



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Modelo Flipped Classroom en Geometría de 3^o ESO

Presentado por: Alicia Arco César

Tipo de trabajo: Propuesta de Intervención

Director/a: Jesús Macías Sánchez

Ciudad: Madrid

Fecha: 27 de Enero de 2017

RESUMEN

El Trabajo Fin de Máster que se desarrolla a continuación tiene como objetivo el diseño de una unidad didáctica de geometría en el espacio para la asignatura de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. Ésta se ha realizado a través del modelo Flipped Classroom, en el que además las actividades se trabajan de manera colaborativa. Para ello, se ha realizado en primer lugar un marco teórico en el que se introduce brevemente la legislación que se ha tomado como referencia. Asimismo, tras una revisión bibliográfica, se han expuesto en el mismo tanto las dificultades que presentan las matemáticas y la geometría, como las principales características del modelo Flipped Classroom y del Aprendizaje Colaborativo.

En segundo lugar, se ha desarrollado la propuesta didáctica, donde se establecen los contenidos, actividades, competencias y evaluación de cada una de las sesiones en las que se divide, así como la evaluación global tanto de los alumnos como de la unidad didáctica a través de rúbricas y cuestionarios.

Finalmente, se presenta una breve discusión sobre los beneficios que se esperan obtener tomando como referencia estudios en los que se ha empleado la misma metodología. Por ello, se propone como principal línea de trabajo futura la implementación de la propuesta en un aula, de forma que se analice la validez de la misma.

Palabras claves: Flipped Classroom, Aprendizaje Colaborativo, matemáticas, geometría, 3º ESO.

ABSTRACT

This Final Project's main objective is the design of a teaching unit about geometry, related to the 3rd course of Secondary Education Academic Mathematics. The learning model used in that teaching unit is the Flipped Classroom, where the activities have to be done collaboratively. In order to achieve this goal, at first a theoretical framework has been completed, where the current legislation is explained. Furthermore, after doing a bibliographic research, the mathematics and geometry difficulties together with the Flipped Classroom and Collaborative Learning main characteristics have been described.

Secondly, the teaching unit has been developed by describing the curriculum, activities, skills, and evaluation of every single session, as well as the students and the proposal final evaluation.

Finally, in the discussion chapter, the expected benefits are stated, taking several studies, which have been implemented using the same methodology, as reference. Due to the positive results found in those studies, the main future line of work that has been set is the proposal implementation. That way, its validity will be analysed.

Key words: Flipped Classroom, Collaborative Learning, mathematics, geometry, 3rd Secondary Education.

ÍNDICE

1.	JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA. OBJETIVOS.....	7
1.1.	Planteamiento del problema.....	7
1.2.	Justificación.....	8
1.3.	Objetivos.....	9
1.3.1.	Objetivo general.....	9
1.3.2.	Objetivos específicos.....	9
2.	MARCO TEÓRICO.....	10
2.1.	La asignatura de Matemáticas. Bloque de Geometría.....	10
2.1.1.	Legislación.....	10
2.1.2.	Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.....	12
2.2.	Dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje.....	18
2.2.1.	Dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas.....	18
2.2.2.	Dificultades en el aprendizaje de la Geometría.....	22
2.3.	Modelo Flipped Classroom.....	24
2.3.1.	Definición y funcionamiento.....	24
2.3.2.	Resultados de investigaciones.....	26
2.4.	Metodología Aprendizaje Colaborativo.....	27
2.4.1.	Definición. Diferencia entre cooperativo y colaborativo.....	27
2.4.2.	Nuevos roles del profesor y de los alumnos.....	28
2.4.3.	Motivos por los que no se aplica.....	29
3.	PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	30
3.1.	Objetivos.....	30
3.2.	Contenidos.....	31
3.3.	Competencias.....	31
3.4.	Metodología.....	32
3.5.	Atención a la diversidad.....	32
3.6.	Sesiones.....	32
3.6.1.	Sesión #0.....	37

3.6.2.	Sesión #1	39
3.6.3.	Sesión #2.....	42
3.6.4.	Sesión #3.....	45
3.6.5.	Sesión #4	48
3.6.6.	Sesión #5.....	50
3.6.7.	Sesión #6, sesión #7 y sesión #8	53
3.6.8.	Sesión #9	56
3.6.9.	Sesión #10.....	58
3.6.10.	Sesión #11.....	58
3.6.11.	Sesión comodín	59
3.7.	Evaluación.....	59
3.7.1.	Rúbricas.....	60
3.7.2.	Prueba individual final de los alumnos.	66
3.7.3.	Evaluación de los alumnos de la unidad didáctica.	66
4.	DISCUSIÓN	68
5.	CONCLUSIONES.....	70
6.	LIMITACIONES Y PROSPECTIVA	71
6.1.	Limitaciones.....	71
6.2.	Prospectiva.....	72
7.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
8.	WEBGRAFÍA	76
	ANEXOS	77
	Prueba final escrita: Examen del 60%.....	77

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Tabla de Contenidos, Criterios de evaluación y Estándares de aprendizaje evaluables para el bloque de Geometría de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO.	13
Tabla 2: Tabla de Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje Evaluables para la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO según la legislación de la Comunidad de Madrid.....	15
Tabla 3: Tabla comparativa de las características del trabajo cooperativo frente a las del trabajo colaborativo.	27
Tabla 4: Relación entre objetivos, contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y temporalización para la unidad didáctica	34
Tabla 5: Rúbrica modelo A para la evaluación de informes o trabajos escritos.....	61
Tabla 6: Rúbrica modelo B para la evaluación de la actitud y el comportamiento. ...	64
Tabla 7: Rúbrica modelo C para la evaluación de las exposiciones orales.	65
Tabla 8: Cuestionario de la unidad didáctica.	67

1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA. OBJETIVOS

1.1. Planteamiento del problema.

Según los dos últimos informes PISA, realizados en 2012 y 2015, el área de las matemáticas en el que los alumnos tienen peores resultados es el de espacio y forma. Éste está relacionado con la comprensión de la perspectiva, con la elaboración y lectura de mapas y con la interpretación de figuras tridimensionales. Dichas habilidades se desarrollan y utilizan principalmente en el estudio de la geometría.

En general, la asignatura de matemáticas genera desinterés y, dentro de las matemáticas, el bloque de geometría es uno de los más temidos. El hecho de que este bloque se suela dejar para el final de curso y de que se pase por él de manera superficial hace que los alumnos encuentren más dificultades.

Muchos estudios, como por ejemplo Mora y Barrantes (2008), muestran que ya de por sí las matemáticas se tienen como una asignatura de difícil comprensión que sólo los más inteligentes son capaces de superar con éxito. No es extraño encontrarse a alumnos que se repiten la siguiente frase para justificar sus malos resultados: “yo es que no valgo para las matemáticas, se me dan mal”. Pero cuando los resultados en una asignatura son por norma general bajos, la culpa no es ni de los estudiantes ni de la asignatura, sino de los métodos de enseñanza.

El uso de los métodos de enseñanza tradicionales (clases magistrales) en las aulas de matemáticas acentúa tanto el desinterés como las dificultades que se producen. Y sobre todo en el área de geometría, donde el desarrollo de la visión espacial, que se consigue por medio de la práctica, es tan importante.

1.2. Justificación.

Desde hace unos años, con la aparición de las nuevas tecnologías, la sociedad ha experimentado grandes cambios en poco tiempo.

La escuela, para adaptarse a estos cambios y para conseguir que el aprendizaje de los alumnos sea significativo, debe personalizar la educación, es decir, adaptarse a las necesidades de cada alumno.

Tourón, Santiago y Díez (2014) afirman:

Una escuela adaptativa tiene en cuenta a la persona, no a los grupos. Por ello, la escuela orientada al cambio que se necesita precisa, a nuestro juicio, de una modificación estructural que la haga permeable, menos graduada. Se trata de pensar en las competencias que los alumnos deben razonablemente adquirir en las diversas etapas educativas, permitiendo que éstos se muevan por el currículo en función de su capacidad de aprendizaje demostrado, no de su edad; no de la velocidad que esté dispuesto a imprimir a la enseñanza el profesor. (p. 11)

Y esto no se consigue si se persiste en el uso de las clases magistrales. Es conveniente cambiar la metodología en las aulas.

El modelo Flipped Classroom permite esta personalización del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues cada alumno tiene la posibilidad de desarrollar su potencial y capacidades al máximo, aprendiendo a su ritmo y profundizando en los temas que sean de mayor interés para él.

Y si además se utiliza el Aprendizaje Colaborativo para complementarlo, se consigue que los alumnos tengan un aprendizaje más significativo, así como hacerles responsables del proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.3. Objetivos.

1.3.1. Objetivo general.

El objetivo general del presente Trabajo Fin de Máster es realizar una propuesta de intervención utilizando tanto el modelo Flipped Classroom como el Aprendizaje Colaborativo para diseñar una unidad didáctica del bloque de contenidos de Geometría de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, de tal manera que se mejore el proceso de enseñanza-aprendizaje de dichos contenidos.

1.3.2. Objetivos específicos.

Los objetivos específicos en los que se divide el general son:

- » Estudiar la legislación estatal vigente así como la legislación de la Comunidad de Madrid.
- » Analizar los errores, obstáculos y dificultades que los alumnos experimentan al trabajar las matemáticas y, en concreto, el área de geometría.
- » Estudiar la metodología que se va a emplear en la propuesta de intervención, esto es, el modelo Flipped Classroom y el Aprendizaje Colaborativo.
- » Diseñar una unidad didáctica de geometría en el espacio destinada a alumnos de 3º ESO basada en el modelo Flipped Classroom y con actividades que se desarrollen colaborativamente.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. La asignatura de Matemáticas. Bloque de Geometría.

2.1.1. Legislación.

Según la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, LOMCE, la etapa de Educación Secundaria Obligatoria se divide en dos ciclos. El primer ciclo consta de 3 cursos escolares y el segundo ciclo de un solo curso que será de carácter propedéutico.

En el tercer curso, los alumnos deberán cursar las siguientes asignaturas troncales:

- a) Biología y Geología.
- b) Física y Química.
- c) Geografía e Historia.
- d) Lengua Castellana y Literatura.
- e) Primera Lengua Extranjera.

Además, dentro del bloque de asignaturas troncales, deberán cursar la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas o la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. La primera está enfocada a aquellos alumnos que quieran continuar sus estudios cursando el Bachillerato mientras que la segunda está enfocada a los que quieran continuar sus estudios cursando un ciclo de Formación Profesional Básica.

En cuanto al bloque de materias específicas, los alumnos deberán cursar las siguientes asignaturas:

- a) Educación física.
- b) Religión o Valores Éticos, según elijan los padres, tutores legales o el propio alumno.
- c) Al menos una y como máximo cuatro de las siguientes materias:
 - a. Cultura Clásica.
 - b. Educación Plástica, Visual y Audiovisual.
 - c. Iniciación a la Actividad Emprendedora y Empresarial.
 - d. Música.
 - e. Segunda Lengua Extranjera.

- f. Tecnología.
- g. Religión, sólo si no ha sido escogida en el apartado b).
- h. Valores Éticos, sólo si no ha sido escogida en el apartado b).

Asimismo, se podrá cursar alguna otra materia correspondiente al bloque de asignaturas de libre configuración autonómica. Éstas pueden ser del bloque de asignaturas específicas, pero también pueden ser asignaturas para ampliar contenidos de las troncales y específicas u otras materias a determinar.

Por último, aparte de adquirir los conocimientos teóricos sobre las asignaturas impartidas, los alumnos deberán también adquirir las competencias clave del currículo de cara a conseguir un aprendizaje significativo. Estas competencias suponen una combinación de habilidades prácticas y conocimientos con habilidades sociales y de comportamiento que se pueden desarrollar tanto en el contexto educativo como fuera del mismo. Por tanto, el aprendizaje por competencias favorece al propio aprendizaje, pues supone no sólo el conocimiento teórico de los conceptos, sino también el conocimiento de los procedimientos que implican y su aplicación a los distintos contextos.

Según la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, LOMCE, las competencias clave del currículo son las siguientes:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.

Para conseguir la adquisición eficaz de dichas competencias, se deberán diseñar actividades que permitan a los alumnos adquirir las competencias a la vez que afiancen y aprendan los contenidos del currículo, prestando mayor atención al desarrollo de la competencia en Comunicación lingüística y de la Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

2.1.2. Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.

Según el Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre, la asignatura de Matemáticas ayuda a desarrollar especialmente la Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, ya que permite desarrollar el razonamiento matemático de cara a la resolución de los problemas de situaciones cotidianas. Pero además, el pensamiento matemático ayuda a la adquisición de las demás competencias del currículo y repercute en la formación intelectual de los alumnos, mejorando su manera de desenvolverse en los ámbitos personal y social.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas debe fundamentarse en la resolución de problemas, pues de esta manera se desarrollan los esquemas cognitivos que permiten plantear y resolver situaciones cotidianas, facilitando el desarrollo de la creatividad y del pensamiento lógico.

Mediante el estudio de la asignatura de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas, se pretende que el alumnado profundice en el desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático y que valore las posibilidades de aplicación práctica del mismo.

Para favorecer tanto el desarrollo de los conocimientos, como el de las competencias, el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, organiza la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en los siguientes bloques de contenidos:

- a) Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas.
- b) Números y Álgebra.
- c) Geometría.
- d) Funciones.
- e) Estadística y Probabilidad.

El bloque de Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas se desarrollará transversalmente y a la vez que el resto de bloques.

El presente Trabajo Fin de Master se centra en el bloque de Geometría, por lo que a continuación, en la Tabla 1, se presentan los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables referentes a dicho bloque que plantea el Real Decreto 1105/2014.

Tabla 1. Tabla de Contenidos, Criterios de evaluación y Estándares de aprendizaje evaluables para el bloque de Geometría de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>Geometría del plano. Lugar geométrico. Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas. El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. 2. Utilizar el teorema e Tales y las formulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura o de la resolución de problemas geométricos. 3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala. 4. Reconocer las transformaciones que</p>	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. 1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos. 2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando formulas y técnicas adecuadas. 2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes. 2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el</p>

	<p>llevan de una figura a otra mediante movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p> <p>6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p>	<p>cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p> <p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos y obras de arte.</p> <p>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p> <p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y</p>
--	--	---

		<p>en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p> <p>6.1. Sitúa sobre el globo terráqueo Ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.</p>
--	--	---

Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre.

En cuanto a la legislación autonómica, para el desarrollo de la propuesta de este Trabajo Fin de Master, se va a acudir al Decreto de la Comunidad de Madrid, es decir, al Decreto 48/2015 de 14 de mayo, recogido en el B.O.C.M (Núm. 118). En la Tabla 2 se presentan los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables del bloque de Geometría de la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO recogidos en dicho decreto.

Tabla 2: Tabla de Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje Evaluables para la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO según la legislación de la Comunidad de Madrid.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Geometría del plano.</p> <p>-Rectas y ángulos en el plano. Relaciones entre los ángulos definidos por dos rectas que se cortan.</p> <p>-Lugar geométrico: mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo.</p> <p>-Polígonos.</p> <p>Circunferencia y</p>	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.</p> <p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y</p>	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.</p>

<p>círculo. Perímetro y área.</p> <p>-Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales.</p> <p>-Teorema de Pitágoras. Aplicación a la resolución de problemas.</p> <p>-Movimientos en el plano: traslaciones, giros y simetrías.</p> <p>2. Geometría del espacio.</p> <p>-Poliedros, poliedros regulares. Vértices, aristas y caras. Teorema de Euler.</p> <p>-Planos de simetría en los poliedros.</p> <p>-La esfera. Intersecciones de planos y esferas.</p> <p>3. El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.</p> <p>4. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.</p> <p>4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p> <p>6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p>	<p>2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando formulas y técnicas adecuadas.</p> <p>2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros datos y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p> <p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos y obras de arte.</p> <p>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando</p>
---	--	---

		<p>herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p> <p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p> <p>6.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.</p>
--	--	--

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 48/2015 de 14 de mayo de la Comunidad de Madrid.

Como se puede observar, ambos decretos sólo difieren ligeramente en cuanto a los contenidos, siendo en el decreto de la Comunidad de Madrid un poco más específicos. En cambio, tanto los criterios de evaluación como los estándares de aprendizaje evaluables son los mismos en ambos casos. Esto es debido a que el Gobierno tiene la competencia de diseñar los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables de las asignaturas troncales, como es el caso de la asignatura de Matemáticas, mientras que las Comunidades Autónomas se encargan de complementar estos contenidos y criterios de evaluación. En el apartado 3, se

realizará la propuesta de intervención tomando como referencia el Decreto 48/2015 de la Comunidad de Madrid.

2.2. Dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.2.1. Dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas.

A la hora de estudiar matemáticas, los alumnos se encuentran con muchas dificultades. Éstas suelen ser debidas, en gran parte, al nivel de desarrollo cognitivo, al propio contenido del currículo y/o a la metodología empleada por el profesor. Dichas dificultades se transforman en obstáculos y se manifiestan en forma de errores.

Según Socas (1997), el error no es simplemente una equivocación debido a la falta de atención a la hora de realizar las tareas, sino que deriva de la creación de un esquema cognitivo erróneo.

A continuación se muestran las dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas.

Dificultades:

Todos los alumnos presentan, mayor o menor grado, dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y su origen es variado. Socas (1997) clasifica estas dificultades en 5 tipos. Los dos primeros tipos tienen su origen en los contenidos matemáticos por sí mismos, el tercero en las metodologías que emplean los profesores, el cuarto en el desarrollo cognitivo de los alumnos y el quinto y último en las opiniones y percepciones que se tienen hacia las matemáticas.

- » *Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas:*
Los conceptos matemáticos se comunican, de manera general, en forma escrita mediante el uso de signos y símbolos, es decir, mediante el lenguaje matemático. En él se usan palabras del lenguaje común con diferente significado, lo que puede derivar en errores de interpretación.

También hay palabras usadas sólo en el contexto matemático (como por ejemplo, hipotenusa, isósceles...) que, por su desconocimiento o mal entendimiento, hacen que el alumno encuentre dificultades.

Por último, el uso de los signos y la sintaxis de las matemáticas, con el nivel de abstracción que conlleva, puede generar confusión y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

- » *Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático:* Estas dificultades están relacionadas con la capacidad de seguir una argumentación lógica. Por ello, es de gran importancia desarrollar el pensamiento lógico.

El problema es que en las aulas de matemáticas no se desarrolla una lógica que coincida con la lógica que se usa en otros contextos.

Socas (1997) lo explica planteando un problema de proporcionalidad en el que se pregunta cuánto tardarán un grupo de obreros en instalar una tubería si el número de obreros se incrementa. La lógica matemática lleva a pensar en proporcionalidad, pero en realidad algunos alumnos pueden pensar que el trabajo en equipo no es proporcional al número de trabajadores, sino al ritmo de trabajo. Estos alumnos se encontrarían en la disyuntiva de seguir la lógica que el profesor espera de ellos o la lógica que aplicarían en un contexto distinto al de la escuela. Por ello, se debe intentar conjugar la lógica de las matemáticas con la lógica del contexto social.

- » *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas:* Estas dificultades están relacionadas con los recursos y organización de los grupos en los centros escolares, con la organización y secuenciación del currículo de matemáticas, que muchas veces no es adecuado para el nivel de la clase, y con los métodos de enseñanza.
- » *Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos:* Dependiendo del estadio de desarrollo intelectual en el que se encuentren los alumnos, serán capaces de alcanzar los niveles de razonamiento y abstracción que se requieren. Si el nivel de desarrollo es inferior al nivel de desarrollo necesario, los alumnos pueden encontrarse con dificultades en el estudio de la asignatura.
- » *Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas:* Las matemáticas son una asignatura que generalmente suscita aversión. Se tiene la impresión de que son complejas y que para poder llegar a comprenderlas hay que tener unas capacidades excepcionales. Estas ideas preconcebidas son potenciadas por la sociedad y el entorno, por la actitud de los profesores, etc. Todo esto provoca miedo y ansiedad que pueden derivar en bloqueos que dificultan su aprendizaje.

Por tanto, las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas pueden tener diversos orígenes por lo que para solventarlas o intentar disminuirlas se deberá de actuar desde distintas perspectivas.

Obstáculos:

Los errores pueden ser producidos por la utilización de un esquema de conocimiento anterior que en una nueva situación ya no es válido. Estos errores son los causados por los obstáculos. Es decir, no hay una falta de conocimiento sino una mala aplicación o insuficiencia del mismo. Los obstáculos provocan errores que no son esporádicos sino que se repiten si no se corrigen.

Según Brousseau (1989), los obstáculos se pueden clasificar, en función de su naturaleza, en cuatro grupos:

- » *Ontogénicos:* Estos obstáculos son aquellos ligados al desarrollo del alumno. Para evitarlos es necesario adaptar los conocimientos al desarrollo y a la edad.
- » *Didácticos:* Son aquellos relacionados con los problemas a la hora de transmitir los saberes, es decir, con la transposición didáctica.
- » *Epistemológicos:* Son aquellos relacionados con la complejidad propia de las matemáticas.
- » *Culturales:* Son aquellos relacionados con la diversidad cultural, que provoca que los alumnos tengan dificultad al aprender las matemáticas como se entienden en occidente. Por ejemplo, el sistema de numeración, la escritura de izquierda a derecha, etc.

Para salvar estos obstáculos, primero deben detectarse mediante la observación y la reflexión, y posteriormente el profesor debe adaptar la metodología y dinamizar las clases para que se dé un progreso paulatino y se vayan minimizando dichos obstáculos.

Errores:

Las dificultades y los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas se manifiestan en los errores que los alumnos cometen.

Según la teoría piagetiana, el aprendizaje es un proceso de equilibración progresiva en las estructuras operacionales. Este equilibrio se lleva a cabo mediante los mecanismos de asimilación y acomodación. De esta forma, el individuo va construyendo su propio conocimiento partiendo de sus conocimientos anteriores, que

pueden facilitarlos o suponer un obstáculo, produciendo errores. Por tanto, los errores no deben tomarse como un sinónimo de fracaso, sino como un paso más en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Según Del Puerto, Lilia y Seminara (2006), citando a Mulhern (1989), los errores tienen las siguientes características:

- » Surgen de manera espontánea.
- » Ocurren de manera reiterada y es difícil superarlos.
- » Se dan sistemáticamente o por azar.
- » Muchas veces los alumnos no son conscientes de ellos porque no entienden los conceptos que están trabajando.

Por último, Del Puerto et al. (2006), citando a Radatz (1979), clasifican los errores en:

- » *Errores debidos a dificultades en el lenguaje:* Son producidos al usar el lenguaje matemático y al pasar del lenguaje común a éste.
- » *Errores debidos a dificultades para obtener información espacial:* Son aquellos que pueden aparecer al representar un problema de manera espacial.
- » *Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos:* Son aquellos que aparecen por haber estudiado de manera superficial determinados conceptos en el pasado.
- » *Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento:* Éstos incluyen los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia y los errores de asimilación.
- » *Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes:* Son aquellos que se producen cuando se aplican estrategias similares en distintos contenidos.

Una manera de evitar que los alumnos cometan errores es secuenciando los contenidos de tal manera que se vayan aproximando a los conceptos paulatinamente. Asimismo, el trabajo en grupo, al tener que discutir con los compañeros sobre la forma de resolver los problemas o actividades, facilita que los alumnos se percaten de los errores y los corrijan y, además, ayuda a que los perciban como un elemento más dentro del camino hacia la solución correcta.

2.2.2. Dificultades en el aprendizaje de la Geometría.

La geometría es una de las áreas de las matemáticas más relacionada con la realidad. Sin embargo, es también una de las áreas en la que los alumnos encuentran más dificultades ya que, debido a lo extenso del currículo y a que se suele programar para el último trimestre, suele darse rápidamente, sin profundizar en los conceptos y sin apoyarse en la visualización de las figuras geométricas en el espacio.

Parte de las dificultades en el aprendizaje de la geometría radican en la percepción que se tiene socialmente sobre ella. Por norma general se tiene como un área muy teórica, abstracta y de difícil comprensión para la que se necesita una gran capacidad de razonamiento, además de implicar la memorización de fórmulas y entender su forma de aplicación.

Por otro lado, los contenidos de geometría suelen presentarse como un producto acabado y descontextualizado. Además, los recursos didácticos para su estudio tienden a estar condicionados por el libro de texto, careciendo muchas veces de carácter práctico para el educando, lo que afecta a su interés por la materia.

Barrantes (2002) sostiene que la enseñanza de la geometría ha estado caracterizada por:

- » Propensión al estudio de memoria de conceptos y propiedades que la mayoría de las veces están basados en conceptos previos.
- » La resolución sistemática de problemas de carácter aritmético.
- » Una supresión de la intuición, demasiado pronto, como acercamiento al conocimiento geométrico.

Aunque los estudiantes puedan ser capaces de resolver problemas concretos, cuando se pasa a problemas de planteamiento similar pero más abstractos, son incapaces de resolverlos. Por ello, recurren a la memorización de las distintas formas de resolución para aprobar el examen. Por tanto, otra de las grandes dificultades del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría es el paso de la descripción de figuras a los conceptos más formales y abstractos.

Gamboa y Ballesteros (2010), citando a Castilblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004), señalan que el aprendizaje de la geometría debe centrarse en tres aspectos:

- » Los procesos de visualización y su potencial heurístico para resolver los problemas.
- » Los procesos de justificación de la actividad geométrica o argumentación.

- » La importancia que tienen las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento geométrico.

Asimismo, para el aprendizaje de la geometría, Van Hiele (1986) definió 5 niveles por los que hay que pasar. Éstos son:

- » *Nivel 0: Visualización o reconocimiento:* En este nivel no se diferencian los atributos ni componentes de los objetos, que se describen por su apariencia y utilizando el lenguaje común en vez del geométrico.
- » *Nivel 1: Análisis:* Sí que se perciben las propiedades y componentes de los objetos y se describen por sus propiedades de manera informal, pero no pueden relacionar esas propiedades entre sí (no establecen relaciones entre propiedades equivalentes) ni utilizarlas para clasificarlos. Todo ello se hace mediante la experimentación, sin llegar a elaborar definiciones. Por último, comienzan a usar el razonamiento matemático.
- » *Nivel 2: Ordenación y Clasificación:* Se definen las figuras de manera formal, indicando las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir, por lo que se empieza a tratar la geometría con mayor rigor. Además, al tener el razonamiento matemático más desarrollado, los alumnos son capaces de entender la relación entre las diferentes propiedades. Este nivel de razonamiento les permite seguir las demostraciones aunque no asimilarlas en todo su conjunto, es decir, no pueden formalizar la geometría en axiomas.
- » *Nivel 3: Deducción formal:* En este nivel se obtiene un mayor nivel de razonamiento lógico, lo que permite:
 - Realizar deducciones y demostraciones formales para justificar las proposiciones que se plantean.
 - Formalizar en axiomas las relaciones entre propiedades.
 - Entender cómo se puede llegar a la misma solución partiendo de caminos diferentes.
- » *Nivel 4: Rigor:* Este nivel es inalcanzable para la mayoría de estudiantes. Alcanzarlo supone ser capaz de comparar y analizar diferentes sistemas axiomáticos, es decir, permite comparar distintas geometrías, pudiéndolas trabajar de manera abstracta.

A medida que se avanza en los niveles, se incrementa el uso del lenguaje matemático. Para ello, Van Hiele (1986) da más importancia a los conocimientos previos adquiridos que a la maduración biológica del individuo, por lo que es primordial el proceso de enseñanza-aprendizaje y saber en qué nivel se encuentran. De esta manera se puede construir sobre esa base, evitando así muchas de las dificultades que conlleva el aprendizaje de la geometría.

Por último, se debe hablar de fenómeno ostensivo en matemáticas, que tiene especial importancia en el estudio de la geometría. Este fenómeno aparece cuando, desde el empirismo, se hace un abuso de la representación. Consiste en la utilización de imágenes prototípicas para explicar los conceptos geométricos, lo que puede provocar que los alumnos no puedan identificar esos conceptos en figuras no prototípicas, llevándoles a cometer errores.

2.3. Modelo Flipped Classroom.

2.3.1. Definición y funcionamiento.

Según Tourón (2013), la Flipped Classroom es “un sistema que invierte el método tradicional de enseñanza, llevando la instrucción en línea fuera de la clase y trayendo a la clase lo que tradicionalmente era la tarea para realizar en casa” (párr. 5).

Mediante este sistema se dispone del tiempo en clase para que los alumnos trabajen los contenidos de manera activa, a la vez que van desarrollándolos a la velocidad que su ritmo de aprendizaje les permite. De esta manera se consigue un aprendizaje personalizado y centrado en el alumno, que pasa a ser el protagonista y el que construye su aprendizaje.

Tourón y Santiago (2015) señalan algunos de los beneficios más destacados de este modelo, que son:

- » Los profesores disponen de más tiempo para atender las diferencias de cada individuo.
- » Permite que los profesores compartan información y conocimientos con los alumnos, con las familias y entre ellos.
- » Los alumnos pueden visionar los contenidos facilitados por los profesores tantas veces como necesiten.
- » Permite crear un ambiente de aprendizaje colaborativo en el aula.
- » Se involucra a las familias en el proceso de aprendizaje.

Para llevar a cabo este modelo, el profesor debe grabar las lecciones (vídeos de 5-7 minutos) en vez de explicar las lecciones en el aula. Estas lecciones deben colgarse en un sitio al que los alumnos puedan tener acceso para su visionado en casa. Además de ver el vídeo en casa, los alumnos deberán hacer alguna tarea relacionada con el vídeo, como por ejemplo, realizar test de autoevaluación para dar feedback al profesor, apuntar las dudas que les hayan surgido, profundizar en ciertos contenidos, etc.

Por otro lado, el tiempo en el aula se utiliza para crear debates sobre los contenidos, hacer actividades con la ayuda del profesor, resolver las dudas que hayan surgido... En definitiva, el tiempo en el aula se utiliza para trabajar los contenidos.

Straw, Quinlan, Harland y Walker (2015) señalan algunos de los aspectos que hay que tener en cuenta a la hora de implementar este modelo:

- » *Acceso a la tecnología:* Hay que tener en cuenta si los alumnos disponen de internet en casa para poder ver las lecciones. En caso negativo, se podría considerar el uso de los recursos de la escuela para ello. Además, es importante que las familias se involucren para facilitar que los alumnos vean los vídeos en casa.
- » *Seleccionar los recursos adecuados:* Se pueden utilizar vídeos o recursos digitales de la red tanto para las lecciones como para profundizar y repasar, pero hay que tener en cuenta la complejidad de los recursos que se seleccionen. Asimismo, las actividades que los alumnos realicen tras el visionado de los vídeos, como parte de la tarea de casa, pueden dar información a los docentes sobre cómo están progresando los alumnos y así planificar las clases de acuerdo a ello.
- » *El hábito de hacer los deberes:* Si los alumnos no tienen la costumbre de hacer los deberes en casa, antes de aplicar el método Flipped Classroom hay que conseguir que la adquieran. Otra posible solución es que al principio puedan verlos en el colegio durante los descansos o a la hora de la comida para que vayan ganando el hábito. De nuevo, es importante que las familias se involucren para conseguir que los alumnos vean los vídeos en casa y adquieran esa responsabilidad.
- » *Nivel y capacidades de cada estudiante:* Se debe tener en cuenta el nivel de cada alumno y asegurarse de que los alumnos menos aventajados no se queden atrás porque los recursos digitales o las actividades sean de un nivel demasiado elevado.

- » *Gestionar el cambio al Flipped Learning*: Los profesores deben ser flexibles a la hora de programar las clases, es decir, muchas veces deberán ir modificándolas de acuerdo al progreso que vean en sus alumnos para potenciar su aprendizaje.

2.3.2. Resultados de investigaciones.

En 2015 se llevó a cabo una investigación en 9 centros británicos cuyos resultados recogen Straw et al. (2015). En dicho estudio, se concluyó que el modelo Flipped Classroom aportaba grandes beneficios al proceso de enseñanza-aprendizaje, así como al compromiso de los estudiantes.

Tras haber visionado las lecciones en casa, los alumnos llegaban al aula con un mayor nivel de comprensión y conocimiento sobre el tema a tratar.

Además, impactó en el proceso de enseñanza-aprendizaje en cuanto a:

- » Más tiempo para aplicar y practicar los nuevos conceptos.
- » Más tiempo para preguntar las dudas y crear debates.
- » Más tiempo para realizar las actividades de manera colaborativa.
- » Aprendizaje más independiente por parte del alumno.
- » Más tiempo para atender de manera personalizada a cada alumno.
- » Posibilidad de uso de distintos estilos de aprendizaje.

Y, en concreto, en la asignatura de matemáticas se pudo apreciar:

- » Mayor compromiso con el aprendizaje de la asignatura.
- » Mayor comprensión de los conceptos.
- » Mayor seguridad a la hora de realizar las tareas matemáticas.
- » Autoconocimiento de los puntos fuertes y los débiles.
- » Aprendizaje autónomo.
- » Mayor progreso.

Sin embargo, en el estudio también se recogen algunos retos o dificultades que presenta el modelo Flipped Classroom, como son el acceso a los medios tecnológicos, la selección de los recursos más adecuados, la falta de compromiso de los alumnos

para hacer las tareas en casa y la preferencia por la enseñanza cara a cara frente a la enseñanza a distancia.

2.4. Metodología Aprendizaje Colaborativo.

2.4.1. Definición. Diferencia entre cooperativo y colaborativo.

El Aprendizaje Colaborativo es aquel en el que los alumnos van construyendo su conocimiento mediante la interacción con sus iguales. Además, en el Aprendizaje Colaborativo son responsables tanto de su aprendizaje como del de sus compañeros.

Es conveniente hacer una distinción entre colaborativo y cooperativo. En el Aprendizaje Cooperativo, aunque todos los participantes trabajan, hay un líder. En cambio, en el Aprendizaje Colaborativo la responsabilidad de liderazgo recae sobre todos los miembros y la toma de decisiones se hace democráticamente.

Cardozo (2010), siguiendo a Gros (2008), realiza una comparación entre el modelo de trabajo cooperativo y el modelo de trabajo colaborativo, recogida en la Tabla 3:

Tabla 3: Tabla comparativa de las características del trabajo cooperativo frente a las del trabajo colaborativo.

Características	Trabajo Cooperativo	Trabajo colaborativo
Interdependencia	Positiva	Positiva
Metas	Distribuidas	Estructuradas
Responsabilidad	Distribuida	Compartida
Liderazgo	Profesor	Compartido
Responsabilidad en el aprendizaje	Individual (a partir de lo grupal)	Compartida
Habilidades interpersonales	Se presuponen	Se enseñan
Rol del profesor	Escasa intervención de la tarea	Observación y retroalimentación sobre el desarrollo de la tarea
Desarrollo de la tarea	Importa el producto	Importa tanto el proceso como el producto

Fuente: Elaboración propia a partir de Cardozo (2010)

2.4.2. Nuevos roles del profesor y de los alumnos.

Para que el aprendizaje colaborativo funcione y sea efectivo, Collazos, Guerrero y Vergara (2001) apuntan que tiene que haber una determinada interdependencia entre los miembros del grupo. Éstos deben estar dispuestos a:

- » Compartir información para entender los conceptos y sacar conclusiones.
- » Dividir el trabajo en roles complementarios.
- » Compartir el conocimiento.

Además, Collazos et al. (2001) señalan que deben cambiar los roles tanto de los estudiantes como de los profesores.

Rol de los estudiantes: Deben tener las siguientes características:

- » *Tener responsabilidad por el aprendizaje:* Definen los objetivos y son capaces de evaluar qué logro de los mismos han alcanzado.
- » *Estar motivados por el aprendizaje:* Sienten curiosidad para resolver los problemas y entender los conceptos. Poseen motivación intrínseca.
- » *Tener espíritu colaborativo:* Escuchan y respetan las ideas de los demás manteniendo una actitud positiva hacia ellas.
- » *Ser estratégicos:* Están en permanente elaboración de nuevos esquemas de pensamiento y de estrategias para la resolución de los problemas.

Rol del profesor: El profesor debe tomar el rol de diseñador instruccional, mediador cognitivo e instructor:

- » *Diseñador instruccional:* Debe diseñar materiales y ambientes de aprendizaje para que los alumnos logren los objetivos académicos y los conocimientos mínimos que ha definido previamente.
- » *Mediador cognitivo:* No debe influir en el aprendizaje diciendo qué hacer o cómo pensar sino que debe guiar a los alumnos mediante la formulación de preguntas que les haga reflexionar. También debe dar feedback para redirigir su esfuerzo, pero sin afectar a la responsabilidad sobre su propio aprendizaje.
- » *Instructor:* El profesor debe enseñar a los alumnos cómo resolver los conflictos y cómo trabajar en equipo. Además, debe monitorizar cómo llevan la tarea e intervenir si fuera necesario. Por último, es el encargado de la evaluación, que debe ser diagnóstica (evaluar los conocimientos y

habilidades), formativa (evaluar el progreso) y sumativa (juzgar el nivel final del aprendizaje).

2.4.3. Motivos por los que no se aplica.

Entre los beneficios del aprendizaje colaborativo se encuentran el aumento de la responsabilidad de los alumnos hacia su propio aprendizaje así como la mejora de su capacidad de autorregulación.

Sin embargo, existen ciertas reticencias hacia el uso de esta metodología. Collazos et al. (2001) señalan algunas de las razones más habituales por las que no se aplica:

- » Pérdida de control en el desarrollo de la clase.
- » Falta de formación del profesorado.
- » Temor a no cumplir con el currículo.
- » Falta de recursos para usar en el aula.
- » Ego del profesorado.
- » Resistencia de los alumnos a trabajar de manera colaborativa.
- » Falta de formación en las técnicas del trabajo colaborativo y en la gestión de las clases.

Los docentes deben abandonar estas reticencias y fijarse en los beneficios que aporta el aprendizaje colaborativo al proceso de enseñanza-aprendizaje. Mediante esta forma de trabajo, los alumnos no sólo se enriquecen los unos a los otros sino que además toman conciencia de su importante papel en el proceso, siendo ellos responsables tanto de su aprendizaje como del de sus compañeros.

En conclusión, esta metodología, unida al modelo Flipped Classroom, permite desarrollar tanto los contenidos del currículo como las competencias señaladas por la LOMCE, además de hacer a los alumnos los protagonistas de su propio aprendizaje, lo que permite un aprendizaje profundo y una asimilación mayor de los contenidos.

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

A lo largo de este apartado se va a desarrollar la propuesta didáctica que da sentido al presente Trabajo Fin de Máster, para lo cual se establecen los apartados que aparecen a continuación.

3.1. Objetivos.

Como se ha indicado anteriormente, el objetivo de este Trabajo Fin de Máster es el de diseñar una unidad didáctica del bloque de geometría de la asignatura de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º ESO, intentando conseguir mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y haciendo a los alumnos protagonistas del mismo.

Para alcanzar este objetivo principal, se establecen los siguientes objetivos secundarios:

- » Trabajar todas las competencias descritas en la LOMCE mediante el diseño de propuestas y situaciones de aula que mejoren el rendimiento de los estudiantes.
- » Desarrollar las habilidades que se ponen en funcionamiento en el aprendizaje de la geometría como la visualización y el razonamiento.
- » Incentivar y motivar a los alumnos en el estudio de las matemáticas y, concretamente, en el estudio de la geometría mediante el diseño de propuestas atrayentes que generen un aprendizaje significativo y contextualizado su la realidad cotidiana.
- » Fomentar la investigación, el autoaprendizaje, el sentido de responsabilidad y el desarrollo de hábitos de trabajo.
- » Alcanzar, al menos, los conocimientos geométricos mínimos que se definen en el currículo.

La consecución de este último objetivo secundario se realizará mediante la consecución de los objetivos que se presentan en la Tabla 4 y que se relacionan con cada uno de los contenidos que se van a trabajar en la propuesta.

3.2. Contenidos.

A lo largo de la unidad didáctica que se plantea se van a desarrollar los contenidos correspondientes a la geometría en el espacio, a la vez que se trabajen las competencias clave establecidas en la LOMCE. En concreto, éstos son:

- » Poliedros: tipos, ejes u planos de simetría, vértices, aristas y caras. Teorema de Euler.
- » Cuerpos de revolución: tipos, ejes y planos de simetría, ejes de revolución y centros.
- » La esfera. Intersecciones de planos y esferas.
- » Área y volumen de poliedros regulares y los cuerpos de revolución (cilindro, cono y esfera). Principio de Cavalieri.
- » Área y volumen de figuras tridimensionales no regulares a partir de las conocidas.
- » El globo terráqueo: coordenadas geográficas (latitud y longitud) y husos horarios.

Además, se está teniendo en cuenta que en las unidades didácticas anteriores a ésta se han tratado ya los contenidos de geometría en el plano y los teoremas de Tales y Pitágoras.

3.3. Competencias.

Mediante la presente propuesta, a la vez que se trabajen los contenidos se desarrollarán de manera simultánea las siete competencias clave que establece la LOMCE. Éstas son:

- » Competencia en Comunicación lingüística.
- » Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- » Competencia digital.
- » Aprender a aprender.
- » Competencias sociales y cívicas.
- » Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.
- » Conciencia y expresiones culturales.

En cada una de las sesiones se explicará cuáles se trabajan y de qué manera.

3.4. Metodología.

Esta unidad didáctica se desarrollará según el modelo Flipped Classroom, es decir, los contenidos teóricos se trabajarán en casa mediante vídeos mientras que el tiempo en clase se utilizará para trabajar y asimilar los conceptos. Estos vídeos los preparará el profesor y los colgará en la plataforma web habilitada para los alumnos (moodle por ejemplo) para que puedan acceder a ellos siempre que lo necesiten. Las actividades en clase se realizarán en grupo trabajando de manera colaborativa.

En cuanto a los grupos de trabajo, éstos estarán formados por los mismos componentes a lo largo de cada unidad didáctica, pero podrán modificarse de una unidad didáctica a otra. Los establecerá el profesor, teniendo en cuenta las capacidades de cada alumno, para favorecer el correcto rendimiento de cada grupo y de cada uno de los miembros dentro del mismo.

3.5. Atención a la diversidad.

Aunque la metodología empleada permite que cada alumno avance según su propio ritmo de aprendizaje atendiendo así a la diversidad, se establecen las siguientes medidas para un mayor tratamiento de la diversidad:

- » Establecer equipos de trabajo homogéneos. Por un lado, un grupo formado por alumnos con altas capacidades de forma que se les pueda proponer actividades más exigentes para mantener su motivación. Por otro lado, un grupo formado por los alumnos que necesiten de una mayor atención por parte del profesor de manera que éste pueda estar más pendiente de ellos durante el desarrollo de las actividades.
- » Programas de refuerzo para aquellos alumnos que, sin llegar a requerir de una adaptación curricular, necesiten apoyo extra para poder seguir el ritmo de la clase.
- » Adaptaciones curriculares para aquellos alumnos que presenten necesidades educativas especiales.

3.6. Sesiones.

La unidad didáctica está prevista que se realice en 12 sesiones, más una sesión que se deja libre (sesión comodín) por si hiciera falta dedicar más tiempo a algún contenido o actividad, de manera que se permite cierta flexibilidad en la temporalización de la unidad didáctica. Al final de ésta, se realizará una última sesión en la que se desarrollará una prueba individual de evaluación. Asimismo, los alumnos evaluarán

de manera anónima la unidad didáctica, de modo que sirva de feedback para mejorarla y desarrollar las unidades didácticas siguientes. El cuestionario para que los alumnos evalúen la unidad didáctica se presenta en el apartado de evaluación, en la Tabla 8.

Por último, indicar que se realizará una sesión inicial o sesión #0 en la que se recuerde la geometría en el espacio estudiada el año anterior, es decir, en 2º ESO.

A continuación, en la Tabla 4 se recogen los contenidos, objetivos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y la temporalización estimada para cada uno de esos contenidos. Tanto los contenidos como la temporalización son flexibles, es decir, dependiendo de cómo se vaya avanzando cuando se aplique la unidad didáctica, se tendrán que ir modificando, adaptándolos a las necesidades y las características del grupo de alumnos.

Tabla 4: Relación entre objetivos, contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y temporalización para la unidad didáctica

Objetivos	Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	Temporalización
Identificar los elementos de los poliedros y relacionarlos mediante el Teorema de Euler.	Poliedros: tipos, ejes u planos de simetría, vértices, aristas y caras. Teorema de Euler.	Conocer e identificar los distintos tipos de poliedros (cóncavos y convexos), vértices, aristas y caras de los poliedros, y utilizar el Teorema de Euler para relacionarlos.	Conoce la diferencia entre poliedro cóncavo y convexo, identifica los elementos principales de los poliedros y los relaciona mediante el Teorema de Euler, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a ellos.	Sesión #1 Tiempo total: 1 hora de clase.
Identificar los elementos de los cuerpos de revolución, conocer las distintas posiciones entre planos y esferas y calcular el área de la figura que se	Cuerpos de revolución: tipos, ejes y planos de simetría, ejes de revolución y centros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas.	Conocer e identificar los distintos cuerpos de revolución, cómo se generan y sus elementos principales. Conocer las posiciones relativas entre planos y	Distingue los distintos cuerpos de revolución e identifica sus elementos principales, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a ellos.	Sesión #2 Tiempo total: 1 hora de clase.

<p>obtiene cuando se intersectan.</p>		<p>esferas (exteriores, tangentes y secantes), y calcular el área de la figura plana que se obtiene.</p>	<p>Identifica las figuras que se obtienen al intersectar esferas con planos (circunferencias) y es capaz de calcular el área de la intersección mediante el uso de los Teoremas de Tales y Pitágoras.</p>	
<p>Conocer el área y el volumen de los cuerpos geométricos elementales.</p>	<p>Área y volumen de poliedros regulares y los cuerpos de revolución (cilindro, cono y esfera). Principio de Cavalieri.</p>	<p>Utilizar el Teorema de Pitágoras, el Teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de áreas y volúmenes de los cuerpos tridimensionales elementales.</p>	<p>Conoce el área y el volumen de los principales poliedros y cuerpos de revolución y los utiliza para la resolución de problemas geométricos, aplicando el Teorema de Tales y el Teorema de Pitágoras cuando es necesario.</p>	<p>Sesión #3 y la primera mitad de la Sesión #4 Tiempo total: 1 hora y 30 minutos de clase.</p>

<p>Hallar el área y volumen de figuras desconocidas a partir de las conocidas.</p>	<p>Área y volumen de figuras tridimensionales no regulares a partir de las conocidas.</p>	<p>Utilizar los teoremas de Tales y Pitágoras y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de áreas y volúmenes de cuerpos tridimensionales cualesquiera a partir de las áreas y volúmenes de los conocidos.</p>	<p>Es capaz de hallar el área y volumen de cuerpos tridimensionales a partir de los de figuras conocidas, aplicando los teoremas de Tales y Pitágoras cuando sea necesario.</p>	<p>Segunda mitad de la Sesión #4, Sesión #5, Sesión #6, Sesión #7 y Sesión #8 Tiempo total: 4 horas y 30 minutos de clase.</p>
<p>Situar puntos en el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud y conocer los husos horarios.</p>	<p>El globo terráqueo: coordenadas geográficas (latitud y longitud) y husos horarios.</p>	<p>Identificar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación para la localización de puntos así como conocer los husos horarios.</p>	<p>Conoce los conceptos referentes a las coordenadas geográficas y es capaz de situar un punto dadas la longitud y latitud del mismo. Entiende el significado y la utilidad de los husos horarios.</p>	<p>Sesión #9 Tiempo total: 1 hora de clase.</p>

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 48/2015 de 14 de mayo de la Comunidad de Madrid.

En los siguientes subapartados se desarrollan en profundidad las sesiones en las que se van a llevar a cabo los contenidos y objetivos de la Tabla 4.

3.6.1. Sesión #0

En esta sesión #0 o sesión previa se pretende hacer un repaso de la geometría en el espacio que se da en 2º ESO, teniendo en cuenta que en 3º ESO se repiten muchos de los contenidos de 2º. Por eso será un repaso general sin profundizar demasiado, ya que muchas de las cosas se vuelven a dar a lo largo de la presente unidad didáctica. La duración de la sesión será de una hora.

➤ **PARTE TEÓRICA:**

Se preparará un vídeo de unos 5-7 minutos en el que se recuerden las figuras geométricas elementales con sus respectivos desarrollos en el plano (tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro, icosaedro, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera).

Además, en dicho vídeo se recordarán también en que se miden las distintas dimensiones:

- » Longitud en metros, centímetros, milímetros, kilómetros...
- » Superficie en metros al cuadrado, centímetros al cuadrado, milímetros al cuadrado...
- » Volumen en metros cúbicos, centímetros cúbicos, decímetros cúbicos, litros...

En el caso de las medidas de volumen, se recordará que un decímetro cúbico es lo mismo que un litro.

Asimismo, se pedirá a los alumnos al final del vídeo que hagan fotos (con el móvil por ejemplo) de figuras geométricas que vean por la calle o en su casa, de arquitectura, que busquen en internet imágenes de cuadros o esculturas en las que aparezcan, etc. y que las suban a la plataforma para mostrarlas en clase.

➤ **ACTIVIDADES:**

En clase se utilizarán los 10 primeros minutos para introducir el tema de geometría tridimensional. Para ello el profesor mostrará algunas de las fotos que hayan subido los alumnos a la plataforma y preguntará qué figuras geométricas distinguen en cada una. Una vez hecho esto, se continuará con una actividad.

Para la actividad que se realizará en clase se separa al grupo de alumnos en grupos de 4 estudiantes para que trabajen de manera colaborativa.

Cada grupo deberá primero describir 2 de las figuras geométricas elementales de tal forma que se pueda averiguar cuál es.

Tras esto, y habiendo el profesor dado el visto bueno a cada una de las descripciones, se pedirá a cada grupo que entregue sus dos descripciones al grupo de al lado, de tal forma que cada grupo obtenga dos descripciones que no sean las suyas mismas.

Con estas descripciones cada grupo deberá, de manera colaborativa, adivinar de qué figura geométrica se trata y construirla (usando su desarrollo en el plano).

Cuando estén todas construidas, se comprobará si era esa la figura descrita o no.

Para el desarrollo de la actividad se necesitarán folios, tijeras, pegamento, regla y lápiz.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Los alumnos deberán describir utilizando el lenguaje matemático las diferentes figuras. Además, deberán argumentar entre ellos para decidir sobre que figura se trata.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para encontrar la solución.
- » **Competencia digital:** La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC. Además, al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados.
- » **Aprender a aprender:** Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
- » **Competencias sociales y cívicas:** Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo.
- » **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para hallar la solución correcta.

- » Conciencia y expresiones culturales: Los alumnos deben buscar figuras geométricas en su entorno o en elementos de la cultura (imágenes de cuadros, esculturas o arquitectura), de tal manera que se relacionan las matemáticas con elementos cotidianos y el arte.

➤ **EVALUACIÓN:**

Está primera actividad de repaso no será evaluada.

Sin embargo, sí que se valorará el interés y el esfuerzo de cada uno de los alumnos así como la participación dentro de su grupo. Esta valoración se tendrá en cuenta dentro del porcentaje de nota reservado a la actitud, que constituye un 10% de la nota final de la unidad didáctica.

3.6.2. Sesión #1

En esta sesión #1 se van a trabajar los tipos de poliedros (cóncavos y convexos) y sus elementos principales: caras, vértices y aristas. Para ello, y siguiendo el modelo Flipped Classroom, el profesor preparará un vídeo explicativo que los alumnos visionarán en casa, mientras que el tiempo en clase se aprovechará para trabajar los conceptos mediante actividades grupales.

Por último, en los últimos minutos de la sesión, se hará reflexionar a los alumnos para que intenten ver la relación del Teorema de Euler por su cuenta, fomentando de esta manera el aprendizaje colaborativo y autónomo. Este Teorema se explicará en el vídeo teórico de la siguiente sesión.

La duración de la sesión será de una hora.

➤ **PARTE TEÓRICA:**

El profesor preparará un breve vídeo explicativo de 5-7 minutos de duración, y lo colgará en la plataforma del colegio para que los alumnos lo vean en casa.

En él se explicará la diferencia entre poliedro cóncavo y poliedro convexo. Además, se definirán los elementos principales de los poliedros (caras, aristas y vértices), a la vez que se muestran en una figura para que se comprendan mejor las definiciones.

Esta explicación estará acompañada de un pequeño test que tendrán que completar en el que tengan que identificar aristas, vértices y caras. Éste se enviará directamente al profesor de tal manera que pueda comprobar si los alumnos han entendido la explicación y así poder ajustar la sesión en clase a las dificultades de los mismos.

➤ **ACTIVIDADES:**

En esta sesión #1 se van a realizar dos actividades. La primera está orientada a que los estudiantes se familiaricen con el lenguaje matemático que se va a utilizar a lo largo de la unidad didáctica. La segunda es una pequeña actividad para que descubran por ellos mismos el Teorema de Euler.

Actividad 1: Se divide la clase en grupos de 4, para que trabajen de manera colaborativa, y se les pide que definan con sus propias palabras los siguientes términos:

- » Poliedro cóncavo.
- » Poliedro convexo.
- » Cara.
- » Arista.
- » Vértice.

Las definiciones deben escribirlas en un folio para entregárselo posteriormente al profesor.

Una vez que los hayan definido, cada grupo va diciendo una definición y entre todos (profesor y demás grupos) se mira si es correcta y se completa o corrige si fuese necesario. Además, esto sirve para aclarar las posibles dudas que hubiesen surgido durante la visualización de la clase teórica en casa.

De esta manera, el profesor se asegura de que los alumnos conocen y entienden el lenguaje que se va a utilizar a lo largo de la unidad.

La duración de esta actividad es de unos 15-20 minutos.

Actividad 2: En esta actividad se mantienen los agrupamientos de la actividad anterior.

El profesor reparte una descripción de un poliedro convexo diferente a cada grupo. En estas descripciones deben aparecer dos de los siguientes datos: el número de aristas, el número de caras o el número de vértices, pero nunca los tres.

Una vez hecho esto, se les pide a los alumnos que encuentren el valor que falta (número de vértices, aristas o caras) y que para ello pueden recurrir a dibujar el poliedro si lo desean. Se les deja que trabajen 10 minutos aproximadamente.

Pasado este tiempo, cada grupo pone en común sus resultados y el profesor pregunta si encuentran alguna relación entre el número de caras, vértices y aristas, y les deja que reflexionen y debatan sobre ello. Al final de la clase, el profesor les animará a que sigan reflexionando hasta la visualización del vídeo de la siguiente sesión, en el que se explicará e institucionalizará el Teorema de Euler.

Para la realización de ambas actividades se necesitan folios, bolígrafo o lapicero y regla (en caso de que quieran dibujar los poliedros en la actividad 2).

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Los alumnos deberán definir los distintos elementos de los poliedros para aprender el lenguaje matemático. Además, deberán razonar y argumentar entre ellos para llegar a los resultados.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para encontrar la solución.
- » **Competencia digital:** La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC. Además, al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados.
- » **Aprender a aprender:** Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
- » **Competencias sociales y cívicas:** Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo.
- » **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** Con estas actividades deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para hallar la solución correcta.
- » **Conciencia y expresiones culturales:** No se trabaja en esta actividad.

➤ **EVALUACIÓN:**

Se evaluarán ambas actividades, y entrarán dentro del 30% correspondiente a las actividades.

De la actividad 1 se evaluará la hoja en la que se recojan las distintas definiciones y se pondrá una nota general al grupo. Para ello se utilizará como instrumento de evaluación la rúbrica modelo A, recogida en la Tabla 5.

De la actividad 2 se evaluará la hoja en la que resuelvan el ejercicio, y de nuevo, se pondrá una nota general al grupo. Para ello se utilizará como instrumento de evaluación la rúbrica modelo A, recogida en la Tabla 5.

Además, también se evaluará el test que deben realizar tras la visualización del vídeo.

Por último, se tendrá en cuenta la actitud al trabajar en grupo y las aportaciones que se hagan en clase. Para evaluarlo, se utilizará como instrumento de evaluación la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6. Esto será evaluado de manera global al final de la unidad didáctica.

3.6.3. Sesión #2

En esta sesión se verán los cuerpos de revolución: cilindro, cono y esfera. Además, se estudiarán los conceptos de eje de revolución, plano o eje de simetría y centros. Asimismo, de la esfera también se estudiará la posición relativa de planos y esferas y las intersecciones entre ambos.

La sesión se desarrollará aplicando el modelo Flipped Classroom. Para la parte teórica se preparará un vídeo explicativo que los alumnos tendrán que ver en casa. De esta manera, el tiempo en clase se utilizará para trabajar los conceptos de manera colaborativa.

Para el desarrollo de esta sesión será necesario ir a la sala de ordenadores del centro ya que se utilizará el programa GeoGebra.

La duración de la sesión será de una hora.

➤ **PARTE TEÓRICA:**

El profesor preparará un breve vídeo explicativo en el que se muestren los distintos tipos de cuerpos de revolución, es decir, los conos, los cilindros y las esferas. Después definirá cada uno de los elementos y los irá mostrando en los cuerpos de revolución.

Además, explicará las tres posiciones relativas de la esfera y el plano:

- » Plano tangente a la esfera.
- » Plano secante a la esfera: figura plana que se genera, es decir, circunferencia, y circunferencia de radio máximo.
- » Plano a una distancia determinada de la esfera.

Todo ello se hará apoyándose en representaciones de las figuras o iconos, es decir, se utilizará tanto el registro de la lengua natural como el registro icónico-figural.

Al final del vídeo, se les recordará la actividad 2 de la sesión anterior y se explicará e institucionalizará el Teorema de Euler.

Por último, el vídeo irá acompañado de un test online sobre los contenidos del vídeo. Este test se enviará automáticamente al profesor para que pueda ver si los alumnos han comprendido o no la explicación y enfocar la clase a las necesidades que se aprecien.

➤ **ACTIVIDADES:**

En esta actividad se necesitará el uso de ordenadores por lo que la clase se realizará en la sala de ordenadores del centro.

Al inicio de la sesión, el profesor preguntará si hay dudas sobre el Teorema de Euler y una vez resueltas las dudas se comenzará con la actividad.

Para esta actividad se divide a la clase por parejas. En concreto, los grupos de cuatro alumnos formados al inicio de la unidad didáctica se dividirán en grupos de dos.

Cada pareja dispondrá de un ordenador con el programa GeoGebra instalado.

La actividad consiste en construir un cono, un cilindro y una esfera, y señalar sus elementos principales (generatriz, eje, un plano de simetría...). Para su construcción, por si no están habituados al programa GeoGebra, el profesor dará una breve explicación de cómo generar cuerpos de revolución en dicho programa. Después será trabajo de cada pareja indicar los elementos principales.

En cuanto a la esfera, situarán también un plano y variarán la distancia de tal forma que representen las distintas posiciones relativas entre esfera y plano.

Todas estas imágenes deberán reunir las en un documento Word o Power Point, señalando qué es cada cosa. En ese documento deberán incluir:

- » Representación del cono señalando sus elementos principales.
- » Representación del cilindro señalando sus elementos principales.

- » Representación de la esfera señalando sus elementos principales.
- » Representación de cuatro posiciones relativas distintas entre plano y esfera:
 - Plano exterior a la esfera.
 - Plano tangente a la esfera.
 - Intersección entre plano y esfera.
 - Intersección entre plano y esfera tal que la circunferencia intersección sea de diámetro máximo.

Al finalizar la sesión, deberán subir el documento a la plataforma para que el profesor lo corrija y evalúe.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS.**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Cada pareja deberá razonar y argumentar entre ellos para llegar a los resultados. Además, deberán redactar un informe en el que aparezcan las figuras pedidas.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para encontrar la solución.
- » **Competencia digital:** La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC, y al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados. Además, para desarrollar esta actividad, los alumnos deberán utilizar el programa Geogebra y redactar el informe en Word o Power Point.
- » **Aprender a aprender:** Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
- » **Competencias sociales y cívicas:** Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo.
- » **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para hallar la solución correcta.

» Conciencia y expresiones culturales: No se trabaja en esta actividad.

➤ **EVALUACIÓN:**

De esta sesión se evaluará el informe que deben realizar, y entrará en el 30% de la nota final correspondiente a las actividades. Para ello se utilizará la rúbrica modelo A, recogida en la Tabla 5.

La actitud y comportamiento en clase también se evaluará y para ello se utilizará la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6. Esta parte será evaluada de manera general al final de la unidad didáctica.

Por último, también se evaluará el test que deben realizar al terminar de ver el vídeo en casa con la explicación teórica.

3.6.4. Sesión #3

En esta sesión se van a trabajar las áreas laterales, áreas totales y volúmenes de los prismas, pirámides y tronco de pirámides, conos y troncos de cono, cilindros y esferas. Además, también se estudiará el Principio de Cavalieri.

Para trabajar estos contenidos se utilizará esta sesión #3, de una hora de duración, y la mitad, aproximadamente, de la sesión #4. Es decir, en total se empleará una hora y media.

Siguiendo el modelo de Flipped Classroom, el profesor preparará un vídeo en el que se explique la teoría para que los alumnos lo vean en casa mientras que el tiempo en el aula se dedicará a trabajar los contenidos de manera colaborativa.

➤ **PARTE TEÓRICA.**

Para estudiar la teoría, el profesor preparará un breve vídeo (10-15 minutos) en el que planteará el volumen, área lateral y área total de los distintos cuerpos elementales (pirámide, tronco de pirámide, prisma, cono, tronco de cono, cilindro y esfera) y cómo se llegan a esas fórmulas.

Además, también se explicará el Principio de Cavalieri. Para ello, se hará primero un pequeño experimento. Se mostrará un prisma o cilindro recto y uno oblicuo con la misma base y altura. Ambos estarán huecos por dentro y abiertos por la base. Se llenará uno de ellos con arroz, y luego se comprobará que para llenar el otro se necesita la misma cantidad de arroz. Es decir, que el volumen de ambos es el mismo. Tras esto se explicará formalmente el Principio de Cavalieri y se animará a que intenten comprobarlo para el caso del cono o la pirámide.

Al finalizar el vídeo, los alumnos tendrán que realizar un pequeño test online que se enviará automáticamente al profesor. Con este test el profesor podrá ver si los alumnos han entendido bien todo lo tratado en el vídeo, de manera que pueda enfocar la clase a hacer hincapié en aquellas dificultades que hayan encontrado.

➤ **ACTIVIDADES:**

Al inicio de la clase el profesor preguntará si hay dudas y las resolverá. Además, en función de los resultados de los test, incidirá en determinados aspectos para que todos los alumnos entiendan los conceptos que van a trabajar en clase.

Posteriormente se iniciará la actividad. En este caso consiste en que resuelvan una ficha de problemas sobre volúmenes y áreas en parejas. Como en la sesión anterior, las parejas se formarán dividiendo en dos los grupos de cuatro formados al inicio de la unidad didáctica.

En esta ficha aparecerán problemas aplicados al contexto en los que tengan que calcular áreas o volúmenes. Además, en algunos tendrán que utilizar los Teoremas de Pitágoras o Tales para obtener algunas medidas que sean incógnita y que sean necesarias para la correcta resolución del problema.

Como en la unidad didáctica anterior sobre figuras planas habrán dado los Teoremas de Pitágoras y de Tales y los habrán aplicado para obtener medidas, deben ser capaces de transferirlo a la geometría en el espacio. En caso contrario, el profesor les guiará para que ellos mismos lleguen a esa conclusión y construyan su propio conocimiento.

El hecho de no incluir ejercicios en esta ficha es porque las áreas y los volúmenes ya se trabajan en el curso anterior, 2º ESO, por lo que ya las tienen más o menos mecanizadas. Además, la resolución de problemas implica usar el razonamiento lógico, por lo que aporta mayores beneficios que la realización de ejercicios.

Cada alumno deberá escribir en su cuaderno los problemas aunque los hagan en pareja, y al profesor le entregarán una de las dos hojas, la que ellos consideren que esté más presentable, para que les pueda evaluar la actividad.

Esta actividad ocupará esta sesión, de una hora, y la mitad de la siguiente. Durante esta primera parte deben realizar la ficha. Al finalizar la sesión, el profesor se la llevará para su corrección y evaluación y la devolverá en la siguiente sesión.

Para esta actividad se requiere papel, bolígrafo, calculadora y la ficha de problemas que entregará el profesor.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Cada pareja deberá razonar y argumentar entre ellos para llegar a los resultados. Además, deberán interpretar y plantear los problemas correctamente para resolverlos con éxito.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para encontrar la solución.
- » **Competencia digital:** La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC, y al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados.
- » **Aprender a aprender:** Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
- » **Competencias sociales y cívicas:** Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo.
- » **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para hallar la solución correcta.
- » **Conciencia y expresiones culturales:** En algunos problemas se trabajará con obras arquitectónicas como por ejemplo las Torres Kio de Madrid, por lo que los alumnos relacionarán las matemáticas, y concretamente la geometría, con elementos de la cultura y el arte.

➤ **EVALUACIÓN:**

En esta actividad el profesor evaluará la hoja con los problemas que recoja de cada pareja.

Cada problema valdrá 1 punto, que se dividirá de la siguiente manera:

- » 0.25 puntos por la interpretación correcta los datos y su representación en un pequeño dibujo de análisis.

- » 0.25 puntos por el correcto planteamiento y desarrollo del problema.
- » 0.25 puntos por obtener la solución correcta. Si se piden varios resultados se dividirá esta nota en el número de soluciones pedidas. Por ejemplo, si se pide área total y se pide volumen, la correcta obtención de cada una de ellas valdrá $0.25/2$.
- » 0.25 puntos por la limpieza y claridad del problema.

Posteriormente se sumaran los puntos y supondrán un 70% de la nota de la actividad. El 30% restante corresponderá a la exposición en la pizarra que se hará en la primera mitad de la siguiente sesión.

La evaluación de esta actividad entrará en el 30% de la nota final de la unidad didáctica correspondiente a las actividades.

También se tendrá en cuenta la actitud de los alumnos en clase, que entrará dentro del 10% correspondiente a actitud y que se evaluará de manera general al final de la unidad didáctica a través de la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6.

Por último, el test que los alumnos deben hacer tras la visualización del vídeo teórico en casa, también se tendrá en cuenta en la evaluación final.

3.6.5. Sesión #4

En esta sesión se van a seguir trabajando las áreas y los volúmenes de figuras geométricas en el espacio. Sin embargo, en esta ocasión no van a ser figuras conocidas sino que serán figuras formadas a partir de las conocidas.

Para trabajar estos contenidos se requerirá de la mitad de esta sesión (en la primera mitad se terminará la actividad de la anterior) y de 4 sesiones más. Es decir, estos contenidos se trabajarán aproximadamente durante 4 horas y media.

➤ **PARTE TEÓRICA:**

Para trabajar estos contenidos no se preparará ningún vídeo teórico ya que no se trabajan contenidos nuevos.

➤ **ACTIVIDADES:**

Al comienzo de la clase el profesor repartirá a cada pareja los problemas que se llevó en la sesión anterior para corregir.

Una vez hecho esto, se dedicará la primera media hora a corregir dichos problemas en la pizarra. Para ello, cada pareja saldrá a explicar al resto de la clase un problema,

repartiéndose la exposición como mejor crean, pero es requisito que expongan ambos porque la exposición se evaluará.

En la siguiente media hora, el profesor repartirá una nueva ficha de problemas para que vuelvan a resolver en parejas (las mismas parejas que en la actividad anterior). Sin embargo, en esta ficha las figuras geométricas que aparecerán serán figuras no conocidas formadas por las conocidas. Por ello, para su resolución deberán utilizar la visión espacial y el razonamiento matemático para obtener los volúmenes o áreas pedidos.

Algunos alumnos encontrarán dificultades en identificar las figuras que formen la figura global. Por ello, el profesor estará pendiente y guiará a los alumnos en la dirección correcta pero dejándoles a ellos la tarea de pensar y razonar por sí mismos para que vayan construyendo su propio conocimiento de manera autónoma y con la ayuda del compañero, es decir, trabajando de manera colaborativa.

El profesor remarcará que en la siguiente clase deberán terminar la hoja de problemas y exponer en la pizarra un problema cada pareja, como en la actividad anterior. Además, cada alumno debe escribir los problemas en su cuaderno aunque los hagan en pareja.

Para esta actividad se requiere papel, bolígrafo, calculadora y la ficha de problemas que entregará el profesor.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Cada pareja deberá razonar y argumentar entre ellos para llegar a los resultados. También, deberán interpretar y plantear los problemas correctamente para resolverlos con éxito. Por último, deberán explicar ante el resto el de los compañeros como se resuelve uno de los problemas de la ficha utilizando el lenguaje matemático.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para encontrar la solución de los problemas planteados.
- » **Competencia digital:** En esta sesión no se trabaja.
- » **Aprender a aprender:** Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.

- » Competencias sociales y cívicas: Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo. Además, deberán tener una actitud de respeto y escucha a los compañeros que estén en la pizarra corrigiendo los problemas.
- » Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para hallar la solución correcta.
- » Conciencia y expresiones culturales: En algunos problemas se trabajará con obras arquitectónicas, con figuras representadas en algún cuadro o con esculturas, por lo que los alumnos relacionarán las matemáticas, y concretamente la geometría, con elementos de la cultura y el arte.

➤ **EVALUACIÓN:**

En esta sesión se evaluará la corrección en la pizarra de los problemas de la actividad anterior y supondrá el 30% de la nota final de la misma. Para ello se utilizará la rúbrica modelo C, recogida en la Tabla 7.

También se evaluará la actitud y el comportamiento de los alumnos en clase. Esto se hará de manera general al finalizar la unidad didáctica utilizando la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6, y supondrá un 10% de la nota final.

3.6.6. Sesión #5

En esta sesión se seguirá trabajando la actividad anterior. La duración de la sesión será de una hora (como del resto de sesiones) y en ella se terminará la actividad que se empezó en la clase anterior.

➤ **PARTE TEÓRICA:**

Siguiendo el método de Flipped Classroom, el profesor preparará un vídeo para que los alumnos vean en casa. En este vídeo no se explicarán nuevos contenidos, pues los contenidos necesarios para el desarrollo de la actividad ya se han explicado en vídeos anteriores.

Este vídeo servirá para mostrar elementos de la geometría en el arte y en el entorno y que así los alumnos vean la geometría como algo cercano a su contexto.

➤ **ACTIVIDADES:**

Durante la primera parte de la clase, el profesor dejará que cada pareja termine de hacer la ficha de problemas que comenzaron en la sesión anterior.

Después, se pasa a su corrección en la pizarra. Para ello se seguirá el mismo procedimiento que en la actividad anterior, es decir, las parejas saldrán a la pizarra a explicar y corregir uno de los problemas y mientras tanto el resto de la clase estará apuntando los fallos que tengan en la hoja en la que hayan hecho los problemas en otro color (rojo o verde). Ambos miembros de la pareja deberán exponer ya que dicha exposición valdrá un 30% de la nota de la actividad.

El profesor en todo momento hará de guía, dejando que los alumnos sean protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tras la corrección, el profesor pedirá a cada pareja que le entreguen los problemas que han hecho (una hoja o cuaderno por pareja, la que ellos decidan) para poder evaluarla.

Al final de la clase, si da tiempo, el profesor preguntará a los alumnos sobre el vídeo que preparó para que viesen en casa y les pedirá más ejemplos de geometría en el entorno o en el arte, pudiéndose establecer un pequeño debate.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Cada pareja deberá razonar y argumentar entre ellos para llegar a los resultados. También, deberán interpretar y plantear los problemas correctamente para resolverlos con éxito. Por último, deberán explicar ante el resto el de los compañeros como se resuelve uno de los problemas de la ficha utilizando el lenguaje matemático.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para encontrar la solución de los problemas planteados.
- » **Competencia digital:** La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC, y al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados.

- » Aprender a aprender: Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
- » Competencias sociales y cívicas: Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo. Además, deberán tener una actitud de respeto y escucha a los compañeros que estén en la pizarra corrigiendo los problemas.
- » Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para hallar la solución correcta.
- » Conciencia y expresiones culturales: En algunos problemas se trabajará con obras arquitectónicas, con figuras representadas en algún cuadro o con esculturas, por lo que los alumnos relacionarán las matemáticas, y concretamente la geometría, con elementos de la cultura y el arte. Además, en el vídeo previo a la sesión se les mostrará como aparece la geometría en el arte y el entorno.

➤ **EVALUACIÓN:**

Se evaluarán tanto la corrección en la pizarra (30% de la nota de la actividad) como la hoja de problemas (70% de la nota de la actividad).

Para evaluar la exposición de cada pareja en la pizarra se utilizará la rúbrica modelo C, recogida en la Tabla 7.

Para evaluar la hoja de problemas se procederá de la misma manera que en la actividad anterior. Esto es, cada problema valdrá un punto, y éste se dividirá de la siguiente manera:

- » 0.25 puntos por la interpretación correcta los datos y su representación en un pequeño dibujo de análisis.
- » 0.25 puntos por el correcto planteamiento y desarrollo del problema.
- » 0.25 puntos por obtener la solución correcta. Si se piden varios resultados se dividirá esta nota en el número de soluciones pedidas. Por ejemplo, si se pide área total y se pide volumen, la correcta obtención de cada una de ellas valdrá $0.25/2$.

- » 0.25 puntos por la limpieza y claridad del problema.

Por último, también se evaluará la actitud y el comportamiento en clase. Esto se hará con la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6, al final de la unidad didáctica.

NOTA: Como se les habrá pedido que la corrección que hagan cuando se corrija en la pizarra, si fuese necesario porque lo hubiesen hecho mal, sea de otro color, el profesor sabrá a la hora de evaluar lo que habían hecho antes de corregir.

3.6.7. Sesión #6, sesión #7 y sesión #8

A lo largo de estas tres sesiones se van a continuar trabajando las áreas y volúmenes de cuerpos geométricos cualesquiera.

Para ello se va a proponer una actividad o pequeño proyecto que los alumnos deberán realizar en las 3 horas correspondientes a la sesión #6, sesión #7 y sesión #8.

Las dos primeras sesiones deberán realizarse en la sala de ordenadores del centro, pues los alumnos necesitarán utilizar el ordenador para poder desarrollar la actividad.

El modelo de aprendizaje que se utilizará será el Flipped Classroom de tal forma que el tiempo en clase se pueda emplear en trabajar los contenidos de manera colaborativa.

La duración de la actividad será de 3 horas de clase.

➤ PARTE TEÓRICA:

Siguiendo el modelo Flipped Classroom, el profesor preparará un breve vídeo que los alumnos deberán ver en casa antes de la sesión #6.

En éste no se explicarán nuevos contenidos sobre geometría sino que el profesor hará un pequeño tutorial sobre el uso de GeoGebra para representar figuras geométricas.

En la actividad de la sesión #2 ya se ha utilizado dicho programa y el profesor dio unas breves pautas entonces para dibujar figuras de revolución. Sin embargo, como van a necesitar dibujar todo tipo de figuras, y para asegurarse de que todos los alumnos sean capaces de trabajar con el programa, se preparará un breve tutorial.

Al final del vídeo, los alumnos deberán completar un test online que se enviará automáticamente al profesor para que éste pueda enfocar los primeros minutos de la sesión a explicar aquellos conceptos que no hayan quedado claros.

➤ **ACTIVIDADES:**

Al inicio de la sesión #6, el profesor repasará aquellos aspectos de GeoGebra en los que haya percibido más dificultades (en función de los resultados de los test).

Una vez hecho esto, se dividirá a la clase en los grupos de 4 formados al inicio de la unidad didáctica y se explicará la actividad. El enunciado dirá lo siguiente:

“Una casa de perfumes ha inventado una nueva fragancia para la campaña de Navidad. Luis, el director creativo, ha pedido a su equipo de trabajo que diseñen un frasco para dicha fragancia. Imaginaos que vosotros sois los empleados de Luis. ¿Cuál sería vuestro diseño?

Debéis realizar un diseño indicando la cantidad de material que se necesitará para cada frasco y la cantidad de fragancia que cabe en cada uno. Esto deberá incluirse en una presentación Power Point en la que se añadirán los dibujos con las dimensiones del frasco. Dicha presentación la tendréis que exponer ante el equipo directivo de la compañía (al resto de la clase).”

Tanto la sesión #6 como la sesión #7 se realizarán en la sala de ordenadores del instituto y será en estas dos horas de clase en las que tendrán que realizar la actividad. La sesión #8 por el contrario transcurrirá en el aula. En esta tercera hora de trabajo, cada grupo deberá exponer el trabajo realizado al resto de la clase.

La exposición debe realizarse entre todos los miembros del grupo, pues se tendrá en cuenta en la evaluación de la actividad. Además, así el profesor se asegura de que todos los miembros del grupo participan y colaboran en el desarrollo de la actividad.

El material que se va a necesitar es: ordenador, proyector del aula, lápiz, calculadora, folios y regla.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Cada grupo deberá razonar y argumentar entre ellos para decidir que diseño van a utilizar para el frasco de perfume. Además, deberán realizar una presentación Power Point y exponerla al resto de la clase. Por último, deberán discutir qué nota le van a poner a las exposiciones de los demás grupos.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para realizar

los cálculos necesarios para señalar la cantidad de líquido que puede contener su diseño y la cantidad de material que necesitan.

- » Competencia digital: La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC, y al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados. Además, para desarrollar esta actividad, los alumnos deberán utilizar el programa GeoGebra y realizar una presentación en Power Point.
 - » Aprender a aprender: Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
 - » Competencias sociales y cívicas: Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo. Además, deberán mostrar una actitud de respeto y escucha mientras los demás grupos expongan sus diseños.
 - » Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para realizar el mejor diseño.
 - » Conciencia y expresiones culturales: No se trabaja en esta actividad.
- **EVALUACIÓN:**

De esta actividad se van a evaluar tanto la exposición como el informe o documento Power Point que tienen que realizar los grupos.

Para la evaluación de la exposición se utilizará la rúbrica modelo C, recogida en la Tabla 7. Se evaluará la exposición de cada miembro del grupo individualmente. El resto de grupos deberán dar una nota del 1 al 10 a la exposición general del grupo. Esta nota hará media con la nota individual de la exposición que ponga el profesor y representará el 30% de la nota de la actividad.

El 70% de la nota restante corresponderá al documento Power Point. Para su evaluación se utilizará la rúbrica modelo A, recogida en la Tabla 5, y la calificación será la misma para todos los miembros del grupo.

Por último, también se tendrán en cuenta en la evaluación tanto el test que deben realizar tras la visualización del vídeo como la actitud y el comportamiento. Esto último se evaluará de manera general al final de la unidad didáctica mediante la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6.

3.6.8. Sesión #9

En esta sesión se van a trabajar los contenidos correspondientes a las coordenadas geográficas (longitud y latitud) y a los husos horarios.

Para ello se utilizará el modelo Flipped Classroom. El profesor preparará un vídeo explicando los contenidos que los alumnos verán en casa, y el tiempo en clase se aprovechará para trabajar y afianzar los contenidos utilizando el trabajo colaborativo.

Estos contenidos está previsto que se estudien en esta única sesión de una hora de duración.

➤ **PARTE TEÓRICA:**

Para explicar los contenidos que se van a trabajar a lo largo de la clase, el profesor preparará un breve vídeo en el que se explique que el globo terráqueo está dividido en paralelos y meridianos. Tomando el meridiano de Greenwich y el paralelo que pasa por el Ecuador como ejes de referencia, se puede situar cualquier punto del globo terráqueo con precisión mediante las coordenadas geográficas, que son longitud y latitud.

Además, se explicará que el huso horario es la zona comprendida entre dos meridianos, y que a medida que avanzamos en los husos horarios hacia la derecha se aumenta una hora, mientras que avanzando hacia la izquierda se disminuye una hora (tomando como referencia el meridiano de Greenwich).

Al final del vídeo, los alumnos deberán realizar un test online que se enviará automáticamente al profesor para que pueda ver en qué puntos tienen los alumnos más dificultades. De esta manera, podrá enfocar la clase a hacer hincapié en dichas dificultades, siendo el alumno el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

➤ **ACTIVIDADES:**

El tiempo en clase se va a emplear a que los alumnos trabajen los contenidos con la guía y el apoyo del profesor.

Los 10 primeros minutos de la clase se emplearán en resolver posibles dudas que hayan surgido al ver el vídeo y a hacer hincapié en aquellos aspectos en los que el profesor haya visto mayores dificultades (al comprobar los test).

Tras esto, se agrupará a la clase por parejas (las mismas parejas que en el resto de la unidad didáctica) y se repartirá una ficha de problemas sobre coordenadas geográficas y husos horarios para que resuelvan de manera colaborativa. En dicha ficha también

aparecerán preguntas teóricas en las que tengan que definir algún concepto (paralelo, meridiano...) utilizando sus propias palabras.

Todos los alumnos deberán escribir en sus cuadernos las soluciones de la ficha y al finalizar la hora el profesor se llevará una por cada pareja, la que ellos prefieran, para su corrección.

El material que se necesita para esta actividad es calculadora, bolígrafo, papel, regla y la ficha de problemas que entregará el profesor.

➤ **COMPETENCIAS TRABAJADAS:**

En esta actividad se trabajan las siguientes competencias:

- » **Comunicación lingüística:** Cada pareja deberá razonar y argumentar entre ellos para decidir cuál es la solución correcta. Además deberán interpretar correctamente los enunciados y obtener los datos e información relevante.
- » **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Los alumnos deberán utilizar el razonamiento y la lógica matemática para realizar los cálculos necesarios para encontrar la solución.
- » **Competencia digital:** La parte teórica se realiza a través del uso responsable de las TIC, y al final de los vídeos teóricos y de las propias sesiones, se animará a los alumnos a que busquen información complementaria sobre los contenidos trabajados.
- » **Aprender a aprender:** Al trabajar en grupo de manera colaborativa, aprenderán unos de los otros, crearán estrategias para la resolución de la tarea y se motivarán para profundizar más en el tema.
- » **Competencias sociales y cívicas:** Al trabajar en equipo deberán respetarse los unos a los otros, comunicándose de manera constructiva y siendo tolerantes con las opiniones de los miembros del equipo.
- » **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** Con esta actividad deberán diseñar un plan de trabajo, tomando la iniciativa y creando distintas estrategias para encontrar la solución.
- » **Conciencia y expresiones culturales:** No se trabaja en esta actividad.

➤ **EVALUACIÓN:**

En esta actividad se evaluará la hoja de problemas que se recogerá al final de la sesión. La nota obtenida hará media con las demás notas de actividades y corresponderá al 30% de la nota final de la unidad didáctica. Para evaluarla, se dará el valor de un punto a cada problema, y éste se dividirá de la siguiente manera:

- » 0.25 puntos por la interpretación correcta los datos y su representación en un pequeño dibujo de análisis.
- » 0.25 puntos por el correcto planteamiento y desarrollo del problema.
- » 0.25 puntos por obtener la solución correcta. Si se piden varios resultados se dividirá esta nota en el número de soluciones pedidas. Por ejemplo, si se pide área total y se pide volumen, la correcta obtención de cada una de ellas valdrá $0.25/2$.
- » 0.25 puntos por la limpieza y claridad del problema.

Además, se tendrá en cuenta en la evaluación global de la unidad didáctica el test que deben realizar al final del vídeo en el que se explican los contenidos.

Por último, también se evaluará la actitud y el comportamiento en clase. Esto se hará con la rúbrica modelo B, recogida en la Tabla 6, al final de la unidad didáctica.

3.6.9. Sesión #10

En esta sesión se realizará una prueba escrita en la que los alumnos pondrán a prueba las habilidades y conocimientos desarrollados a lo largo de la unidad.

Esta prueba se hará de manera individual y sin poder contar con apuntes ni libros, y corresponderá al 60% de la nota final de la unidad didáctica.

La prueba se diseñará para que dure 45 minutos. En los 15 minutos restantes de la sesión, los alumnos deberán poner una nota numérica del 1 al 10 a los que hayan sido sus compañeros de grupo a lo largo de las actividades de la unidad didáctica. Para ello deberán valorar el grado de implicación que hayan tenido sus compañeros en el desarrollo de las mismas.

3.6.10. Sesión #11

Esta sesión se dedicará a la corrección del examen en la pizarra. De esta forma, los alumnos podrán ver qué fallos han cometido y cuál era la solución correcta de cada uno de los ejercicios o problemas del examen.

Tras corregir el examen en la pizarra, el profesor repartirá un cuestionario con el que los alumnos evaluarán la unidad didáctica. Con los resultados de este cuestionario y con los de la prueba escrita, el profesor podrá modificar la unidad didáctica de cara a mejorarla para el año siguiente.

3.6.11. Sesión comodín

Esta unidad didáctica está planificada para que se desarrolle en 12 sesiones (sesión inicial o sesión #0 más las 11 sesiones de nuevos contenidos). De todas formas, se dejará una sesión más (sesión comodín) por si hubiese que emplear más tiempo en alguna actividad o contenido, permitiendo cierta flexibilidad en cuanto a la temporalización.

3.7. Evaluación

La evaluación será formativa y sumativa:

- » La **evaluación formativa** consistirá en la realización de los test, instrumento que el profesor utilizará para reflexionar sobre las dificultades y progresos de los alumnos tras estudiar o visionar los vídeos explicativos. Además, también forman parte de la evaluación formativa las actividades de clase, en las que el profesor podrá constatar si los conceptos se han entendido correctamente. De esta forma, se podrán ir ajustando las sesiones y las actividades al progreso y las necesidades de los alumnos, haciéndolos protagonistas de su propio aprendizaje.
- » La **evaluación sumativa** será la correspondiente a la prueba final del 60%, en la que se pondrá de manifiesto si los alumnos han adquirido las competencias, destrezas y conocimientos correspondientes.

La evaluación de la presente unidad didáctica se realizará de la siguiente manera:

- » *Prueba final individual:* 60% de la nota final.
- » *Actividades realizadas a lo largo de la unidad didáctica:* 30% de la nota final.
- » *Actitud y comportamiento en clase:* 10% de la nota final.
- » *Test online que se realizan tras visualizar los vídeos en casa:* Pueden sumar hasta un punto sobre 10 a la nota de las actividades.

Para que a la nota de la prueba final del 60% se le sume la nota de las actividades, es necesario que el alumno obtenga una puntuación de 5 puntos sobre 10.

En cuanto a la nota de las actividades, se hará una media entre las puntuaciones de todas ellas y, posteriormente, la nota resultante se ponderará con la media de las puntuaciones que los compañeros del grupo hayan puesto al alumno. Si la calificación de los compañeros es excesivamente negativa, el profesor preguntará las razones y, en caso de considerarlo necesario, la retocará. A esta nota de actividades, se le podrá sumar hasta un punto correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en los test.

Por último, en cuanto a la evaluación de la actitud y el comportamiento en clase, se realizará al final de la unidad didáctica y se tendrá en cuenta la actitud en general de cada alumno a lo largo de la misma. La rúbrica que se utilizará para ello se mostrará en el subapartado “Rúbricas”, de la misma manera que las rúbricas correspondientes a las actividades.

3.7.1. Rúbricas.

Las rúbricas son instrumentos o guías de puntuación que permiten evaluar distintos aspectos de un trabajo o actividad de manera objetiva.

A lo largo del desarrollo de las sesiones se han ido presentando algunas actividades que precisaban de una rúbrica para su evaluación. Dichas rúbricas son:

- Rúbrica modelo A, para la evaluación de informes escritos, recogida en la Tabla 5.
- Rúbrica modelo B, para la evaluación de la actitud y el comportamiento, recogida en la Tabla 6.
- Rúbrica modelo C, para la evaluación de las exposiciones orales, recogida en la Tabla 7.

Rúbrica modelo A:

Tabla 5: Rúbrica modelo A para la evaluación de informes o trabajos escritos.

	Insuficiente	Bien (5-6)	Notable (7-8)	Sobresaliente (9-10)
Uso del lenguaje matemático.	Apenas utiliza el lenguaje matemático o lo utiliza de manera incorrecta.	Utiliza el lenguaje matemático en la mayoría de los casos para expresar los resultados obtenidos.	Utiliza el lenguaje matemático correctamente para expresar las conclusiones y resultados obtenidos.	Utiliza un lenguaje matemático complejo para expresar las conclusiones y resultados obtenidos.
Uso del razonamiento matemático.	Apenas utiliza el razonamiento matemático y las estrategias que desarrolla son en su mayoría incorrectas para la resolución de la tarea.	Utiliza un buen razonamiento matemático en la mayoría de los casos y desarrolla estrategias que le ayuda a completar la tarea pero no de la manera más eficaz.	Utiliza el razonamiento matemático de manera correcta, desarrollando buenas estrategias para la resolución de la tarea.	Utiliza el razonamiento matemático de manera compleja, desarrollando las mejores estrategias para la resolución de la tarea.
Resolución de la tarea.	Ejecuta la tarea pero no completa todos los campos y apenas obtiene soluciones correctas. No analiza los resultados obtenidos.	Ejecuta la tarea completando todos los campos que se piden aunque no siempre llega a las soluciones correctas.	Ejecuta la tarea llegando a las soluciones correctas en la gran mayoría de los casos y completando todos los campos que se piden. Además analiza de manera	Ejecuta la tarea de manera excepcional, llegando a las soluciones correctas y completando todos los campos que se piden. Además, analiza de

		Apenas analiza los resultados obtenidos.	crítica los resultados obtenidos.	manera crítica los resultados obtenidos.
Uso de las TICs.	No usa de manera responsable las TICs, no conoce ni muestra interés por aprender los programas informáticos necesarios para la resolución de la tarea. Además, no es capaz de discriminar la información relevante de la que no lo es.	Hace un uso responsable de las TICs, se defiende con los programas informáticos necesarios para la resolución de la tarea, aunque a veces tiene dificultades tanto para eso como para identificar la información relevante cuando busca información en la red. Sin embargo, se interesa en mejorar.	Hace un uso responsable de las TICs, sabe usar los programas informáticos necesarios para la resolución de la tarea y suele identificar los contenidos relevantes de los que no lo son cuando busca información en la red.	Hace un uso responsable de las TICs, conoce y domina los programas informáticos necesarios para la resolución de la tarea y es capaz de discriminar los contenidos relevantes de los que no lo son cuando busca información en la red.
Claridad y limpieza.	La presentación del informe demuestra una falta de interés. No desarrolla los apartados sino que muestra las soluciones sin indicar a que preguntas responden.	La presentación del informe no es del todo clara y los apartados no siempre siguen un orden lógico.	La presentación del informe es clara aunque le falta concreción. Desarrolla los diferentes apartados de manera lógica y haciendo	La presentación del informe es pulcra, clara y concisa, presentando el desarrollo de los apartados detallado y con un orden lógico que hace que la

			referencia a las preguntas que responden.	lectura sea fácil y se comprenda.
Ortografía y gramática.	Presenta múltiples faltas de ortografía o fallos gramaticales y la redacción es errónea.	Aparecen algunas faltas de ortografía o fallos gramaticales, aunque en general la sintaxis y vocabulario es aceptable.	Utiliza una sintaxis y vocabulario correctos y no presenta faltas de ortografía ni fallos gramaticales.	Utiliza una sintaxis y vocabulario elaborados y no presenta faltas de ortografía ni fallos gramaticales.

Fuente: Elaboración propia.

NOTA: En algunas actividades puede ocurrir que determinados campos no se evalúen porque no sean relevantes. Por ejemplo, si en una actividad no se utilizan las TICs, no se evaluará ese campo en dicha actividad.

Rúbrica modelo B:

Tabla 6: Rúbrica modelo B para la evaluación de la actitud y el comportamiento.

	Insuficiente	Bien (5-6)	Notable (7-8)	Sobresaliente (9-10)
Interés y comportamiento en el aula	Apenas muestra interés por los temas y actividades que se trabajan en el aula. No pide turno de palabra para hablar sino que interrumpe de manera constante. Sólo participa en clase para aportar comentarios irrelevantes que no tienen que ver con la asignatura.	Muestra cierto interés por los temas y actividades que se trabajan en el aula. Casi nunca levanta la mano para pedir turno de palabra. Suele participar en clase.	Habitualmente muestra interés por los temas y actividades que se trabajan en el aula. La mayoría de las veces levanta la mano para pedir la palabra. Suele participar en clase.	Siempre muestra gran interés por los temas y actividades que se trabajan en el aula, llegando a investigar más de manera voluntaria. Levanta la mano para hablar y se comunica de manera educada y respetuosa. Siempre participa en clase haciendo preguntas relevantes.
Respeto a los compañeros.	Interrumpe a los compañeros cuando corrigen o exponen, desconcentrándolos y llegando a veces a faltas de respeto	No presta atención a los compañeros, pero no les interrumpen ni faltan al respeto.	Habitualmente escucha a los compañeros cuando exponen o corrigen en la pizarra.	Siempre muestra una actitud de escucha activa y respeto por los compañeros, bien cuando corrigen o exponen, bien cuando preguntan dudas.

Fuente: Elaboración propia.

Rúbrica modelo C:

Tabla 7: Rúbrica modelo C para la evaluación de las exposiciones orales.

	Insuficiente	Bien (5-6)	Notable (7-8)	Sobresaliente (9-10)
Exposición oral	La exposición resulta tediosa y poco clara. No utiliza el lenguaje matemático y no es capaz de seleccionar los aspectos más relevantes del trabajo para exponerlos a sus compañeros.	La exposición es en su mayoría clara aunque a veces no se entiende del todo. Utiliza el lenguaje matemático en ciertas ocasiones. No es capaz de concretar los aspectos más relevantes en el tiempo establecido.	Expone de manera clara, captando la atención de compañeros durante casi toda la exposición y utilizando casi siempre un lenguaje matemático correcto. Sin embargo, no es capaz de concretar los aspectos más relevantes en el tiempo establecido.	Expone de manera clara y concisa, haciendo amena la exposición, captando la atención de sus compañeros y utilizando de manera rigurosa el lenguaje matemático. Además, es capaz de exponer todos los aspectos relevantes en el tiempo establecido.

Fuente: Elaboración propia.

3.7.2. Prueba individual final de los alumnos.

La prueba final con la que se evaluará si se han alcanzado los objetivos y contenidos mínimos consistirá en un examen que supondrá el 60% de la nota final de la unidad didáctica y será requisito necesario que se obtenga al menos un 5 sobre 10 para que se tengan en cuenta el resto de puntuaciones obtenidas a lo largo de la unidad.

El examen estará constituido por 6 preguntas de carácter principalmente práctico en la que los alumnos tengan que hacer uso tanto del razonamiento matemático como de los nuevos conocimientos y habilidades adquiridos para alcanzar la solución correcta. Entre ellas también se incluirá una pregunta correspondiente a definiciones teóricas que los alumnos podrán contestar utilizando sus propias palabras.

Dicha prueba final se adjunta en el apartado Anexos.

3.7.3. Evaluación de los alumnos de la unidad didáctica.

De cara a obtener feedback e implementar y mejorar la unidad didáctica para cursos posteriores, se pasará un cuestionario anónimo al grupo-clase una vez terminada la misma.

El cuestionario recogerá una serie de preguntas en la que se pondrá de manifiesto el grado de satisfacción con la metodología utilizada y la forma de plantear las actividades. Además, en el apartado “Observaciones”, los alumnos podrán opinar sobre puntos que consideren relevantes pero que no estén incluidos en el cuestionario.

El modelo de cuestionario que se ha diseñado para esta propuesta de intervención se presenta en la Tabla 8.

Tabla 8: Cuestionario de la unidad didáctica.

Preguntas:	SÍ	X	NO
1. ¿Esperabas que la unidad fuera más difícil?			
2. ¿Las explicaciones de los vídeos son claras?			
3. ¿La visualización de vídeos te ha supuesto invertir más tiempo del habitual?			
4. ¿Los test al final de los vídeos te han ayudado a trabajar los contenidos del vídeo?			
5. ¿Las actividades te han parecido interesantes?			
6. ¿Trabajar en equipo te ha parecido más motivador que trabajar de manera individual?			
7. ¿Tienes una visión más positiva hacia la geometría que anteriormente?			
8. ¿Te apetece conocer más cosas relacionadas con la geometría y su presencia en el entorno y en el arte?			
9. ¿Te parece justa la forma de evaluar y los porcentajes de cada parte? En caso negativo, ¿Por qué? ¿Qué cambiarías?			
10. ¿Volverías a estudiar siguiendo esta metodología? En caso negativo, ¿por qué?			
11. ¿Qué es lo que menos te ha gustado?			
12. Si pudieses mejorar algo, ¿qué sería?			
13. Observaciones:			

Fuente: Elaboración propia.

4.DISCUSIÓN

La Flipped Classroom es un modelo de enseñanza en el que al invertir los escenarios de aprendizaje tradicionales se convierte a los alumnos en protagonistas del proceso educativo, permitiendo una adquisición de conocimientos más significativa. Asimismo, el hecho de realizar las actividades en clase en colaboración con los compañeros fomenta el desarrollo de las competencias y capacidades para vivir en sociedad, promoviendo el autoaprendizaje y el sentimiento de responsabilidad.

La unidad didáctica propuesta en el presente Trabajo Fin de Máster se ha basado en esta metodología para intentar mejorar los aprendizajes en geometría, pues es una de las áreas que generalmente más dificultades ocasiona.

Sin embargo, mediante el uso de modelos centrados en el alumno se consigue eliminar la mayoría de los obstáculos que suelen aparecer al emplear metodologías tradicionales basadas en la clase magistral, mejorando así el rendimiento y la motivación del alumnado.

Los beneficios que acarrea la utilización del modelo Flipped Classroom se han visto confirmados a partir de los resultados obtenidos en diferentes investigaciones realizadas en los últimos años.

Una de las más recientes es el estudio llevado a cabo por Fornons y Palau (2016) en el Instituto Ermengol IV, mediante el cual se pretendían probar los beneficios del modelo Flipped Classroom, en comparación con el modelo de enseñanza tradicional, en la asignatura de matemáticas de 3º ESO. Además del modelo Flipped Classroom, Fornons et al. (2016) aplicaron la metodología de Aprendizaje Colaborativo para realizar las actividades del aula.

Para desarrollar el estudio, se escogieron dos grupos de 3º ESO con calificaciones y rendimiento académico similares. Uno de ellos sería el grupo de control y seguiría con el modelo de clases magistrales. El otro sería el grupo experimental en el que se utilizaría la nueva metodología.

Al finalizarlo, se pudo comprobar una mejora significativa tanto en el rendimiento y motivación del grupo experimental como en sus resultados académicos. Asimismo se consiguió:

- » Mayor participación de los alumnos en el proceso educativo.
- » Cada alumno avanzaba según su propio ritmo de aprendizaje.
- » Ambiente más relajado en el aula.

- » Mayor colaboración entre alumnos e interacción con el profesor.
- » Mayor nivel de responsabilidad.

En base a los resultados de Fornons et al. (2016), obtenidos para un grupo de características similares al que se pretende llevar la propuesta, se puede deducir que con el diseño que se ha elaborado se conseguirán mejorar los aprendizajes de los alumnos y alcanzar los objetivos planteados.

Por último, se ha de tener en cuenta que aunque la temporalización que se ha establecido excede ligeramente la duración habitual de una unidad didáctica, esto es en beneficio del aprendizaje de los alumnos y puede llegar a economizar tiempo en la programación del resto de unidades didácticas de este curso o incluso en el siguiente.

Asimismo, para poder hacer frente a posibles incidencias incidir en aquellos contenidos que ocasionen mayores dificultades, se ha dejado una sesión “en blanco”, dotando así de flexibilidad a la propuesta.

5. CONCLUSIONES

Para finalizar, se va a analizar el logro de los objetivos que se establecieron al inicio del presente Trabajo Fin de Máster.

El primer objetivo específico consistía en *“Estudiar la legislación estatal vigente así como la legislación de la Comunidad de Madrid”*. Para conseguirlo se ha realizado una búsqueda de las leyes que actualmente están en vigor y se ha hecho una breve descripción de las mismas en el apartado Marco Teórico.

En cuanto al segundo objetivo específico, *“Analizar los errores, obstáculos y dificultades que los alumnos experimentan al trabajar las matemáticas y, en concreto, el área de geometría”*, se ha desarrollado en el marco teórico un estudio sobre aquellas dificultades que se experimentan tanto en las matemáticas como en la geometría.

El tercer objetivo específico correspondía a *“Estudiar la metodología que se va a emplear en la propuesta de intervención, esto es, el modelo Flipped Classroom y el Aprendizaje Colaborativo”*. Para lograrlo se ha efectuado una revisión bibliográfica que se ha detallado al final del Marco Teórico para posteriormente dar paso a la propuesta de intervención realizada en función a dichos modelos de enseñanza.

El cuarto objetivo específico, *“Diseñar una unidad didáctica de geometría en el espacio destinada a alumnos de 3º de ESO basada en el modelo Flipped Classroom y con actividades que se desarrollen colaborativamente”*, se ha llevado a cabo en el apartado Propuesta de Intervención, en el que se detallan cada una de las sesiones en las que se divide la unidad didáctica así como las actividades que se desarrollan en cada una de ellas.

Por tanto, con la consecución de los objetivos específicos, se puede concluir que el objetivo general del Trabajo fin de Máster, es decir, *“Realizar una propuesta de intervención utilizando tanto el modelo Flipped Classroom como el Aprendizaje Colaborativo para diseñar una unidad didáctica del bloque de contenidos de Geometría de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, de tal manera que se mejore el proceso de enseñanza-aprendizaje de dichos contenidos”*, se ha logrado llevar a cabo satisfactoriamente.

Por último, añadir que la realización del Trabajo fin de Máster ha sido un elemento de motivación y crecimiento profesional que se verá reflejado en la futura labor docente de la autora del mismo.

6.LIMITACIONES Y PROSPECTIVA

6.1. Limitaciones

Desde hace unos años, se vienen demandando nuevos modelos de enseñanza que se adapten al incesante cambio cultural en el que se encuentra la sociedad actual y que proporcionen las herramientas necesarias para el desarrollo intelectual, emocional y social de los jóvenes. Además, la aparición de las nuevas tecnologías permite la implantación de nuevas metodologías que favorezcan el aprendizaje y motivación de los alumnos.

Actualmente el modelo Flipped Classroom está ganando presencia en las aulas y aunque en otros países tiene un mayor grado de implantación, como por ejemplo Estados Unidos, son cada vez más los profesores españoles que se decantan por el uso de este modelo de enseñanza.

Por todo esto se ha decidido diseñar la propuesta en base a este modelo. Sin embargo, se deben tener en cuenta ciertas limitaciones que podría suponer un obstáculo a la hora de aplicarla.

En primer lugar, se debe analizar si todos los alumnos tienen acceso a dispositivos con internet en los que puedan ver los vídeos o material interactivo desde casa. En caso contrario, el colegio deberá proporcionar alternativas, como por ejemplo, el uso de la sala de ordenadores del centro fuera del horario lectivo a aquellos alumnos que no dispongan de dichos recursos.

En segundo lugar, los docentes que quieran llevar a cabo esta unidad didáctica deben estar formados en el manejo de las nuevas tecnologías y aplicaciones disponibles en la red ya que el Flipped Classroom exige la utilización de plataformas interactivas para la creación de material audiovisual y la elaboración de test o cuestionarios online. También resulta de máxima importancia la formación en cuanto a gestión de grupos y resolución de conflictos, pues las actividades se llevarán a cabo de manera colaborativa en el aula.

Por último, la realización de las actividades en el aula se puede ver limitada tanto por el espacio del que se disponga como por la disposición y tipo de mobiliario. Es decir, un aula diseñada para impartir metodologías tradicionales donde las sillas y las mesas estén ancladas al suelo, impedirá el desarrollo de actividades colaborativas, en las que el mobiliario se dispone de manera que haya distintos grupos de trabajo. Sin embargo, estas posibles dificultades pueden reducirse mediante un uso creativo del espacio por parte de profesores y alumnos.

Para finalizar, respecto a las limitaciones o dificultades a la hora de realizar el Trabajo Fin de Máster, destacar la escasa bibliografía sobre la implementación del modelo Flipped Classroom en la asignatura de matemáticas, y especialmente para contenidos de geometría. Asimismo, destacar también la imposibilidad de haber llevado la propuesta a la práctica, lo que ha impedido obtener datos reales y de primera mano para analizar tanto su validez como el nivel de logro de los objetivos establecidos.

6.2. Prospectiva

En cuanto a las líneas de trabajo futuras a corto plazo, la primera acción a realizar sería implementar la propuesta en un aula para, de esta forma, analizar su validez y efectividad, pues hasta entonces sólo se puede estimar su impacto en base a otros trabajos de características similares que sí que han podido llevarse a la práctica.

Asimismo, con la finalidad de la mejora permanente del diseño, se irían realizando las modificaciones pertinentes en base a los resultados académicos obtenidos y los cuestionarios de opinión de los alumnos.

Posteriormente, a medio plazo, en función del nivel de logro de los objetivos y del grado de satisfacción tanto de alumnos como de profesores, se extendería la metodología utilizada en este diseño al resto de contenidos de Matemáticas de 3º ESO.

Por último, en el largo plazo, se implementaría este modelo de enseñanza a todos los cursos o incluso al resto de asignaturas del centro. Sin embargo, hay que tener en cuenta que para conseguirlo es necesaria una formación y actualización continua del profesorado, lo que puede ocasionar retenciones y obstaculizar su implantación.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arco César, A. (2016). *Actividad Diseño Curricular: Unidad Didáctica*. Material no publicado.
- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje*. (Tesis de Doctorado). Universidad de Extremadura, Badajoz. Recuperado de <http://biblioteca.unex.es/tesis/8477235740.PDF>
- Brousseau, G. (1989). Es obstacles épistemologiques et la didactique des mathématiques. En N. Bednarz y C. Garnier (1989), *Construction des savoirs, Obstacles et Conflits* (pp. 41-63). Ottawa: CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc.
- Cardozo Cardona, J. J. (2010). *TIC y Educación. Los aprendizajes colaborativos como estrategia para los procesos de construcción de conocimiento*. Recuperado el 22 de octubre de 2016 de http://www.chubut.edu.ar/descargas/secundaria/congreso/TICEDUCACION/RLE2284_Cardozo.pdf
- Castiblanco Paiba, A. C., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. E. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Collazos, C. A., Guerrero, L. y Vergara, A. (2001). *Aprendizaje Colaborativo: Un cambio en el rol del profesor*. Recuperado el 16 de octubre de 2016 de https://www2.sepdf.gob.mx/proesa/archivos/proyectos/guia_general/aprendizaje_colaborativo.pdf
- Decreto 48/2015, de 14 de mayo, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid, 118, de 20 de mayo de 2015.
- Del Puerto, S. M., Lilia Minnaard, S. y Seminara, S. A. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38(4), 1-12. Recuperado de <http://rieoei.org/1285.htm>

- Fornons, V. y Palau, R. F. (2016). Flipped Classroom en la asignatura de Matemáticas de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (55), 1-17. Recuperado de <http://www.edutec.es/blog/?p=333>
- Fouz, F. (s.f.). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Recuperado el 17 de octubre de 2016 de <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- Gamboa Araya, R. y Ballesterero Alfaro, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5414933.pdf>
- Latasa Asso, M. y Ramos Rodríguez, F. (2015). Capítulo 9: Geometría en el espacio. Globo Terráqueo. En Textos Marea Verde, (2015), *Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas: 3º B de ESO* (pp. 245-288). Recuperado de http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/2015/3B_2015/2015_09_geometriaEspacio_3B.pdf
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2013.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *PISA 2012. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe Español. Resultados y Contexto*. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012.pdf?documentId=0901e72b8195d643>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2016). *PISA 2015. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe Español*. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa-2015/pisa2015preliminarok.pdf?documentId=0901e72b8228b93c>
- Mora, F. y Barrantes Campos, H. (2008). ¿Qué es matemática? Creencias y concepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 3(4), 71-81. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6901>

Real Decreto 1105/2015 de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 3, de 3 de enero de 2015.

Socas Robayna, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico Romero, (1997), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 245-260). Barcelona: Horsori. Recuperado el 19 de octubre de 2016 de https://www.researchgate.net/publication/255023992_Capitulo_V_Dificultades_obstaculos_y_errores_en_el_aprendizaje_de_las_Matematicas_en_la_Educacion_Secundaria

Straw, S., Quinlan, O., Harland, J. y Walker, M. (2015). *Flipped Learning Research Report*. Recuperado el 16 de octubre de 2016 de <http://www.javiertouron.es/2015/12/flipped-learning-y-las-matematicas-con.html>

Tourón, J. y Santiago, R. (2015). El modelo Flipped Learning y el desarrollo del talento en la escuela. *Revista de educación*, 368, 169-231. Recuperado de <https://sede.educacion.gob.es/publiventa/detalle.action?cod=20325>

Tourón, J., Santiago, R. y Díez, A. (2014). *The Flipped Classroom: Cómo convertir la escuela en un espacio de aprendizaje*. Recuperado de <http://www.digital-text.com/FTP/LibrosMetodologia/FlippedClassroom.pdf>

Universidad Internacional de la Rioja. (2016). *Tema 1. Teorías del aprendizaje: empirismo y constructivismo y su relación con las matemáticas*. Material no publicado. Recuperado el 27 de marzo de 2016 de http://secundariaonline.unir.net/cursos/lecciones/ARCHIVOS_COMUNES/ersiones_para_imprimir/museco5ma/per42y43/tema1.pdf

Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. New York: Academic Press.

8. WEBGRAFÍA

Cigarruista, P. (2014). *Dificultades en el Aprendizaje de la Geometría*. Recuperado el 20 de octubre de 2016 de <http://www.slideshare.net/JorgeQuintero18/dificultades-en-el-aprendizaje-de-la-geometra>

Tourón, J. (2013). *The Flipped Classroom: ¿no has flipado aún?*. [Mensaje en un blog]. Recuperado el 22 de octubre de 2016 de <http://www.javiertouron.es/2013/06/the-flipped-classroom-no-has-flipado.html>

Tourón, J. (2014). *¿Te apuntas a la enseñanza inversa? Más ideas sobre la flipped classroom*. [Mensaje en un blog]. Recuperado el 22 de octubre de 2016 de <http://www.javiertouron.es/2014/03/te-apuntas-la-ensenanza-inversa-mas.html>

Tourón, J. (2015). *Flipped Learning y las Matemáticas con Khan Academy. Un nuevo informe de investigación*. [Mensaje en un blog]. Recuperado el 22 de octubre de 2016 de <http://www.javiertouron.es/2015/12/flipped-learning-y-las-matematicas-con.html>

ANEXOS

Prueba final escrita: Examen del 60%.

A continuación se presenta el examen escrito que deberán realizar los alumnos al final de la unidad didáctica en la sesión 10.

Los contenidos de la prueba se han obtenido de:

- Pregunta 1: Elaboración propia.
- Pregunta 2: Tanto la imagen como el contenido son de elaboración propia.
- Pregunta 3: Contenido e imagen obtenidos de http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/2015/3B_2015/2015_09_geometriaEspacio_3B.pdf
- Pregunta 4: Elaboración propia.
- Pregunta 5: Tanto la imagen como el contenido son de elaboración propia.
- Pregunta 6: Elaboración propia a partir de http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/2015/3B_2015/2015_09_geometriaEspacio_3B.pdf

PRUEBA DEL 60% DE GEOMETRÍA EN EL ESPACIO 3º ESO		
Nombre:	Apellidos:	Calificación:
Clase:	Nº de lista:	

Instrucciones de la prueba:

- Deberás responder a las siguientes preguntas en bolígrafo azul o negro.
- Está permitido el uso de calculadora no programable.
- Si no tienes espacio suficiente, puedes responder en el folio que se te proporcionará.
- No puedes desgrapar las hojas.
- La duración de la prueba es de 45 minutos.

Preguntas:

1. Define con tus palabras los siguientes términos: *(1 punto)*

Generatriz:

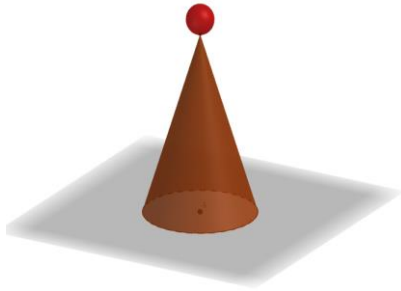
Circunferencia de radio máximo (plano intersección con esfera):

Apotema lateral:

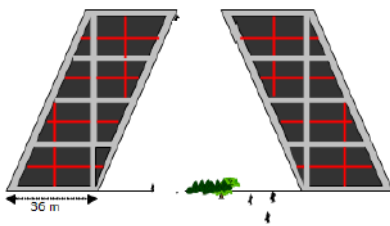
Latitud:

Teorema de Euler:

2. El director del colegio ha decidido que para las próximas navidades se va a colocar en el patio un árbol como el de la Puerta del Sol de Madrid para lo que se van a utilizar planchas de plástico maleables. El árbol medirá 3 metros y encima llevará una esfera de 50cm de diámetro. Si la base del árbol mide 1,5 m de diámetro, ¿cuántos metros cuadrados de plástico deberá comprar? (1,5 puntos)

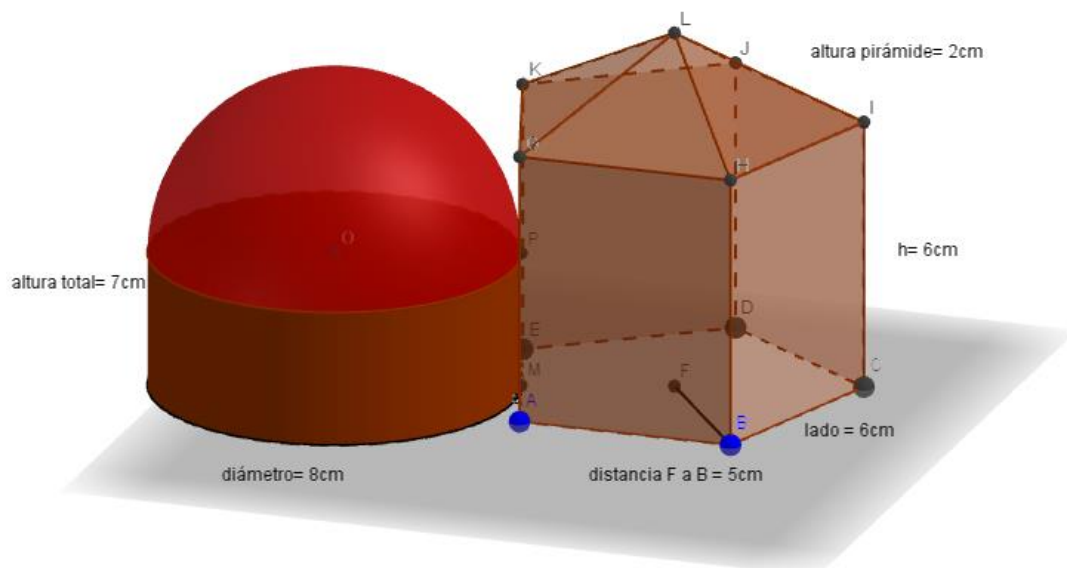


3. Las torres Kio de Madrid son dos torres gemelas que están en el Paseo de la Castellana, junto a la Plaza de Castilla. Cada una de ellas es un prisma oblicuo cuya base es un cuadrado de 36m de lado. Si el volumen interior es de 147744 metros cúbicos, ¿cuál es su altura? Explica en qué principio o teorema te has basado para calcularlo. (2 puntos)



4. ¿Cuánta cartulina necesitaremos si queremos construir una pirámide de base hexagonal con lado de la base 10cm y altura 25cm? ¿Cuál será su volumen? (2 puntos)

5. Un arquitecto está diseñando un nuevo edificio y para ello ha construido la siguiente maqueta. Calcula su área lateral y su volumen. (2 puntos)



6. En un instituto de Roma los alumnos de 1º de bachillerato van a hacer un intercambio con los alumnos de un instituto de San Francisco, California. Si salen de Roma a las 9 am y el vuelo dura aproximadamente 12 horas, ¿qué hora será cuando lleguen a San Francisco? ¿Cuánto tendrán que adelantar o atrasar su reloj? NOTA: Roma está en el huso 1º E y San Francisco en el huso 8º O. (1,5 puntos)