



Universidad Internacional de La Rioja

Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje cooperativo de números racionales en 2º de la ESO.

Presentado por:
Tipo de trabajo:
Director/a:

Judit Álvarez de Eulate Ezquerro
Propuesta de intervención
Jesús Macías Sánchez

Ciudad: Zizur Mayor
Fecha: 27 de Enero de 2017

RESUMEN

El presente proyecto tiene como objetivo principal el diseño de una propuesta de aula para la enseñanza-aprendizaje de los contenidos de números racionales en 2º de ESO a partir de la metodología de aprendizaje cooperativa. Con ello pretende favorecer el rendimiento de los estudiantes mediante propuestas que potencien el aprendizaje significativo de los contenidos. Tras la realización de un análisis sobre las características de la metodología de aprendizaje cooperativa y de su utilización en la enseñanza de números racionales, se diseña una unidad didáctica cooperativa formada por doce sesiones en las que se plantean diferentes actividades. Con ellas se pretende aprovechar las ventajas que esta metodología presenta, y así hacer frente a las dificultades propias del aprendizaje de números racionales. Se trata de una unidad didáctica abierta y flexible, en la que se proponen actividades cooperativas que vinculan los números racionales con diferentes aspectos de la vida real, permitiendo al alumno comprender y asimilar los conceptos estudiados con mayor facilidad y eficiencia. A lo largo de la unidad didáctica diseñada, los alumnos van tomando conciencia de su propio proceso de aprendizaje mediante el trabajo en grupo, lo cual les permite profundizar en los conceptos que más dificultad les suponen, apoyándose en aquellos que dominan.

Palabras clave: metodología de enseñanza cooperativa, números racionales, fracciones, matemáticas, educación secundaria.

ABSTRACT

The present projects main objective is the design of a proposal of rational numbers teaching-learning for the stage of 2º ESO by using cooperative methodology. This way, it is expected to favor the capacity of the students by proposals that improve the deep learning of the concepts. After the study of the features of cooperative methodology and their usefulness for studying rational numbers, it has been designed a cooperative application with twelve sessions and different activities. With them it is expected to leverage the advantages of this methodology, and by this way confronting the specific difficulties of rational numbers learning. It is an open flexible didactic application that includes cooperative activities. These activities relate rational numbers to different real situations, which let the student understands and integrates the concepts easily and efficiently. Along this didactic application, the students become aware their own learning process with the teamwork, which let them go in depth to the concepts that are the most difficult for them, basing on the concepts that they master.

Keywords: cooperative learning methodology, rational numbers, fractions, mathematics, high school education.

ÍNDICE

RESUMEN	2
ABSTRACT	3
ÍNDICE	4
1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA: OBJETIVOS	7
1.1. Objetivos	10
Objetivo Principal	10
Objetivos Secundarios	11
2. MARCO TEÓRICO	11
2.1. Diferencias y similitudes entre metodología cooperativa y colaborativa.	12
2.2. Ventajas de la metodología de aprendizaje cooperativo	13
2.3. Factores que influyen en el rendimiento de la metodología de aprendizaje cooperativo.	14
Composición de grupos	15
Ambiente físico	17
Recompensas o refuerzos positivos externos	19
Tipos de tareas	21
Conflictos sociocognitivos	21
Solicitar, recibir y dar ayuda, explicaciones y diálogos.....	23
Roles	24
Conclusión	25
2.4. Aprendizaje cooperativo aplicado a la asignatura de matemáticas	25
2.5. Aprendizaje de números racionales	26
2.6. Conclusión	30
3. DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	31
3.1. Contextualización	31
Legislación	31

Destinatarios.....	32
3.2. Unidad didáctica	33
Objetivos y competencias clave	34
Relación entre objetivos, competencias, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.....	35
Materiales utilizados	37
Metodología	37
Resumen de actividades	40
Secuenciación de las actividades.....	64
Relación de las actividades con los diferentes elementos del currículum	65
Evaluación.....	66
4. DISCUSIÓN Y LIMITACIONES	70
5. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA	72
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
7. WEBGRAFÍA	78
8. ANEXO I: INTRODUCCIÓN DE CADA SESIÓN	80
9. ANEXO II: PRESENTACIÓN PARA SESIÓN 1	83
10. ANEXO III: VIDEO SESIÓN 1	87
11. ANEXO IV: FICHA DE INFORMACIÓN SOBRE EVALUACIÓN	88
12. ANEXO V: FICHAS DE TEORÍA	90
13. ANEXO VI: FICHAS DE EJERCICIOS	99
14. ANEXO VII: FICHA PARA PROYECTO FIESTA FIN DE CURSO	107
15. ANEXO VIII: FICHA PARA PROYECTO TARROS DE SAL	115

16. ANEXO IX: DOMINÓ CON FRACCIONES	123
17. ANEXO X: FICHA DOMINÓ CON FRACCIONES	124
18. ANEXO XI: TABLERO JUEGO DE LA OCA CON FRACCIONES	125
19. ANEXO XII: FICHA JUEGO DE LA OCA CON FRACCIONES	126
20. ANEXO XIII: TARJETAS PARA EL TRABAJO DE POTENCIAS	128
21. ANEXO XIV: FICHA PARA EL TRABAJO DE POTENCIAS.	129
22. ANEXO XV: TARJETAS PARA EL TRABAJO DE RAÍCES.	131
23. ANEXO XVI: FICHA PARA EL TRABAJO DE RAÍCES.	132
24. ANEXO XVII: PRESENTACIÓN POTENCIAS Y RAÍCES.	134
25. ANEXO XVIII: CARTONES PARA JUEGO DEL BINGO	139
26. ANEXO XIX: JUEGO DEL BINGO	140
27. ANEXO XX: FICHA DE RESPUESTAS DEL BINGO	144
28. ANEXO XXI: PREGUNTAS SOBRE BIOLOGÍA	146
29. ANEXO XXII: FICHA EXPLICATIVA PARA HACER EL FOLLETO	158
30. ANEXO XXIII: EXAMEN INDIVIDUAL	159
31. ANEXO XXIV: EXAMEN GRUPAL	161
32. ANEXO XXV: CUESTIONARIO	169

1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA: OBJETIVOS

Las deficiencias de la metodología de enseñanza tradicional, puestas de manifiesto con la creciente sensación de descontento hacia la educación por parte de la comunidad educativa, tanto desde el profesorado, como desde los padres, madres, tutores legales y alumnos, y con el decrecimiento de la motivación del alumnado por su propio aprendizaje, reflejan que es necesario trabajar en un cambio que suponga una mejora de la misma para su adecuación a la realidad del proceso de aprendizaje de los alumnos. Esta mejora debe dar lugar a nuevas metodologías de enseñanza que permitan un aprendizaje significativo, qué motiven al alumno y que hagan uso de las nuevas tecnologías tanto para educar con ellas, como para educar en ellas. Para conseguirlo, desde los docentes y directivos educativos se debe mantener la premisa que Romero (2003) determinó gracias su experiencia en el diseño e implantación de un proceso de cambio en una escuela de educación secundaria argentina, cuyo contexto era muy similar al de muchos de los institutos españoles actuales.

Es necesario perder el miedo y ayudar a perderlo. [...] Abrir la brecha para innovar implicó explorar los límites de lo posible y desarrollar sentimientos positivos sobre las propias posibilidades de las escuelas, de sus docentes y de sus alumnos para mejorar, desconstruyendo prejuicios, nombrando los medios y dando y recibiendo apoyo (Romero, 2003; p.24).

Una de las nuevas metodologías que se orientan en esta dirección es la metodología de aprendizaje cooperativo (AC), con la que los alumnos aprenden mediante la colaboración en grupo, buscando el beneficio propio y del grupo. Esta metodología ha sido definida desde diferentes puntos de vista, como se recoge en el artículo de Prenda (2011). Entre todas ellas, se puede destacar la siguiente: “El aprendizaje cooperativo es el uso instructivo de grupos para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y entre sí” (Johnson y Johnson, 1991, citado en Prenda, 2011; p.65).

El ser humano es un ser social por naturaleza, e históricamente ha aprendido lo necesario para sobrevivir utilizando a las personas de su alrededor. Por lo tanto, es natural pensar que el aprendizaje cooperativo en el aula puede traducirse en un aprendizaje profundo. Prenda (2011) afirma que “la efectividad de los programas de Aprendizaje Cooperativos ha sido comprobada en muchas escuelas diferentes (desde primarias hasta escuelas para educación de los adultos) (...)" (p.73).

Un determinado concepto que un alumno no comprende en un momento concreto, puede ser perfectamente comprendido por otro, quién es el candidato perfecto para explicar al primero la razón de dicho concepto, ya que ambos usan el mismo lenguaje, pertenecen al mismo grupo de iguales, tienen los mismos conocimientos previos, y ambos lo viven de una manera similar.

Además, la perspectiva con la que un alumno asimila un nuevo concepto, no tiene por qué ser la misma que la de otro alumno del mismo aula, pese a que la explicación proporcionada por el profesor para ambos alumnos haya sido exactamente la misma. Darles el espacio y el tiempo para que hablen entre ellos sobre sus visiones del concepto puede ser muy enriquecedor para ambos, ya que pueden enfocar lo aprendido desde distintos puntos de vista de una forma natural.

Otro de los puntos fuertes de la metodología de aprendizaje cooperativo es el desarrollo de habilidades sociales en los alumnos. Con las actividades grupales que se realizan, el alumno pone en práctica habilidades sociales como la empatía, las relaciones interpersonales, toma de decisiones, el autoconocimiento, manejo de problemas y conflictos, pensamiento creativo y pensamiento crítico. Todo esto favorece el desarrollo del alumno como persona, influyendo positivamente en sus relaciones sociales actuales y futuras. Además permite una mejora del aprendizaje, ya que, se pierde el miedo a preguntar cuando no se sabe algo, puesto que se normaliza y se comprende el hecho de que surjan dudas, de forma que el alumno no acumula conceptos no comprendidos y puede continuar su aprendizaje más motivado y de forma más eficientemente. Otra de las razones por las que esta metodología supone una mejora del aprendizaje es el hecho de que fomenta una cultura de ayuda entre compañeros, que permite al alumno tanto prestar, como recibir ayuda de forma cotidiana.

En general, el aprendizaje de conceptos matemáticos resulta complicado para muchos alumnos. En muchas ocasiones esto es debido a que los alumnos se enfrentan a la asignatura con una idea preconcebida de que no van a ser capaces de comprender los conceptos matemáticos. Esta idea surge de una creencia social muy enraizada que asocia las matemáticas, con saberes complejos y frecuentemente inútiles en la vida cotidiana. Por este motivo, la metodología cooperativa resulta idónea para el aprendizaje profundo de los conceptos matemáticos, ya que rompe con las barreras sociales impuestas a las matemáticas. Esta metodología muestra desde un principio que las matemáticas son accesibles a todos los miembros del grupo. Si además se trabaja

con aplicaciones reales, el alumno asimila la gran utilidad que los conceptos aprendidos suponen para toda la sociedad en diferentes ámbitos.

En concreto, frecuentemente el aprendizaje de números racionales es un difícil reto para el alumno, puesto que se trata de números a los que no está acostumbrado, y sobre los que tiene dificultad para comprender su significado y su aplicación. La metodología cooperativa presenta la oportunidad de naturalizar los problemas que surgen durante el aprendizaje de los mismos y resolverlos, así como de conocer utilidades y aplicarlas.

Todo lo expuesto anteriormente sobre la aplicación de la metodología de aprendizaje cooperativo, no quita que, como en todas las cosas de esta vida, y más en una cuestión como esta, de escasa consideración histórica, siempre se puede trabajar para mejorar. Siempre se pueden detectar puntos débiles sobre los que reflexionar y encontrar la mejor manera de reforzarlos.

Como dice Rúa (2015) “(...) para surtir los efectos deseados este tipo de aprendizaje necesita de tiempo de asimilación y de maduración, así como dedicación dentro y fuera del aula, tanto por parte del profesor (...), como por parte del alumnado” (p.147).

Además de trabajar para hallar la mejor forma de conseguir el tiempo que esta metodología requiere, como señala Rúa (2015), otro asunto sobre el que ya se han hecho numeroso estudios, y sobre el que se continúa investigando para su optimización, es la formación de grupos. Las variantes a la hora de determinar grupos son inmensas, y cada una de ellas puede atender a diferentes criterios. En función del objetivo de la actividad a realizar, la formación de los grupos debe ser tenida en cuenta y aprovechada para contribuir a alcanzar dichos logros.

Otro factor determinante en el éxito de la aplicación de la metodología cooperativa, sobre el que se está reflexionado mucho últimamente, es la definición de criterios de evaluación. Al aplicar la metodología de aprendizaje cooperativo, a menudo surgen dudas sobre cómo evaluar al conjunto del grupo y a cada miembro en concreto. Debido a la diversidad de alumnado que naturalmente se encuentra en las aulas, a menudo el trabajo realizado por unos y por otros tiene un carácter y un peso diferente en cada grupo. La asimilación, asignación y respeto de los roles de cada uno hace que cada miembro realice las tareas de forma diferente, aportando sus cualidades y su trabajo de forma distinta. Todo ello hace que, necesariamente, los criterios de evaluación empleados deban ser adaptables a cada alumno, y a cada grupo. Encontrar la mejor manera de conseguirlo es un reto que desde la comunidad educativa debemos abordar.

No cabe duda entonces de que son numerosas las ventajas que la metodología del aprendizaje cooperativo presenta y que por lo tanto, es necesario que desde el profesorado, se preste especial atención al desarrollo de la misma. Trabajos como el presente, pretenden dar respuesta a la necesidad de mejora que aparece en algunos aspectos concretos de la metodología del aprendizaje cooperativo, como la selección de criterios de evaluación, la correcta formación de grupos de trabajo o la dotación del tiempo adecuado para su aplicación. Para ello se proponen nuevas unidades didácticas que se valen de las numerosas ventajas de dicha metodología y que sirven para enriquecerla y difundirla en la comunidad educativa.

Por último y dando un paso más en la aspiración por contribuir a la mejora de la educación, desde este proyecto se muestra una unidad didáctica realizada desde la cooperación entre diferentes materias, lo que se podría llamar, programación cooperativa.

La programación cooperativa tiene la capacidad de mostrar la aplicación de los contenidos trabajados en diferentes ámbitos de la vida real, así como la de hacer partícipe al alumno de la construcción de los materiales manipulativos que él mismo utilizará en su aprendizaje. Estas interesantes capacidades fomentan el aprendizaje significativo y profundo de los contenidos de todas las materias cooperantes, los cuales se entrelazan y se dan soporte de múltiples formas.

Las unidades didácticas programadas desde la cooperación entre materias son unidades enriquecedoras y motivadoras para los alumnos y para los docentes, ya que se puede hacer un símil directo entre las ventajas de la metodología de enseñanza cooperativa con las de la metodología de aprendizaje cooperativo. Lo que a un profesor no se le ocurre, se le puede ocurrir a otro, lo que un profesor observa en una clase puede ser relevante para otros, lo que desde una materia se puede aportar, no se puede aportar desde las demás, etc.

Además no se debe pasar por alto que, sin duda, la metodología de enseñanza cooperativa sirve de ejemplo para los alumnos, a los que se muestra cómo la cooperación es una forma natural de relacionarse, que abre la puerta a un mundo de posibilidades. Y es que, como dice el refrán, “*Se debe predicar con el ejemplo*”.

1.1. Objetivos

Objetivo Principal

Diseñar una propuesta de aula para la enseñanza-aprendizaje de los contenidos de números racionales en 2º ESO a partir de la metodología cooperativa, con el propósito

de favorecer el rendimiento de los estudiantes mediante propuestas que potencien el aprendizaje significativo de los contenidos.

Objetivos Secundarios

- Conocer y poner en práctica metodologías constructivistas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y en concreto de la metodología cooperativa y su aplicación en el aula, en contra posición de metodologías tradicionales que aún persisten en las aulas de Secundaria.
- Analizar los fenómenos didácticos que emergen en la enseñanza-aprendizaje de los números racionales, ya estudiados en otras investigaciones, con el fin de tenerlos encuentra en el desarrollo de nuestra propuesta.
- Estudiar cómo influye en la motivación de los alumnos y el clima del aula y el centro el desarrollo de propuestas de aula sustentadas en el aprendizaje cooperativo que permitan ver la aplicabilidad de los contenidos matemáticos a un contexto real.
- Estudiar la legislación estatal vigente así como la legislación de la Comunidad Autónoma pertinente en relación a las matemáticas y el contenido a abordar en la propuesta.

A continuación, se desarrolla el marco teórico en el que se engloba este trabajo con el fin de mostrar la realidad actual de la aplicación de la metodología de aprendizaje cooperativo en las aulas, profundizar sobre la misma, y en especial sobre su aplicación al aprendizaje de números racionales.

2. MARCO TEÓRICO

Una vez expuestos los motivos por los que se realiza este trabajo y habiendo hecho la justificación pertinente, este capítulo tiene como finalidad analizar los siguientes apartados:

- Diferencias y similitudes entre metodología cooperativa y colaborativa.
- Ventajas de la metodología cooperativa en el aula.
- Factores que influyen en el rendimiento del aprendizaje bajo la metodología cooperativa.
- Aprendizaje cooperativo aplicado a la asignatura de matemáticas
- Aprendizaje de números racionales

2.1. Diferencias y similitudes entre metodología cooperativa y colaborativa.

Frecuentemente los términos cooperativo y colaborativo son utilizados indistintamente. Pese a que ambas metodologías presentan las ventajas propias del trabajo en grupos organizados, lo cierto es que los términos cooperativo y colaborativo no son sinónimos.

(...) la cooperación y la colaboración no son excluyentes, sino que son complementarias, de acuerdo al tipo de tratamiento de los problemas a resolver y a los valores involucrados en las interacciones entre los participantes en la búsqueda de la solución. (Johnson y Johnson, 1999, citado en Lage y Cataldi, 2001; p.2).

Por un lado, en la metodología colaborativa el problema se trabaja unánimemente por todos los miembros del grupo, de modo que todos los integrantes trabajan en todas las etapas de resolución del mismo.

El aprendizaje colaborativo (...) cada participante del grupo interviene en todas y en cada una de las partes del proyecto o problema. (...) incluye el compromiso mutuo de los participantes en un esfuerzo coordinado para resolver los problemas juntos. La colaboración no es un tratamiento de las tareas (...), sino que es una estructura social en la cual dos o más personas interactúan entre sí, bajo determinadas circunstancias, (...). (Johnson y Johnson, 1999, citado en Lage y Cataldi, 2001; p.2).

Por otro lado en la metodología cooperativa el problema se divide en diferentes apartados y cada miembro trabaja en las tareas que le corresponden, para luego ponerlo en común.

(...) en la cooperación, cada uno de los integrantes del grupo, tiene destinada *una tarea específica dentro del proyecto o problema*, realizando en este caso un trabajo más individual como parte del trabajo total. (...) dado un cierto problema, el mismo se debe completar *dividiendo las tareas* entre los agentes cooperantes, donde cada uno es responsable de su parte para la resolución del problema en su totalidad. . (Johnson y Johnson, 1999, citado en Lage y Cataldi, 2001; p.2).

Como ya se ha dicho, ambas metodologías no son excluyentes, sino complementarias, de modo que frecuentemente se emplean de forma combinada, con el fin de lograr un diseño óptimo de las unidades didácticas.

Las similitudes de ambas metodologías hacen que el análisis detallado en este marco teórico sea perfectamente aplicable a ambas.

2.2. Ventajas de la metodología de aprendizaje cooperativo

Históricamente el ser humano ha utilizado el método de enseñanza-aprendizaje cooperativo sin ser consciente de ello. Generación tras generación se han transmitido conocimientos sobre diversos temas cruciales para la supervivencia de la especie humana, como por ejemplo: conocimientos de caza, recolección de frutos, alimentación, mantenimiento del hogar, o resistencia y prevención de enfermedades. La transmisión de estos conocimientos y la puesta en práctica de los mismos se ha hecho tradicionalmente de forma grupal, y dado que la supervivencia de la especie dependía del buen hacer de estas y otras labores, el interés común de todos los miembros del proceso de enseñanza-aprendizaje estaba muy claro: todos los miembros deben comprender los conocimientos correctamente. Este objetivo es uno de los principios básicos de la metodología de aprendizaje cooperativo. Según recoge León del Barco (2002) en su tesis, “ser cooperativo es una característica del ser humano que lo ha hecho sobrevivir” (Johnson y Johnson, 1990, citado en León del Barco, 2002; p. 23).

El traspaso de conocimientos de unas personas a otras inicialmente no estuvo regulado, se trataba de un proceso natural que respondía a una necesidad en concreto. Posteriormente pasó de realizarse de forma natural, a estar regulado o por lo menos planificado de antemano.

Debido a cuestiones políticas y sociológicas, que no son objeto de un profundo análisis en este proyecto, el aprendizaje actual se ha alejado de la filosofía inicial. En los últimos años se ha primado el trabajo individual, la competitividad y la despreocupación por el aprendizaje de los compañeros. Como se expone en la obra de Slavin y Johnson (1999), hasta los años 80, aproximadamente, no empezaron a desarrollarse estrategias específicas de aprendizaje cooperativo. Hasta entonces el autor resalta que:

(...), los docentes han estimulado a sus alumnos para que trabajen juntos en proyectos grupales ocasionales, en discusiones o debates colectivos o en otras actividades en conjunto o por parejas. Los métodos que se usaban eran, por lo general, informales; además, no tenían estructuración alguna y sólo se los empleaba en raras oportunidades (Slavin y Johnson, 1999; p.6).

Al igual que el ámbito educativo, en el ámbito laboral en los últimos treinta años también se han venido desarrollando estrategias de trabajo cooperativo. Las empresas apuestan por fomentar la cooperación entre compañeros para obtener el máximo rendimiento laboral. Es elevada la inversión que realizan en formación sobre optimización del tiempo en reuniones, puesta en común de trabajos, organización de equipos de trabajo, etc. En el mundo laboral se busca que todos los miembros de un

equipo tengan los conocimientos y habilidades necesarias para realizar correctamente el trabajo grupal. Los trabajadores se apoyan los unos en los otros durante la elaboración de un proyecto, y lo que hace uno miembro del grupo, influye en el trabajo del resto.

Así mismo, la cooperación a nivel social es una herramienta básica en el desarrollo de cualquier sociedad. Y por ello, la metodología cooperativa se presenta no solo como una posible alternativa a la metodología individualista o competitiva en el aula, sino como una alternativa necesaria para el correcto desarrollo social de los alumnos.

La importancia de enfatizar los grupos de aprendizaje cooperativo en las clases va más allá del rendimiento, la aceptación de las diferencias y las actitudes positivas. La capacidad de todos los estudiantes para aprender a trabajar cooperativamente con otros es la piedra angular para construir y mantener parejas estables, familias y amistades duraderas... (Johnson y Johnson, 1982, citado en León del Barco, 2002; p.24).

2.3. Factores que influyen en el rendimiento de la metodología de aprendizaje cooperativo.

No es sencillo determinar y ponderar los factores concretos que afectan al rendimiento en la aplicación de la metodología de aprendizaje cooperativo. En los últimos años se han realizado numerosos estudios teóricos y empíricos al respecto, siendo los resultados difícilmente comparables debido a la gran cantidad de condicionantes que influyen en cada uno de ellos.

En la tesis doctoral de León del Barco (2002) se diferencian entre factores previos a la interacción grupal, y factores que influyen en el proceso interactivo.

Los factores previos que León del Barco (2002) considera necesario tener en cuenta para la programación de actividades cooperativas en el aula son: composición de grupos, ambiente físico, recompensas o refuerzos externos, y tareas a realizar. Los cuales en su mayor parte, “son responsabilidad del profesor que diseña la situación de aprendizaje cooperativo” (León del Barco 2002; p.36).

Por otro lado, los factores mencionados por León del Barco (2002) que influyen en el proceso interactivo son: conflictos sociocognitivos, solicitar, recibir y dar ayuda, explicaciones y diálogos, y roles.

A continuación se analizarán los diferentes factores que pueden determinar el rendimiento de la metodología de aprendizaje cooperativo.

Composición de grupos

Grupos heterogéneos vs grupos homogéneos

La composición de los grupos puede realizarse atendiendo a diversos criterios. Lo más habitual es diferenciar entre grupos homogéneos y grupos heterogéneos, ya sea en cuanto a nivel de conocimiento, a nivel de habilidades sociales, cultura, sexo u otros criterios.

La mayoría de los estudios realizados coinciden en que la agrupación debe ser heterogénea. De acuerdo con ello León del Barco (2002) afirma que:

Las situaciones más ventajosas para un aprendizaje cooperativo no son aquellas en las que interactúan alumnos con idéntico nivel, ni tampoco las que emparejan alumnos con niveles muy diferentes. En el primer caso, es más difícil que surjan puntos de vista diferentes o que la habilidad de un participante pueda ser aprovechada por los demás. (...). En el segundo caso, los más competentes difícilmente podrán tener en cuenta los conocimientos de sus compañeros y los menos competentes tendrán dificultades en seguir el ritmo y las reflexiones de los más expertos. (León del Barco, 2002; p.38 y 39)

De igual modo, Collazos y Mendoza (2006) aconsejan “formar grupos que sean heterogéneos en cuanto a habilidad, personalidad, nivel de escolaridad, profesión, género”. (p.72).

Para que la experiencia de aprendizaje cooperativo sea enriquecedora para todos los miembros del grupo, este debe estar cohesionado. Los grupos heterogéneos formados por iguales son idóneos para lograr este objetivo.

Por una parte, la condición de iguales permite que los miembros se entiendan fácilmente, ya que todos usan el mismo lenguaje, pueden confiar los unos en los otros y pueden empatizar con los demás miembros con relativa facilidad, lo cual se traduce en una relación grupal favorecedora del desarrollo del aprendizaje.

La metodología cooperativa permite el aprendizaje de conceptos y la consolidación de los mismos mediante las explicaciones entre iguales. El uso del mismo lenguaje favorece la superación de miedos y vergüenzas a la hora de preguntar o aclarar dudas, lo cual beneficia el aprendizaje de todos los miembros del grupo.

Por otra parte, la condición de heterogéneo, hace del grupo una entidad rica en alternativas de trabajo, en variedad de puntos de vista, y amplia en experiencias y vivencias relacionadas con los contenidos a trabajar.

La compensación entre las carencias y virtudes en habilidades y conocimientos de unos miembros y otros en diferentes ámbitos, permite abordar las tareas de la forma

más conveniente, dando la oportunidad de mostrar el camino correcto al que no lo sabe, o está confundido, y afianzándolo en el caso de aquellos que ya lo conocen.

Por ejemplo, un alumno que al inicio no sabe comunicarse correctamente, ya sea debido a un exceso de protagonismo o a una falta de habilidad de expresión, no puede hacer llegar sus ideas al grupo. En este caso, es el mismo grupo, mostrando ejemplos de buena comunicación, quien enseña a este alumno cómo debe expresarse para conseguir ser escuchado y tenido en cuenta.

Todos los miembros de un grupo cohesionado se sienten parte de un equipo que trabaja por un objetivo común que beneficia al grupo y que a su vez le aporta beneficios individuales a cada uno de ellos. Cada miembro aporta su grano de arena al grupo, cada uno en su medida y cada uno con sus características.

Finalmente cabe reflexionar sobre la polémica que surgió en los primeros años de implantación de la metodología cooperativa en las aulas, en los que se plantearon las posibles consecuencias negativas que el trabajo en grupos heterogéneos podía suponer para los alumnos con altas capacidades. Dicha polémica, ha sido desestimada por los numerosos resultados de estudios que reflejan la inexistencia de efectos negativos del trabajo cooperativo sobre alumnos con altas capacidades, siendo las consecuencias en todos los casos positivas o al menos iguales a las del trabajo individual o competitivo.

Ayudando a los demás, el alumno desarrolla habilidades sociales, que le serán útiles a lo largo de todo su proceso de aprendizaje, siéndole también útiles en el desarrollo de su experiencia laboral y personal. Además, apoyando a otros compañeros en su aprendizaje, el alumno se siente útil en el aula, lo cual favorece a su motivación por la asignatura. Por último, al tratar de enseñar a sus compañeros, razona los conocimientos aprendidos y los estructura en su mente, lo cual le ayuda a asimilarlos y afianzarlos mejor, es decir, a realizar un aprendizaje profundo de los mismos. Como dice León del Barco (2002), “No debemos olvidar que se aprende más enseñando que aprendiendo” (p.38).

Sobre el aprendizaje de alumnos con altas capacidades en grupos heterogéneos, León del Barco (2002) afirma que “los alumnos con alto rendimiento avanzan más en las situaciones de aprendizaje cooperativo que en las situaciones de clases tradicionales y progresan en la misma proporción que los alumnos de rendimiento bajo o medio”. (Slavin, 1991, citado de León del Barco, 2002; p.77).

Tamaño del grupo

El tamaño adecuado de los grupos de trabajo cooperativo depende de muchos factores. Entre ellos, León del Barco (2002) destaca el tipo de tarea a realizar, el tiempo programado, el entrenamiento de los miembros del grupo en este tipo de metodología y el grado de maduración del grupo. No obstante, la mayoría de los estudios reflejan que, dependiendo de los factores mencionados, “lo más adecuado es que el grupo de aprendizaje oscile entre 2 y 6 miembros” (León del Barco, 2002; p.42). En la bibliografía se encuentran estudios que aconsejan este rango de tamaño.

"Nuestro consejo para los profesores principiantes es empezar con grupos de dos o tres. A medida que los estudiantes van adquiriendo más experiencia y habilidades, serán capaces de funcionar bien en grupos más grandes. Seis puede ser el límite superior para el grupo cooperativo. En la mayoría de las escuelas, más miembros constituiría un número demasiado grande incluso en el caso de miembros muy habilidosos" (Johnson, 1984; p.27).

Como aconsejan los estudios, conforme el profesor y los alumnos aprenden a trabajar de forma cooperativa, el tamaño del grupo puede aumentar hasta un límite de 6 personas. Lo cual disminuye el número de grupos de trabajo, permitiendo que el profesor pueda atender a cada uno de ellos durante más tiempo. Teniendo en cuenta que el ratio máximo de alumnos por aula está entre 25 y 27 alumnos, la posibilidad de aumentar el tiempo que el docente dedica a cada grupo resulta especialmente interesante para favorecer el aprendizaje de los alumnos.

Ambiente físico

El ambiente físico del aula es un factor que influye en el rendimiento del aprendizaje cooperativo. Al igual que en otros ámbitos de la vida, el entorno y el contexto de una situación marcan el devenir de la misma.

Previamente al análisis de la influencia del ambiente físico en la metodología de aprendizaje cooperativo, es interesante reflexionar sobre la definición de “ambiente físico”.

Según recoge Forneiro (2008) el término “físico” hace referencia “a los locales para la actividad, caracterizados por los objetos, materiales didácticos, mobiliario y decoración”. Mientras que el término “ambiente” se refiere “al conjunto del espacio físico y a las relaciones que en él se establecen” (p.52). De estas definiciones se deduce que, los objetos físicos de los que el docente se vale para realizar las actividades cooperativas, intervienen en las relaciones de los alumnos, y por consiguiente en el trabajo del grupo y en el desarrollo del aprendizaje de cada uno de sus miembros.

Consecuentemente, se debe tener en cuenta la selección y el uso del espacio físico en el aula, y más aun si en ella se aplica la metodología de aprendizaje cooperativo, donde la relación entre los alumnos cobra especial importancia.

Como en la mayoría de los avances en educación, los primeros estudios de la optimización del ambiente físico en las aulas se centran en las etapas de educación infantil y primaria. Es por ello, que la mayor parte de los análisis realizados hasta el momento se basan en dichas etapas, y no mencionan si las conclusiones son extensibles a la etapa de educación secundaria y etapas superiores. Este es el caso del artículo de Forneiro (2008), del cual en este proyecto se extraen las conclusiones más generales, que pueden ser aplicadas en la reflexión referida a la etapa de educación secundaria.

Forneiro (2008) plantea un análisis del ambiente del aula en la etapa infantil con el fin de dar las herramientas necesarias a los maestros de esta etapa para que puedan

identificar cuáles son los elementos cruciales que hacen que su clase funcione o no, y descubrir cuáles son los que debe tener en cuenta para que el ambiente de aprendizaje que ha creado llegue a ser eficaz en relación a los objetivos formativos que se ha propuesto (p.69).

En este análisis, se distingue entre espacios de trabajo delimitados o abiertos, y espacios más, o menos fáciles de modificar. Además en el artículo se distingue entre diferentes zonas de trabajo con el fin de asociar cada espacio a una actividad en concreto, o en ocasiones a más de una.

Consecuentemente con el fin de favorecer el ambiente de trabajo en las actividades cooperativas en la etapa de educación secundaria, se debe programar las actividades teniendo en cuenta la organización del espacio en el aula en función de las actividades a trabajar. Es decir, se debe considerar de antemano qué diferentes espacios va a haber, si estarán delimitados o no, cómo estarán delimitados, si se van transformar durante la sesión y cómo se va a realizar esta transformación, etc.

Una correcta planificación del ambiente físico permite optimizar las actividades cooperativas, por ejemplo, permitiendo una optimización en el uso de materiales manipulativos (gracias a la asignación de una zona de almacenamiento específica), una mejora en la organización de los contenidos trabajados (evitando desorganizaciones), o una mejora en la cohesión del grupo (por ejemplo teniendo en cuenta la conclusión que León del Barco (2002) expone en su tesis: “la disposición que facilita la comunicación entre los miembros de un grupo, tendría que ser mas circular que frontal” (p.44)).

La vinculación de espacios y actividades puede suponer una herramienta de organización de tareas para las actividades cooperativas en la etapa de educación

secundaria. Por ejemplo, en una clase se pueden asignar dos partes claramente diferenciadas de modo que en una se trabaje la puesta en práctica de conocimientos de forma grupal, mediante la resolución de ejercicios, problemas y realización de proyectos, mientras que en otra se trabaje la resolución de dudas en grupos.

Recompensas o refuerzos positivos externos

A menudo, el grado de implicación de los alumnos en una tarea depende de las recompensas o castigos que este recibe por parte del profesor. Aunque en muchas ocasiones este sistema de refuerzos positivos y negativos sea útil para conseguir que los alumnos trabajen, se debe tener en cuenta que no se trata de un sistema de aumento de la motivación intrínseca, sino de la motivación extrínseca. Y por lo tanto, puede no fomentar el aprendizaje profundo de los contenidos trabajados.

Es la motivación intrínseca, la que realmente fomenta el aprendizaje profundo. Como exponen Sánchez y Pina (2011), “el éxito en la superación de los retos es uno de los ingredientes principales de la motivación intrínseca, con lo cual está muy ligada al enfoque profundo de aprendizaje (...)" (p.87). Mientras que “la motivación extrínseca se define como opuesta a la intrínseca, como aquella que procede de fuera y que conduce a la ejecución de la tarea” (p.87).

Si a un alumno le interesa la recompensa que el profesor ofrece por realizar la tarea se esforzará en ella, mientras que si no le compensa no se esforzará a menos que tema el castigo asociado a la no realización de la tarea. Es decir, puede que el alumno realice la tarea, sin implicarse en la misma, únicamente por desear la recompensa, o por evitar el castigo. A este respecto, Sánchez y Pina (2011), indican que hay investigaciones relacionadas con el aprendizaje que demuestran que:

La aplicación de refuerzos positivos fomenta el enfoque superficial de aprendizaje en el que los estudiantes tratan de “salir del paso” ante las demandas académicas para evitar castigos o recibir recompensas (premios materiales), lo cual resulta poco útil o inadecuado (p.87).

A pesar de ello, como ya se ha dicho, reforzar las acciones es una práctica habitual y natural en las aulas, con la que pueden conseguirse mejoras del proceso de desarrollo del aprendizaje. Para conseguirlo, los docentes deben tomar conciencia de la necesidad de un correcto uso de los refuerzos, tanto positivos, como negativos.

Se puede distinguir entre dos tipos de refuerzos: refuerzos físicos o simbólicos (objetos utilizados como premio, puntos positivos, puntos negativos, privilegios y discriminaciones) y refuerzos lingüísticos (lenguaje verbal y no verbal).

La utilización de cada uno de ellos, debe atender a unos objetivos concretos y deben ser utilizados de manera adecuada, ya que el abuso, o la carencia de los mismos puede tener consecuencias muy negativas sobre el alumno.

La utilización de refuerzos físicos o simbólicos positivos, como objetos a modo de premio o puntos positivos, puede llevar al alumno a considerar que el objetivo de su trabajo es la obtención de dicho objeto y no el aprendizaje de los contenidos trabajados. Lo cual le impedirá ver la necesidad de realizar otras tareas no asociadas a un premio físico o simbólico.

Por otra parte, un exceso de refuerzos físicos o simbólicos negativos, como la pérdida de privilegios, la no ganancia de objetos físicos, o la sustracción de puntos, puede ocasionar en el alumno un sentimiento de desmotivación y en los peores casos un sentimiento de impotencia, que no fomenta en él una actitud de esfuerzo y superación, sino que le lleva a “tirar la toalla”.

Para que esto no ocurra, el docente debe utilizar este tipo de refuerzo de forma esporádica, sin que llegue a ser una exigencia por parte del alumnado, ni una carga permanente para ninguno de ellos. Además, para optimizar este recurso, la elección del objeto utilizado como premio, debe ser tenida en cuenta, de forma que dicho objeto sea atractivo para el alumno y a su vez le sea útil académicamente.

En cuanto a la utilización de refuerzos lingüísticos, debemos tener en cuenta que el uso del lenguaje es la vía que el ser humano utiliza para expresar las emociones. Según lo expuesto por Roca, Abarca y Marzo (2002):

La dimensión emocional es clave en las interacciones personales. La práctica docente se desarrolla en contextos interactivos por lo que las emociones que se transmiten implícitamente tendrán un papel fundamental no sólo en el desarrollo emocional del alumnado sino también en la emocionalidad del propio docente y la eficacia de su labor (p.1).

Los refuerzo lingüísticos, son empleados por el ser humano de forma natural en todos los ámbitos de la vida, con el fin de modificar o fomentar las conductas de las personas que lo rodean según el criterio personal. Consecuentemente, en el aula, el profesor debe utilizarlos para mejorar el proceso de aprendizaje de sus alumnos. Este, debe hacerles saber cuándo su actitud ante su propio aprendizaje es correcta, y cuando deben modificarla. En ambos casos, es necesario destacar y clarificar qué es exactamente lo que se está reforzando positiva o negativamente. Además es esencial hacerlo de forma educada, utilizando correctamente el lenguaje verbal y el lenguaje corporal.

Considerando las características de la metodología de aprendizaje cooperativo, cobra especial importancia la determinación de los objetivos que se pretenden conseguir mediante la utilización de refuerzos, tanto los objetivos a nivel grupal, como los objetivos a nivel individual.

Es necesario determinar si, el refuerzo debe ser aplicado a todos los miembros del grupo por igual, o si se debe aplicar individualmente teniendo en cuenta las aportaciones, capacidades y desarrollo del aprendizaje de cada alumno. Así mismo, se debe determinar si el refuerzo se realizará en función del resultado del trabajo grupal o del trabajo individual. Según León del Barco (2002), “las recompensas específicas de grupo, basadas en el aprendizaje de los miembros y no en el producto grupal, aumentan la eficacia de los métodos de aprendizaje cooperativo” (p.46).

Tipos de tareas

Los docentes pueden hacer uso de diferentes tipos de tareas para desarrollar el aprendizaje de sus alumnos. Esta variedad permite combinar distintas formas de trabajar, lo cual supone un enriquecimiento del proceso de aprendizaje puesto que se proporciona a los alumnos diferentes enfoques de un mismo concepto. Para que esto sea posible, el profesor debe programar qué tipo de tarea va a realizar en cada momento.

León del Barco (2002) distingue entre tareas abiertas y tareas cerradas.

Existen (...) tareas abiertas con varias soluciones posibles en las que los participantes deben seleccionar la información relevante: estas tareas facilitan la comunicación y la colaboración. Por el contrario, en las tareas cerradas que se caracterizan por directrices e informaciones especificadas y establecidas, la comunicación y la colaboración se ven reducidas (p.53).

En concreto, la metodología de aprendizaje cooperativo abre el abanico de posibilidades en la selección de tareas, puesto que incluye variables como el grado de comunicación necesario o el modo de reparto de cargos y responsabilidades, y por lo tanto, requiere una organización y preparación de las tareas a realizar aun más exhaustiva que la metodología tradicional.

Conflictos sociocognitivos

Según la teoría de Vygotski sobre el aprendizaje, el desarrollo de las funciones cognitivas dependen de las relaciones interpersonales. Las funciones mentales del ser humano aparecen en primer lugar a través de las relaciones sociales, y en segundo lugar como propiedad interna del pensamiento propio (Universidad Internacional de la Rioja, 2016).

León del Barco (2002), tras analizar diferentes estudios concluye que:

(...) una de las variables más importantes para que se produzca el progreso, es la posibilidad de intercambiar y confrontar los puntos de vista personales con los ajenos. No es, por tanto, importante que los razonamientos y argumentaciones sean correctos, sino que generen discusión y diálogo. Tampoco es necesario que ninguno de los participantes domine la tarea, es suficiente que se posea las competencias mínimas necesarias para resolver la tarea propuesta (p.68).

En el aula, se pueden dar las condiciones propicias para que los alumnos experimenten relaciones interpersonales entre iguales. Para ello el profesor debe planificar, crear y guiar estas condiciones con el fin de favorecer el desarrollo del aprendizaje de los alumnos. Debe propiciar la generación de conflictos sociocognitivos, gracias a los cuales se adquieren conocimientos nuevos o se modifican antiguos conocimientos erróneos.

Si, como se ha dicho, los centros educativos en sí ya ofrecen una posibilidad de creación de conflictos sociocognitivos, la metodología de aprendizaje cooperativo optimiza esta posibilidad, estableciendo las condiciones necesarias para que estos se puedan dar adecuadamente. A este respecto, Bouzas (2009) expone:

Podemos situar el aprendizaje cooperativo en un punto de confluencia de las aportaciones hechas desde la Pedagogía, resaltando el papel que encierra la escuela como potenciadora de cambio, a través de todo el proceso educativo, y desde la Psicología Social, enfatizando la influencia de la relación con los iguales, del grupo y de los refuerzos sociales (p.131).

Los docentes pueden considerar la metodología de aprendizaje cooperativo como una herramienta útil para lograr alcanzar los objetos propuestos, ya que esta se basa en la optimización de los procesos utilizados para la generación de conflictos sociocognitivos, y por tanto en la optimización del aprendizaje del alumno. Para ello esta metodología atiende a cuestiones como las ya mencionadas anteriormente: formación de grupos, ambiente físico, tareas, etc., además analiza las características que el sujeto debe tener para que se pueda obtener un desarrollo del aprendizaje, respecto a lo cual, León del Barco (2002) expone que:

Se requiere, por parte del sujeto, la capacidad mental suficiente para entender el choque entre posturas divergentes. El sujeto debe tener un punto de vista propio y comprender que es posible que existan otras respuestas o planteamientos diferentes al suyo. (...). No sólo son necesarios unos prerequisitos mentales por parte del sujeto, también desde el punto de vista social el sujeto debe ser capaz de comunicarse de forma adecuada y procesar correctamente el contenido de la información que transmiten sus compañeros (p. 70-71).

Consecuentemente, en la aplicación de la metodología cooperativa, el docente debe tener en cuenta que:

(...) sólo los sujetos que hayan alcanzado el nivel de competencia mínima, tanto en el aspecto social como intelectual, podrán beneficiarse de las interacciones con sus iguales y con el profesor. Es decir, la naturaleza y la importancia de los avances están en función del nivel inicial del desarrollo del sujeto. Este nivel de competencia mínima se considera un prerequisito tanto para la interacción social como para la reestructuración cognitiva (Bouzas, 2009; p.142).

Solicitar, recibir y dar ayuda, explicaciones y diálogos.

En una sociedad individualizada con la actual, las personas no están familiarizadas con la práctica de solicitar, recibir o dar ayuda, y a menudo la necesidad de la misma resulta un problema para los individuos. La acción de solicitar, dar o recibir ayuda está socialmente asociada a sentimientos de vergüenza, inferioridad y molestia. Por ello, para poder afrontar con éxito los conflictos sociocognitivos generados en la aplicación de la metodología cooperativa, es necesario desarrollar la capacidad de los alumnos de solicitar, dar y recibir ayuda de forma natural y sin que ello suponga la aparición de emociones negativas.

Para que los alumnos interactúen eficazmente, es necesario que sean capaces de aportar y escuchar explicaciones, para lo cual deben ser capaces de mantener diálogos de forma respetuosa, ordenada, y eficiente.

En los grupos de trabajo en los que cooperan alumnos heterogéneos, el nivel de elaboración de las aportaciones que cada miembro hace al grupo es diferente. Por ello, se obtienen resultados distintos para la misma tarea en función del grupo que la realice. A este respecto, León del Barco (2002) muestra un modelo de interacción entre iguales, con el que representa las posibilidades de que un individuo llegue a obtener ayuda por parte del grupo al que pertenece.

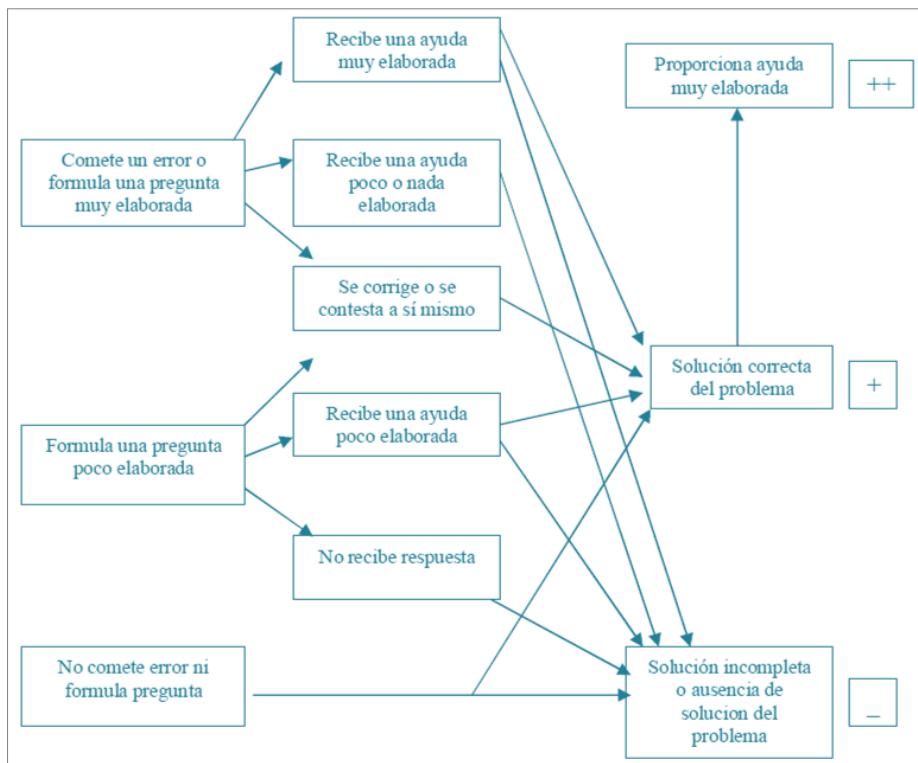


Figura 1. Modelo de interacción entre iguales: nivel de elaboración de la aportaciones de los participantes (León del Barco, 2002; p.79)

El modelo permite comprender cómo la ayuda puede fluir dentro del grupo mediante un correcto uso del diálogo, así como identificar qué aportaciones dificultan el flujo de la misma. León del Barco (2002) interpreta que es posible:

(...) encontrar correlaciones positivas entre el rendimiento y las explicaciones elaboradas que se proporcionan al grupo. La explicación de este resultado se encuentra en las exigencias que plantea el hecho de ofrecer ayudas muy elaboradas. La persona que explica a los demás una serie de contenidos o cómo se resuelve un problema, está obligada previamente a aclararse, profundizar y reorganizar sus propios conocimientos, descubriendo de este modo lagunas e incomprensiones que se ve obligado a resolver (p.80).

Roles

Para que la metodología de aprendizaje cooperativo sea eficiente, el docente debe tener en cuenta la influencia de los roles de cada miembro en el trabajo del grupo. Cada persona, en función de sus vivencias, características y contexto, desempeña un rol dentro del grupo. Este puede ser cambiante a lo largo del tiempo, y puede ser consciente o inconsciente. Es el docente quien debe considerar esta realidad y usarla a favor del desarrollo del aprendizaje.

De este modo, la asignación externa de roles puede hacerse bajo el criterio de fomentar las características y actitudes positivas de un miembro del grupo, o bajo el

criterio de modificar y enseñar nuevos comportamientos y formas de trabajar. León del Barco (2002) recoge los diferentes tipos de roles que se dan en situaciones de aprendizaje cooperativo, sobre los que el docente puede actuar asignando roles externos.

ROLES	CARACTERÍSTICAS
Organizar:	Empieza, activa las cosas, sugiere planes, recuerda objetivos y sugiere soluciones.
Contribuir:	Aporta datos, recursos, ideas que uno tiene, formas de resolver un problema.
Animar:	Levanta la moral de los demás, solicita participación, escucha, destaca aspectos positivos.
Conectar:	Resume lo anterior, une y relaciona las diferentes aportaciones, ideas y soluciones.
Positivo:	Concilia al grupo, se centra en la tarea, es breve y conciso, trabajador, ordenado.
Agresor:	Ataca, desaprueba, pone en tela de juicio cuanto se dice, interrumpe el ritmo del grupo e inicia las discusiones.
Bloqueador:	Se opone, se resiste, impide avanzar y conseguir metas sin aportar soluciones.
Tímido:	Se inhibe, observa y no se compromete, adopta actitudes pasivas, se queda con dudas por no preguntar.
Autoritario:	Muestra autoridad, manipula, manda y ordena lo que se tiene que hacer.
Sabelotodo:	Busca reconocimiento, admiración, afán de protagonismo. Se cree en poder de la razón.

Figura 2. Diferentes tipos de roles que se dan en situaciones de aprendizaje cooperativo (León del Barco, 2002; p.84)

Conclusión

Como se ha visto, son muchos los factores que influyen en el rendimiento del aprendizaje bajo la metodología cooperativa. Una buena planificación organización, y puesta en prácticas de estos factores es clave para que la enseñanza cooperativa sea eficiente. De ello se debe encargar el docente, que conociendo la metodología y a los alumnos a los que está destinada, debe diseñar unidades didácticas que tengan en cuenta todos los factores mencionados y busquen optimizar el rendimiento de las tareas cooperativas.

2.4. Aprendizaje cooperativo aplicado a la asignatura de matemáticas

La asignatura de matemáticas siempre ha estado socialmente incluida entre las asignaturas “dificiles” del currículum. Esta mala fama social, que fomenta la desmotivación del alumnado hacia las matemáticas, es en gran parte la causante de los malos resultados que muchos de los alumnos, en todas las etapas educativas, obtienen en esta materia, en comparación con otras materias. Como expone Pascual (2009):

Si consiguiéramos que los estudiantes hicieran suyo uno de los lemas empleados en el año 2000, año mundial de las matemáticas, si

consiguiéramos que los estudiantes sintieran que *las matemáticas son útiles y divertidas*, la mejora de su rendimiento académico no tardaría en llegar (p.57).

Como ya se ha defendido en este proyecto, la metodología cooperativa proporciona interesantes ventajas en el desarrollo del aprendizaje, y consecuentemente, la enseñanza de las matemáticas puede enriquecerse con el uso de esta metodología.

A este respecto, se han realizado diversos estudios, como el de Pons, González-Herrero y Serrano (2008) en el que se estudiaron “los efectos de una metodología cooperativa en el aula de matemáticas centrándose en las interacciones entre tratamiento y contenido”. El cual concluye que “las diferencias en rendimiento, aunque son siempre a favor de la cooperación, son más acusadas en los contenidos más novedosos y complejos” (p.253).

Los docentes de matemáticas deben aplicar la metodología cooperativa en sus clases, con el fin de beneficiarse de todas las ventajas que esta conlleva. Para ello, deben tener en cuenta las características de esta metodología y las características de la materia, puesto que las actividades cooperativas se deben adecuar a las necesidades de la asignatura.

El docente debe programar y guiar el trabajo atendiendo a los factores que influyen en el rendimiento de la actividad cooperativa en el aula de matemáticas. Por ejemplo, la repartición de tareas en algunas ocasiones puede estar limitada por las características de la misma. A este respecto, León del Barco (2002) determina que “es complicado imaginar cómo se puede aprender a resolver un problema de matemáticas si a cada alumno le damos una parte” (p.55).

El carácter abstracto de las matemáticas, entre otras características, hace que la planificación de las tareas cooperativas cobre especial importancia en esta materia.

2.5. Aprendizaje de números racionales

La unidad didáctica “Números racionales” resulta especialmente difícil para los estudiantes durante la etapa de educación secundaria. Pese a la escasa cantidad de contenido que tiene la unidad, y a la repetición de los mismos en el currículum de, prácticamente, todos los cursos de la etapa ESO, el concepto de “fracción” no es fácil de asimilar para los alumnos.

Cada curso, los alumnos recuerdan cómo se opera con números racionales, y llegan a resolver algunos problemas al final de la unidad, pero generalmente, no llegan a

comprender el significado de “fracción”, y como consecuencia, al comenzar la unidad didáctica en el curso siguiente, no son capaces de deducir cómo se opera con estos números. Según Cataño Arbeláez (2015):

Las fracciones constituyen un obstáculo notable, dado que la aceptación de este objeto por parte de la comunidad matemática se dio en tiempos remotos (desde el 2000 a. C. en Egipto o tal vez antes), parecería que no existen indicios de obstáculo epistemológico, pero un estudio histórico atento y crítico muestra, por el contrario, que no es así. (D’Amore, Fandiño, Marazzani y Sbaragli, 2008, citado en Cataño Arbeláez, 2015; p.7)

El estudio de Espinosa y Mesa (2014) expone cuales son las dificultades que los estudiantes tienen sobre el manejo de los números fraccionarios y sus operaciones básicas:

Para los estudiantes no es muy común el trabajo con el concepto de fracción como parte de un todo, o como razón, o como cociente; aspectos esenciales de lo que significa realmente una fracción. De otro lado, los estudiantes presentan dificultades en la operatoria con fracciones, suman el numerador con el denominador y lo convierten así en un entero, suman las fracciones como si se tratara de enteros sin ninguna relación entre sí, no tienen claridad en la manera de hallar un común denominador, presentan confusiones en la multiplicación y en la división de fracciones (p.99).

En la tesis doctoral de Castaño Arbeláez (2015) se exponen las consideraciones de Moreno y Flores (2000) a cerca de los obstáculos en el aprendizaje de fracciones:

Algunos errores conceptuales aparecen al relacionar distintas interpretaciones de la fracción. La identificación de la fracción con una cantidad es un obstáculo para interpretar y manejar la fracción como razón, y para el número racional.

La noción de equivalencia de fracciones es origen de errores debidos al manejo simultáneo de diversos sentidos de fracción y de equivalencia, y otras veces por los problemas originados ante la transitividad del signo igual.

La introducción temprana del cálculo algorítmico puede provocar confusiones en su manejo. Estos equívocos también se pueden producir por la similitud entre las notaciones de los números naturales y las fracciones. En este sentido se puede considerar que las operaciones aprendidas con los números naturales son un obstáculo para las operaciones realizadas con racionales ya que, por ejemplo, la multiplicación no significa siempre un aumento de la cantidad.

En el aprendizaje de los números decimales, los alumnos encuentran dificultades en las operaciones, en el uso del cero, en la lectura y escritura de los números y en el orden. Estas dificultades se deben en gran medida a la persistencia de conocimientos de los números naturales (Moreno y Flores, 2000, citado en Castaño Arbeláez, 2015; p. 33-34).

Por todo lo anteriormente mencionado, es evidente que el docente debe prestar especial atención a la representación del concepto de fracción que presenta a sus alumnos. Para ello puede utilizar los registros que permiten el trabajo de los conceptos matemáticos en general, según considere oportuno:

- Registro de la lengua natural
- Registro figural-ícono
- Registro numérico
- Registro tabular
- Registro geométrico
- Registro gráfico

(Universidad Internacional de la Rioja, 2016).

De todos los registros listados, los más comunes en la enseñanza de fracciones son el lenguaje natural, el figural-ícono y el numérico.

Cabe destacar que el registro verbal es importante tanto por parte del docente como por parte de los alumnos.

En relación a tener en cuenta el conocimiento informal de los niños, cabe señalar que la única forma de poder tener en cuenta este conocimiento es “saber en qué cantidad existe” y eso lo sabremos si el niño nos lo “dice”. Para eso se necesita un clima de clase en el que los niños no encuentren cortapisas a la posibilidad de “verbalizar” sus pensamientos, además de que se les presenten las “situaciones adecuadas” para que esto pueda ocurrir (Linares y Sánchez, 1988; p.86).

En cuanto al registro figural-ícono, se utilizan dos formas de representación: en contextos continuos y en contextos discretos. De ellos, “el contexto continuo puede considerarse el más natural” (Linares y Sánchez, 1988; p.90).

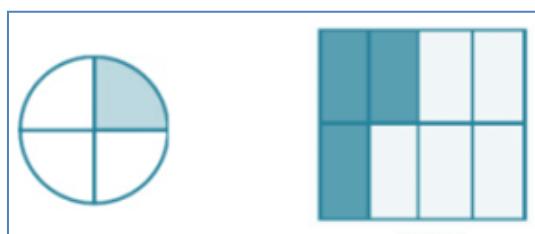


Figura 3. Representación continua de fracciones (Recuperado el 20 de Enero de 2017 de http://agrega.educacion.es/repositorio/08052015/d1/es_2015050812_9125212/index.html)

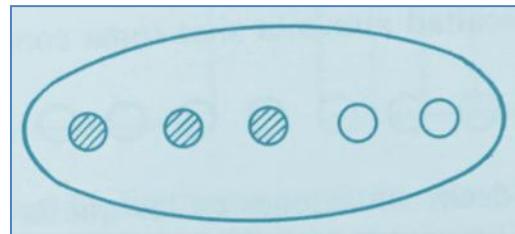


Figura 4. Representación discreta de fracciones (Linares y Sánchez ,1988; 57)

Por otra parte, es esencial prestar atención al registro numérico, pues el carácter abstracto del mismo supone una barrera para los alumnos. Una correcta vinculación de este registro con el resto de registros ayuda al alumno a adquirir los conceptos y a desarrollar la capacidad de utilizarlos.

Además, se debe destacar que el resto de registros también pueden ser utilizados en las aulas para la enseñanza de fracciones. Por ejemplo, el registro geométrico permite mostrar al alumno diferentes ejemplos, así como trabajar situaciones en las que la idea de fracción no es aplicable.

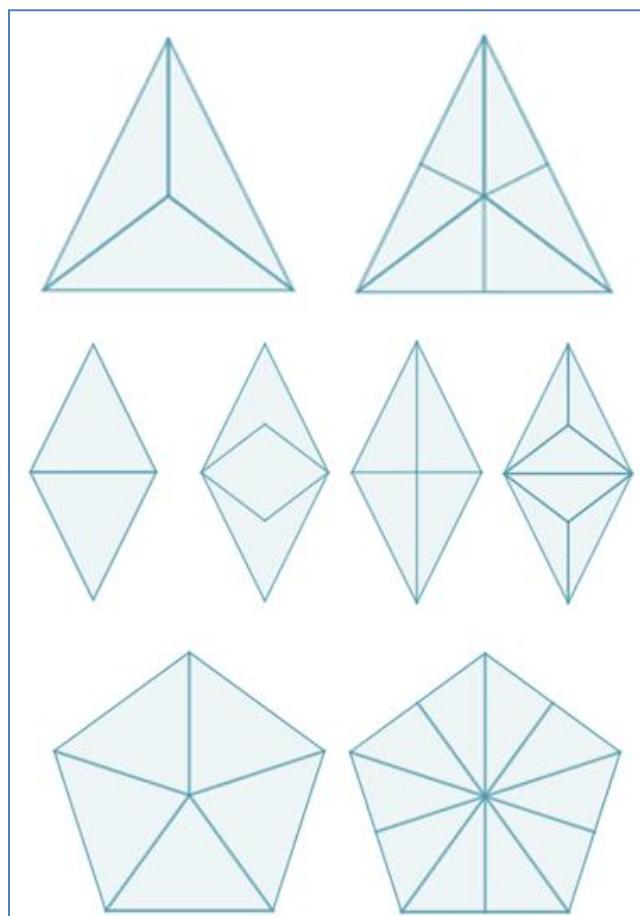


Figura 5. Representación geométrica de fracciones (Copiado de Linares y Sánchez ,1988; 89)

En relación a la enseñanza de fracciones, Linares y Sánchez (1988) determina que:

Situaciones de reparto y medida, tanto en contextos continuos como discretos en cuyo desarrollo intervengan ideas tales como el considerar el tamaño de la unidad, la necesidad de partes congruentes, o situaciones en las que la propia idea de fracción no es aplicable, pueden ayudar a clarificar los distintos atributos necesarios para el desarrollo posterior de la relación parte-todo. (p.90)

En los últimos tiempos se han diseñado diferentes recursos manipulativos que favorecen el aprendizaje de los números fraccionarios. En concreto Linares y Sánchez (1988) expone algunos ejemplos de actividades en las que se puede utilizar este tipo de recursos, como la elección de una Regleta Cuisinaire arbitraria como unidad, o la repartición de un determinado número de naranjas entre un grupo de alumnos (pudiendo incluso variar el tamaño de las naranjas, para trabajar la vinculación de la fracción a la unidad).

Además los autores también propone actividades como:

Cubrir una mesa con folios teniendo que considerar en algún momento “partes” del folio para terminar la tarea, o medir la longitud de la pizarra con un lápiz y tener que volver a considerar partes del lápiz (en relación al todo) con el condicionante de tener que comunicar a los compañeros de una forma clara que parte del folio o del lápiz de han considerado. (Linares y Sánchez, 1988; p.91).

En resumen, los registros de representación deben ser utilizados de forma conjunta para trabajar todas las características del concepto de fracción. Y en esta misma línea, cabe destacar que, como dicen Báez y Hernández (2002) “el sólo uso de material concreto no es suficiente para garantizar la apropiación del conocimiento matemático. Debemos observar el entorno instruccional total para entender la efectividad del uso de materiales concretos” (p.1), especialmente en el tratamiento de números fraccionarios, debido a las particulares dificultades que este presenta en los alumnos.

2.6. Conclusión

Finalmente, se puede concluir que la metodología de aprendizaje cooperativo presenta ventajas importantes frente a la metodología de aprendizaje individual y competitivo. Atendiendo correctamente a los factores que influyen en el rendimiento de dicha metodología es posible diseñar unidades didácticas orientadas a favorecer el aprendizaje profundo de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades sociales por parte del alumnado.

En la asignatura de matemáticas, y en concreto en la enseñanza de los contenidos relativos a los números racionales, esta metodología supone una filosofía de trabajo que, bajo una correcta programación, implantación y evaluación, puede suponer una

experiencia de aprendizaje verdaderamente interesante tanto para el alumno como para el docente.

Bajo este marco teórico se diseña la U.D. sobre números racionales para 2º de ESO que se muestra en los siguientes apartados de este trabajo. La metodología que en ella se emplea, es la metodología de aprendizaje cooperativo y colaborativo.

3. DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

3.1. Contextualización

En este apartado se expone el contexto en el que se diseña la U.D. presentada en este trabajo. Se especifica la legislación a la que se ciñe, por tratarse de una U.D. orientada a la impartición en centros navarros, además de las características de los destinatarios de la misma.

Legislación

La unidad didáctica presentada en este trabajo se basa en la actual legislación vigente en la Comunidad Foral de Navarra, Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril, que a su vez parte de R.D. 1105/2014.

En el *R.D. 1105/2014* se determinan los objetivos generales de etapa y las competencias clave que se deben trabajar en las etapas de ESO y Bachillerato, mientras que en el Anexo 1 del *Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril*, se especifican los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables para cada curso y materia.

En concreto, la unidad didáctica propuesta en este trabajo está destinada a la asignatura de Matemáticas del curso 2º de ESO, y su título es “Números Racionales”. El Anexo 1, apartado 9- *Matemáticas del Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril*, muestra en formato tabla los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables que competen a esta asignatura. En esta tabla, se puede observar que la materia está dividida en cinco bloques, de los cuales el primero está orientado a ser trabajado transversalmente junto al resto de bloques:

- Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Números y Álgebra
- Geometría
- Funciones
- Estadística y Probabilidad

La unidad didáctica “Números Racionales” se enmarca en el bloque 2-Números y Álgebra. En este bloque se trabajan los números enteros, los números racionales, el álgebra, las ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita y los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Destinatarios

Los destinatarios de esta unidad didáctica son los alumnos de 1º ciclo de la etapa de ESO, 2º curso. Se trata de alumnos adolescentes de entre 13 y 14 años (excepto alumnos repetidores o promocionados debido a altas capacidades) que se encuentran en el ecuador del primer ciclo de ESO. Salvo casos específicos, tienen al menos un año de experiencia en el centro educativo y conocen el funcionamiento del mismo.

Por lo general durante este curso los alumnos empiezan a plantearse su futuro académico, puesto que es en el siguiente curso cuando por primera vez en sus vidas deben tomar una decisión sobre su itinerario académico. Esta decisión atañe directamente a la asignatura de matemáticas, debiendo elegir entre cursar matemáticas orientadas a las ciencias académicas o matemáticas orientadas a las ciencias aplicadas en 3º de ESO. Pese a que la decisión no supone el cierre a ninguna posibilidad académica, tiene una importante repercusión psicológica en el alumno, puesto que se ha etiquetado la orientación de sus estudios, y desde ese momento se crea una predisposición hacia un tipo u otro de itinerario académico.

La visión que el alumno adquiere sobre las matemáticas durante el 2º curso de ESO, las emociones que experimenta en la asignatura, la atracción que se despierta en él hacia los contenidos matemáticos trabajados y la vinculación que percibe entre la materia y sus inquietudes e intereses, influyen en la decisión que el alumno toma sobre su futuro académico. Por lo tanto, es especialmente importante prestar atención a todos estos aspectos durante el diseño e implantación de las unidades didácticas de este curso y materia (como la que se muestra en este trabajo) con el fin de que el alumno pueda elegir la opción que realmente le interese, sin que puedan intervenir factores como el miedo, la pereza o la falta de motivación por desconocimiento.

Teniendo en cuenta que la unidad didáctica propuesta se enmarca en los primeros años de la etapa de desarrollo psicológico adolescente, es necesario considerar las peculiaridades de los alumnos en este punto crucial de sus vidas para que la unidad didáctica diseñada se adapte a las condiciones reales de trabajo.

Por adolescencia solemos entender la etapa que se extiende, *grosso modo*, desde los 12-13 años hasta aproximadamente el final de la segunda década

de la vida. Se trata de una etapa de transición en la que ya no se es niño, pero en la que aún no se tiene el estatus de adulto. (Palacios, 2014; p.343)

La adolescencia es una etapa marcada por el desarrollo físico y sexual (pubertad), desarrollo social y desarrollo moral. Los numerosos cambios que el alumno adolescente experimenta en este desarrollo ocasionan conductas propias de estas edades que pueden marcar el devenir de la unidad didáctica. El alumno se encuentra inmerso en un proceso de creación de su propia identidad, desarrollo de un autoconcepto y una imagen corporal, que viene marcada por la relación con sus iguales, sus familiares, su entorno y los medios de comunicación. Este proceso, generalmente no resulta sencillo, y frecuentemente se ocasionan conflictos entre alumnos o entre profesores y alumnos.

La programación de unidades didácticas destinadas a este tipo de alumnado requiere del conocimiento y comprensión de la etapa de desarrollo adolescente. Debe tratar de propiciar un ambiente adecuado para que cada alumno se desarrolle desde el respeto a los demás y a uno mismo, y tratando de fomentar las virtudes propias de esta etapa, como la abundancia de energía y vitalidad de la que disponen los alumnos o su creatividad.

3.2. Unidad didáctica

En este apartado, se detallan los conceptos fundamentales en relación al desarrollo de la unidad didáctica “Números racionales” de la asignatura de matemáticas del curso 2º de ESO. Se especifican los objetivos y las competencias trabajadas y la relación entre los objetivos, competencias, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables. Además también se recogen los materiales utilizados, metodología, resumen de actividades, secuenciación de actividades y evaluación.

Se trata de una programación detallada y a su vez abierta y flexible, que permite modificar o adaptar los elementos de la misma en función de las necesidades de los destinatarios.

Además se puede definir como una U.D. en la que se pone en práctica el uso de la metodología cooperativa, complementada y enriquecida con otras metodologías a nivel de aula (mediante la programación de actividades) y a nivel de centro (mediante la coordinación de tareas entre los departamentos de matemáticas, tecnología y Biología).

Como ya se ha especificado, la unidad didáctica “Números racionales” de la asignatura de matemáticas del curso 2º de ESO forma parte del bloque “Números y álgebra”, y se trata de la segunda unidad que se imparte en el curso, tras el tema “Números enteros”.

Objetivos y competencias clave

La Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (2014) define los objetivos y las competencias como:

Objetivos: referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin.

Competencias: capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos (*R.D. 1105/2014*).

Los objetivos de esta unidad didáctica se componen de algunos de los objetivos generales de etapa determinados en el *R.D. 1105/2014*, y los objetivos propios de la U.D., que están relacionados con los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables establecidos en el *Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril*. Además cada uno de los objetivos está directamente relacionado con una o varias de las competencias clave establecidas en el *R.D. 1105/2014*. En concreto las competencias clave que más se trabajan en esta unidad didáctica son:

- C. Matemática (C.M.):

Se fomenta el razonamiento matemático mediante el trabajo en grupo sobre números racionales, así como la capacidad de interpretar y utilizar las características y propiedades de estos números en contextos reales mediante las actividades propuestas.

- C. Social y cívica (C.SyC):

Mediante el aprendizaje cooperativo se trabaja la capacidad de interactuar con el entorno, de manera que el alumno desarrolla la capacidad de vivir en sociedad desde el respeto y bienestar mutuo.

- C. de aprender a aprender (C.A.):

La capacidad de ser consciente del desarrollo del aprendizaje propio se fomenta gracias a la metodología participativa propuesta en la U.D. Además, la realización de resúmenes, y reflexiones sobre los contenidos favorece la implicación del alumno en su propio aprendizaje.

La siguiente tabla muestra los objetivos marcados para la U.D. junto a las competencias clave a las que se asocian.

Tabla 1. Objetivos y competencias clave de la U.D. “Números racionales”

Objetivos de la U.D. “Números Racionales” 2º de ESO	Competencias clave
(1) Utilizar las propiedades de números fraccionarios y sus operaciones, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (Objetivo de U.D.)	C. M. C. S y C.
(2) Realizar operaciones con potencias de números fraccionarios con exponente natural. (Objetivo de U.D.)	C. M.
(3) Respetar la jerarquía en las operaciones con números racionales. (Objetivo de U.D.)	C. M.
(4) Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con fracciones, estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (Objetivo de U.D.)	C. M. C. S y C.
(5) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo. (Objetivo general de materia)	C. S y C. C. A.
(6) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. (Objetivo general de materia)	C. S y C.
(7) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas. (Objetivo general de materia)	C. S y C. C. A.
(8) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática. (Objetivo general de materia)	C. S y C.

Relación entre objetivos, competencias, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

Como ya se ha dicho, los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de esta programación están relacionados entre sí. Además, los objetivos y las competencias también están relacionados con los demás elementos de currículum.

Esta relación queda de manifiesto en la siguiente tabla, en la que se recogen los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables asociados con las principales competencias clave a las que atienden.

Tabla 2. Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y competencias clave de la U.D.

Objetivos	Contenidos	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	C. clave
BLOQUE 2.-NÚMEROS Y ÁLGEBRA				
(1) Utilizar las propiedades de números fraccionarios y sus operaciones, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.	(1) Resolución de problemas. (<i>Bloque 1</i>)	(1) Utilizar números fraccionarios, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.	(1) Emplea adecuadamente los distintos tipos de números y sus operaciones, para resolver problemas cotidianos contextualizados, representando e interpretando mediante medios tecnológicos, cuando sea necesario, los resultados obtenidos.	C. M. C. S y C.
(2) Realizar operaciones con potencias de números fraccionarios con exponente natural.	(2.1) Potencias de números fraccionarios con exponente natural.	(2) Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.	(2.1) Calcula el valor de expresiones numéricas de distintos tipos de números mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente natural aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.	C. M.
	(2.2) Raíces cuadradas de números fraccionarios.		(2.2) Realiza operaciones combinadas entre números enteros, y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.	
(3) Respetar la jerarquía en las operaciones con números racionales.	(2.3) Operaciones.	(3.1.) Realiza operaciones combinadas entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.	(3.2) Desarrolla estrategias de cálculo mental para realizar cálculos exactos o aproximados valorando la precisión exigida en la operación o en el problema.	C. M. C. S y C.
	(2.4) Jerarquía de las operaciones.		(3.3) Realiza cálculos con números fraccionarios decidiendo la forma más adecuada (mental, escrita o con calculadora), coherente y precisa.	
(4) Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con fracciones, estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.	(3) Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.	(3) Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con fracciones, y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.		

Materiales utilizados

Los materiales utilizados en la U.D. son:

- Proyector
- Ordenador
- Pizarra
- Fichas de teoría
- Fichas de ejercicios
- Fichas de trabajo
- Botes de cristal
- Sal
- Tizas de colores
- Juego de domino
- Juego de la oca
- Juego del bingo
- Tarjetas para calcular dimensiones
- Tarjetas de preguntas
- Cartulinas
- Rotuladores
- Revistas
- Pinturas

Metodología

La metodología utilizada para el desarrollo de la U.D. es la metodología de aprendizaje cooperativo-colaborativo.

Al inicio de la U.D. se proporciona a los alumnos el material con el que se va a trabajar durante todo el tema. No se utiliza el libro de texto, sino fichas de teoría ([Anexo V](#)) y fichas de ejercicios ([Anexo VI](#)), debiendo disponer cada alumno de un ejemplar de cada tipo. Además, se les informa sobre los contenidos a trabajar, los criterios e instrumentos de evaluación y sobre la metodología que se va a utilizar.

Con el fin de formar a los alumnos en la metodología cooperativa-colaborativa, en la sesión de presentación de la U.D., se reflexiona y analiza sobre la misma. De este modo los alumnos pueden comprender los objetivos y características de la filosofía de trabajo que se pone en práctica durante el desarrollo del tema.

Además, para que el alumno tome conciencia de su proceso de aprendizaje, cada sesión comienza con una presentación PowerPoint en la que se muestra los contenidos a tratar en dicha sesión, las palabras clave que se van a trabajar, y la tarea a realizar en casa (informando de la tarea al principio de la sesión se pretende evitar las prisas y malentendidos que surgen al hacerlo en el último momento).

La tarea a realizar en casa puede ser de tres tipos:

- Ejercicios.
- Lectura de teoría.
- Combinación de los dos anteriores.

La corrección de los ejercicios realizados como tarea se hace de dos formas diferentes alternativamente en cada sesión:

- Mediante trabajo en gran grupo:
 - El profesor expresa el resultado de forma verbal. Si a algún alumno le surgen dudas sobre un ejercicio, voluntariamente un compañero suyo realiza el ejercicio en la pizarra, y le resuelve las dudas al compañero (siendo el alumno voluntario evaluado positivamente si su actitud es adecuada).
- Mediante trabajo en grupos cooperativos:
 - El profesor expresa el resultado de forma verbal y se identifican los alumnos que han obtenido el resultado correcto con el nombre de “sabios” (si es posible a cada uno de ellos se les da un sombrero o algún otro símbolo distintivo). Al mismo tiempo, los que no han realizado correctamente el ejercicio se les asigna el nombre de “discípulos”. A continuación se forman grupos de 4 o 5 alumnos, de forma que en cada grupo al menos haya un “sabio” y un “discípulo”. Durante 4 minutos aproximadamente (este tiempo es flexible y dependerá de la dificultad del ejercicio y de las proporciones de “sabios” y “discípulos”) los “sabios” deben explicar a los “discípulos” cómo han resuelto el ejercicio, y entre todos entender los errores que han cometido los discípulos para que no se repitan.

Si no se realiza la tarea se restan puntos de la nota en actitud (no se comprueba diariamente si todos los alumnos realizan la tarea, no obstante, si el docente observa que algún alumno no la ha realizado, este es penalizado).

Tras la presentación del resumen y la corrección de la tarea, se realiza una actividad. Las características de esta actividad son variadas, siendo principalmente de tipo cooperativo.

Con el fin de cooperar con otras asignaturas, algunos de los materiales manipulativos que se utilizan en las diferentes actividades proceden de proyectos realizados por alumnos del centro en la asignatura de Tecnología. Además en una sesión se tratan contenidos específicos ya estudiados por los alumnos en la asignatura de Biología del curso anterior.

Para la explicación y realización de estas actividades se utilizan presentaciones PowerPoint, juegos, materiales manipulativos y fichas de trabajo, según proceda, y se organiza a los alumnos y a los recursos materiales en función de la actividad a realizar. En la U.D. se aplican varias técnicas de trabajo cooperativo, para lo cual se forman grupos de trabajo heterogéneos y variados, de 4 o 5 personas, y se propone una distribución del espacio del aula de forma que el aprovechamiento del mismo sea óptimo. Teniendo en cuenta que las características físicas del aula y el número de alumnos en la clase pueden variar significativamente en función del aula de aplicación, las distribuciones propuestas deben servir de guía para el docente encargado de la adaptación de sus propias condiciones físicas y ambientales de trabajo.

Tras la realización de actividades que trabajan nuevos conceptos, el docente realiza una breve lección magistral en la que busca la participación de todos los alumnos.

Una de las últimas sesiones programadas es dedicada a la realización de folletos donde se resumen los contenidos del tema, de forma que el alumno pude estructurar todo lo trabajado y ser consciente de su proceso de aprendizaje.

Como prueba final, el penúltimo día de la U.D. se realiza un examen que tiene una parte grupal y otra individual, donde el alumno debe demostrar que ha alcanzado los objetivos y competencia marcados en la programación. Se trata de una prueba que ocupa toda la sesión, y que tiene un peso importante en la nota final de la U.D. En ella el alumno debe realizar ejercicios como los trabajados en clase.

Las sesiones programadas tienen una duración de una hora. No obstante, si alguna de ellas requiere de más tiempo para la realización de las actividades diseñadas, se dispone de una bolsa de dos horas para poder adaptar el ritmo de trabajo a las necesidades específicas de la clase. Para visualizar esta bolsa de horas en la programación, se han incluido dos sesiones (la sesión 9 y la 10), que podrán ser utilizadas por el docente en el momento que considere oportuno.

Mediante la implantación de esta metodología en el aula se permite la atención a la diversidad, ya que los alumnos con diferentes niveles de capacidad se apoyan mutuamente y de forma prácticamente constante durante el trabajo cooperativo-colaborativo. Además, esta metodología permite que el profesor pueda observar la evolución de cada alumno, pues esta se refleja claramente en su interacción con los miembros del grupo. Además, la programación abierta y flexible permite al docente adaptarse al grupo de alumnos en concreto, mediante la adecuación de las actividades, y la adaptación de factores como la composición de grupos, el ambiente físico del aula o la asignación de recompensas y refuerzos positivos. No obstante, si algún alumno presenta necesidades añadidas se debe tener en cuenta la coordinación con el departamento de orientación del centro.

Por último destacar que el trato con el alumno por parte del docente debe favorecer la confianza y el buen clima de la clase, para ello el docente debe ser cercano, amable, eficiente, claro, riguroso y disciplinado.

Resumen de actividades

A continuación se resumen las actividades realizadas en cada una de las sesiones de esta U.D. En dichos resúmenes se proporcionan los enlaces a los Anexos que corresponden a los materiales de trabajo utilizados en cada una de ellas.

SESIÓN 1

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Presentación de la U.D.
 - Trabajo cooperativo y colaborativo.
- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Lectura de las páginas 1-7 de las fichas de teoría([Anexo V](#)), sobre:
 - Definición de fracción y número mixto
 - Interpretación de fracciones
 - Fracción propia, impropia y unidad
 - Fracciones equivalentes
 - Fracción irreducible
 - Comparación de fracciones.

- Palabras clave para trabajar en la sesión: trabajo en equipo, trabajo colaborativo y trabajo cooperativo.

Presentación

Con el soporte de una presentación en PowerPoint ([Anexo II](#)) se informa a los alumnos de las siguientes cuestiones:

- Donde se engloba la U.D. dentro del curso.
- Qué apartados la componen.

Además se prepara a los alumnos para el trabajo cooperativo mediante la realización de un debate en grupos de 4 o 5 personas sobre “formas de trabajar en clase”. Para ello no se les da ninguna instrucción sobre cómo organizar el trabajo en grupo.

Tras la puesta en común de las conclusiones del debate de cada grupo se explica en qué consiste la metodología cooperativa, utilizando para ello la presentación (técnicas de trabajo cooperativo, uso del espacio y roles). Durante la explicación se pretende promover la reflexión en los alumnos sobre qué podían haber hecho para que el trabajo realizado en grupo hubiera sido más eficiente.

A continuación se muestra un vídeo ([Anexo III](#)) de 5 minutos sobre trabajo en equipo en clave de humor. Y se finaliza la presentación de la U.D. explicando el procedimiento de evaluación, para lo cual se entregan las fichas sobre evaluación y la rúbrica que se aplicará a cada alumno ([Anexo IV](#)).

Ideas previas

Se pide a los alumnos que cooperativamente, en grupos de 4 o 5 personas, mediante la técnica del folio giratorio, realicen dos listas: una sobre todo aquello que sepan sobre fracciones, y otra sobre las aplicaciones de las fracciones en la vida real que conozcan. Una vez realizadas las dos listas, cada grupo elige y comenta dos de las aplicaciones escritas en su lista al resto de grupos mediante una exposición oral.

Con el fin de realizar correcta y eficazmente el trabajo, se pide que los alumnos se repartan los siguientes roles:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuánto tiempo hay que dedicar a cada acción y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada.

- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

En cuanto al espacio de trabajo se propone la distribución mostrada en la siguiente figura.

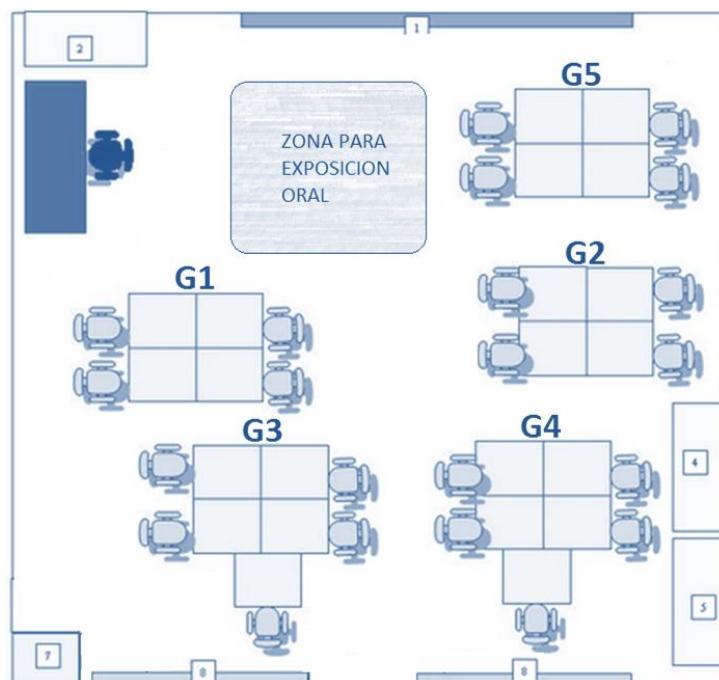


Figura 6. Distribución del espacio para el trabajo de las ideas previas. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>)

Reparto del material a utilizar en la U.D.

- Fichas con teoría. ([Anexo V](#)) En estas fichas el alumno dispone de toda la teoría que necesita para trabajar en la U.D.
- Fichas ejercicios. ([Anexo VI](#)) En estas fichas el alumno dispone de ejercicios que serán trabajados en la U.D.

SESIÓN 2

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Interpretación de fracciones
 - Representación de fracciones
 - Fracciones equivalentes
 - Comparación de fracciones.
- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Ejercicios 1-3 de la fichas ejercicios ([Anexo VI](#)) sobre:
 - Definición de fracción y número mixto
 - Interpretación de fracciones
 - Fracción propia, impropia y unidad
 - Fracciones equivalentes
 - Fracción irreducible
 - Comparación de fracciones.
 - Lectura de las páginas 8 y 9 de las fichas de teoría ([Anexo V](#)), sobre:
 - Suma de fracciones
 - Resta de fracciones
 - Multiplicación de fracciones
 - División de fracciones
 - Operaciones combinadas con fracciones.
- Palabras clave para trabajar en la sesión: fracción, numerador, denominador, representación, equivalente.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados verbalmente. Si alguno no les ha salido, se pide un voluntario que si lo ha hecho bien para que lo haga en la pizarra.

Proyecto fiesta fin de curso

Se trata de la realización de un proyecto basado en la organización de la fiesta de fin de curso del centro.

Se trabaja de forma cooperativa, por lo que se forman grupos de cuatro personas compuestos a su vez por dos parejas.

Se proporciona a cada grupo de alumnos el material necesario para realizar el proyecto. Se lee de forma colectiva la información que proporciona la ficha del proyecto ([Anexo VII](#)) y mediante la técnica de parada de 3 minutos se resuelven las dudas que puedan surgir.

Los alumnos, deben determinar la secuenciación del programa y la distribución del espacio del patio del centro, para lo cual se utilizarán las técnicas cooperativas de 2-4 y giro de reunión.

En primer lugar se dividen el trabajo por parejas, de forma que una pareja responde a las preguntas de la 1 a la 6 y la otra pareja de la 7 a la 10, para lo cual disponen de unos 20 minutos.

Después, cada pareja responde a las preguntas que no respondió anteriormente, también durante 20 minutos. De forma que las parejas de un mismo grupo no trabajan simultáneamente las preguntas de la ficha de trabajo.

Finalmente, exponen en grupo sus respuestas y deciden cuál de ellas es más apropiada y porqué.

Para ello se propone realizar una distribución del espacio de trabajo en el aula conforme a la siguiente figura:

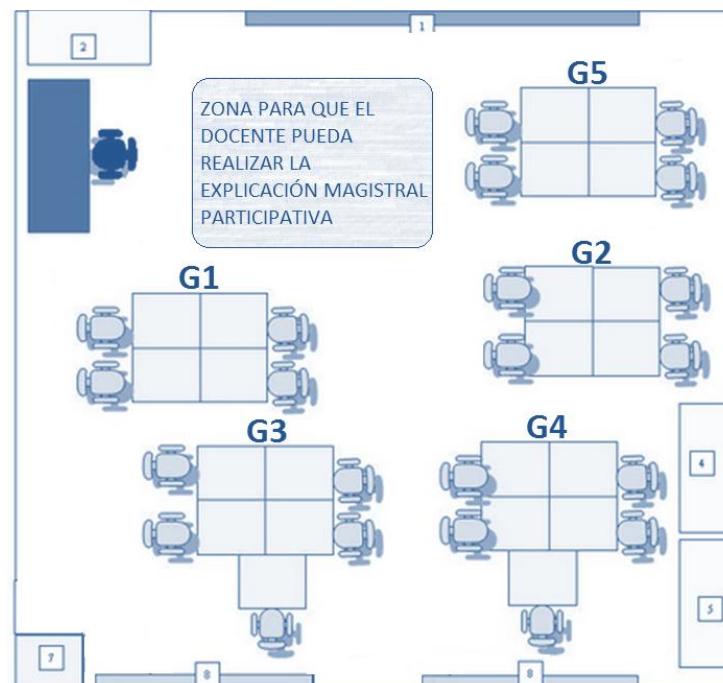


Figura 7. Distribución del espacio para el proyecto de la fiesta de fin de curso. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

Los roles a desempeñar por los miembros de la pareja son:

- Controlador del tiempo y Portavoz: debe consensuar con su compañero cuanto tiempo hay que dedicar a cada apartado del trabajo y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo. Además debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar sobre el trabajo que está realizando la pareja, o el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material y Secretario: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar la pareja, o el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo. Además debe encargarse de la redacción de las respuestas en la ficha de trabajo.

Una vez realizado el trabajo en parejas, los roles en los grupos se mantienen, de manera que las personas de un mismo grupo cuyos roles asignados sean los mismos, deben coordinarse para realizar correctamente sus labores.

Explicación magistral participativa

Una vez rellenadas las fichas de trabajo, el profesor explica organizadamente los contenidos que se han trabajado en el proyecto con el fin de generalizarlos. Para ello realiza una lección magistral pidiendo la colaboración de todos los alumnos mediante la técnica cooperativa de cabezas numeradas.

SESIÓN 3

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Fracción propia, impropia y unidad.
 - Números mixtos
 - Suma y resta de fracciones.
 - Multiplicación y división de fracciones.

- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Ejercicio 4 de la fichas de ejercicios ([Anexo VI](#)) sobre:
 - Suma y resta de fracciones.
 - Multiplicación y división de fracciones.
- Palabras clave para trabajar en la sesión: fracción propia, impropia y unidad, números mixtos, mínimo común denominador.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados verbalmente. Se lleva a cabo la técnica de los sabios, para lo cual se forman grupos de alumnos en los que al menos un miembro haya realizado correctamente el ejercicio (el sabio) y otro no. Los sabios deben explicárselo al resto. Si muchos alumnos lo han realizado correctamente, se crean grupos en los que se debate el procedimiento de resolución empleado.

Trabajo manipulativo con sales pintadas

Se trata de llenar un tarro con sales de colores según las cantidades que se indican en las instrucciones descritas en las fichas de trabajo y las fichas individual ([Anexo VIII](#)).

Se proporciona a cada grupo de alumnos el material necesario para realizar el proyecto.

- Ficha de trabajo y ficha individual ([Anexo VIII](#))
- 4 tarros (400ml, 800ml, 200ml y 600ml)
- Tizas de colores
- Periódicos
- Un vaso transparente de plástico (100ml, no lo pone en el vaso)

A continuación, se lee de forma colectiva la información que proporciona la ficha de trabajo y mediante la técnica de parada de 3 minutos se resuelven las dudas que puedan surgir.

Posteriormente, mediante la técnica de lápices al centro cada miembro plantea como llenar el tarro que le ha tocado en función de si ha sido asignado como alumno A, B, C o D. Para ello se propone la siguiente distribución del espacio de trabajo en el aula:

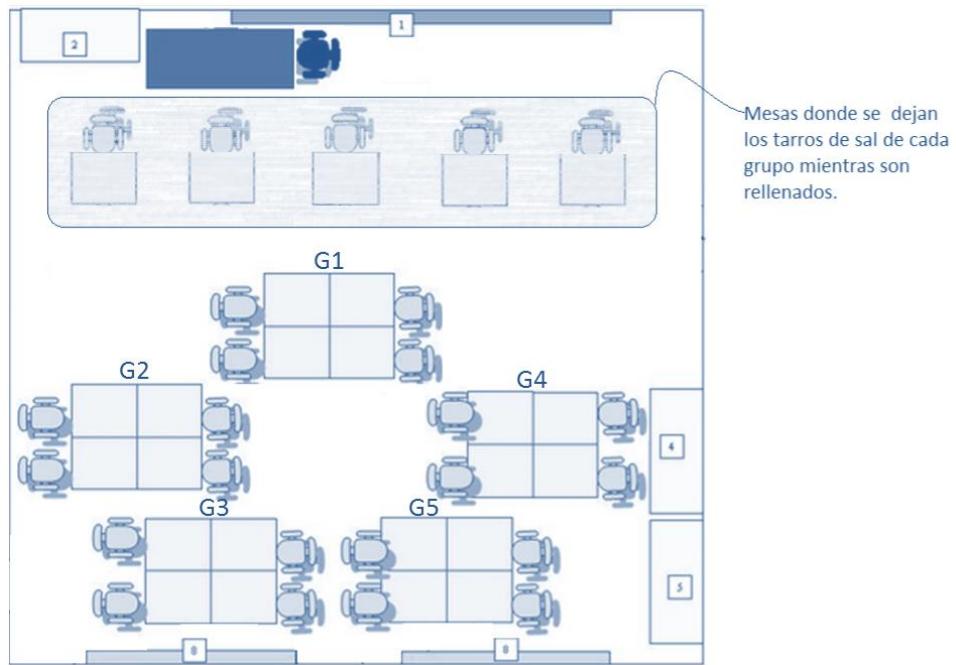


Figura 8. Distribución del espacio para la primera parte del proyecto de sales pintadas. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

Una vez que los grupos han acordado como llenar cada tarro, cada alumno rellena el tarro que le corresponde. En este momento la distribución del espacio de trabajo propuesta es la siguiente:

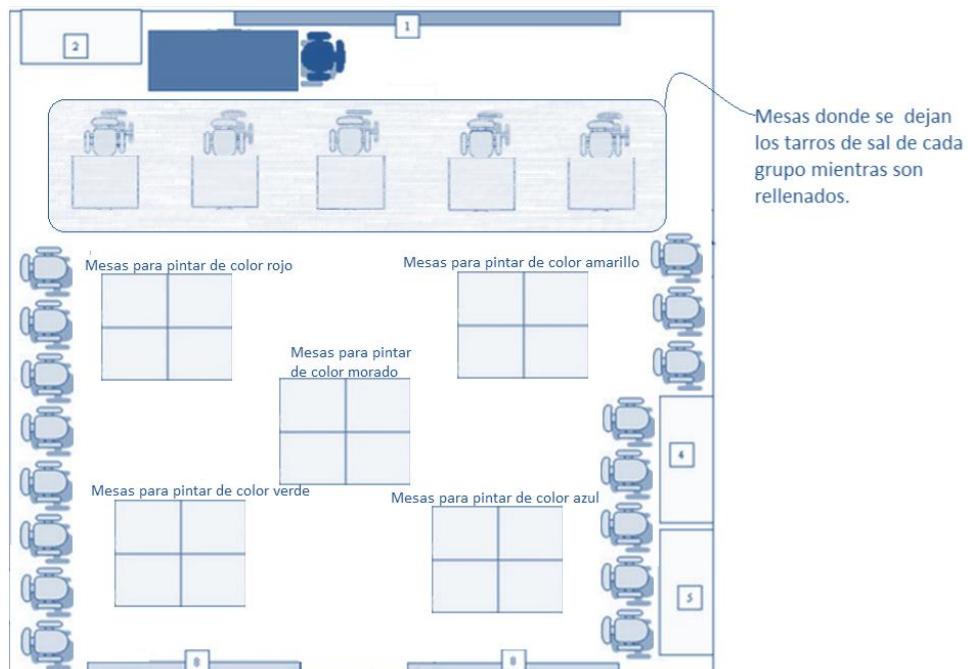


Figura 9. Distribución del espacio para la segunda parte del proyecto de sales pintadas. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

Para realizar esta actividad, los roles establecidos en el grupo son:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuento tiempo hay que dedicar a cada apartado del trabajo y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada.
- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo. En esta actividad será el responsable del correcto uso de las sales y las tizas asignadas en las mesas de su grupo, y que serán utilizadas por todos los alumnos de la clase.

Explicación magistral participativa

Después el profesor explica organizadamente los contenidos que se ha trabajado en la actividad manipulativa además de los conceptos de fracción propia, impropia y unidad. Para ello realiza una lección magistral pidiendo la colaboración de todos los alumnos mediante la técnica de cabezas numeradas.

SESIÓN 4

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Definición de fracción
 - Representación de fracciones
 - Fracciones equivalentes
 - Comparación de fracciones.

- Fracción propia, impropia y unidad.
- Números mixtos
- Suma y resta de fracciones.
- Multiplicación y división de fracciones.
- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Lectura de las páginas 8 y 9 de las fichas de teoría ([Anexo V](#)), sobre:
 - Potencias de fracciones
 - Raíces cuadradas de fracciones
 - Ejercicio 5 de las fichas de ejercicios ([Anexo VI](#)) sobre:
 - Definición de fracción y número mixto
 - Interpretación de fracciones
 - Fracción propia, impropia y unidad
 - Fracciones equivalentes
 - Fracción irreducible
 - Comparación de fracciones.
 - Suma y resta de fracciones.
 - Multiplicación y división de fracciones.
- Palabras clave para trabajar en la sesión: fracción, numerador, denominador, representación, equivalente, fracción propia, impropia y unidad, números mixtos, mínimo común denominador.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados de los ejercicios verbalmente. Si alguno no les ha salido, se pide un voluntario, que si lo ha hecho bien, para que lo haga en la pizarra.

Juego del dominó

Los alumnos juegan en grupos de cuatro al dominó con fracciones ([Anexo IX](#)). Las normas son como las del dominó, pero para unir las fichas deben considerar las fracciones equivalentes, los números mixtos y la representación de fracciones. Juegan en grupos de 4 de forma que el jugador anterior debe comprobar el movimiento del jugador actual y apuntarlo en la ficha de juego ([Anexo X](#)).

Las fichas del dominó serán materiales creados por alumnos del centro en la asignatura de Tecnología.

Juego de la oca con fracciones

Los alumnos juegan en grupos de 4 a 6 personas al juego de la oca con fracciones ([Anexo XI](#)). El tablero del juego y los complementos necesarios para el mismo serán creados en la asignatura de Tecnología por alumnos del centro.

Las normas son como las de la oca, y en cada casilla deben seguir las instrucciones que en ella están escritas. Los alumnos van registrando en una ficha ([Anexo XII](#)) las operaciones realizadas en cada tirada.

Dentro del grupo se organizan por parejas de modo que a cada pareja le corresponde una ficha o de forma individual en función del número de alumnos del grupo.

Los roles asignados a cada alumno del grupo son los siguientes:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuánto tiempo máximo debe durar el turno de cada jugador y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada.
- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

Además en el caso de jugar con una ficha por pareja, dentro de cada pareja se asigna un secretario que será encargado de escribir las operaciones realizadas en la ficha de juego.

Por último se muestra la utilización del espacio del aula propuesto para esta sesión.

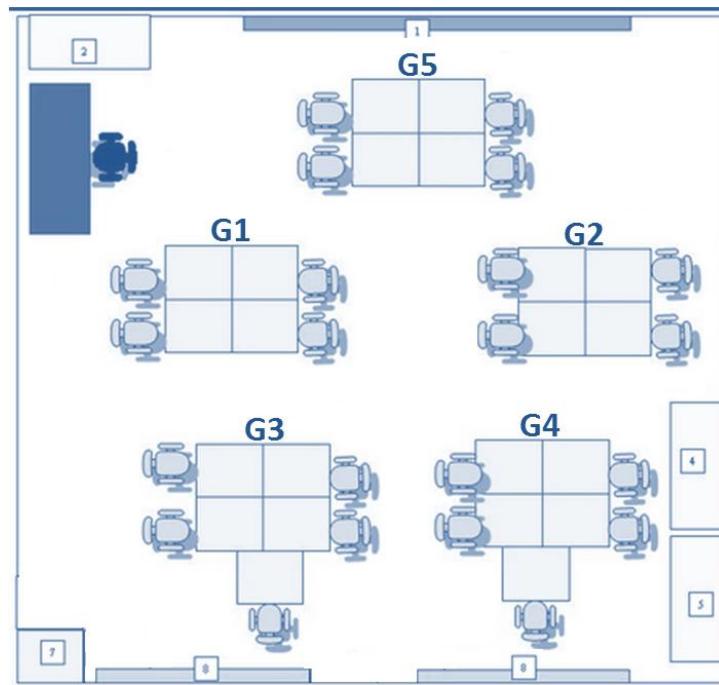


Figura 10. Distribución del espacio para el juego del dominó y la oca. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

SESIÓN 5

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Potencia de una fracción
 - Raíz cuadrada de una fracción
- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Ejercicios 6 y 7 de la fichas de ejercicios ([Anexo VI](#)) sobre:
 - Potencias de fracciones
 - Raíces de fracciones
- Palabras clave para trabajar en la sesión: potencia, raíz cuadrada.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados verbalmente. Se lleva a cabo la técnica de los sabios, para lo cual se forman grupos de alumnos en los que al menos un miembro haya realizado correctamente el ejercicio (el sabio) y otro no. Los sabios deben explicárselo al resto. Si muchos alumnos lo han realizado correctamente, se crean grupos en los que se debate el procedimiento de resolución empleado.

Proyecto tarjetas

Se trata de que los alumnos calculen la superficie de unas tarjetas cuyas dimensiones están dadas en números fraccionarios para que deduzcan cómo se realiza la potencia de una fracción. Posteriormente deben deducir el cálculo de la raíz de una fracción, para lo cual deben calcular las dimensiones de otras tarjetas partiendo de la superficie de las mismas expresada en números fraccionarios.

Se proporciona a cada grupo de alumnos el material necesario para realizar el proyecto y se repasa en gran grupo la información que en la ficha aparece, con el fin de aclarar posibles dudas:

- Tarjetas para el trabajo de potencias ([Anexo XIII](#)).
- Ficha para el trabajo de potencias ([Anexo XIV](#)).
- Tarjetas para el trabajo de raíces ([Anexo XV](#)).
- Ficha para el trabajo de raíces ([Anexo XVI](#)).

Los alumnos, en grupos colaborativos de 4 o 5 personas deben responder a las preguntas de la ficha de trabajo. Para lo cual se utilizará la técnica de folio giratorio asignando a cada alumno una letra: A, B, C o D.

Además, a cada alumno del grupo se le asignan uno de los siguientes roles:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuánto tiempo hay que dedicar a cada apartado del trabajo y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada.
- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

En cuanto a la distribución del espacio de trabajo se propone utilizar el mostrado en la siguiente figura:

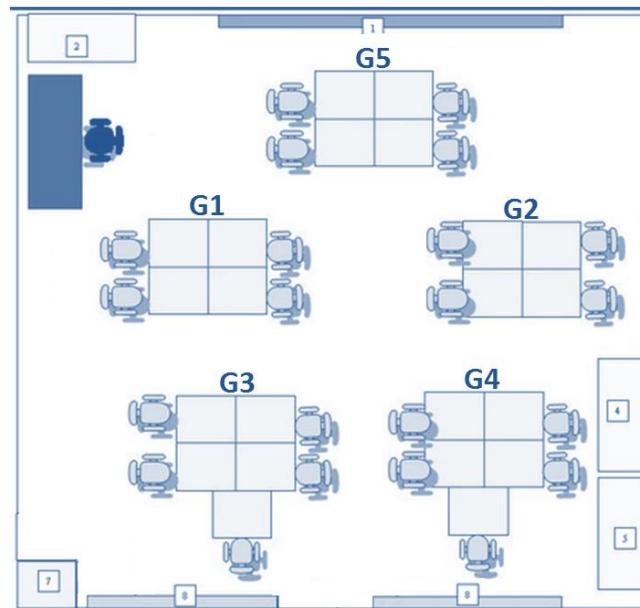


Figura 11. Distribución del espacio para el juego del dominó y la oca. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

Explicación magistral participativa

Después el profesor explica organizadamente los contenidos que se ha trabajado en la actividad de las tarjetas. Para ello realiza una lección magistral pidiendo la colaboración de todos los alumnos mediante la técnica de Cabezas numeradas y utilizando una presentación PowerPoint ([Anexo XVII](#)).

SESIÓN 6

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Definición de fracción
 - Representación de fracciones
 - Fracciones equivalentes
 - Comparación de fracciones.
 - Fracción propia, impropia y unidad.
 - Números mixtos
 - Suma y resta de fracciones.
 - Multiplicación y división de fracciones.
 - Potencia de una fracción

- Raíz cuadrada de una fracción
- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Ejercicio 8 de la fichas de ejercicios ([Anexo VI](#)) sobre:
 - Definición de fracción y número mixto
 - Interpretación de fracciones
 - Fracciones equivalentes
 - Fracción irreducible
 - División de fracciones.
- Palabras clave para trabajar en la sesión: fracción, numerador, denominador, representación, equivalente, fracción propia, impropia y unidad, números mixtos, mínimo común denominador, potencia y raíz cuadrada.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados verbalmente. Si alguno no les ha salido, se pide un voluntario que si lo ha hecho bien para que lo haga en la pizarra.

Juego del bingo

Se reparte a cada grupo de 4 o 5 alumnos un cartón de bingo ([Anexo XVIII](#)) con números fraccionarios. En el proyector se muestra una presentación en PowerPoint ([Anexo XIX](#)) en la que se puede elegir entre 9 bolas (la bola 1, la bola 2, etc.). Un alumno gira el bombo del juego del bingo (en el que únicamente se han metido 9 bolas numeradas del 1 al 9) y saca una bola. Al clicar sobre la imagen de la bola correspondiente en la presentación, se muestra una operación combinada o un problema, y un cronómetro de cuenta atrás.

Los grupos resolverán las operaciones utilizando la técnica 1-2-4. En primer lugar cada alumno debe resolver la operación o el problema de manera independiente. Despues por parejas debaten los resultados obtenidos y llegan a un acuerdo, para posteriormente debatirlo con la otra pareja de su grupo y escribir la solución que el grupo considere correcta en la ficha de respuestas ([Anexo XX](#)).

Finalmente se corrige la operación o el problema en gran grupo. Si el grupo había alcanzado el resultado correctamente y este se encuentra en su cartón, lo marcan de color verde. Si habían cometido un error, deben escribir en la ficha de respuestas la explicación de su error y tachar el resultado correcto en su cartón con color naranja (si este aparece él).

Para que el trabajo cooperativo sea eficaz, al igual que en las actividades de las sesiones anteriores, se asigna uno de los siguientes roles a cada miembro del grupo:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuánto tiempo hay que dedicar al trabajo individual, al trabajo por parejas y al trabajo en grupo, y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
 - Moderador y Secretario: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada. Además es la persona que debe llenar la ficha de respuestas.
 - Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
 - Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

Finalmente se muestra la propuesta de distribución del espacio de trabajo en el aula para esta actividad:

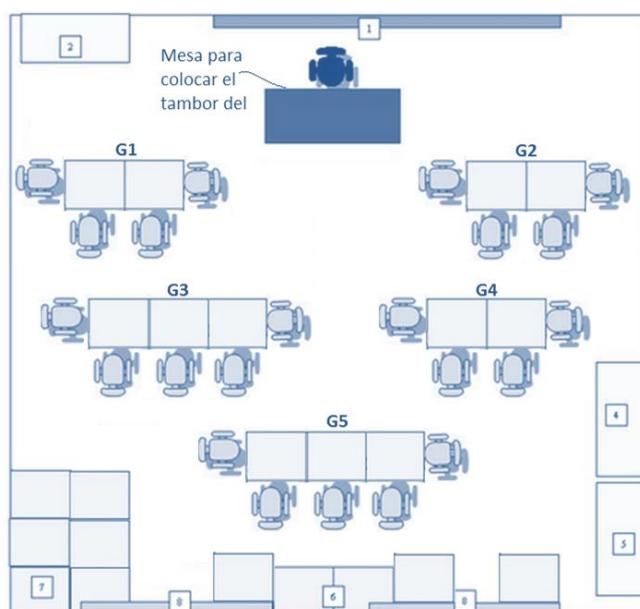


Figura 12. Distribución del espacio para el juego del bingo. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

SESIÓN 7

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Definición de fracción
 - Representación de fracciones
 - Fracciones equivalentes
 - Comparación de fracciones.
 - Fracción propia, impropia y unidad.
 - Números mixtos
 - Suma y resta de fracciones.
 - Multiplicación y división de fracciones.
 - Potencia de una fracción
 - Raíz cuadrada de una fracción
- Tarea a realizar en casa para la próxima sesión:
 - Ejercicio 9 de la ficha de ejercicios ([Anexo VI](#)) sobre:
 - Definición de fracción y número mixto
 - Interpretación de fracciones
 - Suma de fracciones.
 - Multiplicación de fracciones.
- Palabras clave para trabajar en la sesión: fracción, numerador, denominador, representación, equivalente, fracción propia, impropia y unidad, números mixtos, mínimo común denominador, potencia y raíz cuadrada.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados verbalmente. Se lleva a cabo la técnica de Los sabios, para lo cual se forman grupos de alumnos en los que al menos un miembro haya realizado correctamente el ejercicio (el sabio) y otro no. Los sabios deben explicárselo al resto. Si muchos alumnos lo han realizado correctamente, se crean grupos en los que se debate el procedimiento de resolución empleado.

Problemas relacionados con biología.

Se trata de que los alumnos resuelvan una serie de problemas encadenados relacionados con la asignatura de Biología. Para ello utilizarán la técnica cooperativa de mesa rápida respondiendo a las preguntas que aparecen en las tarjetas que se proporciona cada grupo ([Anexo XXI](#)). Dichas tarjetas están clasificadas en tres niveles de dificultad, de forma que se debe empezar respondiendo a las tarjetas de nivel 1 y posteriormente seguir con los niveles 2 y 3.

Después mediante la técnica cooperativa de las cabezas numeradas, los alumnos explican de forma oral a sus compañeros como han resuelto cada pregunta.

Los roles que cada miembro del grupo debe desempeñar son:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo el tiempo máximo que debe durar el turno de cada miembro del grupo, y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada.
- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

Para aprovechar el espacio del aula se propone la siguiente distribución del mobiliario:

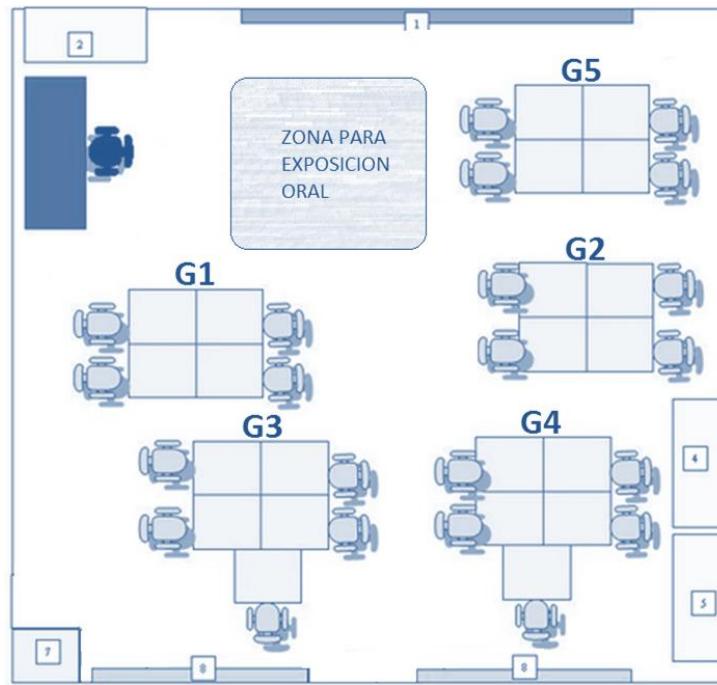


Figura 13. Distribución del espacio para el trabajo de problemas relacionados con la asignatura de Biología. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

SESIÓN 8

Mostrar resumen de sesión y tarea

Con ayuda de una presentación PowerPoint ([Anexo I](#)) se muestra a los alumnos:

- Fecha de la sesión.
- Título de la unidad didáctica: Números racionales
- Contenidos previstos para trabajar en la sesión:
 - Definición de fracción
 - Representación de fracciones
 - Fracciones equivalentes
 - Comparación de fracciones.
 - Fracción propia, impropia y unidad.
 - Números mixtos
 - Suma y resta de fracciones.
 - Multiplicación y división de fracciones.
 - Potencia de una fracción
 - Raíz cuadrada de una fracción
- Palabras clave para trabajar en la sesión: fracción, numerador, denominador, representación, equivalente, fracción propia, impropia y

unidad, números mixtos, mínimo común denominador, potencia y raíz cuadrada.

Corrección de tarea

El profesor dice los resultados verbalmente. Si alguno no les ha salido, se pide un voluntario que si lo ha hecho bien para que lo haga en la pizarra.

Proyecto folleto resumen

Se trata de que los alumnos de forma cooperativa elaboren folletos en los que se resumen todos los contenidos trabajado en la U.D. Para ello, se proporciona a cada grupo una ficha explicativa ([Anexo XXII](#)) de la actividad y se pone a su disposición materiales como: cartulina, rotuladores, revistas y pinturas.

En primer lugar, en gran grupo se realizará un listado con todos los contenidos trabajados en el tema mediante la técnica cooperativa de mesa redonda. Después, los alumnos, en grupos de 4 o 5 personas deben realizar el diseño del folleto, para lo cual deben seguir las instrucciones marcadas en la ficha de trabajo. Posteriormente cada alumno, con el apoyo de los miembros de su grupo debe realizar su folleto.

Finalmente se expondrán los folletos a toda la clase realizando una exposición oral por grupos.

Dentro de los grupos de trabajo, los roles de los alumnos deben ser:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuanto tiempo hay que dedicar a cada tarea, y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador y Secretario: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada. Además es la persona que debe recoger en una hoja las ideas y acuerdos del grupo.
- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado

tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

Para la realización de esta actividad se propone la siguiente distribución del espacio de trabajo en el aula:

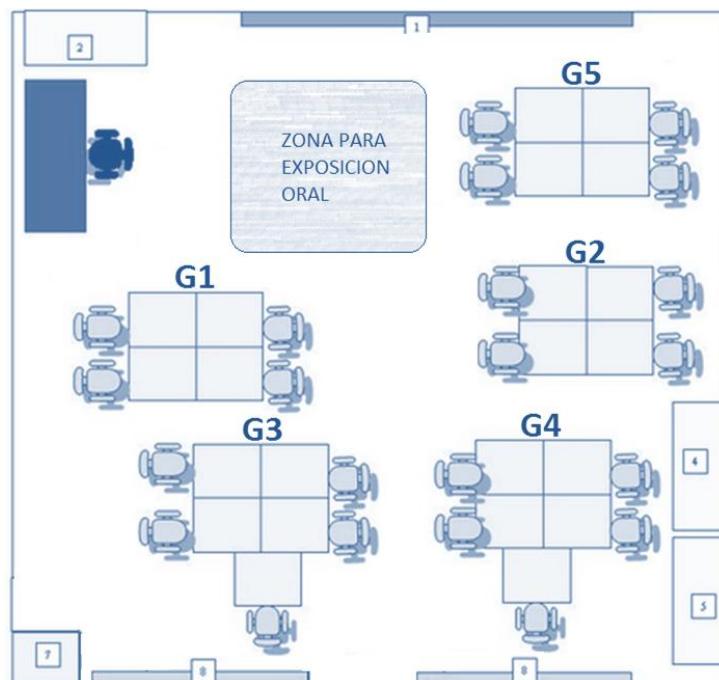


Figura 14. Distribución del espacio para proyecto folleto resumen. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

SESIÓN 9 y 10

Con el fin de diseñar una U.D. abierta y flexible, estas sesiones quedan destinadas a posibles modificaciones en la programación originadas por requerimientos de los alumnos.

Pese a ser denominadas sesión 9 y 10, puede hacerse uso de ellas en cualquier momento de la U.D., tal y como el docente estime oportuno en función de las necesidades reales de los alumnos.

SESIÓN 11

EXAMEN

El examen final consta de dos partes, una individual ([Anexo XXIII](#)) y otra grupal ([Anexo XXIV](#)).

La parte individual del examen se compone de tres preguntas que el alumno debe contestar en 15 minutos. Para su realización los pupitres de los alumnos deben estar colocados de manera individual.

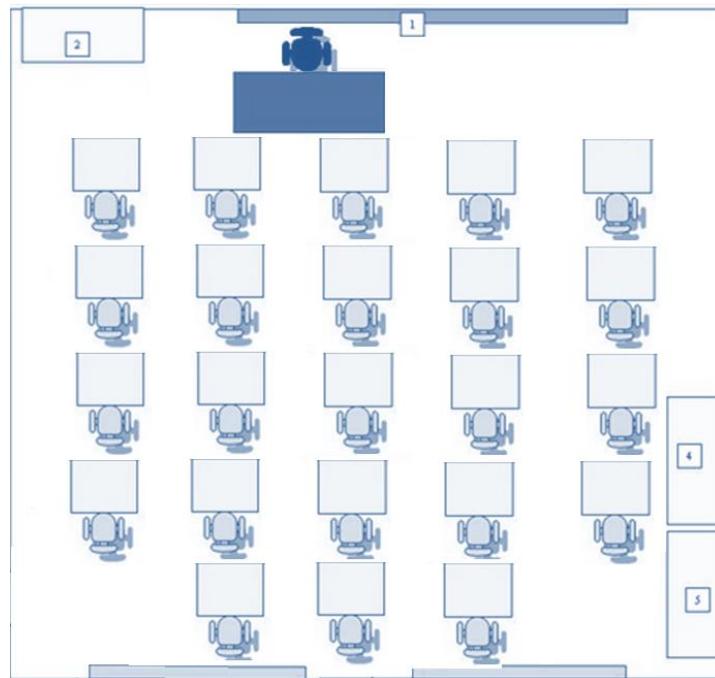


Figura 15. Distribución del espacio para la parte de examen individual. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

La parte grupal del examen se realizará aplicando la técnica cooperativa de lápices al centro en grupos de 4 o 5 personas, de modo que a cada miembro del grupo se le asigna una pregunta.

Al igual que en las actividades realizadas en clase, los alumnos deben desempeñar los roles que se les asignan:

- Controlador del tiempo: debe consensuar con el grupo cuanto tiempo hay que dedicar a cada pregunta, y encargarse de advertir cuando los tiempos establecidos no se están cumpliendo.
- Moderador: es el encargado de que las acciones del grupo se realicen de forma ordenada y adecuada.
- Portavoz: debe estar al tanto de todo lo que ocurre en el grupo ya que si el docente tiene que consultar algo al respecto del trabajo que está realizando el grupo, el portavoz será el encargado de responderle.
- Encargado del material: debe conocer cómo se utiliza cada uno de los materiales que va a usar el grupo (incluidas las fichas de trabajo, de las que debe enterarse muy bien de qué puntos hay que responder y cómo se debe trabajar con ellas). Él es el encargado tanto del buen uso del material como del acopio y recogida del mismo.

Para la realización de la parte grupal del examen se distinguen dos zonas diferenciadas en el aula: zona de trabajo en grupo y zona de respuesta final.

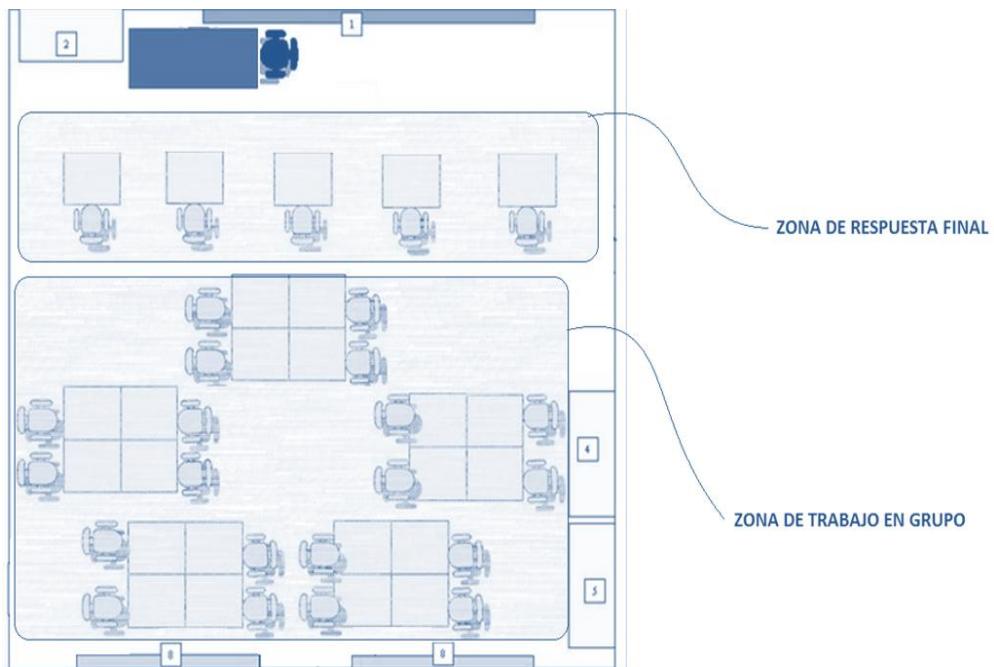


Figura 16. Distribución del espacio de trabajo para la realización del examen grupal. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

En el orden de numeración de las preguntas, los grupos debaten, sin escribir nada, durante 5 minutos cada pregunta en la zona de trabajo en grupo. Después el encargado de la pregunta se coloca en la zona de respuesta final e individualmente redacta la respuesta a la pregunta que se le ha asignado, para lo cual dispone de 3 minutos. Mientras tanto, el resto de alumnos permanece en silencio en la zona de trabajo en grupo.

Al finalizar la clase se proporciona a los alumnos el examen resuelto mediante el campus virtual del instituto, con el fin de que puedan plantear sus dudas en la siguiente sesión.

SESIÓN 12

Entrega examen

Se trata de resolver las dudas que los alumnos puedan tener a cerca de los ejercicios del examen.

Reflexión sobre u.d.

Con ayuda de una presentación PowerPoint se muestra a los alumnos:

- Fracción de los alumnos que han aprobado el examen.
- Fracción de los alumnos que han sacado más de un 8 en el examen.
- Fracción de los alumnos que tienen más de una falta de asistencia.
- Fracción de los alumnos que tienen más de un negativo.
- Fracción de los alumnos que tienen más de 5 positivos.
- Otros datos que se consideren interesantes

Además se debate con los alumnos la eficiencia de las actividades realizadas, el ambiente general que ha habido en clase, y se dedica un tiempo para sugerencias de mejora.

Los alumnos deben preparar las ideas del debate en grupos mediante la técnica de la mesa redonda y llenar un cuestionario ([Anexo XXV](#)).

Para ello la distribución del aula propuesta es la siguiente:

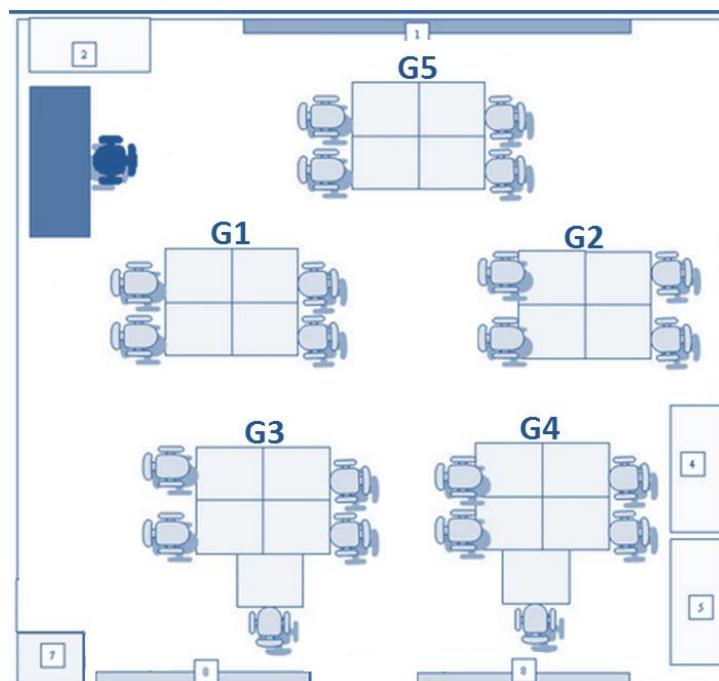


Figura 17. Distribución del espacio para el juego del dominó y la oca. (Adaptada a partir de la figura recuperada de <https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>, 2013)

Secuenciación de las actividades

Tabla 3. Secuenciación de las actividades de la U.D.

Sesión	Actividades	Instrumentos de evaluación	Tiempo
1	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA PRESENTACIÓN IDEAS PREVIAS REPARTO DEL MATERIAL A UTILIZAR EN LA U.D.	Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
2	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROYECTO FIESTA FIN DE CURSO EXPLICACIÓN MAGISTRAL PARTICIPATIVA	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
3	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA TRABAJO MANIPULATIVO CON SALES PINTADAS EXPLICACIÓN MAGISTRAL PARTICIPATIVA	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
4	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA JUEGO DEL DOMINÓ JUEGO DE LA OCA CON FRACCIONES	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
5	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROYECTO TARJETAS EXPLICACIÓN MAGISTRAL PARTICIPATIVA	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
6	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA JUEGO DEL BINGO	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
7	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROBLEMAS RELACIONADOS CON BIOLOGÍA	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
8	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROYECTO FOLLETO RESUMEN	Asignación de puntos por corrección de tarea. Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.
9 y 10	Queda a disponibilidad de las necesidades que surjan.	Según se considere oportuno	1h.
11	EXAMEN	Calificación de examen	1h.
12	ENTREGA EXAMEN REFLEXIÓN SOBRE U.D.	Rúbrica sobre trabajo diario (Anexo IV).	1h.

Relación de las actividades con los diferentes elementos del currículum

Tabla 4. Relación de las actividades de la U.D. con los diferentes elementos del currículum

Se-sión	Actividades	Objetivos	Competencias	Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA PRESENTACIÓN IDEAS PREVIAS REPARTO DEL MATERIAL A UTILIZAR EN LA U.D.	5, 6, 8	C. A.	-	-	-
2	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROYECTO FIESTA FIN DE CURSO EXPLICACIÓN MAGISTRAL PARTICIPATIVA	1, 4, 5, 6, 8	C. M. C. S y C. C. A.	3	3	3.2, 3.3
3	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA TRABAJO MANIPULATIVO CON SALES PINTADAS EXPLICACIÓN MAGISTRAL PARTICIPATIVA	1, 4, 5, 6, 8	C. M. C. S y C. C. A.	1, 2.3, 3	1, 2, 3	1, 2.2, 3.2, 3.3
4	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA JUEGO DEL DOMINÓ JUEGO LA OCA CON FRACCIONES	4, 6, 7, 8	C. M. C. S y C. C. A.	1, 2.3, 3	1, 2, 3	1, 2.2, 3.2, 3.3
5	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROYECTO TARJETAS EXPLICACIÓN MAGISTRAL PARTICIPATIVA	1, 2, 4, 5, 6, 8	C. M. C. S y C. C. A.	1, 2.1, 2.2, 3	1, 2, 3	1, 2.1, 3.2, 3.3
6	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA JUEGO DEL BINGO	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	C. M. C. S y C. C. A.	1, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3	1, 2, 3	1, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3
7	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROBLEMAS RELACIONADOS CON BIOLOGÍA, Y TECNOLOGÍA.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	C. M. C. S y C. C. A.	1, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3	1, 2, 3	1, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3
8	MOSTRAR RESUMEN DE SESIÓN Y TAREA CORRECCIÓN DE TAREA PROYECTO FOLLETO RESUMEN	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	C. M., C. S y C. C. A., C.L.	1, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3	2, 3	2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3
9 y 10	Queda a disponibilidad de las necesidades	-	-	-	-	-
11	EXAMEN	5, 6, 8	C. A.	1, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3	1, 2, 3	1, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3
12	ENTREGA EXAMEN REFLEXIÓN SOBRE U.D.	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8	C. M., C. S y C. Y C. A.	-	-	-

Evaluación

Evaluación de los alumnos

La evaluación de la U.D. se compone de tres partes, teniendo cada una de ellas un peso diferente sobre la nota final. Dicha nota final se calcula de modo que la nota mínima para aprobar la U.D. es de 50 puntos.

Tabla 5. Instrumentos de evaluación para los alumnos.

Instrumento de evaluación	Puntuación máxima
Examen	50 puntos
Trabajo Diario en Clase	40 puntos
Tareas	No hay límites
NOTA MÍNIMA PARA APROBAR: 50 PUNTOS	

- Examen: (la puntuación máxima es de 25 puntos en cada parte del examen)

Se realiza en la penúltima sesión de la U.D. Consta de dos partes, una individual ([Anexo XXIII](#)) y otra grupal ([Anexo XXIV](#)) que incluyen ejercicios como los trabajados en clase, en los que no se permite el uso de calculadora.

- Trabajo diario en clase: (la puntuación máxima son 40 puntos)

Se obtiene de la evaluación de las notas que el profesor va tomando día a día aplicando la rúbrica sobre trabajo diario (ver tabla 6). Dado que la U.D. pretende ser abierta y flexible, la rúbrica puede ser modificada a lo largo de la misma. Para obtener la nota del trabajo diario de un alumno se hace la media de las notas obtenidas en cada una de las rúbricas.

Además, aparte de esta evaluación cuantitativa, la puntuación del trabajo diario se completa con una evaluación cualitativa determinada por el docente, lo cual resulta muy importante, ya que se trata del trabajo realizado por personas, y no por objetos inertes.

- Tareas: (No tiene límite máximo y puede ser negativa o positiva)

Cada alumno comienza con 10 puntos por tareas, pudiendo disminuirlos en 1 punto cada día que no se ha realizado la tarea. Por otra parte se puede aumentar esta puntuación mediante la corrección de la tarea en clase si:

- Tras la explicación del “sabio” o “sabios” un “discípulo” explica al grupo-clase cómo se realiza el ejercicio correctamente. En este caso, tanto el “sabio” como el “discípulo” suman un punto a su nota de tareas.
- Un alumno resuelve correctamente la duda planteada por alguno de sus compañeros. En este caso se añade 1 punto a su nota de tareas.

Tabla 6. Rúbrica para evaluar el trabajo diario de cada alumno.

	40	20	0	-20	-40
Implicación	El alumno muestra mucho interés por la realización del trabajo.	El alumno muestra interés por la realización del trabajo.	El alumno únicamente muestra interés en algunos momentos puntuales.	El alumno rara vez muestra interés por la realización del trabajo.	El alumno no muestra ningún interés por la realización del trabajo.
Eficiencia	El alumno es, o se esfuerza mucho por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.	El alumno se esfuerza por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.	El alumno no muestra especial atención al orden ni al control del tiempo.	El alumno generalmente no se esfuerza por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.	El alumno no se esfuerza por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.
Convivencia	La actitud del alumno propicia especialmente el buen clima en clase.	La actitud del alumno favorece al buen clima de la clase	La actitud del alumno no interfiere prácticamente en el clima de la clase.	La actitud del alumno perjudica al buen clima de la clase.	La actitud del alumno perjudica considerablemente el buen clima de la clase.
Compañerismo	El alumno supone continuamente un apoyo para compañeros.	El alumno supone normalmente un apoyo para compañeros.	El alumno a veces puntualmente supone un apoyo para compañeros.	El alumno no supone nunca un apoyo para compañeros.	El alumno se niega a apoyar a sus compañeros.
Trabajo en equipo	El alumno siempre hace un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo o se por lo menos siempre se esfuerza en ello.	El alumno generalmente se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo.	El alumno se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo únicamente en momentos puntuales.	El alumno generalmente no se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo.	El alumno no se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo.
Comprensión de los conceptos matemáticos	El alumno comprende o muestra especial interés en comprender los conceptos matemáticos.	El alumno generalmente muestra interés en comprender los conceptos matemáticos.	El alumno muestra interés en comprender los conceptos matemáticos únicamente en momentos puntuales.	El alumno generalmente no muestra interés en comprender los conceptos matemáticos.	El alumno no muestra interés en comprender los conceptos matemáticos.
Utilización de los conceptos matemáticos	El alumno utiliza correctamente los conceptos matemáticos o por lo menos muestra especial interés en ello.	El alumno generalmente muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos.	El alumno muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos únicamente en momentos puntuales.	El alumno generalmente no muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos.	El alumno no muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos.

Evaluación de la labor docente

Con el fin de mejorar la labor docente, el desarrollo de la U.D. será evaluado conforme a la siguiente rúbrica. Para su aplicación se tendrá en cuenta la valoración del docente y la expresada por los alumnos en el cuestionario llenado en la última sesión de la U.D. ([Anexo XXV](#)).

Tabla 7. Rúbrica para evaluar la implantación de la U.D. programada.

	4	3	2	1
Evolución del aprendizaje de los alumnos	Se observa un fuerte incremento en los conocimientos de los alumnos, así como en su competencia de aprender a aprender.	Se observa incremento en los conocimientos de los alumnos, así como en su competencia de aprender a aprender.	Se observa incremento en los conocimientos de los alumnos, pero no en su competencia de aprender a aprender.	No se observa incremento en los conocimientos de los alumnos, ni en su competencia de aprender a aprender.
Evolución de las capacidad de trabajo en grupo en los alumnos	Se observa que los alumnos han desarrollado habilidades necesarias para el trabajo en grupo: comunicativas, sociales, afectiva, etc.	Se observa que los alumnos han asimilado la necesidad de tener ciertas habilidades para el trabajo en grupo, las cuales han adquirido de forma parcial.	Se observa que los alumnos han asimilado la necesidad de tener ciertas habilidades para el trabajo en grupo, pero no las han adquirido.	Se observa que los alumnos no han asimilado la necesidad de tener ciertas habilidades para el trabajo en grupo.
Motivación e interés de los alumnos por la U.D.	Los alumnos quieren saber más sobre los contenidos trabajados, y se implican en las actividades realizadas.	Los alumnos se implican en las actividades realizadas, pero no muestran interés por saber más sobre los contenidos trabajados, y se implican en las actividades realizadas.	Los alumnos realizan las actividades propuestas sin mostrar especial interés ni desencanto. Y no quieren saber más sobre los contenidos trabajados.	Los alumnos muestran desinterés por los contenidos trabajados y no ponen empeño en la realización de las actividades.
Adecuación de las actividades a los alumnos	Las temáticas de las actividades resultan cercanas a los alumnos.	Las temáticas de las actividades resultan desconocidas para los alumnos, pero les resultan atractivas.	Las temáticas de las actividades resultan conocidas para los alumnos, pero no se sienten relacionados con ellas.	Las temáticas de las actividades resultan desconocidas para los alumnos, y no les resultan atractivas.

Complejidad de la U.D. para los alumnos	Los alumnos asimilan con cierta facilidad los contenidos, sin mostrar síntomas de sobreesfuerzo.	Los alumnos asimilan los contenidos mostrando algunos síntomas de sobreesfuerzo: quejas ocasionales, momentos de frustración.	Los alumnos asimilan con cierta dificultad los contenidos, mostrando síntomas de sobreesfuerzo: quejas frecuentes, rostros de frustración.	Los alumnos asimilan con mucha dificultad los contenidos, mostrando claros síntomas de sobreesfuerzo: quejas continuas, rostros de frustración permanente.
Aplicación de la metodología de la U.D.	El docente ha organizado los materiales utilizados con facilidad y la explicación y guía de actividades le ha resultado sencilla.	El docente ha organizado los materiales utilizados con algunos problemas (por ejemplo: perdidas, olvidos y deficiencias ocasionales) y la explicación y guía de actividades le ha exigido bastante esfuerzo personal.	El docente ha organizado los materiales utilizados con bastantes problemas (por ejemplo: perdidas, olvidos y deficiencias frecuentes) y la explicación y guía de actividades le ha exigido más esfuerzo personal del que pensaba.	El docente ha tenido muchos problemas en la organización de los materiales utilizados (por ejemplo: perdidas, olvidos y deficiencias continuos) y la explicación y guía de actividades le ha supuesto una tarea demasiado costosa.
Aprovechamiento del tiempo	Se percibe que el aprovechamiento del tiempo es óptimo.	Se percibe que el aprovechamiento del tiempo es adecuado, pero podría mejorar.	Se percibe que el aprovechamiento del tiempo es bastante bajo.	Se percibe que el aprovechamiento del tiempo es muy bajo
Evaluación de las actividades de la U.D.	Las rúbricas de las actividades resultan adecuadas para la evaluación de los alumnos.	Las rúbricas de las actividades resultan algo confusas en algunos puntos.	Las rúbricas de las actividades están incompletas, y no permiten una adecuada evaluación de los alumnos.	Las rúbricas de las actividades no se adecuan a las misma, y no permiten la evaluación de los alumnos.

4. DISCUSIÓN Y LIMITACIONES

Actualmente la tasa de fracaso escolar, entendida como proporción de individuos que no llega a donde podría llegar, o no alcanza los objetivos mínimos (Carabaña, 2003, citado en Esparrells y Sequera, 2012), es uno de los principales problemas del sistema educativo del país. En los estudios referentes a los años 2002 y 2008, mostrados en el artículo de Esparrells y Sequera (2012), se puede observar como “España se colocaría en una de las posiciones más retrasadas de todos los países europeos” (p.47) respecto al porcentaje de la población de 25 a 64 años que al menos ha alcanzado el nivel de la primera etapa de educación secundaria.

PORCENTAJE DE LA POBLACIÓN DE 25 A 64 AÑOS QUE AL MENOS HA ALCANZADO EL NIVEL DE LA PRIMERA ETAPA DE EDUCACIÓN SECUNDARIA (CINE 2). (AÑO 2002 Y 2008)

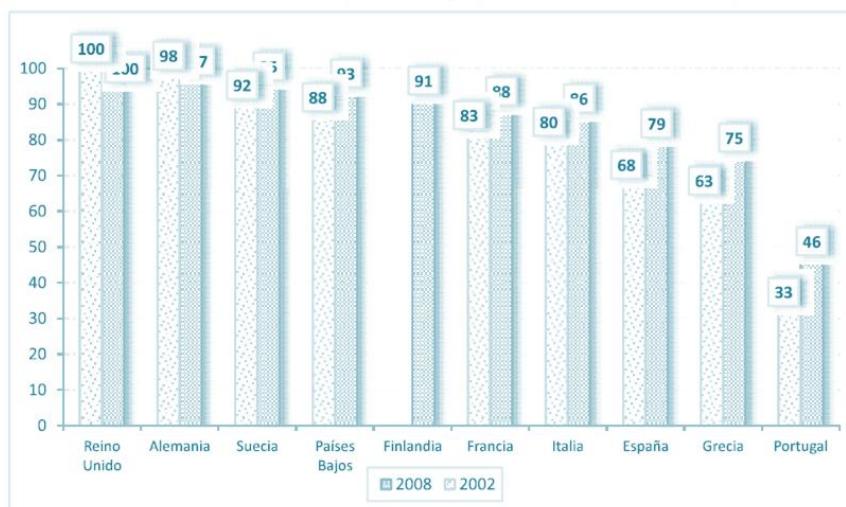


Figura 18. Porcentaje de la población de 25 a 64 años que al menos ha alcanzado el nivel de la primera etapa de educación secundaria en los años 2002 y 2008 (Education at a Glance, 2004 y 2010, citado en Esparrells y Sequera, 2012; p.48)

Además del fracaso escolar, otros índices, asociados a la calidad y a la percepción sobre el sistema educativo español, han sido analizados en los últimos tiempos, poniendo de manifiesto la ineficiencia de las metodologías de enseñanza tradicionales empleadas hasta el momento en la mayoría de los centros educativos del estado.

Con el fin de dar respuesta a estas deficiencias, recientemente se han producido importantes avances en el desarrollo de metodologías (como la cooperativa) que favorecen el aprendizaje del alumno y al mismo tiempo mejoran la relación de este con la escuela. A este respecto Pérez-Sánchez y Poveda-Serra (2008) concluyen de sus estudios que:

Los resultados obtenidos confirman las hipótesis planteadas: el aprendizaje cooperativo favorece la adaptación escolar de los alumnos (con el profesorado, con los compañeros, con el trabajo escolar) además de mejorar las relaciones paterno-familiares; constatamos que los efectos del aprendizaje cooperativo son independientes del cociente intelectual de los alumnos. Como conclusión podemos señalar, entre otras, la importancia que estas técnicas tienen para prevenir conductas inadaptadas que son una eterna fuente de conflicto en el aula (Pérez-Sánchez y Poveda-Serra, 2008; p.73).

Así, la metodología de aprendizaje cooperativo permite desarrollar competencias en el alumno de utilidad en su trayectoria académica, así como en su vida privada y social. La aplicación de esta metodología favorece “las relaciones interpares caracterizadas por la solidaridad, el respeto al otro, la confrontación de opiniones y el ejercicio de la democracia dentro del marco del aula” (Pérez-Sánchez y Poveda-Serra, 2008; p.76).

(...) educar en una democracia supone cultivar la diversidad, la riqueza y la participación humanas, lo que sólo se puede conseguir si se propician determinados procesos formativos que tengan en cuenta el contexto y las interacciones sociales que se originan en el aula así como los fenómenos que desencadenan (Bruner, 1988; Cid Sabucedo, 2004, citado en Pérez-Sánchez y Poveda-Serra, 2008; p.76).

En esta línea, la U.D. propuesta en este proyecto, hace uso de la metodología cooperativa, tratando de aprovechar todas las ventajas que esta proporciona. No obstante, no se debe olvidar, que la puesta en práctica de dicha metodología puede estar marcada por algunas limitaciones, de las cuales, la principal es el tiempo requerido para su aplicación en el aula.

Aspectos como la experiencia del docente y la experiencia de los alumnos sobre la metodología de aprendizaje cooperativo pueden marcar el ritmo de trabajo en el aula. La falta de fluidez en la utilización de las técnicas cooperativas puede suponer una extensión de las actividades en el tiempo, y por consiguiente una mayor necesidad de sesiones.

Además, las características propias de cada aula, marcadas por las necesidades educativas de los alumnos que la componen, las habilidades del docente y el contexto, influirán en la eficiencia de la utilización del recurso temporal.

No obstante, esta limitación puede ser fácilmente solventada mediante la utilización de las dos sesiones extra programadas con el fin de que el docente pueda utilizar cuando y como estime oportuno una bolsa de dos horas. Estas sesiones extra contribuyen a la programación de una U.D. abierta y flexible preparada para hacer frente a las necesidades que puedan surgir en su puesta en práctica.

Otra limitación puede estar marcada por la falta de destreza del docente en la enseñanza cooperativa. En este aspecto es importante la experiencia del docente en este campo, pero no se debe olvidar que no se trata de una condición excluyente. Para que el docente se sienta cómodo utilizando la metodología cooperativa, lo más importante es su actitud. Un docente optimista, con ganas de aprender a enseñar e implicarse en su labor, muy probablemente obtenga resultados satisfactorios en su tarea, independientemente de la experiencia que este acumule.

5. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA

Con el fin de atender al principal objetivo marcado al inicio de este proyecto, contribuir a la mejora del rendimiento de los estudiantes favoreciendo el aprendizaje profundo de los contenidos, se ha propuesto una U.D. basada en los beneficios que la metodología de enseñanza-aprendizaje cooperativo presenta. En ella se han desarrollado diferentes actividades cooperativas integradas en la enseñanza de los números racionales para alumnos de segundo curso de la etapa de E.S.O.

Así mismo, los objetivos secundarios establecidos para este proyecto, han sido alcanzados satisfactoriamente.

En primer lugar, el análisis de la metodología de aprendizaje cooperativo, de sus ventajas, de los factores que le influyen, de su aplicación en la enseñanza de matemáticas, y concretamente en la enseñanza de números racionales, ha permitido la profundización en el conocimiento de dicha metodología y la puesta en práctica de la misma mediante el diseño de una U.D. bajo una filosofía cooperativa, alejada de la metodología competitiva e individual tradicional.

En segundo lugar la información recopilada sobre las particularidades del proceso de aprendizaje de números racionales ha resultado de especial interés para el diseño de una U.D. enfocada al adecuado trabajo de los conceptos matemáticos. Conocer experiencias en las aulas, y fenómenos típicos asociados a este tema, como las dificultades para relacionar la parte y el todo, o los beneficios la utilización de diferentes tipos de registros de representación, han supuesto un punto de partida primordial para que la U.D. diseñada resulte efectiva.

Del mismo modo, el conocimiento de los factores que influyen en la aplicación de la metodología de aprendizaje cooperativo (marcado como tercer objetivo secundario de este proyecto), ha resultado esencial para poder hacer uso de las diversas posibilidades que esta metodología presenta en la enseñanza de conceptos

matemáticos. Gracias a ello se ha propuesto una composición heterogénea de grupos de trabajo formada por 4 o 5 alumnos, y se han diseñado las actividades considerando aspectos como el ambiente físico, las recompensas o la asignación de roles.

En cuarto y último lugar, destacar que la U.D. diseñada ha cumplido con el objetivo de atender a lo especificado en la legislación, tanto española como navarra, sobre educación vigente en la actualidad, de modo que todos los elementos del currículum se han asociado a los apartados legislativos correspondientes. Así mismo, el diseño también se ha basado en el contenido a abordar expresado en la propuesta de proyecto.

En cuanto a la integración de esta U.D. en una programación didáctica anual, destacar que con ella se pretende impulsar la utilización de la metodología de aprendizaje cooperativo a otras U.D. Lejos de pretender ser considerada como un caso puntual de la programación, la U.D. diseñada aspira a servir de ejemplo o punto de partida para otras programaciones. De este modo los alumnos y el docente pueden familiarizarse con esta metodología, y pueden compaginar de manera óptima sus ventajas con las de otras metodologías existentes.

Para finalizar este proyecto a continuación se muestra la reflexión de la autora del mismo sobre su proceso de elaboración en el marco de estudio del Mater en Educación Secundaria, especialidad Matemáticas:

Al escribir estos últimos párrafos me viene a la cabeza un refrán que dice: “Lo pasado se borró; el presente vívelo y el futuro piénsalo”.

Sin duda, el tiempo borra muchas cosas, y como persona optimista que soy, creo lo primero que borramos de nuestra memoria son las cosas malas. Borraré rápidamente esos momentos de tensión y agobio que he experimentado durante el estudio de este máster. Y seguramente, quede en mi recuerdo el sentimiento de satisfacción al verme estudiando contenidos tan interesantes (para algunas personas este detalle puede pasar inadvertido, pero para mí es de gran relevancia, puesto que pese a mi larga trayectoria académica, nunca había experimentado este sentimiento).

Este proyecto es el punto final de un máster que me lleva a vivir un presente totalmente distinto a cualquiera de mis anteriores presentes ya pasados. Es un punto que da vértigo y emociona al mismo tiempo. Todo lo aprendido en las asignaturas y en las prácticas del máster ha quedado reflejado en este proyecto. El cual, además de servirme para ordenar todos los conceptos trabajados durante el último año, me ha proporcionado la oportunidad de profundizar en unos de los aspectos que más interés

me suscitan en cuanto a la educación: las metodologías de aprendizaje alternativas a la metodología tradicional.

Más allá de este proyecto nadie sabe lo que me espera, únicamente tengo claro que he realizado un buen inicio de mi formación como docente, y ahora toca pensar sobre el futuro que me aguarda tras estos estudios, cerrados de forma firme y satisfactoria con este emocionante punto final.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Báez, M. d. J., y Hernández, S. (2002). El uso de material concreto para la enseñanza de la matemática. *Taller De Matemáticas Del Centro De Ciencia De Sinaloa, 13*, p.2007. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
https://scholar.google.es/scholar?q=El+Uso+de+Material+Concreto+par+la+Ense%C3%B1anza+de+la+Matem%C3%A1tica&btnG=&hl=es&as_sdt=0%2C5
- Bouzas, P. G. (2009). Aprendizaje cooperativo. Papel del conflicto sociocognitivo en el desarrollo intelectual. Consecuencias pedagógicas. *Revista Española De Pedagogía, 67*, 131-148. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
https://dialnet.unirioja.es/buscar/documentos?querysDismax.DOCUMENTAL_TODO=Aprendizaje+cooperativo.+Papel+del+conflicto+sociocognitivo+en+el+desarrollo+intelectual
- Castaño, N. M. (2015). *Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria*. (Tesis de doctorado). Universidad Autónoma de Manizales. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/861/1/Tesis%20N%C3%A9stor%20Mario%20Casta%C3%B1o.pdf>
- Collazos, C. A., y Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el "aprendizaje colaborativo" en el aula. *Educación y Educadores, 9*, 61-76. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<http://www.scielo.org.co/pdf/eded/v9n2/v9n2a06.pdf>
- Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de educación secundaria obligatoria en la comunidad foral de Navarra. Boletín Oficial de Navarra, 127, de 2 de julio de 2015.
- Dsigno, Estudios Superiores Abiertos de Diseño. (2013). *Patronaje*. Material no publicado.
- Esparrells, M.C.P. y Sequera, S. M. (2012). El fracaso escolar en España: Un análisis por comunidades autónomas. *Revista De Estudios Regionales, 94*, 39-70. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<http://www.revistaestudiosregionales.com/documentos/articulos/pdf1186.pdf>
- Espinosa, A. J. y Mesa, M. R. (2014). Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales. *Academia y Virtualidad, 7*, 86-101. Recuperado el 20 de

Enero de 2017 de

<http://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/27/22>

Forneiro, M. L. I. (2008). Observación y evaluación del ambiente de aprendizaje en educación infantil: Dimensiones y variables a considerar. *Revista Iberoamericana De Educación*, 49-70. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://rieoei.org/rie47a03.htm>

Johnson, D. W. (1984). *Circles of learning. Cooperation in the classroom*. North Washington: ERIC.

Lage, F. y Cataldi, Z. (2001). Una experiencia de resolución de problemas a través de modelos cooperativos-colaborativos aplicada a algoritmia usando nuevas tecnologías de comunicación. *Facultad De Ingeniería.Universidad De Buenos Aires*. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4058/2_-_Los_ambientes_de_aprendizaje_cooperativo_y_colaborativo.pdf?sequence=6

León del Barco, B. (2002). *Elementos mediadores en la eficacia del aprendizaje cooperativo*. (Tesis doctoral). Universidad de Extremadura. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de http://dehesa.unex.es/bitstream/handle/10662/463/TDUEX_8477235937.PDF?sequence=1

Linares, S. y Sánchez, V. (1988). *Fracciones*. Madrid: Síntesis

Palacios, J., Marchesi, A., y Coll, C. (2014). *Desarrollo psicológico y educación. 1. Psicología evolutiva*. Madrid: Larousse - Alianza Editorial. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://bv.unir.net:2067/lib/univunirsp/reader.action?docID=11028656#>

Pascual, E. S. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Journal of Learning Styles*, 2, 56-69. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://learningstyles.uvu.edu/index.php/jls/article/view/169>.

Pérez-Sánchez, A. M. y Poveda-Serra, P. (2008). Efectos del aprendizaje cooperativo en la adaptación escolar. *Revista De Investigación Educativa*, 26, 73-94. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://revistas.um.es/rie/article/view/94121/90741>

Pons, R. M., González-Herrero, M. E., y Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales De Psicología*, 24, 253-261. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<http://revistas.um.es/analesps/article/viewFile/42761/41071>.

Prenda, N. P. (2011). El aprendizaje cooperativo y sus ventajas en la educación intercultural. *Hekademos: Revista Educativa Digital*, 63-76. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
http://www.hekademos.com/hekademos/media/articulos/08/05_Aprendizaje_coooperativo.pdf

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Boletín Oficial del Estado, 3, 3 de enero de 2015.

Roca, J. S., Abarca, M. y Marzo, L. (2002). La educación emocional y la interacción profesor/a-alumno/a. *Revista Electrónica Interuniversitaria De Formación Del Profesorado*, 5, 1-4. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1034495>

Romero, C. (2003). El cambio educativo y la mejora escolar como procesos de democratización. *REICE: Revista Electrónica Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio En Educación*, 1, 1-26. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n1/Romero.pdf>

Rúa, P. L. (2015). Posibilidades y limitaciones del aprendizaje cooperativo en el EEEs: Análisis de una experiencia en el aula de inglés. *Porta Linguarum: Revista Internacional De Didáctica De Las Lenguas Extranjeras*, 163-177. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
http://www.ugr.es/~portalin/articulos/PL_numero24/12PAULA.pdf

Sánchez, J. J. M. y Pina, F. H. (2011). Influencia de la motivación en el rendimiento académico de los estudiantes de formación profesional. *Revista Electrónica Interuniversitaria De Formación Del Profesorado*, 14, 81-100. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3678771>

Slavin, R. E. y Johnson, R. T. (1999). *Aprendizaje cooperativo: Teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires: Aique. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<http://apoclam.org/archivos-recursos->

orientacion/Educacion%20inclusiva/Estrategias/slavin-el-aprendizaje-cooperativo.pdf

Universidad Internacional de la Rioja. (2016). *Tema 3: Competencias clave*. Material no publicado. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
http://secundariaonline.unir.net/cursos/lecciones/ARCHIVOS_COMUNES/versiones_para_imprimir/museco6ma/tema3.pdf

Universidad Internacional de la Rioja. (2016). *Tema 4: Estrategias de aprendizaje: representación, modelación, simulación y manipulación*. Material no publicado. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
http://secundariaonline.unir.net/cursos/lecciones/ARCHIVOS_COMUNES/versiones_para_imprimir/museco5ma/per42y43/tema4.pdf

Universidad Internacional de la Rioja. (2016). *Tema 10: El proceso de enseñanza-aprendizaje en la adolescencia: procesos de construcción de conocimientos e interacción entre iguales*. Material no publicado. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
[http://secundariaonline.unir.net/cursos/museco1_mat_PER42_0/uploads/bibliografia/31052016_223124Presentaci%C3%B3n_TEMA_10_\(clase_10\).pdf](http://secundariaonline.unir.net/cursos/museco1_mat_PER42_0/uploads/bibliografia/31052016_223124Presentaci%C3%B3n_TEMA_10_(clase_10).pdf)

7. WEBGRAFÍA

Agrega (s.f.). *El mundo fraccionario*. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
http://agrega.educacion.es/repositorio/08052015/d1/es_2015050812_9125212/index.html

De Lamo, G. (2013). *Mis cosicas*. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
<https://gemaestra.blogspot.com.es/2013/04/plano-del-aula.html>

El Trabajo en Equipo. En serio y en broma. Flores, J.J. (Director). (2015). [Video] Youtube.

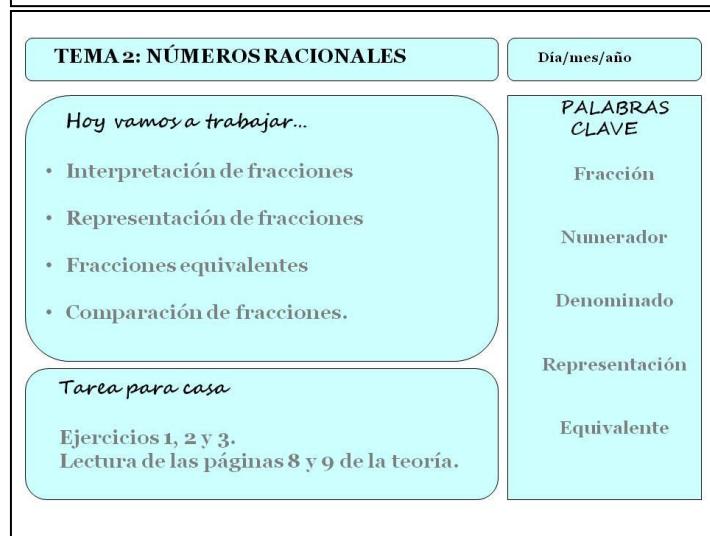
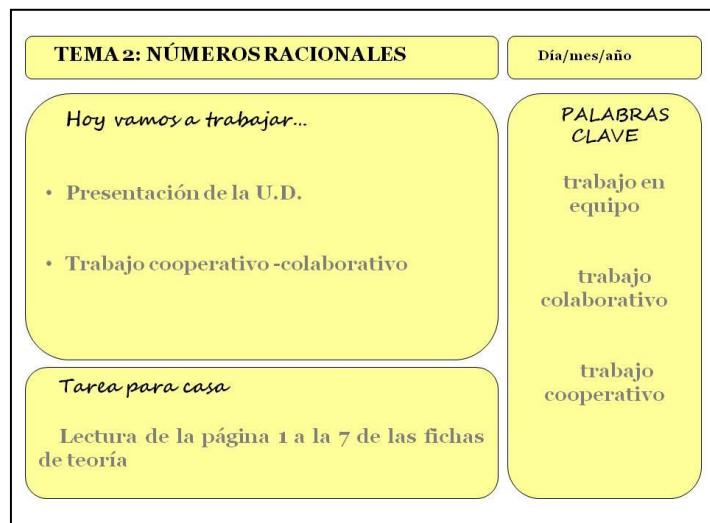
IES de El Puerto de Santa María (s.f.). ESTRUCTURAS SIMPLES DE APRENDIZAJE COOPERATIVO: Nº 1. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de
http://www.cepmotril.org/aceite/aceite/materiales/tecn_coperativas.pdf

La escuela en casa (s.f.). *La representación gráfica de fracciones*. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://laescuelaencasa.com/matematicas-2/los-numeros-rationales-fracciones/clase-5-la-representacion-grafica-de-fracciones/>

La patrulla verde (2015). *Tablero del juego de la salud*. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://la-patrulla-verde.webnode.es/news/tablero-del-juego-de-la-salud/>

SlideShare (2016). *Dominó fracciones*. Recuperado el 20 de Enero de 2017 de <http://www.slideshare.net/maripaxi/domino-fracciones>

8. Anexo I: Introducción de cada sesión



TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES	Día/mes/año
<p><i>Hoy vamos a trabajar...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de fracción y número mixto • Representación de fracciones • Fracciones equivalentes • Comparación de fracciones. • Fracción propia, impropia y unidad. • Suma y resta de fracciones. • Multiplicación y división de fracciones. <p><i>Tarea para casa</i> Lectura de la página 8 y 9 de la teoría. (SOLO LO RELATIVO A POTENCIAS Y RAÍCES) Ejercicio 5.</p>	PALABRAS CLAVE <ul style="list-style-type: none"> Fracción Numerador Denominador Representación Equivalente Fracción propia Fracción impropia Fracción unidad Número mixto

TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES	Día/mes/año
<p><i>Hoy vamos a trabajar...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Potencia de una fracción • Raíz cuadrada de una fracción. <p><i>Tarea para casa</i> Ejercicio 6 y 7.</p>	PALABRAS CLAVE <ul style="list-style-type: none"> Potencia Raíz cuadrada

TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES	Día/mes/año
<p><i>Hoy vamos a trabajar...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de fracción y número mixto • Representación de fracciones • Fracciones equivalentes • Comparación de fracciones. • Fracción propia, impropia y unidad. • Suma y resta de fracciones. • Multiplicación y división de fracciones. • Potencia de una fracción • Raíz cuadrada de una fracción <p><i>Tarea para casa</i> Ejercicio 8.</p>	PALABRAS CLAVE <ul style="list-style-type: none"> Fracción Numerador Denominador Representación Equivalente Fracción propia Fracción impropia Fracción unidad Número mixto Potencia Raíz cuadrada

<p>TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES</p> <p><i>Hoy vamos a trabajar...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de fracción y número mixto • Representación de fracciones • Fracciones equivalentes • Comparación de fracciones. • Fracción propia, impropia y unidad. • Suma y resta de fracciones. • Multiplicación y división de fracciones. • Potencia de una fracción • Raíz cuadrada de una fracción <p><i>Tarea para casa</i></p> <p>Ejercicio 9.</p>	<p>Día/mes/año</p>
<p>PALABRAS CLAVE</p> <ul style="list-style-type: none"> Fracción Numerador Denominador Representación Equivalente Fracción propia Fracción impropia Fracción unidad Número mixto Potencia Raíz cuadrada 	

<p>TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES</p> <p><i>Hoy vamos a trabajar...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de fracción y número mixto • Representación de fracciones • Fracciones equivalentes • Comparación de fracciones. • Fracción propia, impropia y unidad. • Suma y resta de fracciones. • Multiplicación y división de fracciones. • Potencia de una fracción • Raíz cuadrada de una fracción <p><i>Tarea para casa</i></p> <p>Preparar el examen.</p>	<p>Día/mes/año</p>
<p>PALABRAS CLAVE</p> <ul style="list-style-type: none"> Fracción Numerador Denominador Representación Equivalente Fracción propia Fracción impropia Fracción unidad Número mixto Potencia Raíz cuadrada 	

9. Anexo II: Presentación para sesión 1

TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES

Día/mes/año

Bloque I: NÚMEROS		Bloque III: ÁLGEBRA	
1 Números enteros	2 Fracciones (Números Racionales)	5 Álgebra	6 Ecuaciones
Bloque II: FUNCIONES		Bloque IV: GEOMETRÍA	
3 Funciones	4 Proporcionalidad Numérica	7 Proporcionalidad geométrica	8 Poliedros
		9 Probabilidad	

ÍNDICE

Definición de fracción Numerador, denominador Número mixto Fracción propia Fracción impropia Fracción equivalente Fracción irreducible (M.C.D.) Simplificar una fracción	Amplificar una fracción Comparación entre fracciones Sumas de fracciones Multiplicación de fracciones División de fracciones Raíz cuadrada de una fracción Potencia de una fracción Operaciones combinadas
---	---

Saber utilizar las fracciones en la vida real

¿Cómo vamos a trabajar?



https://www.youtube.com/watch?v=_Wvqjh0pq6I

Técnicas de trabajo cooperativo:

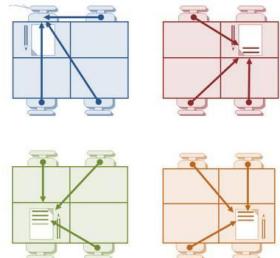
Mesa Redonda



Cada miembro del equipo habla por turnos mientras el/la secretario/a toma nota de las distintas aportaciones. Un miembro del equipo se responsabiliza de que se respeten los turnos de palabra y de que todos tengan su oportunidad de intervenir.

Técnicas de trabajo cooperativo:

Folio Giratorio



Consiste en pasar un folio para que los miembros de un equipo de trabajo realicen **aportaciones por turnos de forma escrita**. El responsable cuida de que se respeten los turnos.

Técnicas de trabajo cooperativo:

Cabezas Numeradas



Después de trabajar sobre un tema concreto, una pregunta, un problema, una operación, el equipo llega a una respuesta y debe trabajar para que **todos los miembros del mismo tengan la capacidad de explicar correctamente la respuesta**. Cada miembro del grupo está numerado y al azar se saca un número que debe explicar todos la respuesta.

Técnicas de trabajo cooperativo:

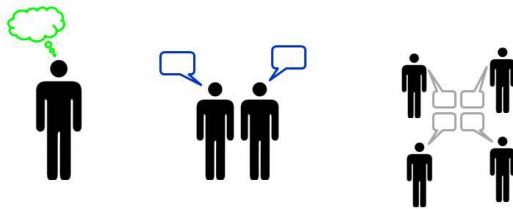
Giro de la Reunión



Consiste en elaborar en equipo un trabajo en el que se tengan que realizar funciones diferentes. Se van haciendo **rotaciones de las funciones**. Cuando todos hayan pasado por todas las funciones (una, dos o tres veces), se reúne el grupo y sacan las conclusiones elaborando una respuesta escrita.

Técnicas de trabajo cooperativo:

1-2-4



Dentro del equipo-base, **cada alumno/a piensa** cuál es la respuesta correcta a una pregunta planteada. Posteriormente, se ponen de **dos en dos**, intercambian sus respuestas y las comentan, llegando a conclusiones comunes. Finalmente **todo el equipo** ha de decidir cuál es la respuesta más adecuada y completa por escrito la pregunta que se ha planteado.

Técnicas de trabajo cooperativo:

Parada de 3 min



Durante una explicación a todo el grupo clase, se hace una pequeña parada de tres minutos para que **cada equipo-base piense y reflexione sobre lo que les ha explicado** hasta aquel momento, y elabore tres preguntas sobre el tema en cuestión, que después deberán plantear.

Técnicas de trabajo cooperativo:

Sabios y Discípulos



Los estudiantes de la clase que dominen un determinado tema, “sabios/as”, deberán enseñar lo que saben a sus compañeros de clase “discípulos”.

Técnicas de trabajo cooperativo:

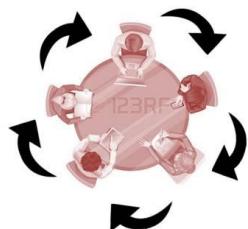
Lápices al Centro



Cada equipo tiene una hoja con preguntas o ejercicios. Y cada estudiante debe hacerse cargo de una pregunta o ejercicio. Cuando un estudiante lee en voz alta "su" pregunta o ejercicio, entre todos hablan de cómo se hace y deciden cuál es la respuesta correcta. Mientras tanto, los lápices de todos se colocan en el centro de la mesa para indicar que en aquellos momentos **sólo se puede hablar y escuchar** y no se puede escribir. Cuando todos tienen claro lo que hay que hacer o responder en aquel ejercicio, cada uno coge su lápiz y escriben o hacen en su cuaderno el ejercicio en cuestión. En este momento, **no se puede hablar, sólo se puede escribir**.

Técnicas de trabajo cooperativo:

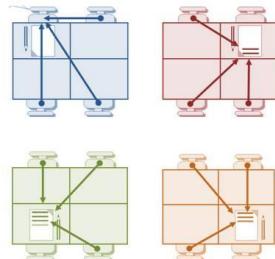
Mesa Rápida



En el centro de la mesa se coloca la tarjetas de pregunta-respuesta, boca abajo, de forma que únicamente se lee la pregunta. Cada miembro del grupo debe ir diciendo la respuesta o lo que pueda aportar a la cuestión de forma rápida. Si no se sabe nada, se dice "paso". Se hacen dos, tres o cuatro rondas según la dificultad de la pregunta y cada uno debe repetir lo dicho por el anterior si cree que es correcto. Cuando alguien cree que no es adecuado lo planteado por su compañero o compañera, debe decir "levanto respuesta". Se lee lo correcto, se vuelve a tapar y se comienzan los ciclos de intervenciones.

Técnicas de trabajo cooperativo:

Folio Giratorio

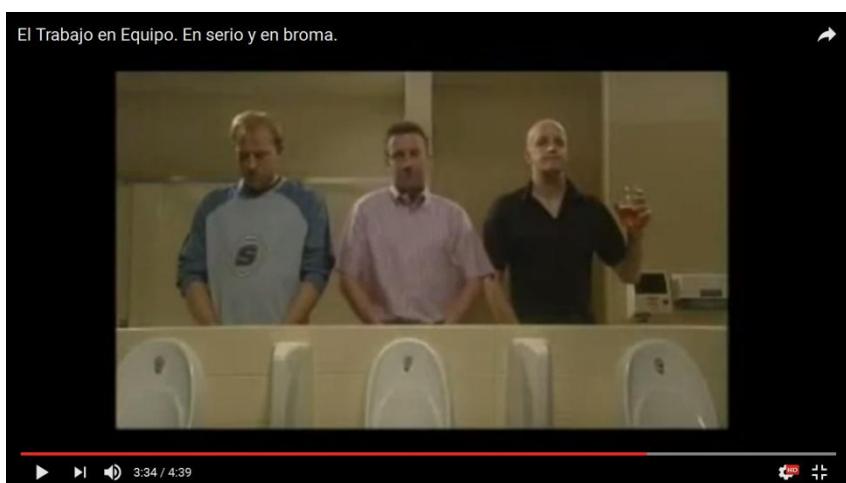


Consiste en pasar un folio para que los miembros de un equipo de trabajo realicen aportaciones por turnos de forma escrita. El responsable cuida de que se respeten los turnos.

1. Elabora una lista incluyendo todo aquello que sepáis sobre fracciones.
2. Elabora una lista de situaciones donde se usan las fracciones en la vida real.

10. Anexo III: Video sesión 1

<https://www.youtube.com/watch?v=Wvqjhopq6I>



11. Anexo IV: Ficha de información sobre evaluación

MATEMÁTICAS 2ºESO
Unidad Didáctica
NÚMEROS RACIONALES

EVALUACIÓN

La evaluación de la U.D. se compone de tres partes. La puntuación máxima son 100 puntos pero puedes obtener incluso más de 100 puntos gracias a la puntuación extra.

Instrumento de evaluación	Puntuación máxima
Examen grupal	25 puntos ($\frac{1}{2}$ de la nota necesaria para aprobar)
Examen individual	25 puntos ($\frac{1}{2}$ de la nota necesaria para aprobar)
Trabajo Diario en Clase	40 puntos ($\frac{4}{5}$ de la nota necesaria para aprobar)
Tareas	No hay límites
Puntuación mínima para aprobar: 50 puntos	

• **Examen: (Día: xx/xx/xx. Duración: 1h.)**

Constará de dos partes, una individual, y otra grupal. La puntuación máxima serán 50 puntos en cada parte. En la parte grupal, la nota obtenida por el grupo será la nota asignada a cada uno de los miembros del mismo.

El examen incluirá operaciones y problemas como los trabajados en clase. Para su realización no se permite el uso de calculadora.

• **Trabajo diario en clase: (la puntuación máxima son 40 puntos)**

Se obtiene de la evaluación de las notas que el profesor va tomando día a día, aplicando la rúbrica sobre trabajo diario. Para obtener tu nota del trabajo diario se hace la media de tus notas obtenidas en cada una de las rúbricas.

• **Tareas: (No tiene límite máximo y puede ser negativa o positiva)**

Comienzas con 10 puntos por tareas. Puedes disminuirlos en 1 punto cada día que no realices la tarea. Y puedes aumentarlos mediante la corrección de la tarea en clase:

- Si un “discípulo” tuyo explica al grupo-clase cómo se realiza un ejercicio correctamente. En este caso, tanto sumas un punto a tu nota de tareas.
- Si tú, como “discípulo” explicas al grupo-clase cómo se realiza un ejercicio correctamente. En este caso, tanto sumas un punto a tu nota de tareas.
- Si resuelves correctamente la duda planteada por alguno de sus compañeros. En este caso se añade 1 punto a su nota de tareas.

Tabla 8. Rúbrica para evaluar el trabajo diario de cada alumno.

	40	20	0	-20	-40
Implicación	El alumno muestra mucho interés por la realización del trabajo.	El alumno muestra interés por la realización del trabajo.	El alumno únicamente muestra interés en algunos momentos puntuales.	El alumno rara vez muestra interés por la realización del trabajo.	El alumno no muestra ningún interés por la realización del trabajo.
Eficiencia	El alumno es, o se esfuerza mucho por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.	El alumno se esfuerza por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.	El alumno no muestra especial atención al orden ni al control del tiempo.	El alumno generalmente no se esfuerza por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.	El alumno no se esfuerza por ser ordenado y controlar adecuadamente el tiempo de trabajo.
Convivencia	La actitud del alumno propicia especialmente el buen clima en clase.	La actitud del alumno favorece al buen clima de la clase	La actitud del alumno no interfiere prácticamente en el clima de la clase.	La actitud del alumno perjudica al buen clima de la clase.	La actitud del alumno perjudica considerablemente el buen clima de la clase.
Compañerismo	El alumno supone continuamente un apoyo para compañeros.	El alumno supone normalmente un apoyo para compañeros.	El alumno a veces puntualmente supone un apoyo para compañeros.	El alumno no supone nunca un apoyo para compañeros.	El alumno se niega a apoyar a sus compañeros.
Trabajo en equipo	El alumno siempre hace un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo o se por lo menos siempre se esfuerza en ello.	El alumno generalmente se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo.	El alumno se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo únicamente en momentos puntuales.	El alumno generalmente no se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo.	El alumno no se esfuerza por hacer un uso adecuado de los roles y aplica correctamente las técnicas de trabajo.
Comprensión de los conceptos matemáticos	El alumno comprende o muestra especial interés en comprender los conceptos matemáticos.	El alumno generalmente muestra interés en comprender los conceptos matemáticos.	El alumno muestra interés en comprender los conceptos matemáticos únicamente en momentos puntuales.	El alumno generalmente no muestra interés en comprender los conceptos matemáticos.	El alumno no muestra interés en comprender los conceptos matemáticos.
Utilización de los conceptos matemáticos	El alumno utiliza correctamente los conceptos matemáticos o por lo menos muestra especial interés en ello.	El alumno generalmente muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos.	El alumno muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos únicamente en momentos puntuales.	El alumno generalmente no muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos.	El alumno no muestra interés en utilizar correctamente los conceptos matemáticos.

12. Anexo V: Fichas de teoría

MATEMÁTICAS 2ºESO
Unidad Didáctica
NÚMEROS RACIONALES

TEORÍA SOBRE NÚMEROS RACIONALES

ÍNDICE

- **Definición de fracción**
- **Numerador, denominador**
- **Número mixto**
- **Fracción propia**
- **Fracción impropia**
- **Fracción unidad**
- **Fracción equivalente**
- **Fracción irreducible (M.C.D.)**
- **Simplificar una fracción**
- **Amplificar una fracción**
- **Comparación entre fracciones**
- **Sumas de fracciones**
- **Multiplicación de fracciones**
- **División de fracciones**
- **Raíz cuadrada de una fracción**
- **Potencia de una fracción**
- **Operaciones combinadas**

Para saber
utilizar
fracciones en
la vida real

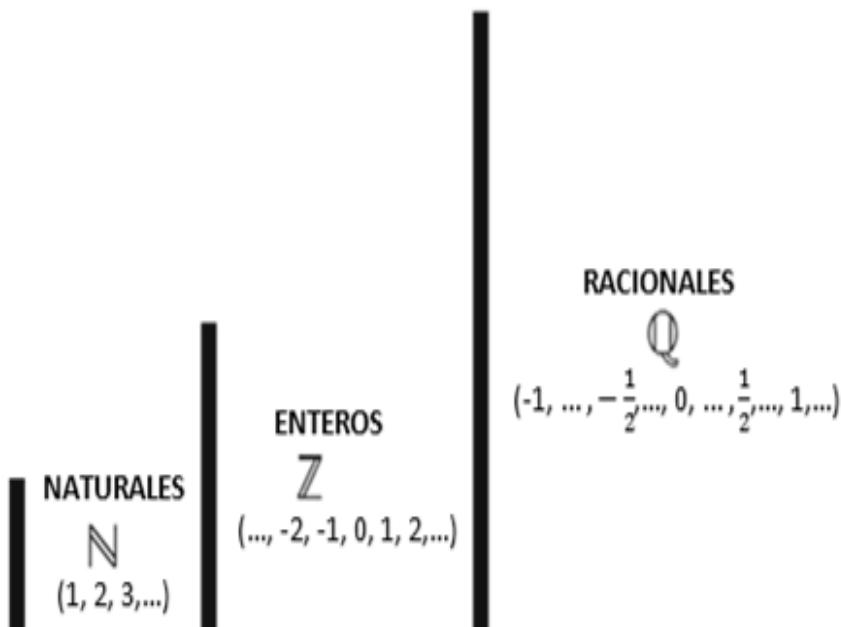


Números racionales (fracciones): son los dados por el cociente de dos números enteros a y b que se representan de la forma

$$\frac{a}{b} ; \text{ con } b \neq 0$$

El conjunto de números racionales se representan con la letra \mathbb{Q} .

El número de arriba se llama **numerador** y el de abajo **denominador**.



Podemos encontrar los números racionales escritos como:

- Una fracción.
- Un número entero.
- Un **número mixto** (formado por un entero y una fracción).

Ejemplo:

$$\frac{-15}{5} = -3$$

Diagram illustrating the decomposition of the rational number $\frac{-15}{5}$:

- Número entero: The integer -3 is highlighted.
- Número fraccionario: The fraction $\frac{-15}{5}$ is highlighted.

$$\frac{6}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{5}$$

Diagram illustrating the decomposition of the mixed number $1\frac{1}{5}$:

- Número mixto: The mixed number $1 + \frac{1}{5}$ is highlighted.
- Número fraccionario: The fraction $\frac{1}{5}$ is highlighted.

Los números racionales se pueden interpretar de diferentes formas:

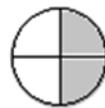
- **Como números que representan el *conjunto de partes de un total*.**

Número de partes iguales que cojo. $\frac{a}{b}$; con $b \neq 0$

Número de partes iguales en las que divido el total.

Ejemplos:

Tengo un bizcocho, lo parto en cuatro partes iguales y a mi vecino de enfrente le regalo dos partes. Es lo mismo que decir que a mi vecino de enfrente le he regalado $\frac{2}{4}$ de mi bizcocho.

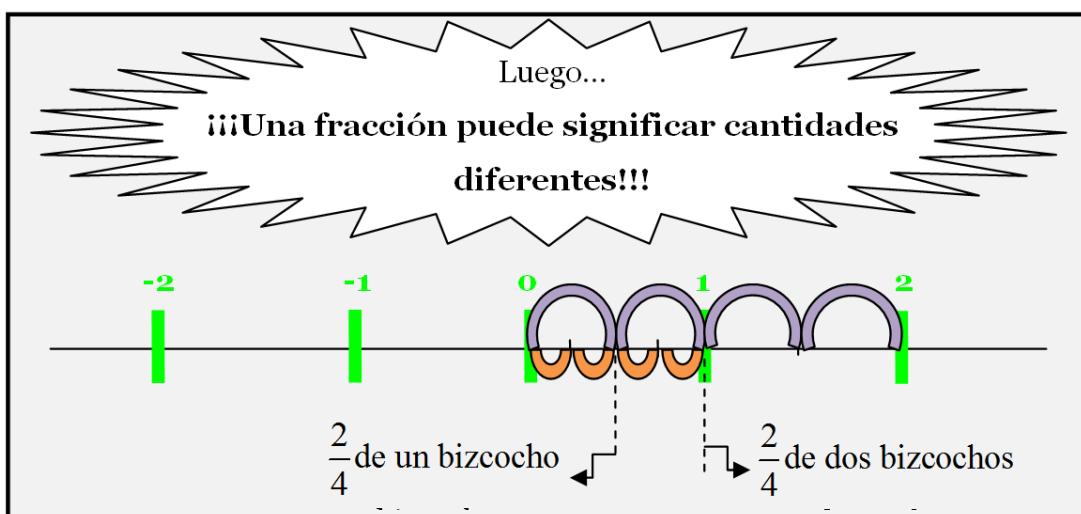


$\frac{2}{4}$ de un bizcocho

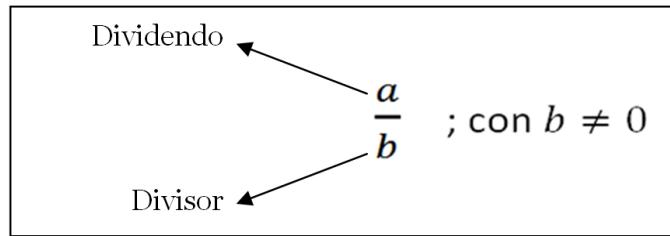
Tengo dos bizcochos, hago cuatro pedazos iguales y a mi vecino de enfrente le regalo dos pedazos. Es lo mismo que decir que a mi vecino de enfrente le he regalado $\frac{2}{4}$ de mis dos bizcochos.



$\frac{2}{4}$ de dos bizcochos

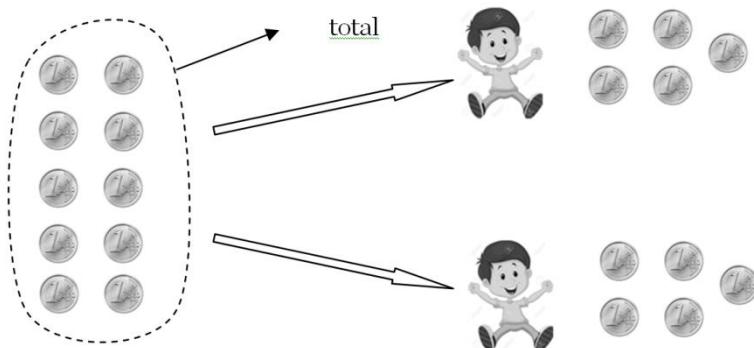


- **Como números que representa el cociente entre dos números enteros:**

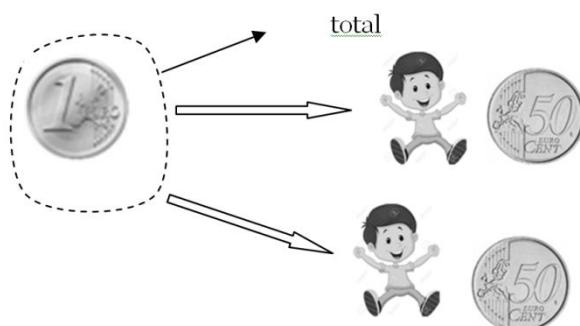


Ejemplos:

- $\frac{10}{2} = 5 \rightarrow$ Tengo 10€ y le doy 5€ a cada uno de mis 2 hermanos.



- $\frac{1}{2} = 0.5 \rightarrow$ Tengo 1€ y le doy $\frac{1}{2}$ de lo que tengo a cada uno.



- $\frac{40}{10} = 4 \rightarrow$ Tengo 40€ agrupados en montones de 10€. Es decir, 4 montones de 10€ cada uno.



Fracción propia: es aquella en la que el numerador es menor que el denominador. El cociente entre numerador y denominador es menor que 1.

Ejemplo: $\frac{5}{9}, \frac{1}{2}, \frac{25}{100}$

Numerador < Denominador



Fracción impropia: es aquella en la que el numerador es mayor que el denominador. El cociente entre numerador y denominador es mayor que 1.

Ejemplo: $\frac{9}{5}, \frac{3}{2}, \frac{17}{6}$

Numerador > Denominador



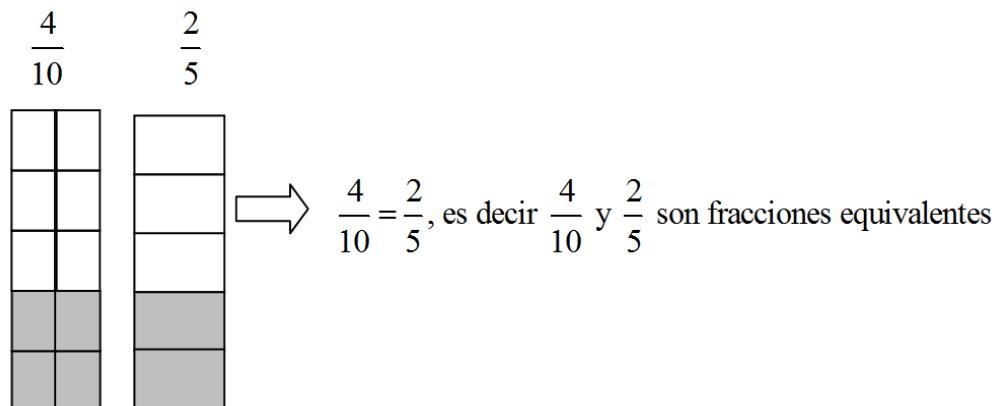
Fracción unidad: es aquella en la que el numerador y el denominador son iguales. El cociente entre numerador y denominador es 1.

Ejemplo: $\frac{9}{9}, \frac{3}{3}, \frac{58}{58}$

Numerador = Denominador



Fracciones equivalentes: son aquellas que representan la misma cantidad.



Para obtener una fracción equivalente a una dada, basta con multiplicar (amplificar) o dividir (simplificar) numerador y denominador por el mismo número.

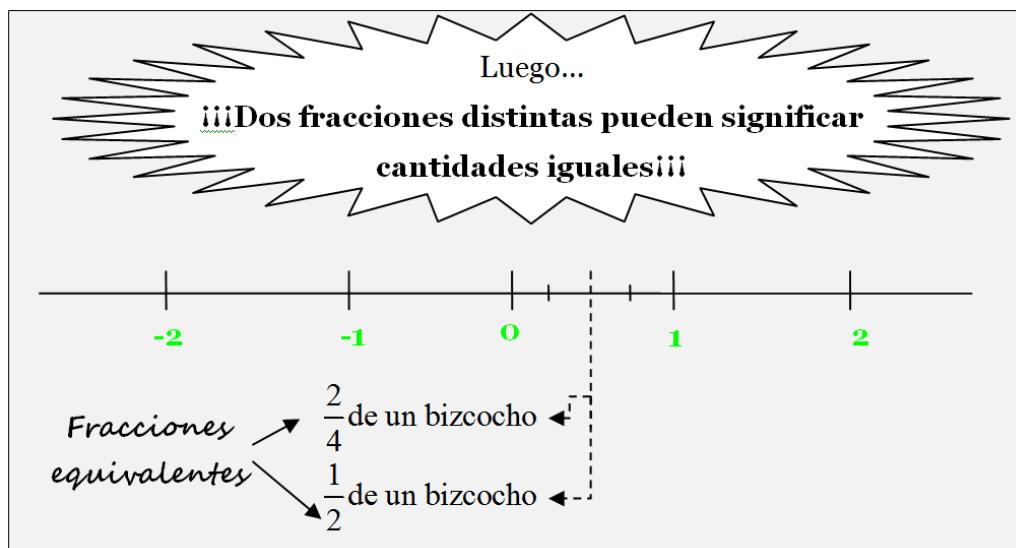
Amplificar una fracción

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{4} \xrightarrow{\times 10} \frac{20}{40} \xrightarrow{\times 3} \frac{60}{120} \xrightarrow{\times 5} \frac{300}{600}$$

Simplificar una fracción

$$\frac{1}{2} \xleftarrow{\div 2} \frac{2}{4} \xleftarrow{\div 10} \frac{20}{40} \xleftarrow{\div 3} \frac{60}{120} \xleftarrow{\div 5} \frac{300}{600}$$

Las fracciones equivalentes cumplen que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y por lo tanto $a \cdot d = b \cdot c$



Fracción irreducible: es aquella que no se puede simplificar más. Es decir, es aquella en la que no existe un divisor común entre numerador y denominador.

Para asegurarnos de obtener la fracción irreducible, debemos dividir entre el máximo común divisor del numerador y el denominador.

$$\frac{12}{18} = \frac{3 \cdot 2^2}{3^2 \cdot 2} \quad \text{MCD} = 2 \times 3 = 6 \quad \frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

(Máximo Común Divisor)

Fracción irreducible
(no hay ningún divisor común de 2 y de 3)

Para **comparar dos fracciones** entre sí puedes hacerlo:

- Gráficamente. (los dibujos deben ser precisos)
- Matemáticamente: para ello las fracciones a comparar deben cumplir dos condiciones:
 - Ambas fracciones deben referirse al mismo total.
 - Ambas fracciones deben tener el mismo denominador. Para ello calculamos las fracciones equivalentes cuyo denominador sea el mínimo común múltiplo de sus denominadores.

Ejemplo:

¿Qué prefieres, $\frac{3}{4}$ o $\frac{5}{6}$ de un tesoro?

$$\text{MCM}(4,6)=12 \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12} \quad \frac{9}{12} < \frac{10}{12} \quad \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

(Mínimo Común Múltiplo)

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

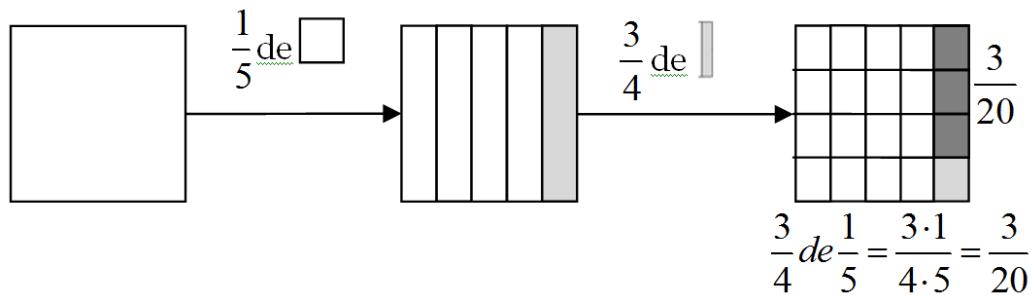
Suma y resta: deben tener el mismo denominador para que las partes sean iguales, ya que no tiene sentido sumar trozos de distinto tamaño.

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{6} = \frac{18}{30} + \frac{20}{30} = \frac{38}{30} \quad \frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{-7}{12}$$

MCM=30 MCM=12

Multiplicación: se multiplican numeradores con numeradores y denominadores con denominadores. Ojo con la regla de los signos. El porqué de esto se entiende bien con el dibujo.

- Con números enteros decimos: $2 \cdot 4 = 2$ veces 4
- Con fracciones decimos: $\frac{1}{2} \cdot 6 =$ (media vez 6) = un medio de 6 = $\frac{1}{2}$ de 6



División: se realiza una multiplicación en cruz:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \text{ por ejemplo, } \frac{3}{7} : \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8}{7 \cdot 5} = \frac{24}{35}$$

Potencias: el concepto es el mismo que las potencias de números enteros. Es decir, una fracción multiplicada por sí misma tantas veces como indique el exponente.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4^5}{5^5} \quad \text{, por lo tanto, } \left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

Raíz cuadrada: la raíz cuadrada de una fracción es la fracción obtenida calculando la raíz cuadrada del numerador y del denominador.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}, \text{ resumido: } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Por lo tanto,

Operaciones combinadas:

Ejemplo: $-\sqrt{\frac{16}{25}} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} - \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 : \frac{1}{3}$	
1º Hacemos los paréntesis	$-\sqrt{\frac{16}{25}} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{3} =$
2º Calculamos las potencias y raíces cuadradas	$-\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{2^2} : \frac{1}{3} = -\frac{4}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{4} =$
3º Realizamos las multiplicaciones y divisiones	$-\frac{4}{5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 1} = -\frac{4}{5} + \frac{3}{10} - \frac{3}{4} =$
4º Realizamos las sumas y restas	$-\frac{16}{20} + \frac{6}{20} - \frac{15}{20} = \frac{-16 + 6 - 15}{20} = -\frac{25}{20}$
5º Simplificamos el resultado	$-\frac{25}{20} = \boxed{-\frac{5}{4}}$

13. Anexo VI: Fichas de ejercicios

MATEMÁTICAS 2ºESO
Unidad Didáctica
NÚMEROS RACIONALES

EJERCICIOS SOBRE NÚMEROS RACIONALES

1. ¿Qué prefieres?

- a) Tener $\frac{6}{8}$ de bocadillo de chorizo para almorzar.
- b) Tener $\frac{5}{6}$ de bocadillo de chorizo para almorzar.



2. ¿Qué prefieres?

- a) Tener $\frac{6}{6}$ de hora de recreo.
- b) Tener $\frac{11}{12}$ de hora de recreo.
- c) Tener $\frac{9}{7}$ de hora de recreo.



¿Podrías haber contestado sin hacer ninguna operación?

3. ¿Qué prefieres?

- a) Medir $\frac{21}{10}$ de metro.
- b) Medir $1 + \frac{1}{5}$ de metro.



4. Cada miembro de tu grupo de trabajo a obtenido las siguientes puntuaciones:

- Ane: $\frac{4}{16}$ de la puntuación máxima posible.
- Ana: $\frac{1}{4}$ de la puntuación máxima posible.
- Tú: $\frac{9}{24}$ de la puntuación máxima posible.
- Any: $\frac{1}{8}$ de la puntuación máxima posible.



¿Cuál de las siguientes formas de puntuar al grupo prefieres?

- a) La puntuación del grupo se obtiene sumando todas las puntuaciones
- b) La puntuación del grupo se obtiene haciendo la media de todas las puntuaciones multiplicada por 2.
- c) La puntuación del grupo se obtiene ponderando las puntuaciones de la siguiente manera:

$$P_{grupo} = P_{Ane} \cdot 2 + P_{Ana} : \frac{10}{5} + P_{Tú} + P_{Any}$$

- d) La puntuación del grupo se obtiene restando todas las puntuaciones y sumándole 1.

5. Descifra el código:  **CDX₁ X₂ X₃???**

Halla la afirmación correcta y descubre el primer dígito del código (X₁):

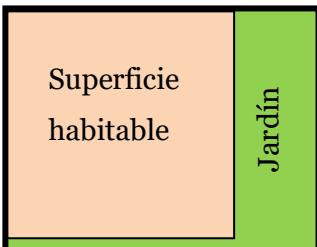
- Si tienes la fracción $\frac{5}{18}$ entonces puedes decir que el denominador es 5 y el numerador es 18 $\rightarrow X_1=D$
- Un grupo formado por $\frac{3}{5}$ de los alumnos de la clase significa que si hay 20 alumnos, el grupo está formado por 12 $\rightarrow X_1=A$
- Las fracciones $\frac{5}{20}$ y $\frac{11}{12}$ son fracciones impropias $\rightarrow X_1=C$
- Una fracción propia es mayor que la unidad $\rightarrow X_1=B$

Halla la afirmación correcta y descubre el segundo dígito del código (X₂):

- Las fracciones $\frac{5}{18}$ y $\frac{10}{9}$ son equivalentes $\rightarrow X_2=A$
- La fracción $\frac{6}{10}$ es irreducible $\rightarrow X_2=B$
- El resultado de $\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} + 2\right) : \frac{3}{10}$ es 7 $\rightarrow X_2=D$
- La fracción $\frac{13689245}{13689240}$ es mayor que la fracción $\frac{15689428}{15689429}$ $\rightarrow X_2=C$

Halla la afirmación correcta y descubre el tercer dígito del código (X₃):

- La fracción $\frac{5}{3}$ se puede representar así:  $\rightarrow X_3=C$
- El número mixto $3 + \frac{6}{10}$ es mayor que la fracción $\frac{45}{15}$ $\rightarrow X_3=B$
- El resultado de $\left(-\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{30} + 3\right) \cdot \frac{1}{5}$ es $\frac{9}{5}$ $\rightarrow X_3=A$

- Las fracciones $\frac{1}{20}$ y $\frac{1}{12}$ son fracciones unitarias $\rightarrow \mathbf{X_3=D}$
6. La parcela en la que está ubicada mi casa tiene 108m^2 , de los cuales $\frac{1}{4}$ debe ser utilizado como jardín por normativa de la comunidad, y el resto son metros cuadrados habitables. Si la superficie habitable es cuadrada (como se puede ver en el plano), ¿Cuántos metros miden las paredes de mi casa?
- 
- Si el salón tiene 6 m^2 , ¿Qué fracción irreducible representa la superficie del salón frente a la de toda la parcela?
7. Resuelve las siguientes operaciones:
- a) $\frac{10}{5} \cdot \sqrt{\frac{49}{1}} - \frac{2}{30} =$ b) $\left(\frac{10}{10} + \frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 =$
8. Tu clase ha preparado una chocolatada para el último día de curso. Si habéis preparado 30 litros de chocolate hecho en una olla y a cada persona le dais un vaso de $\frac{2}{5}$ de litro:
- a) ¿Cuántas personas podrán comer chocolate?
- b) Si en el colegio hay 250 personas, ¿Qué fracción irreducible representa la cantidad de personas del centro que podrán comer chocolate?
- c) ¿Te parece apropiada la cantidad de chocolate preparada?
- d) Para acompañar al chocolate hecho decidís dar también un pedazo de pan igual a $\frac{1}{8}$ de barra de pan junto a cada vaso de chocolate. Para comprar el pan disponéis de 22€. Si cada barra vale 1.10€ ¿Cuántas barras debéis comprar?



9. El patronaje de prendas textiles consiste en dibujar las piezas de las prendas según el diseño que se desee. Posteriormente, se cortan las piezas en la tela tal y como indica el patrón realizado, y finalmente se confecciona la prenda cosiendo las diferentes piezas.

En función de la talla de la prenda, las medidas de las piezas que componen el patrón serán más grandes o más pequeñas. Estas medidas se recogen en una tabla.

A continuación se muestra una tabla donde se recogen las medidas necesarias para elaborar un pantalón de la talla 40.

Nombre:		Fecha:	
Prenda:	pantalón	Modelo:	
Perímetro		Semi- Perímetro	Larguras
Contorno cuello			Largo talle delantero
Contorno pecho			Altura pecho
Separación pecho			Largo espalda
Encuentro delantero			Ancho hombros
Contorno cintura	72	34	Largo de brazo
Contorno cadera	94	47	Cint-entrepi-cint
Contorno vientre			Altura cadera
Ancho espalda			Caja o largo de tiro
Contorno brazo			Largo costado
Contorno puño			Largo entrepierna
Contorno muslo			Altura 7 ^a cervical
Contorno pantorrilla			Largo pantalón
OBSERVACIONES:			

Una de las piezas que el patronista dibuja es denominada “Delantero Pantalón”, y corresponde con la mitad delantera de una de las patas del pantalón.



Para realizar el dibujo de esta pieza el patronista sigue los pasos que a continuación se detallan, y en función de la talla del pantalón los puntos se colocan a una distancia determinada.

A continuación se detallan los pasos que el patronista debe seguir:

Delantero pantalón

1-2 Medida de largo de costado. Si se quiere aplicar la medida de largo de nuestro pantalón, se puede hacer directamente en este punto. Línea de bajo. (96 cm)

1-3 Altura de caja. (25 cm)

4 Mitad de 2 a 3. Altura de rodilla.

5 Mitad de 1-3. Altura de cadera.

Se trazan líneas perpendiculares en los puntos 2, 4 y 3.

3-6 $\frac{1}{2}$ Semiperímetro de cadera.

6-7 $\frac{1}{10}$ de Semiperímetro de cadera.

8 Mitad de 3 a 7. (14 cm)

Se traza una perpendicular a la línea 3-7 partiendo de 8 a la línea de cintura, nos da el punto 9 y desde 8 a la línea de bajo, da el punto 10.

9-10 Línea raya pantalón.

11 Mitad puntos 6-7. (2,3 cm)

12-10 = 8-11 Mitad anchura bajo pernera pantalón delantero. (11,5 cm)

13-10 = 10-12

Anchura bajo pernera bajo pantalón delantero = 12-13 esta anchura la se puede trazar a gusto, en este patrón tipo la pernera es recta.

Se traza una recta de 11 a 12, se obtiene el punto 14. Se traslada la anchura obtenida de los puntos 14-15 a 15-16.

Se dibuja una recta de 13 a 16 y una línea con la plantilla de curvas entre los puntos 3 a 16, igualmente se traza una línea con la plantilla de curvas entre los puntos 7 a 14. Conviene apoyarse en los puntos X para dibujar el trazado en dos veces (X mitad entre dos puntos).

Se pasa a dibujar la caja de la pernera del delantero.

Desde el punto 6 se traza una perpendicular a la línea de cintura, se obtiene el punto 17.

6-18 $\frac{1}{10}$ de Semiperímetro de cadera. (4,7 cm)

17-19 1 cm

Se trazan líneas de curvas uniendo los puntos 7-18 y 18-19. La curva que une los puntos 18-19 es muy ligera.

19-20 $\frac{1}{2}$ Semiperímetro de cintura más 3 centímetros (3 centímetros es el vaciado de pinza). (21,0 cm)

20-21 1 cm perpendicularmente se sube 1 cm desde el punto 20, de esta manera se le da forma a la cintura.

Se traza una línea discontinua del punto 21 a 19.

Se unen los puntos 21-5 con la plantilla de curvas.

Pinza delantero. Se sitúa el punto 22 a 1/3 entre los puntos 19 y 21.

Para calcular este punto se mide la línea que une los puntos 19 y 21, se divide esta medida entre 3 y el resultado se marca desde el punto 21. (7,0 cm)

22-23 Largo de pinza, a partir de la línea 21-19 se traza una perpendicular de 12 centímetros partiendo del punto 22 (discontinua).

24-22-24 Profundidad de pinza.

Se centra la atención en el punto 22, los 3 centímetros que se han sumado al semiperímetro de cintura repartidos 1,5 centímetros a cada lado.

Se unen los puntos 24 y 23 dibujando la pinza según dibujo.

El patronista te ha pedido que le calcules algunas de las medidas que necesitará aplicar y que las anotes en la siguiente tabla.

Pantalón Talla 40	
Distancia entre el punto 3 y el 6	
Distancia entre el punto 6 y el 7	

Además, para futuros pantalones, te pide que rellenes la siguiente tabla para las tallas 38 y 42. Para ello debes saber que:

La medida de contorno de cadera para la talla 38 es $\frac{45}{47}$ de la medida de contorno

de cadera para la talla 40.

La medida de contorno de cadera para la talla 42 es igual a la medida de contorno de cadera para la talla 40 más $\frac{2}{47}$ de la medida de contorno de cadera para la talla 40.

	Pantalón Talla 38	Pantalón Talla 42
Distancia entre el punto 3 y el 6		
Distancia entre el punto 6 y el 7		

14. Anexo VII: Ficha para proyecto fiesta fin de curso

MATEMÁTICAS 2ºESO Unidad Didáctica NÚMEROS RACIONALES		
PROYECTO FIESTA DE FIN DE CURSO		
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO		
	Pareja nº1	Pareja nº2
Controlador del tiempo y Portavoz		
Encargado del material y Secretario		
FECHA:		

La dirección del centro os ha enviado esta carta, leedla atentamente y haced lo que os piden.

Estimados alumnos/as,

Desde la dirección del centro tenemos el honor de informaros de que habéis sido elegidos para la organización de la fiesta de fin de curso de este año. Confiamos plenamente en vuestro criterio y buen hacer para la planificación de este importante evento para nuestra comunidad educativa.

Con el fin de facilitar el trabajo, cada grupo de esta clase debéis realizar una propuesta para la organización de la fiesta de fin de curso, la cual será presentada al Departamento de Actividades Complementarias y Extraescolares, quien decidirá que opción de las planteadas es la más apropiada.

Recordaros que contáis con el apoyo incondicional de vuestra profesora para llevar a cabo las fabulosas ideas que, sin duda, surgirán de vuestro trabajo. Ella os proporcionará el material que necesitas, y será la encargada de transmitir al Departamento de Actividades Complementarias y Extraescolares vuestros proyectos.

Por último especificaros que el centro consta de 220 alumnos (con una media de 20 alumnos por clase). Estos son los requisitos mínimos que este evento debe cumplir:

En el acto deben participar todas las clases del centro: 1ºA, 1ºB, 2ºA, 2ºB, 3ºA, 3ºB, 3ºC, 4ºA, 4ºB y 1ºBachillerato. Cada una de ellas realizará una actuación, baile o cualquier otro tipo de espectáculo.

La fiesta tendrá lugar en el patio del centro (vuestra profesora os proporcionará una plano para que podáis hacer la distribución que consideréis oportuna). Sobre este plano debéis reflejar como mínimo donde se debe colocar cada clase, donde situar el escenario, donde estará el material que se requerirá para las actuaciones y donde se colocarán los padres y madres.

Vuestra profesora os entregará una plantilla que debéis llenar para que sea entregada al Departamento de Actividades Complementarias y Extraescolares.

Os deseamos mucho ánimo para el bonito trabajo que se os ha encomendado.

Un saludo. El equipo directivo.

Responded a las siguientes cuestiones, para que el Departamento de actividades Complementarias y Extraescolares reciba toda la información sobre vuestra propuesta.

1. ¿Cuánto tiempo queréis que dure la fiesta?

2. ¿Cómo vais a distribuir ese tiempo?

Para ayudaros debéis llenar la siguiente tabla especificando a qué hora empieza el evento, a qué hora acaba y qué acto está programado para cada momento.

16:30		18:50	
16:35		18:55	
16:40		19:00	
16:45		19:05	
16:50		19:10	
16:55		19:15	
17:00		19:20	
17:05		19:25	
17:10		19:30	
17:15		19:35	
17:20		19:40	
17:25		19:45	
17:30		19:50	
17:35		19:55	
17:40		20:00	
17:45		20:05	
17:50		20:10	
17:55		20:15	
18:00		20:20	
18:05		20:25	
18:10		20:30	
18:15		20:35	
18:20		20:40	
18:25		20:45	
18:30		20:50	
18:35		20:55	
18:40		21:00	
18:45			

3. ¿Cuánto minutos vais a dedicar para la representación de cada clase? Rellena la tabla.

Clase	Minutos de actuación	Clase	Minutos de actuación
1ºA		3ºC	
1ºB		4ºA	
2ºA		4ºB	
2ºB		4ºC	
3ºA		1ºBachillerato	
3ºB		2ºBachillerato	

4. Expresad con un solo número qué parte de los minutos totales de la fiesta se dedican a la actuación de tu clase. ¿Qué tipo de número vas a utilizar para ello?

5. Rellenad la tabla con la información de la parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase.

Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase	Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase
1ºA		3ºC	
1ºB		4ºA	
2ºA		4ºB	
2ºB		4ºC	
3ºA		1ºBachillerato	
3ºB		2ºBachillerato	

6. Volved a expresar la información de la tabla del apartado 4 de todas las maneras que se os ocurran. De entre todas las maneras de decir lo mismo, decid cual es la que queréis que vuestra profesora presente al Departamento de Actividades Complementarias y Extraescolares y por qué.

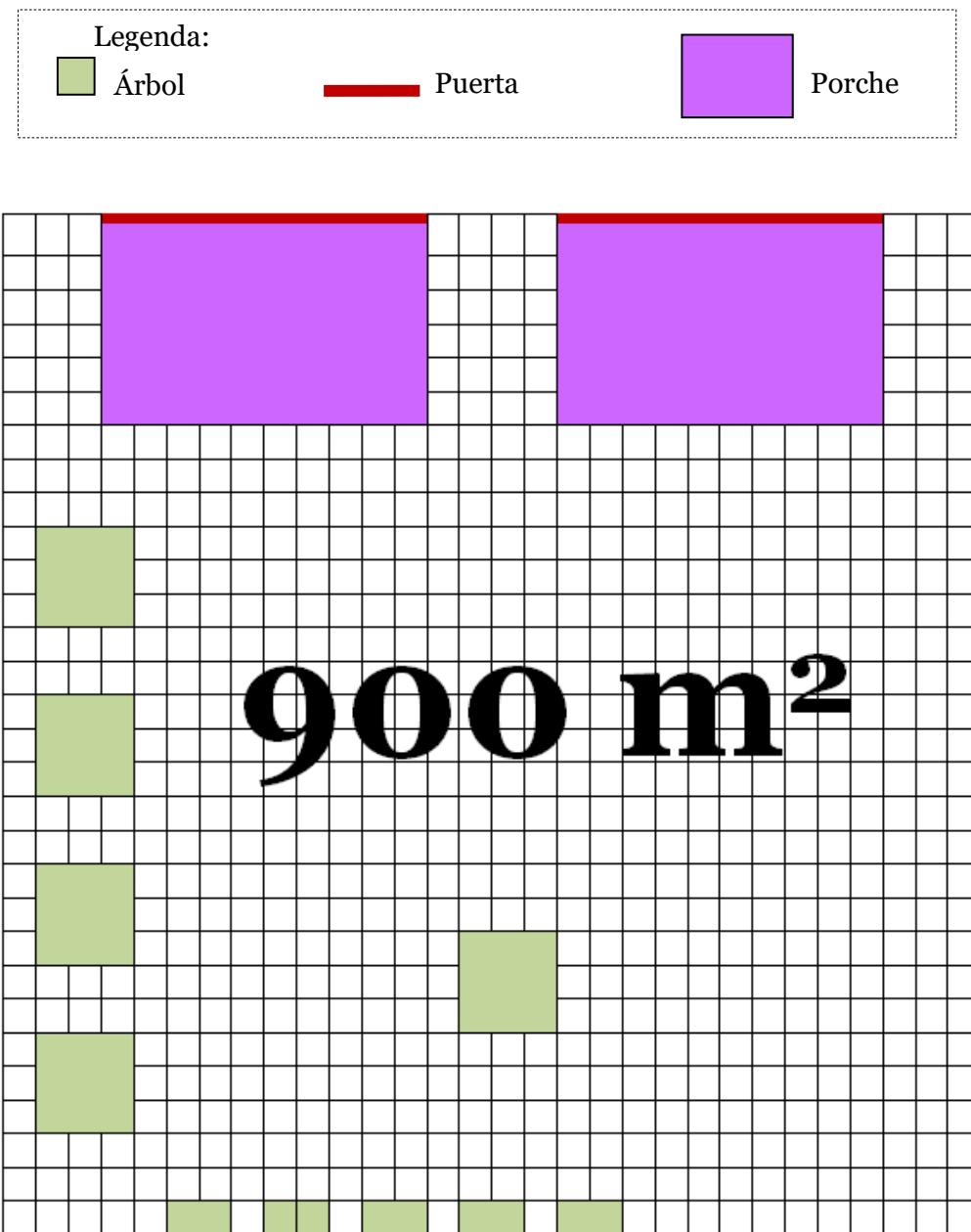
Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase	Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase
1ºA		3ºC	
1ºB		4ºA	
2ºA		4ºB	
2ºB		4ºC	
3ºA		1ºBachillerato	
3ºB		2ºBachillerato	

Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase	Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase
1ºA		3ºC	
1ºB		4ºA	
2ºA		4ºB	
2ºB		4ºC	
3ºA		1ºBachillerato	
3ºB		2ºBachillerato	

Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase	Clase	Parte del tiempo de la fiesta que se dedica a cada clase
1ºA		3ºC	
1ºB		4ºA	
2ºA		4ºB	
2ºB		4ºC	
3ºA		1ºBachillerato	
3ºB		2ºBachillerato	

7. Ahora debéis determinar la distribución del espacio del que disponéis. Es decir, cómo vais a utilizar el espacio del patio.

Para ello debéis dibujar sobre el plano de la superficie del patio que se os ha facilitado. Debéis indicar dónde colocaríais a los alumnos (especificando el lugar en el que se debe situar cada clase), el escenario, el material y los padres y madres en el patio.

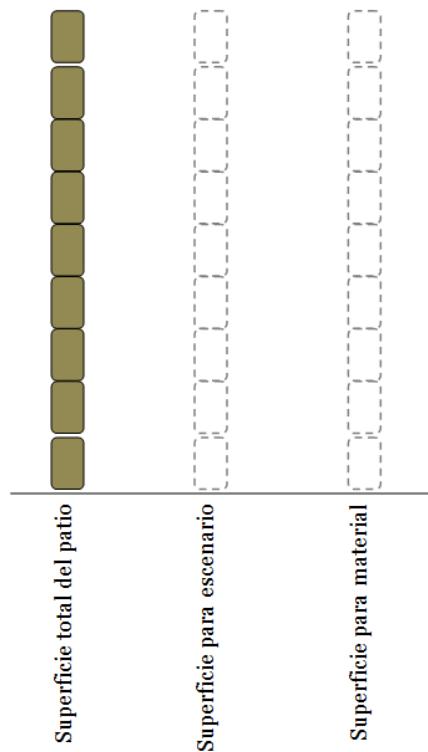


- a) ¿Cuántos m² tiene el escenario que vais a necesitar?
- b) ¿Cuántos m² habéis destinado al material que se va a necesitar?
- c) ¿Cuántos m² habéis asignado a cada clase?

Clase	m ² disponibles	Clase	m ² disponibles
1ºA		3ºC	
1ºB		4ºA	
2ºA		4ºB	
2ºB		4ºC	
3ºA		1ºBachillerato	
3ºB		2ºBachillerato	

- d) ¿Cuántos m² habéis asignado a los familiares que van a venir a ver el evento?
8. Pinta cada m² del plano según se ocupe para que el Departamento de Actividades Complementarias y Extraescolares vea fácilmente cual es la distribución que habéis elegido:
- | Ocupación | Color | Ocupación | Color |
|-----------|--------|----------------|----------|
| 1ºA | morado | 4ºA | amarillo |
| 1ºB | | 4ºB | |
| 2ºA | azul | 4ºC | rojo |
| 2ºB | | 1ºBachillerato | |
| 3ºA | verde | 2ºBachillerato | rojo |
| 3ºB | | Familiares | |
| 3ºC | | Escenario | gris |
| otros | | Material | rosa |
| | | | cian |
9. Realiza una gráfica de barras utilizando los colores del apartado anterior para que se vea mejor cómo ha quedado distribuido el patio:

Superficie total del patio		Superficie para 1ºA		Superficie para 1ºB		Superficie para 2ºA		Superficie para 2ºB		Superficie para 3ºA		Superficie para 3ºB	
Superficie total del patio		Superficie para 3ºC		Superficie para 4ºA		Superficie para 4ºB		Superficie para 1ºBach.		Superficie para 2º Bach.		Superficie para familiares	



10. Representad numéricamente, mediante una fracción, el espacio destinado a cada clase, a los familiares, al material y al escenario.

Si podéis simplificar el número hacedlo. ¿Cuál es mayor? ¿Y el menor? ¿Podrías saberlo sin la ayuda del gráfico barras, cómo?



15. Anexo VIII: Ficha para proyecto tarros de sal

MATEMÁTICAS 2ºESO Unidad Didáctica NÚMEROS RACIONALES

TARROS DE SAL

NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO (Poned entre paréntesis la letra que le corresponde a cada alumno: A, B, C o D)

Controlador del tiempo	
Moderador	
Portavoz	
Encargado del material	
FECHA:	

Como sabéis, las fracciones son números muy utilizados en nuestra vida cotidiana:

- En la panadería: ponme media barra de pan, por favor.
- En las noticias: un tercio de los estudiantes...
- En el reloj: tres cuartos de hora.

Comúnmente, las fracciones también se utilizan en recetas y en la elaboración de mezclas de diferentes productos en la industria, ya que permiten trabajar fácilmente con productos de diferentes volúmenes.

Por ejemplo, si se desea llenar un transatlántico para que transporte mercancías puedo determinar qué cantidad de cada tipo de producto transporto en función de mis necesidades:

- $\frac{1}{2}$ del peso de su carga sea de frutas.
- $\frac{2}{6}$ del peso de su carga sean de ropa.
- $\frac{1}{6}$ del peso de su carga sea de rollos de plásticos.

Así, dependiendo de la cantidad de peso que el transatlántico puede transportar, llevará:

	Carga total= 1T (1000kg)	Carga total= 2T (2000kg)	Carga total= 400kg
Frutas	500kg	1000kg	200kg
Ropa	333.3 kg	666.7 kg	133.3 kg
Plásticos	166.7 kg	333.3kg	66.7 kg



En recetas, también se suelen dar las cantidades de cada ingrediente en forma de fracción, de forma que el cocinero utilizará la cantidad necesaria en función del número de personas que tengan que comer.

Una empresa que se dedica a la realización de elementos de decoración, va a comenzar a producir una nueva línea de productos: botes de cristal llenos de sal de diferentes colores.

Para que los operarios sepan cómo llenar los botes, el departamento de diseño ha creado unas instrucciones de trabajo en las que se indica las cantidades de sal que se debe utilizar en cada paso. Estas cantidades vienen expresadas en números fraccionarios, de forma que son válidas para botes con diferentes volúmenes.

Con el fin de comprobar la claridad de estas instrucciones antes de que estas se utilicen para la producción en masa de los botes, nos han pedido que simulemos que somos operarios en su primer día de trabajo, y que llenemos los botes tal y como se especifica en las instrucciones.

Si crees que el departamento de diseño ha cometido algún error, falta algún dato, o alguna instrucción es confusa o es ambigua debes hacérselo saber a tu profesora, para que la empresa pueda corregirlo antes de que el producto empiece a producirse en cadena.





INSTRUCCIONES DE TRABAJO PARA EL MONTAJE DE BOTES DE CRISTAL CON SALES DE COLORES

Los pasos a seguir para la elaboración de un bote de 400ml son los siguientes:

- Paso 1. Abra el bote de 400ml y déjelo sobre la mesa de trabajo, de forma que quede perfectamente estable. No mueva el bote hasta no finalizar todos los pasos. EN NINGÚN MOMENTO AGITE, LEVANTE O MUEVA EL BOTE.
- Paso 2. Vierte en el interior del bote $\frac{1}{2}$ de vaso de sal morada.
- Paso 3. Vierte en el interior del bote $\frac{11}{10} - \frac{7}{10}$ de vaso de sal amarilla.
- Paso 4. Vierte en el interior del bote $1 + \frac{3}{4}$ de vaso de sal verde.
- Paso 5. Vierte en el interior del bote $\frac{1}{5} + \frac{6}{10}$ de vaso de sal azul.
- Paso 6. Vierte en el interior del bote $\frac{28}{56}$ de vaso de sal roja.
- Paso 7. Rellene el bote hasta el tope con sal de color blanco.
- Paso 8. Cierre el bote.



ALUMNO A

1. Elabora un bote de 400ml. Siguiendo los pasos resumidos en la siguiente tabla:

	Cantidad de sal	Color
Paso 1	(abrir)	-
Paso 2	$\frac{1}{2}$ de vaso	Morado
Paso 3		Amarillo
Paso 4		Verde
Paso 5		Azul
Paso 6		Rojo
Paso 7	resto	Blanco
Paso 8	(cerrar)	-

+ , -
mixto



ALUMNO B

2. Elabora un bote de 800ml. Para ello calcula las cantidades que debes utilizar y rellena la tabla en la que se resumen los pasos:

	Cantidad de sal	Color
Paso 1	(abrir)	-
Paso 2		Morado
Paso 3		Amarillo
Paso 4		Verde
Paso 5		Azul
Paso 6		Rojo
Paso 7	resto	Blanco
Paso 8	(cerrar)	-

X2



ALUMNO C

3. Elabora un bote de 200ml. Para ello calcula las cantidades que debes utilizar y rellena la tabla en la que se resumen los pasos:

	Cantidad de sal	Color
Paso 1	(abrir)	-
Paso 2		Morado
Paso 3		Amarillo
Paso 4		Verde
Paso 5		Azul
Paso 6		Rojo
Paso 7	resto	Blanco
Paso 8	(cerrar)	-





ALUMNO D

4. Elabora un bote de 600ml. Para ello calcula las cantidades que debes utilizar y rellena la tabla en la que se resumen los pasos:

	Cantidad de sal	Color
Paso 1	(abrir)	-
Paso 2		Morado
Paso 3		Amarillo
Paso 4		Verde
Paso 5		Azul
Paso 6		Rojo
Paso 7	resto	Blanco
Paso 8	(cerrar)	-

:4 y x6

Ó +,-



5. ANOTA AQUÍ LOS ERRORES QUE HAYA ENCONTRADO EN ESTAS INSTRUCCIONES, ASÍ COMO LAS POSIBLES MEJORAS QUE DESEE SUGERIR:

16. Anexo IX: Dominó con fracciones

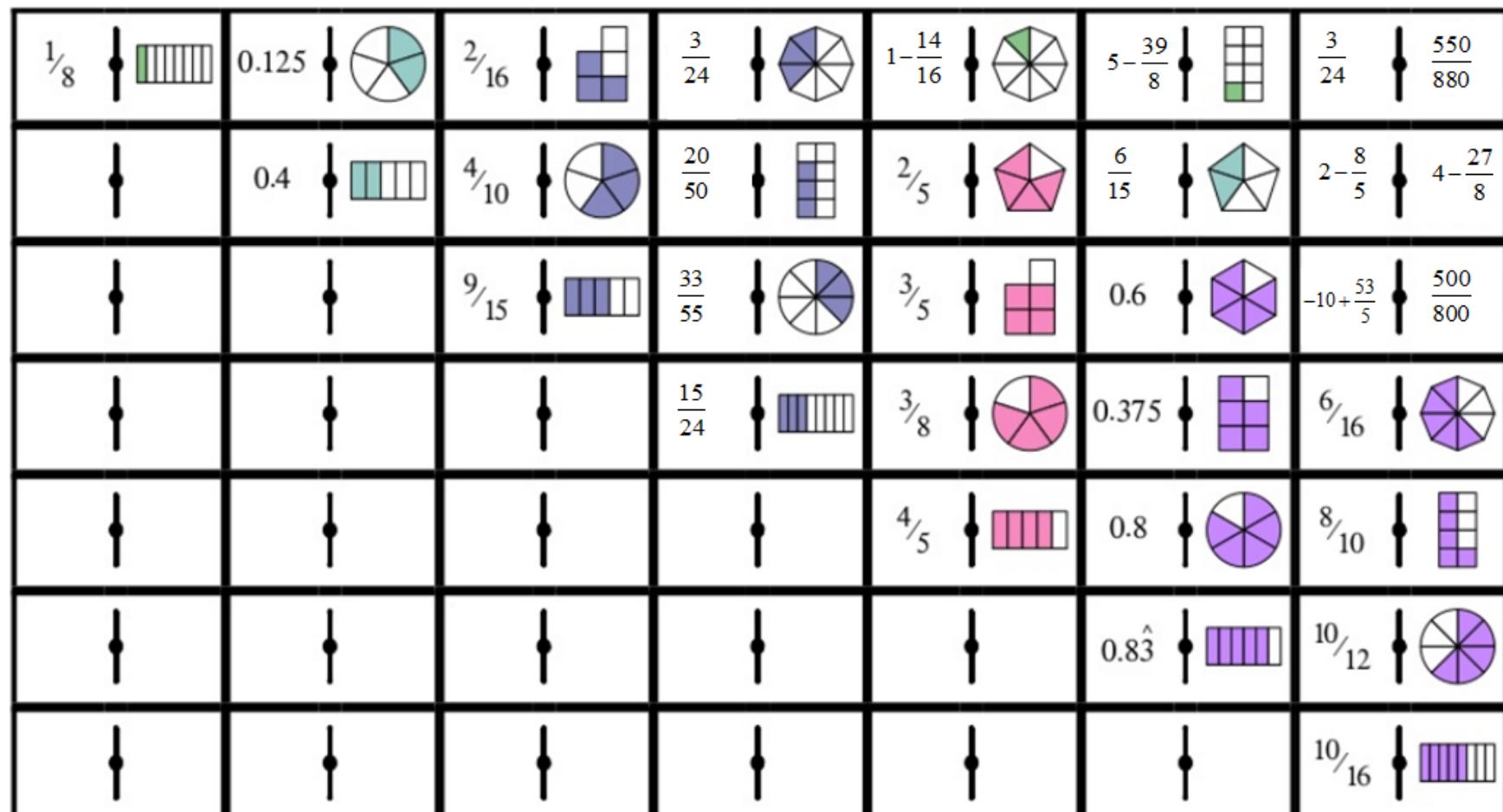


Figura 19. Dominó de fracciones (Adaptado a partir de la figura recuperada de <http://www.slideshare.net/maripaxi/domino-fracciones>).

17. Anexo X: Ficha dominó con fracciones

MATEMÁTICAS 2ºESO

Unidad Didáctica

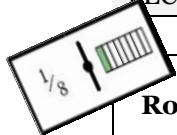
NÚMEROS RACIONALES

DOMINÓ CON FRACCIONES

NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO:

Controlador del tiempo	
Moderador	
Portavoz	
Encargado del material	

FECHA:



Ronda	Jugador 1	Jugador 2	Jugador 3	Jugador 4
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

18. Anexo XI: Tablero juego de la oca con fracciones

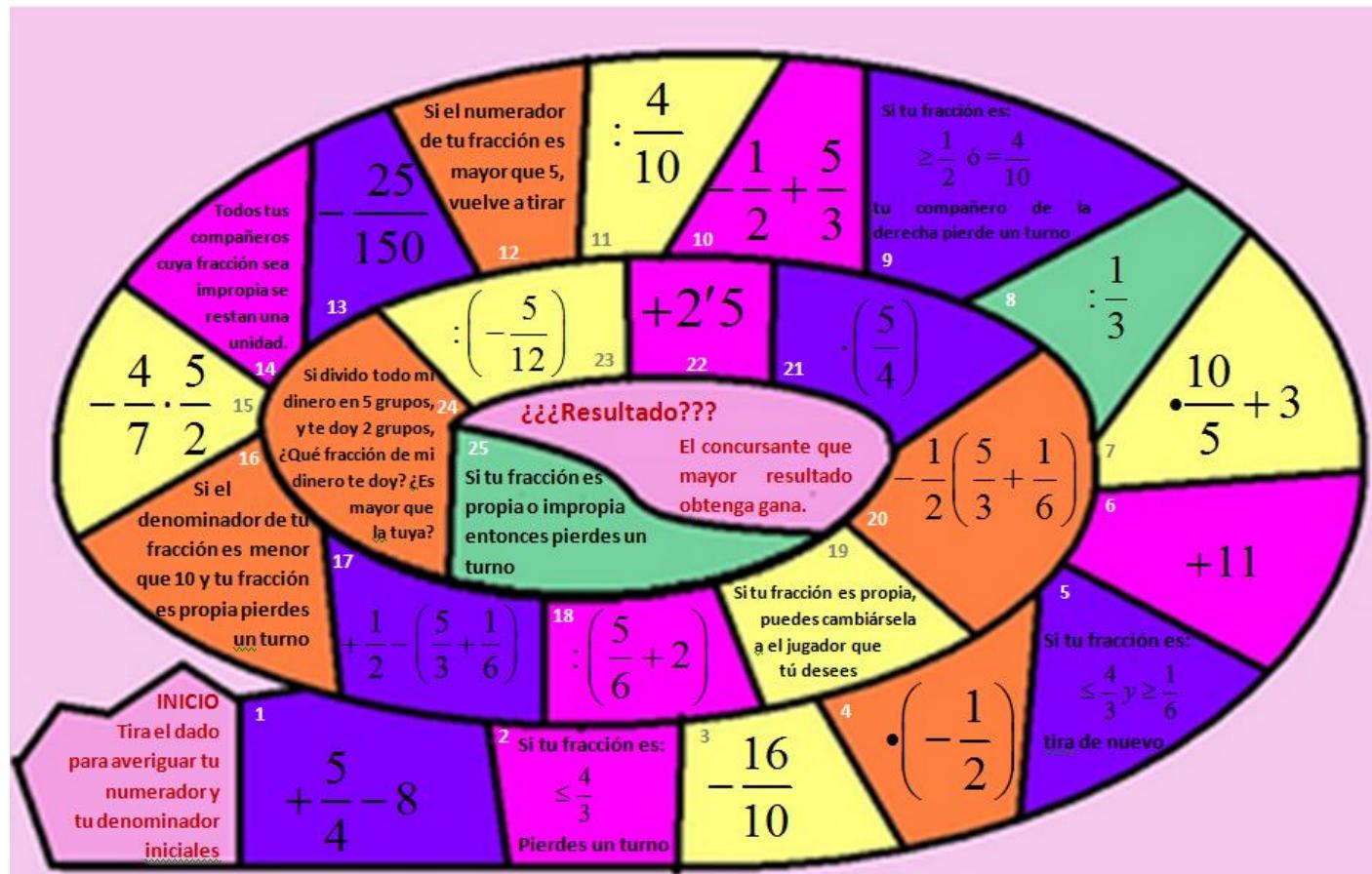


Figura 20. Tablero juego fracciones (Adaptado a partir de la figura recuperada de <http://la-patrulla-verde.webnode.es/news/tablero-del-juego-de-la-salud/>)

19. Anexo XII: Ficha juego de la oca con fracciones

MATEMÁTICAS 2ºESO
Unidad Didáctica
NÚMEROS RACIONALES

JUEGO DE LA OCA CON FRACCIONES

NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO:

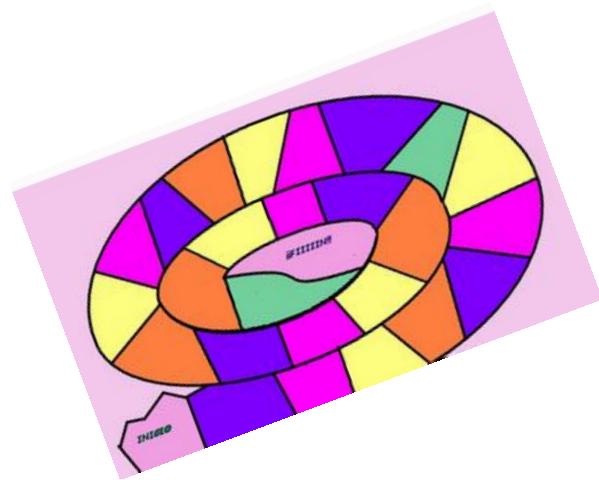
(En el caso de jugar en pareja indicar el rol de la pareja y entre paréntesis quién es el secretario de la pareja)

Controlador del tiempo	
Moderador	
Portavoz	
Encargado del material	

FECHA:

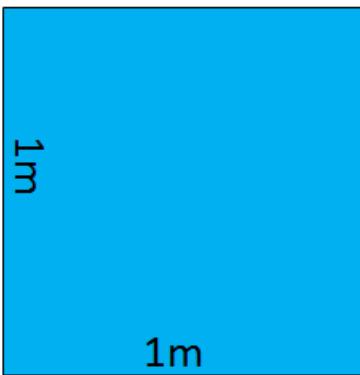
Nombre de los jugadores:		
Color de ficha:		
Ronda nº	Operación	Fracción resultado
1	Tirar el dado y obtener numerador. Tirar el dado otra vez y obtener el denominador.	
2		
3		
4		
5		
6		
7		

8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

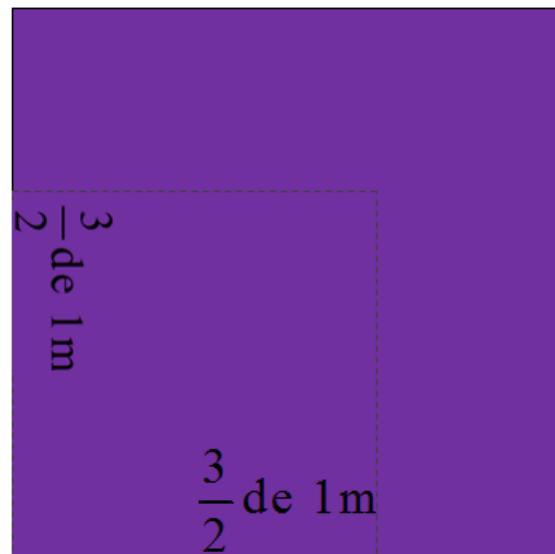
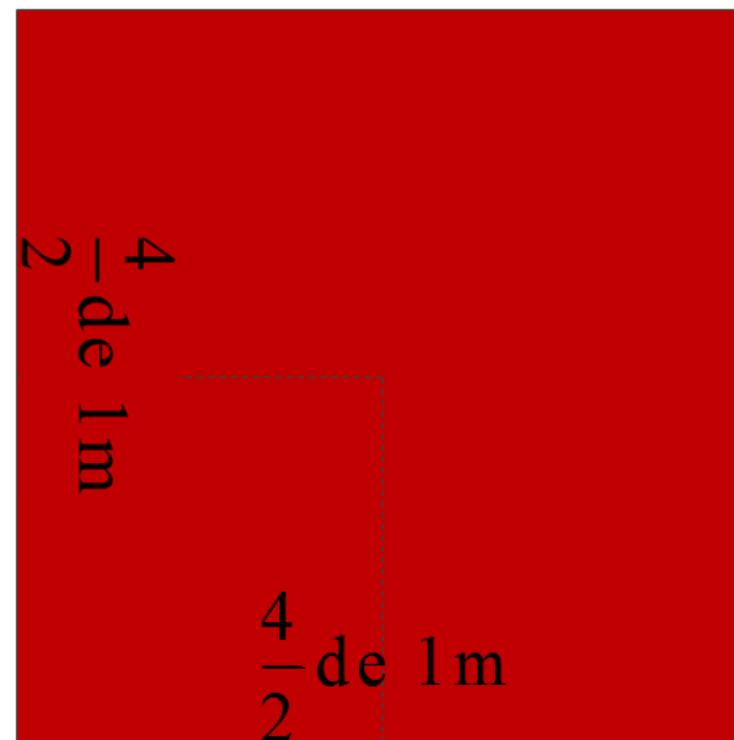


20. Anexo XIII: Tarjetas para el trabajo de potencias

$\frac{1}{4}$ de 1m
 $\frac{1}{4}$ de 1m



$\frac{1}{2}$ de 1m
 $\frac{1}{2}$ de 1m



21. Anexo XIV: Ficha para el trabajo de potencias.

MATEMÁTICAS 2ºESO

Unidad Didáctica

NÚMEROS RACIONALES

SUPERFICIE DE TARJETAS

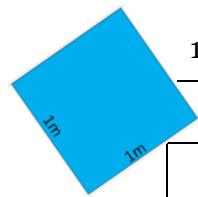
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO (Poned entre paréntesis la letra que le corresponde a cada alumno: A, B, C o D)

Controlador del tiempo	
Moderador	
Portavoz	
Encargado del material	

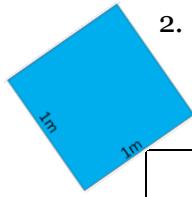
FECHA:

1. (ALUMNO A) Calcula el área de cada una de las tarjetas y rellena la tabla:

	Longitud del lado	Operación para calcular la superficie	Superficie
Tarjeta azul			
Tarjeta granate			
Tarjeta morada			
Tarjeta verde			
Tarjeta naranja			



2. (ALUMNO B) Imagina un cubo con las siguientes dimensiones, ¿cuál sería su volumen?



	largo x ancho x alto	Operación para calcular el volumen	Volumen
Cubo nº 1	1m x 1m x 1m		
Cubo nº 2	$\frac{3}{2}$ m x $\frac{3}{2}$ m x $\frac{3}{2}$ m		
Cubo nº 3	$\frac{1}{4}$ m x $\frac{1}{4}$ m x $\frac{1}{4}$ m		

3. (ALUMNO C) Viendo los resultados obtenidos al hallar la superficie de una tarjeta, y el volumen de un cubo, ¿sabrías resolver las siguientes potencias?

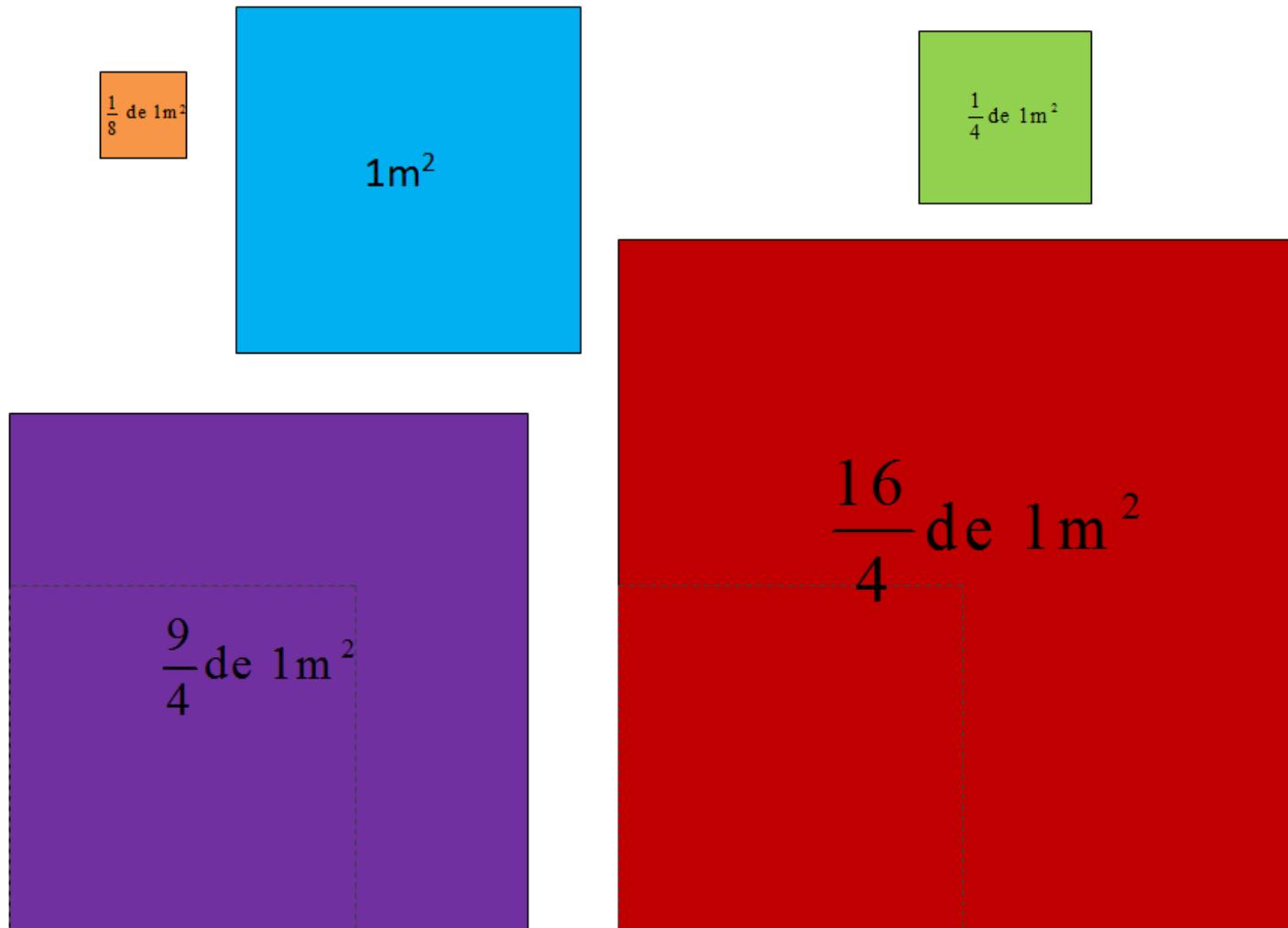
$$\bullet \quad \left(\frac{3}{4}\right)^5 =$$

$$\bullet \quad \left(\frac{31}{86}\right)^{103} =$$

$$\bullet \quad \left(1 + \frac{3}{4}\right)^2 =$$

4. (ALUMNO D) Expresad en una frase cómo habéis resuelto las potencias del apartado nº 3.

22. Anexo XV: Tarjetas para el trabajo de raíces.



23. Anexo XVI: Ficha para el trabajo de raíces.

MATEMÁTICAS 2ºESO
Unidad Didáctica
NÚMEROS RACIONALES

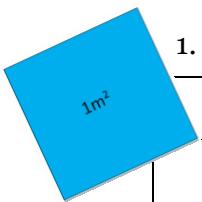
DIMENSIONES DE TARJETAS

NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO (Poned entre paréntesis la letra que le corresponde a cada alumno: A, B, C o D)

Controlador del tiempo	
Moderador	
Portavoz	
Encargado del material	

FECHA:

1. (ALUMNO A) Calcula el lado de cada una de las tarjetas y rellena la tabla:



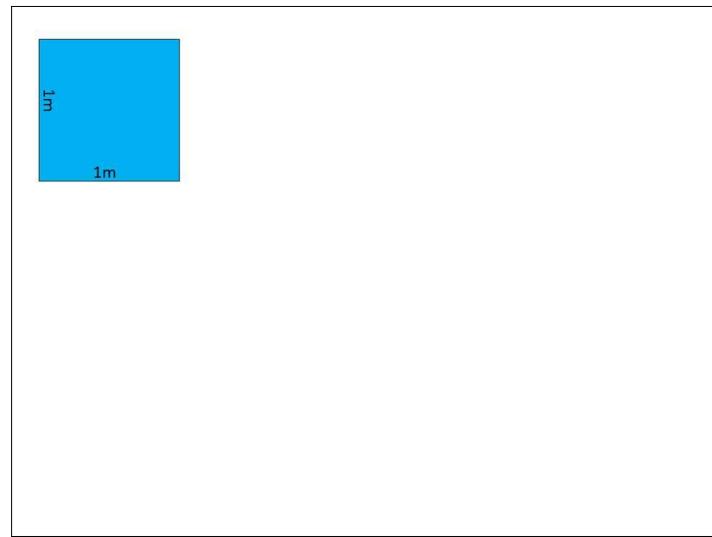
	Superficie	Operación para calcular el lado	Longitud del lado
Tarjeta azul			
Tarjeta granate			
Tarjeta morada			
Tarjeta verde			
Tarjeta naranja			

2. (ALUMNO B) Viendo los resultados obtenidos al hallar los lados de las tarjetas, ¿sabrías resolver las siguientes raíces?

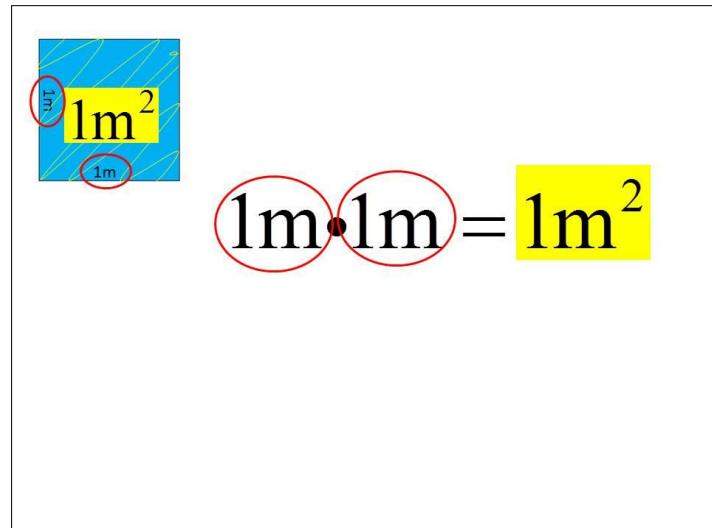
- $\sqrt{\frac{4}{36}}$
- $\sqrt{\frac{100}{81}}$
- $\sqrt{\left(\frac{16}{9} + 1\right)}$

3. (ALUMNOS C Y D) Expresad en una frase cómo habéis resuelto las raíces cuadradas del apartado nº 6.

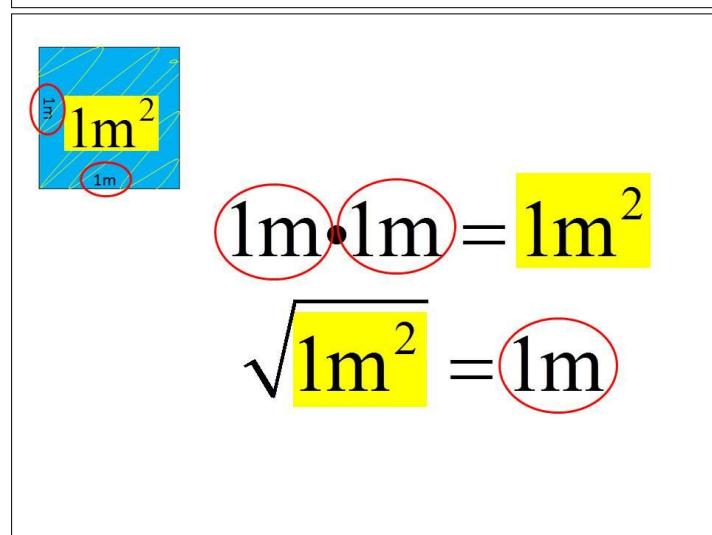
24. Anexo XVII: Presentación potencias y raíces.



A blue square with a side length of 1m. The side length is labeled "1m" at the bottom.

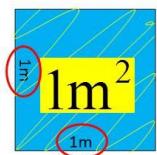


A blue square with a side length of 1m. The side length is labeled "1m" at the bottom. The square is divided into a 1m by 1m grid. The text "1m²" is displayed in a yellow box. The top-left cell of the grid is highlighted with a red circle and labeled "1m²". The bottom-left cell is also highlighted with a red circle and labeled "1m".

$$1m \cdot 1m = 1m^2$$


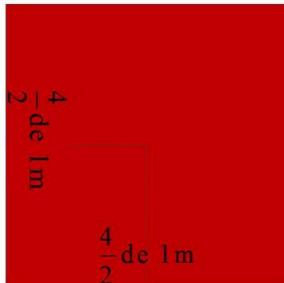
A blue square with a side length of 1m. The side length is labeled "1m" at the bottom. The square is divided into a 1m by 1m grid. The text "1m²" is displayed in a yellow box. The top-left cell of the grid is highlighted with a red circle and labeled "1m²". The bottom-left cell is also highlighted with a red circle and labeled "1m".

$$1m \cdot 1m = 1m^2$$
$$\sqrt{1m^2} = 1m$$



$$1\text{m} \cdot 1\text{m} = 1\text{m}^2$$

$$\sqrt{1\text{m}^2} = 1\text{m}$$



$$2\text{m} \cdot 2\text{m} = 4\text{m}^2$$

$$\sqrt{\frac{16}{4}\text{m}^2} = \frac{4}{2}\text{m}$$



$$\frac{3}{2}m \cdot \frac{3}{2}m = \frac{9}{4}m^2$$
$$\sqrt{\frac{9}{4}m^2} = \frac{3}{2}m$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{2} \text{ m} \times \frac{1}{2} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{2} \text{ m} \times \frac{1}{2} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} \text{ m}^2} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{2} \text{ m} \times \frac{1}{2} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} \text{ m}^2} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\frac{1}{4}m \cdot \frac{1}{4}m = \frac{1}{16}m^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}m^2} = \frac{1}{4}m$$

Potencias: el concepto es el mismo que las potencias de números enteros. Es decir, una fracción multiplicada por sí misma tantas veces como indique el exponente.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4^5}{5^5}, \text{ por lo tanto, } \left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

Raíz cuadrada: la raíz cuadrada de una fracción es la fracción obtenida calculando la raíz cuadrada del numerador y del denominador.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}, \text{ resumiendo: } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Por lo tanto, } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

25. Anexo XVIII: Cartones para juego del bingo

	$\frac{4}{3}$	
$\frac{-11}{4}$		
$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{120}{100}$
$\frac{15}{52}$		$\frac{2^8}{5^8}$
	8	
$\frac{-3}{4}$		$\frac{120}{100}$
	$\frac{4}{3}$	
$\frac{-11}{4}$		$\frac{1}{20}$
$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{6}$	
$\frac{15}{52}$		$\frac{2^8}{5^8}$
	8	$\frac{1}{20}$
		$\frac{120}{100}$
	$\frac{4}{3}$	$\frac{2^8}{5^8}$
$\frac{-11}{4}$		
$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{6}$	

	$\frac{4}{3}$	$\frac{2^8}{5^8}$
$\frac{-11}{4}$		
	$\frac{5}{6}$	$\frac{120}{100}$
$\frac{15}{52}$		$\frac{2^8}{5^8}$
	8	
$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{6}$	
	$\frac{4}{3}$	$\frac{2^8}{5^8}$
$\frac{-11}{4}$		$\frac{1}{20}$
	$\frac{5}{6}$	
		$\frac{2^8}{5^8}$
	8	
$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{120}{100}$
$\frac{15}{52}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2^8}{5^8}$
$\frac{-11}{4}$		$\frac{1}{20}$

26. Anexo XIX: Juego del bingo

¡Bingo!

¡Bingo!

¡Bingo!

¡Bingo!

1 2 3

4 5 6

7 8 9

1

2:00

2:00

▶

▶

$$-\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{36}{64}} =$$



3

2:00



$$\left(-\frac{7}{18} + \frac{2}{3} : 3\right) : \frac{30}{11} =$$



4

2:00



Escribe la fracción propia
cuyo denominador sea 6
y su numerador un
número mayor que 4

5

2:00



6

Escribe la fracción

equivalente a $\frac{6}{5}$

cuyo denominador es 100.



7

En la selección para un concurso televisivo

eliminan a $\frac{7}{12}$ de los aspirantes en la

primera prueba y en la segunda prueba

caen $\frac{4}{13}$ de los que quedaban.

¿Qué fracción de los concursantes
superan la segunda prueba?



8

Mi padre me ha hecho una tarta y se ha comido
la mitad de una sentada. Mi hermana se ha comido

después $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba y nuestro gato fue

detrás y se comió $\frac{3}{5}$ de lo que quedaba en ese

momento. ¿Qué fracción de tarta ha sobrevivido?



Mi hermano me ha prestado $\frac{2}{5}$ del dinero que tiene 

ahorrad. Pero me dice que se lo tengo que devolver con "intereses de buen hermano mayor":

Si se lo devuelvo el año que viene le tengo que dar lo que le debo miltiplicado por si mismo una vez.

Si se lo devuelvo dentro de 2 años le tengo que dar lo que le debo miltiplicado por si mismo 2 veces.

Y así sucesivamente...

Si se lo devuelvo dentro de 8 años,

¿que parte de sus ahorros le devolveré?

¿Por qué son "intereses de buen hermano mayor"?

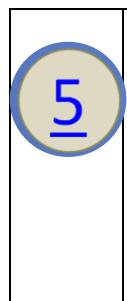
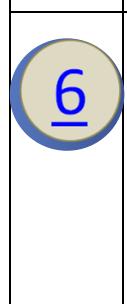
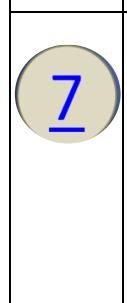
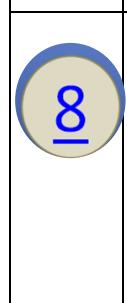
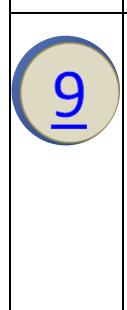
9



27. Anexo XX: Ficha de respuestas del bingo

MATEMÁTICAS 2ºESO Unidad Didáctica NÚMEROS RACIONALES	
BINGO	
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO	
Controlador del tiempo	
Moderador y Secretario	
Portavoz	
Encargado del material	
FECHA:	

	Resolución del problema o ejercicio	¿En qué os habéis equivocado?
		
		
		
		

 <u>5</u>		
 <u>6</u>		
 <u>7</u>		
 <u>8</u>		
 <u>9</u>		

28. Anexo XXI: Preguntas sobre Biología

NIVEL 1

1

NIVEL 1

LA LUNA

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



www.educared.cl

2

NIVEL 1

LA LUNA

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{1}{4}$ de la superficie de la luna.

3

NIVEL 1

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



www.educared.cl

4

NIVEL 1

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{1}{2}$ de la superficie de la luna.

5

NIVEL 1

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



www.educared.cl

6

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{1}{4}$ de la superficie de la luna.

7

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



8

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra no vemos ninguna parte de la superficie de la luna:

$$\frac{0}{4} = \frac{0}{2} = \dots = 0$$

No se escribe el valor cero en forma de fracción, porque no es útil para nada.

9

NIVEL 1

LA VÍA LÁCTEA

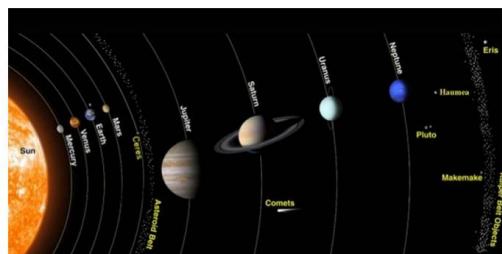
¿Sabrías comparar el volumen de los planetas del sistema solar?

Una forma muy sencilla de hacerlo es mediante fracciones.

Por ejemplo, el volumen de la luna es $\frac{1}{74}$ del volumen de la tierra. Lo cual es mas sencillo de comprender que el mismo dato expresado con números enteros: el volumen de la luna es $2.2 \cdot 10^{10} \text{ km}^3$ y el de la tierra es $1.63 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$

Si sabemos que Mercurio tiene un 6% del volumen que tiene la Tierra

¿Cómo expresarías este dato en forma de fracción irreducible?



10

NIVEL 1

LA VÍA LÁCTEA

SOLUCIÓN:

El volumen de Mercurio es $\frac{3}{50}$ del volumen de la Tierra.

11

NIVEL 1

LA VÍA LÁCTEA

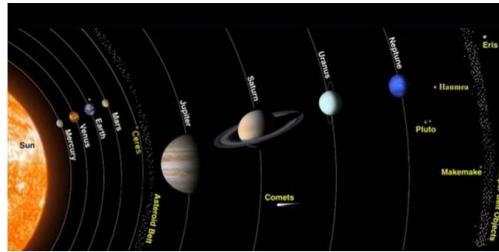
¿Sabrías comparar el volumen de los planetas del sistema solar?

Una forma muy sencilla de hacerlo es mediante fracciones.

Por ejemplo, el volumen de la luna es $\frac{1}{74}$ del volumen de la tierra. Lo cual es mas sencillo de comprender que el mismo dato expresado con números enteros: el volumen de la luna es $2.2 \cdot 10^{10} \text{ km}^3$ y el de la tierra es $1.63 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$

Si sabemos que el volumen de Venus es 0.9 veces el volumen de la Tierra

¿Cómo expresarías este dato en forma de fracción irreducible?



12

La Vía Láctea

SOLUCIÓN:

El volumen de Venus es $\frac{9}{10}$ del volumen de la Tierra.

13

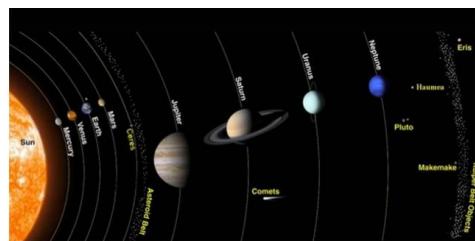
NIVEL 2

14

La Vía Láctea

Los tres planetas con mayor volumen del sistema solar son Júpiter, Saturno y Urano. Si Saturno tiene $\frac{3}{5}$ del volumen que tiene Júpiter, y Urano es $\frac{2}{25}$ del volumen de Saturno

¿Qué fracción irreducible representa el volumen de Urano respecto al volumen de Júpiter?



15

LA VÍA LÁCTEA

SOLUCIÓN:

El volumen de Urano es $\frac{6}{125}$ del volumen Júpiter.

16

LA LUNA

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



www.educared.cl

17

LA LUNA

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{1}{8}$ de la superficie de la luna.

18

NIVEL 2

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



19

NIVEL 2

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{3}{8}$ de la superficie de la luna.

20

NIVEL 2

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



21

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{3}{8}$ de la superficie de la luna.

22

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



23

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{1}{8}$ de la superficie de la luna.

24

NIVEL 3

25

NIVEL 3

La Luna

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



26

NIVEL 3

La Luna

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{1}{16}$ de la superficie de la luna.

27

NIVEL 5

LA LUNA

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



28

NIVEL 5

LA LUNA

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{5}{16}$ de la superficie de la luna.

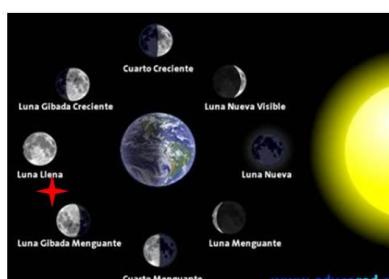
29

NIVEL 5

LA LUNA

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



30

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{7}{16}$ de la superficie de la luna.

31

Como sabes la luna gira alrededor de la tierra. Este satélite tarda en dar una vuelta a la tierra, el tiempo que le cuesta a la tierra dar 28 vueltas sobre sí misma. Es decir, 28 días.

¿Qué fracción representa la parte de superficie de la luna que se puede ver desde la tierra cuando la luna está en el punto señalado en rojo?



32

SOLUCIÓN:

Desde la tierra vemos $\frac{3}{16}$ de la superficie de la luna.

33

NIVEL 5

LA VÍA LÁCTEA

El planeta de mayor volumen del sistema solar es Júpiter. Ni juntando el resto de planetas para hacer una gran esfera se conseguiría un volumen mayor al de Júpiter.

Si sabemos que:

El volumen de Mercurio es $\frac{44}{100.000}$ del volumen de Júpiter.

El volumen de Venus es $\frac{6}{10.000}$ del volumen de Júpiter.

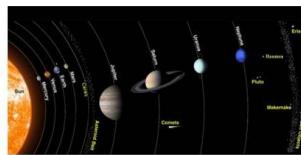
El volumen de la Tierra es $\frac{7}{10.000}$ del volumen de Júpiter.

El volumen de Marte es $\frac{11}{100.000}$ del volumen de Júpiter.

El volumen de Saturno es $\frac{3}{5}$ del volumen de Júpiter.

El volumen de Urano es $\frac{1}{20}$ del volumen de Júpiter.

El volumen de Plutón es $\frac{1}{100.000}$ del volumen de Júpiter.



34

NIVEL 5

LA VÍA LÁCTEA

SOLUCIÓN:

El volumen de la suma de todos los planetas es $\frac{32.573}{50.000}$ del volumen de Júpiter.

35

29. Anexo XXII: Ficha explicativa para hacer el folleto

MATEMÁTICAS 2ºESO Unidad Didáctica NÚMEROS RACIONALES	
FOLLETOS	
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO	
Controlador del tiempo	
Moderador y Secretario	
Portavoz	
Encargado del material	
FECHA:	

En esta sesión, trabajaréis de forma grupal en el diseño y elaboración de folletos, en los que resumiréis los contenidos estudiados en el tema de “Números racionales”.

Entre todos los miembros del grupo acordaréis el *diseño de vuestros folletos*, para lo cual a cada miembro del grupo se le asignará una de las siguientes tareas:

- Pensar cómo resumir los contenidos que ocupan la primera mitad de la lista realizada en gran grupo (con una frase, un ejemplo con números, un ejemplo con letras, un dibujo...)
- Pensar cómo resumir los contenidos que ocupan la segunda mitad de la lista realizada en gran grupo (con una frase, un ejemplo con números, un ejemplo con letras, un dibujo...)
- Pensar qué color de cartulina y que bolígrafos, rotuladores o lapiceros queréis utilizar.
- Pensar qué estilo va a tener el folleto (tamaño, en forma de listado, en forma de tabla, distribución aleatoria, sobre un dibujo, con adornos...)

A continuación, debéis debatir en grupo las propuestas que cada miembro haga sobre la tarea que se la haya encomendado. Y debéis detallar el diseño de vuestro folleto mediante la *elaboración de un boceto*.

Por último, cada miembro del grupo debe *realizar un folleto* siguiendo el diseño establecido por el grupo.

Finalmente recordaros que vuestro folleto debe:

Ser claro

Ser atractivo visualmente

Recoger todos los contenidos

¡Y sobre todo que os guste!



30. Anexo XXIII: Examen Individual

EXAMEN TEMA 2 - NÚMEROS RACIONALES (Parte individual)		IES	NOTA	
Nombre: _____ Apellidos: _____				
Fecha: _____		2º de ESO – Matemáticas 20XX / 20XX		

1. **[6p.]** El banco te va a quitar parte de tu dinero para cobrarse los intereses que le debes. Te da tres opciones. ¿Cuál es la que elegirías? Razona tu respuesta.

Opción A: Te quitamos $\frac{127}{153}$ de todo tu dinero.

Opción B: Te quitamos $\frac{107}{102}$ de todo tu dinero.

Opción C: Te quitamos $\frac{136}{136}$ de todo tu dinero.

2. **[7p.]** Describe una situación de la vida real en la que se utilicen los números fraccionarios. Por un ejemplo numérico inventado para explicar la situación.

3. Realiza las siguientes operaciones combinadas, y **simplifica el resultado**.

a) [6p.]
$$\frac{80}{200} - \frac{16}{20} \cdot \frac{5}{10} + \frac{2}{8} : \frac{4}{2} =$$

b) [6p.]
$$\left(\frac{1}{2} + 1\right)^3 - 6 + \sqrt{\frac{100}{64}} =$$

31. Anexo XXIV: Examen grupal

ALUMNO N°1

Utilizando la TÉCNICA LÁPICES AL CENTRO responded a la siguiente pregunta:

Técnicas de trabajo cooperativo:

Lápices al Centro



Cada equipo tiene una hoja con preguntas o ejercicios. Y cada estudiante debe hacerse cargo de una pregunta o ejercicio. Cuando un estudiante lee en voz alta "su" pregunta o ejercicio, entre todos hablan de cómo se hace y deciden cual es la respuesta correcta. Mientras tanto, los lápices de todos se colocan en el centro de la mesa para indicar que en aquellos momentos **sólo se puede hablar y escuchar** y no se puede escribir. Cuando todos tienen claro lo que hay que hacer o responder en aquel ejercicio, cada uno coge su lápiz y escriben o hacen en su cuaderno el ejercicio en cuestión. En este momento, **no se puede hablar, sólo escribir**.

Marina es una atleta que ha recorrido dos etapas de una carrera. En la primera la distancia recorrida ha sido $\frac{3}{8}$ de la carrera, y en

la segunda $\frac{1}{4}$ de la carrera

¿Qué fracción ha recorrido Marina **entre las dos etapas**? Representa gráficamente (mediante un dibujo) la distancia recorrida por Marina en la **primera etapa**, en la **segunda etapa** y **entre las dos etapas**.

[10p. para el alumno n°1 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

ALUMNO N°2

Utilizando la TÉCNICA LÁPICES AL CENTRO responded a la siguiente pregunta:

Técnicas de trabajo cooperativo:

Lápices al Centro



Cada equipo tiene una hoja con preguntas o ejercicios. Y cada estudiante debe hacerse cargo de una pregunta o ejercicio. Cuando un estudiante lee en voz alta "su" pregunta o ejercicio, entre todos hablan de cómo se hace y deciden cuál es la respuesta correcta. Mientras tanto, los lápices de todos se colocan en el centro de la mesa para indicar que en aquellos momentos **sólo se puede hablar y escuchar** y no se puede escribir. Cuando todos tienen claro lo que hay que hacer o responder en aquel ejercicio, cada uno coge su lápiz y escriben o hacen en su cuaderno el ejercicio en cuestión. En este momento, **no se puede hablar, sólo se puede escribir**.

Marino es un atleta que ha recorrido $\frac{38}{65}$ de una carrera. ¿Qué fracción le queda por recorrer a Marino?

Tras recorrer $\frac{3}{5}$ de la carrera los atletas se encuentran con un punto de avituallamiento (lugar preparado para dar agua a los corredores). ¿Ha pasado Marino por el punto de avituallamiento?

[10p. para el alumno n°2 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

ALUMNO Nº3

Utilizando la TÉCNICA LÁPICES AL CENTRO responded a la siguiente pregunta:

Técnicas de trabajo cooperativo:

Lápices al Centro



Cada equipo tiene una hoja con preguntas o ejercicios. Y cada estudiante debe hacerse cargo de una pregunta o ejercicio. Cuando un estudiante lee en voz alta "su" pregunta o ejercicio, entre todos hablan de cómo se hace y deciden cuál es la respuesta correcta. Mientras tanto, los lápices de todos se colocan en el centro de la mesa para indicar que en aquellos momentos **sólo se puede hablar y escuchar** y no se puede escribir. Cuando todos tienen claro lo que hay que hacer o responder en aquel ejercicio, cada uno coge su lápiz y escriben o hacen en su cuaderno el ejercicio en cuestión. En este momento, **no se puede hablar, sólo escribir**.

María es una atleta a la que le quedan por recorrer $\frac{13}{20}$ de una carrera. Si la distancia recorrida por María corresponde a 15km. **¿Cuántos kilómetros le quedan por recorrer?**

[10p. para el alumno nº3 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

ALUMNO Nº4

Utilizando la TÉCNICA LÁPICES AL CENTRO responded a la siguiente pregunta:

Técnicas de trabajo cooperativo:

Lápices al Centro



Cada equipo tiene una hoja con preguntas o ejercicios. Y cada estudiante debe hacerse cargo de una pregunta o ejercicio. Cuando un estudiante lee en voz alta "su" pregunta o ejercicio, entre todos hablan de cómo se hace y deciden cuál es la respuesta correcta. Mientras tanto, los lápices de todos se colocan en el centro de la mesa para indicar que en aquellos momentos **sólo se puede hablar y escuchar** y no se puede escribir. Cuando todos tienen claro lo que hay que hacer o responder en aquel ejercicio, cada uno coge su lápiz y escriben o hacen en su cuaderno el ejercicio en cuestión. En este momento, **no se** puede hablar, sólo escribir.

Mario es un atleta que el año pasado ganó 12 medallas por competir en diferentes carreras. $\frac{4}{24}$ de las medallas que ganó eran de oro y $\frac{45}{60}$ eran de plata.

¿Cuántas medallas de oro ganó Marino? ¿Y de plata? ¿Y de bronce?

[10p. para el alumno nº4 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

EXAMEN TEMA 2 - NÚMEROS RACIONALES (Parte grupal)		IES	NOTA
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO:			
Alumno nº1:			
Alumno nº2:			
Alumno nº3:			
Alumno nº4:			
Fecha	2º de ESO – Matemáticas 20XX / 20XX		

Respuesta a la pregunta del alumno nº 1: [1op. para el alumno nº1 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

EXAMEN TEMA 2 - NÚMEROS RACIONALES (Parte grupal)		IES	NOTA		
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO:					
Alumno nº1:					
Alumno nº2:					
Alumno nº3:					
Alumno nº4:					
Fecha	2º de ESO – Matemáticas 20XX / 20XX				

Respuesta a la pregunta del alumno nº 2: [10p. para el alumno nº2 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

EXAMEN TEMA 2 - NÚMEROS RACIONALES (Parte grupal)		IES	NOTA
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO:			
Alumno nº1:			
Alumno nº2:			
Alumno nº3:			
Alumno nº4:			
Fecha	2º de ESO – Matemáticas 20XX / 20XX		

Respuesta a la pregunta del alumno nº 3: [10p. para el alumno nº3 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

EXAMEN TEMA 2 - NÚMEROS RACIONALES (Parte grupal)		IES	NOTA		
NOMBRES Y APELLIDOS DE LOS MIEMBROS DEL GRUPO:					
Alumno nº1:					
Alumno nº2:					
Alumno nº3:					
Alumno nº4:					
Fecha	2º de ESO – Matemáticas 20XX / 20XX				

Respuesta a la pregunta del alumno nº 4: [10p. para el alumno nº4 y 5p. para cada de los demás miembros del grupo]

32. Anexo XXV: Cuestionario



Imagina que esta mañana un alienígena ha aterrizado en el patio y ha decidido subir a vuestra clase. Imagina que se trata de un maestro alienígena que ha venido para conocer cómo se aprende en los institutos de la Tierra. Por favor, contesta a sus preguntas lo más claramente posible, para que al llegar a su planeta pueda leer todas vuestras respuestas y no le surjan dudas, ya que ha agotado los últimos recursos de combustible destinados al transporte intergaláctico de su planeta y no podrá volver a la Tierra jamás.

1. ¿Consideras que tu clase ha aprendido los contenidos del tema de números racionales?



2. ¿Crees que tu capacidad de trabajar en grupo ha mejorado después de este tema? ¿Cómo, por qué, cuanto,...?



3. Describir las actividades que habéis realizado. (No se trata de resumir las actividades). Puedes empezar tus frases de esta manera:

- *En general me parece que las actividades han sido:...*
- *La actividad sobre la fiesta de fin de curso me resultó: ...*
- *La actividad sobre los tarros de sal me pareció: ...*
- *En los juegos del dominó y de la oca me sentí: ...*
- *En el juego del bingo tibi la sensación de que: ...*
- *La actividad con las tarjetas fue: ...*
- *La realización del folleto resumen me supuso: ...*
- *La realización de la parte individual del examen me pareció: ...*
- *La realización de la parte grupal del examen me pareció: ...*
- *Que un alienígena me este realizando estas preguntas me hace sentir: ...*



4. ¿Cómo de interesantes te han parecido los ejemplos de utilización de fracciones en la vida real que has ido viendo durante el tema? Por favor, cuéntame si alguna te ha gustado o disgustado especialmente.



5. Del 1 al 10, ¿Cómo calificas la dificultad de los contenidos que has trabajado en el tema? (Siendo 1 el nivel de máxima dificultad y 10 el de mínima). ¿Alguno en particular, por qué...?

6. ¿Qué te ha parecido la experiencia de trabajar cooperativamente?



