



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Enseñanza de álgebra a alumnos de 1º de FPB basada en el juego como recurso didáctico

Presentado por:

Tipo de trabajo:

Director:

Ciudad:

Fecha:

Estela Ortiz Ortega

Métodos pedagógicos
(Matemáticas)

Pedro Viñuela

Bilbao (Vizcaya)

27 de enero de 2017

RESUMEN

El presente trabajo versa sobre el uso del juego como recurso educativo en la enseñanza del álgebra en 1º de FPB. El trabajo consta de tres partes principales: el marco teórico, el estudio de campo y la propuesta didáctica. En la *sección marco teórico*, se expone la legislación educativa vigente, tanto a nivel estatal como autonómico y contiene una revisión de la literatura existente en lo relativo al uso del juego en el aprendizaje de las matemáticas y las dificultades de la enseñanza-aprendizaje del álgebra. En el *estudio de campo*, se exponen los resultados de unas encuestas realizadas a diversos profesores y alumnos de FPB del Centro Formativo de Otxarkoaga (Bilbao), evaluando sus opiniones sobre la enseñanza del álgebra usando una metodología basada en el juego, así como sus ventajas y sus inconvenientes. En base a las conclusiones obtenidas, se elabora una *propuesta didáctica* para ser llevada al aula, fundamentada en el empleo del juego como recurso didáctico para la enseñanza-aprendizaje del álgebra de 1º de FPB. La conclusión principal del presente trabajo permite afirmar que el uso adecuado de juegos didácticos, favorece una mejora en el aprendizaje del álgebra superándose algunas de las dificultades identificadas. La línea futura de investigación más destacada consiste en ampliar la propuesta a otros bloques de contenidos matemáticos y otros cursos de FPB, para poder realizar un estudio más significativo.

Palabras clave: Formación Profesional, juegos didácticos, álgebra, metodología, aprendizaje

ABSTRACT

The present work is about the use of games in the algebra's area as educational resources for teaching and learning in 1º FPB. The work is filled by three principal sections: the theoretical framework, the field's study and the educational proposal. In the *theoretical framework section*, the current educative legislation is shown both in a state and in an autonomous level and it contains a revision of the existing literature in relation to the use of games in learning maths and also studies about the difficulties of the algebra's learning in FPB. In *field's study* the results of some surveys made to several FPB science teachers and students from Centro Formativo de Otxarkoaga (Bilbao) are shown. Their opinions about teaching algebra using a methodology based in games are evaluated. They also evaluate its pros and cons. To finalize, an *educational proposal* has been drafted to be used in the classroom. In this proposal, algebra's segment is shown and several activities based in its methodology are created. The main conclusion of this work is that the use of appropriate teaching games improves algebra's learning, overcoming the identified difficulties in the theory. The future most emphasized line of investigation consists of increasing this proposal to other mathematical areas and other courses in order to make a more significant study of the use of this methodology.

Key words: professional training, educational games, algebra, methodology, learning

INDICE DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN.....	4
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
2.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	8
2.2. OBJETIVOS	9
2.3. METODOLOGÍA.....	10
2.4. DESCRIPCIÓN DE LOS APARTADOS	12
3. MARCO TEÓRICO	15
3.1. MARCO LEGISLATIVO	15
3.2. LENGUAJE ALGEBRAICO	18
3.2.1. <i>El concepto e importancia del álgebra.....</i>	<i>18</i>
3.2.2. <i>Las dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra</i>	<i>19</i>
3.3. JUEGO COMO RECURSO EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA	22
4. ESTUDIO DE CAMPO	27
4.1. INTRODUCCIÓN.....	27
4.2. OBJETIVOS	27
4.3. METODOLOGÍA.....	28
4.4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS.....	33
4.5. CONCLUSIONES	37
5. PROPUESTA DIDÁCTICA.....	39
5.1. INTRODUCCIÓN	39
5.2. OBJETIVOS	39
5.3. METODOLOGÍA.....	40
5.4. JUEGOS	44
5.4.1. <i>Pirámides de números</i>	<i>45</i>
5.4.2. <i>La Gimkana de Matemáticas</i>	<i>46</i>
5.4.3. <i>“Lo tuyo y lo mío”</i>	<i>48</i>
5.4.4. <i>Cuadrado mágico algebraico</i>	<i>50</i>
5.4.5. <i>Estrella de 6 puntas.....</i>	<i>52</i>
5.4.6. <i>Dominó de ecuaciones.....</i>	<i>53</i>
5.4.7. <i>“Los dados algebraicos”</i>	<i>54</i>
5.4.8. <i>Adivinar números</i>	<i>56</i>
5.5. EJEMPLO DE CÓMO DESARROLLAR LA PROPUESTA DIDÁCTICA	57
5.5.1. <i>Sesión N° 1: Sesión de introducción al álgebra</i>	<i>57</i>
5.5.2. <i>Sesión N° 7: Sesión de resolución de ecuaciones de primer grado.</i>	<i>58</i>
5.5.3. <i>Sesión N° 12: Sesión de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado</i>	
59	
5.6. EVALUACIÓN DE LA EFICACIA DE LA PROPUESTA REALIZADA.	60
6. DISCUSIÓN	63
7. CONCLUSIONES.....	65
8. LIMITACIONES DEL TRABAJO.....	68
9. PROSPECTIVA.....	69
10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70
11. ANEXOS	73
11.1. CUESTIONARIO A PROFESORES	73
11.2. CUESTIONARIO A ALUMNOS	77
11.3. EVALUACIÓN ALUMNO.....	79
11.4. EVALUACIÓN PROFESOR	80
11.5. RÚBRICA EVALUACIÓN INDIVIDUAL (PROFESOR).....	81
11.6. RÚBRICA EVALUACIÓN GRUPAL (ALUMNO)	82

INDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Contenidos básicos de ciencias aplicadas I.....	16
Cuadro 2. Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación de Ciencias Aplicadas I	17

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de una pirámide de números.....	45
Figura 2. Ejemplo de hoja de la tabla de frases del juego de Gimkana de Matemáticas.....	47
Figura 3. Ejemplo de las tarjetas para el juego propuesto de Gimkana de Matemáticas.....	48
Figura 4. Tablero	49
Figura 5. Contenido de las tarjetas del juego "Lo tuyo y lo mío".	50
Figura 6. Ejemplo de un cuadrado mágico algebraico.	51
Figura 7. Ejemplo de un cuadrado mágico algebraico.	52
Figura 8. Ejemplo de estrella de 6 puntas.	53
Figura 9. Ejemplo de fichas para el dominó de ecuaciones.	54

INDICE DE GRAFICAS

Gráfica 1. Opinión de los profesores respecto a los contenidos de álgebra que más cuesta comprender.	35
Gráfica 2. Resultados de las encuestas realizadas a los alumnos en relación al álgebra.....	36
Gráfica 3. Resultados de las encuestas realizadas a los alumnos en relación a los juegos.....	37

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Relación entre los objetivos e instrumentos para elaborar el TFM	12
Tabla 2. Relación entre los ciclos de Formación Profesional, la titulación obtenida y la enseñanza correspondiente que se ofertan dentro de cada familia profesional.....	16
Tabla 3. Resumen y justificación de las dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra 20	
Tabla 4. Tipos de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.....	21
Tabla 5. Principales razones para el empleo de los juegos como recurso didáctico en el aula 23	
Tabla 6. Principales ventajas del empleo de los juegos matemáticos	24
Tabla 7. Variables que caracterizan a un juego.....	25
Tabla 8. Contenidos de la ficha de trabajo de un juego didáctico	25
Tabla 9. Clasificación de los juegos	26
Tabla 10. Resumen y justificación de la encuesta de profesores realizada	29
Tabla 11. Resumen y justificación de la encuesta de alumnos realizada	33
Tabla 12. Resultado del cuestionario de profesores de 1º de FPB	34
Tabla 13. Resultado del cuestionario de alumnos de 1º de FPB	36
Tabla 14. Temporalización y programación del desarrollo de la propuesta didáctica	41
Tabla 15. Funciones del docente según el momento de la clase	43
Tabla 16. Ponderación para la calificación del alumno	44
Tabla 17. Relación de juegos y actividades.....	44
Tabla 18. Relación de problemas propuestos	55
Tabla 19. Ejemplos de enunciados	56
Tabla 20. Distribución temporal de la sesión nº 1	57
Tabla 21. Distribución temporal de la sesión nº 7.....	59
Tabla 22. Distribución temporal de la sesión nº 12.....	59
Tabla 23. Trasposición al lenguaje algebraico	60
Tabla 24. Tabla para la valoración de la eficacia de la propuesta.....	61

1. INTRODUCCIÓN

La Formación Profesional Básica (FPB) es una vía educativa dirigida a los alumnos de la ESO que suspenden muchas asignaturas y que sí podrían aprobar si cursaran unos estudios menos teóricos y más dirigidos al mundo laboral. Una de las características que tiene la mayoría de este tipo de alumnado es la de encontrar dificultades en su proceso de aprendizaje, dificultades que tienen diversos orígenes (desmotivación, necesidades educativas especiales, procedencia de entorno socio-cultural desfavorecido, etc.). Se hace destacar, además, la situación especial de estos alumnos fundamentada en un cúmulo de deficiencias tanto en capacidades como en actitudes e incluso emociones. Lo cual supone la necesidad de una atención específica con el fin de que logren las competencias más altas posibles para una digna evolución personal e integración social y laboral. Para ello, es necesario que su proceso de aprendizaje sea atendido desde una búsqueda de una diversidad de respuestas, atendiendo a sus características y necesidades. El fin primordial que se pretende perseguir con este trabajo fin de máster está basado en la modificación de unos hábitos muy arraigados que se caracterizan por una actitud de pasividad e incluso de negatividad hacia el aprendizaje, por medio de un método capaz de estimular a los alumnos y en el que se encuentren permanentemente involucrados.

Diferentes informes y estudios analizan los rendimientos obtenidos en matemáticas por los alumnos desde tempranas edades. El último informe TIMSS (2015), conocido también como El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias, mide el rendimiento de alumnos de 4º de Primaria en ambas asignaturas y concluye, en relación a las matemáticas, que los alumnos se comportan mejor en representación de datos, pero lo hacen peor a la hora de razonar y al identificar formas y mediciones geométricas. José Luis Blanco, director general de Evaluación y Cooperación Territorial del Ministerio de Educación, remarca la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, de forma que a los alumnos se les planteen problemas y no ejercicios.

Según diversos estudios de prestigio internacional sobre los niveles en educación, como PISA 2012, muestran que el nivel de los alumnos en el área de las Matemáticas es bastante bajo siendo el área del álgebra junto con el de geometría, los bloques que presentan mayores dificultades. En la prueba de resolución de problemas, para lo cual el empleo del álgebra es fundamental, se pretende medir la capacidad del alumno para comprender y resolver situaciones en las que la solución no resulta obvia de forma inmediata, además de medir la capacidad para explorar, comprender un problema, representarlo y formularlo. Las puntuaciones medias

obtenidas por los alumnos españoles se sitúan por debajo de la media de la OCDE. Este resultado se explica por el gran porcentaje de alumnos (28%) que se sitúa en los niveles más bajos de competencia (frente al 20% de la OCDE). Y si a esto se le suma alumnos desmotivados o con falta de intereses, característica específica de la tipología de alumnado de FPB, se hace más difícil el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El álgebra es la parte de las Matemáticas que se dedica en sus aspectos más elementales a resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones. El informe Cockroft (1985) en referencia a la notación simbólica señala que a pesar de capacitar a las matemáticas de utilidad como medio de comunicación, y en consecuencia de hacerlas útiles, puede así mismo hacer que las matemáticas resulten difíciles de entender y usar, refiriéndose a la complejidad del concepto de variable, que junto con el uso de notaciones supone al alumno una gran dificultad. La solución de una ecuación es, con frecuencia, tarea fácil, pero sin embargo, plantear la ecuación en base a los datos de un problema suele resultar lo más complicado y es ahí, precisamente donde el álgebra cobra mayor importancia, puesto que el arte de plantear ecuaciones consiste en traducir al lenguaje algebraico el planteamiento de un problema. Además el álgebra representa un pensamiento abstracto al cual los alumnos de 1º de FPB no están acostumbrados.

El último informe PISA, con datos del 2015, recoge una imagen sin variaciones apreciables en relación a los resultados matemáticos obtenidos en los últimos 15 años. Es decir, sobre una escala cuya media son 500 puntos, en el último examen España apenas ha subido 2 puntos (486). Esto se sitúa casi en igualdad con la media de los países desarrollados en los que los resultados generales han descendido. Lo cual refleja que es necesaria una mejora que los modifique.

Cuando se trabaja en matemáticas lo más común es hacerlo de manera tradicional, entendiéndose por tradicional el empleo de tablero, textos y ejercicios mediante clases magistrales y repetitivas, provocando un aprendizaje mecanicista que no favorece a los alumnos a comprender la asignatura. Se hace necesario buscar metodologías que permitan a los profesores adaptarse a sus alumnos para lograr aprendizajes más significativos. Autores como Guzmán (1989) o Gairín (1990) defienden el uso de juegos para la enseñanza de las Matemáticas. Guzmán (1989, p. 64) expone que “posiblemente ningún otro método acercará a una persona más a lo que constituye un quehacer interno de la Matemática como un juego bien escogido”.

El juego por su aspecto lúdico es un recurso muy importante en el aula de matemáticas, ya que permite indagar, planificar, hacer uso de estrategias fomentando la desinhibición, la imaginación, la creatividad y la capacidad de

estrategia del alumno. Además conduce al estudiante a la conquista de su autonomía y a la adquisición de una conducta que le ayudará en sus actividades.

El juego es un instrumento didáctico que puede ayudar en una pedagogía activa frente a un aprendizaje pasivo y verbalista, que puede ser conducido a la construcción del conocimiento, es decir, al aprendizaje significativo.

Además las implicaciones de tipo emocional, el carácter lúdico, el desbloqueo emocional, la desinhibición, son fuente de motivación, es una forma distinta de acercarse al conocimiento muy diferente de la que tiene lugar en las situaciones de aprendizaje tradicionales.

Pero se debe tener en cuenta que cualquier juego no es válido para aprender un contenido matemático concreto, ni para alcanzar unos objetivos, pero elegido adecuadamente puede ser de gran utilidad. Debe ser elegido en función del contenido matemático que se pretenda enseñar y de los objetivos y competencias que se busquen alcanzar. Es necesario puntualizar que se puede jugar sin aprender nada y que lo importante es saber sacar partido de las ventajas del juego para el aprendizaje.

Gairín (1990) detalla algunos resultados observados al utilizar juegos educativos con alumnos de bajo rendimiento escolar:

- El uso de juegos matemáticos es una estrategia exitosa para la enseñanza.
- Los juegos de estrategia producen una sustancial mejora en actitud.
- Los alumnos de pequeña capacidad académica mejoran con frecuencia el rendimiento a causa de un mayor interés.
- Los estudiantes aprenden habilidades y conceptos tan bien o mejora que alumnos que siguieron las actividades convencionales de lápiz y papel.
- Una combinación de actividades, implicando tanto juegos como trabajos de papel y lápiz, debería ser el más beneficioso.

El Informe Cockroft (1985) hace la siguiente recomendación respecto a la utilización del juego educativo en el aula “sea cual fuere su nivel de conocimiento, el empleo cuidadosamente planificado de rompecabezas y ‘juegos’ matemáticos puede contribuir a clarificar las ideas del programa y a desarrollar el pensamiento lógico”. (p. 82).

La literatura revisada respecto al papel del juego en la enseñanza-aprendizaje así como la propia experiencia sustenta la influencia positiva que el juego tiene en la mejora del aprendizaje del álgebra. La inclusión de juegos matemáticos en la programación del álgebra supone al profesor una innovación en su práctica docente

y al alumno un incentivo para aprender, lo cual supone un cambio del rol tradicional del profesor y del alumno y posibilita la eliminación del tópico de que la Matemática es una asignatura difícil y aburrida.

Por todo ello, en este trabajo se plantea realizar una propuesta de enseñanza del álgebra de 1º de FPB incluyendo juegos como mejora metodológica que potencie la participación activa del alumnado en su proceso de aprendizaje, puesto que se permite y favorece con su empleo, un aprendizaje más lúdico, menos rutinario y un mejor tratamiento, estudio y comprensión del álgebra.

A lo largo del trabajo, se expone la legislación vigente y se hablará de la importancia del álgebra en el currículo de las matemáticas y en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos y alumnas. Se realizará un estudio de campo mediante encuestas a alumnado y profesores y profesoras del ámbito científico que imparten matemáticas en 1º de FPB en el Centro de Formación de Otxarkoaga de Bilbao. Se presentará una propuesta didáctica que tendrá el juego educativo como la base de la metodología empleada. Los juegos tendrán por objetivo principal el trabajo y profundización en los conceptos algebraicos correspondientes a este curso según se especifica en el currículo académico, serán de tipo estratégico básicamente y se trabajarán generalmente de forma grupal, con la intención del refuerzo y motivación entre compañeros e irán acompañados por una explicación teórica del profesor anterior o posterior a la realización a la realización juego, en función del momento recomendado para su empleo. Y finalmente se procederá al análisis de las limitaciones de dicha metodología.

Para la realización del estudio de campo se cuenta con la autorización formal del director del centro, Don José Ángel Mardones, teniendo en cuenta la Ley de Protección de Datos para poder hacer público y divulgar los resultados obtenidos.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Definición del problema

A continuación se justifica el nivel de los contenidos matemáticos de álgebra del presente trabajo, primeramente indicando los requisitos de acceso a la FPB para hacer así un análisis del recorrido matemático que los alumnos de 1º de FPB han podido tener con respecto al bloque del álgebra. Los requisitos de acceso a la FPB son los siguientes:

- Jóvenes de 15 años hasta los 17 años que no hayan obtenido el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria.
- Estar en 2º de ESO y haber repetido una vez en la etapa.
- Estar en 3º de ESO y no estar en condiciones de promocionar a cuarto

Es decir, se parte como curso de referencia 2º de ESO, si bien debe haber sido cursado este nivel, no es de obligada condición tenerlo superado para poder cursar 1º de FPB. Aun viéndose los contenidos de álgebra por primera vez en 1º de la ESO a modo de introducción, es en 2º de ESO cuando se comienza a profundizar en este campo y es cuando se encuentran las dificultades en la resolución de los ejercicios y problemas. Además los alumnos no comprenden la utilidad del álgebra y acaban percibiéndolo como una simple complicación sin motivación alguna. No se debe olvidar que el perfil del alumnado de FPB proviene del “fracaso escolar” y de una fuerte desmotivación y desinterés. Por esta causa se genera en ellos un rechazo y una mala actitud hacia esta rama de las matemáticas casi desde el principio. Es decir, su progreso en la comprensión de los contenidos se ve dificultado, constituyendo una fuerte desmotivación.

Las preguntas que se plantean en este estudio son:

- ¿Cuáles son los motivos por los que el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra resulta dificultoso en 1º de FPB?
- ¿Qué metodología se ajusta más a las necesidades de motivación de alumnos sin interés por aprender? ¿El juego como recurso didáctico?
- En caso de ser así: ¿qué tipo de juego es el idóneo para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en 1º de FPB? Y ¿qué implica para un profesor el empleo de este tipo de recursos educativos, es decir, su papel en el aula se verá modificado?

Por todo ello, con este trabajo se pretende desarrollar una actividad para llevar a cabo en el aula, empleando una metodología activa, participativa y basada en el uso del juego como recurso didáctico. Se espera poder ayudar a los alumnos en la comprensión del álgebra y a los profesores a su impartición desarrollando una actitud positiva hacia la misma, para facilitar la consecución de los objetivos curriculares, el aprendizaje de los contenidos y la adquisición de las competencias básicas. Y con ello, contribuir a disminuir las dificultades detectadas.

2.2 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es: *Presentar y fundamentar una metodología didáctica para enseñar el bloque de álgebra a alumnos de 1º de FPB basada en el juego como recurso didáctico.*

Los objetivos específicos que se busca conseguir con el trabajo son los siguientes:

1. Averiguar y exponer las principales características y aplicaciones educativas del uso del juego como recurso didáctico en la enseñanza de las Matemáticas en 1º FPB.
2. Explicar y caracterizar las principales dificultades que encuentran los alumnos de 1º FPB en el aprendizaje del álgebra.
3. Explicar y caracterizar las principales dificultades que encuentran los profesores de 1º FPB en la enseñanza del álgebra.
4. Investigar y exponer diferentes juegos disponibles para ser usados como recurso educativo en la enseñanza de álgebra en 1º FPB.
5. Realizar un estudio de campo a través de un cuestionario a alumnos de 1º de FPB del Centro Formativo Otxarkoaga (Bilbao)
6. Realizar un estudio de campo a través de un cuestionario a profesores de 1º de FPB del Centro Formativo Otxarkoaga (Bilbao).

Para la realización del estudio de campo se cuenta con la autorización formal del director del centro, Don José Ángel Mardones, teniendo en cuenta la Ley de Protección de Datos (Ley 2/2004), para poder hacer público y divulgar los resultados obtenidos.

2.3. Metodología

La metodología específica a usar para desarrollar este trabajo será el resultado de una investigación bibliográfica acerca de las dificultades, errores y obstáculos que los alumnos tienen en el aprendizaje de las matemáticas, centrándose principalmente en el bloque de álgebra. Además de una investigación de campo directa mediante un cuestionario en relación a lo anterior, que los alumnos de 1º de FPB del Centro Formativo Otxarkoaga (Bilbao) han contestado. Como se ha mencionado anteriormente, se cuenta con la autorización formal del director del centro, Don José Ángel Mardones, teniendo en cuenta la Ley de Protección de Datos para poder hacer público y divulgar los resultados obtenidos.

De la revisión bibliográfica se ha logrado una visión global de la didáctica del Álgebra, conociendo cuales son las principales dificultades y problemas a los que los alumnos se enfrentan. Esta revisión se ha llevado a cabo empleando recursos como:

- La Biblioteca Virtual de la UNIR
- La Biblioteca de la Universidad Autónoma Vasca
- La base de datos DIALNET
- Blogs de Internet
- Google Académico
- Portales educativos

Esto ha permitido recuperar numeroso artículos para profundizar en el tema de investigación. Como criterios de búsqueda y selección se han utilizado las palabras clave en el campo de estudio: álgebra, matemática, juego educativo y formación profesional básica.

Se ha procedido también a realizar una investigación bibliográfica acerca de la importancia que tiene el empleo de los juegos como recurso educativo que facilita la motivación, agiliza el razonamiento y el abordaje de la resolución de problemas, para ello se analizarán las ventajas y desventajas de su empleo, particularmente en la resolución de problemas algebraicos. Se realizará una lectura detenida y minuciosa de la documentación seleccionada utilizando bibliografía relevante, de prestigio académico y de autores reconocidos como expertos en la materia a tratar (didáctica de las matemáticas, del álgebra, uso de los juegos en el aprendizaje de las matemáticas y del álgebra). Sobre la importancia de las matemáticas y su didáctica se ha apoyado en Guzmán (2007) y Socas (1989) entre otros, tomando una

relevancia significativa Booth (1983) ya que recoge datos precisos sobre los errores más frecuentes con el álgebra.

En lo que respecta a los juegos en general, Tomás (1997) describe las características didácticas del juego en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Gairín (2001, 2002) con sus diversos trabajos demuestra la importancia y los efectos de la utilización del juego en matemáticas.

Por otro lado, se han consultado también las legislaciones vigentes, tanto estatales como de la Comunidad Vasca, Decreto 47/2014 de la Comunidad Autónoma Vasca, Ley Orgánica 2/2006 (la LOE) y la Ley Orgánica 8/2013 de Educación, la LOMCE para conocer cuáles son los cometidos concretos que se imparten en 1º FPB y las competencias que en este curso deben adquirir los alumnos. Se ha utilizado el informe internacional de PISA (2012, 2015) para tratar de evaluar el nivel actual de los alumnos en el área de las Matemáticas.

Se ha llevado a cabo una investigación de campo acerca del conocimiento que los profesores de matemáticas de FPB del Centro Formativo Otxarkoaga en Bilbao tienen en relación al empleo de los juegos como recurso educativo y de la valoración de estos como mejora de la enseñanza del álgebra. Para poder realizar esta investigación se ha elaborado un cuestionario que los profesores han respondido. La encuesta a los docentes se ha obtenido con la autorización expresa para difundir el presente trabajo. Los profesores han sido seleccionados por ser quienes imparten los contenidos de álgebra a este tipo de alumnado y en este curso, cuentan con la suficiente experiencia personal y profesional en este ámbito como para poder aportar opiniones fundamentadas al respecto. Con su realización contribuyen a conocer el punto de vista de los docentes en la didáctica de las matemáticas a alumnado de FPB acerca de la enseñanza del álgebra y el empleo como recurso didáctico del juego, las dificultades y beneficios que su empleo pueda conllevar.

Por otro lado y de forma paralela, se ha realizado un estudio de campo mediante un cuestionario a alumnos de 1º de FPB del mismo centro formativo, para conocer la motivación y la valoración que hacen del aprendizaje del álgebra.

En ambos casos, el estudio de campo se ha realizado a través de un cuestionario anónimo entregado en mano y en papel, para el cual han dispuesto de un determinado tiempo para su realización y posteriormente ha sido recogido.

El tamaño de la muestra ha sido muy satisfactorio puesto que el porcentaje de participación es muy elevado, han participado un 100% de los profesores que cumplían las condiciones de ser docentes de matemáticas a alumnos de 1º de FPB, y por otra parte, de un total de 46 alumnos, 43 han participado suponiendo un 93%.

Una vez finalizado el estudio de campo, se ha procedido a la búsqueda de juegos educativos para ser empleados en el aula con el fin de mejorar el aprendizaje del álgebra, haciéndose por ello un estudio de los diferentes juegos existentes, qué objetivos persiguen cada uno, analizar el momento idóneo para ser introducido en el aula y qué cambio de rol supone al profesor que decide ponerlo en práctica.

La síntesis de la información extraída de todo lo anteriormente nombrado ha servido de base para realizar una propuesta de intervención propiamente dicha en la cual se explican juegos educativos para ser empleados como método de enseñanza del bloque de álgebra de 1º de FPB debidamente explicados y detallados cuyas referencias se pueden consultar en el apartado de referencias bibliográficas.

Tabla 1

Relación entre los objetivos e instrumentos para elaborar el TFM.

Objetivo	Instrumento
Revisar la literatura existente y exponer las principales aportaciones sobre el álgebra y los juegos algebraicos.	Bibliografía seleccionada y proporcionada por el director del TFM.
Estudiar y analizar las principales características y aplicaciones de los juegos como recurso educativo en 1º de FPB.	Bibliografía seleccionada y proporcionada por el director del TFM. Cuestionario a profesores y alumnos de 1º de FPB.
Elaborar una propuesta didáctica para llevar al aula.	Bibliografía seleccionada y proporcionada por el director del TFM. Fichas de elaboración propia.

Nota: Relación entre los objetivos e instrumentos para elaborar el TFM.

2.4. Descripción de los apartados

En el apartado Introducción se ha presentado y justificado la realización de la propuesta didáctica de este trabajo. Para lo que se han consultado diversas fuentes relativas a la enseñanza de las matemáticas y en concreto del álgebra, el juego desde el enfoque de ser empleado como recurso educativo que mejora el proceso de enseñanza y aprendizaje y las características y tipología de los jóvenes que curso FPB.

El apartado *Planteamiento del problema* se definen y concretan las dificultades que tienen los alumnos al afrontar el bloque de álgebra y cómo se pretende ayudar a los alumnos y a los profesores a superar dichas dificultades con el empleo del juego como recurso didáctico.

El apartado *Marco Teórico* engloba tres apartados diferenciados que son considerados básicos para la elaboración de la propuesta didáctica. Por un lado, se ha recopilado información sobre la normativa vigente, en referencia a los contenidos curriculares del bloque del álgebra de la asignatura de matemáticas en 1º FPB.

Posteriormente, se presenta el lenguaje algebraico y las dificultades que conllevan para su aprendizaje, basándose en varios autores de referencia. Y para finalizar se profundiza en el juego como recurso educativo, características que debe de tener para ser considerado como tal, que ventajas e inconvenientes aporta.

En el apartado *Estudio de campo* se han realizado dos encuestas; una dirigida a diferentes docentes del ámbito científico que imparten matemáticas y concretamente álgebra a alumnos de 1º FPB y a alumnos que cursan 1º FPB. Ambos colectivos pertenecientes al Centro de Formación de Otxarkoaga de Bilbao (Vizcaya). Se trata de una encuesta para averiguar opiniones respecto al bloque de álgebra y respecto al empleo del juego como recurso educativo. Se cuenta con la autorización formal del director del centro, Don José Ángel Mardones, teniendo en cuenta la Ley de Protección de Datos, para poder hacer público y divulgar los resultados obtenidos.

Para seguidamente realizar un análisis de los resultados obtenidos y poder de esta manera, afrontar la propuesta didáctica.

Es en el apartado *Propuesta Didáctica* donde se desarrolla la propuesta como tal en la que empleando una metodología basada en el juego como recurso educativo se enseñe álgebra. Para ello se presenta una selección de juegos para trabajar unos contenidos específicos del bloque de álgebra. El objetivo principal de la propuesta es ayudar a los alumnos a superar las dificultades que muy frecuentemente se presentan a la hora de enfrentarse con el álgebra.

En el apartado *Discusión* se comparan los resultados obtenidos en el estudio de campo con los aportados por otros autores en el marco teórico. Por lo que relacionando los resultados de los cuestionarios elaborados en el estudio de campo y la opinión de los diferentes autores de relevancia, se puede decir que el uso del juego como recurso educativo puede ayudar a los alumnos y profesores a trabajar mejor el álgebra.

En el apartado *Conclusiones* se verifica la consecución de los objetivos marcado al principio del trabajo y lo llevado a cabo para su consecución de cada uno de ellos.

En el apartado *Limitaciones* se exponen como el nombre del apartado señala, las limitaciones del trabajo en sí mismo, debido al planteamiento y enfoque dado al mismo. La posibilidad de llevar al aula la propuesta didáctica hubiera podido permitir la puesta en práctica de la totalidad de los juegos propuestos obteniendo con ello un “feedback” que hubiera enriquecido substancialmente el presente trabajo.

En el apartado *Líneas de investigación futuras* se exponen caminos a seguir para continuar con este trabajo, como podrían ser la de poder implementar esta propuesta didáctica en un entorno real y poder llevarla además a diferentes contenidos matemáticos y curso de FPB.

Y para finalizar se presentan las *Referencias Bibliográficas* y los *Anexos* del trabajo.

3. MARCO TEÓRICO

Con el fin de adquirir una idea global de la situación actual de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra y de establecer las bases conceptuales y terminológicas del TFM, además de la propuesta para lo cual se investiga la bibliografía relevante sobre el tema del álgebra y el juego empleado como recurso educativo, en esta sección se realiza un análisis de la legislación vigente y se analizan también la importancia del álgebra y las dificultades que conllevan en el proceso de enseñanza-aprendizaje y para terminar se hace un análisis del juego como recurso educativo.

3.1. Marco legislativo

El sistema educativo actual permite elegir la opción formativa más adecuada a sus estudiantes, la formación con la que accede una persona al mercado laboral actual juega un papel fundamental en la posibilidad de encontrar empleo. Pero la inserción laboral exitosa de los jóvenes así como de los adultos, ya no depende sólo de su nivel de formación sino también de su nivel de competencia profesional.

En un mercado con un elevado grado de competitividad e incertidumbre, con una normativa cambiante, con rápidos cambios tecnológicos, con la exigencia continua de nuevas necesidades de capacidades y destrezas para la adecuación a las empresas y el surgimiento de nuevos yacimientos de empleo, no nos debe extrañar una continua actualización de la Formación Profesional, siendo una Formación Profesional cada vez más atractiva, innovadora y dinámica.

En la actualidad la FP son los estudios profesionales más cercanos a la realidad del mercado de trabajo y dan respuesta a la necesidad de personal cualificado especializado en los distintos sectores profesionales para responder a la actual demanda de empleo.

En los artículos 39-44 del texto consolidado del Decreto 47/2014 de la Comunidad Autónoma Vasca, Ley Orgánica 2/2006 (LOE) y la Ley Orgánica 8/2013 de Educación (LOMCE) se recogen los aspectos más importantes de la Formación Profesional. La Formación Profesional comprende el conjunto de acciones formativas que capacitan para el desempeño cualificado de las diversas profesionales, el acceso al empleo y la participación activa en la vida social, cultural y económica. Tiene la finalidad de preparar al alumnado para la actividad en un campo profesional y facilitar su adaptación a las modificaciones laborales que pueden producirse a lo largo de su vida, contribuir a su desarrollo personal y al

ejercicio de una ciudadanía democrática, y permitir su progresión en el sistema educativo y en el sistema de formación profesional para el empleo, así como el aprendizaje a lo largo de la vida (art.39).

La Formación Profesional estatal actualmente oferta más de 150 ciclos formativos dentro de 26 familias profesionales, con contenidos teóricos y prácticos adecuados a los diversos campos profesionales.

Tabla 2

Relación entre los Ciclos de Formación Profesional, la titulación obtenida y la enseñanza correspondiente que se ofertan dentro de cada familia profesional.

Ciclo Formativo	Titulación	Enseñanza
Ciclo de Formación Profesional Básica.	Título de profesional básico.	Enseñanza de oferta obligatoria y gratuita.
Ciclo Formativo de Grado Medio.	Título de Técnico.	Educación secundaria post-obligatoria.
Ciclo Formativo de Grado Superior.	Título de Técnico Superior.	Educación superior.

Nota: Relación entre los Ciclos de Formación Profesional, la titulación obtenida y la enseñanza correspondiente que se ofertan dentro de cada familia profesional.

Fuente: Elaboración propia a partir de la LOE y la LOMCE.

El ciclo elegido para la elaboración del presente trabajo es la Formación Profesional Básica. Los títulos que se obtienen al cursar un Ciclo Formativo tienen carácter oficial y la misma validez académica y profesional en todo el territorio nacional, con independencia de que los estudios se realicen en una Comunidad Autónoma o en el ámbito del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

El presente trabajo se centra en el empleo del juego como recurso didáctico para la enseñanza-aprendizaje de los contenidos de álgebra correspondiente al módulo de Ciencias Aplicadas I en 1º de FPB.

De acuerdo con el artículo 9 del Real Decreto 127/2014:

Los módulos profesionales de Comunicación y Sociedad y Ciencias Aplicadas tendrán como referente el currículo de las materias de la Educación Secundaria Obligatoria incluidas en el bloque común correspondiente y el perfil profesional del título de Formación Profesional en que se incluyen. (BOE, núm. 55, 2014, p. 20158).

Cuadro 1

Contenidos básicos de Ciencias Aplicadas I.

<p>Resolución de ecuaciones sencillas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Progresiones aritméticas y geométricas. - Traducción de situaciones del lenguaje verbal al algebraico. - Transformación de expresiones algebraicas. - Desarrollo y factorización de expresiones algebraicas. - Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.
--

Nota: Contenidos Básicos de Ciencias Aplicadas I.

Fuente: Real Decreto 127/2014 (BOE, núm. 55, 2014, p. 20200).

Los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos para el módulo de Ciencias Aplicadas I correspondiente al primer curso de FPB se indican en el siguiente cuadro.

Cuadro 2

Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación de Ciencias Aplicadas I.

<p>9. Resuelve situaciones cotidianas, utilizando expresiones algebraicas sencillas y aplicando los métodos de resolución más adecuados.</p> <p>Criterios de evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none">a) Se han concretado propiedades o relaciones de situaciones sencillas mediante expresiones algebraicas.b) Se han simplificado expresiones algebraicas sencillas utilizando métodos de desarrollo y factorización.c) Se ha conseguido resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado.d) Se han resuelto problemas sencillos utilizando el método gráficos y las TIC.

Nota: Resultados de aprendizaje y criterios de evaluación de Ciencias Aplicadas I.

Fuente: Real Decreto 127/2014 (BOE, núm. 55, 2014, p. 20200).

De acuerdo al Real Decreto 127/2014 en relación a las orientaciones pedagógicas del presente modulo:

Este módulo contribuye a alcanzar las competencias para el aprendizaje permanente y contiene la formación para que el alumno sea consciente tanto de su propia persona como del medio que le rodea.

Los contenidos de este módulo contribuyen a afianzar y aplicar hábitos saludables en todos los aspectos de su vida cotidiana Asimismo utilizan el lenguaje operacional de las matemáticas en la resolución de problemas de distinta índoles, aplicados a cualquier situación, ya sea en su vida cotidiana como en su vida laboral.

La estrategia de aprendizaje para la enseñanza de este módulo que integra a ciencias como las matemáticas, química, biología y geología se enfocará a los conceptos principales y principios de las ciencias, involucrando a los estudiantes en la solución de problemas sencillos y otras tareas significativas, y les permita trabajar de manera autónoma para construir su propio aprendizaje y culminar en resultados reales generados por ellos mismos. (BOE, núm. 55, 2014, p. 20200).

En el Decreto 47/2014, de 1 de abril, de segunda modificación del Decreto por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco, El Departamento de Educación, Política Lingüística y Cultura ha constatado que la orientación dada en la normativa autonómica a los Programas de Cualificación Profesional Inicial desde la implantación de los mismos el curso 2008-2009 ha conseguido resultados muy favorables en cuanto al alumnado que ha conseguido el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria y se ha incorporado a ciclos formativos de grado medio para alcanzar una cualificación profesional que les ha permitido una mejor inserción profesional. Ello ha sido posible gracias a unos programas de dos años de duración que han establecido perfiles profesionales, con la colaboración de agentes

del sector productivo, acompañando también una formación instrumental organizada en torno a módulos formativos de carácter general, entre ellos se encuentra el módulo de Ciencias Aplicadas I.

En el nivel autonómico son de importancia relevante los siguientes documentos; el Decreto 32/2008 y el Decreto 86/2015 relativos ambos a la ordenación e implantación de la Formación Profesional Básica en la Comunidad Autónoma del País Vasco.

3.2. Lenguaje algebraico

3.2.1. El concepto e importancia del álgebra

La Real Academia Española (2013) define el álgebra como la parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando número, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita. Según Kieran (1966) el uso de letras y símbolos convencionales del álgebra conlleva al pensamiento algebraico.

El álgebra es una de las principales ramas de las matemáticas que estudia la combinación de elementos de estructuras abstractas acorde a ciertas reglas. Hubo quienes consideraban al álgebra una generalización abstracta de la aritmética ya que permite obtener valores desconocidos mediante operaciones aritméticas, la historia del álgebra, como en general la de la matemática, comenzó ya en el antiguo Egipto y Babilonia, pero realmente hasta el siglo XVII el álgebra no fue más que una generalización de la aritmética y a partir del siglo XVIII se comenzó la algebrización de las matemáticas.

A diferencia de la aritmética elemental, que trabaja con números y operaciones fundamentales, en álgebra se introducen símbolos que representan parámetros o cantidades desconocidas, formándose así unas expresiones algebraicas que describen reglas o principios generales. Según Bell (1995) y Kieran (2006) el lenguaje algebraico permite analizar relaciones entre cantidades, reconocer estructuras, analizar cambios, realizar generalizaciones, resolver problemas, modelizar, justificar, probar y predecir.

El papel del álgebra en las Matemáticas se manifiesta sobre todo en el lenguaje que emplea y en los procesos de pensamiento algebraico y nuevos aspectos del desarrollo matemático. Para los alumnos las notaciones empleadas por el álgebra son novedosas y dificultosas. Sin embargo, la posibilidad de representar con una

sola letra un conjunto de valores y el poder manejarlos de forma sencilla hace que el álgebra sea de gran utilidad.

Según Socas (1999) el reto de la investigación en pensamiento algebraico consiste en diseñar estudios que incrementen el conocimiento de cómo pueden los estudiantes llegar a comprender la estructura del álgebra elemental y los métodos algebraicos. También concluye que frente a la postura tradicional en la que se mira al álgebra como una generalización de la aritmética, hay otros resultados e investigaciones en los que se ve razonable que la aritmética y el álgebra son dos caras de una misma actividad y que por ello la tendencia debe ser potenciar el desarrollo del sentido numérico frente al aprendizaje de la aritmética y a potenciar la producción de significados para el álgebra frente al aprendizaje del mismo.

Y finaliza con lo siguiente:

Proponemos “un acercamiento semiótico al lenguaje algebraico que integre los contextos numérico y geométrico, en un marco del Algebra como Lenguaje (en el sentido de Vygotsky, 1962), donde las fuentes de significado y los sistemas de representación juegan un papel determinante, como un enfoque didáctico coherente”. Este acercamiento semiótico deber ser entendido en su triple dimensión: sintáctica, semántica y pragmática, donde los sistemas de representación que se ocupan del significado del Lenguaje Algebraico , además de considerar el carácter instrumental de los signos del algebra, abordan la necesidad de considerar el carácter instrumental de los signos del álgebra, abordan la necesidad de considerar el Algebra como una actividad más de los alumnos, y los signos, como un instrumento específico y mediador de la actividad. (Socas, 1999, p. 278)

3.2.2. Las dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra

Ruano, Socas y Palarea (2008) indican que incluso alumnos considerados como más capacitados presentan grandes dificultades en el aprendizaje del álgebra. Como consecuencia de esto, se han realizado numerosas investigaciones sobre la mejor manera de impartir este bloque de contenidos.

Para el estudiante el álgebra requiere un cambio en su pensamiento, es decir, pasar de unas situaciones numéricas concretas a un tipo de proposiciones más generales sobre números y operaciones. Es muy común que en este paso de la aritmética al álgebra, los alumnos se encuentren con dificultades, consecuencia principalmente al superior nivel de abstracción que el álgebra supone respecto de la aritmética. Estas dificultades pueden generar un rechazo para las matemáticas en general y más concretamente para el álgebra.

En el análisis histórico del simbolismo empleado en el álgebra y las reglas de transformación se hace necesario diferenciar: el empleo de las letras para representar incógnitas y resolver ecuaciones; el empleo de letras como representación de datos expresándose así soluciones generales; y el empleo de letras como herramientas para determinar reglas de relaciones numéricas.

Según indican Kieran y Filloy (1989) el alumno al comenzar el estudio del álgebra, ya lleva consigo nociones y enfoques usados en aritmética. Sin embargo, tal y como se ha indicado anteriormente, el álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones. En esta transición el marco de referencia aritmético hace notoria determinadas dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra como se indica en la tabla 3.

Tabla 3

Resumen y justificación de las dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra.

Dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra	Justificación
<i>Las convenciones de notación.</i>	El extender la generalización sobre la base de lo que en aritmética era correcto puede conducir a los alumnos a malinterpretar el sentido de los términos algebraicos. El uso de paréntesis y el orden de operaciones es otra dificultad a la que se enfrentan los estudiantes con respecto a la aritmética básica.
<i>Métodos de simbolizar.</i>	El álgebra fuerza a formalizar procedimientos que previa a ella no eran necesarios y podrían ser resueltos, por ejemplo, a través de la intuición. A los alumnos les cuesta darse cuenta que el procedimiento es a menudo la respuesta.
<i>Variables.</i>	Muchos estudiantes tratan las letras en expresiones y ecuaciones como incógnitas específicas y no como números generalizados o variables. Harper (1981) sugirió la existencia de etapas en la comprensión de un término literal como variable e indicó que los estudiantes emplean los términos literales mucho antes de ser capaces de contextualizarlo como variable, es decir, de percibir lo general en lo concreto. Los alumnos presentan dificultades para dar significado a las letras consecuencia del uso desigual que se hace en aritmética y en álgebra.
<i>Expresiones y ecuaciones.</i>	Algunos alumnos presentan dificultad en aceptar las expresiones algebraicas como soluciones de problemas y les es difícil entender que la expresión del término general de una secuencia numérica no es un elemento simple, esto en lo relativo en la expresión de una generalización. Como en cualquier otro lenguaje, también surgen dificultades debidas a las propias características del propio lenguaje o al hacer traducciones entre lenguajes diferentes.
<i>La percepción del signo igual como expresión de una equivalencia.</i>	En relación a la igualdad algebraica, existen dos tipos: las ecuaciones y las identidades. Considerando ecuación a la igualdad algebraica que se cumple solo para algunos valores determinados de la incógnita. Los valores que la cumplen, se llaman soluciones. Y una identidad se cumple para cualquier valor.

Nota: Resumen y justificación de las dificultades en la enseñanza-aprendizaje del álgebra.

Fuente: Elaboración propia a partir de Kieran y Filloy (1989).

Teniendo en cuenta lo mencionado hasta este momento, se podría hacer la siguiente clasificación de los tipos de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra que queda recogido en la tabla siguiente.

Tabla 4

Tipos de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.

Tipos de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra	Definición
<i>Dificultades intrínsecas al objeto (Obstáculo epistemológico).</i>	Son las debidas, sobre todo, a la naturaleza del álgebra, los elementos que lo constituyen, su lenguaje y las reglas que lo rigen.
<i>Dificultades inherentes al propio sujeto (Obstáculo ontogénico).</i>	Relacionadas con la complejidad que supone la abstracción y la generalización.
Dificultades consecuencia de las técnicas de enseñanza (Obstáculo didáctico).	En la que se indica que la enseñanza tradicional no ha aportado el sentido que le corresponde al álgebra.

Nota: Tipos de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.

Fuente: Elaboración propia a partir de Kieran y Filloy (1989).

En base a la revisión de las investigaciones de Matz (1980) y Booth (1984) entre otros se determina que los errores del álgebra son motivados por dos causas; relativas a la propia aritmética como el mal uso de la propiedad distributiva, al uso de recíprocos y los relativos a la cancelación, y por otro lado, los debido a las características propias del lenguaje algebraico, como pueden ser la sustitución formal y el mal uso del signo igual.

Socas (1989) continúa diciendo que la manera de minimizar y facilitar así el proceso de enseñanza-aprendizaje es adecuado el empleo y el trabajo de los cuatro lenguajes básicos implados en el mismo: verbal, aritmético, algebraico y geométrico. Es decir, los valores pertenecen al lenguaje aritmético; las formulas al lenguaje algebraico; el lenguaje geométrico se constituye de representaciones semióticas visuales y el lenguaje verbal proviene de describir las conclusiones o cuando se explica algún concepto mediante las palabras.

Para finalizar con el presente apartado, se indican cinco perspectivas que Palarea (1999) señala para poder enfrentar a los alumnos a las dificultades que éstos encuentran con el álgebra; la complejidad de los objetos, los procesos de pensamiento algebraico, los procesos de enseñanza, los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y las diferentes actitudes cognitivas, afectivas y emocionales que los alumnos tienen hacia el álgebra.

Con todo lo anteriormente expuesto sobre las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra se está ya en disposición de saber

cómo abordar la enseñanza del álgebra tendiéndolos en cuenta para así poder trabajarlos favorablemente.

3.3. Juego como recurso educativo en la enseñanza del álgebra

Es muy importante que el profesor de matemáticas tenga por reto mostrar la utilidad que las matemáticas tienen en la propia vida del alumnado. Esta relación entre las matemáticas y la vida, en ocasiones es poco visible en las explicaciones del álgebra, pero no se puede renunciar a mostrar el álgebra como una herramienta útil en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Hay que elegir un modelo de aprendizaje específico cuya elección depende de diferentes factores como son:

- El contexto familiar, escolar y social donde se encuentra el estudiante.
- Las capacidades innatas que posea para las matemáticas y en consecuencia, para el álgebra.
- Los conocimientos previos que tenga al respecto
- El grado de motivación e interés que el alumno presente por el aprendizaje del álgebra y muy importante también el grado de motivación que el docente sea capaz de crear en sus estudiantes.
- Es importante a su vez, que el profesor vaya dotando de recursos, conocimientos, herramientas y otras ayudas de manera que todas estas sean significativas para el alumno de forma, que sean seleccionadas adecuadamente para conseguir el objetivo que se busca; el aprendizaje significativo del álgebra.

El aprendizaje de las matemáticas y en consecuencia del álgebra puede ser una experiencia motivadora si se basa en actividades constructivas y lúdicas. El empleo de los juegos en la educación matemática es una estrategia que permite adquirir competencias de forma divertida y atractiva para los alumnos.

El juego es una actividad universal que ha sido desarrollada a lo largo del tiempo. Desde siempre la actividad matemática ha tenido una componente lúdica dando lugar a una buena parte de las creaciones que en ella han surgido. A modo de ejemplo se puede mencionar a los pitagóricos que empleando las configuraciones que formaban las piedras llevaron a acabo distintos estudios sobre los números.

Con el empleo del juego se pueden crear situaciones de alto valor educativo y cognitivo que permita, a su vez, experimentar, investigar, resolver problemas,

descubrir y reflexionar. Al aplicar como metodología el juego educativo, el estudiante desarrolla además las inteligencias múltiples de Gardner, como son la inteligencia espacial, la motricidad, la inteligencia lógico-matemática y la inteligencia interpersonal al interactuar con otros estudiantes en los juegos que se proponen.

Se entiende por juego toda aquella actividad cuya finalidad es lograr la diversión y el entretenimiento de quien la desarrolla. Según Piaget (1985), “los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla” (p. 20). El juego contribuye al desarrollo integral, emocional y social de las personas. Jiménez (2003) sostiene que los juegos son un tipo de actividades amenas que aun requiriendo esfuerzo físico y mental, son realizadas por el alumnado con agrado, sin percepción de la realización de un esfuerzo y agradeciendo sí la distracción que provocan.

Las principales razones para utilizar los juegos como recurso didáctico en el aula son las siguientes, según se indica en la tabla 3. Es bastante frecuente que las matemáticas sean impartidas por métodos principalmente deductivos, en los que los contenidos del currículo son expuestos mediante una lección magistral y la realización de tareas escolares que pueden resultar repetitivas, mecánicas y por ellos, aburridas. Jiménez (2003) concluye que la incorporación de un elemento de diversión como puede ser el juego hace que el alumno se implique más en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tabla 5
Principales razones para el empleo de los juegos como recurso didáctico en el aula.

Razones	Justificación
Actividades atractivas para el alumno.	Chamoso (2004) valora los juegos como actividades atractivas y aceptadas con facilidad por el estudiante que las ven novedosas y las desarrollan con espíritu competitivo. El juego, por otra parte estimula el desarrollo social de los estudiantes, favoreciéndose las relaciones interpersonales, la expresión, la empatía, la cooperación, el trabajo en equipo, la aceptación, el seguimiento de unas normas, la discusión de ideas y la comprensión de los propios fallos.
Paralelismo juego- resolución de problemas.	Corbalán (1996), Gairín (2006) y Hernández (2010), establecen un paralelismo existente entre las fases de los juegos de estrategia y la resolución de problemas fomentan el descubrimiento de procesos heurísticos en los alumnos.

Recurso motivador.	Respecto al tratamiento de la diversidad en el aula de matemáticas. Contreras (2014) señala la utilidad de los juegos como recurso motivador tanto para alumnos con mayores dificultades como para alumnos destacados.
Ventajas de su empleo.	Tienen la finalidad de ofrecer la iniciación de ciertos conocimientos y permitir repeticiones frecuentes en relación a la capacidad de atención, retención y comprensión.

Nota: Se ofrecen las principales razones para el empleo del juego como recurso didáctico en el aula.

Fuente: Elaboración propia a partir de Chamoso (2004), Corbalán (1996), Gairin (2006) y Hernández (2010).

Gairín (1990) constata que mediante los juegos matemáticos podemos estimular el interés y desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas y que puede ayudar a los siguientes propósitos según refleja la siguiente tabla 6.

Tabla 6

Principales ventajas del empleo de los juegos matemáticos.

Ventajas del empleo de los juegos matemáticos
Desarrollar conceptos o estructuras conceptuales matemáticas.
Proporcionar ejercicios tanto para la práctica de algoritmos como para fomentar la experimentación.
Desarrollar habilidades de percepción y razonamiento.
Crear ocasiones para utilizar el pensamiento lógico y emplear técnicas heurísticas apropiadas para la resolución de problemas.

Nota: Relación de las principales ventajas del empleo de los juegos matemáticos.

Fuente: Elaboración propia a partir de Gairin (1990).

Rojas (2009) en particular considera el juego como un instrumento muy potente para el aprendizaje de conocimientos relacionados con la competencia matemática. Introducir el juego en el aula no tiene que ser algo complejo, algunos investigadores como Torres, Chamoso, Hernández y Malaspina entre otros ya han analizado las ventajas que puede suponer hacerlo.

Como describe Contreras (1993), los juegos educativos de matemáticas, sirven tanto para aclarar conceptos y mejorar destrezas cognitivas, como para motivar en el estudio. Con los juegos algebraicos se pretende que el alumno trabaje problemas algebraicos interesantes, no rutinarios, adaptados a su edad y a su entorno, realizando investigaciones sobre propiedades algebraicas y resolviendo problemas.

En cuanto a la finalidad educativa, el álgebra y los juegos tienen muchos rasgos en común, puesto que ambos desarrollan en el alumno la capacidad de comprensión y representación de las letras en matemáticas, enseñando a los

alumnos a desarrollar técnicas intelectuales, potenciar el pensamiento lógico y desarrollando hábitos de razonamiento y pensar de forma crítica.

Tabla 7
Variables que caracterizan a un juego.

Variable	Descripción
Las características del juego.	El formato, las restricciones impuestas del juego, necesidades de reacción, tiempo y espacio necesario.
Los objetivos educativos del juego.	El contenido del juego, el nivel instrucciones y el nivel taxonómico (el conocimiento, la comprensión, la aplicación del mismo, el análisis, la síntesis y la evaluación).
Las interacciones de aprendizaje que se producen durante el juego.	Si es a nivel competitivo, si se provoca la igualdad entre los alumnos.

Nota: Relación de las 3 principales variables que caracterizan a un juego.

Fuente: Elaboración propia a partir de Bright, Harvey y Wheeler (1985).

Cruz (2013) propone preparar una ficha de trabajo con los siguientes contenido para tener un mayor control de la situación y facilitar el éxito del trabajo con los juegos introducido como recurso didáctico en el aula.

Tabla 8
Contenidos de la ficha de trabajo de un juego didáctico.

Contenidos de la ficha de trabajo de un juego didáctico
Objetivos de la actividad.
Descripción y reglas del juego.
Materiales a utilizar.
Debate o discusión que se realizará después de terminar la actividad.
Tiempo de duración.
Estructuración del grupo.
Rubrica de evaluación de la actividad.

Nota: Resumen de los contenidos de la ficha de trabajo de un juego didáctico.

Fuente: Elaboración propia a partir de Cruz (2013).

En cuanto a la clasificación de los juegos hay que decir que existen tantas clasificaciones como autores y criterios. Si bien, en el presente trabajo la clasificación que se considera es la propuesta por Martín, Muñoz y Oller (2009) en relación a la propia naturaleza del juego.

Tabla 9
Clasificación de los juegos.

Tipo de juego	Descripción
Juegos de conocimiento.	Son los juegos cuyos contenidos son los tópicos clásicos de las matemáticas.
Juegos de estrategia o de pensar.	En los que el alumno debe de utilizar técnicas similares a las que emplea en la resolución de problemas, para así poder vencer al propio juego o a otro oponente según las reglas establecidas.

Nota: Clasificación de los juegos considerados para el presente trabajo en relación a la propia naturaleza del juego.

Fuente: Elaboración propia a partir de Martín, Muñoz y Oller (2009).

.

4. ESTUDIO DE CAMPO

4.1. Introducción

En este apartado se sintetizan las aportaciones de las entrevistas realizadas a profesores y alumnos de 1º FPB del Centro de Formación Otxarkoaga de Bilbao. Se cuenta con la autorización expresa del centro de acuerdo a lo establecido en la Ley de Protección de, para poder hacer público y divulgar los resultados obtenidos. Se trata de un Centro Diocesano de educación integral que ha crecido desde el barrio de Otxarkoaga hasta ofrecer sus servicios a alumnado de todo Bilbao y Vizcaya. Su actividad docente se dirige al alumnado mayor de 12 años, tanto en el ámbito de la enseñanza reglada como en el de la no reglada, prestando especial dedicación a las personas más desfavorecidas (fracaso escolar, problemática social y necesidades educativas especiales).

Los profesores entrevistados son docentes del bloque de álgebra dentro del ámbito científico. El tamaño de la muestra es de 8 profesores lo que representa un 100% de los docentes del centro que imparten dicho bloque y de 43 alumnos, que representan un 93% del total del alumnado matriculado, por lo que dada la dimensión se considera que es representativa. Como se ha explicado en apartados anteriores, los cuestionarios han sido entregados en mano y se han contestado de forma anónima.

Los cuestionarios se dividen en dos secciones: respecto al álgebra y respecto a los juegos matemáticos.

4.2. Objetivos

El objetivo principal de este estudio de campo es corroborar los datos aportados con anterioridad en relación a las dificultades que presentan alumnos y profesores en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en 1º FPB y el empleo del juego como recurso didáctico.

Con este objetivo se han elaborado unos cuestionarios a responder por alumnado y profesorado al respecto con los siguientes objetivos generales:

- Determinar y exponer las dificultades que los alumnos presentan con los contenidos algebraicos.
- Concretar cómo poder ayudar a alumnos y profesores a superar estas dificultades

- Determinar el grado de empleo por parte de los profesores de la metodología basada en el juego como recurso didáctico en el aula en la enseñanza del álgebra.

4.3. Metodología

Para la realización del estudio de campo, se han elaborado dos encuestas, anónimas:

- Encuesta 1. Dirigida a los docentes de 1º FPB, con 16 preguntas. (Ver anexo 11.1. *Cuestionario a profesores*).
- Encuesta 2. Dirigida al alumnado de 1º FPB, con 10 preguntas. (Ver anexo 11.2. *Cuestionario a alumnos*).

Los cuestionarios han sido entregados en mano al equipo docente del Centro Formativo de Otxarkoaga de Bilbao (Vizcaya), el motivo de la elección de dicho centro porque se realizaron allí las prácticas del máster y por ajustarse con exactitud al objetivo en estudio.

La encuesta a profesores se expone en la siguiente tabla, justificando el porqué de cada una de las preguntas, siendo éstas todas cerradas de múltiples opciones y con una sola respuesta a elegir.

Tabla 10

Resumen y justificación de la encuesta de profesores realizada.

Pregunta	Opciones de respuesta	Justificación del objetivo buscado
1. ¿Cuántos años lleva impartiendo Matemáticas en FPB?	a) < 5 años b) Entre 5 y 10 años c) > 10 años	Conocer la experiencia docente.
2. Para la introducción de los contenidos algebraicos, ¿qué estrategias emplea?	a) Autoevaluaciones b) Esquemas, resúmenes... c) TIC, juegos educativos...	Conocer la metodología empleada para introducir el álgebra.
3. Para el desarrollo de los contenidos algebraicos ¿Qué estrategias emplea?	a) Individuales y/o de aprendizaje autónomo b) Cooperativas y participativas c) Combinación de las anteriores	Conocer las estrategias que más se emplean como método de desarrollo del tema del álgebra.
4. Respecto a las actividades y problemas, ¿qué recursos emplea de forma asidua?	a) Juegos Educativos b) Pizarra y/o cuaderno c) TIC	Conocer las estrategias que más se emplean para la realización de las actividades y problemas.
5. Para el repaso de contenidos, ¿qué estrategias emplea?	a) Autoevaluaciones b) Esquemas, resúmenes... c) TIC, juegos educativos...	Conocer la metodología empleada para repasar el álgebra.

6. <i>¿Considera especialmente difícil la enseñanza del bloque de álgebra a los alumnos?</i>	a) Si b) No	Conocer la valoración que los profesores hacen de la enseñanza del álgebra.
7. <i>¿qué porcentaje de alumnos de su aula presentan dificultades en su proceso de aprendizaje del álgebra?</i>	a) < 25% b) Entre el 25% y el 50% c) Entre el 50% y el 75% d) Más del 75%	Conocer el % de alumnos que según los profesores presenta dificultades en el aprendizaje del álgebra.
8. <i>¿Cuál cree que puede ser el motivo que dificulte el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra?</i>	a) Desmotivación de los alumnos consecuencia de la incomprensión de contenidos. b) Deficiencia en los contenidos previos c) La complejidad del Álgebra.	Delimitar los principales factores que provocan que la materia de álgebra sea difícil y poder establecer una relación con los que se indican en la bibliografía revisada.
9. <i>De los contenidos del bloque de Álgebra, ¿Cuál cree que es el que más les cuesta comprender?</i>	a) Uso del lenguaje algebraico para generalizar propiedades y la obtención de fórmulas generales. b) Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas c) Resolución de ecuaciones de primer grado y su transformación en otras equivalentes d) Empleo de las ecuaciones para la resolución de problemas	Delimitar los principales contenidos más difíciles en cuanto a la comprensión del álgebra.

10. <i>¿Con qué cree que se podrían mejorar las dificultades en el estudio del Álgebra?</i>	a) Mayor resolución de problemas y actividades b) Recursos educativos motivadores: TIC, juegos, retos,... c) Estudio en profundidad de los conceptos y contenidos teóricos	Determinar las estrategias que consideran importantes los profesores para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.
11. <i>¿Cuántos Juegos Educativos conoce para emplear en la enseñanza del Álgebra?</i>	a) Ninguno b) < de 5 c) > de 5	Conocer la familiarización de los profesores con el empleo del juego como recurso educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.
12. <i>¿Ha empleado alguna vez un Juego Educativo en el aula como recurso didáctico en la enseñanza del álgebra?</i>	a) Frecuentemente b) Rara vez c) Nunca	Conocer la familiarización de los profesores con el empleo del juego como recurso educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.
13. <i>¿Cree que el empleo del Juego Educativo en la enseñanza del Álgebra podría ser un factor motivador en el alumno en su proceso de aprendizaje?</i>	a) Si b) Depende del tipo de juego c) Depende del tipo del alumno d) No	Conocer su posición sobre el empleo de los juegos como recurso educativo para comprobar si lo contemplan como una solución que favorezca la enseñanza del álgebra.
14. <i>Piensa que los Juegos Educativos son:</i>	a) Un recurso educativo eficaz para la enseñanza del álgebra b) Un recurso principalmente de	Conocer su posición sobre el empleo de los juegos como recurso educativo para comprobar si lo contemplan como una solución que favorezca la enseñanza del álgebra.

	entretenimiento	
15. Considera que el empleo del Juego Educativo en el aula es para:	a) Introducir conceptos nuevos b) Profundizar conceptos c) Repasar conceptos ya estudiados	Conocer su posición sobre el empleo de los juegos como recurso educativo para comprobar si lo contemplan como una solución que favorezca la enseñanza del álgebra.
16. ¿Le gustaría formarse específicamente en el empleo del Juego Educativo como recurso en el aula?	a) Si b) No	Conocer la predisposición del profesorado para su formación en este ámbito.

Nota: Se proporcionan las opciones de respuesta, algunos comentarios y la correspondiente justificación.

Así mismo se hizo un cuestionario a los alumnos con 10 preguntas, en relación al álgebra y al empleo del juego como recurso educativo, en todas ellas las opciones de respuesta eran las mismas; nada, un poco, algo y mucho. De entre las cuales había que seleccionar una. La justificación de la elección de las preguntas se detalla en la siguiente tabla.

Tabla 11

Resumen y justificación de la encuesta de alumnos realizada.

Pregunta	Justificación del objetivo buscado
1. <i>El álgebra me gusta.</i>	Conocer el sentimiento que el álgebra produce en los alumnos.
2. <i>El álgebra es fácil si te pones con ello.</i>	Conocer la valoración que tienen los alumnos del algebra como contenido en cuanto a su dificultad en caso de pretender seriamente proceder a su comprensión.
3. <i>El álgebra es aburrida.</i>	Conocer el sentimiento que el álgebra produce en los alumnos.
4. <i>Entiendo lo que hay que hacer en las clases de álgebra.</i>	Conocer si los alumnos son capaces de comprender lo que se espera de ellos en el proceso de aprendizaje del algebra.
5. <i>Veo la relación del álgebra con el resto de ámbitos.</i>	Determinar si ven la relación de la asignatura con el resto para que así sean conscientes de su aplicabilidad.
6. <i>Entiendo el significado de las letras en álgebra.</i>	Conocer si son capaces de comprender el lenguaje algebraico entendiendo el componente abstracto que introducen las letras como incógnitas.
7. <i>Me cuesta la resolución de ecuaciones.</i>	Valorar las destrezas resolutivas y metodológicas de los alumnos en la resolución de las ecuaciones.
8. <i>Jugando en el aula se puede aprender.</i>	Conocer la valoración que los alumnos hacen del juego, si lo consideran útil como método de aprendizaje.
9. <i>En clase los profesores emplean el juego como recurso didáctico.</i>	Conocer el empleo que los profesores hacen del juego como recurso en el aula y si los alumnos son conscientes de ello.
10. <i>Me gustaría aprender álgebra utilizando juegos educativos para ello.</i>	Conocer la predisposición de los alumnos a aprender álgebra a través del juego.

Nota: Breve justificación de la encuesta realizada a los alumnos.

4.4. Resultados y análisis de los datos obtenidos

Con respecto a la recogida de los resultados, se puede decir que ambas encuestas se pueden subdividir en dos bloques principales, uno referente al proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra y otro en relación al empleo del juego como recurso educativo.

En la tabla 12 se presentan las respuestas que los profesores han dado a cada una de las preguntas. Cabe destacar que un 62,5 % de los profesores tiene una experiencia inferior a 5 años en la impartición de esta asignatura.

Tabla 12

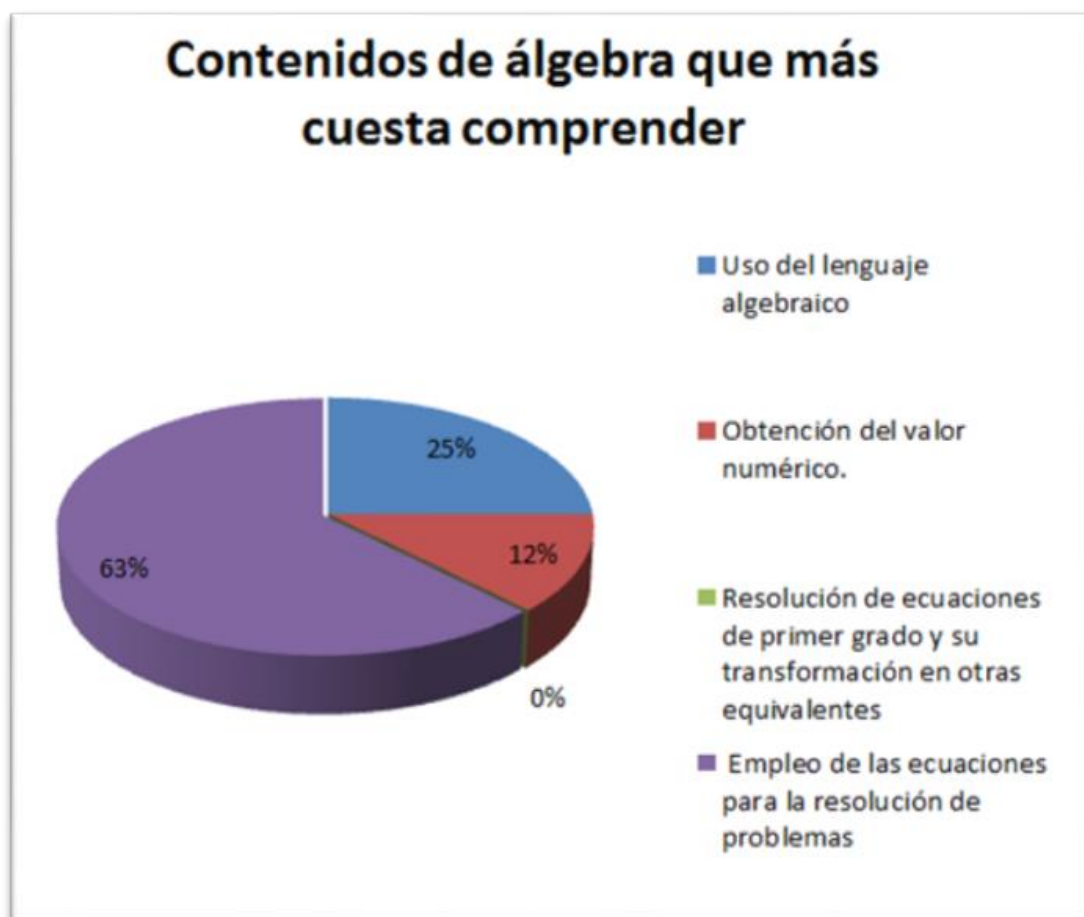
Resultado del cuestionario de profesores de 1º de FPB.

			Respuestas de los 8 docentes			
			A	B	C	D
Pregunta	Álgebra	1	5	1	2	--
		2	2	5	1	--
		3	2	2	4	--
		4	0	8	0	--
		5	4	4	0	--
		6	4	4	--	--
		7	2	2	4	--
		8	4	4	0	--
		9	2	1	0	5
		10	0	8	0	--
	Juego	11	2	6	0	--
		12	0	5	3	--
		13	6	0	2	0
		14	8	0	--	--
		15	4	0	4	--
		16	8	0	--	--

Nota: resultados obtenidos del cuestionario de profesores.

En relación al álgebra (respuestas 1-10) los resultados confirman que la gran mayoría de los profesores emplean esquemas y resúmenes para la introducción de contenidos algebraicos y que para el desarrollo de los mismos emplean estrategias individuales y de aprendizaje autónomo, combinándolas con estrategias cooperativas y colaborativas, siendo el recurso empleado en un 100% de los casos de pizarra y cuaderno. Para el repaso de contenidos emplean autoevaluaciones, esquemas y resúmenes. En cuanto a la dificultad de la enseñanza de los contenidos del bloque de álgebra, las opiniones están muy repartidas, puesto que un 50% de los docentes, lo considera difícil y el otro 50% no lo considera así. Es destacable el porcentaje de dificultad que los profesores encuentran en sus alumnos a la hora de que sus alumnos aprendan álgebra, ya que para la mitad de ellos entre un 50% y un 75% de sus alumnos las presentan.

Los motivos que pudieran ser los responsables de estos resultados, en opinión de estos profesores, están repartidos por igual entre la desmotivación que los alumnos encuentran como consecuencia de la incompreensión de los contenidos y la deficiencia en los contenidos previos que estos tienen del álgebra. Un 62,5% de los profesores opina que el empleo de las ecuaciones para la resolución de problemas es lo que más cuesta que los alumnos comprendan. Es destacable que la totalidad de los profesores encuentre como recurso educativo motivador para el aprendizaje del álgebra el empleo de recursos TIC, juegos, retos, etc.







Gráfica 1. Opinión de los profesores respecto a los contenidos de álgebra que más cuesta comprender.

En relación a los juegos educativos como recurso educativo (respuestas 11-16), destacable es el gran desconocimiento que los docentes tienen en el empleo del juego menos de 5 juegos y el 25% ninguno, la consecuencia directa es su escasez en el empleo de estos en el aula, el 67,5% rara vez lo hace y el resto, nunca. Sin embargo, un elevado porcentaje de ellos (75%) considera que el empleo del juego educativo en la enseñanza del álgebra podría ser un factor motivador para el alumno, estando su empleo repartido entre la introducción de nuevos conceptos y el repaso de los mismo. Sin embargo, ningún profesor considera que los juegos sean un método adecuado para profundizar los contenidos. Aun así, la totalidad de ellos los considera un recurso educativo eficaz y le gustaría formarse específicamente en su empleo en el aula. Lo cual, destaca la predisposición y la confianza que los profesores tienen en este recurso para la enseñanza del álgebra.

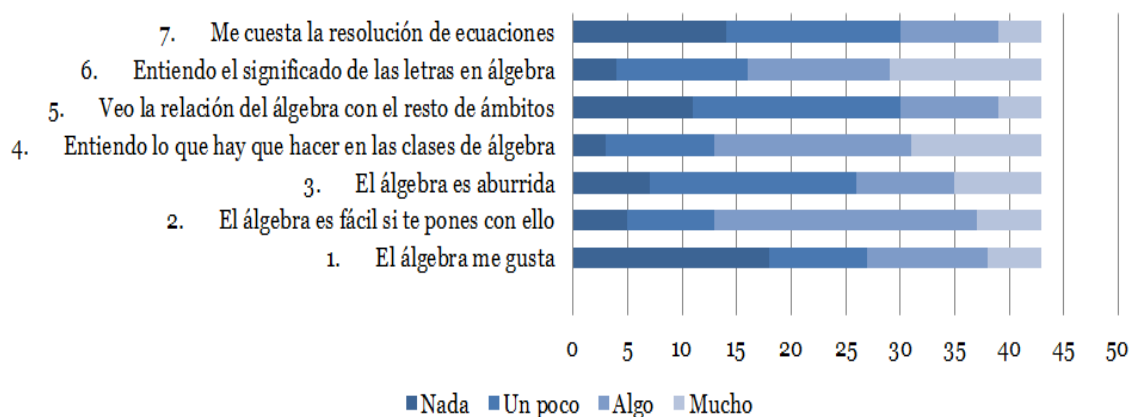
Los resultados de los 43 alumnos que respondieron a las encuestas realizadas se recogen a continuación.

Tabla 13
Resultado del cuestionario de alumnos de 1º de FPB.

		Nada 	Un poco 	Algo 	Mucho 
Total alumnos entrevistados:43					
Álgebra	1. El álgebra me gusta	18	9	11	5
	2. El álgebra es fácil si te pones con ello	5	8	24	6
	3. El álgebra es aburrida	7	19	9	8
	4. Entiendo lo que hay que hacer en las clases de álgebra	3	10	18	12
	5. Veo la relación del álgebra con el resto de ámbitos	11	19	9	4
	6. Entiendo el significado de las letras en álgebra	4	12	13	14
	7. Me cuesta la resolución de ecuaciones	14	16	9	4
Juegos	8. Jugando en el aula se puede aprender	4	8	14	17
	9. En clase los profesores emplean el juego como recurso didáctico	26	9	6	2
	10. Me gustaría aprender álgebra utilizando juegos educativos para ello	11	12	6	14

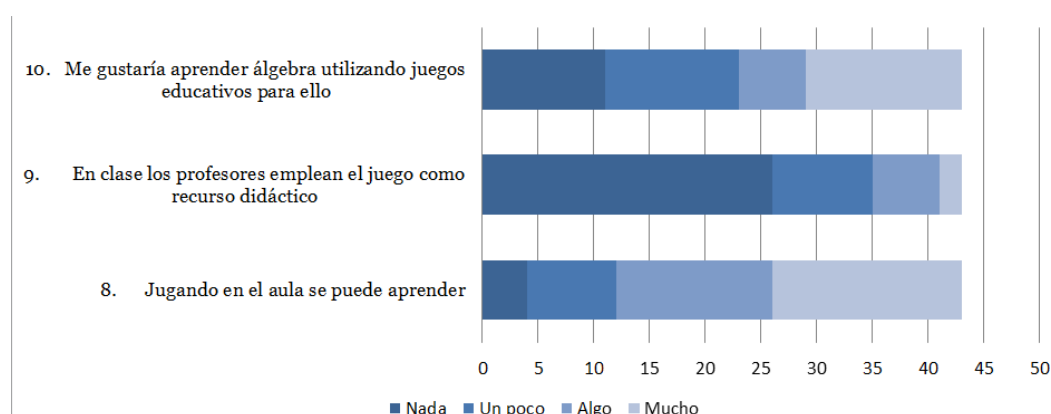
Nota: resumen de los resultados del cuestionario realizado a los alumnos de 1º de FPB.

Los resultados se muestran gráficamente a continuación y separados por bloques, la relativa al álgebra y a los juegos.



Gráfica 2. Resultados de las encuestas realizadas a los alumnos en relación al álgebra.

Se confirma que el álgebra no es una asignatura que guste a la mayoría de los alumnos y que gran parte de ellos la considera aburrida. Sin embargo, destaca que un 69% de ellos opina que si se ponen con ello no es difícil y a su vez, afirman que entienden lo que hay que hacer y que comprenden el significado de las letras. Pero ese mismo porcentaje, no ve la relación que el álgebra pueda tener con el resto de ámbitos y encuentra dificultosa la resolución de ecuaciones. Cosa que se contradice con las respuestas anteriores.



Gráfica 3. Resultados de las encuestas realizadas a los alumnos en relación a los juegos.

En relación a los juegos, la gran mayoría de los alumnos (72%) considera que el juego en el aula podría ser útil para aprender, pero a la vez, solo el 32% les gustaría aprender álgebra con su empleo, estas respuestas se contradicen entre sí lo que llama la atención. Los alumnos confirman la escasez del empleo que sus profesores hacen del juego en el aula como recurso educativo.

4.5. Conclusiones

En este apartado se describen las principales conclusiones extraídas de los estudios de campo realizados.

Las dificultades en el aprendizaje del álgebra son conocidas por los profesores encuestados identificando como principal problema que el álgebra es un nuevo lenguaje difícil de aprender por la propia semantización del lenguaje, es decir, que hay que dotar de significado al lenguaje, a la sintaxis del mismo y al significado que le corresponde a los símbolos. Es por ello que lo más complicado es dotar de significado a lo que los alumnos hacen cuando manipulan expresiones algebraicas, a los alumnos se les complica dar significado a las letras como números. Además de las dificultades con el propio lenguaje del álgebra, los alumnos que presentan

dificultades previas hacen que éstas se reproduzcan por no haber sido suficientemente consolidadas. Se corrobora así mismo, que la mayor dificultad es el paso del lenguaje materno de los enunciados al lenguaje algebraico y por otro lado, que los alumnos presentan dificultad en la propia resolución de las ecuaciones de primer grado, según se indica en los resultados obtenidos.

En relación a la metodología empleada por la mayoría de los profesores del Centro de Formación de Otxarkoaga, se puede decir que si bien emplean algunas actividades colaborativas y cooperativas, es el método tradicional (pizarra, cuaderno, esquemas, resúmenes y ejercicios) el más empleado y el que se encuentra más institucionalizado. Pero dados resultados de las encuestas, se puede decir que estos profesores consideran que el empleo del juego matemático podría hacer más eficiente el aprendizaje del álgebra y lo consideran interesantes para ser empleados en el aula y una herramienta válida para la enseñanza del álgebra, trabajándose al mismo tiempo, la motivación de los alumnos, por lo que muestran una clara predisposición a su empleo.

En lo que respecta al uso del juego, la mayoría de los profesores coincide en que su empleo se ajusta más para la introducción a un tema que para la consolidación del mismo. Destaca el gran desconocimiento que los profesores tienen de los juegos en relación a la práctica docente, estando la totalidad de ellos dispuestos a formarse en esta metodología por considerar que tienen una función motivadora y facilitadora del aprendizaje del álgebra. Pero es remarcable a su vez, que ninguno de los docentes considera efectiva esta metodología para la profundización de los contenidos, lo que muestra cierta falta de credibilidad a la eficacia de los juegos como recurso educativo.

Las encuestas realizadas a los alumnos presentan varias incongruencias en las respuestas de las mismas, puesto que por un lado, la mayoría considera al álgebra una parte aburrida de las matemáticas, que si se pusieran con ello, no les sería complicado su comprensión, pero a la vez en la realidad, presentan dificultades en su resolución y además, no ven la relación que presenta el álgebra con otros ámbitos y su aplicación en la realidad. Sí coinciden los alumnos en la falta de empleo por parte del profesor del juego como recurso educativo en el proceso de aprendizaje del álgebra y muestran su predisposición al empleo de los mismos en su práctica dentro del aula.

Por lo que de lo anterior, se puede llegar a la conclusión principal de la amplia predisposición que tanto alumnos como profesores tienen en el empleo del juego como recurso educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.

5. PROPUESTA DIDÁCTICA

5.1. Introducción

La propuesta que se plantea en el presente trabajo, conlleva la realización de una recopilación de juegos que les proporcione a los docentes un conjunto de recursos algebraicos a realizar en el aula, combinándolo con otro tipo de metodologías más tradicionales, como pueden ser explicaciones magistrales, ejercicios de afianzamiento de conocimientos, etc. Tal y como se ha podido comprobar a lo largo del presente trabajo, los juegos son agente importante de motivación de los alumnos para aprender y por otro lado, el álgebra presenta dificultades de comprensión, por lo que se elabora esta propuesta con el principal objetivo de proporcionar recursos para superar los obstáculos que se presentan para la enseñanza-aprendizaje del álgebra. Así mismo, se pretende además animar a los docentes a su realización como mejora educativa en la enseñanza del álgebra.

Para ello se propone una propuesta didáctica completa para el empleo de los mismos, integrándose en el día del aula para impartir la parte de álgebra en 1º de FPB. Por otro lado para su evaluación también se propone una recogida de respuestas de una encuesta a realizar por alumnos y profesores tras el empleo del juego, además de una ponderación de valores a considerar para poner la nota al alumno teniendo en cuenta esta metodología. A modo de ejemplo, se describen tres sesiones en las que se pretende impartir los contenidos algebraicos.

Dicha propuesta surge del estudio de los juegos matemáticos, de la literatura consultada en relación a los mismos y a la enseñanza-aprendizaje del álgebra y de los resultados obtenidos en el estudio de campo, vista la predisposición que los docentes tienen ante el empleo de este recurso metodológico por considerarlo efectivo y agente motivador para el alumno, además gran parte de los alumnos considera que jugando se aprende.

5.2. Objetivos

Se presenta una propuesta didáctica cuyos objetivos principales son los siguientes:

- Planificar los contenidos algebraicos para 1º de FPB acorde a las dificultades encontradas en la literatura consultada y tras los estudios de campo realizados.

- Incorporar recursos nuevos y actividades concretas para hacer frente a dichas dificultades empleando para ello el juego educativo.
- Aumentar el nivel de implicación del alumno en su proceso de aprendizaje del álgebra.

Los contenidos algebraicos están detallados en el Cuadro nº 1.

5.3. Metodología

Se propone emplear una metodología mixta en estas clases, combinándose la explicación de conocimientos de forma magistral con una metodología más activa, de manipulación y de descubrimiento. Para ello se alternarán sesiones de explicación del profesor, sesiones participativas, ejercicios y problemas, sin olvidar las actividades lúdicas a través de los juegos propuestos. Los juegos propuestos serán de aplicación de los conceptos explicados.

Uno de los objetivos buscado con esta metodología es aumentar el nivel de implicación por parte del alumno, puesto que al jugar interactúa con otros compañeros para ganarlos. El rol de profesor requiere también que éste entienda que los alumnos no pueden permanecer totalmente en silencio y atentos, puesto que la propia actividad requiere conversación entre los alumnos. Sin embargo, cuando el profesor es el que explica sí que es necesario que los alumnos estén en silencio y atentos, por todo ello, las actitudes de profesores y alumnos deben constantemente adecuarse al tipo de actividad que se esté realizando en ese momento.

La estructura de la propuesta constará de tres tipos de actividades: explicación del profesor, realización de ejercicios y problemas y realización de juegos. No teniendo que ser necesariamente ésta la secuenciación de los mismos. Dependerá mucho de la tipología de la clase, la motivación de los alumnos, los conocimientos previos y los objetivos que los profesores busquen conseguir.

Como el centro de este trabajo es el empleo de los juegos como recurso educativo para la favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en 1º de FPB este apartado se centrará exclusivamente en ellos. Se presentan juegos que pueden servir para trabajar contenidos, para motivar ante un concepto nuevo o para afianzar un concepto.

De forma genérica, las sesiones empezarán con una introducción de contenidos nuevos a través de una exposición teórica y presentación de ejemplos por parte del profesor y los contenidos que serán empleados en el juego correspondiente que se desarrollarán a continuación.

Se diferencian tres secciones:

1. Correspondiente a expresiones algebraicas, monomios y operaciones
2. Resolución de ecuaciones de primer grado
3. Resolución de problemas

A continuación se muestra una propuesta de la temporalización y programación de la unidad. Cada sesión tiene una duración de 55 minutos reservándose de 5 a 10 minutos en cada una de ellas, para una vez finalizada la actividad se revisen los contenidos trabajados y la metodología empleada. En la programación de la asignatura, a la parte del álgebra le corresponde una temporalización de tres semanas.

Tabla 14

Temporalización y programación del desarrollo de la propuesta didáctica

Sesión	Contenidos	Actividades
1	Introducción al álgebra.	Presentación: introducción histórica del álgebra, los contenidos y la forma de trabajar, explicación de la evaluación y calificación. (15 min). Juego: “Pirámides de números” (25 min) realización por parte del alumno de forma intuitiva. Explicación algebraica del juego. (10 min). Análisis (5-10 min).
2	Expresiones algebraicas, monomios y operaciones.	Explicación con ejemplos de cómo interpretar las expresiones algebraicas (30 min). Cuadrado mágico (15 min). Análisis (5-10 min).
3	Expresiones algebraicas, monomios y operaciones.	Ejercicios individuales y corrección simultánea (55 min).
4	Expresiones algebraicas, monomios y operaciones.	Corrección deberes y aclaración de dudas (30 min). Adivinar números (15 min). Análisis (5-10 min).
5	Expresiones algebraicas, monomios y operaciones.	Ejercicios individuales y corregidos de forma magistral por el profesor. (55 min).
6	Repaso de contenidos.	Repaso de contenidos vistos de las sesiones 1-5, con la realización de unos ejercicios por parejas (25 min). Corrección de los mismos y aclaración de dudas (15 min). Valoración (5-10 min).
7	Resolución de ecuaciones de primer grado.	Explicación con ejemplos de cómo resolver ecuaciones de primer grado (30 min). Domino de ecuaciones (15 min). Análisis (5-10 min).
8	Resolución de ecuaciones de primer grado.	Ejercicios individuales y corrección simultánea (55 min).
9	Resolución de ecuaciones de primer grado.	Corrección deberes y aclaración de dudas (15 min). Estrella de 6 puntas (30min). Análisis (5-10 min).
10	Repaso de contenidos.	Repaso de contenidos vistos de las sesiones 7-9, con la realización de unos ejercicios por parejas (25 min). Corrección de los mismos y aclaración de dudas (15 min). Valoración (5-10 min).

11	Resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.	Explicación con ejemplos de cómo interpretar y resolver los problemas algebraicos (25 min). Lo tuyo y lo mío (20min). Análisis (5-10 min).
12	Resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.	Los dados algebraicos (50 min) o La Gymkana de matemáticas (50 min). Análisis (5-10 min).
13	Resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.	Ejercicios individuales y corrección simultánea (55 min).
14	Prueba individual.	Prueba individual (45 min). Valoración oral de la misma (5 min).
15	Entrega de resultados y reflexión grupal del bloque.	Corrección de la prueba individual en la pizarra y entrega de los resultados obtenidos del bloque. Reflexión grupal y concreción de puntos de mejora. (toda la sesión).

Nota: sugerencia de la temporalización y la programación de la propuesta didáctica.

Atendiendo a las características y necesidades del grupo-clase, las sesiones podrán verse modificadas; es decir, con más tiempo de exposición teórica, más tiempo de juego, repetición del mismo, realización de variantes, empleo de menos juegos.

Al finalizar cada actividad los alumnos realizarán una breve reflexión que le permita ser consciente, estructurar y construir el nuevo conocimiento, debiendo responder a las siguientes preguntas: ¿Qué he aprendido hoy? ¿Qué no he aprendido del todo? Esta fase se establece para evitar que las sesiones queden en un simple juego según Peña (2010), porque aunque durante el proceso de enseñanza-aprendizaje tanto el docente como el estudiante puedan disfrutar, es muy importante una posterior reflexión para tomar conciencia de los nuevos conocimientos, asociarlos a conocimientos previos y para identificar aquello que no ha quedado claro del todo.

Además las respuestas de los alumnos constituyen una herramienta esencial que permite a los profesores identificar las dificultades y deficiencias de los alumnos y así poder hacer un seguimiento de la existencia del aprendizaje. Es por ello que se propone rellenar tras las sesiones en las que se ha empleado el juego como recurso educativo, unos pequeños cuestionarios cuyo objetivo principal es conocer la valoración que tanto alumnos como profesores hacen en relación al empleo de dicho recurso (anexo 11.3 y anexo 11.4). Las fichas son genéricas a rellenar en cada sesión. Como línea de trabajo se propone que en las sesiones de departamento, se compartan los datos recogidos para tomar conciencia de la utilidad de dichos recursos y para que sirvan de punto de partida para mejorar el proceso de enseñanza

y aprendizaje, con modificaciones de juegos, propuestas de otros nuevos, mezcla de varios, etc.

Es muy importante el papel del profesor, para lo que se distinguen tres momentos dentro de su metodología.

Tabla 15

Funciones del docente según el momento de la clase

Momentos	Funciones del profesor
Antes de la clase.	Deberá conocer a la perfección el temario a impartir, los procedimientos aplicables y el sistema de evaluación. Deberá adquirir destreza en el empleo de los recursos para lo cual deberá ensayarlos.
Durante la clase.	Deberá saber diferenciar los diferentes momentos y ser consecuente con ello, es decir, durante los juegos se permitirá cierto desorden, que durante otro tipo de actividades no será permitido.
Después de la clase.	Deberá verificar si los recursos empleados han sido válidos. Deberá realizar una evaluación y considerar la opción de repetirla en futuras ocasiones.

Nota: en función del momento de la clase, estas son las funciones que el profesor debe asumir.

A lo largo del desarrollo de la unidad se llevará a cabo un seguimiento tanto del trabajo individual como grupal. El seguimiento individual del estudiante se realizará a través del trato diario con él, de forma que se irá rellenando y apuntando observaciones en la rúbrica (véase Anexo 11.5), en ella se recoge los criterios de evaluación y las competencias trabajadas, de forma que se controle el desarrollo del proceso de aprendizaje de cada estudiante. El trabajo que cada alumno lleve a cabo en su equipo se controlará a través de la observación del docente y a través de una encuesta de valoración del trabajo grupal que se realiza el día de la prueba individual (véase Anexo 11.6). Esta información de recogido servirá a su vez al profesor para valorar si el estudiante ha alcanzado las competencias relacionadas con el trabajo grupal.

El objetivo del empleo de las herramientas descritas es facilitar la creación de informes personalizados y garantizar un seguimiento de la evolución personal y colectiva de la clase. Para la calificación se tendrán en cuenta varios aspectos; cumplimientos de los contenidos mínimos, adquirir las competencias básicas, trabajo grupal, individual y superación de la prueba individual.

Tabla 16
Ponderación para la calificación del alumno

TRABAJO GRUPAL	20%	10% diario del grupo. 10% media de la valoración del grupo.
TRABAJO INDIVIDUAL	30%	10% media de la puntuación de los demás miembros del grupo. 10% participación en el grupo. 10% realización de las actividades, cuaderno de clase.
PRUEBA INDIVIDUAL	50%	

Nota: propuesta de ponderación para la calificación del alumno.

5.4. Juegos

Como el centro de este trabajo es el empleo de los juegos como recurso educativo para la favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en 1º de FPB este apartado se centrará exclusivamente en ellos. A continuación se presentan juegos que pueden servir para trabajar contenidos, para motivar ante un concepto nuevo o para afianzar un concepto, han sido elegidos a criterio personal y en base a la bibliografía estudiada, se les considera convenientes para desarrollar los conocimientos del algebra que se trabajan en 1º de FPB. Los juegos han sido convenientemente seleccionados y analizados, conteniendo unas pautas de utilización, el contenido concreto a trabajar y observaciones. Algún juego ha sido creado por mí y la justificación de explicarlos a continuación es porque todos están incluidos en la propuesta didáctica del apartado anterior y porque servirán para el desarrollo específico de tres sesiones a modo de ejemplo de cómo emplearlos en un apartado posterior.

La función del profesor en el empleo del juego será la de orientar y controlar, ayudando a resolverle al estudiante las diferentes dudas que le puedan surgir y observando la evolución de cada uno de sus alumnos.

Tabla 17
Relación de juegos y actividades.

Juego - Actividad	Contenido	Utilidad
1. Pirámides de números.	Familiarización con el álgebra y el empleo de las letras como incógnitas.	Iniciación del estudio del álgebra.
2. La Gymkana de matemáticas.	Traducir al lenguaje algebraico relaciones cuantitativas en las que utilizan letras como incógnitas y resolver problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita.	Afianzamiento y repaso de resolución de ecuaciones de primer grado.

3. Lo tuyo y lo mío.	Traducir al lenguaje algebraico relaciones cuantitativas en las que utilizan letras como incógnitas y resolver problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita.	Afianzamiento y repaso de resolución de ecuaciones de primer grado.
4. Estrella de 6 puntas.	Practicar de la resolución de ecuaciones de 1er grado.	Al finalizar la unidad.
5. El cuadrado mágico.	Expresiones algebraicas. Interpretación y empleo del lenguaje algebraico.	Iniciación en el estudio del algebra.
6. Domino de ecuaciones.	Resolución de ecuaciones de primer grado. Determinación del valor numérico de una expresión algebraica.	Afianzamiento de la resolución de ecuaciones de primer grado.
7. Los dados algebraicos.	Resolución de problema mediante ecuaciones de primer grado. Formulación de conjeturas sobre diferentes situaciones y problemas algebraicos. Determinación de la ecuación que más se ajusta para la resolución de un problema.	Afianzamiento de la comprensión y traducción al lenguaje algebraico y la resolución de ecuaciones de primer grado. Repaso de los contenidos vistos.
8. Adivinar números.	Familiarización con el lenguaje algebraico y practicar el cálculo mental de los números.	Iniciación al lenguaje algebraico.

Nota: explicación resumida de los juegos y actividades propuestos, en contenidos y utilidades de los mismos.

5.4.1. Pirámides de números

El juego consiste en rellenar todos los huecos de la pirámide, teniendo en cuenta que el número de cada casilla, se obtiene de la suma de los dos números que tiene inferiormente.

Ejemplo:

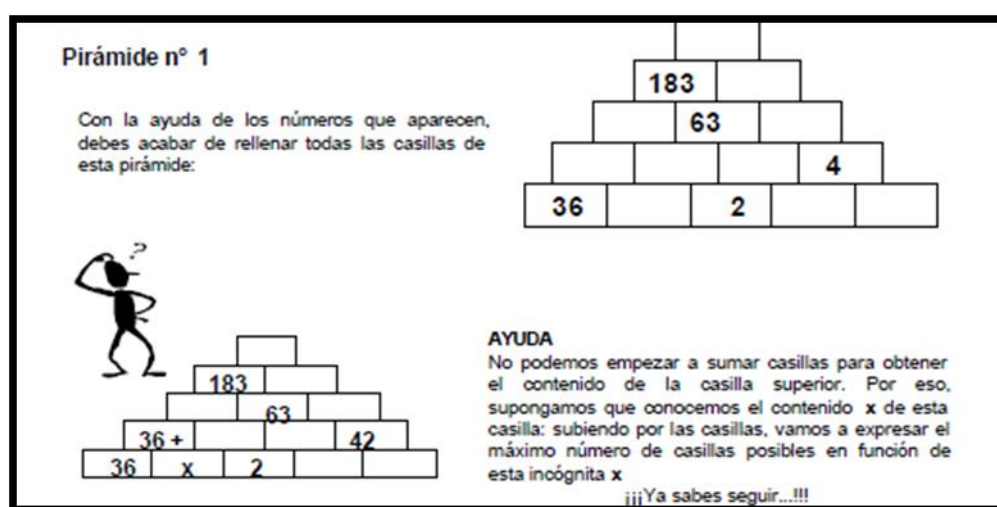


Figura 1. Ejemplo de una pirámide de números.
Fuente: Olfos y Villagrán (2001).

Este juego se puede emplear como elemento introductorio al álgebra y al empleo de las letras como incógnitas. Se propone primeramente darles el enunciado del juego sin ninguna pista, para que intuitivamente procedan a su resolución y posteriormente, se les propondría su resolución añadiendo la letra “x” como incógnita para que vean su utilidad y justificación. Este recurso puede ser adecuado al nivel del alumno en cuanto a su complejidad y dificultad. La duración de la sesión podría ser 25min y se propone trabajarlo en parejas.

5.4.2. La Gimkana de Matemáticas

Mediante el presente juego se busca que los alumnos traduzcan al lenguaje algebraico relaciones cuantitativas en las que utilizan letras como incógnitas y resuelven problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Este juego se puede emplear como afianzamiento de los contenidos tratados y como repaso de los mismos. Se juega por grupos de 3-4 alumnos. Podría durar unos 50 min y se propone que haya un premio de recompensa para el equipo ganador, como pudiera ser sumar 0,2 puntos a la nota global de esa parte de la materia.

Ejemplo: son necesarias 28 tarjetas con enunciador y la tabla con las frases. Las reglas del juego son las siguientes: se reparten cinco tarjetas a cada equipo y una hoja con la tabla de las frases. Cada equipo debe primero traducir las frases a su expresión simbólica, simplificando al máximo las expresiones para después, resolver las preguntas que aparecen en sus cinco tarjetas. El equipo que primero acaba de forma correcta, gana.

Presentación:		
Este año, se realizó una gimkana en el Liceo. En la primera fase quedaron para la segunda fase 14 alumnos y alumnas: Daniel, Ana, Rafael, Pablo, Sergio, etc: Todos habían sacado unas puntuaciones muy buenas en la primera parte, pero los profesores de matemáticas del Liceo somos muy despistados y las hemos perdido. Sólo recordamos que:		
Frase	Expresión	Expresión reducida
Ana tenía x puntos.	x	
Isabel, el doble de Ana menos 100 puntos.		
A Pablo le faltaban 500 puntos para alcanzar a Isabel		
Sergio consiguió el triple de Ana más 300 puntos.		
Lo de Pilar menos lo de Isabel es 3 veces lo de Ana. Pilar tuvo entonces:		
Marta tuvo la quinta parte de lo de Pilar.		
A Rafael le faltan 1000 puntos para tener lo de Sergio.		
Si a Raquel le quitase Ana Belen 500 puntos, tendría como Ana. Raquel tiene:		
Patricia tiene dos veces los de Raquel, más 100 puntos.		
Juntas, Teresa y Patricia, suman tres veces lo de Ana. Teresa tiene:		
Daniel obtuvo la tercera parte de Sergio más 2000 puntos.		

Figura 2. Ejemplo de hoja de la tabla de frases del juego de Gimkana de Matemáticas.
Fuente: Olfos y Villagrán (2001).

A continuación se presenta un posible ejemplo de las tarjetas para realizar la gymkana.

Tarjetas:		
1. Si Raquel obtuvo 3500 puntos, ¿cuántos puntos sacó Teresa?	2. Si Daniel y Pablo juntaron 7500 puntos, ¿cuántos puntos sacó Isabel?	3. Si Pilar consiguió 4900 puntos, ¿cuántos tenía Patricia?
4. Si Isabel obtuvo la misma puntuación que Rafael, ¿cuántos puntos sacó Marta?	5. Si Marta e Isabel juntaron ellas dos 5520 puntos, ¿cuántos puntos tuvo Daniel?	6. La puntuación de Isabel menos la de Marta fue de 1320 puntos, ¿cuántos sacó Teresa?
7. Lo de Pablo menos lo de Rafael fueron 90 puntos, ¿cuántos puntos sacó Daniel?	8. Dos veces lo de Ana menos lo de Marta fueron 9020 puntos, ¿cuántos sacó Raquel?	9. Sumando lo de Sergio, lo de Pablo y lo de Rafael se obtienen 7000 puntos, ¿cuántos tuvo Patricia?
10. La novena parte de los de Pablo son 600 puntos, ¿cuánto sacó Ana?	11. La puntuación de Pilar menos la de Isabel fueron 3600 puntos, ¿cuántos sacó Sergio?	12. Teresa y Patricia tuvieron 800 puntos más que Isabel, ¿cuánto obtuvo Ana?
13. Ocho veces lo de Marta fueron 6240 puntos, ¿cuántos puntos tuvo Sergio?	14. Daniel sacó 12100 puntos, ¿cuántos puntos sacó Patricia?	15. Tres veces lo de Patricia es 18300 puntos, ¿cuántos obtuvo Daniel?
16. Lo de Sergio menos lo de Teresa eran 11400 puntos, ¿cuántos sacó Patricia?	17. La quinta parte de los de Pilar más lo de Raquel eran 7520 puntos, ¿cuántos sacó Teresa?	18. El doble de los puntos de Rafael son 16300, ¿cuántos puntos sacó Marta?
19. Si Daniel hubiese sacado 400 puntos más, tendría 12500 puntos, ¿cuántos puntos sacó Pilar?	20. Si Rocío le regalase 1000 puntos a Marta, entonces éste tendría 2980 puntos, ¿cuántos puntos obtuvo Rafael?	21. Pablo obtuvo la tercera parte de Daniel, ¿cuántos puntos consiguió Ana?
22. Si a Patricia le diese alguien 1700 puntos más, llegaría a tener cinco veces lo de Pilar. ¿Y Ana cuánto tuvo?	23. La cuarta parte de los puntos de Marta son 1370 puntos, ¿cuántos tiene Isabel?	24. La raíz cuadrada de los puntos de Patricia son 90 puntos, ¿cuántos sacó Rafael?
25. La tercera parte de los puntos de Raquel, aumentado en 450 son 1550, ¿cuántos puntos sacó Teresa?	26. Raquel obtuvo cinco veces más puntos que Teresa, ¿cuántos puntos sacó Ana?	27. La quinta parte de lo que ha sacado Daniel, más 400 puntos suman 1500, ¿cuántos puntos sacó Pilar?
28. Lo de Rafael menos lo de Pablo fueron 1650 puntos, ¿cuántos consiguió Raquel?		

Figura 3. Ejemplo de las tarjetas para el juego propuesto de Gimkana de Matemáticas.
Fuente: Olfos y Villagrán (2001).

5.4.3. "Lo tuyo y lo mío"

Se ha visto a lo largo de este trabajo que uno de las dificultades que engloba el álgebra es la falta de comprensión por parte de los alumnos y con este juego se pretende dar significado concreto a unas determinadas frases que se reparten en unas tarjetas. Se juega en grupos de 3-4 alumnos que juegan por turno y en una sesión de 20 min.

Las tarjetas presentarán enunciados desde muy sencillos a más complicados.

Ejemplo:

Se necesita un tablero numerado del 1 al 49, dos dados de 6 caras, 10 fichas de distinto color para cada jugador y una colección de 20 tarjetas con enunciados verbales.

Las reglas del juego son las siguientes: sale el jugador que tenga menor puntuación en la primera tirada. El primer jugador tira los dados y el siguiente saca una de las tarjetas que estan dadas la vuelta, con el número obtenido con los dados por el otro, “lo tuyo”, el jugador que ha sacado la tarjeta calcula el número que corresponde a “lo mio”, empleando la frase de la tarjeta, colocándose entonces este resultado en el tablero y devolviendo la tarjeta al montón. Si el número obtenido no está en el tablero, el jugador pierde su turno. Por otro lado, si la casilla ya está ocupada, el jugador pierde su turno, y si el jugador contrario observa que la operación ha sido incorrecta, se anula la tirada y pasa el turno. Gana quien consiga colocar todas sus fichas.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Figura 4. Tablero.

Una propuesta del contenido de las tarjetas para emplear en este juego se expone en la figura 5.

Contenido de las tarjetas:		
Tengo lo mismo	¡Vaya!, si tienes 4 veces menos que yo.	
Lo mismo es el doble de lo tuyo	Lo mío es 6 veces lo tuyo	Tengo el triple de lo tuyo, más 20
Entre los dos tenemos 47	Si te diera 25, tendríamos lo mismo	Tengo el doble de lo tuyo, más 15
Lo mío es el triple de lo tuyo	Te gano por 27	La diferencia entre lo Tuyo y lo mío es 45, pero yo te gano.
La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 23, pero yo tengo más	Tienes la mitad que yo	Tengo 2 menos que 4 veces lo tuyo
Si te diera 15, tendríamos lo mismo	No me quites 8, que entonces te quedas con 1 más que yo	¡Vaya!, lo tuyo es sólo la cuarta parte de lo mío.
Si te consigues 6 más, tendrás el doble que yo.	Vamos a buscar 2 más cada uno, así tendré justo el doble que tú.	¡No me compares!. Tres veces lo tuyo sólo llega a la mitad de lo mío

Figura 5. Contenido de las tarjetas del juego "Lo tuyo y lo mío".
Fuente: Contreras (2004).

5.4.4. Cuadrado mágico algebraico

Se propone la realización de este juego al final de la unidad para ser empleado como ejercitación y repaso de la resolución de ecuaciones de 1er grado, es por ello, por lo que sería conveniente su realización y resolución a nivel individual. La duración prevista para la realización del mismo puede ser de 15 min.

Se dice que un cuadrado es mágico cuando todas las filas, columnas y diagonales suman lo mismo, siendo el resultado común de estas sumas el *número mágico*.

Ejemplo:

Observa el siguiente cuadrado:

$2X+2$	X	$X+1$
$X-2$	$X+2$	$5X-6$
$3X-3$	$2X+1$	$X-1$

1. Escribe las sumas de cada una de las ocho líneas de este cuadrado mágico.
2. Como ves, todas las líneas no dan la misma expresión. Sin embargo, al tratarse de un cuadrado mágico, debe existir un valor de x que haga que todas esas expresiones tomen el mismo valor. Calcula el valor de x .
3. Otro método para hallar el valor de x es utilizar la propiedad de los cuadrados mágicos de orden impar: "El orden del cuadrado multiplicado por el término central es igual al número mágico". Si el número mágico de este cuadrado es 15, halla, con el término central, el valor que debe tener x .

Figura 6. Ejemplo de un cuadrado mágico algebraico.
Fuente: Contreras (1993).

Este tipo de juegos es muy versátil y se puede ajustar y adecuar perfectamente a diferentes grados de complejidad y dificultad. A continuación se presenta una variante del mismo.

Observa el siguiente cuadrado:

$3(1+2X)$	$3-X$	$4(X+1)-1$
$3+X$	$3(X+1)$	$5(1+X)-2$
$2+(1+2X)$	$3+7X$	3

1. Comprueba que se trata de un cuadrado mágico.
2. Si el número mágico de este cuadrado es 36, ¿cuánto vale x ? Escribe el cuadrado numérico correspondiente. ¿Y si el número mágico vale 12?
3. Si x vale 2, escribe el cuadrado mágico numérico correspondiente y halla su número mágico.

Figura 7. Ejemplo de un cuadrado mágico algebraico.
Fuente: Contreras (1993).

5.4.5. Estrella de 6 puntas

La estrella tiene la siguiente propiedad; las seis filas de números suman los mismo y, también suman lo mismo, los número situados en las puntas. Las ecuaciones que van apareciendo son sencillas.

Las indicaciones que se dan al alumno son las siguientes: en esta estrella todas las filas suman lo mismo. Calcula el valor de todas las letras.

El juego se podrá realizar por grupos de 3-4 personas y el tiempo disponible para su resolución será de 30 minutos.

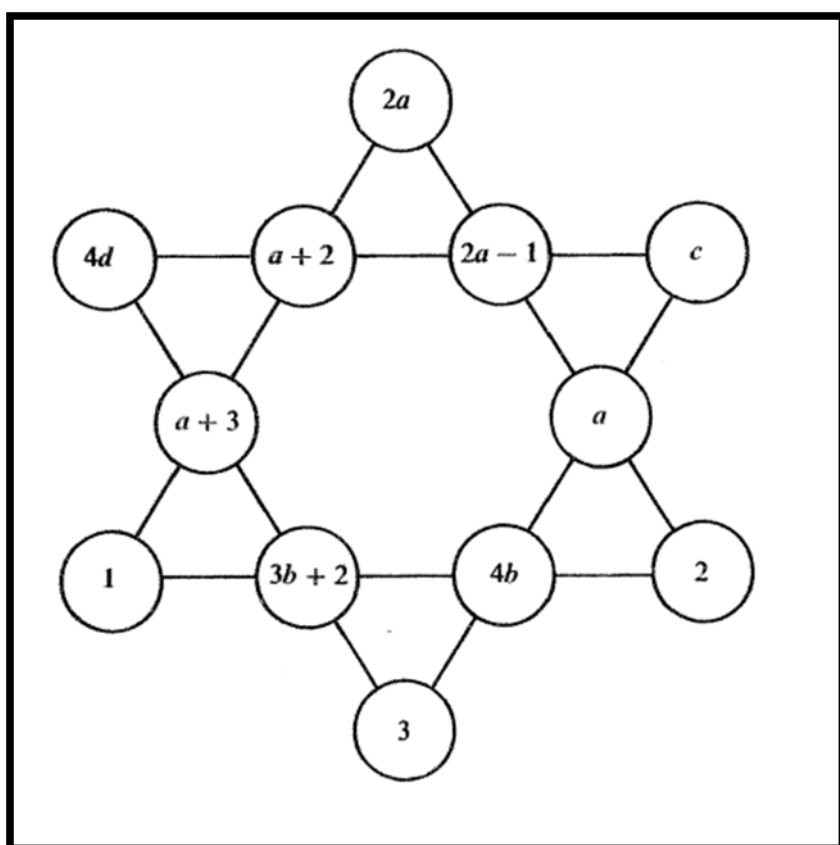


Figura 8. Ejemplo de estrella de 6 puntas.
Fuente: Contreras (1993).

5.4.6. Dominó de ecuaciones

Este juego facilita alcanzar el dominio de la resolución de ecuaciones de primer grado sencillas y por ello, se puede emplear al comienzo de la unidad. El sistema de juego es similar al del dominó tradicional salvo que las fichas en lugar de tener representaciones numéricas con puntos, tiene ecuaciones de primer grado y expresiones numéricas. El juego finaliza cuando un jugador se queda sin fichas o no puede enlazar ninguna otra. Dos fichas se pueden enlazar cuando la solución de la ecuación sea la expresión numérica de la otra ficha. Se recomienda jugarlo en parejas y la temporalización por el mismo es de 15 minutos.

Una variante que puede elevar el grado de dificultad del juego sería, que en ambas partes de la fichas de dominó hubiera expresiones algebraicas.

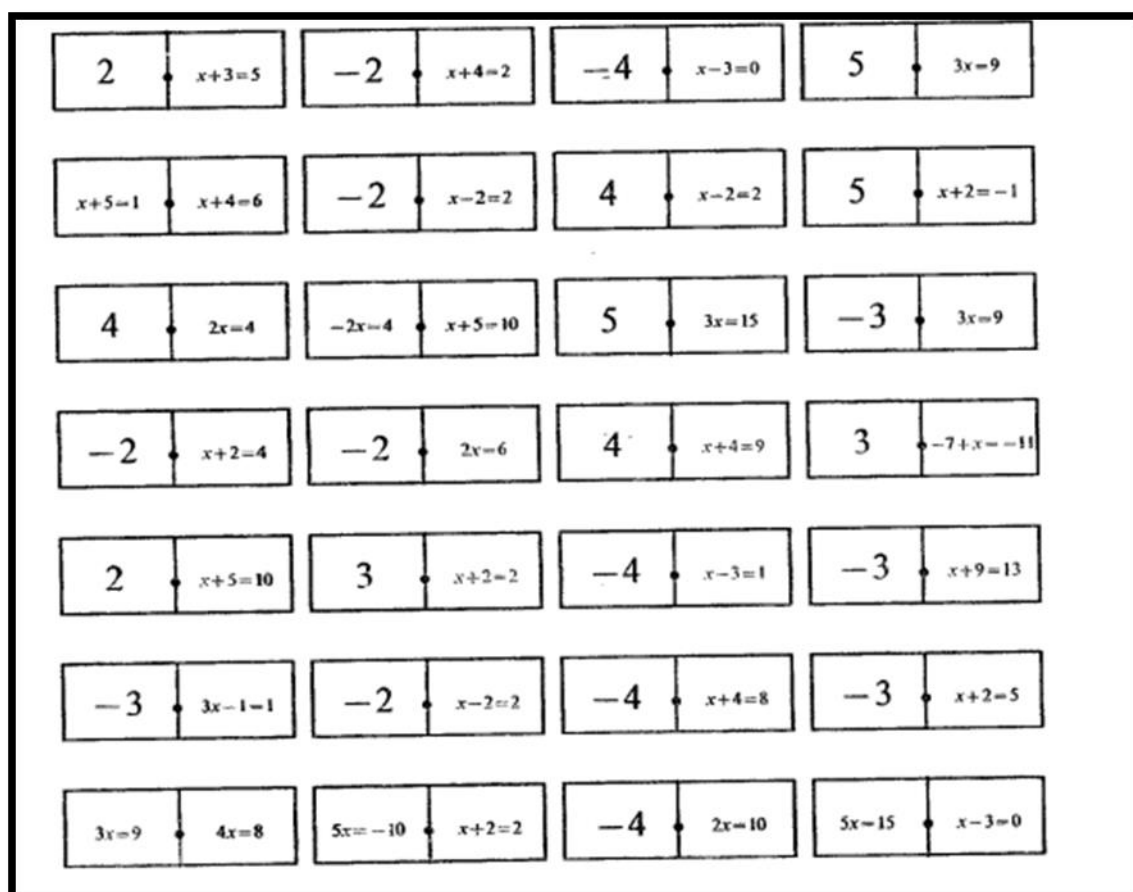


Figura 9. Ejemplo de fichas para el dominó de ecuaciones.
Fuente: Contreras (1993).

5.4.7. “Los dados algebraicos”

Dado que el idioma del álgebra es la ecuación, mediante el presente juego se pretende trabajar la traducción al lenguaje algebraico de diferentes enunciados de problemas para cuya resolución se hace necesaria la resolución de ecuaciones de primer grado. Se propone trabajar dicho juego dividiendo la clase en grupos de 4-5 miembros y compitiendo los grupos entre sí. La metodología consistiría en ir tirando por grupos dos dados y sumar el valor de las caras, cuyo resultado nos indica el número que le corresponde a una batería de problemas que el profesor dispone. El enunciado se lee en alto dos veces, de forma que los grupos vayan tomando nota del mismo y después se procede a su resolución. El grupo que resuelva antes el enunciado para el tiempo, si coincide ser el mismo grupo que ha tirado el dado y el resultado es el correcto, se le sumará +2 puntos y en caso de proporcionar mal el resultado se le restará -2 puntos. Para el resto de los grupos, en caso de ser los más rápidos, la puntuación será +1 punto en caso de acertar y -1 punto en caso de fallar. La puntuación de la actividad se irá anotando en la pizarra y ganará el grupo cuya

puntuación obtenida sea mayor. Se dará válida la respuesta una vez sea explicada correctamente su planteamiento y resolución por uno de los miembros del grupo, al resto de la clase en la pizarra. La temporalización del mismo sería la de la sesión entera.

A continuación se proponen algunos enunciados para la batería de los problemas que el profesor dispone. La complejidad de los mismos se puede ir variando acorde a las necesidades y características de la clase.

Tabla 18
Relación de problemas propuestos.

Titulo	Enunciados
1. El caballo y el mulo.	Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. El caballo no dejaba de quejarse por la pesada carga que llevaba a lomos, a lo que el mulo le dijo: “¿pero se puede saber de qué te quejas? Si yo te tomara uno de los sacos que llevas, mi carga sería el doble que la tuya. Pero sin embargo, si yo te doy un saco, tu carga y la mía ¿serían iguales? ¿Cuántos sacos llevaba el caballo?
2. Los comerciantes de aceite.	Dos comerciantes de aceite entraron en la villa de Bilbao llevando 64 y 20 barriles de aceite respectivamente. Como no tenían dinero suficiente para pagar los derechos de aduanas, cada uno de ellos se vio con la necesidad de lo siguiente. El primero dio 5 barriles y 40 euros, mientras que el segundo dio 2 barriles y recibió 40 euros al cambio. ¿Cuál era el precio de cada barril?
3. La señora Eustaquia.	Eustaquia fue a la feria a comprar huevos por los que pagó 60 ptas. Por el camino de regreso a casa, se le cayó la cesta en la que los llevaba y se le rompieron 2, con lo que el precio le resultó 12 ptas. Más caro por docena, con respecto a lo que inicialmente pagó en la feria. ¿Cuántos huevos compró Eustaquia?
4. Los coches y las motos.	En el taller de Seat repararon entre coches y motos en la semana de diciembre 40 vehículos. 100 fueron el número total de ruedas de los vehículos que repararon. ¿Cuántas motos repararon?
5. El lío de los pasteles.	Cecilia tiene el triple de pasteles que Joseba. Gorka tiene la mitad que Joseba. Cecilia tiene 16 pasteles más que Joseba. ¿Cuántos pasteles tiene Joseba?
6. El reparto de las fresas.	Tras recoger 770 fresas, tres amigas se las reparten de forma que las cantidades recibidas guardaran la proporción de las edades que tenía cada una. Cada vez que Ainhoa se quedaba con 4 fresas, Lola tomaba 3 y por cada 6 que Ainhoa recibía, Elena tomaba 7. ¿Cuántas fresas les tocó en el reparto cada niña?
7. La brisca	Tres jugadores de brisca acuerdan que el que pierda una partida doblará el dinero que en ese momento tengan los otros dos jugadores. Después de haber perdido todos ellos una partida, cada jugador se retira con 200 euros. ¿Cuánto dinero tenían al principio del juego?
8. Los diez animalitos	Cincuenta y seis galletitas serán la comida para diez animalillos; que pueden ser perros o gatos. Cada perro ha de tener seis galletas y cada gato, cinco. ¿Cuántos animales de cada hay?
9. La gallina de los huevos de oro.	Una gallina pone dos huevos en tres días. ¿Cuántos días tienen que pasar para que cuatro gallinas pongan dos docenas de huevos de oro?
10. Los conejos y	En una granja hay conejos y gallinas, en total suman 35 cabezas y 94

las gallinas	patas. ¿Cuántos conejos hay?
11. Los niños y las hormigas	En tres minutos tres niños atrapan tres hormigas. ¿Cuánto tardan treinta niños en atrapar a treinta hormigas?
12. Bollo, bollo y bollo	Bollo, bollo y bollo, bollo y bollo y medio, cuatro medios bollos y tres bollos y medio. ¿Cuántos bollos hay?

Nota: propuesta de problemas para el juego “Los dados algebraicos”.

5.4.8. Adivinar números

Las primeras aplicaciones del álgebra fueron para resolver pasatiempos con número. De hecho, así el primer problema de naturaleza algebraica figura en 1550 a. C. en el papiro del Rhind. Dado que el objetivo es practicar y mejorar el manejo de los números, se propone hacerlo por parejas, dándole a cada miembro un enunciado que debe de preguntar a su compañero. A continuación se propone algunos enunciados. La temporalización del mismo puede ser de 15 minutos y se recomienda realizarlo de forma puntual en la clase ya sea al principio de la sesión o al final de la misma. Es algo que puede ser conveniente ir practicando esporádicamente, pudiéndosele añadir más dificultad a los enunciados según el avance que presenten los alumnos.

Tabla 19
Ejemplos de enunciados.

ENUNCIADO 1 <ol style="list-style-type: none"> 1. Piensa un número cualquiera. 2. Súmale 3. 3. Multiplica el resultado por 2. 4. Réstale 8. 5. Divide por 2. 6. Dime lo que te sale y te diré, rápidamente, tu número inicial. 	ENUNCIADO 2 <ol style="list-style-type: none"> 1. Piensa un número. 2. Elévalo al cuadrado. 3. Resta tu número al resultado. 4. Divide ahora por tu número inicial menos. 5. ¿Cuánto te da y por qué?
ENUNCIADO 3 <ol style="list-style-type: none"> 1. Piensa un número. 2. Súmale 2. 3. Multiplícale el resultado por sí mismo. 4. Réstales cuatro veces tu número inicial. 5. Dime lo que te sale y te diré, rápidamente, tu número inicial. 	ENUNCIADO 4 <ol style="list-style-type: none"> 1. Piensa un número. 2. Multiplícale por 2. 3. Añade 5 al resultado. 4. Multiplica lo que has obtenido por 5. 5. Añade 10 al resultado. 6. Multiplica el resultado por 10. 7. Dime lo que sale y te dirá rápidamente tu número inicial.

Nota: Ejemplos de enunciados de adivinar números.

Fuente: Elaboración propia a partir de Contreras (1993).

A modo de ejemplo se explica el enunciado 1 para comprender la utilidad del álgebra en este tipo de juegos. Se va traduciendo al lenguaje algebraico las frases que el compañero va leyendo: x , $x+3$, $2(x+3)$, $(2x+6)-8$, $2x-2$, $x-1$ queda claro que el número inicial x es uno más que el final.

5.5. Ejemplo de cómo desarrollar la propuesta didáctica

A continuación se plantean tres sesiones de ejemplo considerando todo lo anteriormente citado. Las sesiones serán de 55 minutos y las actividades propuestas se han tomado de las explicadas en el apartado anterior.

5.5.1. Sesión Nº 1: Sesión de introducción al álgebra

Se trata de una sesión de introducción del tema, por lo que con el objetivo de motivar y entusiasmar a los alumnos con el tema, la clase será más distendida. Tal y como se ha citado anteriormente, el profesor deberá conocer y dominar los conceptos a explicar y los recursos a emplear. En este caso se empleará el juego “La pirámide de los números”.

Tabla 20
Distribución temporal de la sesión nº 1.

Objetivo	Temporalización	Organización de la clase	Actividades
Introducir el álgebra	15 minutos.	Grupo grande, toda la clase.	Introducción histórica del álgebra, los contenidos y la forma de trabajar, explicación de la evaluación y calificación. Explicar con ejemplos como interpretar y escribir expresiones algebraicas.
	25 minutos.	Parejas.	Explicación del juego “Pirámides de números” y realización por parte de los alumnos de forma intuitiva.
	10 minutos.	Toda la clase.	Explicación por parte del profesor y de forma magistral la justificación algebraica del juego.
	5 minutos.	Individual y después toda la clase.	Reflexión de la actividad realizada.

Nota: propuesta de la distribución temporal de la sesión nº 1.

Lo más relevante de esta sesión sería que dadas las características del juego, es idóneo como elemento introductorio al álgebra y al empleo de las letras como incógnitas. Es por ello que dado que su resolución no requiere necesariamente el

empleo del álgebra, se propone que primeramente se les proporcione el enunciado del juego sin ninguna pista, es decir, plantearles exclusivamente qué deben de conseguir sin explicarles en cómo han de hacerlo, para que intuitivamente procedan a su resolución y posteriormente, se les explique de forma magistral su resolución añadiendo la letra “x” como incógnita para que vean su utilidad y justificación. Además este recurso puede ser adecuado al nivel del alumno en cuanto a su complejidad y dificultad.

Se requiere de una breve reflexión al finalizar la sesión para corroborar que los alumnos han comprendido los conceptos y que el recurso empleado es válido para ello. Lo cual aporta además pistas de mejora para el profesor.

5.5.2. Sesión N° 7: Sesión de resolución de ecuaciones de primer grado.

El principal objetivo de esta sesión es que los alumnos conozcan y practiquen la resolución de ecuaciones de primer grado. Para ello será el profesor el que de forma magistral y mediante ejemplos en la pizarra, irá explicando los pasos a dar para la resolución de los mismos, de manera que la sistemática quede clara y que los alumnos sean capaces de su resolución posterior. Es importante que los alumnos sigan cada uno de los siguientes pasos en la resolución de ecuaciones para interiorizar la metodología y así, una vez conseguida la resolución sea mucho más ágil. Los pasos a seguir serían los siguientes:

1. Quitar paréntesis (en caso de haberlos).
2. Quitar denominadores (en caso de haberlos).
3. Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en otro.
4. Reducir los términos semejantes.
5. Despejar la incógnita.

Una vez el profesor haya explicado unos tres ejemplos, irá planteando ecuaciones sencillas para que sea el alumno el que los vaya resolviendo y casi simultáneamente, el profesor las vaya explicando en la pizarra. Se considera importante que la clase sea dinámica para que el alumno no caiga en el aburrimiento.

Después de forma ya más lúdica, los alumnos se pondrán por parejas y realizarán el “Dominó de las ecuaciones”, las parejas que lleguen a su resolución en el tiempo estimado, tendrán un positivo extra de esa sesión que será tenido en

cuenta en la calificación final del bloque de álgebra. Tras todo lo anterior se procederá a la reflexión y valoración de la actividad.

Tabla 21

Distribución temporal de la sesión nº 7.

Objetivo	Temporalización	Organización de la clase	Actividades
Resolución de ecuaciones de primer grado	30 minutos.	Grupo grande, toda la clase.	Explicación por parte del profesor con ejemplos de resolución de ecuaciones de primer grado.
	15 minutos.	Parejas.	Explicación del juego “Dominó de ecuaciones” y realización por parte de los alumnos.
	5 minutos.	Individual y después toda la clase.	Reflexión de la actividad realizada.

Nota: propuesta de la distribución temporal de la sesión nº 7.

5.5.3. Sesión Nº 12: Sesión de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado

Se trata de una sesión de afianzamiento de los conceptos vistos y trabajados ya con anterioridad y lo que se busca es practicar de forma lúdica los mismos. Se presente trabajar la traducción al lenguaje algebraico de diferentes enunciados de problemas para cuya resolución se hace necesaria la resolución de ecuaciones de primer grado. El juego elegido para ello es el de “los dados algebraicos” pero bien podría haber sido elegido también el de “La Gymkana Matemática”. Ambos requieren la totalidad de la sesión para su realización.

Tabla 22

Distribución temporal de la sesión nº 12.

Objetivo	Temporalización	Organización de la clase	Actividades
Resolución de ecuaciones de primer grado	50 minutos.	Grupo de 4-5 alumnos.	Explicación del juego “Los dados algebraicos” y realización por parte de los alumnos.
	5 minutos.	Individual y después toda la clase.	Reflexión de la actividad realizada.

Nota: propuesta de la distribución temporal de la sesión nº 12.

Se propone trabajar dicho juego dividiendo la clase en grupos de 4-5 miembros y compitiendo los grupos entre sí. Tal y como se ha explicado detalladamente en el apartado correspondiente (ver 5.3.1.7. “Los dados algebraicos”), los alumnos irán resolviendo problemas algebraicos de forma

competitiva, lo que le aporta al juego un componente de motivación y querer ser el mejor, muy importante. Los grupos de alumnos irán obteniendo puntuaciones y los alumnos componentes del grupo vencedor llevarán un positivo extra en la sesión de ese día que será tenido en cuenta en la calificación final del bloque de álgebra.

A continuación se proporciona un ejemplo de lo que los alumnos deben de explicar y detallar para que la respuesta se les dé por válida.

Enunciado 1. “El caballo y el mulo”. Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. El caballo no dejaba de quejarse por la pesada carga que llevaba a lomos, a lo que el mulo le dijo: “¿pero se puede saber de qué te quejas? Si yo te tomara uno de los sacos que llevas, mi carga sería el doble que la tuya. Pero sin embargo, si yo te doy un saco, tu carga y la mía ¿serían iguales?” ¿Cuántos sacos llevaba el caballo?

Solución: el caballo llevaba 5 sacos.

Tabla 23
Trasposición al lenguaje algebraico.

Lenguaje materno	Lenguaje algebraico
Tu carga.	x
Si yo te tomara un saco.	$x-1$
Mi carga.	$y+1$
Sería el doble que la tuya.	$y+1=2(x-1)$
Y si te doy un saco.	$y-1$
Tu carga.	$x+1$
Se igualaría a la mía.	$y-1=x+1$

Nota: trasposición al lenguaje algebraico del enunciado propuesto.

5.6. Evaluación de la eficacia de la propuesta realizada

En este apartado se pretende diseñar un sistema para evaluar la eficacia de la propuesta, es decir, su objetivo no es determinar la evaluación y calificación del desempeño de los alumnos, aunque ciertamente pueda tener cierta relación con ella a modo de indicador de si la propuesta surte efecto o no. Es por ello que se procederá a definir los mecanismos necesarios para determinar el grado de eficacia de la propuesta.

Como se ha venido explicando en el trabajo, se propone rellenar tras las sesiones en las que el juego ha sido empleado como recurso educativo, unos pequeños cuestionarios de evaluación y valoración con la intención de conocer las impresiones que tanto alumnos como profesores tienen de su puesta en práctica. Esto hace que los alumnos reflexionen sobre lo tratado en la clase, lo cual es importante puesto que les aporta el asentamiento de los conocimientos y les hace ser conscientes de lo que saben y de lo que no. Así mismo, los profesores a través de estos cuestionarios de sus alumnos se hacen conocedores de sus opiniones y pueden contrastarlas con sus propias respuestas. Es aquí, con esta comparación, con la que el profesor puede tener una visión más subjetiva del uso del juego como recurso educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra.

Si bien esto no deja de ser un cuestionario de impresiones, de la observación diaria de cada uno de sus alumnos y de ver sus logros y avances, es donde el profesor puede tomar conciencia algo más objetiva de los resultados. Verá si la actitud de sus alumnos ha mejorado respecto a lo que venía siendo la práctica anterior, más fundamentada en clase magistral y ejercicios individuales, y si con ello, comprobará si hay mayor predisposición de los alumnos hacia el álgebra y si estos consiguen adquirir los conocimientos requeridos.

La prueba más objetiva para ver la efectividad de esta propuesta en lo que ha resultados de contenidos se refiere, será la de comparar los resultados de las evaluaciones y calificaciones de los alumnos que emplean esta metodología para aprender algebra, con alumnos que no la emplean, revisando, por ejemplo, históricos de resultados de cursos pasados.

Y como el objetivo principal de las revisiones y las evaluaciones es obtener pistas de avance y puntos de mejora, esta reflexión debería de ir acompañada de la respuesta a preguntas como ¿qué factores han sido determinantes para la obtención de estas conclusiones? Y ¿Qué se podría mejorar para futuras intervenciones?

Tabla 24

Tabla para la valoración de la eficacia de la propuesta.

	Comentarios
Opinión extraída de la respuesta de los alumnos.	
Conclusiones de la comparativa de los resultados de las encuestas del profesor y sus alumnos.	
Observaciones e impresiones del profesor del desarrollo de la unidad.	
Valoración de las calificaciones obtenidas de la unidad.	
Conclusiones por comparativa con las calificaciones de cursos pasados.	
Factores originales.	
Puntos de mejora	

Nota: tabla que se propone para la valoración de la eficacia de la propuesta.

A modo de resumen se propone la tabla anterior que servirá de orientación y guía para el profesor que pone en práctica esta propuesta didáctica.

6.DISCUSIÓN

Al final del presente trabajo sobre el uso del juego como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en 1º de FPB y una vez realizado el estudio teórico, el estudio de campo y la propuesta didáctica se procede a comparar, contrastar y establecer una discusión basada en los principales tópicos del trabajo.

En relación a la motivación del alumno, se hace importante decir que si se consigue motivar al alumno y provocar en él una buena actitud hacia la materia se puede superar o al menos, facilitar la resolución de las dificultades provocadas por los obstáculos que se dan en su aprendizaje del álgebra. Contreras (2014) señalaba que al presentar los alumnos una predisposición hacia la materia y que se diviertan a la vez que adquieren conocimientos nuevos, los conceptos se van asimilando mejor. La metodología propuesta busca dejar a un lado la impartición más común en nuestros días en relación al álgebra en la que casi exclusivamente se emplea la clase meramente expositiva y la realización de ejercicios respetivos en pizarra y cuadernos con un método evaluativo casi exclusivo de una prueba individual, ofreciendo una alternativa que pueda dar como resultado un aprendizaje significativo y una satisfacción personal tanto a docentes como a alumnos, basada en la exposición teórica, juegos y aprendizaje grupal.

Con el estudio de campo se ha podido confirmar el hecho de que las metodologías de la enseñanza de álgebra a alumnos de 1º de FPB que más predominan hasta la actualidad, se fundamentan en el empleo del libro de texto y de ejercicios como recursos principales y que tanto alumnos como profesores muestran un gran interés en la aplicación del juego como recurso educativo para la consecución del objetivo planteado. Pero no se debe de olvidar el papel importantísimo que adopta el profesor con esta metodología, puesto que requiere por su parte la adquisición de ciertas destrezas que se adquieren con la práctica y la repetición, suponiendo esto un esfuerzo por parte de los profesores y una actitud positiva para vencer inercias adquiridas con la metodología anterior. Y si bien la predisposición es una cosa, la realidad después pudiera ser otra cosa.

Entre los beneficios del empleo del juego como recurso educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en 1º de FPB, se destaca: el aumento de la motivación del alumnado, el refuerzo de los aprendizajes y la mejora de la comprensión de los contenidos. Pero su empleo también conlleva algunos inconvenientes como puede ser el favorecimiento de la distracción del alumnado y un empeoramiento de su comportamiento, que los aprendizajes resulten

incompletos si la realización no es la adecuada y que para su ejecución el tiempo requerido es elevado.

Otro aspecto que es importante destacar en relación a la investigación de campo, es la opinión de los profesores encuestados ya que corrobora en gran medida la opinión de Gardner (1988), Corbalán (1994) y Gairin (2001) respecto al beneficio del uso de los juegos matemáticos. Se considera una gran lástima el no haber podido llevar a la práctica la propuesta didáctica elaborada, pero aun así se es consciente que en caso de haberse podido realizar, los datos obtenidos en consecuencia dependerían de muchos factores contextuales que pudieran dar como resultado el cumplimiento o no del objetivo buscado, es decir, que con su realización obtendríamos una idea pero no se podría realizar una conclusión tajante al respecto.

7. CONCLUSIONES

Para poder llegar a formular la propuesta didáctica, lo cual era el objetivo principal del presente trabajo, ha sido necesario llevar a cabo una serie de acciones que han permitido lograr las metas propuestas como objetivos específicos:

En cuanto al objetivo de *averiguar y exponer las principales características y aplicaciones educativas del uso del juego como recurso didáctico en la enseñanza de las Matemáticas en 1º FPB*, se ha procedido a realizar las siguientes acciones. Se ha justificado como los juegos educativos, empleados como recurso educativo y sabiendo cómo hacerlo y planificándolo bien, son un recurso adecuado para abordar las dificultades que presenta el estudio del álgebra, para reforzar contenidos ya dados y que su empleo supone ser una estrategia de motivación y autoestima para el alumno y es además, una estrategia innovadora. Para la consecución de este objetivo se ha procedido a una revisión de la literatura reflejada en la bibliografía y se ha realizado dos estudios de campo a través de unas encuestas a alumnos y profesores del Centro Formativo Otxarkoaga (Bilbao) para averiguar la metodología que allí se venía practicado. Por tanto, se considera justificado afirmar la consecuencia de este objetivo.

Sobre los objetivos de *explicar y caracterizar las principales dificultades que encuentran alumnos y profesores de 1º FPB en el aprendizaje del álgebra*, se ha procedido a realizar las siguientes acciones. Basándose en la investigación bibliográfica realizada en el presente trabajo, se ha determinado que las dificultades en el aprendizaje del álgebra provienen de causas muy variadas, por un lado se puede nombrar la dificultad en los conceptos y contenidos algebraicos, que por su propia naturaleza se consideran complejos de comprender, las propias características personales del alumno y profesor también son consideradas como factores determinantes para definir las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra y la metodología y organización de las estrategias que el profesor propone, son también muy importantes para facilitar o dificultar este proceso. Una vez determinadas las principales dificultades, se considera justificado afirmar la consecuencia de este objetivo.

En cuanto al objetivo de *investigar y exponer diferentes juegos disponibles para ser usados como recurso educativo en la enseñanza de álgebra en 1º FPB*, se ha procedido a realizar las siguientes acciones. En la propuesta didáctica planteada se presenta una selección de ocho diferentes juegos para ser empleados durante las clases para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de álgebra a alumnos de 1º de FPB. Cada uno de los juegos está explicado en detalle y se determina la mejor

manera de ser introducido en la metodología de la clase para ser más efectivo. A modo de ejemplo se han desarrollado tres sesiones de la materia en las que se incluyen los juegos como herramienta de trabajo para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos algebraicos indicados, indicándose en detalle cómo llevarlos a la práctica, el momento de la sesión en la que ponerlos en práctica y como evaluar su eficacia. Por tanto, se considera justificado afirmar la consecuencia de este objetivo.

Sobre los objetivos *de realizar un estudio de campo a través de un cuestionario a alumnos y profesores de 1º de FPB del Centro Formativo Otxarkoaga (Bilbao)*, se ha procedido a realizar las siguientes acciones. Se ha realizado dos estudios de campo, uno a profesores y otro a alumnos todos ellos de 1º de FPB, en el que se les ha hecho unas preguntas para analizar sus opiniones sobre el álgebra y el empleo del juego como herramienta para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra. Tras el cuestionario realizado a profesores se ha justificado el conocimiento que estos tienen del empleo de los juegos educativos, de sus beneficios y ventajas educativas y a su vez se concluye que la mayoría de los profesores consideran que la mejor manera de abordar las dificultades de los contenidos algebraicos es realizando mayor número de actividades y ejercicios. Con el cuestionario realizado a los alumnos se ha confirmado la falta de motivación y el desconocimiento que tienen de la funcionalidad del álgebra, y por otro lado, se ha podido apreciar la buena predisposición que también tienen los alumnos al empleo del juego como recurso educativo para aprender álgebra. Por tanto, se considera justificado afirmar la consecuencia de este objetivo.

Finalmente y como consecuencia del cumplimiento de los objetivos específicos, se ha logrado el objetivo principal de *Presentar y fundamentar una metodología didáctica para enseñar el bloque de álgebra a alumnos de 1º de FPB basada en el juego como recurso didáctico*, se ha procedido a realizar las siguientes acciones. Se ha realizado una propuesta didáctica en la que se presentan 8 juegos, siendo éstos versátiles pudiéndose adaptar éstos a diferentes grados de dificultad. Los juegos elegidos han sido seleccionados de forma que cumplen las condiciones necesarias para dar respuesta a los objetivos de aprendizaje buscados; es decir, ser motivadores, útiles para la consecución de los objetivos y adaptables a las necesidades de los alumnos y del profesor. Todos estos juegos han sido incorporados en una propuesta didáctica con la temporalización correspondiente y los contenidos a trabajar en cada sesión y a modo de ejemplo, se han desarrollado en detalle 3 sesiones para reflejar la puesta en práctica de la misma. Dicha propuesta tiene en cuenta la legislación educativa de la que parte, lo recogido en el estudio de campo y

la literatura al respecto. Un factor importante que también ha sido tenido en cuenta, es la aportación de una orientación y guía en forma de tabla para el profesor, para que le ayude en su valoración de la efectividad de la puesta en práctica de esta propuesta didáctica y que le favorezca mejorarla para futuras puestas en marcha.

Por todo lo comentado hasta ahora, se considera que la realización del presente trabajo ha permitido elaborar una propuesta educativa fundamentada en información fehaciente y argumentada en base a alumnos y profesores de 1º de FPB destinatarios de la misma.

Otra conclusión importante a la que se puede llegar mediante el presente trabajo es que tanto la formación inicial del profesorado como la permanente son importantes, la inicial para el conocimiento de las herramientas disponibles y para adquirir una confianza suficiente en el cometido a realizar y la permanente para asegurarse, que siempre se ofrece al alumnado conocimientos de utilidad y de actualidad, lo que supone también una motivación al alumno.

8.LIMITACIONES DEL TRABAJO

En la realización del trabajo han aparecido diferentes limitaciones, cada una de ellas procedente de diferentes razones.

El alcance del mismo, la materia objeto de estudio en este trabajo fin de master se centra en la enseñanza de las matemáticas, en concreto a los contenidos algebraicos de 1º de FPB, es decir, no se ha trabajado la propuesta para ser empleada en otro bloque de la materia o curso, bien pudiendo ser perfectamente extensible a otros contenidos, pero hubiera supuesto un exceso en la naturaleza del trabajo.

El estudio de campo realizado a profesores y alumnos fue llevado a cabo en un único centro de formación, Centro Formativo Otxarkoaga de Bilbao, lo cual no menoscaba la validez de los resultados obtenidos, pero hubiera sido interesante la ampliación de la muestra, por ejemplo a otro tipo de centros de diferentes características como pudiera ser públicos, por ejemplo.

Respecto al acceso a la información en lo que se refiere a la investigación bibliográfica, es necesario decir que no siempre es fácil tener acceso a todos los documentos, artículos y escritos sobre la materia en cuestión, aunque ha sido suficiente como para hacer un marco teórico representativo.

La posibilidad de llevar a la práctica las sesiones de álgebra al aula y por ello, la realización de los juegos, que no se ha podido efectuar, aportaría al trabajo un gran enriquecimiento puesto que la puesta en práctica daría un “feedback” sobre la validez de éstos. Y con esos datos se podría hacer una mayor adecuación de los juegos propuestos. La propuesta didáctica presenta un número de juegos reducido, bien podría introducirse muchos más. Sin embargo, el presente trabajo buscaba plantear una primera propuesta didáctica, para poder servir de modelo a otras.

Las propias auto-limitaciones de formación investigadora, si bien se disponen de las nociones teóricas sobre la metodología, no se tiene experiencia en la práctica investigadora lo que hace que no siempre se hayan elegido probablemente los mejores procedimientos para la realización del proyecto.

9. PROSPECTIVA

Como consecuencia de los resultados obtenidos en el presente trabajo a continuación se hace un primer planteamiento de diferentes posibles líneas de investigación futuras.

Una podría consistir en ampliar la propuesta del empleo del juego como recurso didáctico para diferentes contenidos dentro del currículum académico de Formación Profesional Básica, como por ejemplo extender a geometría. Para poder realizar una valoración mucho más enriquecida se considera muy importante ponerla en práctica, para poder así mejorarse los aspectos relativos a su puesta en práctica en clase y analizar la respuesta que alumnos y profesores dan al respecto.

Otra línea podría ser el empleo de juegos de simulación para el aprendizaje de los contenidos correspondientes a la probabilidad, también a alumnos de 1º de FPB, puesto que esta rama de las matemáticas se presenta en multitud de situaciones cotidianas en las que se determina la posibilidad de que un determinado suceso ocurra. Es por ello por lo que si estos son introducidos de forma experimental y útil, los alumnos ven su utilidad práctica, lo aprenden y se divierten. Se podrían plantear preguntas tipo: ¿En qué sorteo tienen más probabilidades de que te toque el premio? ¿En la lotería o en la primitiva?

Otro aspecto importante que podía ser objeto de estudio en futuras investigaciones, sería la utilización de los juegos matemáticos mediante Tecnologías de la Información y de la Comunicación, puesto que las TIC se están empleando cada vez más en las aulas y sería interesante poder determinar cómo trabajar los juegos y con ello el álgebra con el manejo de estas herramientas tecnológicas y valorar así si su empleo es un factor que favorece o no el proceso de enseñanza-aprendizaje de los

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrés, M. y Guerra, F.J. (2014). *Ciencias aplicadas I*. Madrid: Editex.
- Booth, L.R. (1988). Childrens' difficulties in beginning algebra. En A.F. Coxford & A.P. Schulte (Eds.), *The Ideas of Algebra, K-12. 1988 Yearbook* (pp.44-58) Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bright, G. W., Harvey, J. G., & Wheeler, M.M. (1985). *Learning and mathematics games. Journal for Research in Mathematics Education*, 1, 1-189
- Chamoso, J. M., Durán, J. García, J. Martín; J. Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *SUMA*, 47, 47-58.
- Cockcroft, W.H (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: Servicio de Publicaciones del MEC.
- Contreras, M. (2004). *Las matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos*. Recuperado de <http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOSM.htm>
- Cruz, I. M. P. (2013) Matemática Divertida: Una estrategia para la enseñanza de la Matemática en la Educación Básica. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. ICEMACYC, Santo Domingo, República Dominicana.
- Decreto 32/2008, de 26 de febrero, por el que se establece la ordenación general de la Formación Profesional del Sistema Educativo. Disponible en: <https://www.euskadi.eus/bopv2/datos/2008/03/0801360a.pdf>
- Decreto 47/2014, de 1 de abril, de segunda modificación del Decreto por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Disponible en: <https://www.euskadi.eus/y22-bopv/es/bopv2/datos/2014/04/1401615a.pdf>
- Decreto 86/2015, de 9 de junio, de ordenación e implantación de la Formación Profesional Básica en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Disponible en: <https://www.euskadi.eus/y22-bopv/es/bopv2/datos/2015/06/1502586a.pdf>
- El Portal de la Formación Profesional (2016). *TodoFP*. [Página de Internet]. Recuperada el 03 de octubre de 2016 de <http://www.todofp.es/>
- Gairín, J.M. (1990). *Efectos de la utilización de juegos educativo en la enseñanza de las matemáticas*. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/Educator/article/viewFile/42235/90184>
- Gardner, M. (2007). *Matemáticas para divertirse*. Barcelona: RBA libros.

- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje*. Madrid: Narcea.
- Guzmán, M. (1984). Juego matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas Santa Cruz de Tenerife*. Recuperado de <http://utenti.quipo.it/base5/introduz/guzmanjuegos.htm>
- INEE (2016). TIMSS 2015. *Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias 2015*. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/timss-2015.html>
- Jiménez, R. (2003). *Aprender matemáticas jugando*. Recuperado de: http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc03/competencias/mates/secundaria/premio_aprende_matematicas_jugando.pdf
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.
- Ley Orgánica 5/2002, de 19 de junio, de Educación. Boletín Oficial del Estado (20 de junio de 2002), núm. 147, pp. 22437-22442. Disponible en: <https://www.boe.es/boe/dias/2002/06/20/pdfs/A22437-22442.pdf>
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 295, pp. 97858-97921. Disponible en: <https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>
- Matz, M. (1980). Towards a computational Theory of Algebraic Competence. *Journal of Children 's Mathematical Behavior*, 3(1), 93-166.
- Muñiz, L. (2013) *Matemáticas con sabor a juego: una forma diferente de aprender*. Recuperado de <http://matematicasconsaborajuego.blogspot.com.es/p/presentacion>.
- Muñiz, L., Alonso, P. y Rodríguez, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. *Revista iberoamericana de educación matemática*, 39, 9-33. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo6.pdf>
- OCDE (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. PISA, OECD Publishing. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf>
- OCDE (2016). *PISA 2015 Pisa Resultados Clave*. PISA, OECD Publishing. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>

- Olfos, R. y Villagrán, E. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. Universidad de Viña del Mar. *Integra*, 5. Recuperado el 28 de septiembre de 2016 de <http://matclase.pbworks.com/f/JUEGO2.pdf>
- Palarea, M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 40, 3-28.
- Peña, J. D. (2010). El aprendizaje cooperativo y las competencias. *Revista d'Innovació Docent Universitaria*, 2, 1-9.
- Piaget, J. (1985). *Seis estudios de Psicología*. Ed. Planeta. Barcelona.
- Ruano, R., Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2003). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. Recuperado de <http://digibug.ugr.es/handle/10481/4441#.WAMzcMm3pOY>
- Socas, M. M., Camacho, M., Palarea, N. y Hernández, J. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.
- Socas, M. (1999). Perspectivas de investigación en pensamiento algebraico. *Dialnet. Valladolid. Actas del III SEIEM*. Recuperado de <file:///C:/Users/eoo/Downloads/Dialnet-PerspectivasDeInvestigacionEnPensamientoAlgebraico-2746557.pdf>
- Socas, M. (2011). La enseñanza del algebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *NUMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 5-34.

11. ANEXOS

11.1. Cuestionario a profesores

***INVESTIGACIÓN SOBRE LOS JUEGOS COMO RECURSO
EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA EN 1º FPB***

***“Cuestionario dirigido a profesores del Ámbito Científico que
imparten clase en 1º FPB”***

Lugar: Centro Formativo Otxarkoaga, Bilbao.

Fecha: noviembre 2016.

El cuestionario consta de 15 preguntas, a elegir una sola opción. Para cumplimentarlo cuenta con una duración de 15 a 20 minutos y debe marcar con una cruz encima de cada opción.

1. ¿Cuántos años lleva impartiendo Matemáticas en FPB?

- a) < 5 años.
- b) Entre 5 y 10 años.
- c) > 10 años.

2. Para la introducción de los contenidos algebraicos, ¿qué estrategias emplea?

- a) Autoevaluaciones
- b) Esquemas, resúmenes...
- c) TIC, juegos educativos...

3. Para el desarrollo de los contenidos algebraicos ¿Qué estrategias emplea?

- a) Individuales y/o de aprendizaje autónomo.
- b) Cooperativas y participativas .
- c) Combinación de las anteriores.

4. Respecto a las actividades y problemas, ¿qué recursos emplea de forma asidua?

- a) Juegos Educativos.
- b) Pizarra y/o cuaderno.
- c) TIC.

5. Para el repaso de contenidos, ¿qué estrategias emplea?

- a) Autoevaluaciones.
- b) TIC, juegos educativos...

6. ¿Considera especialmente difícil la enseñanza del bloque de álgebra a los alumnos?

- a) Si.
- b) No.

7. ¿qué porcentaje de alumnos de su aula presentan dificultades en su proceso de aprendizaje del álgebra?

- a) < 25%.
- b) Entre el 25% y el 50%.
- c) Entre el 50% y el 75%.
- d) Más del 75%.

8. ¿Cuál cree que puede ser el motivo que dificulte el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra?

- a) Desmotivación de los alumnos consecuencia de la incomprensión de contenidos.
- b) Deficiencia en los contenidos previos.
- c) La complejidad del Álgebra.

9. De los contenidos del bloque de álgebra, ¿Cuál cree que es el que más les cuesta comprender?

- a) Uso del lenguaje algebraico para generalizar propiedades y la obtención de fórmulas generales.
- b) Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas.
- c) Resolución de ecuaciones de primer grado y su transformación en otras equivalentes.
- d) Empleo de las ecuaciones para la resolución de problemas.

10. ¿Con qué cree que se podrían mejorar las dificultades en el estudio del Álgebra?

- a) Mayor resolución de problemas y actividades.
- b) Recursos educativos motivadores: TIC, juegos, retos,...
- c) Estudio en profundidad de los conceptos y contenidos teóricos.

11. ¿Cuántos Juegos Educativos conoce para emplear en la enseñanza del Álgebra?

- a) Ninguno.
- b) < de 5.
- c) > de 5.

12. ¿Ha empleado alguna vez un Juego Educativo en el aula como recurso didáctico en la enseñanza del álgebra?

- a) Frecuentemente.
- b) Rara vez.
- c) Nunca.

13. ¿Cree que el empleo del Juego Educativo en la enseñanza del Álgebra podría ser un factor motivador en el alumno en su proceso de aprendizaje?

- a) Si.
- b) Depende del tipo de juego.
- c) Depende del tipo del alumno.
- d) No.

14. Piensa que los Juegos Educativos son:

- a) Un recurso educativo eficaz para la enseñanza del álgebra.
- b) Un recurso principalmente de entretenimiento.

15. Considera que el empleo del Juego Educativo en el aula es para:

- a) Introducir conceptos nuevos.
- b) Profundizar conceptos.
- c) Repasar conceptos ya estudiados.

16. ¿Le gustaría formarse específicamente en el empleo del Juego Educativo como recurso en el aula?

- a) Sí.
- b) No.

** Muchas gracias por colaborar en el presente estudio*

11.2. Cuestionario a alumnos





INVESTIGACIÓN SOBRE LOS JUEGOS COMO RECURSO EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA EN 1º FPB

“Cuestionario dirigido a alumnos del Ámbito Científico que cursan 1º FPB”.

Lugar: Centro Formativo Otxarkoaga, Bilbao.

Fecha: noviembre 2016.

El cuestionario consta de 10 preguntas que miden el grado de satisfacción con las siguientes afirmaciones. Para cumplimentarlo cuenta con una duración de 10 a 15 min minutos y debe marcar con una cruz en el cuadro de cada opción.

	Nada 	Un poco 	Algo 	Mucho 
11. El álgebra me gusta.				
12. El álgebra es fácil si te pones con ello .				
13. El álgebra es aburrida.				
14. Entiendo lo que hay que hacer en las clases de álgebra.				
15. Veo la relación del álgebra con el resto de ámbitos.				
16. Entiendo el significado de las letras en álgebra.				
17. Me cuesta la resolución de ecuaciones.				
18. Jugando en el aula se puede aprender.				
19. En clase los profesores emplean el juego como recurso didáctico.				
20. Me gustaría aprender álgebra utilizando juegos educativos para ello.				

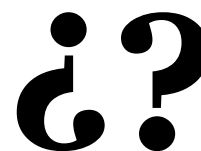
** Muchas gracias por colaborar en el presente estudio*

11.3. Evaluación alumno

EVALUACIÓN ALUMNO

JUEGO:.....

Fecha de la sesión:.....



1. ¿Te has divertido?	
2. ¿Cuáles son los contenidos didácticos del juego?	
3. ¿El juego te ha permitido aclarar y reforzar problemas del tema?	
4. ¿Te ha resultado difícil jugar?	
5. ¿Te gusta realizar este tipo de actividades?	
6. Valora cuanto te ha gustado el juego. (1-muy poco / 5-Muchísimo).	

11.4. Evaluación profesor

EVALUACIÓN PROFESOR

JUEGO:.....

Fecha de la sesión:.....



1. ¿Cuál es el principal objetivo del juego?	
2. ¿Consideras que se ha logrado?	
3. ¿El juego te ha permitido aclarar y reforzar problemas del tema?	
4. Valora tu satisfacción de la sesión (1-muy poco / 5-Muchísimo).	
5. Justifica la respuesta 4.	
6. Propuesta de mejora del juego.	

11.5. Rúbrica evaluación individual (profesor)

NOMBRE Y APELLIDOS:	
1º de FBP ALGEBRA.	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN.	
Se han concretado propiedades o relaciones de situaciones sencillas mediante expresiones algebraicas.	
Se han conseguido resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado.	
Se han simplificado expresiones algebraicas sencillas utilizando métodos de desarrollo y factorización.	
COMPETENCIAS.	
COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS BASICAS EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA (CMCT).	
Traduce enunciados al lenguaje algebraico.	
Resuelve problemas mediante ecuaciones de primer grado.	
COMPETENCIA EN COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA (CCL).	
Expresa de forma oral y escrita el lenguaje algebraico y las ecuaciones de primer grado.	
Expresa de forma clara sus ideas, oralmente y por escrito.	
Entiende el lenguaje algebraico.	
COMPETENCIA PARA APRENDER A APRENDER (CPAA).	
Resuelve problemas de ecuaciones eligiendo el método más conveniente.	
Se apoya en los compañeros para resolver dudas.	
Es capaz de autoevaluar sus conocimientos sobre las ecuaciones y su resolución.	
SENTIDO DE LA INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR (SIE).	
Pone en práctica los contenidos aprendidos .	
Es capaz de autoevaluar sus progresos.	
Se adapta al uso de diferentes metodologías e instrumentos para el aprendizaje de los contenidos algebraicos y de ecuaciones.	
COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS (CSC).	
Trabaja en grupo.	
Sabe valorar el intercambio de puntos de vista.	

Nota: elaboración propia

11.6. Rúbrica evaluación grupal (alumno)

NOMBRE Y APELLIDOS:			
1º de FPB ALGEBRA			
VALORA LA PARTICIPACIÓN DE TUS COMPAÑEROS (DEL 1 AL 10)			
NOMBRE PAREJA:			
NOMBRE MIEMPRO 1:			
NOMBRE MIEMPRO 2:			
NOMBRE MIEMPRO 3:			
NOMBRE MIEMPRO 4:			
MARCA CON UNA "X"			
	Bien	Regular	Mal
Estoy satisfecho con la labor del grupo.			
Me he sentido apoyado por mis compañeros.			
He participado de forma activa en el grupo.			
Estoy satisfecho con mi participación en el grupo.			

Nota: elaboración propia