación del problema a sus vivencias, tratando de resolverlo y asumiendo las consecuencias que se derivan de ello. Se busca, por lo tanto, un compromiso por

parte del educando, motivado intrínseca o extrínsecamente, un cambio de hábitos, de actitud o conducta hacia los conocimientos, una respuesta a las necesidades que presentan, etc.

Las diferentes formas de motivación a las que se recurre en el ámbito educativo, según Gallardo y Camacho (2008), son:

- Motivación cognitivo – social, basada en el establecimiento de metas y la motivación del logro (el éxito produce satisfacción).

- Motivación intrínseca, asociada a factores personales de tipo afectivo, como son la curiosidad y el interés del discente.

- Motivación extrínseca, por motivos exteriores al individuo, como recompensas.

2.2.3. El álgebra

El álgebra se define como la parte de las matemáticas en la que las operaciones aritméticas se generalizan utilizando, además de números y signos, letras del alfabeto. Cada letra representa un número o entidad de tipo matemático con valor desconocido, denominándose incógnita (Real Academia Española, 2016). Esta rama matemática es, según Cockcroft (1985), una de las que entraña mayores dificultades a la hora de su estudio y conocimiento. Es por la complejidad y dificultad que presenta esta materia, por lo que este trabajo se centra en ella, repasando la organización seguida para su enseñanza dentro del currículo de ESO y el cómo abordarlo en las aulas, partiendo antes del conocimiento de la variedad de obstáculos y dificultades que pueden aparecer a la hora de su tratamiento.

a) El álgebra dentro del Currículo de Educación Secundaria Obligatoria

Dentro de la organización del curriculum escolar de matemáticas, en todos los cursos de la Educación Secundaria Obligatoria, aparece un bloque de contenidos dedicado a los números y el álgebra, donde se exponen los conceptos a tratar en el aula dependiendo del curso e itinerario.

En 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria se trabaja la iniciación al lenguaje algebraico y las operaciones con expresiones algebraicas sencillas, sin embargo, es en 3º de ESO, y más concretamente en las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, cuando el discente se enfrenta a un bloque de contenidos de álgebra mucho más extenso y que entraña ciertas dificultades relacionadas directamente con el saber matemático y la forma de tratarlo por parte del profesorado. Se expone a continuación un cuadro resumen de los contenidos del álgebra en los tres cursos que conforman el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria, dejando ver claramente que es en el último curso del ciclo donde se presuponen alcanzados objetivos relativos a la traducción de lenguaje algebraico, cálculo de su valor numérico, operaciones sencillas con polinomios y resolución de ecuaciones de primer grado con interpretación de sus soluciones. Por ello, se pasa al trabajo con expresiones algebraicas y ecuaciones con un mayor grado de complejidad, apareciendo en muchos casos dificultades debidas a la falta de conocimiento de los contenidos que se dan por supuestos.

Tabla 3. Contenidos del álgebra según cursos del primer ciclo de ESO en Asturias

CONTENIDOS DE ÁLGEBRA SEGÚN CURSOS DEL PRIMER CICLO DE ESO EN ASTURIAS			
1º ESO	2º ESO	3º ESO MAT. ORIENTADAS A ENSEÑANZAS APLICADAS	3º ESO MAT. ORIENTADAS A ENSEÑANZAS ACADÉM.
Iniciación al lenguaje algebraico	Iniciación al lenguaje algebraico		
Traducción expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico que representen situaciones y viceversa.	Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano que representen situaciones reales al algebraico y viceversa.		
Lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en observación de pautas y regularidades.	El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades.	Expresión usando lenguaje algebraico.	Expresión usando lenguaje algebraico.
Valor numérico de una expresión algebraica.	Valor numérico de una expresión algebraica.		

Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.	Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.	Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables.	Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios. División de polinomios. Regla de Ruffini.
Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico).	Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (mét. algebraico). Resolución. Interpretación soluciones. Ec. sin solución.	Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).	Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).
	Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos resolución algebraicos y método gráfico.	Sistemas de ecuaciones lineales.	Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.
Resolución de problemas.	Resolución de problemas.	Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas.	Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas.

Fuente: Elaboración propia basada en tablas contenidos del *Currículo Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos*. Consejería Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias. (2016)

b) Cómo abordar el álgebra en las aulas

Las matemáticas se pueden utilizar para presentar información de muchos modos, no sólo por medio de números y letras, sino también a través del uso de tablas y diagramas, así como gráficos y dibujos técnicos o geométricos (Cockcroft, 1985), por lo que dada la amplia variedad de representaciones de que dispone entraña complejidades a la hora de enfrentarse a su estudio y comprensión. El álgebra, como rama de las matemáticas en que las operaciones aritméticas se generalizan empleando números, signos y letras (incógnitas), es una de las partes que implica mayores dificultades.

En la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es de vital importancia la identificación de las dificultades y obstáculos que se producen a lo largo del proceso, puesto que serán la base sobre la que se apoyarán las estrategias y metodologías a utilizar a la hora de organizar y plantear el trabajo con los educandos.

Las cinco categorías de donde proceden los obstáculos y errores en las matemáticas (Socas, 1997), se clasifican según su origen (el saber, el docente y el discente) en los siguientes tres obstáculos :

a) - Obstáculos epistemológicos, que son los que están ligados íntimamente con el saber matemático.

- La complejidad de los objetivos de éstas.
- Los modos de pensamiento matemático.

b) - Obstáculos didácticos, que parten de las decisiones adoptadas por el docente a la hora de plantear su explicación.

- Los procesos de enseñanza desarrollados a lo largo del aprendizaje del alumnado.

c) - Obstáculos ontogenéticos, que se deben a las limitaciones de los estudiantes.

- Las dificultades provenientes del desarrollo cognitivo del educando, relacionado íntimamente con el desarrollo intelectual y del razonamiento.
- Las actitudes emocionales y afectivas hacia la materia en cuestión.

El grupo de Pensamiento Algebraico de la Universidad de la Laguna ha desarrollado un marco teórico que explica las dificultades y problemas que aparecen en relación al lenguaje algebraico, apoyándose en una visión a la que han denominado Enfoque Lógico Semiótico (Socas, 2007).

Dentro de este encuadre se desarrolla un modelo que permite precisamente adentrarse en las dificultades que presenta el alumnado en el aprendizaje del lenguaje algebraico, posibilitando, de esta forma, nuevos enfoques al estudiar los errores que cometen, que pueden partir de un obstáculo o de una ausencia de significado, relacionada con la complejidad de los objetivos o procesos matemáticos (obstáculos epistemológicos), o con actitudes de carácter afectivo-emocional (obstáculos ontogenéticos). Este autor menciona que los obstáculos muchas veces aparecen como consecuencia de las actitudes emocionales y afectivas, es decir, la predisposición negativa a aprender, sobre todo temas relacionados con el álgebra, derivan, en muchos casos, de los comentarios que escuchan sobre la complejidad de

las operaciones cuando se combinen con “letras”, apreciaciones desacertadas que les generan rechazo.

El plan a seguir en la enseñanza-aprendizaje (Socas, 1997), pasa por evitar simbología compleja que no sea necesaria, esperar a que el estudiante esté preparado para abordar un nuevo signo matemático y asegurarse de que el significado del símbolo matemático se especifica claramente.

2.2.4. Teorías del aprendizaje

Los estilos de aprendizaje son el “cómo aprender”, es decir, las diversas características que definen la manera de significar la información o experiencia y transformarla en conocimiento.

La capacidad cognitiva de cada persona implicará el uso de herramientas que le permitan procesar los contenidos utilizando diferentes vías y niveles para poder seguir el proceso de aprendizaje, por lo que en consonancia con la gama de estilos de aprendizaje del discente se aplicarán diversas estrategias de enseñanza.

Existen múltiples modelos que estudian los estilos de aprendizaje que se pueden encontrar en el aula, siendo lo más relevantes los mencionados a continuación.

a) Modelo VARK

Neil Fleming y Collen Mills, en 1992, desarrollaron un instrumento de clasificación de individuos según la modalidad sensorial preferente a la hora de procesar información, llegando incluso, a desarrollar un cuestionario (organizado en 13 preguntas, que pasó en 2006 a estar integrado por 16) para identificar la preferencia sensorial del alumnado, presentando prioridades claras en la mayoría de los casos, exceptuando algún individuo que puede presentar un procesamiento de información en más de una forma (multimodal). Este modelo para distinguir las diferentes formas de aprendizaje fue denominado VARK, proveniente de las siglas en inglés de :

Visual Auditory (auditivo) Read (leer) Kinesthetic (kinestésico)

Tras su empleo en algunos países, y el análisis de sus resultados, se observó un incremento de aprovechamiento de las explicaciones del profesorado al adaptarse éstas a las preferencias de aprendizaje de su alumnado (García Nájera, 2007).

Según Ocaña (2010) el autoconocimiento de las características personales y como aprendiz de cada uno de nosotros es una estrategia de vital importancia a la hora de enfrentarse al aprendizaje. Desde este punto de vista, tanto para el alumnado como para el docente, los estilos de aprendizaje ofrecen grandes posibilidades a la hora de plantear un proceso de enseñanza- aprendizaje efectivo.

Los individuos con tendencia al aprendizaje de forma visual aprenden lo que ven, por lo que resulta de utilidad para captar su atención escribir en la pizarra lo que se explica oralmente, utilizar fotos y videos en las presentaciones, hacer esquemas para que localicen visualmente los contenidos que se van tratando, ...

Las personas que recuerdan de forma auditiva aprenden con las explicaciones orales, con las grabaciones o cuando pueden contarle la información a otra persona, puesto que es lo que escuchan lo que se les queda grabado.

Para los discentes que aprenden a través de la lectura/escritura se deben plantear estrategias de elaboración de resúmenes, revisión de textos, composición de diarios, y tareas similares que le ayuden a trabajar con sus capacidades.

Los kinestésicos asocian la información a los movimientos y sensaciones de su cuerpo, por lo tanto, aprenden haciendo. Este alumnado suele tardar más en aprender, pero se traduce en un aprendizaje más profundo, por ello se debe buscar un proceso de enseñanza-aprendizaje que se apoye en “el hacer”.

Estos diversos estilos cognitivos se desarrollan de acuerdo a las experiencias previas de aprendizaje, y en función de ciertas características personales, distinguiéndose también, en cuanto a las diferencias individuales en la forma de percibir, procesar y analizar los estímulos e informaciones que nos llegan del exterior, los estilos holista y analista. El primero se caracteriza por ver las cosas en conjunto, en captar las relaciones entre las partes, mientras el segundo, se detiene en

los detalles, resultándole difícil tener visión de conjunto (Méndez, 2006), lo que implica que este último necesita una ayuda para relacionar los diferentes conceptos que conforman los contenidos a aprender.

A la hora de enfrentarse a un aula, donde cada discente tendrá una forma distinta y personal de percibir la información se deben utilizar las diferentes estrategias adecuadas a los diversos estilos de aprendizaje, teniendo en cuenta la forma de procesar y analizar los conceptos, tratando siempre de variar los registros para llegar a todos los individuos que conforman el grupo-clase.

b) Modelo de los Hemisferios Cerebrales

El funcionamiento del cerebro es una disciplina que se ha empezado a estudiar hace relativamente poco tiempo. Sin embargo, se han conseguido algunos avances significativos en cuanto a la misma.

Hoy en día, ya podemos saber qué forma tiene el cerebro, cómo funciona y cuáles son sus conexiones con el resto de nuestro cuerpo. Normalmente, escuchamos decir la expresión “cuando falta la cabeza falta todo” y esta frase hecha tiene su explicación científica en el funcionamiento de este complicado órgano que poseemos los seres vivos.

Correr, pensar, aprender... Nuestro cerebro es el causante de todas las acciones, voluntarias o no, que realizamos a lo largo de nuestra vida. Es por eso que se han formulado modelos de aprendizaje que se basan en su funcionamiento.

Con la información que tenemos hasta ahora, se parte de que el cerebro está formado por dos hemisferios: izquierdo y derecho. Cada uno de ellos está especializado en una modalidad de pensamiento y en cada persona predomina siempre uno de ellos. Así, existen individuos en los que su hemisferio izquierdo domina su cuerpo, mientras otros tienden más a identificarse con el dominio del hemisferio derecho. Sin embargo, sea cual sea la parte predominante del cerebro, ninguno de los hemisferios es más importante, sino que se necesitan ambos para realizar todas las acciones.

Con los estudios que se han realizado hasta el momento, partiendo de las investigaciones del Premio Nobel en 1981, el Neurólogo Norteamericano Sperry, podemos conocer en qué está especializado cada hemisferio cerebral. Así, se cree que el hemisferio izquierdo procesa la información verbal y codifica y descodifica el habla, mientras el derecho relaciona las partes separadas y crea el todo.

De esta forma, en el hemisferio izquierdo se encuentra la capacidad matemática y de lectura y escritura, siendo también conocido por hemisferio lógico. Sin embargo, el derecho u holístico es intuitivo y piensa en sentimientos o imágenes que se acompañan con habilidades asociadas a éstos (Montbrun, 2000).

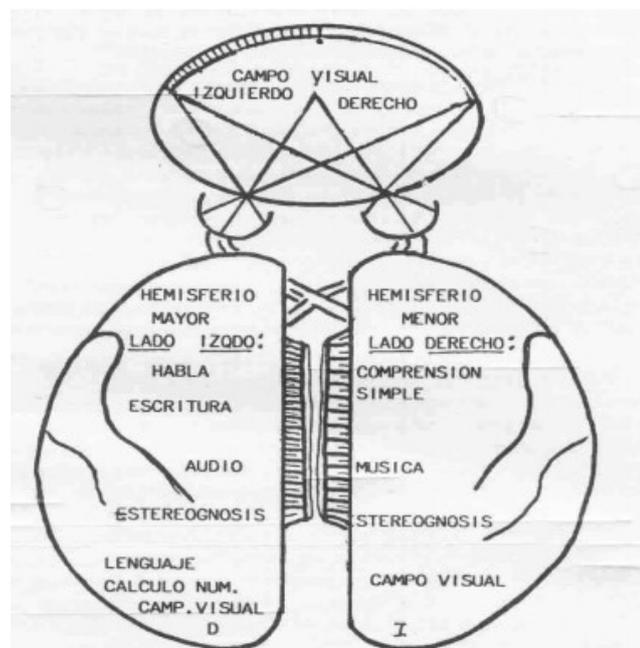


Figura 2. Representación de especialización hemisférica de Sperry. Fuente: Montbrun, F (2000). Neuroanatomía: El Cerebro Humano

Por este motivo, es muy recomendable que los conocimientos que se pretenden enseñar tengan que ver con la experiencia o los sentimientos de los discentes, de forma que el recuerdo prevalezca y así que el hemisferio derecho del cerebro relacione las habilidades con las emociones.

En la siguiente tabla se aprecia la diferenciación de los dos hemisferios cerebrales para ilustrar de una forma más clara todo lo que se explica:

Tabla 4. Diferencias entre hemisferios cerebrales

Hemisferio izquierdo	Hemisferio derecho
Controla la parte derecha del cuerpo	Controla la parte izquierda del cuerpo
Este hemisferio se asocia con el pensamiento convergente, se preocupa por el resultado final de un proceso y su tiempo de reacción es de 2 segundos. Es el lado lógico, analiza los detalles, trabaja con información verbal y su proceso es lineal y secuencial.	Este hemisferio se asocia con el pensamiento divergente, se preocupa por el proceso, más que por el resultado, y su tiempo de reacción es de 3 segundos. Es el lado holístico, construye relaciones entre partes separadas, tiene un lenguaje limitado y su proceso es visual y espacial.
Palabras	Imágenes
Blanco y negro	Colores
Memoria repetitiva	Memoria asociativa
Números	Pautas
Racional	Emocional
Deductivo	Intuitivo

Fuente: Elaboración propia basada en Montbrun, F (2000). Neuroanatomía: El Cerebro Humano

c) Modelo de Kolb

A principios de los años 70, David Kolb desarrolló un modelo de aprendizaje basado en experiencias, que define como las actividades que permiten aprender.

Este autor describe su modelo como:

algunas capacidades de aprender que se destacan por encima de otras como resultado del aparato hereditario de las experiencias vitales propias y de las exigencias del medio ambiente actual... Llegamos a resolver de manera característica los conflictos entre el ser activo y reflexivo y entre el ser inmediato y analítico. Algunas personas desarrollan mentes que sobresalen en la conversión de hechos dispares en teorías coherentes y, sin embargo, estas mismas personas son incapaces de deducir hipótesis a partir de su teoría, o no se interesan por hacerlo; otras personas son genios lógicos, pero encuentran imposible sumergirse en una experiencia y entregarse a ella (Alonso et al., 1997, p 47).

Según Lozano (2000) Kolb defendió que el aprendizaje estaba compuesto por dos dimensiones principales: percepción y procesamiento. Así, para él, el aprendizaje es el resultado de lo que las personas perciben y cómo procesan aquello que han percibido anteriormente.

En lo que se refiere a la percepción, Kolb describió dos tipos opuestos de advertir la información, sosteniendo que algunas personas perciben a través de la experiencia concreta y otras a través de la conceptualización abstracta.

En lo referente al procesamiento de la información, también defiende dos extremos. Según este estudioso, las personas pueden procesar la información mediante la experimentación activa o mediante la observación reflexiva.

Uniendo estas formas descritas de percepción y procesamiento de la información, Kolb describió cuatro cuadrantes que definen los cuatro estilos de aprendizaje.

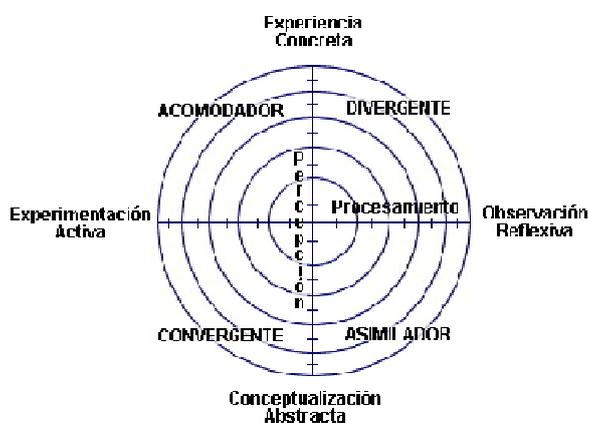


Figura 3. Imagen representación estilos aprendizaje según Kolb. Fuente: Kolb, 1984, citado en Lozano, 2000, p 71.

Mediante su estudio, Kolb describió los cuatro tipos dominantes de estilos de aprendizaje, que se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 5. Características tipos dominantes estilos de aprendizaje

Características del alumnado convergente	Características del alumnado divergente	Características del alumnado asimilador	Características del alumnado acomodador
Pragmático	Sociable	Poco sociable	Sociable
Racional	Sintetiza bien	Sintetiza bien	Organizado
Analítico	Genera ideas	Genera modelos	Acepta retos
Organizado	Soñador	Reflexivo	Impulsivo
Buen discriminador	Valora la comprensión	Pensador abstracto	Busca objetivos
Orientado a la tarea	Orientado a las personas	Orientado a la reflexión	Orientado a la acción
Disfruta aspectos técnicos	Espontáneo	Disfruta la teoría	Dependiente de los demás
Gusta de la experimentación	Disfruta el descubrimiento	Disfruta hacer teoría	Poca habilidad analítica
Es poco empático	Empático	Poco empático	Empático
Hermético	Abierto	Hermético	Abierto
Poco imaginativo	Muy imaginativo	Disfruta el diseño	Asistemático
Buen líder	Emocional	Planificador	Espontáneo
Insensible	Flexible	Poco sensible	Flexible
Deductivo	Intuitivo	Investigador	Comprometido

Fuente: Elaboración propia basada en Kolb, 1984, citado en Lozano, (2000).

d) Modelo de las Inteligencias Múltiples de Gardner

Gardner (2005) se plantea qué es la inteligencia y por qué consideramos inteligentes a personas que destacan en determinadas materias y solo talentosas a personas que destacan en otras ramas tales como el arte o la música. Empieza así a plantear su Teoría de las Inteligencias Múltiples mediante la cual se pone en duda la idea tradicional de que existe una única inteligencia.

Para definir esta teoría, lo que hizo Gardner (2005) fue tomar la palabra “inteligencia” para referirse a “talento”. De esta forma, formuló una teoría que defendía que cada persona es talentosa en una rama determinada, o lo que es lo mismo, cada persona posee un tipo de inteligencia. Así, este psicólogo propone las siguientes inteligencias que los individuos podemos poseer:

- **Inteligencia Lógico-Matemática:** utilizada para resolver problemas de lógica y matemáticas. Es la inteligencia que tienen los científicos. Se corresponde con el modo de pensamiento del hemisferio lógico y con lo que la cultura ha considerado siempre como la única inteligencia.
- **Inteligencia Lingüística:** la que tienen los escritores, los poetas, los buenos redactores. Utiliza ambos hemisferios.
- **Inteligencia Espacial:** consiste en formar un modelo mental del mundo en tres dimensiones. Es la inteligencia que tienen los marineros, los ingenieros, los cirujanos, los escultores, los arquitectos, o los decoradores.
- **Inteligencia Musical:** es naturalmente la de los cantantes, compositores, músicos, ...
- **Inteligencia Corporal-kinestésica** o la capacidad de utilizar el propio cuerpo para realizar actividades o resolver problemas. Es la inteligencia de los deportistas, los artesanos, los cirujanos y los bailarines.
- **Inteligencia Intrapersonal:** es la que nos permite entendernos a nosotros mismos. No está asociada a ninguna actividad concreta.
- **Inteligencia Interpersonal:** la que nos permite entender a los demás, y la solemos encontrar en los buenos vendedores, políticos, docentes o terapeutas. La inteligencia intrapersonal y la interpersonal conforman la inteligencia emocional y juntas determinan nuestra capacidad de dirigir nuestra propia vida de manera satisfactoria.

- **Inteligencia Naturalista:** la que utilizamos cuando observamos y estudiamos la naturaleza. Es la que demuestran los biólogos o los herbolarios.

Teniendo en cuenta estos tipos de inteligencias, Gardner (2005) defiende que no todos aprendemos de la misma forma, ni tenemos las mismas capacidades, ni siquiera los mismos intereses. Por este motivo, propone una escuela que se centre en el individuo y en el desarrollo de las capacidades, aprovechando sus puntos más fuertes.

Para la aplicación práctica de estas inteligencias propone el trabajo en equipo, de forma que cada individuo pueda contribuir al trabajo aportando aquel talento natural que posee. Así, defiende el efecto sinérgico que hace que “el todo sea mayor que la suma de sus partes”. Sin embargo, para llevar a cabo este tipo de práctica, es necesario que el docente, los padres y el alumnado crean en esta idea, y que se informe a los últimos del proceso a seguir.

La aplicación de las Inteligencias Múltiples tiene numerosas ventajas, entre las que destacan:

- potencialización de los aprendizajes
- minimización de problemas de conducta
- incremento de autoestima
- desarrollo de habilidades de cooperación y liderazgo
- aumento del interés y la dedicación al aprendizaje

2.2.5. Tendencias educativas

El mundo educativo evoluciona constantemente debido a los cambios que aportan los estudios sobre psicología y pedagogía y las nuevas herramientas de que disponemos, sobre todo las de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

Todas las nuevas tendencias y metodologías conviven en los centros educativos tratando de flexibilizar los procesos de enseñanza-aprendizaje y adaptarse a las necesidades del alumnado. La Fundación Telefónica (2013), como resumen de su

Encuentro Internacional de Educación, enuncia las claves fundamentales para la educación de las generaciones del 2020, en las siguientes premisas:

- Formar al ciudadano del s.XXI: la sociedad requiere individuos emprendedores, competentes para la era digital, creativos y adaptables a diversos ambientes.

- Fomentar la inclusión social.

- Integrar la cultura digital, uniéndola al uso de las TIC desde y para la pedagogía y currículo del centro.

- Aprovechar la sociedad digital extrayendo la inteligencia colectiva.

- Romper el mito de los nativos digitales, enseñando a usar de forma provechosa las TIC.

- Evaluar en base a competencias y no solamente a contenidos.

- Fomentar la creatividad.

- Educar emocionalmente.

- Cooperar formando un trinomio familia, escuela y comunidad.

- Implicar a toda la comunidad educativa en la consecución de metas.

- Desarrollar las competencias de los discentes, requeridas por la sociedad del futuro (autonomía, adaptación, tratamiento del bombardeo de información a que estamos sometidos, ...)

- Enfocar el aprendizaje partiendo de los intereses del educando, teniendo en cuenta lo que conoce, enfocándolo desde la práctica y siendo reorientado tras cometer errores.

- Formar desde la perspectiva de que sea el alumnado el que construya su conocimiento de manera experimental y activa.

- Considerar todos los ámbitos educativos.

- Interactuar sobre los contenidos, puesto que el aprendizaje se encuentra en esas relaciones que se producen.

- Adaptar y configurar el currículo conforme a los nuevos perfiles que demanda la sociedad.
- Formar ciudadanos capaces de desenvolverse en todos los niveles sociales.
- Evitar la llamada “ansiedad tecnológica”.

2.2.6. Herramientas y teorías a contemplar en procesos enseñanza - aprendizaje

A la vista de las premisas enunciadas para la educación del 2020, se deben plantear metodologías de enseñanza y organización del proceso educativo que fomenten la formación del llamado “ciudadano del s. XXI”, integrando en el aula la cultura digital, las competencias requeridas para un futuro, la creatividad, los intereses de los discentes, la práctica, la construcción de conocimiento de manera experimental y activa, y la interacción con los contenidos.

Para poder plantear una buena temporalización y unas actividades que engloben la formación integral y por competencias buscada en esta sociedad, se debe revisar la estructura que vertebra el proceso de enseñanza aprendizaje (Taxonomía de Bloom) y las herramientas de trabajo en el aula que fomentan el conocimiento a través de la experimentación y la actuación, es decir, el “aprender haciendo” y las metodologías basadas en los juegos didácticos y en la consecución de objetivos con gamificación.

a) Taxonomía de Bloom

El psicólogo educacional Benjamín Bloom, en la década de los 50, desarrolló una taxonomía de Objetivos de la educación (Taxonomía de Bloom), herramienta estructurante y de comprensión del proceso de aprendizaje, basándose en la premisa de que las operaciones de carácter cognitivo se pueden clasificar en seis niveles de complejidad (W. Eisner, 2000).

Estos niveles de complejidad definidos por Bloom incluyen los objetivos y habilidades que el profesorado define como estándares de aprendizaje a alcanzar por el alumnado, partiendo de habilidades de orden inferior del pensamiento, como es el

recordar, y subiendo en escala a uno superior, más complejo y abstracto, el crear, como objetivo a alcanzar en última instancia.



Figura 4. Niveles Taxonomía de Bloom. Fuente: Elaboración propia basada en Bloom et al. (1956).

Al programar y temporalizar los contenidos a tratar en el aula debemos ser conscientes de que el discente debe ir alcanzando los sucesivos niveles.

Nivel 1 – Recordar

Recuperar y localizar en la memoria a largo plazo del alumnado la información de que dispone.

Nivel 2 – Comprender

Interpretar la investigación realizada o la explicación seguida.

Nivel 3 – Aplicar

Implementar o usar lo tratado o aprendido aplicado a una situación concreta.

Nivel 4 – Analizar

Enlazar y organizar el conocimiento recién adquirido con los objetivos globales planteados.

Nivel 5 - Evaluar

El discente debe comprobar si ha obtenido las habilidades y si ha alcanzado los objetivos propuestos.

Nivel 6 – Crear

El alumnado debe ser capaz de idear y elaborar coherentemente algo nuevo, juntando todos los elementos implicados en el proceso seguido para el aprendizaje.

Con el transcurrir del tiempo, a medida que las TIC avanzan, y una vez llegados a la época de la Era Digital, esta teoría se actualiza y se adecúa a las emergentes oportunidades y comportamientos en el aprendizaje. La llamada Taxonomía Digital enfoca los medios digitales como las herramientas que permiten seguir este proceso de recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar y crear (Churches, 2013).

b) Aprender haciendo

Dime algo y lo olvidaré, enséñame algo y lo recordaré, hazme partícipe de algo y lo aprenderé. (Confucio, 551 a.C. – 479 a.C.)

Este proverbio chino nos indica que la mejor manera de adquirir un conocimiento profundamente es a través de la práctica.

Ya desde que un niño nace va aprendiendo por medio de vivencias, mucho antes de ir al centro educativo los individuos aprenden de lo que hacen, por lo que la educación debe ser vista como una reconstrucción constante de la experiencia. Esta metodología del “Aprender Haciendo” nace de la mano de John Dewey (1859-1952), defensor de la Escuela Activa, con una concepción del aprendizaje ideal del alumnado basado en el desarrollo de capacidad, no en la acumulación de conocimientos, proponiendo un aprendizaje a través de la actividad personal del discente, es decir, el aprendizaje activo que hoy se aplica en la teoría constructivista de la enseñanza.

Molinos (2002) resume la meta de la pedagogía de Dewey en enseñar a pensar sobre lo que se aprende, para aprender a aprender de esta forma a lo largo de la vida, apareciendo aquí una de las competencias clave de la educación de nuestros días, como capacidad a desarrollar en los educandos para poder aplicarla el resto de sus vidas.

Para Roger Schank, pensador en el campo de la psicología cognitiva y la inteligencia digital, existe una diferencia abismal entre el proceso seguido en la enseñanza aprendizaje llevado a cabo en las aulas y el aprendizaje de carácter natural, basado en “el hacer”, siendo la acción y el fallo en tal actividad la clave para el aprendizaje natural del humano y de los animales en general. Entiende la educación como un conjunto inseparable de la práctica y la experiencia, y al docente

como un individuo que debe concentrarse en lo que el alumnado puede llegar a hacer y ayudarlo a hacerlo, mejorando el “cómo hacerlo” (Shank, 2007).

Con el “aprender haciendo” se pretende preparar al individuo para el futuro, se plantean proyectos reales, tangibles, donde detectar de primera mano los problemas y soluciones, trabajar con el ensayo –error y aprovechar el trabajo colaborativo y la experiencia de los demás para aprender. No se sabe, a la vista del ritmo frenético de cambios que se suceden en esta sociedad líquida, a que trabajos nos enfrentaremos dentro de pocos años o qué tendrán que resolver los jóvenes en el transcurso de su vida, por lo que se debe apostar por revolucionar el sistema seguido en la educación, por cambiar el formato de la clase, la metodología, el papel del profesorado y demás factores que influyen en tal proceso (Kembel, 2016).

c) El juego y la gamificación como recursos didácticos

El **juego** es consustancial a la cultura de la especie humana, siendo acuñado el hombre por Huizinga (1972) como un *homo ludens*. Para este filósofo e historiador el juego es una función humana tan importante que incluso entiende que es anterior a la cultura y que ésta se relaciona directamente con él, tomando un carácter lúdico. Una vez se juega el acto queda en el recuerdo, pudiendo ser repetido y transmitido a otros individuos en cualquier momento.

Esta característica del juego es aprovechada de forma didáctica considerándolo como un entretenimiento que propicia conocimiento, a la par que produce satisfacción. En este sentido el juego favorece y estimula las cualidades morales en los niños y en las niñas como son: el dominio de sí mismo, la honradez, la seguridad, la atención concentrada en lo que hace, la reflexión, la búsqueda de alternativas para ganar, el respeto por las reglas del juego, la creatividad, la curiosidad, la imaginación, la iniciativa, el sentido común y la solidaridad con sus amigos, con su grupo, pero sobre todo, el juego limpio, es decir, con todas las cartas sobre la mesa. La competitividad se introduce en la búsqueda de aprendizaje no para estimular la adversidad ni para ridiculizar al contrincante, sino como estímulo para el aprendizaje significativo (Minerva, 2002, p.290).

Karl Groos (citado en Martínez Rodríguez, 2008), primer psicólogo en estudiar el papel del juego en el pensamiento, ve esta actividad de naturaleza

biológica e intuitiva como contribuyente a desarrollar capacidades que preparan al discente para la vida.

No hay nada más serio que un juego: no existe otra actividad humana que esté tan estructurada y que tenga tantas reglas, contenidos, procedimientos, objetivos, límites de tiempo e incentivos como un juego. (Cordero, s.f.)

Groos expone los beneficios y razones por las que el juego se ha convertido en una de las mejores estrategias del proceso de enseñanza – aprendizaje:

- Se trata de una acción que le exige al educando la utilización de la inteligencia práctica y el pensamiento divergente, nada desarrollados en la enseñanza de tipo tradicional, planteando nuevas formas de resolver los desafíos con las herramientas de que disponen.

- Da valor e integra la diversidad de los individuos que conforman los grupos, atendiendo y desarrollando los diferentes estilos de aprendizaje, obstáculos y dificultades que se pueden encontrar, y formas de entender y procesar la información.

- Promueve el aprendizaje activo, siendo los mismos estudiantes los que descubren el sentido que tiene el aprendizaje de los contenidos, aprendiendo a aprender.

- Permite y facilita que todos los discentes, incluso los introvertidos, se involucren e integren, al trabajar en grupos que les dan mayor confianza que enfrentarse a todo el grupo-clase. También hace posible que se participe activamente en grupos grandes, desarrollando el trabajo de organización y estructuración de la clase.

- Vincula entretenimiento y aprendizaje de habilidades y conocimientos, ofreciendo diversidad de estímulos, dinamismo, participación, ... El discente debe ejercer un papel activo para tomar decisiones y ejecutar actividades.

- Fomenta el aprendizaje colaborativo y entre iguales, como estrategia de relación y contacto con distintas percepciones y opiniones.

- Proporciona una evaluación continua, permitiendo comprobar periódicamente el desarrollo y dominio de competencias y contenidos.

- Fomenta el rol facilitador por parte del docente, adoptando éste una actitud de guía u orientador. Esto genera dinámicas de diálogo, de compartir puntos de vista y de interacción, que llegan a crear vínculos y a alcanzar aprendizajes significativos y duraderos en el alumnado.

- Potencia el trabajo en equipo y las habilidades no cognitivas, como son la empatía, la tolerancia y muchas otras que conforman la competencia social y cívica.

- Estimula la actividad cerebral y activa redes neuronales esenciales, generando un estado óptimo para el proceso de aprender.

- Proporciona práctica, que es la mejor manera de adquirir habilidades, basándose en la idea del aprender haciendo.

- Proporciona un feedback inmediato que permite identificar los aspectos a mejorar.

- Permite adaptar y actualizar su estructura a la vez que se adapta a los cambios o ampliaciones de contenidos a tratar, facilitando la planificación para distintos niveles y grados de dificultad.

El uso del juego introducido como herramienta didáctica en el aprendizaje de las matemáticas, como metodología de carácter innovador, dentro del aprendizaje del constructivismo, desarrolla transversalmente casi la totalidad de las competencias a adquirir que enuncia la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE, 2013). Por tanto, los juegos, además de ser actividades divertidas, permiten trabajar muchos de los contenidos del currículum de Matemáticas de Secundaria (Durán, 2006) y llegar a desarrollar los objetivos y competencias propuestas.

También Monzo (2009), enuncia que los juegos matemáticos son una forma de poder llegar hacia la comprensión de los contenidos matemáticos, cuyo objetivo es ayudar a desarrollar la mente y el potencial intelectual, sensitivo, afectivo y físico, de modo armonioso.

Se han realizado estudios donde se trata de conocer la influencia que presentan los juegos, y el material manipulativo, en el aprendizaje de las matemáticas. Sánchez y Casas (1998) han realizado un Proyecto de Innovación Pedagógica en dos centros educativos públicos de Badajoz en el curso 1996-97, de

donde extraen conclusiones como que los juegos son útiles en tres niveles y objetivos diferentes. De una parte, a la hora de presentar un nuevo contenido, para crear interés o motivación, de otra, cuando se trabajan los contenidos, desarrollando la creatividad, y por último, cuando se afianzan esos contenidos, ayudando así a desarrollar estrategias que puedan servir en la resolución de problemas. De lo que se deduce, que a la hora de elegir un tema se debe tener claro en qué momento del aprendizaje de los contenidos se va a plantear, porque influirá en gran medida en la clase de juego y el modo de enfrentarse a él.

Entre las características y condiciones que debe cumplir el juego, según estos autores (Sanchez y Casas, 1998), estarían:

- Las reglas sencillas.
- Los materiales adecuados al entorno en que se realiza y personas a que se dirige.
- La búsqueda de atractivo para el alumnado.
- El estímulo de la habilidad y el ingenio.
- El requerimiento de poco tiempo para su realización.
- La adecuación al nivel en que se presenta.
- El aumento de dificultad progresiva.
- El análisis posterior de los procedimientos de resolución seguidos.
- La utilización planificada dentro de la programación didáctica.

Dentro de la didáctica basada en el juego aparece la **gamificación**, como proceso que relaciona las técnicas utilizadas en el juego con los pensamientos desarrollados por el jugador para atraer a los individuos y resolver los problemas planteados (Zichermann y Cunnigham, 2011).

Según estos autores al utilizar elementos presentes en el juego, tales como puntajes y niveles, se puede conseguir una conducta deseada por parte del jugador.

Zichermann y Cunningham (2011) y Kapp (2012) enuncian las características de la gamificación:

- Base del juego: posibilidad de jugar y aprender simultáneamente, apoyándose en un reto que motive y en unas normas instauradas.

- Mecánica: incorporación de niveles con recompensas, fomentando la superación e información.

- Objetivo del juego: a través de la recepción de información se simulan actividades de la vida real en la virtual para la adquisición de habilidades.

- Conexión jugador-juego: se busca conexión y compromiso del jugador.

- Motivación: la predisposición psicológica del jugador/a es un desencadenante, siempre buscando un equilibrio en los desafíos para que la actividad no caiga en el aburrimiento ni genere ansiedad.

- Promover el aprendizaje : se incorporan técnicas de la psicología, como la asignación de puntos y el feedback correctivo.

- Resolución de problemas : el objetivo final o meta se basa en resolver un problema o superar unos obstáculos.

3. Propuesta de intervención

3.1. Presentación de la propuesta

El álgebra se alza como una de las ramas de las matemáticas que implica mayores dificultades, y dentro de la organización del curriculum escolar de la materia en la ESO, según la normativa vigente en el territorio asturiano, es en 3º, y más concretamente en las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, cuando el discente se enfrenta a un bloque de contenidos mucho más extenso y que entraña mayores dificultades. Pretendo centrarme en el bloque de contenidos Números y Álgebra, concretamente en las expresiones algebraicas, monomios y polinomios y operaciones con éstos, tratando de que las dificultades que existen con los conceptos que aparecen puedan ser superados con éxito.

En el estudio de Prácticas Docentes y rendimiento estudiantil elaborado por la OCDE en base a TALIS (*Teaching and Learning International Survey*) 2013 y PISA (*Programme for International Student Assessment*) 2012 se analizan las evidencias sobre la relación directa entre la práctica docente y las estrategias utilizadas por éste en el aula y el rendimiento estudiantil, por lo que parece obvio que en la preparación de las sesiones deba primar la utilización de herramientas y metodologías didácticas que se adapten a los contenidos y las formas de aprendizaje que utilizan los discentes que conforman cada grupo-clase, prestando especial atención al papel que deben adoptar el docente y el discente, complementándose.

Tras revisar las diversas formas de aprendizaje que se pueden dar en el aula, como los modelos VARK y Kolb, las inteligencias múltiples y la teoría de los hemisferios cerebrales, así como las tendencias educativas para 2020 según el resumen del Encuentro Internacional de Educación de la Fundación Telefónica (2013), se deja entrever que las herramientas más adecuadas pasan por la construcción de conocimiento de manera experimental y activa, interactuando con los contenidos a tratar. Es por ello que se propone una programación apoyada en la consecución de objetivos de la Taxonomía de Bloom, un aprender a la vez que se hace, que se fabrica, y un aprendizaje lúdico a la par que didáctico que se apoye en el juego y las premisas en que se basa la gamificación. Esta metodología del juego es óptima en el campo matemático, debido a que a todos nos gusta jugar para distraernos, a pesar de que tengamos que “rompernos un poco la cabeza”, todos

hemos jugado alguna vez al sudoku, al dominó, ... y a muchos otros juegos que implican un cierto conocimiento de la materia y concentración para poder practicarlos.

Para los adolescentes los juegos son las herramientas que ocupan el primer lugar para el aprendizaje de conceptos matemáticos (Contreras, 1993).

La propuesta busca la diversión mientras se comprende, se aprende y se desarrolla la agilidad mental, muy útil en los tiempos en que vivimos. De esta manera, al presentar los contenidos en forma de juegos de diversa índole y el trabajo en agrupamientos diferentes, con tres niveles de dificultad que ir superando, entiendo que se generará curiosidad y competitividad sana entre el alumnado y se ayudará, no sólo a aprender, sino a que lo aprendido se mantenga en el tiempo dentro de los procesos mentales de cada discente.

3.2. Objetivos de propuesta

El objetivo principal de este trabajo es el planteamiento de una programación de las sesiones correspondientes a la enseñanza del álgebra para 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas utilizando recursos didácticos y herramientas basadas en el juego.

Con esta propuesta se pretende :

- Analizar la satisfacción del profesorado con el trabajo del álgebra a través del juego.

- Analizar la opinión del alumnado sobre el tipo de juego que le atrae más para trabajar conceptos de álgebra en el aula, consiguiendo que participe y muestre interés por la materia, para poder extrapolarlos a otros bloques de contenidos.

- Valorar la comprensión y aprendizaje por parte de los discentes de los conceptos tratados en el programa propuesto, fomentando el pensamiento y razonamiento matemático y teniendo siempre presente que deben alcanzar los objetivos didácticos planteados en la tabla 6.

- Valorar las preferencias del alumnado a la hora de trabajar de forma individual o en equipo y la percepción que tienen sobre el aprendizaje en grupo, así como utilizar herramientas de trabajo grupal.

3.3. Contextualización

3.3.1. Marco legislativo

Se trabajará en base a la normativa estatal española y a la del Principado de Asturias, por tratarse de una propuesta para un centro situado en este territorio.

La normativa a nivel del estado, para la Educación Secundaria se organiza en:

- La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).

- El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

La normativa autonómica del Principado de Asturias se establece en los documentos:

- Decreto 43/2015, de 10 de junio (con corrección de errores) por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias.

- Currículo Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos.

3.3.2. Población a que se dirige

La programación propuesta se desarrolla para un grupo de 3º de ESO, curso con modalidad de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Se dirige a un aula heterogénea compuesta por 20-30 discentes, con disparidad y diversidad de alumnado, tanto en sexo y cultura, como en capacidad, participación, actitud y rendimiento.

Esta propuesta se orienta a un centro concertado, de línea 1 (para que no exista división por capacidades u otras similitudes entre alumnado) y con nivel sociocultural medio.

3.4. Propuesta

3.4.1. Metodología

El proceso de enseñanza – aprendizaje de esta unidad, al igual que el resto que conforman la programación didáctica de esta materia, se centra en el carácter instrumental y formativo de las matemáticas, buscando siempre un desarrollo cognitivo del alumnado. Este proceso debe tener muy presente y adaptarse al contexto en que nos encontramos, a las características del alumnado y a cada situación de aprendizaje que se da en el aula, que requerirá una actuación concreta y específica para llegar a alcanzar los objetivos generales y particulares propuestos.

El criterio general de que se parte para la comprensión de los contenidos a desarrollar sigue una metodología basada en actividades-juego, dinámicas, trabajo colaborativo, uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación y propuestas basadas en la innovación a nivel de aula y en el desarrollo de las competencias clave para tratar que el alumnado participe y colabore en todo momento en las sesiones, planteando actividades diversas en cuanto a trabajo y agrupaciones para poder analizar cuáles son más atractivas para los discentes.

Se trata de organizar el tiempo de cada sesión para plantear los nuevos contenidos gracias a actividades basadas en el “aprender haciendo” y el juego como recursos didácticos, trabajando de forma individual o en equipo, con una institucionalización de las conclusiones a sacar al finalizar los juegos.

Esta metodología se apoya en el rol activo del alumnado, buscando que éste se implique e interactúe con sus compañeros, y en un papel del profesorado acorde a las actividades a realizar, dado que al ser de carácter lúdico y, en muchos casos, participativo, el ruido o murmullo será “la tónica” de las sesiones.

No se contempla, en todo el transcurso de la unidad, el poner unos deberes para casa como tal, tema tan de actualidad y polémico en estos tiempos, sino que las actividades no terminadas en el aula deben ser acabadas en horas no lectivas, pero siempre teniendo en cuenta que estos juegos se diseñan para poder ser finalizados con tiempo suficiente en el aula.

3.4.2. Objetivos didácticos , competencias y contenidos

El aprendizaje matemático, imprescindible en la enseñanza obligatoria y parte importante de nuestra cultura, ha sido modificado en función de los cambios que han ido aconteciendo en nuestra sociedad, y, por ende, en nuestro sistema educativo. Este aprendizaje pretende dotar al alumnado de un fondo necesario para manejarse en los aspectos prácticos de la vida diaria, descubrir las posibilidades de su propio conocimiento y acceder a los estudios de otras ramas de la ciencia, por tratarse de una materia instrumental.

En la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) se plantean las competencias clave como las capacidades, habilidades y actitudes que deben desarrollar los discentes para responder a las diversas demandas y tareas que se les plantearán en su futuro personal y profesional, es decir, serán el desarrollo y entrenamiento del “saber hacer”. Estas competencias clave son las siguientes:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL)
- Competencia matemática y básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Competencia digital (CD)
- Competencia de aprender a aprender (CPAA)
- Competencias sociales y cívicas (CSC)
- Competencia del sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE)
- Competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC)

Para el desarrollo de la unidad correspondiente a las expresiones algebraicas se plantea la asociación de los objetivos, las competencias y los contenidos a desarrollar.

Tabla 6. Objetivos, contenidos y competencias de sesiones álgebra en Unidad Didáctica

OBJETIVOS	CONTENIDOS	COMPETENCIAS
<p>Traducir a expresiones algebraicas situaciones de supuestos reales o relacionados con la vida cotidiana e interpretar tales expresiones según el contexto, utilizando el lenguaje algebraico correctamente.</p> <p>Expresar propiedades o relaciones dadas utilizando el lenguaje algebraico.</p> <p>Interiorizar el lenguaje matemático para expresarse y comunicarse correctamente.</p>	Expresión usando lenguaje algebraico.	CMCT, CCL, CD, CPAA, CSC
<p>Conocer y utilizar de forma correcta las identidades notables de los binomios y la suma por diferencia.</p>	Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables.	CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE
<p>Desarrollar y operar correctamente con polinomios.</p>	Operaciones elementales con polinomios.	CMCT, CPAA
<p>Dividir polinomios utilizando el método más adecuado para ello. Descomponer polinomios y sacar sus raíces.</p>	División de polinomios. Regla de Ruffini.	CMCT, CCL, CPAA, CSC

Fuente: Elaboración propia basada en tablas contenidos del *Currículo Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos*. Consejería Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias.(2016)

3.4.3. Temporalización de contenidos

Para la temporalización se ha estimado que esta unidad abarcará 6 sesiones de 55 minutos cada una, distribuyendo los contenidos a tratar en la programación de forma equitativa.

Tabla 7. Programación de las sesiones

SESIÓN	CONTENIDOS	ACTIVIDADES
1	Expresión usando lenguaje algebraico.	Se inicia la Unidad con unos juegos de acertijos, planteando al principio uno para que resuelvan con los conocimientos que poseen de otros años y luego que ellos mismos planteen otro para luego jugar con el resto de sus compañeros. Así aprenderán no sólo a traducir expresiones al álgebra, sino también al contrario. Tras este juego se plantea un kahoot para realizar con puntuación, de esta forma se trabaja en parejas, con los móviles de que se disponga entre los discentes del aula y se motiva para tener mayor puntuación. Las preguntas del kahoot se revisan en gran grupo, institucionalizando los conceptos.
2	Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Repaso suma y resta de polinomios.	Para el trabajo de las igualdades notables se les dará a los discentes una ficha con unos esquemas de cómo plantear el binomio suma, resta y suma por diferencia, para que ellos, en parejas, puedan hacerlo de forma lúdica con piezas del LEGO Built de Google, viendo así ellos mismos la igualdad. Aprovechando que ya tenemos la herramienta abierta, se plantean sumas y restas con las piezas disponibles del programa, guardando imágenes para que luego vean como el resto ha planteado las operaciones e identidades notables.
3	Operaciones elementales con polinomios.	Se plantea un juego con tarjetas que muestran operaciones y se deben juntar con sus resultados, el llamado puzzle algebraico. Para jugar a este juego a cada discente se le dará un paquete de piezas de tres colores según el nivel de dificultad, que deberá resolver y pegar ordenado con sus igualdades.
4	División de polinomios.Regla de Ruffini.	Tras una breve explicación sobre cómo dividir polinomios y cómo y cuándo hacerlo con la regla de Ruffini, se trabaja con una sopa polinómica en grupos de cuatro personas, consiguiendo ganar la persona de cada grupo que consiga resolver antes todas sus operaciones y tachar todos los factores.
5		
6	Prueba final de repaso	Prueba final donde el alumnado demuestra de forma grupal lo que ha aprendido y hace un repaso de todo lo tratado en la Unidad.

Fuente: Elaboración propia basada en tablas contenidos del *Currículo Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos*. Consejería Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias.(2016)

3.4.4. Actividades

Se programan juegos diversos con el fin de superar las dificultades que aparecen en el aprendizaje del álgebra, siempre con niveles de dificultad para tratar la diversidad de ritmos de aprendizaje.

1.- Juego de acertijos

Este juego consiste en plantear un acertijo con dos números que se proponen pensar, se les enuncia una serie de operaciones a realizar con ellos y posteriormente se pregunta el resultado final y se aciertan los números pensados por cuatro o cinco discentes. Tras hacer esto se construye en el encerado la expresión algebraica que recoge los datos y se les descubre el truco de tal acertijo, explicando cómo se ha realizado la supuesta magia.

El acertijo se enuncia de la siguiente forma:

- Pensad 2 números naturales, uno de 1 cifra y otro de 2.
- Multiplicad por 4 el número de 1 cifra.
- Al resultado anterior sumadle 3.
- Multiplicad por 5 lo obtenido.
- Restadle a la última cantidad 15.
- Multiplicad el resultado por 5.
- Sumad al anterior el número de 2 cifras.
- ¿Qué número os ha dado?

Tras la explicación del truco utilizado para saber los números pensados se plantea que ellos mismos creen un acertijo, para posteriormente plantearlo al resto de sus compañeros y que éstos lo planteen como expresión algebraica. La finalidad de este juego es que aprendan a traducir a expresiones algebraicas situaciones de supuestos reales o relaciones dadas e interpreten tales expresiones utilizando el lenguaje algebraico correctamente, así como al contrario.

Se trata de que todos participen y fomenten la creatividad conectada al temario de matemáticas, así como que aprendan a trabajar de forma individual en una actividad muy abierta en cuanto a resolución.

2.- Kahoot

Este juego on-line pretende ser atractivo para los discentes dadas las herramientas utilizadas (su propio teléfono móvil) y el trabajo por parejas lo más homogéneas posible, para que lo desarrollen de forma conjunta y las capacidades en el pequeño grupo sean similares. Consiste en la resolución de preguntas sobre la equivalencia entre expresiones en lenguaje común y en el algebraico, cuya finalidad radica en que aprendan a traducir a expresiones algebraicas situaciones de supuestos reales o viceversa, utilizando el lenguaje algebraico correctamente. Transversalmente se desarrollan competencias como la digital y la cívica (consenso).

En el Anexo 1 se adjunta la actividad con sus preguntas, para poder ver cómo éstas van subiendo de dificultad y hasta dónde llega cada grupo de discentes.

3.- LEGO Digital

Este juego de manipulación de elementos, pero de forma digital, pretende ser atractivo y entretenido para los discentes, tratando de que se impliquen en la realización de lo propuesto. Se trabajará en parejas heterogéneas, buscando que utilicen sus aptitudes para ayudarse mutuamente (enseñanza-aprendizaje entre iguales). Consiste en la resolución de las igualdades notables con piezas de lego y de unas sumas y restas, para que entiendan el “porqué” de lo que realizan mecánicamente, ayudándose de una ficha explicativa que se adjunta en el Anexo 2.

El objetivo de este juego es que el alumnado conozca las identidades notables de los binomios suma y resta, y de la suma por diferencia, acordándose de ellos, así como que desarrolle sumas y restas correctamente. Transversalmente se trabajan competencias como la cívica, para consensuar lo que realizan, y la digital.

En el Anexo 2 se adjuntan las fichas a entregar al alumnado para desarrollar el juego de LEGO Digital.

4.- Puzzle polinómico

Este juego consiste en realizar unas operaciones con polinomios situadas en unas fichas, para posteriormente formar un puzzle uniendo las piezas que hayan dado el mismo resultado y pegarlas en una hoja.

Las operaciones planteadas serán de sumas, restas y multiplicaciones, con tres niveles de dificultad definidos cada uno de ellos con un color, por lo que deberán comenzar de lo más sencillo a lo más complicado e ir resolviendo todas las operaciones para poder formar la figura del puzzle, que se podrá ir montando según se resuelvan los niveles.

Cabe destacar que al tratarse de un trabajo muy manipulativo, de operar y luego ir pegando para formar figuras, se pretende animar al alumnado a participar, tratando de terminar lo antes posible para ganar a sus compañeros, puesto que a los tres más rápidos y con ejecución correcta se les sumará un 5% en la prueba final de la unidad (en caso de que no lleguen al % total de la nota).

El objetivo principal del juego es que trabajen la resolución de operaciones con polinomios, así como que ellos mismos aprendan a autocorregirse en caso de que no les encaje alguna pieza del puzzle.

En el Anexo 3 se adjuntan las fichas y la figura final del juego.

5.- Sopa polinómica

Este juego consiste en factorizar unos polinomios dados y tachar, como si de un bingo se tratase, los factores que componen cada expresión. Para ello los discentes deben valerse de los contenidos que conocen para utilizarlos correctamente (sacar factores comunes, regla de Ruffini, identidades notables, ...).

Será un juego para grupos de cuatro personas, por lo que serán los mismos compañeros los que comprueben si las operaciones realizadas son correctas.

Una vez se termina un cartón y queda un ganador en cada grupo, éstos jugarán entre sí con un nivel un poco más difícil, mientras sus compañeros, según el grado de consecución que han conseguido se redistribuyen en grupos para jugar a niveles adaptados a su puntuación final de la primera partida.

Cabe destacar que al tratarse de un trabajo con un ganador por partida, se animará al alumnado a participar y a esforzarse, posiblemente tratando de terminar lo antes posible para ganar a sus compañeros, lo que determinará un paso a jugar con otros discentes a un nivel superior.

El objetivo principal del juego es que trabajen la factorización de polinomios, así como que ellos mismos aprendan a corregirse unos a otros y prestar atención a lo que cada uno realiza.

En el Anexo 4 se adjuntan los polinomios y los cartones con los factores del nivel más bajo para poder jugar a esta sopa polinómica.

6.- Prueba final

Se trata de una prueba escrita propuesta para grupos homogéneos de 4 discentes, donde tendrán que ayudarse para poder resolver los problemas que se les plantean, con tres niveles de dificultad, fomentando el aprendizaje entre iguales y la colaboración entre ellos para la resolución del mayor número de actividades. Esta prueba se diseña con dificultad en aumento para que cada equipo llegue hasta el grado adecuado a las características y habilidades de sus integrantes.

En el anexo 5 se incorporan los problemas a resolver y entregar para finalizar la prueba de repaso de la Unidad Didáctica propuesta.

3.4.5. Recursos

Los recursos utilizados en el transcurso de esta programación se dividen en los dependientes del alumnado y los del centro o aula.

Los recursos de aula a utilizar serán: un encerado tradicional, un ordenador por cada pareja de discentes y un proyector con su pantalla y un ordenador conectado. El uso de este material multimedia debe ser siempre como recurso o medio para conseguir el aprendizaje, y nunca como un fin en sí mismo.

Los recursos a los que se les dará uso, y que son propiedad de cada discente, serán los teléfonos móviles (necesitaremos un móvil por pareja), pegamento para papel, y útiles de escritura (papel y lápiz) para resolver operaciones.

3.4.6. Evaluación

Antes de plantear la evaluación se deben establecer los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables, así como los instrumentos utilizados para puntuar cada juego y los porcentajes que implica cada uno.

Tabla 8. Relación contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES APRENDIZAJE EVALUABLES	INSTRUMENTOS	PORCENTAJE
Expresión usando lenguaje algebraico	Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola	Formula algebraicamente una situación o enunciado	Entrega hoja con acertijo escrito y resolución de alguno de los de sus compañeros (Rúbrica 1)	6% de la nota por la elaboración del acertijo y sus soluciones (Rúbrica 1)
				4% de la nota en función de actitud (Rúbrica 1)
			Puntuación de la actividad de kahoot + observación trabajo en aula (Rúbrica 2)	4% de la nota en función respuestas (Rúbrica 2)
				6% de la nota en función de actitud Rúbrica 2
Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables	Desarrollar correctamente expresiones en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia	Conoce y utiliza las identidades notables del cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado	Figuras desarrolladas con el juego LEGO Digital que se guardarán y entregarán al finalizar el juego + observación trabajo en el aula (Rúbrica 3)	7,5% de la nota en función de lo entregado (Rúbrica 3)
				5% de la nota en función de actitud y trabajo con TIC (Rúbrica 3)

Operaciones elementales con polinomios	Realizar operaciones (suma, resta y producto) con polinomios	Realiza operaciones con polinomios de forma correcta	Sumas y restas desarrolladas con el juego de LEGO Digital que se guardarán y entregarán al finalizar el juego + observación trabajo en el aula (Rúbrica 4)	7,5% de la nota en función de operaciones resueltas (Rúbrica 4)
				5% de la nota en función de actitud y trabajo con TIC (Rúbrica 4)
			Puzzle cubierto y pegado en una hoja que se entrega al finalizar juego+ observación trabajo en el aula (Rúbrica 5)	9% de la nota por resolver el puzzle
				6% de la nota en función de actitud
División de polinomios. Regla de Ruffini	Realizar divisiones correctamente utilizando la forma más adecuada	Realiza divisiones eligiendo la forma adecuada a cada caso	Entrega de las operaciones realizadas para jugar en la sopa polinómica + observación de trabajo en aula (Rúbrica 6)	9% de la nota por resolver operaciones
	Factorizar polinomios utilizando Ruffini, identidades notables o transformaciones de polinomios	Factoriza polinomios en raíces enteras, combinando la regla de Ruffini, las identidades notables y la extracción de factor común		2% de la nota por ganar el juego (rapidez)
				4% de la nota en función de la actitud
Prueba final en grupos de 4 discentes homogéneos de repaso			Entrega de prueba escrita de grupo, con 6 ejercicios que engloben todo lo tratado (Rúbrica 7)	15% de la nota por realizar los ejercicios
				10% de la nota en función de la actitud
TOTAL				100 %

Fuente: Elaboración propia basada en tablas de contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables del *Currículo Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos*. Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias.(2016)

Para una evaluación más adecuada, basada no solamente en los conocimientos, se elaboran unas rúbricas (anexo 6) adaptadas a cada juego o actividad, con unas matrices para que el profesorado rellene con la actitud y conocimientos adquiridos por cada discente, basándose en lo que observa en el aula (siempre teniendo en cuenta el escaso tiempo de que se dispone), las habilidades y competencias que se pretenden desarrollar y las que se desarrollan finalmente, lo que se espera del alumnado y lo que él realiza, y el feedback que debe plantearse tras la finalización de los juegos, buscando que se mejore el proceso de enseñanza-aprendizaje.

3.5. Evaluación de la propuesta

Una vez finalizado el trabajo teórico y el programa de carácter didáctico diseñado, se procede a la evaluación de la propuesta, midiendo el grado de consecución de los objetivos planteados.

Para ello se deben utilizar instrumentos que permitan medir y analizar los propósitos y objetivos formulados de antemano, adjuntando las rúbricas y matrices de evaluación, las encuestas y las pruebas diseñadas exclusivamente para tal fin en los anexos del presente documento.

En primer lugar se pretende analizar la satisfacción alcanzada por los docentes en cuanto al planteamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra apoyándose en el juego como herramienta didáctica. Para ello se plantea la realización de una encuesta a la finalización del programa, donde el profesorado deberá plasmar, con su elaboración, su contenido o descontento, los pros y contras encontrados, y demás valoraciones estimadas oportunas (ver anexo 7).

La opinión o parecer de los discentes, como centro del proceso de aprendizaje, se eleva en los objetivos como parte primordial. El conocimiento del juicio que el alumnado realiza sobre las diversas tipologías de juegos planteados y su consideración sobre la adaptación o adecuación a su forma de aprendizaje, así como la atracción, interés o agrado que le presenta cada uno, es otra finalidad de la propuesta. Se formula una encuesta dirigida a estos discentes como instrumento para poder tomar conciencia de la tipología de juego o actividad preferente para la mayoría en el trabajo con el álgebra, tratando de que los resultados puedan

extrapolarse a otros bloques de contenidos de las matemáticas del curso, o incluso a otros niveles o materias (ver anexo 8).

Para la valoración de la comprensión y el aprendizaje de los conceptos tratados durante todo el programa propuesto por parte del alumnado, así como del desarrollo del pensamiento y razonamiento matemáticos, se plantean grupos de control. Para la consecución de esta evaluación se debe partir del estudio de dos grupos con características equiparables, tanto en nivel de conocimientos y capacidades como en factores definitorios como tipo de centro, nivel sociocultural y económico, etc. A estos dos grupos, de forma separada, se les deberá hacer una prueba de nivel inicial para establecer los conocimientos previos, pasando, tras finalizar la programación didáctica en base al juego en el grupo de destinatarios definido, y la programación normalizada en el centro del grupo evaluado para su comparación, a realizar una prueba final individual para la medición de conocimientos adquiridos y el cómo los desarrolla y razona, para finalmente realizar un balance comparativo y poder sacar conclusiones sobre la metodología deseable o preferible para la mayor adquisición de saber, saber hacer y saber ser (ver anexo 9).

Cabe destacar que los objetivos didácticos de la programación se analizan en función de las rúbricas y matrices de evaluación propuestas para que el profesorado pueda valorar (ver anexo 6) , apoyándose tanto en las entregas a realizar al finalizar las sesiones como en el trabajo desempeñado en el aula por parte del alumnado.

Por último, se pretende conocer la percepción del alumnado en cuanto al trabajo en equipo y su preferencia por la individualidad o el grupo a la hora de realizar actividades en el aula. Los instrumentos elaborados para la consecución del presente objetivo se plantean para su realización pre y post-programación, tratando así de poder analizar y comparar los cambios de impresiones y predilecciones de los discentes respecto al trabajo en grupo (ver anexo 10).

4. Conclusiones

Tal como se anticipó en la introducción, a pesar de las investigaciones realizadas a nivel nacional e internacional sobre la relación entre la metodología utilizada y las dificultades en el aprendizaje, y vistos los resultados de las diferentes pruebas realizadas, la mejora en la competencia matemática en nuestro país no avanza de forma significativa.

Partiendo de este panorama educativo, en el presente trabajo se pretendía conseguir una serie de propósitos cuyo logro, en última instancia, ayudará a alcanzar el objetivo principal propuesto.

El primero de los objetivos alcanzado de carácter específico es la revisión de la normativa vigente en materia de educación que afecta al curso y contexto en el que se pretende desarrollar el programa educativo, procediendo a repasar la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, la Orden ECD/65/2015 , de 21 de enero, donde se definen las competencias clave y el Currículo de Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos del Principado de Asturias (2015). A la vista de esta legislación se han revisado los objetivos a alcanzar en la materia de las matemáticas, las competencias a desarrollar, las capacidades a fomentar y la organización seguida en la Educación Secundaria Obligatoria en tal asignatura, estableciendo un marco normativo general sobre el que apoyar la programación propuesta.

El siguiente objetivo planteado y conseguido ha sido el estudio de los diferentes modelos de enseñanza-aprendizaje que se han sucedido en el sistema educativo español, pasando del tradicional o “por transmisión” al del constructivismo o “por descubrimiento”, siendo relevante el binomio docente-discente, revisando el papel del profesorado como facilitador del aprendizaje, cuyas características y actitudes influirán siempre en su alumnado y deberán activar y mantener su interés, mientras que los discentes, por su parte, transforman su rol de pasivo a activo, apareciendo la motivación como parte importante y condicionante de su aprendizaje. A la vista de estos cambios en los modelos educativos y los individuos que intervienen directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, parece pertinente la propuesta de basar el programa diseñado en metodologías

didácticas apoyadas en el constructivismo, el aprendizaje significativo y vivencial, y el aprender de iguales, siendo el discente el protagonista en todo el proceso.

Por otro lado, se ha desarrollado ampliamente el objetivo correspondiente al estudio de los obstáculos que acontecen en el planteamiento de los conceptos algebraicos en el aula, organizados en epistemológicos, didácticos y ontogenéticos. Se ha revisado la organización de la materia en el primer ciclo del currículo de Educación Secundaria Obligatoria, donde se observa que en el curso correspondiente a 3º, en las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, aparece un bloque de contenidos de álgebra con un mayor salto en cuanto a complejidad y extensión. Teniendo en cuenta que el álgebra, según Cockcroft (1985), es una de las ramas de las matemáticas que entraña mayores dificultades y que es en el curso arriba mencionado donde se tratan conceptos más complejos, resulta lógico plantear la programación objeto de la propuesta para esta materia y curso.

También se ha estudiado ampliamente el cuarto objetivo, sobre las formas de aprendizaje del alumnado y las diversas teorías que existen en el procesamiento de la información, ya que, como se ha desarrollado en el apartado correspondiente, se ha apoyado tal estudio en diferentes teorías y autores de referencia, como el modelo VARK de Fleming y Mills, el de los hemisferios cerebrales, el de Kolb y el de las Inteligencias Múltiples de Gardner.

Tras la revisión de modelos educativos y formas de aprendizaje, se ha investigado sobre las tendencias educativas barajadas para el 2020, analizadas en el Encuentro Internacional de Educación de la Fundación Telefónica (2013), donde se observa y concluye que la educación en estos días se inclina hacia la flexibilización del proceso de enseñanza-aprendizaje y la adaptación a las necesidades del alumno. Estas tendencias educativas son la base sobre la que se asienta la Unidad Didáctica planteada, tratando de formar al ciudadano del s.XXI, integrar y enseñar a utilizar las TIC, desarrollar competencias requeridas por la sociedad del futuro, interactuar con los contenidos, ...

El último objetivo específico, relativo a la revisión de herramientas didácticas relacionadas con los discentes como constructores de su conocimiento gracias a las experiencias, y del beneficio de éstas en el aula, ha quedado repasado y comprobado, tras plantear una visión general sobre los objetivos de la educación enunciados y analizados en la Taxonomía de Bloom, el aprender haciendo como proceso de

aprendizaje de carácter natural y los recursos didácticos basados en las características del juego y de la gamificación como pautas a partir de las que plantear la programación objeto de este trabajo.

Este objetivo primordial, el diseño de una programación para la enseñanza del álgebra para 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, utilizando recursos didácticos y herramientas basadas en el juego, se ha desarrollado de manera pormenorizada en el apartado 3.4, a través de una Unidad Didáctica. Esta propuesta se ha diseñado teniendo en cuenta y en función de los objetivos específicos enunciados y logrados, programándose en 6 sesiones, con la integración de diversos juegos en cuanto a recursos, agrupamientos y estructura, y cuya finalidad se adapta a los fines establecidos para tal programación.

En síntesis, se considera que la realización del presente trabajo, compuesto por un marco teórico de referencia y una propuesta adaptada a las necesidades del aula, ha posibilitado el aprendizaje, concretamente la elaboración de una propuesta didáctica basada y fundamentada en información fiable y verídica, con estudios y teorías argumentados y probados por autores de reconocido renombre, y razonada en función del alumnado al que se dirige.

5. Limitaciones y prospectiva

5.1. Limitaciones

A lo largo de la elaboración de este trabajo han aparecido limitaciones temporales, de acceso a la información, propias del contenido a tratar y del objetivo principal, y el no haber podido llevar a la práctica la programación planteada para sacar conclusiones sobre su utilidad y eficacia en el aula.

El factor temporal ha sido la limitación más importante, puesto que el tiempo requerido y disponible ha provocado la acotación del trabajo como premisa para poder acometerlo. Debido a esta falta de tiempo la propuesta no ha podido ser comprobada y analizada dentro del aula.

El objetivo principal del trabajo ha tenido que acotarse desde el principio a unos contenidos y un nivel muy concretos, ejemplificándose en una propuesta de intervención en el álgebra de 3º de ESO a través del juego, debido al escaso tiempo y espacio de que se disponía para el planteamiento del trabajo. También por esta razón, además de no haber podido obtener los permisos necesarios, ha sido imposible llevar a la práctica la propuesta planteada, lo cual sería de gran utilidad para la investigación.

5.2. Líneas de investigación futuras

El presente trabajo sugiere dos líneas de investigación futuras. Por un lado se propone la constatación empírica de la posible eficacia de la propuesta desarrollada, planteando su puesta en práctica en un centro o varios simultáneos (para tener una muestra mayor) de características adecuadas y con los oportunos destinatarios, analizando posteriormente los resultados de las encuestas y pruebas habilitadas para la evaluación de la consecución de los objetivos planteados. Este paso de implantación en el aula serviría para probar y confirmar el grado de adecuación de la propuesta a la realidad y los objetivos conseguidos, tanto en tiempos, dificultades que aparecen y aprendizajes logrados, como en la validez de la evaluación programada, comparando los diversos resultados arrojados de la implantación en cada centro. A partir de este mecanismo de prueba la propuesta se podría ir modificando y adecuando, mejorando sus aspectos deficientes y potenciando sus

eficientes, con el objetivo principal siempre como meta última y prioritaria, la eficacia y mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta experimentación y observación de la aplicación en el aula podría incluso derivarse en el estudio “in situ” de los muchos beneficios atribuidos al juego, como la motivación, el desarrollo de distintos estilos de aprendizaje, la estimulación de una mayor actividad cerebral, etc., apoyándose en encuestas de evaluación ya validadas sobre estas finalidades, en muchos casos, con cierto carácter subjetivo.

Por otro lado, se propone la introducción y hábito de la utilización del juego didáctico en las aulas, dado que se trata de una estrategia que favorece el conocimiento a la vez que satisface al discente, desarrolla la inteligencia práctica, promueve un aprendizaje de tipo activo, facilita la integración de los miembros del grupo-clase, fomenta el aprendizaje entre iguales y de forma colaborativa, etc., siempre permitiendo actualizar y adaptar su estructura a cada necesidad. Debido a estas características, que le hacen al alumnado desarrollar competencias y habilidades de gran utilidad para el futuro, no sólo se recomienda para la mejora de la enseñanza del álgebra, sino que se podría plantear su extrapolación y utilización en otros temas o conceptos matemáticos, cursos e incluso materias, teniendo siempre presente los beneficios de esta herramienta, que se amolda a cualquier contenido y nivel del curriculum.

6. Referencias bibliográficas

- Alonso, C., Gallego, D. y Honey, P. (1997). *Los estilos de aprendizaje: Procedimientos de diagnóstico y mejora (3ª ed.)*. Bilbao, España: Ediciones Mensajero.
- Alsina, Á., Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=e451LcxM3MoC&pg=PA85&dq=beneficios+uso+del+juego+en+matematicas&hl=es419&sa=X&ved=0ahUKEwioYecrLXQAhWftBQKHeYdBMoQ6AEILzAB#v=onepage&q=beneficios%20uso%20del%20juego%20en%20matematicas&f=false>
- Astolfi, J. P. (1997). Tres modelos de enseñanza. *Aprender en la escuela*, Dolmen/Estudio, Santiago de Chile, 127-133. Recuperado de <http://es.slideshare.net/charlyf/51419311-tresmodelosdeensenanza>
- Avezuela, S., Roca, E. (coord.) (2011). Evaluación general de diagnóstico 2010. Educación Secundaria Obligatoria Segundo curso. Informe de resultados. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/informeegd2010.pdf?documentId=0901e72b80d5ad3e>
- Bloom, B., et al. (1956). Taxonomy of educational objectives: *Handbook I, The cognitive domain* [Taxonomía de los objetivos educativos: Tomo I, El dominio cognitivo]. Nueva York, David McKay & Co.
- Churches, A. (2013). *Buen docente. Taxonomía de Bloom para la Era Digital*. [Mensaje en un blog]. Recuperado el 5 de diciembre de 2016 de <http://buendocente2013.blogspot.com.es/2013/06/taxonomia-de-bloom-para-la-era-digital.html>
- Cockcroft, W.H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Recuperado de <https://sede.educacion.gob.es/publiventa/d/1129/19/0>
- Contreras, M. (1993). Capítulo 8. Las matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos. Juegos Algebraicos. En Grupo Azarquiel (1ª Ed.), *Ideas y actividades para enseñar álgebra* (pp. 151-198). Madrid: Editorial Síntesis.

- Cordero, J.L. (s.f.). Elige Educar. 15 razones por las que los docentes implementan juegos y dinámicas lúdicas en sus clases. Recuperado el 25 de noviembre de 2016 de <http://eligeeducar.cl/15-razones-para-implementar-juegos-y-dinamicas-ludicas-en-tu-clase>
- Crisis educativa: Entrevista a Roger Shank. Equipo de Redes (2007). [Video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=tw1VVjvMF9k>
- Díaz Barriga F. y Hernández Rojas G. (2004). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo : Una interpretación Constructivista*. 2ª Edición. México: Mc. GRAW- HILL. Recuperado de <https://jeffreydiaz.files.wordpress.com/2008/08/estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo.pdf>
- Durán Palmero, J. (2006). Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas, *Juegos para aprender matemáticas*, 69-88. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=OxyASl5Ac4YC&pg=PA69&dq=juegos+matem%C3%A1ticos+en+el+aula&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjK16npxvDPAhVrB8AKHWXYC8gQ6AEIQTAC#v=onepage&q=juegos%20matem%C3%A1ticos%20en%20el%20aula&f=false>
- Eisner, W. (2000). Benjamin Bloom. *Perspectivas: revista trimestral de educación comparada* (París. UNESCO : Oficina Internacional de Educación), volumen XXX, n° 3, 423-432. Recuperado de http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/archive/Publications/thinkerspdf/blooms.pdf
- Fundación Telefónica (2013). *20 claves educativas para el 2020 : ¿Cómo debería ser la educación del S-XXI?* Recuperado de http://www.fundaciontelefonica.com/artes_cultura/publicacioneslistado/paginaitempublicaciones/itempubli/257/?_ga=1.166064126.1942812827.1483288948
- Gallardo, P., Camacho, J. M. (2008). Capítulo 9. La motivación del alumno: una enseñanza significativa. En *Teorías del aprendizaje y práctica docente* (pp. 79 - 82). Recuperado de <https://books.google.es/books?id=SOAADAAAQBAJ&pg=PA79&dq=docente>

+en+el+aprendizaje&hl=es419&sa=X&ved=oahUKEwilt4qnmBXQAhWGtBQKHTqNCs8Q6AEIPzAG#v=onepage&q=docente%20en%20el%20aprendizaje&f=false

García Nájera, J. R. (2007). El modelo VARK : Instrumento diseñado para identificar estilos de enseñanza - aprendizaje. *INED Universidad Pedagógica de Durango* (6), 86-90. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2293085.pdf>

Gardner, H. (2005). *Inteligencias Múltiples: La teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós Ibérica.

Huizinga, J. (1972). *Homo Ludens*. Madrid : Alianza / Emecé.

Jiménez Vega, M. (2014). Lo que necesita un buen estudiante. *Boletín científico Vida Científica de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo* , Vol 2, n^o 4. Recuperada de <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n4/e13.html>

Kapp, K. (2012). *The Gamification of Learning and Instruction: Game-Based Methods and Strategies for Training and Education*. San Francisco: John Wiley&Sons.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, *para la mejora de la calidad educativa*. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2013.

Lozano, A. (2000). Estilos de Aprendizaje y Enseñanza. Un panorama de la estilística educativa. *ITESM Universidad Virtual - ILCE*. México: Trillas.

Martínez Rodríguez, E. (2008). El juego como escuela de la vida. *Magister: Revista Miscelánea de Educación*, (22), 7-22. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2774872.pdf>

Maslow, A.H. (2008). *La personalidad creadora*. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=7L8UZhyUWhMC&pg=PA219&dq=maslow+humanista&hl=es&sa=X&ved=oahUKEwiEkMSxmPHPAhWGrRoKHQoAp44ChDoAQgfMAE#v=onepage&q=maslow%20humanista&f=false>

- Méndez, I. (2013). *Prácticas docentes y rendimiento estudiantil. Evidencia a partir de TALIS 2013 y PISA 2012*. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/practicadocentesyrendimientoeestudiantil.pdf?documentId=0901e72b81e17e0c>
- Méndez, Z. (2008). *Aprendizaje y cognición*. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=KzvsjxKNPQsC&pg=PA91&dq=aprendizaje+significativo+ausubel&hl=es&sa=X&ved=0oahUKEwjliPbkrfHPAhWEmBoKHYP2AbwQ6AEIHDA#v=onepage&q=aprendizaje%20significativo%20ausubel&f=false>
- Mínerva Torres, C. (2002). El juego: una estrategia importante. *Educere: La Revista Venezolana de Educación*, 6 (19), 289-296. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/356/35601907.pdf>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (s.f.). *LOMCE*. Recuperado el 1 de noviembre de 2016 de <http://www.mecd.gob.es/mecd/educacion-mecd/mc/lomce/el-curriculo/curriculo-primaria-eso-bachillerato/competencias-clave/competencias-clave.html>
- Molinos Tejada, M. (2002). *Concepto y práctica del currículo en John Dewey*. Navarra: Ediciones Universidad de Navarra.
- Montbrun, F. (2.000). *Neuroanatomía. Vol. II: El Cerebro Humano*. Caracas: Ediciones de La U. C. V.
- Monzo, C. (2009). *Matemática lúdica. Jugando en matemática*. (Tesina para optar al profesorado de matemáticas). Instituto Superior Fundación Suzuki, Buenos Aires. Recuperada de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3045280>
- Ocaña, J.A. (2010). *Mapas mentales y estilos de aprendizaje*. Recuperado de https://books.google.es/books?id=6DVl3Z_MY6EC&pg=PA157&dq=visual+kinestesico&hl=es419&sa=X&ved=0oahUKEwjYnquBhLDQAhXHtRQKHQ8_DQkQ6AEILDAD#v=onepage&q=visual%20kinestesico&f=false

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 25, de 29 de enero de 2015.

Planas, N., Alsina, A. (2009). *Educación matemática y buenas prácticas. Infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=wmzsf9EdwD6oC&lpq=PA207&ots=f11isjBHCx&dq=ense%C3%B1anza%20en%20las%20aulas%20de%20secundaria%20de%20matemáticas&hl=es&pg=PA1#v=onepage&q=ense%C3%B1anza%20en%20las%20aulas%20de%20secundaria%20de%20matemáticas&f=false>

Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* [Dictionary of the Spanish Language] (22nd ed.). Madrid, Spain

Sánchez, M. J. y Fernández-Sánchez, A. (2010). El profesor y el alumno. Figuras clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje del sistema actual y en el EEES. *Odisea*, n^o 11, 259-268. Recuperado de http://www.ual.es/odisea/Odisea11_Sanchez_FS.pdf

Sánchez, C., Casas, L.M. (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas*. Badajoz: Centro de Publicaciones Secretaría General Técnica.

Socas Robayna, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática* XI, 19-52. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf

Socas Robayna, M. M., Palarea Medina, M. M. (1997). Las fuentes del significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (14), 7-24. Recuperado de <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=638528>

Tapia, J. A. (2005) Motivación para el aprendizaje: la perspectiva de los alumnos *Ministerio de Educación y Ciencia. La orientación escolar en centros educativos*, 209-242. Madrid: MEC. Recuperado de

<http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1NRS79H37-6XKDFC-22R/aprender%20aprender.pdf>

Torres Menárguez, A. (2016, 25 de enero). George Kembel: se aprende haciendo, y no escuchando a un profesor. *El País*. Recuperado de http://economia.elpais.com/economia/2016/01/22/actualidad/1453461456_561424.html

Valle A., Cabanach R. G., Rodríguez S., Núñez J. C. y González-Pienda J. A. (2006). Metas académicas, estrategias cognitivas y estrategias de autorregulación del estudio. *Psicothema 2006. volumen 18, nº 2, 165-170*. Recuperado el 27 de diciembre de 2016 de <http://www.psicothema.com/pdf/3193.pdf>

VV.AA. Currículo Educación Secundaria Obligatoria y relaciones entre sus elementos. *Consejería de Educación, Cultura y Deporte. Dirección General de Formación Profesional, Desarrollo Curricular e Innovación Educativa. 2015*. Recuperado de <https://www.educastur.es/documents/10531/40636/Curr%C3%ADculo+de+ESO+y+relaciones+entre+sus+elementos+%28pdf%29/bd4d4cc6-4300-46d7-acd4-6f86ab73f8fb>

Zichermann, G. y Cunningham, C. (2011). *Gamification by Design: Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps*. Cambridge, MA: O'Reilly Media.

7. Anexos

7.1. Anexo 1 - Kahoot

Se plantea la utilización de la herramienta Kahoot y el teléfono móvil para ir trabajando en el paso de expresiones de lenguaje natural a algebraico y viceversa, en parejas de componentes con conocimientos y capacidades similares. Al tratarse de un juego online se trabaja la competencia digital y la familiarización con recursos de este tipo, al ir subiendo la puntuación según los aciertos, se trata de generar competencia sana, y el hecho de realizarlo en parejas ayuda a que los discentes trabajen la competencia cívica, escuchando y consensuando con sus compañeros y trabajando siempre codo con codo entre ellos, para el bien del equipo.

Para la resolución de cada expresión se dan 90 segundos, puesto que se estima que es un tiempo suficiente para que los discentes lean con tranquilidad la pregunta y piensen la respuesta, sin dejar demasiado lapso para que se los que ven las expresiones con sólo leerlas se aburran al jugar.

En el transcurso del Kahoot se van sucediendo expresiones que utilizan diferentes letras para sustituir los números, puesto que se pretende que el alumno se familiarice con las diferentes letras, y no cómo en muchos casos sucede, que siempre se usan la “x” y la “y”, siendo las únicas que los discentes asocian al álgebra.

El hecho de que en la pantalla vaya apareciendo el tiempo y el número de jugadores que ya han contestado ayuda a desarrollar y practicar la competencia de trabajo bajo presión, muy útil en los tiempos en que vivimos, donde la mayoría de las tareas se hacen con tiempos muy ajustados.

En las siguientes figuras se adjuntan las pantallas que se suceden en el juego:



Figura 5. Pregunta nº1 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 6. Pregunta nº 2 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 7. Pregunta nº 3 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 8. Pregunta nº 4 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 9. Pregunta nº 5 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 10. Pregunta nº 6 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 11. Pregunta nº 7 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 12. Pregunta nº 8 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 13. Pregunta nº 9 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot



Figura 14. Pregunta nº10 del juego Kahoot. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot

Tras la contestación de cada pregunta aparece una pantalla con la respuesta correcta y el número de discentes que ha contestado cada una de ellas, por lo que es una buena forma de ver qué tipo de expresiones generan mayor dificultad, pudiendo institucionalizar lo que se crea conveniente a la vista de los resultados.

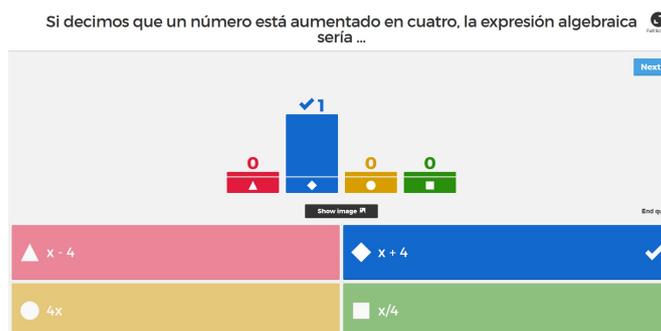


Figura 15. Pantalla respuestas de la pregunta nº1 Fuente:Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot

Al concluir el juego serán los propios alumnos los que valorarán cómo les ha ido y lo expresarán en una pantalla final.



Figura 16. Pantalla valoraciones del alumnado. Fuente: Elaboración propia con herramienta online Create Kahoot

7.2 Anexo 2 - LEGO Digital

Se plantea la utilización de la herramienta Build with Chrome y un ordenador para cada dos discentes para crear las figuras de explicación de las identidades notables y realizar unas sumas y restas con piezas de lego, pero de manera digital.

Se trata con este juego de que el alumnado entienda el significado de lo que suele realizar de forma mecánica, desarrollando también actitudes de ayuda a sus iguales y aprendizaje de ellos, competencias cívicas como el consenso y habilidades digitales, tan necesarias hoy en día.

Se plantea el trabajo en parejas heterogéneas para que los que tienen un mayor conocimiento de la materia puedan explicar a sus pares y no haya grupos que queden muy atrasados respecto al resto de la clase.

Para la resolución de cada identidad notable, y de las operaciones propuestas, se dan unas fichas con las figuras y la explicación de lo que se pretende realizar, documento que se adjunta en este anexo.

Tras la resolución de las figuras finales los discentes podrán pasar a observar y analizar el resto de pantallas con las resoluciones de sus compañeros, como una manera muy visual de que conozcan lo que se ha realizado por los distintos grupos y cómo aparecen diversas figuras para la misma solución de las operaciones, al igual que en el papel (apareciendo antes las piezas de un tipo o de otro, al igual que en una operación pueden estar al principio las “x” o las “y”).

A la finalización de la actividad deberán entregar unas imágenes con las figuras que han realizado, capturando la pantalla y pagándolo en un documento de Word que deberán enviar al correo del docente.

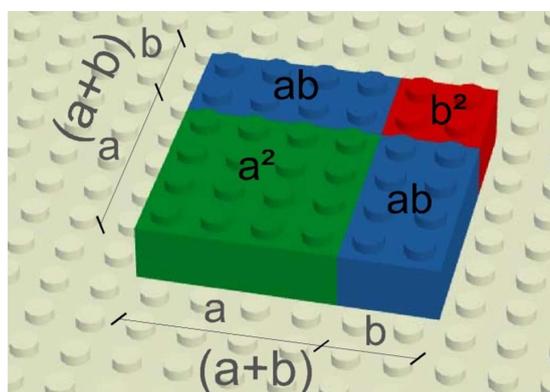
FICHA IDENTIDADES NOTABLES

Vamos a representar unas operaciones que suelen repetirse mucho en el álgebra y hacer unas pruebas tomando valores reales. Para ello os daré un ejemplo para que entendáis el mecanismo del juego, y luego haréis uno similar.

Vamos a comenzar con la operación **$(a + b)^2$**

Les daremos a las incógnitas unos valores : **$a = 4$; $b = 2$**

Representaremos esta operación con piezas de LEGO, utilizando la herramienta Build with Chrome :



Nos queda, que al representar $(a+b)^2$, tenemos $a^2 + b^2 + 2ab$, es decir :

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Si en la figura tenemos que $a=4$ y $b=2$, y contamos cuantas unidades tenemos...



sin importar el color ...

Nos salen **36** unidades

Si aplicamos

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \rightarrow (4+2)^2 = 4^2 + 2^2 + 2 \times 4 \times 2 = 16 + 4 + 16 = 36$$

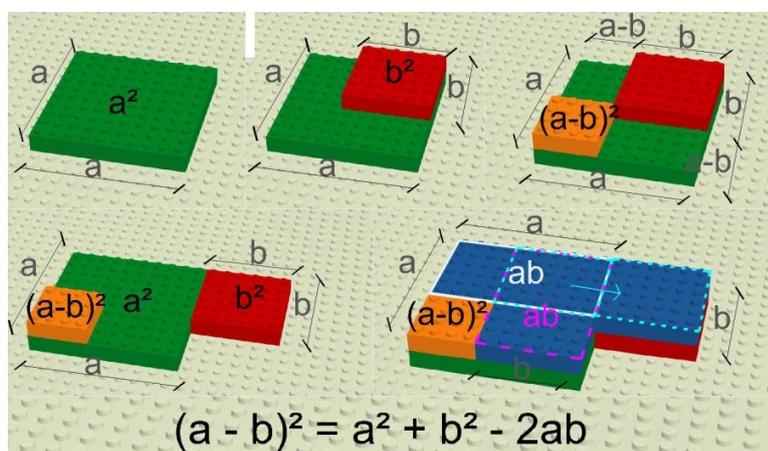
Os propongo que construyáis vosotros una figura con **$a=6$ y $b=3$**

- **¿ Cuántas unidades os salen?**
- **Comprueba con la expresión $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, ¿os da lo mismo?**

Si no os da el mismo resultado revisad para ver si encontráis el error, y si no es así ... avisad al profesor/profesora para que os ayude a buscarlo!!!!!!

Seguimos con $(a - b)^2$, dando valores $a = 10$; $b = 6$

Representaremos esta operación :



Si en la figura contamos cuantas unidades nos quedan al final en la expresión buscada, tenemos **16** → aplicamos la expresión $(10-6)^2 = 10^2 + 6^2 - 2 \times 10 \times 6 = 16$

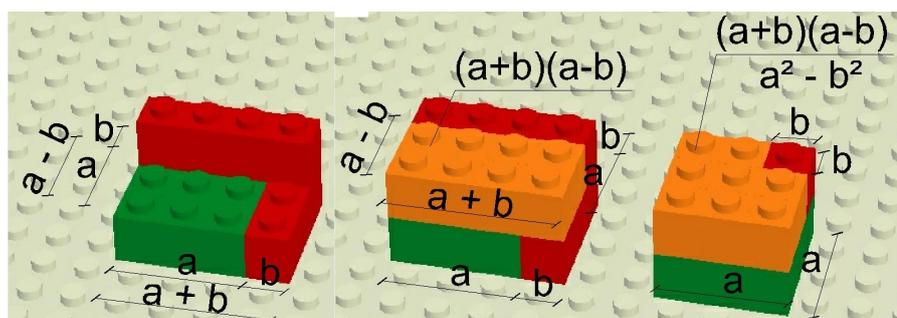
Os propongo que construyáis vosotros una figura con $a=8$ y $b=2$

- **¿ Cuántas unidades os salen? _____ Compruébalo**

Si no os da el mismo resultado ... ya sabéis qué hacer !!!!!!!

Finalizamos con $(a + b)(a - b)$, dando valores $a = 3$; $b = 1$

Representaremos esta operación :



Nos queda $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Si en la figura contamos cuantas unidades nos quedan al final en la expresión buscada, tenemos **8** → aplicamos la expresión $(3+1)(3-1) = 3^2 - 1^2 = 8$

Os propongo que construyáis vosotros una figura con $a=5$ y $b=2$

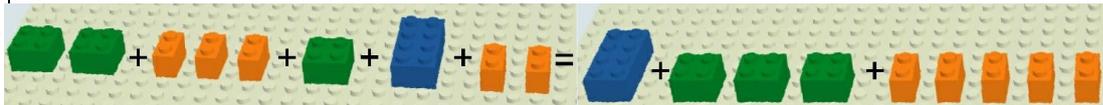
- **¿ Cuántas unidades os salen? _____ Compruébalo**

Si no os da el mismo resultado ... ya sabéis qué hacer !!!!!!!

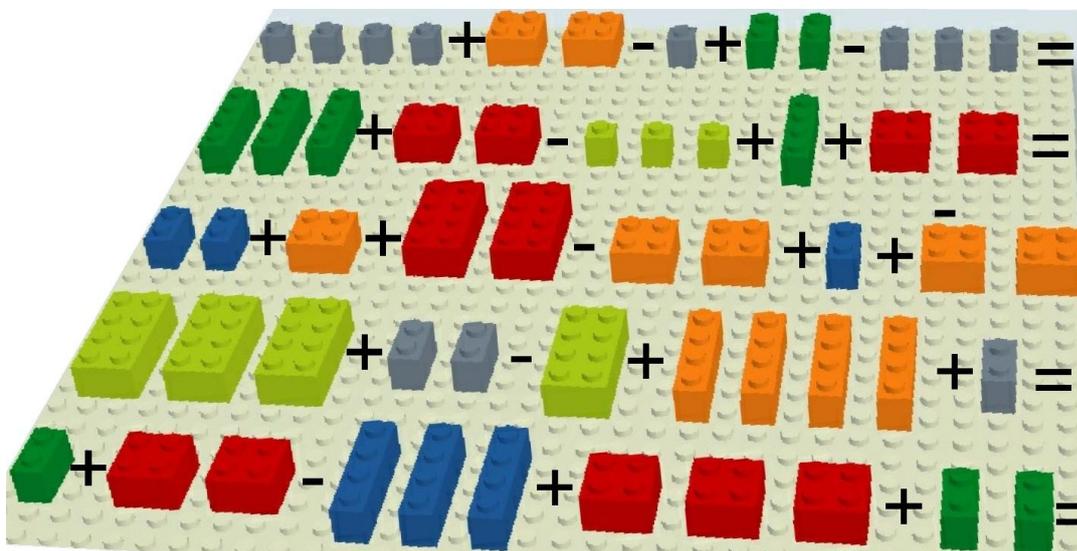
FICHA OPERACIONES CON PIEZAS LEGO

Vamos a realizar unas operaciones de sumas y restas con polinomios utilizando piezas de LEGO. Para ello os daré un ejemplo para que entendáis el mecanismo del juego, y luego haréis las operaciones planteadas.

Ejemplo:



Operaciones a realizar:



7.3 Anexo 3 - Puzzle polinómico

Este juego se diseña para que cada discente lo realice de forma individual, utilizando las tarjetas de colores que se les da para que formen un puzzle, provisto de tres niveles de dificultad, para realizar primero la parte verde (nivel 1), después la azul (nivel 2), y por último la amarilla (nivel 3).

Las reglas del juego serán las siguientes:

- Se deben ir realizando las operaciones con polinomios que aparecen en los bordes de las piezas, e ir uniéndolas según van saliendo resultados iguales, pegándolas en una hoja.
- Se debe comenzar por el primer nivel, y una vez finalizado el puzzle correspondiente, pasar al siguiente, hasta haber completado los tres.
- Ganarán los tres discentes más rápidos.

El objetivo principal del juego, resolver las operaciones y practicar, cada vez con mayor dificultad en las sumas, restas y multiplicaciones, se complementa con el incentivo de ganar, autocorregirse ellos mismos en el caso de que no les encaje alguna pieza y generar participación por ser un juego con material para manipular.

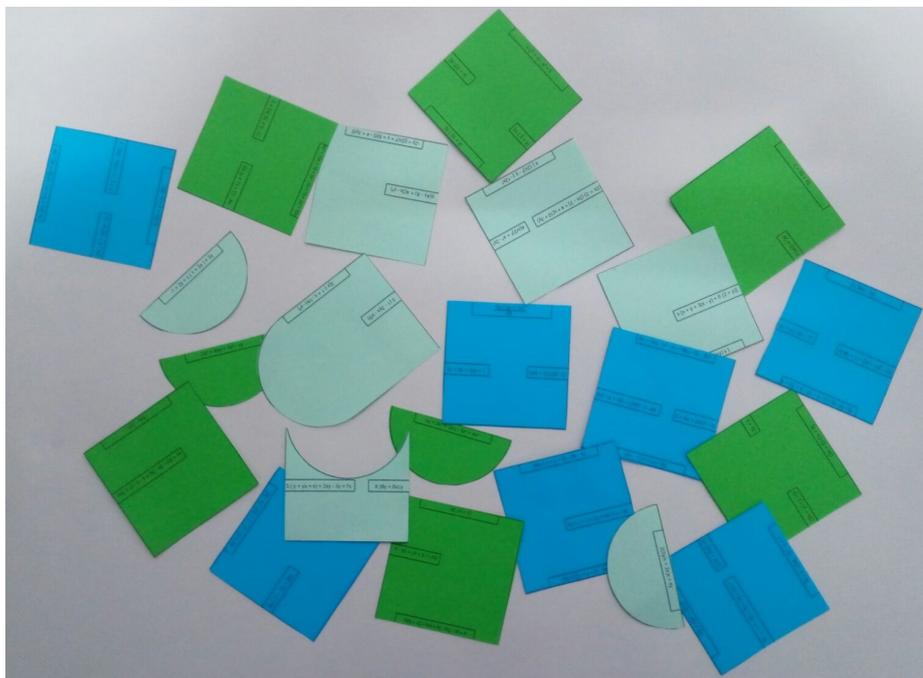


Figura 17. Piezas para montar el puzzle. Fuente: Elaboración propia

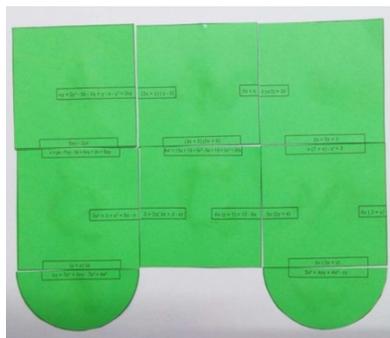


Figura 18. Puzzle acabado con el nivel 1. Fuente: Elaboración propia

Para comenzar con el nivel 2 del puzzle se les pedirá que dejen un hueco igual a una pieza en la hoja donde pegan las piezas, concretamente en la parte derecha.

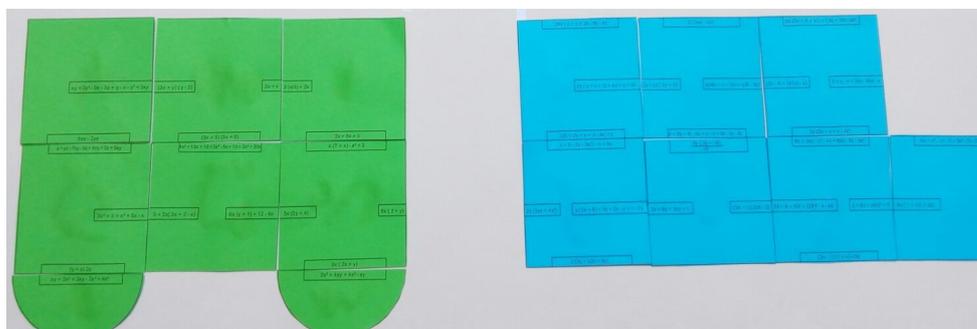


Figura 19. Puzzle acabado con niveles 1 y 2. Fuente: Elaboración propia

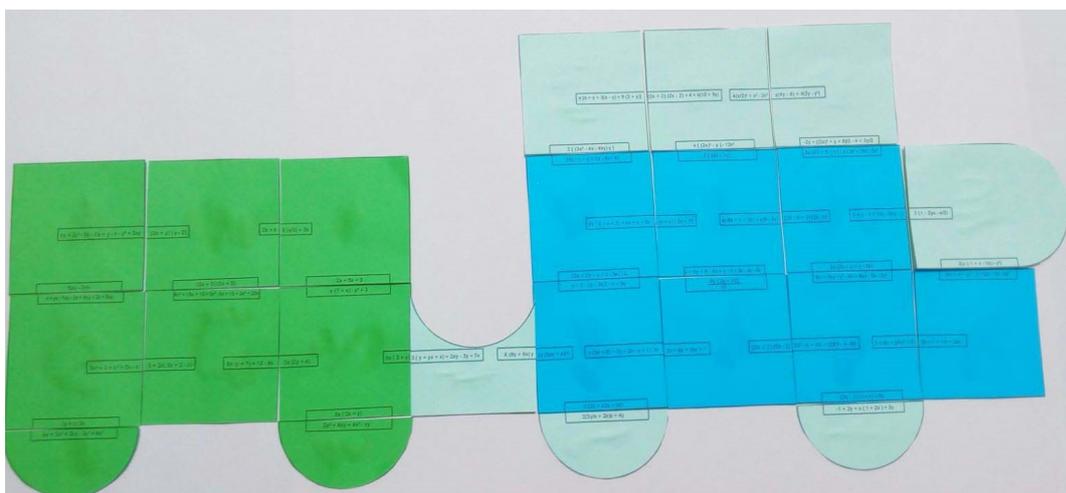


Figura 20. Puzzle acabado con niveles 1, 2 y 3. Fuente: Elaboración propia

Se adjunta la plantilla para poder imprimir el puzzle y realizar la actividad.

7.4 Anexo 4 - Sopa polinómica

Este juego se diseña para que los discentes lo practiquen en grupos de cuatro, con el mismo número de tarjetas cada uno (cuatro), y un tablero con treinta y cinco casillas.

Las reglas del juego serán las siguientes:

- Se tienen 16 tarjetas por grupo, que se barajan y dividen entre los jugadores de manera aleatoria.
- Éstos deben factorizar los polinomios de sus tarjetas, buscar en el tablero los factores y tacharlos.
- Ganará el jugador que antes finalice sus factorizaciones y tache todos los factores que conforman los polinomios de sus tarjetas.

Tras finalizar la partida cada grupo deberá comprobar si sus integrantes han realizado bien las factorizaciones, procediendo para ello a la operación inversa (multiplicar los factores que conforman cada polinomio), parando el juego en caso de que falte algún factor, ya que puede ser que otro jugador haya tachado un factor por error, y buscando el fallo cometido.

El objetivo principal del juego, que el alumnado practique y aprenda a factorizar valiéndose de todos sus conocimientos para hacerlo lo más rápido posible (sacar factores comunes, utilizar la regla de Ruffini, usar las identidades notables, ...), se complementa con el aprendizaje entre pares (se corrigen ellos mismos y se ayudan en caso necesario), el aprender a trabajar el consenso a la hora de la comprobación, el desarrollar destreza a la hora de realizar las operaciones, ...

Se plantea este juego en tres niveles, pasando de nivel una vez se gana una partida al resto de compañeros. En este anexo se adjunta el ejemplo del juego para el nivel inicial, correspondiente al que todos deberán superar para llegar al siguiente, que seguirá la misma organización pero con polinomios que entrañen mayor dificultad a la hora de factorizarlos.

Tablero de juego

$x - 3$	$x - 2$	$x + 6$	$x - 1$	$x - 4$	$2x^2$	$x - 1$
$x + 1$	$x - 3$	$x + 1$	$x + 2$	$4x^2$	$x + 2$	x
$x - 5$	$x - 2$	$x^2 + 2$	$3x$	$x + 1$	x^2	$x - 3$
$x + 1$	$5 - x$	$5x$	$x + 3$	$x - 3$	$x - 4$	$x + 2$
$x + 5$	$x + 1$	$x + 2$	$x + 6$	$x - 2$	$x^2 + 3$	$x - 3$

Tarjetas

$x^3 + 2x^2 - x - 2$	$x^2(x + 1)$	$x^2 + 2x - 15$	$x^3 - 4x^2 + x + 6$
$x^2 - 9$	$x^2 - x - 2$	$x^2 - 36$	$3x^2 - 6x$
$x^2 + 3x + 2$	$x^2 + 9 - 6x$	$2x^4 + 4x^2$	$x^3 + x - 2x$
$x^2 + 16 - 8x$	$5x^3 + 15x$	$x^2 - 3x - 10$	$20x^2 - 4x^3$

7.5 Anexo 5 - Prueba final

Se propone una prueba grupal dirigida a equipos homogéneos de 4 discentes. Se busca que el alumnado, dentro de su equipo, se ayude para poder resolver los problemas planteados, fomentando de esta forma el aprendizaje entre iguales y la colaboración entre ellos para la resolución del mayor número de actividades.

La prueba tendrá diferentes niveles de dificultad, concretamente tres, para que cada equipo llegue hasta el grado adecuado a las características y habilidades que posean sus integrantes.

PRUEBA FINAL PROGRAMACIÓN EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Para realizar esta prueba debéis ir complementando los apartados de los problemas planteados y no saltaros ningún paso.

NIVEL 1

Debeis ir traduciendo las siguientes expresiones:

- Tenemos el doble de un número cualquiera que multiplica al triple de ese mismo número → _____
- Le debemos añadir a la expresión anterior 6 unidades →
- Tenemos un número cualquiera, al que llamaremos con la letra que hemos utilizado al principio, multiplicado por sí mismo → _____
- Hacemos el doble de la expresión anterior → _____
- La añado 4 unidades a la expresión anterior → _____
- Tenemos ahora el doble de la anterior expresión →
- Formamos una expresión con la segunda, quitándole la última

- Opera el polinomio que resulta de esta última expresión

- Factoriza el polinomio y une los factores que lo conforman

$$\begin{array}{ccc}
 & x+1 & \\
 & x+2 & \\
 -2 & & 2x^2 \\
 & & x+3 \\
 & x^2 & \\
 x-1 & & 2 \\
 & x-3 &
 \end{array}$$

¿ Qué figura sale ?

NIVEL 2

- Simplificad esta expresión lo máximo posible, realizando las operaciones indicadas : $4x(x^2 - 2x) - (x^2 + 3x^3) + 12$

- Factorizad la expresión resultante del apartado anterior

- ¿Tiene alguna expresión denominada identidad notable? _____

Tachad su resultado si es alguno de estos

$x^2 + 2$

$2x + 2$

$3x - 1$

$x^2 + 4x - 4$

$x^2 - 1$

$x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 4$

$x^2 - 2x + 4$

- ¿Alguna de las expresiones que quedan son identidades notables o se pueden factorizar?

- Formad un polinomio con los factores sacados en el apartado anterior y escribidlo en lenguaje natural en vez de algebraico

NIVEL 3

- Unid las expresiones que den el mismo resultado, teniendo en cuenta que en algunos casos se han desarrollado las operaciones.

la suma de un número y su antecesor al cuadrado
$3x(x+1)(x-2)$
$x(x+2)$
$6x$
$2x^2 - 2$
$3x$
$3x^2 + 75 - 30x$
$(x-2)(x+2)$
$5(x+3)^2$
$3x - 5$
$-5(-x^2 + 3x + 15)$
$(x+2^{1/2})(x-2^{1/2})$
$18x - 36$
$x(x - x^2 - 2)3$
$-5 + x(3 + x) - x^2 - 10$

el triple de un número par cualquiera
$5x^2 + 30x + 45$
$3(x-5)$
$3(x-5)^2$
$x^4 - 2x^3 + x^2$
$x^2 - 2$
$3x^3 - 3x^2 - 6x$
$-45 + 5x^2 - 15x$
$2(x+1)(x-1)$
$6(2x - 4 + x) - 12$
$3x^2 + x + 10 : x-2$
$x^2 + 2x$
$-(6x - 3x^2 + 3x^3)$
$2x+x^2-5x+2x^2+6x-3x^2$
$x^2 - 4$

7.6 Anexo 6 - Rúbricas de evaluación

Se adjuntan en este anexo las rúbricas correspondientes a la evaluación de cada juego o actividad a realizar por el alumnado y a cada contenido tratado. Se proponen unas matrices para que el profesorado, a la vista de cada rúbrica y alumno, pueda rellenarlas adecuando la función de evaluación al escaso tiempo disponible en el aula.

El hecho de disponer de una rúbrica para cada juego, que el alumnado deberá conocer de antemano, le dará a los discentes una visión general de lo que se les valorará de su trabajo en clase, teniendo luego el docente que entregar una copia de la tabla de evaluación con feedback y feedforward para que el alumnado, en los sucesivos juegos, sepa a qué atenerse y aprenda también a esforzarse en lo que se considera más importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

RÚBRICA 1 – Juego de acertijos

Para la evaluación de este juego se utilizará la rúbrica adjunta, analizando la hoja entregada por cada alumno con su acertijo y la resolución de alguno de los de sus compañeros (producto final), y los indicadores del trabajo en el aula.

Tabla 9. Rúbrica para la evaluación del juego de acertijos

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Producto final (6%)	Organización y limpieza	La información está totalmente desordenada y presenta una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y no presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	La información está organizada de manera temporal y presenta una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad
	Consecución de apartados propuestos	El documento presenta la mayoría de los apartados sin realizar, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta la mayoría de los apartados realizados, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, pero sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, con explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización

	Coherencia del acertijo propuesto	El acertijo elaborado no presenta una coherencia en su organización, faltándole también un hilo conductor	El acertijo elaborado presenta una pobre coherencia en su organización, faltándole un hilo conductor	El acertijo elaborado presenta coherencia en su organización, siguiendo un orden lógico, pero le falta un hilo conductor	El acertijo elaborado presenta coherencia en su organización, siguiendo un orden lógico y con un hilo conductor
	Utilización del lenguaje	El texto del acertijo tiene muchos errores gramaticales y ortográficos, estando muy alejado el discurso con lo que quiere transmitir	El texto del acertijo tiene ciertos errores gramaticales y ortográficos, no expresando claramente lo que quiere transmitir	El acertijo cumple con las normas gramaticales y ortográficas, pero no expresa claramente lo que quiere transmitir	El acertijo cumple con las normas gramaticales y ortográficas, expresando claramente lo que quiere transmitir
	Paso de lenguaje natural a algebraico	No formula algebraicamente los enunciados expresados en lenguaje natural de sus compañeros de forma correcta	Formula algebraicamente los enunciados expresados en lenguaje natural de sus compañeros en pocos casos, no detectando cuando éstos han tenido algún error	Formula algebraicamente los enunciados en lenguaje natural de sus compañeros de forma correcta en la mayoría de los casos, pero no detecta cuando éstos han tenido algún error	Formula algebraicamente los enunciados expresados en lenguaje natural de sus compañeros de forma correcta, sabiendo cuando éstos han tenido algún error
	Creatividad	El acertijo elaborado no muestra originalidad ni agrega detalles novedosos frente al puesto de ejemplo	El acertijo elaborado no muestra originalidad pero agrega variedad de detalles novedosos frente al puesto de ejemplo	El acertijo elaborado muestra originalidad pero no agrega detalles novedosos frente al puesto de ejemplo	El acertijo elaborado muestra originalidad y agrega variedad de detalles novedosos frente al puesto de ejemplo
Trabajo en el aula (4%)	Predisposición e interés	No realiza todo el juego, sino una parte insignificante, dedicando muy poco tiempo a su realización	No realiza todo el juego y trabaja por momentos, distrayéndose fácilmente	No realiza todo el juego, pero trabaja desde el comienzo de la sesión hasta la entrega, aunque se distrae alguna vez	Realiza todo el juego y trabaja desde el comienzo de la sesión hasta la entrega del documento
	Resolución de problemas	No usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra en la realización del juego	Pocas veces usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra en el juego	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver casi todos los problemas que se encuentra en el juego	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra a la hora de realizar el juego
	Adaptación a metodología	No se adapta a los cambios en la metodología y no acepta la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios pero acepta de mala gana la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios pero no acepta la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios de metodología y acepta esta nueva forma de trabajo
	Elaboración en tiempo previsto	Le falta mucho tiempo para terminar la actividad en el tiempo previsto para su ejecución	Casi termina la actividad en el tiempo previsto para su ejecución	Termina la actividad en el tiempo previsto para su ejecución	Termina la actividad mucho antes de la terminación del tiempo previsto para su ejecución
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación →					10 %

Para que la evaluación por parte del profesorado se haga de la forma más rápida y fácil posible se diseña una matriz para la evaluación de cada discente, que se puede rellenar, en el caso de la observación del trabajo del aula en el mismo momento.

Tabla 10. Matriz de evaluación del juego de acertijos

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
Alumno/a :		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,50)	Nivel 3 (+0,75)	Nivel 4 (+ 1,00)
Producto final (6%)	Organización y limpieza				
	Consecución de apartados propuestos				
	Coherencia del acertijo propuesto				
	Utilización del lenguaje				
	Paso de lenguaje natural a algebraico				
	Creatividad				
Trabajo en el aula (4%)	Predisposición e interés				
	Resolución de problemas				
	Adaptación a metodología				
	Elaboración en tiempo previsto				
Puntuación obtenida (%)					
Feedback y/o feedforward para el discente					

RÚBRICA 2 – Kahoot

Para la evaluación de este juego en parejas y con utilización de recursos digitales se utilizará la rúbrica adjunta, analizando las respuestas de cada equipo (contestación preguntas) y los indicadores que muestran el desarrollo de competencias relacionadas con el trabajo en equipo y la utilización de TIC.

En el caso del nivel de logro de las preguntas del Kahoot, que son de paso del lenguaje natural al algebraico y viceversa, se darán 2 puntos por las de un tipo de traducción y dos por el otro, saliendo ya de la corrección del programa el porcentaje de respuestas correctas de un tipo y otro.

Tabla 11. Rúbrica para la evaluación del Kahoot

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Contestación Kahoot (4%)	Paso de lenguaje algebraico a natural	No expresan correctamente en lenguaje natural los enunciados algebraicos	Expresan correctamente en pocas ocasiones en lenguaje natural los enunciados algebraicos	En la mayoría de los casos expresan correctamente en lenguaje natural los enunciados algebraicos	Expresan siempre correctamente en lenguaje natural los enunciados algebraicos
	Paso de lenguaje natural a algebraico	No expresan de forma correcta algebraicamente los enunciados expresados en lenguaje natural	Expresan correctamente en pocas ocasiones en lenguaje algebraico los enunciados expresados en lenguaje natural	En la mayoría de los casos expresan correctamente en lenguaje algebraico los enunciados expresados en lenguaje natural	Expresan siempre correctamente en lenguaje algebraico los enunciados expresados en lenguaje natural
Trabajo en equipo y con TIC (6%)	Utilización de las TIC	Han tenido problemas para utilizar las herramientas digitales, lo que les ha acarreado mucha pérdida de tiempo para el juego	Han tenido algún problema para utilizar las herramientas para realizar el juego, aunque finalmente han realizado la tarea propuesta	Han utilizado de forma adecuada el teléfono móvil y las herramientas del programa Kahoot para realizar el juego	Han utilizado con mucha destreza el teléfono móvil y las herramientas del programa Kahoot para realizar el juego
	Resolución de conflictos y actitud	A lo largo del juego no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas de su compañero. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	A lo largo del juego casi no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas de su compañero. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	En casi todo el juego ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas razonadas de su compañero, proponiendo alternativas para el consenso o la solución	A lo largo de todo el juego ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas de su compañero, proponiendo alternativas para el consenso o la solución

	Participación	Nunca ofrece su opinión e ideas, dificultando la consecución de los objetivos a alcanzar por el grupo	Pocas veces ofrece su opinión e ideas, no esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo	En muchas ocasiones ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.	Siempre ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación → 10 %					

Tabla 12. Matriz de evaluación del Kahoot

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
Alumno/a :		Nivel 1 (+ 0,50)	Nivel 2 (+ 1,00)	Nivel 3 (+1,50)	Nivel 4 (+ 2,00)
Contestación Kahoot (4%)	Paso de lenguaje algebraico a natural				
	Paso de lenguaje natural a algebraico				
Trabajo en equipo y con TIC (6%)	Utilización de las TIC				
	Resolución de conflictos y actitud				
	Participación				
Puntuación obtenida (%)					
Feedback y/o feedforward para el discente					

RÚBRICA 3 – LEGO Digital para identidades notables

Para la evaluación de este juego en parejas y con utilización de recursos digitales se utilizará la rúbrica adjunta, analizando las figuras realizadas por cada grupo (entrega de unas imágenes al terminar el juego) y los indicadores que muestran el desarrollo de competencias relacionadas con el trabajo en equipo y la utilización de TIC.

Tabla 13. Rúbrica para la evaluación del LEGO Digital para identidades notables

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Resolución de identidades notables y operaciones (7,5%)	Expresiones de identidades notables	Las expresiones de las identidades notables no se desarrollan de forma correcta	Alguna de las expresiones de las identidades notables está desarrollada correctamente	Desarrolla casi correctamente las expresiones de las identidades notables	Desarrolla correctamente las expresiones de las identidades notables
	Consecución de apartados propuestos	El documento presenta la mayoría de los apartados sin realizar, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta la mayoría de los apartados realizados, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, pero sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, con explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización
	Organización y limpieza	La información está desordenada y presenta una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y no presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	La información está organizada de manera temporal y presenta una presentación correcta de limpieza y claridad
Trabajo en equipo y con TIC (5%)	Utilización de las TIC	Han tenido problemas para utilizar las herramientas digitales, lo que les ha acarreado mucha pérdida de tiempo para el juego	Han tenido algún problema para utilizar las herramientas digitales, aunque finalmente han realizado la tarea propuesta	Han utilizado de forma adecuada las herramientas para realizar el juego	Han utilizado con mucha destreza las herramientas para realizar el juego
	Resolución de conflictos y actitud	A lo largo del juego no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas razonadas de su compañero. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	A lo largo del juego casi no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas razonadas de su compañero. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	En casi todo el juego ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas razonadas de su compañero, proponiendo alternativas para el consenso o la solución	A lo largo del juego ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas razonadas de su compañero, proponiendo alternativas para el consenso o la solución
	Participación	Nunca ofrece su opinión e ideas, dificultando la consecución de los objetivos a alcanzar por el grupo	Pocas veces ofrece su opinión e ideas, no esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo	En muchas ocasiones ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.	Siempre ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.

	Reparto de trabajo	Ha habido un reparto muy desigual de las tareas entre los miembros del equipo	Sólo una parte muy pequeña de la tarea se ha repartido entre los miembros	La mayor parte de la tarea se ha repartido equitativamente entre los miembros	Las tareas se han repartido equitativamente entre los miembros
	Armonía de trabajo	La relación entre los integrantes es mala e incómoda	Los integrantes trabajan y conviven muy poco, en ocasiones haciendo individualidades	Trabajan de buena manera, aunque no haya relación buena sabiendo separar amistad y trabajo	Trabajan con suma tranquilidad y comodidad, con buena relación entre los integrantes
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación → 12,5 %					

Tabla 14. Matriz de evaluación del LEGO Digital para identidades notables

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
Alumno/a:		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,75)	Nivel 3 (+1,00)	Nivel 4 (+ 1,50)
Resolución de identidades notables y operaciones (7,5%)	Expresiones identidades notables (1 puntuación por identidad)				
	Consecución de apartados propuestos				
	Organización y limpieza				
		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,50)	Nivel 3 (+0,75)	Nivel 4 (+ 1,00)
Trabajo en equipo y con TIC (5%)	Utilización de las TIC				
	Resolución de conflictos y actitud				
	Participación				
	Reparto de trabajo				
	Armonía de trabajo				
Puntuación obtenida (%)					
Feedback y/o feedforward para discente					

RÚBRICA 4 – LEGO Digital para sumas y restas

Para la evaluación de este juego en parejas y con utilización de recursos digitales se utilizará la rúbrica adjunta, analizando las operaciones realizadas por cada grupo (entrega de unas imágenes al terminar el juego) y los indicadores que muestran el desarrollo de competencias relacionadas con el trabajo en equipo y la utilización de TIC.

Tabla 15. Rúbrica para la evaluación del LEGO Digital para sumas y restas

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Resolución de identidades notables y operaciones (7,5%)	Operaciones (sumas y restas)	No realiza de forma correcta las operaciones (sumas y restas)	No realiza de forma correcta muchas operaciones (sumas y restas)	Realiza casi todas las operaciones (sumas y restas) con polinomios de forma correcta	Realiza todas las operaciones (sumas y restas) con polinomios de forma correcta
	Consecución de apartados propuestos	El documento presenta la mayoría de los apartados sin realizar, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta la mayoría de los apartados realizados, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, pero sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, con explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización
	Organización y limpieza	La información está totalmente desordenada y presenta una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y no presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	La información está organizada de manera temporal y presenta una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad
Trabajo en equipo y con TIC (5%)	Utilización de las TIC	Han tenido problemas para utilizar las herramientas para realizar el juego, lo que les ha acarreado mucha pérdida de tiempo para el juego	Han tenido algún problema para utilizar las herramientas para realizar el juego, aunque finalmente han realizado la tarea propuesta	Han utilizado de forma adecuada las herramientas para realizar el juego	Han utilizado con mucha destreza las herramientas para realizar el juego

	Resolución de conflictos y actitud	A lo largo de la realización del juego no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas razonadas de su compañero. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	A lo largo de la realización del juego casi no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas razonadas de su compañero. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	En casi toda la realización del juego ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas razonadas de su compañero, proponiendo alternativas para el consenso o la solución	A lo largo de todo el juego ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas razonadas de su compañero, proponiendo alternativas para el consenso o la solución
	Participación	Nunca ofrece su opinión e ideas, dificultando la consecución de los objetivos a alcanzar por el grupo	Pocas veces ofrece su opinión e ideas, no esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo	En muchas ocasiones ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.	Siempre ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.
	Reparto de trabajo	Ha habido un reparto muy desigual de las tareas entre los diferentes miembros del equipo	Sólo una parte muy pequeña de la tarea se ha repartido entre los miembros del grupo	La mayor parte de la tarea se ha repartido equitativamente entre los miembros del grupo	Las tareas se han repartido equitativamente entre los miembros del grupo
	Armonía de trabajo	La relación entre los integrantes es mala e incómoda	Los integrantes trabajan y conviven muy poco, en ocasiones haciendo individualidades	Los integrantes trabajan de buena manera, aunque no haya mejor relación sabiendo separar la amistad del trabajo	El equipo trabaja con suma tranquilidad y comodidad, con buena relación entre los integrantes
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación → 12,5 %					

Tabla 16. Matriz de evaluación del LEGO Digital para sumas y restas

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,75)	Nivel 3 (+1,00)	Nivel 4 (+ 1,50)
Resolución de identidades notables y operaciones (7,5%)	Operaciones (1 puntuación por cada nivel de operaciones)				
	Consecución de apartados propuestos				
	Organización y limpieza				

		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,50)	Nivel 3 (+0,75)	Nivel 4 (+ 1,00)
Trabajo en equipo y con TIC (5%)	Utilización de las TIC				
	Resolución de conflictos y actitud				
	Participación				
	Reparto de trabajo				
	Armonía de trabajo				
Puntuación obtenida (%)					
Feedback y/o feedforward para el discente					

RÚBRICA 5 – Puzzle polinómico

Para la evaluación de este juego se utilizará la rúbrica adjunta, analizando la parte del puzzle entregado por cada alumno y los indicadores del trabajo en el aula.

Tabla 17. Rúbrica para la evaluación del puzzle polinómico

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Producto final (9%)	Presentación y limpieza	El puzzle está muy mal organizado, y su presentación está muy descuidada	El puzzle está organizado, sin embargo su presentación está muy descuidada	El puzzle está organizado, limpio y presentado de manera correcta	El puzzle está muy bien organizado, muy limpio y presentado de manera perfecta
	Consecución de las operaciones propuestas y de las piezas formando el puzzle	La operaciones no se encuentran realizadas correctamente, y las piezas no se están colocadas en su lugar correspondiente	El puzzle presenta muchas operaciones realizadas correctamente, sin embargo, las piezas no se encuentran colocadas en su lugar correspondiente	El puzzle presenta todas las operaciones realizadas correctamente, sin embargo, las piezas no se encuentran colocadas en su lugar correspondiente	El puzzle presenta todas las operaciones realizadas correctamente y todas las piezas colocadas en su lugar correspondiente

Trabajo en el aula (6%)	Predisposición e interés	No realiza todo el juego, sino una parte insignificante, dedicando muy poco tiempo a su realización	No realiza todo el juego y trabaja por momentos, distraéndose fácilmente	No realiza todo el juego y trabaja desde el comienzo de la sesión hasta la entrega del documento, aunque en algunos momentos se distrae	Realiza todo el juego y trabaja desde el comienzo de la sesión hasta la entrega del documento
	Resolución de problemas	No usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra en la realización del juego	Pocas veces usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra en la realización del juego	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver casi todos los problemas que se encuentra a la hora de realizar el juego	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra a la hora de realizar el juego
	Adaptación a metodología	No se adapta a los cambios en la metodología utilizada en el aula y no acepta la nueva forma de trabajo planteada	Se integra en los cambios pero acepta de mala gana la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios pero no acepta la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios de metodología utilizada en el aula y acepta esta nueva forma de trabajo
	Elaboración en tiempo previsto	Le falta mucho tiempo para terminar la actividad en el tiempo previsto para su ejecución	Casi termina la actividad en el tiempo previsto para su ejecución	Termina la actividad en el tiempo previsto para su ejecución	Termina la actividad mucho antes de la terminación del tiempo previsto para su ejecución
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación → 15 %					

Tabla 18. Matriz de evaluación del puzzle polinómico

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
Alumno/a:		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,75)	Nivel 3 (+ 1,00)	Nivel 4 (+ 1,50)
Producto final (9%)	Presentación y limpieza				
		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 1,00)	Nivel 3 (+ 1,50)	Nivel 4 (+ 2,50)
	Consecución de las operaciones propuestas y de las piezas formando el puzzle				
	(1 puntuación por cada nivel de operaciones)				

		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,75)	Nivel 3 (+ 1,00)	Nivel 4 (+ 1,50)
Trabajo en el aula (6%)	Predisposición e interés				
	Resolución de problemas				
	Adaptación a metodología				
	Elaboración en tiempo previsto				
	Puntuación obtenida (%)				
	Feedback y/o feedforward para el discente				

RÚBRICA 6 – Sopa polinómica

Para la evaluación de este juego en equipo se utilizará la rúbrica adjunta, analizando las operaciones realizadas por cada grupo (entrega de un documento) y los indicadores que muestran el desarrollo de competencias relacionadas con el trabajo en equipo.

Tabla 19. Rúbrica de evaluación de la sopa polinómica

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Producto final (9%)	Organización y limpieza	La información está totalmente desordenada y presenta una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y no presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	Hay un cierto orden en la información, aunque no total, y presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad	La información está organizada de manera temporal y presenta una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad
	Consecución de apartados propuestos	El documento presenta la mayoría de los apartados sin realizar, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta la mayoría de los apartados realizados, y sin explicación de las incidencias o problemas que el discente ha detectado a la hora de su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, pero sin explicación de incidencias o problemas que el discente ha detectado en su realización	El documento presenta todos los apartados correspondientes realizados, con explicación de incidencias o problemas que el discente ha detectado en su realización

	Operaciones realizadas	No realiza las factorizaciones de forma correcta, y no utiliza el método más adecuado	No realiza todas las factorizaciones de forma correcta, y no siempre utilizando el método más adecuado	Realiza las factorizaciones de forma correcta, aunque no siempre utilizando el método más adecuado	Realiza las factorizaciones de forma correcta, utilizando siempre el método más adecuado
Trabajo en el aula (4%)	Predisposición e interés	No realiza todo el juego, sino una parte insignificante, dedicando muy poco tiempo a su realización	No realiza todo el juego y trabaja por momentos, distrayéndose fácilmente	No realiza todo el juego y trabaja desde el comienzo de la sesión hasta la entrega del documento, aunque en algunos momentos se distrae	Realiza todo el juego y trabaja desde el comienzo de la sesión hasta la entrega del documento
	Resolución de problemas	No usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra en la realización del juego	Pocas veces usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra en la realización del juego	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver casi todos los problemas que se encuentra a la hora de realizar el juego	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra a la hora de realizar el juego
	Adaptación a metodología	No se adapta a los cambios en la metodología utilizada en el aula y no acepta la nueva forma de trabajo planteada	Se integra en los cambios pero acepta de mala gana la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios pero no acepta la nueva forma de trabajo	Se integra en los cambios de metodología utilizada en el aula y acepta esta nueva forma de trabajo
	Armonía de trabajo	La relación con sus compañeros es mala e incómoda, no participando casi nada del juego	Trabaja y convive con sus compañeros muy poco, en ocasiones no relacionándose con ellos y participando esporádicamente	Trabaja con sus compañeros de buena manera, aunque no haya la mejor relación, sabiendo separar la amistad del trabajo, participando activamente	Trabaja con sus compañeros con suma tranquilidad y comodidad, con buena relación con ellos y participando activamente en todo momento
2%	Elaboración en tiempo previsto (ganador)				Termina la actividad mucho antes de la terminación del tiempo previsto para su ejecución, quedando como vencedor
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación → 15 %					

Tabla 20. Matriz de evaluación de la sopa polinómica

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
Alumno/a:		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,75)	Nivel 3 (+ 1,00)	Nivel 4 (+ 1,50)
Producto final (9%)	Organización y limpieza				
	Consecución de apartados propuestos				
		Nivel 1 (+ 0,50)	Nivel 2 (+ 1,00)	Nivel 3 (+ 1,50)	Nivel 4 (+ 2,00)
	Operaciones realizadas (1 puntuación por nivel de operaciones)				
		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 0,50)	Nivel 3 (+ 0,75)	Nivel 4 (+ 1,00)
Trabajo en el aula (4%)	Predisposición e interés				
	Resolución de problemas				
	Adaptación a metodología				
	Armonía de trabajo				
					(+ 2,00)
2%	Elaboración en tiempo previsto (ganador)				
Puntuación obtenida (%)					
Feedback y/o feedforward para el discente					

RÚBRICA 7 – Prueba escrita

Para la evaluación de esta prueba, de carácter grupal, se utilizará la rúbrica adjunta, analizando la prueba realizada y los indicadores del trabajo en el aula y en equipo.

Tabla 21. Rúbrica para la evaluación de la prueba escrita

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Producto final (15%)	Presentación y limpieza	La resolución de la prueba está muy mal organizada, y su presentación está muy descuidada	La resolución de la prueba está organizada, sin embargo su presentación está muy descuidada	La resolución de la prueba está organizada, limpia y presentada de manera correcta	La resolución de la prueba está muy bien organizada, muy limpia y presentada de manera perfecta
	Ejecución de los problemas propuestos	La prueba presenta pocos problemas y operaciones realizados correctamente, sin explicación de las incidencias o problemas que se encuentran en su realización	La prueba presenta casi todos los problemas y operaciones realizados correctamente, sin explicación de las incidencias o problemas que se encuentran en su realización	La prueba presenta casi todos los problemas y operaciones realizadas correctamente, con alguna explicación de las incidencias o problemas que se encuentran en su realización	La prueba presenta todos los problemas y operaciones realizados correctamente, con explicación de las incidencias o problemas que se encuentran en su realización
Trabajo en el aula (10%)	Resolución de conflictos y actitud	A lo largo de la realización de la prueba no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas de sus compañeros. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	A lo largo de la realización de la prueba casi no ha escuchado, ni aceptado sugerencias, ni compartido las ideas de sus compañeros. No ha propuesto alternativas para el consenso o la solución	En casi toda la realización de prueba ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas de sus compañeros, proponiendo alternativas para el consenso o la solución	A lo largo de toda la resolución de la prueba ha escuchado, aceptado sugerencias y compartido las ideas de sus compañeros, proponiendo alternativas para el consenso o la solución
	Resolución de problemas	No usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra	Pocas veces usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver casi todos los problemas que se encuentra	Usa estrategias eficientes y efectivas para resolver los problemas que se encuentra
	Participación	Nunca ofrece su opinión e ideas, dificultando la consecución de los objetivos a alcanzar por el grupo	Pocas veces ofrece su opinión e ideas, no esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo	En muchas ocasiones ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.	Siempre ofrece su opinión e ideas, esforzándose por conseguir los objetivos a alcanzar por el grupo.

Reparto de trabajo	Ha habido un reparto muy desigual de las tareas entre los miembros del equipo	Sólo una parte muy pequeña de la tarea se ha repartido entre los miembros	La mayor parte de la tarea se ha repartido equitativamente entre los miembros	Las tareas se han repartido equitativamente entre los miembros
Armonía de trabajo	La relación entre los integrantes es mala e incómoda	Los integrantes trabajan y conviven muy poco, en ocasiones haciendo individualidades	Los integrantes trabajan de buena manera, aunque no haya relación sabiendo separar amistad y trabajo	El equipo trabaja con suma tranquilidad y comodidad, con buena relación entre los integrantes
Porcentaje total respecto a evaluación de la programación → 25 %				

Tabla 22. Matriz de evaluación de la prueba escrita

INDICADORES		NIVEL DE LOGRO			
Alumno/a:		Nivel 1 (+ 0,25)	Nivel 2 (+ 1,00)	Nivel 3 (+ 2,00)	Nivel 4 (+ 3,00)
Producto final (15%)	Presentación y limpieza				
		Nivel 1 (+ 1,00)	Nivel 2 (+ 2,00)	Nivel 3 (+ 3,00)	Nivel 4 (+ 4,00)
	Ejecución de los problemas propuestos (1 puntuación por nivel)				
		Nivel 1 (+ 0,50)	Nivel 2 (+ 1,00)	Nivel 3 (+ 1,50)	Nivel 4 (+ 2,00)
Trabajo en el aula (10%)	Resolución de conflictos y actitud				
	Resolución de problemas				
	Participación				
	Reparto de trabajo				
	Armonía de trabajo				
Puntuación obtenida (%)					
Feedback y/o feedforward para el discente					

7.7 Anexo 7 - Satisfacción docentes sobre el juego como herramienta didáctica

Para el análisis de la satisfacción alcanzada por parte del profesorado con las herramientas didácticas basadas en juegos para plantear el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en el aula, se diseña una encuesta a realizar al finalizar el programa propuesto, con las siguientes preguntas.

SATISFACCIÓN CON EL JUEGO COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA

“Cuestionario dirigido al profesorado de matemáticas que implante el programa diseñado en su aula a la hora de tratar el álgebra”

Este cuestionario consta de 7 preguntas, con respuesta única, 5 a marcar con una cruz sobre el recuadro habilitado a tal fin, 1 de grado de satisfacción y 1 de opiniones. Para su realización se cuenta con 10 minutos y se agradecen las observaciones que se puedan aportar.

1. ¿ Le ha resultado interesante el trabajo en el aula con juegos?

- Si
- No
- En algunas ocasiones

Observaciones _____

2. ¿ Le ha parecido que los juegos han ayudado a los alumnos a prestar mayor atención en el aula?

- Si, en general han prestado atención
- No, no han ayudado a que prestasen atención
- Ha dependido mucho del alumno

Observaciones _____

3. ¿ Le han supuesto los juegos algún problema de organización o disciplina por parte del alumnado en las sesiones?

- Si, han generado mucha revolución
- Si, aunque sólo en la primera sesión
- No, se han llevado a cabo sin problema

Observaciones _____

4. A la vista de los resultados, ¿ le parece un buen método el uso de juegos para el aprendizaje del álgebra?

- Si, los resultados han sido muy buenos
- Si, aunque los resultados no han sido tan buenos como me esperaba
- No, los resultados obtenidos no han mejorado respecto a otros cursos
- No, a pesar de la mejoría de resultados no me parece un buen método

Observaciones _____

5. Tras haber finalizado la programación, ¿ha quedado satisfecho/a con los resultados obtenidos?

- Si, ha sido una experiencia muy positiva
- Si, aunque no ha sido tan positiva como esperaba
- No, ha sido una experiencia mala

Observaciones _____

6. Numera tu grado de satisfacción con la programación (del 1 el 10, siendo el 1 insatisfacción y el 10 máxima satisfacción)

7. Opinión

Muchas gracias por su colaboración



7.8 Anexo 8 - Preferencia discentes sobre tipología juego para el aprendizaje

El alumnado, tras haber realizado los diferentes juegos propuestos en la programación, en cuanto a diversos agrupamientos, estructura de juegos, recursos a utilizar, y demás cambios que implica cada actividad lúdico-didáctica, deberá opinar y expresar su preferencia sobre el tipo que considera que mejor se adapta a sus necesidades y forma de aprendizaje, así como el que más le ha agradado o generado interés. Para ello se diseña una encuesta dirigida a los discentes que han trabajado el álgebra con la programación propuesta, tratando de sacar conclusiones sobre la tipología que mejor se adapta a la mayoría.

PREFERENCIA TIPOLOGÍA JUEGO PARA EL APRENDIZAJE

“Cuestionario dirigido al alumnado de 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas que trabajen con el programa diseñado en su aula al tratar el álgebra”

Este cuestionario consta de 5 preguntas. Para su realización se cuenta con 10 minutos y se agradecen las observaciones y opiniones que se puedan aportar.

1. ¿ Que juego te ha gustado más?

Acertijos	Kahoot	LEGO Digital	Puzzle polinómico	Sopa polinómica

Observaciones _____

2. Tras la práctica realizada estos días, ¿ prefieres realizar juegos con herramientas digitales o más manuales? Indica el porqué de tu elección.

3. ¿Te ha resultado de utilidad para tu aprendizaje el trabajar de forma colaborativa o te ha generado algún tipo de problema? Explica el porqué de tu respuesta.

4. ¿ Te ha generado interés y ganas de participación y de superación el hecho de que los juegos tuviesen niveles con mayor dificultad para ir avanzando?

- Si, siempre
- Si, aunque sólo en algunos de los juegos
(indica cual _____)
- No, no me ha generado interés ni ganas de participación o superación

5. Opinión sobre los juegos realizados

Muchas gracias por tu colaboración



7.9 Anexo 9 - Control comprensión, razonamiento matemático y aprendizaje conceptos tratados, y comparación con grupo de características equiparables

Para la valoración de la comprensión y el aprendizaje de los conceptos tratados durante todo el programa propuesto por parte del alumnado se plantean grupos de control con características equiparables. A estos dos grupos, de forma separada, se les hará un control de contenidos pre-programación para establecer los conocimientos previos, pasando, tras finalizar la programación didáctica en base al juego en el grupo de destinatarios definido, y la programación normalizada en el centro del grupo evaluado para su comparación, a realizar una prueba post – programación.

CONTROL CONTENIDOS PRE - PROGRAMACIÓN

“Cuestionario dirigido a los 2 grupos de control de discentes que cursan matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas antes de comenzar la unidad correspondiente al álgebra”

Este cuestionario consta de 10 preguntas, con respuesta única. Para su realización se cuenta con 30 minutos.

1. Escribe en forma algebraica la siguiente expresión :

“El doble de un número menos tres”

2. Escribe en lenguaje natural la siguiente expresión algebraica:

$$3y - y/2$$

**3. ¿Puedes poner este polinomio como producto de dos monomios?
¿Cómo es?**

$$x^2 - 4$$

4. Desarrolla la siguiente expresión:

$$(x - 2)^2$$

5. Opera :

$$5x^2 - 3x + x^2 + 2x - x + 1$$

6. Opera :

$$(x + 2)(x + 5)$$

7. Opera :

$$(15x^6 - 20x^5 - 5x^3 + 10x^4) : 5x^3$$

8. Opera :

$$(x^3 - 7x - 6) : (x - 2)$$

9. Factoriza :

$$x^2 + 4x + 4$$

10. Factoriza :

$$2x^3 - 2x^2 - 5x - 6$$

Muchas gracias por tu colaboración



CONTROL CONTENIDOS POST - PROGRAMACIÓN

“Cuestionario dirigido a los 2 grupos de control de discentes que cursan matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas al finalizar la unidad correspondiente al álgebra”

Este cuestionario consta de 10 preguntas, con respuesta única. Para su realización se cuenta con 30 minutos.

- 1. Escribe en forma algebraica la siguiente expresión :**

“El triple de un número más su quinta parte”

- 2. Escribe en lenguaje natural la siguiente expresión algebraica:**

$$(2y - 4)^2$$

- 3. ¿Puedes poner este polinomio como producto de dos monomios?
¿Cómo es?**

$$y^2 - 25$$

- 4. Desarrolla la siguiente expresión:**

$$(2x + 3)^2$$

- 5. Opera :**

$$2x^3 + 5xy - 3x^2 + x^3 + 2yx - x + 4x^2 + 1$$

- 6. Opera :**

$$2(x^2 + x)(3 - y)$$

7. Opera :

$$(8x^3 - 4x^2 + 2x + 7) : (2x^2 + x - 1)$$

8. Opera :

$$(4x^7 - 2x^6 + 3x) : (x+2)$$

9. Factoriza :

$$9 + x^2 - 6x$$

10. Factoriza :

$$2x^3 - 6x^2 - 8x + 24$$

Muchas gracias por tu colaboración



7.10 Anexo 10 - Percepción y preferencia del alumnado por el trabajo individual vs en equipo

Para conocer la percepción de los discentes sobre el trabajo en equipo e individual antes y después de aplicar la programación en el aula, se plantea un cuestionario pre-implantación de la programación y otro tras su finalización, para el análisis de las impresiones y el conocimiento sobre si las percepciones han sufrido cambios.

CUESTIONARIO PRE – PROGRAMACIÓN EN EL AULA

“Cuestionario dirigido al alumnado de 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas que vayan a trabajar con el programa diseñado para tratar el álgebra”

Este cuestionario consta de 4 preguntas. Para su realización se cuenta con 10 minutos y se agradecen las observaciones y opiniones que se puedan aportar.

- 1. ¿ Has trabajado alguna vez en equipo? _____**
En caso afirmativo, ¿cómo resultó la experiencia?

- 2. ¿ Sueles jugar en equipo o eres de juegos solitarios? Explica el porqué de tu respuesta _____**

- 3. ¿Prefieres trabajar de forma individual o en grupo? Explica el porqué de tu respuesta.**

4. ¿ Te parece útil trabajar de forma colaborativa? Explica el porqué de tu respuesta.

Muchas gracias por tu colaboración



CUESTIONARIO POST – PROGRAMACIÓN EN EL AULA

“ Cuestionario dirigido al alumnado de 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas que hayan trabajado con el programa diseñado para tratar el álgebra”

Este cuestionario consta de 4 preguntas. Para su realización se cuenta con 10 minutos y se agradecen las observaciones y opiniones que se puedan aportar.

1. ¿ Cómo ha resultado la experiencia de trabajo en equipo ?

2. Tras los juegos realizados ¿ cuál es tu percepción sobre el aprendizaje en equipo ? ¿ ha sido más productivo que el individual ? Explica el porqué de tu respuesta

3. ¿Prefieres trabajar de forma individual o en grupo? Explica el porqué de tu respuesta.

4. ¿ Te parece útil trabajar de forma colaborativa? Explica el porqué de tu respuesta.

Muchas gracias por tu colaboración

