



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Introducción a la programación numérica con GNU Octave para Matemáticas de 2^o de bachillerato

Presentado por: Martín Erausquin Rodríguez
Línea de investigación: Propuesta de Intervención Educativa
Directora: Susana Quirós Alpera

Ciudad: Bilbao
Fecha: 20 de enero de 2017

RESUMEN

El presente estudio tiene como objeto plantear una solución, en forma de intervención educativa, a un problema de aprendizaje observado en los alumnos ciencias técnicas que terminan sus estudios en un instituto determinado: llegan con conocimientos muy limitados de programación. Aprovechando la fuerte conexión entre las matemáticas y la programación se propone una solución al problema mencionado, dando la oportunidad de enriquecer la experiencia de aprendizaje de los alumnos no sólo en materia de programación, sino también en matemáticas. Esta solución consiste en una unidad didáctica, impartida en la asignatura de matemáticas de 2º de bachillerato, dedicada a la programación matemática. Esta unidad didáctica permite a los alumnos reforzar contenidos del bloque de la asignatura de matemáticas, así como aprender a ver las matemáticas desde otro punto de vista, mientras aprenden a programar utilizando el lenguaje de programación Octave, de gran utilidad práctica en sus futuros estudios universitarios.

Palabras clave: Programación Matemática, GNU Octave, Bachillerato, Matemáticas, Unidad Didáctica.

ABSTRACT

The aim of this work is to come up with a solution for a specific problem that has been observed in High School students of a certain education center: they arrive at College with none or very low skills on programming. Given the strong connections between mathematics and programming, this study proposes a solution that gives the students the opportunity of improving their programming skills while they enrich their experience at learning mathematics. This solution consists on a didactic unit for the Mathematics subject, which helps students to strengthen their knowledge on analysis, as well as to look at the mathematics from a new point of view, while they learn programming using the Octave programming language. This language has proven to be very useful for College students.

Keywords: Mathematical Programming, GNU Octave, High School, Mathematics, Didactic Unit.

Contenido

1. INTRODUCCIÓN.....	5
1.1 Justificación.....	5
1.2 Objetivos.....	6
1.2.1 Objetivo principal.....	6
1.2.2 Objetivos específicos.....	6
2. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL.....	7
2.1 El aprendizaje de matemáticas a través de la programación matemática.....	7
2.2 El enfoque integrador del aprendizaje de las matemáticas y resto de las ciencias.....	8
2.3 Conexión entre bloques de contenidos en matemáticas.....	9
2.4 Aspectos normativos en los que se enmarca la propuesta.....	10
2.4.1 La programación y la asignatura de Matemáticas II en el currículo de bachillerato.....	11
2.4.2 La programación en el currículo de bachillerato.....	11
2.5 Beneficios de GNU Octave como herramienta para el aprendizaje de métodos numéricos.....	12
2.5.1 El porqué de la elección de GNU Octave como software de programación.....	12
2.5.2 GNU Octave como herramienta educativa.....	13
3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	14
3.1 Contextualización.....	14
3.1.1 Descripción del centro educativo.....	14
3.1.2 Descripción del destinatario: el grupo de alumnos.....	17
3.1.3 Análisis de los recursos educativos disponibles.....	19
3.2 Propuesta de unidad didáctica.....	20
3.2.1 Temporalización.....	20
3.2.2 Objetivos y Competencias.....	21
3.2.3 Contenidos.....	23
3.2.4 Metodología.....	25
3.2.5 Actividades.....	26
3.2.6 Evaluación.....	37
3.3 Evaluación del proceso de intervención.....	38
4. DISCUSIÓN.....	40
5. CONCLUSIONES.....	42
6. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA.....	43

6.1 Limitaciones	43
6.2 Prospectiva.....	44
6.2.1 Temporalización.....	44
6.2.2 Extensión a otros cursos de la asignatura.....	45
6.2.3 Cambios en el entorno de programación	45
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46
ANEXO I: ENTREVISTA	48
ANEXO II: ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN.....	53
ANEXO III: ENCUESTA DE EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	54

1. INTRODUCCIÓN

En este estudio se presenta una propuesta de unidad didáctica introductoria sobre el método numérico de resolución de problemas, así como el uso de la programación informática como herramienta de resolución. Los destinatarios de este trabajo son los profesores de matemáticas de 2º de bachillerato del centro SUMMA-Aldapeta, centro concertado religioso ubicado en San Sebastián (Guipúzcoa), quienes podrán hacer uso de los resultados presentados.

1.1 Justificación

Dentro de la modalidad de Bachillerato de Ciencias, el centro ofrece todos los años dos vías diferentes: una, la vía Científico-Sanitaria, dirigida a estudiantes cuya prioridad es dedicar sus estudios posteriores a las ciencias de la vida y la salud (Medicina, Biología, Ciencias Medioambientales, etc.); y otra, la vía Científico-Técnica dirigida a los estudiantes cuya prioridad es estudiar en profundidad carreras relacionadas con ciencias técnicas (Físicas, Matemáticas, distintas Ingenierías con contenidos técnicos, etc.).

El origen de este trabajo se encuentra en el periodo de prácticas docentes realizadas por el autor en el centro SUMMA-Aldapeta. En conversaciones con su tutor, se constata que hay un mensaje recurrente entre los exalumnos del centro que comienzan sus estudios universitarios: su nivel en programación es bastante bajo o nulo, y eso hace que les cueste adaptarse a las asignaturas de programación en la Universidad. El autor de este estudio, así como el profesor de la asignatura Matemáticas II de esta vía, consideran este hecho una oportunidad para mejorar la experiencia de los alumnos con su asignatura. La conexión entre la programación y las matemáticas justifica la búsqueda de medios que enriquezcan el aprendizaje en matemáticas de los alumnos, al mismo tiempo que aporta su grano de arena ayudando a los alumnos a mejorar su nivel en programación. Este estudio plantea una propuesta de intervención en esa línea.

En el Anexo I de este trabajo se aporta la entrevista que el autor de este trabajo realiza al profesor de la asignatura. En esta entrevista se justifica el porqué de este estudio de manera más detallada, y se motiva de manera más detallada la forma que debe tomar esta propuesta de intervención.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo principal

El objetivo principal de este trabajo es proponer una intervención educativa en forma de Unidad Didáctica, y hacerlo de manera completa. Esto incluye analizar en detalle el contexto educativo en el que se pretende aplicar la propuesta, contextualizarla en su marco teórico, ofrecer una descripción detallada de la intervención, discutir sobre su idoneidad, y plantear posibles mejoras a futuro.

Esta propuesta tendrá que dar respuesta a las necesidades planteadas por el centro educativo, así como cumplir con las restricciones establecidas. Es decir, la propuesta estará dirigida a aumentar el grado de familiaridad de los alumnos de 2º de Bachillerato de la vía Científico-Técnica con la programación, y tendrá que adaptarse a los recursos educativos disponibles por el centro. Al mismo tiempo, desde el punto de vista del aprendizaje matemático, la propuesta tendrá que enriquecer la experiencia del alumno en materia de aprendizaje de las matemáticas.

1.2.2 Objetivos específicos

Siendo el objetivo principal el expuesto en la sección 1.2.1, podemos mencionar los siguientes objetivos más detallados, cuya consecución conllevará la consecución del objetivo principal del estudio.

- 1) Indagar en las características específicas del grupo de alumnos a los que se dirige la propuesta de intervención.
- 2) Conocer en detalle los recursos educativos disponibles para la realización de la propuesta de intervención, poniendo especial énfasis en los recursos informáticos.
- 3) Contrastar la adecuación de la propuesta a la normativa educativa vigente en España y en la Comunidad Autónoma del País Vasco.
- 4) Describir los nexos de unión entre los diferentes contenidos que se trabajan en la unidad didáctica planteada en esta propuesta de intervención.
- 5) Justificar la adecuación de la herramienta GNU Octave para los fines educativos que persigue la propuesta de intervención.
- 6) Discutir los distintos aspectos de la propuesta de intervención mencionando sus posibles debilidades y limitaciones, así como posibles ámbitos de mejora.

2. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

En esta apartado se procede a analizar el marco teórico de los distintos aspectos relacionados con esta propuesta de intervención. Para ello, se analizarán los resultados de estudios previos sobre los siguientes criterios clave a la hora de desarrollar esta propuesta:

- El aprendizaje de matemáticas a través de la programación matemática
- El aprendizaje de las matemáticas de una manera integrada
- El Software matemático como herramienta educativa

2.1 El aprendizaje de matemáticas a través de la programación matemática

Desde la aparición de los primeros ordenadores, capaces de realizar operaciones matemáticas a gran velocidad, la programación de código informático se ha visto no sólo como una herramienta indispensable para la investigación en matemáticas, sino también herramienta educativa para la enseñanza de las mismas. Ya en 1982, un artículo mostró la programación como un recurso educativo interesante a la hora de enseñar matemáticas (Howe, Ross, Johnson, Plane e Inglis, 1982). A lo largo de los años se han presentado distintos lenguajes de programación cuya finalidad era, específicamente, ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas mediante la programación como ISTL (Dubinsky, 1995) y LOGO (Bobrow, Feurzeig, Papert y Solomon, 1967). Artículos como el de Clements y Meredith (1992) demostraron su eficacia en el aprendizaje de las matemáticas. Ya en un trabajo más reciente, Feurzeig y Papert (2011) concluyen que la programación de código matemático contribuye de manera esencial a una mejor adquisición de los conocimientos matemáticos por parte del alumnado:

...the teaching of programming languages as a regular part of academic progress can contribute effectively to reduce formal barriers. This education can also be used to enable pupils to access an accurate understanding of some key mathematical concepts. In the field of heuristic knowledge for technical problem solving, experience of programming is no less valuable: it lends itself to promote a discussion of relations between formal procedures and the comprehension of intuitive problem solving and provides examples for the development of heuristic precepts (formulating a plan, subdividing the complexities, etc.). The knowledge gained in programming can also be used for the discussion of concepts and problems of classical mathematics. Finally, it can also facilitate the expansion of mathematical culture to topics in biological and physical sciences, linguistics, etc. (Feurzeig y Papert, 2011, p. 1)

Es decir, incluir la programación de código matemático en el currículo de matemáticas permite no sólo que los alumnos aprendan a programar, sino que profundicen en casi todos los aspectos relevantes en el aprendizaje de matemáticas, porque:

- a) Evita que los alumnos vean las matemáticas como algo artificial, misterioso o formal
- b) Sirve para enfatizar e insistir en los conceptos matemáticos explicados en clase.
- c) Favorece la expansión de las matemáticas a otras áreas de investigación.
- d) Ayuda a desarrollar herramientas heurísticas de resolución de problemas.
- e) Facilita el análisis del contraste entre la intuición y los procedimientos formales en la resolución de problemas.

No es de extrañar, por tanto, que ante la evidencia científica, numerosas asociaciones de los países más avanzados del mundo planteen incluir la programación en el currículo oficial de matemáticas. En particular, Barack Obama, presidente de los Estados Unidos de América entre los años 2009 y 2017, promovió la iniciativa “*Computer Sciences for All*” (disponible en la página web gubernamental <https://www.whitehouse.gov/blog/2016/01/30/computer-science-all>), mencionando lo siguiente en el Debate sobre el Estado de la Nación del año 2016: “In the coming years, we should build on that progress, by ... offering every student the hands on computer science and math classes that make them job-ready on day one”.

Por tanto, debemos ver esta posibilidad de desarrollar una unidad didáctica sobre programación matemática como una oportunidad de mejorar la experiencia de aprendizaje de los alumnos no sólo en conocimientos informáticos y de programación, sino también como una ocasión inmejorable para fortalecer su aprendizaje en matemáticas.

2.2 El enfoque integrador del aprendizaje de las matemáticas y resto de las ciencias

Son numerosos los estudios que demuestran que el aprendizaje en matemáticas es más eficaz cuando se muestran como un saber integrado con el resto de los saberes de la ciencia, haciendo un llamamiento a la enseñanza de las matemáticas y las ciencias como un saber integrado. La integración de las matemáticas con el resto de las ramas de la ciencia ha generado un debate que lleva mucho tiempo sobre la mesa. Ya en 1902, E.H. Moore había escrito una carta a la American Mathematical Society (AMS), en la que afirmaba lo siguiente:

“Engineers tell us that in the schools algebra is taught in one water-tight component, geometry in another, and physics in another, and that the student learns to appreciate (if ever) only very late the absolutely close connection between these different subjects, and then, if he credits

the fraternity of teachers with knowing the closeness of this relation, he blames them most heartily for their unaccountably stupid way of teaching him.” (Moore, 1902, p. 415)

Desde entonces, la integración de la enseñanza de matemáticas con la enseñanza de las ciencias ha sido un tema recurrente en la investigación sobre didáctica de la matemática. Después de muchos intentos de justificar una enseñanza integradora de manera teórica, en 2005 se publicó un artículo (Frykholm y Glasson, 2005) que mostró una de las primeras experiencias empíricas sobre esta cuestión. Este estudio observó que, con un aprendizaje integrado de las matemáticas y del resto de las ciencias:

- Se puede llevar esta integración en el aula de manera natural.
- Se profundiza en la conexión entre ciencias y matemáticas, y esto ayuda a entender mejor los conceptos de ambas áreas de estudio.
- Los alumnos encuentran las matemáticas más motivadoras, y pierden miedo al formalismo.

Uno de los movimientos de integración del aprendizaje de las ciencias con las matemáticas ha sido el Proyecto STEM, cuyas siglas representan los nombres de las materias Ciencia (Science), Tecnología (Technology), Ingeniería (Engineering) y Matemáticas (Mathematics). Es un proyecto iniciado por la Fundación Nacional de la Ciencia (NSF) de los Estados Unidos de América a lo largo de los años 90, ante la evidencia pedagógica de que estas materias se deben estudiar de materia integrada si se quiere alcanzar el éxito en su aprendizaje. A día de hoy, gobiernos de todo el mundo están invirtiendo fondos en la integración de la metodología STEM en sus proyectos educativos (ver, por ejemplo, los planes educativos de Australia y EEUU).

Por tanto, las últimas tendencias en educación apoyan la idea de un saber integrado de las matemáticas con otras áreas de las ciencias, y así como con la tecnología. Por eso, la propuesta de intervención educativa ha de verse como una oportunidad para conectar las matemáticas y la tecnología en un saber integrado, a través de la programación matemática.

2.3 Conexión entre bloques de contenidos en matemáticas

Otra cuestión importante a tener en cuenta es la conexión entre distintas ramas de las matemáticas. Sobre este aspecto, el Real Decreto 115/2014, por el cual se regulan los contenidos de los estudios de Bachillerato, establece que:

El currículo básico de Matemáticas no debe verse como un conjunto de bloques independientes. Es necesario que se desarrolle de forma global, pensando en las conexiones internas de la materia tanto dentro del curso como entre las distintas etapas

Sin embargo, la responsabilidad de mantener esta conexión interna recae sobre el bloque de contenidos “Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas”. El mismo documento especifica, sobre este bloque de contenidos, lo siguiente:

“El bloque “Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas” es un bloque común a la etapa y transversal que debe desarrollarse de forma simultánea al resto de bloques de contenido y que es el eje fundamental de la asignatura; se articula sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático: la resolución de problemas, proyectos de investigación matemática, la matematización y modelización, las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos.” (RD 115/2014, p. 408)

En la práctica, conectar contenidos específicos de distintos bloques de la asignatura de matemáticas es mucho más difícil. El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) de los Estados Unidos de América establece, en su lista de estándares “Principles and Standards for School Mathematics”, unos estándares que se deben cumplir para una adecuada enseñanza de las matemáticas:

- Se deben reconocer y usar las conexiones entre diferentes ideas matemáticas
- Se debe llegar a entender cómo conectan diferentes ideas matemáticas, construyendo un todo coherente.

Dado que la programación matemática es, por sí misma, una herramienta de resolución de problemas, es necesario aprovechar su potencial para reforzar las conexiones entre los diferentes bloques de contenidos de la asignatura Matemáticas II.

2.4 Aspectos normativos en los que se enmarca la propuesta

La propuesta de intervención educativa está dirigida a los alumnos del 2º curso de bachillerato de la modalidad de Ciencias que cursan la vía Científico-Técnica en el centro SUMMA-Aldapeta de San Sebastián. Dado que la propuesta se implementará a partir del curso académico 2016-2017, el marco normativo lo establece la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE). En particular, para estudiar la adecuación de los contenidos de la unidad didáctica a la normativa actual, se debe analizar el Real Decreto 115/2014, que es el que establece el currículo básico de Bachillerato.

2.4.1 La programación y la asignatura de Matemáticas II en el currículo de bachillerato

En lo relativo al uso de las herramientas tecnológicas en la asignatura de Matemáticas II, El Real Decreto 115/2014 establece los siguientes contenidos en el bloque de contenidos de Procesos, métodos y actitudes en matemáticas:

- a) la recogida ordenada y la organización de datos;
- b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
- c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
- d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;
- e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.
- f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas. (RD 115/2014, p. 409)

Sin embargo, pese a toda la evidencia científica aportada en la Sección 2.1, el currículo oficial no hace ninguna mención al uso de código informático para la resolución de problemas en matemáticas. La relación entre las matemáticas y el uso de herramientas tecnológicas se reduce a la realización de operaciones que pueden realizar calculadoras más o menos avanzadas.

2.4.2 La programación en el currículo de bachillerato

Pese a que el Real Decreto 115/2014 no establece una conexión directa entre la programación y las matemáticas, eso no quiere decir que la programación no esté incluida en el currículo básico.

Los alumnos realizan su primer contacto con los lenguajes de programación en la asignatura Tecnología, de 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria (E.S.O.), para la cual el Real Decreto 115/2014 establece como Estándar de Aprendizaje Evaluable lo siguiente:

“3.1 Desarrollar un sencillo programa informático para resolver problemas utilizando un lenguaje de programación”

Pero donde más profundizan en aspectos de programación es en las asignaturas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) I y II, que dedican un bloque entero de contenidos

a la programación. En particular, el bloque 5 de la asignatura TIC I está dedicado a la programación de algoritmos de resolución de problemas sencillos, y el bloque I de la asignatura TIC II profundiza más en la materia, especificando como criterio de evaluación los siguientes:

“3. Realizar programas de aplicación en un lenguaje de programación determinado aplicándolos a la solución de problemas reales.

4. Utilizar entornos de programación para diseñar programas que resuelvan problemas concretos”

2.5 Beneficios de GNU Octave como herramienta para el aprendizaje de métodos numéricos

2.5.1 El porqué de la elección de GNU Octave como software de programación

En la entrevista realizada al profesor de la asignatura (ver Anexo), se percibe el interés por que los alumnos aprendan a utilizar la herramienta de software matemático MATLAB, pues es el software más utilizado en las facultades de ciencias y de tecnología a las que suelen ir a estudiar los alumnos destinatarios de la propuesta una vez acabados los estudios de bachillerato. MATLAB (su página oficial es: <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>) es un software matemático desarrollado por Mathworks Inc. Es un programa líder en la investigación en matemáticas, por su versátil lenguaje de programación, así como una amplia colección de funciones previamente implementadas y optimizadas. Pese a su excelente rendimiento, tiene una pega a la hora de integrarlo en la comunidad educativa: es un software privativo, con una licencia de uso de elevado coste.

Esto justifica la búsqueda de alternativas a MATLAB, lo más parecidas posibles, que permitan a los alumnos trabajar en un entorno muy similar, facilitando el posterior proceso de adaptación a MATLAB una vez empiecen a trabajar con él durante sus estudios universitarios.

GNU Octave (disponible en <https://www.gnu.org/software/octave/>) es un proyecto de software libre desarrollado con este fin. Aunque incluye menos funcionalidades técnicas que MATLAB, en esencia el comportamiento de los dos softwares es similar. En particular, el lenguaje de programación de los dos sistemas es tan parecido, que la mayoría de los programas escritos son compatibles con los compiladores de los dos sistemas. Además, la experiencia de usuario es muy parecida en ambas, teniendo una distribución de ventanas casi idéntica.

Por tanto, se cree que GNU Octave es una buena elección para esta propuesta de intervención, porque permite trabajar a los alumnos en un entorno lo más parecido posible a MATLAB, y al mismo tiempo es una herramienta que minimiza los costes del centro educativo, porque instalar GNU Octave es gratuito.

2.5.2 GNU Octave como herramienta educativa

Se pueden encontrar numerosos ejemplos con casos exitosos del uso de GNU Octave con fines educativos. Por ejemplo, Cataloglu (2006) presenta el éxito de GNU Octave como herramienta educativa en la asignatura de físicas, y Baeza-Baeza, Fernando Pérez-Pla y García-Álvarez-Coque (2015) aportan una experiencia positiva en la enseñanza de reacciones químicas. Respecto a las matemáticas, Kusbeyzi, Hacinliyan y Aybar (2011) incluye GNU Octave como software libre útil para la enseñanza de las mismas, aportando una lista de posibles aplicaciones (resolución de ecuaciones lineales, problemas de geometría, etc.).

Son más, aún, los casos en los que se ha utilizado MATLAB, hasta el punto de que Mathworks incluye una línea de programas con fines educativos en su producto. No obstante, debido a la similitud de ambos softwares, resulta evidente que cualquier experiencia educativa llevada a cabo con uno de ellos se puede repetir usando la otra herramienta. Por tanto, el amplio éxito cosechado en el uso de MATLAB con fines educativos se puede reproducir utilizando el software no privativo Octave.

Esta evidencia apoya la elección de GNU Octave como herramienta educativa, pues queda fuera de duda que ya ha probado su eficacia.

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

3.1 Contextualización

3.1.1 Descripción del centro educativo

El centro al que se destina esta propuesta de intervención es el centro SUMMA-Aldapeta, un centro educativo concertado religioso de San Sebastián (Guipúzcoa). En esta sección analiza las características básicas del centro, con el objetivo de contextualizar mejor el entorno en el que se pondrá en marcha la propuesta. Para más información, se puede visitar la página web del propio centro (<http://www.summa-aldapeta.com/castellano>).

3.1.1.1 Ubicación y área de influencia

El centro SUMMA-Aldapeta está ubicado en la cuesta de Aldapeta nº 17 en San Sebastián. Está situada en pleno centro de la ciudad: la calle Aldapeta es la calle principal que da acceso, desde el centro de la ciudad, a las viviendas edificadas en la colina de Miraconcha, frente a la famosa playa de la Concha. Es un lugar accesible mediante el transporte público desde cualquier zona de la ciudad. También dispone de un aparcamiento para que los padres que acudan en coche puedan dejar a sus hijos sin interrumpir el tráfico. Las aceras que dan acceso al centro son amplias. Es decir, el centro está situado en un lugar de fácil acceso para cualquiera.

El centro es fruto de una fusión reciente entre tres centros educativos de gran tradición en la ciudad. SUMMA-Aldapeta es la unión de los centros Colegio Católico Santa María – Marianistas, San Bartolomé, y el Colegio Belén. Los tres centros estaban ubicados en terrenos adyacentes, y eso hace que SUMMA-Aldapeta disponga de tres edificios colindantes para ofrecer sus servicios.

Al ser la fusión de tres centros de características similares en cuanto a objetivos y propuesta educativa ubicados en el mismo barrio, el nuevo centro ha ampliado su área de influencia, porque es el único con sus características en el centro de la ciudad y en sus barrios colindantes. Los otros tres centros que se encuentran en la ciudad y que tienen una oferta educativa similar se encuentran a varios kilómetros de distancia.

3.1.1.2 Aspectos socio-culturales del centro y realidad social atendida

Para entender el entorno socio-cultural del centro, es importante resaltar las características principales del mismo, así como describir un poco su historia.

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, el centro SUMMA-Aldapeta es el resultado de la fusión, en el año 2013, de tres centros de gran tradición en la ciudad. Los tres centros estaban gestionados por distintas congregaciones religiosas dedicados a la enseñanza: la Compañía de María Nuestra Señora (ODN), las Hijas de María Inmaculada (FMI) y la Compañía de María (SM). Los centros existen desde 1868, 1887 y 1930 respectivamente, acreditando, por tanto, una larga historia y experiencia en la labor educativa en la ciudad. De los tres centros, el de la Compañía de María es el que llegó a alcanzar una mayor relevancia, siendo el que más creció tanto en número de alumnos como en la variedad de oferta educativa. Y este hecho hace que el perfil socio-cultural de SUMMA-Aldapeta se nutra, principalmente, de las características que siempre acompañaron a este centro.

De todas esas características, habría que destacar principalmente el nivel socio-económico alto de los miembros de la comunidad educativa del centro. Hay que tener en cuenta que muchos de los alumnos actuales son hijos de exalumnos del centro de Marianistas, con todo lo que ello conlleva: pertenecen a familias que tradicionalmente han estado económicamente bien posicionadas, que han tenido facilidades económicas para labrarse un futuro profesional en entornos privilegiados. La mayoría de los padres que envían a sus hijos a este colegio trabajan fuera de casa, y están dispuestos a invertir en la educación de sus hijos para que estos dispongan en el futuro de las mismas oportunidades profesionales que ellos disfrutaron en su momento.

Otra característica es el carácter tradicionalmente religioso del centro. La propuesta educativa del centro especifica su voluntad de realizar una labor educativa basada en la fe cristiana. Dado que el centro está gestionado por tres congregaciones religiosas, varios de los miembros más participativos en su gestión son marianistas o monjas, encontrándose varios entre el órgano directivo, el profesorado y el personal dedicado a otras tareas del centro (entrenadores de equipos deportivos, etc.). No obstante, la actitud de los mismos es muy abierta frente a otras visiones distintas en cuestiones sobre la fe, huyendo de comportamientos adoctrinadores a la

hora de realizar su tarea educativa, y esto hace que cada vez más padres no religiosos se animen a enviar a sus hijos a este centro.

En líneas generales, se puede considerar que hay cierta homogeneidad en el alumnado: es muy bajo el número de alumnos que no dominan el idioma castellano o que provienen de familias desestructuradas.

3.1.1.3 Entorno físico e instalaciones

Las instalaciones del centro se reparten entre tres edificios diferentes. Se aporta aquí la información sobre el edificio Chaminade, porque es el edificio destinado a las actividades de la etapa de bachillerato.

El edificio Chaminade es el más grande de los tres que componen el centro. En él se desarrollan las actividades relacionadas con la educación de los alumnos repartidos en 20 aulas de educación primaria, 20 grupos de educación secundaria obligatoria, y 12 grupos de bachillerato. A continuación, describiré las instalaciones enumerando las más relevantes. El edificio Chaminade dispone de:

- Patios descubiertos (4 canchas de baloncesto, 1 de fútbol 11, uno de fútbol 7, 2 canchas de balonmano).
- Dos frontones cubiertos.
- Cuatro vestuarios para el uso de las instalaciones exteriores.
- Polideportivo cubierto (con sus correspondientes almacenes de material, vestuarios, etc.).
- Gimnasio
- Iglesia, y una pequeña capilla
- Tres salas de informática
- Dos aulas de dibujo
- Tres laboratorios
- Una sala polivalente
- Un salón de actos
- Una sala de psicomotricidad
- Un comedor escolar
- Cuatro aulas de desdoble
- Enfermería
- Despachos del equipo directivo del centro
- Un puesto permanente de Gautena (la Asociación Gipuzcoana de Autismo)

Por tanto, cualquier propuesta de intervención educativa planteada en este trabajo, tendrá que adecuarse a los recursos enumerados en esta lista.

3.1.1.4 Oferta formativa del centro en bachillerato

Tal y como se ha descrito en la justificación de este proyecto, el centro ofrece distintas vías o itinerarios en la etapa de bachillerato, que los alumnos escogen en función de sus intereses personales. Las distintas vías ofrecidas son las siguientes:

- *A*: vía ofrecida a los alumnos cuyo interés principal en cursar el bachillerato reside en la posibilidad de saltar después a un Ciclo Formativo de Grado Superior.

- *Ciencias 1 (o Ciencias bio-sanitarias)*: destinada a los alumnos con intención de seguir sus estudios en ciencias bio-sanitarias, con especial énfasis en el estudio de la química y la biología, así como un componente añadido de estadística en los programas de matemáticas.

- *Ciencias 2 (o vía científico-técnica)*: dirigida a los alumnos con interés en realizar estudios sobre ciencias técnicas (matemáticas, físicas, diversas ingenierías, arquitectura, etc.). Con especial énfasis en la física y el dibujo técnico, así como unas matemáticas cargadas con más rigor en las demostraciones.

- *Letras 1*: vía ofrecida a los alumnos que quieran optar por estudios humanísticos.

- *Letras 2*: la opción preferida de aquellos alumnos que quieren estudiar ciencias sociales y carreras relacionadas con el ámbito empresarial.

En particular, el presente estudio está dirigido a los alumnos del segundo curso de la vía Ciencias 2.

3.1.2 Descripción del destinatario: el grupo de alumnos

Para desarrollar una propuesta de intervención educativa, es necesario conocer las características principales del grupo de alumnos a los que se dirige. En este caso, el grupo destinatario de la propuesta de intervención es el de la asignatura Matemáticas II de 2º de bachillerato en la vía de Ciencias 2. En esta sección resaltamos los rasgos esenciales de este grupo, que podrían tener influencia en el éxito o fracaso de la propuesta de intervención. La

fuente de la información presentada en este apartado es la entrevista realizada por el autor de este estudio al profesor de la asignatura, y que se incluye en el Anexo I.

En primer lugar, los alumnos de este grupo destacan por su gran motivación a la hora de estudiar matemáticas. Esto facilita mucho impartir la asignatura en este grupo, porque gracias a su motivación se consigue un clima de trabajo que favorece el aprendizaje:

- Muestran curiosidad e interés a la hora de estudiar nuevos contenidos.
- Participan de manera activa en clase.
- Se esfuerzan en resolver los ejercicios y las tareas asignadas.
- Plantean sus dudas hasta tener los conceptos bien afianzados.

En segundo lugar, en esta vía se suelen agrupar los alumnos del centro con mayor capacidad para el estudio de las matemáticas. Debido a su interés por las matemáticas, estos alumnos son los que más tiempo han dedicado a su estudio en sus años anteriores. Esto hace que tengan rutinas adquiridas, gran habilidad a la hora de manejar operaciones algebraicas y aritméticas, y una profunda intuición a la hora de resolver problemas. Todo esto ayuda a que se den las siguientes circunstancias en clase:

- Tardan menos tiempo en realizar las operaciones rutinarias que intervienen en la resolución de problemas.
- Hay más tiempo para profundizar en la esencia de los conceptos más complicados.
- Se puede dedicar más tiempo a la resolución de problemas complejos, haciendo hincapié en el planteamiento de la solución, y restando relevancia al cálculo puramente algebraico.
- Se tarda mucho menos tiempo que en otras clases de bachillerato en impartir el mismo temario, aunque se profundice más en su aprendizaje.

En tercer lugar, es un grupo de alumnos muy interesado en aprender lo máximo posible en esta asignatura, porque saben que van a estudiar carreras con unos contenidos muy avanzados de matemáticas. Por tanto, ven sus esfuerzos en el estudio de la asignatura como una preparación necesaria para su adaptación a la universidad. Por tanto, los alumnos valoran la formación recibida más allá de su necesidad para aprobar los exámenes o sacar buena nota en las PAU (Pruebas de Acceso a la Universidad, o examen de Selectividad).

Por tanto, de esta descripción del grupo de alumnos deducimos que se dan las condiciones óptimas para introducir una propuesta de intervención educativa como la planteada en este estudio. La motivación de los alumnos por el estudio de la programación matemática es alta,

y su capacidad de asimilar los contenidos del currículo de manera más rápida hace que el calendario permita la inclusión de nuevos contenidos sin tener que renunciar a otros que ya se imparten.

3.1.3 Análisis de los recursos educativos disponibles

La posibilidad de implantar la propuesta de intervención planteada en este estudio depende, en gran medida, de la disposición de recursos educativos disponibles. En particular, son tres los recursos educativos necesarios para poder llevar a cabo la propuesta. En esta sección mencionamos cuáles son, y comprobamos que son recursos que tanto el centro como el contexto del aula pueden ofrecer.

El primer recurso necesario es una sala de ordenadores con una pantalla proyectora. Para que los alumnos aprendan a programar utilizando el software Octave, necesitan ordenadores con el software instalado. Además, es necesaria una pantalla proyectora conectada al ordenador del profesor, para que los alumnos sean capaces, a través de las imágenes que ven proyectadas en el panel frontal, de seguir las explicaciones del profesor.

El centro SUMMA-Aldapeta dispone de tres salas de ordenadores en el edificio en el que se desarrollan las actividades de bachillerato, y cada una de ellas tiene más ordenadores que el número de alumnos medio en el aula de Ciencias 2 (entre 25 y 35 alumnos al año). Todas ellas disponen, además, de un proyector que se puede conectar al ordenador del profesor. Además, al ser software libre y con las garantías de la comunidad de GNU, el programa GNU Octave se puede instalar en todos los ordenadores sin ningún coste añadido. Eso hace que el centro disponga de todos los recursos informáticos necesarios para que la propuesta de intervención pueda ser implementada.

El segundo recurso necesario es el tiempo. Hay que tener en cuenta que la propuesta consiste en una unidad didáctica sobre programación, que se añadirá a la programación de la asignatura Matemáticas II sin que sustituya a ninguna otra unidad didáctica de la asignatura. Es decir, de poner en marcha la propuesta de intervención, los alumnos tendrán que repartir el tiempo escolar en asimilar más contenidos que antes. Esto no supone un problema en este ámbito concreto de aplicación porque, tal y como se explica en el apartado 3.1.2, y como se trata de manera más extensiva en la entrevista con el profesor de la asignatura que se aporta en el Anexo I, existe margen de sobra para dedicar una semana del calendario escolar para añadir la unidad didáctica de la propuesta.

Por tanto, no hay impedimentos, desde un punto de vista de los recursos educativos, para que la propuesta de intervención pueda implementarse tal y como se plantea en este estudio.

3.2 Propuesta de unidad didáctica

En este apartado se presenta la propuesta de intervención, en forma de unidad didáctica para la asignatura Matemáticas II de 2º de bachillerato.

3.2.1 Temporalización

La unidad didáctica consta de 6 sesiones de 50 minutos cada una. Esto supone dedicar a su estudio las cuatro una semana completa con cuatro sesiones, y dos sesiones más en la siguiente semana.

Está diseñada para impartirla después de haber acabado con los contenidos del bloque de Análisis. En el centro en el que se va a desarrollar la propuesta de intervención, esto implica que la unidad didáctica será la última antes de las vacaciones de navidades. Tal y como menciona el profesor de la asignatura en la entrevista añadida en el anexo, suele haber un espacio de dos semanas entre el final del bloque de análisis y las vacaciones de navidades, que se suelen utilizar bien para reforzar contenidos del bloque de análisis, o bien para empezar con el siguiente bloque (álgebra).

Desde un punto de vista de la programación matemática, ésta sirve para resolver problemas asociados a distintos bloques. Sin embargo, dado que el bloque de análisis suele ser el que más dificultades genera a los alumnos, se considera una buena opción insistir en los conceptos asociados a este tema a través de la unidad didáctica sobre programación. Además, dado el carácter motivador de la unidad didáctica, se espera que los alumnos se vayan de vacaciones con una imagen más amigable de la asignatura, haciendo así que vuelvan con más ganas después de las vacaciones navideñas.

Por eso, se considera adecuada la temporalización de la unidad didáctica en esta época del curso, porque permite reforzar contenidos aún frescos, y porque aumenta las posibilidades de que los alumnos empiecen el estudio de los siguientes bloques del currículo con mayor motivación.

3.2.2 Objetivos y Competencias

Son varios los objetivos de la inclusión de esta unidad didáctica en el plan de estudios en el contexto de estudio. Podemos distinguir entre los objetivos principales de la unidad didáctica y los objetivos secundarios que se pretenden alcanzar mediante a las diferentes actividades.

Esta unidad didáctica tiene dos objetivos principales:

- Introducir a los alumnos en el campo de la programación matemática.
- Reforzar, a través de la programación, los contenidos del bloque de Análisis recién estudiados.

Además de estos objetivos principales, la unidad didáctica persigue los siguientes objetivos secundarios:

- Entender cuáles son las herramientas básicas en un código numérico: variables, órdenes y bucles de ejecución de órdenes.
- Aprender a plasmar un algoritmo numérico en código informático.
- Aprender a escribir código numérico sencillo para implementar algoritmos que resuelvan problemas matemáticos.
- Programar algoritmos numéricos sencillos para calcular el área encerrada debajo de una curva.
- Familiarizarse con el entorno de programación de GNU Octave, conociendo sus sentencias básicas.
- Observar la relación entre áreas a priori muy distanciadas de las matemáticas.
- Fomentar el trabajo en equipo y la resolución de problemas en grupos de trabajo.
- Reflexionar sobre el concepto de aproximación numérica.

Por otra parte, la legalidad vigente establece una serie de competencias básicas que deben adquirir los alumnos del sistema educativo. La LOMCE establece siete competencias básicas. Esta unidad didáctica contribuye en mayor o en menor medida a la adquisición de cada una de ellas. Se enumeran a continuación las competencias básicas contempladas en la normativa, y la forma en la que esta unidad didáctica contribuye a su adquisición por parte de los estudiantes.

1) Competencia lingüística

La programación matemática consiste en la capacidad de plasmar en un lenguaje de programación las ideas previamente adquiridas sobre un algoritmo. Un mismo algoritmo puede codificarse utilizando recursos diferentes de un mismo lenguaje de programación. Por tanto, escribir el código de un programa informático es una manera de expresar y comunicar las ideas que uno tiene en mente.

2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Es la competencia básica más trabajada en esta unidad didáctica. Además de trabajar contenidos de marcado carácter matemático, el uso de la programación está altamente relacionado con otros ámbitos científicos, así como en muchas aplicaciones tecnológicas. Es decir, aprender a programar permite a los alumnos encarar la ciencia y la tecnología con herramientas de las que antes no disponían.

3) Competencia digital

La programación matemática consiste en utilizar un recurso digital, como es un ordenador, para resolver problemas de carácter matemático. Desde el almacenamiento de los datos hasta la obtención de los resultados, todo el proceso se desarrolla en un entorno digital.

4) Competencias sociales y cívicas

Los alumnos desarrollan esta competencia al aprender a defender las ideas propias desde el respeto a las ideas de los demás, y entendiendo el trabajo en equipo como un modo de resolver problemas aunando esfuerzos, potenciando los puntos fuertes de cada uno de los integrantes del equipo de trabajo.

5) Conciencia y expresiones culturales

La unidad didáctica permite reflexionar a los alumnos sobre el fenómeno de software libre como uno de los máximos exponentes de distribución de cultura y conocimiento, tomando conciencia de lo que supone disponer de manera gratuita de un software como GNU Octave que les da tanto poder a la hora de resolver problemas.

6) Aprender a aprender

Esta unidad didáctica provee a los alumnos de los métodos numéricos, una herramienta que influye en el proceso del razonamiento deductivo-inductivo. Es decir, el dominio de esta herramienta permite a los alumnos disponer de un recurso más para poder aprender de manera más eficiente. Además, la reflexión sobre la fase algorítmica de la resolución de problemas permite perfeccionar los procesos de razonamiento de los alumnos.

7) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Las actividades propuestas en esta unidad didáctica fomentan la iniciativa personal a la hora de aportar soluciones al problema, presentar las soluciones a los compañeros, y defenderla frente a otras soluciones. Además, cada alumno puede buscar una solución distinta a la de sus compañeros e igualmente válida, fomentando la autonomía a la hora de buscar soluciones.

En la sección 3.2.5, a la hora de describir de manera detallada cada una de las actividades propuestas para la unidad didáctica, se especifica qué competencias potencia cada una de las actividades.

3.2.3 Contenidos

Son varios los contenidos que se trabajan en esta unidad didáctica. Entre ellos, destacamos los contenidos principales. Hay que tener en cuenta que, a medida que la unidad didáctica avanza, introducir ejemplos relacionados con un tema u otro puede facilitar reforzar más unos contenidos que otros sin perder la esencia de la unidad didáctica.

Estos son los contenidos principales trabajados en esta unidad didáctica:

- 1) Teorema de Bolzano.
- 2) Integral definida.
- 3) Cálculo de áreas.
- 4) Algoritmo de criba de Eratóstenes.
- 5) Bucles “for”, “while” y las condiciones “if” y “else”.
- 6) Sintaxis básica del entorno de programación Octave.
- 7) Integral de Riemman.
- 8) Algoritmo de bisección.
- 9) Concepto de aproximación numérica.
- 10) La distribución de probabilidad uniforme

Observamos que la mayoría de los contenidos enumerados aquí pertenecen a bloques ya estudiados por los alumnos, bien la asignatura de Matemáticas en el bloque de análisis, bien en la asignatura TIC I o TIC II, en el bloque de programación. Los contenidos, objetivos y criterios de evaluación de estas asignaturas vienen marcados por el Real Decreto 1105/2014.

En esta normativa se mencionan los siguientes criterios de evaluación para las asignaturas Tecnologías de la Información y la Comunicación I y II, que están directamente relacionados con la unidad didáctica presentada:

- 1) Aplicar algoritmos a la resolución de problemas que se presentan al trabajar con estructuras de datos.*
- 2) Analizar la estructura de programas informáticos, identificando y relacionado los elementos propios de un lenguaje de programación*
- 3) Realizar programas de aplicación en un lenguaje de programación determinado, aplicándolos a la solución de problemas reales.*
- 4) Utilizar entornos de programación para diseñar programas que resuelvan casos concretos.*

En particular, el mencionado decreto identifica los siguientes estándares de aprendizaje para los criterios de evaluación mencionados:

- 1.1) Desarrolla algoritmos que permitan resolver problemas aritméticos sencillos.*
- 2.1) Escribe programas que incluyas bucles de programación para solucionar problemas que impliquen la división del conjunto en partes más pequeñas.*
- 3.1) Elabora programas de mediana complejidad definiendo el flujograma correspondiente y escribiendo el código correspondiente*
- 4.1) Elabora programas de mediana complejidad utilizando entornos de programación.*

El objetivo de la unidad didáctica es, pues, que los estudiantes adquieran las habilidades descritas en los puntos anteriores, contextualizando los problemas prácticos que resolverán mediante métodos numéricos en dos de los contenidos mencionados por el currículo oficial de la C.C.A.A. definido por el Decreto 23/2009, publicado en el Boletín Oficial del País Vasco.

- 1) Teorema de Bolzano y teoremas de continuidad.*
- 2) La integral definida. Cálculo de áreas encerradas debajo de una función.*

3.2.4 Metodología

La metodología propuesta en este estudio para impartir esta unidad didáctica se basa en los siguientes criterios a la hora de tomar decisiones sobre el planteamiento y desarrollo de las actividades contempladas en ella:

1) Secuenciación de las actividades en función de su interdependencia. De esta manera, para que una actividad pueda ser desarrollada, es imprescindible que el alumno haya captado las ideas subyacentes en todas las actividades anteriores.

2) Enfoque constructivista del proceso de aprendizaje. Se pretende que cada actividad plantee en su inicio unos problemas surgidos a partir de las herramientas adquiridas en las actividades anteriores, para dedicar el resto de la actividad a buscar soluciones para los problemas encontrados. De esta manera, el aprendizaje se realiza por pura necesidad, porque se genera de forma natural la necesidad de buscar esas soluciones.

3) Fomento de la participación. Todas las sesiones deben tener una fase de reflexión conjunta, en la que participen todos los alumnos con el profesor. Se promoverá que los alumnos participen, ingenien soluciones y las compartan con los compañeros, y que rebatan con respeto, en tono de debate, las soluciones planteadas por los demás.

4) Trabajo en cooperación. Las situaciones de aprendizaje están pensadas para que los alumnos trabajen conjuntamente buscando soluciones, implementándolas y comunicándolas al resto de la clase. Se promoverá que los alumnos se ayuden entre sí, evitando en la medida de lo posible que sea el profesor quien les resuelva los retos planteados.

5) Potenciar el uso de los recursos tecnológicos por parte de los alumnos. La unidad didáctica no tiene sentido si maneja la herramienta informática únicamente el profesor, sin participación de los alumnos. Se trata de que sean ellos los que utilicen los ordenadores para implementar sus soluciones. De otra forma, los alumnos nunca adquirirían la destreza de escribir y codificar un algoritmo matemático en un lenguaje de programación como el de GNU Octave.

6) Priorizar, en el reparto de tiempo, el proceso de reflexión de los conceptos numéricos y algorítmicos trabajados, antes de dar demasiada importancia al hecho de que el código implementado funcione sin errores.

7) Evaluar únicamente los contenidos actitudinales a lo largo de la impartición de la unidad didáctica, planteando como única herramienta de evaluación de contenidos conceptuales y procedimentales un trabajo de grupo al final de la misma.

3.2.5 Actividades

En la presente sección, se presenta la lista de actividades que componen esta unidad didáctica. Las actividades se presentan en el orden cronológico en el que se van a llevar a cabo. Cada sesión dura 50 minutos, y por tanto, la secuencia de actividades está diseñada para que cada sesión empiece con una actividad nueva.

3.2.5.1 Actividad 1

La primera actividad consiste en una introducción al concepto de algoritmo numérico a través del algoritmo de la criba de Eratóstenes. Es una actividad de tipo introductorio motivacional. El objetivo es generar un debate sobre la noción de algoritmo, así como sobre la necesidad de la búsqueda de un buen algoritmo numérico para la resolución de problemas.

Se planteará, de inicio, una pregunta a los alumnos: ¿cuáles son los números primos menores de 10? Es una pregunta sencilla, que todos sabrán responder. Pero la cuestión en la que se insistirá es la siguiente: ¿qué habéis hecho para dar la respuesta? Algunos habrán utilizado la memoria. Otros habrán comprobado con cálculos rápidos cuáles son esos números primos. Es decir, es posible que ya haya “diferencias algorítmicas” para dar respuesta a esta pregunta.

Después, se preguntará: ¿cuáles son los números primos menores de 1000? Ahora ya la memoria no funcionará. Entonces, los alumnos tendrán que buscar, en pequeños grupos, una manera sistemática de cálculo que les permita dar con la respuesta. Algunos grupos apuntarán la secuencia de primos pequeños para utilizarla para buscar otros mayores, otros no. Algunos, comprobarán hasta el último número si es primo o no, otros pararán antes. La cuestión es discutir las diferentes propuestas, ver las ventajas y los inconvenientes de cada método, y reflexionar sobre las consecuencias que puede acarrear un algoritmo no optimizado en cuestiones como el tiempo dedicado a la búsqueda de la solución.

Por último, el profesor recordará a los alumnos el algoritmo de la Criba de Eratóstenes, una forma rápida y sistematizada de obtener la secuencia de números primos.

A continuación se enumeran las características de esta actividad:

- Duración total estimada: 25 minutos.

- 5 minutos para el planteamiento del problema.
- 5 minutos para buscar la solución en grupos.
- 5 minutos para comentar y analizar las soluciones propuestas.
- 10 minutos para analizar las ventajas de la criba de Eratóstenes.
- Tipo de actividad: de inicio y motivacional.
- Situación de aprendizaje: grupos de 4-5 alumnos.
- Entorno de trabajo: aula de informática (para coordinar en la misma sesión la siguiente actividad).
- Competencias involucradas: 1, 2 y 7.
- Recursos didácticos empleados: cuaderno y lápiz, pizarra clásica. Dado que se imparte en la misma sesión que la Actividad 2, y ésta necesita ser impartida en un aula de informática, la Actividad 1 también se desarrollará en un aula de informática.

3.2.5.2 Actividad 2

La segunda actividad consiste en introducir al alumnado al entorno de trabajo de Octave. Se trabaja la sintaxis de las variables de almacenamiento, así como las operaciones básicas y la definición de funciones, sin entrar en la programación de código numérico.

Los alumnos deben aprender a identificar las variables almacenadas en memoria, y conocer la sintaxis para realizar operaciones básicas entre ellas. Es una actividad muy sencilla, en la que los alumnos podrán reproducir en su ordenador los pasos que el profesor realiza en el suyo y que se pueden seguir a través del proyector del aula. Esto permitirá que los alumnos se familiaricen con el entorno de trabajo de Octave.

- Duración estimada total: 25 minutos.
- Tipo de actividad: de inicio.
- Situación de aprendizaje: cada alumno con un ordenador.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 2, 3.
- Recursos didácticos empleados: ordenadores individuales, cañón proyector para el ordenador del profesor de la asignatura.

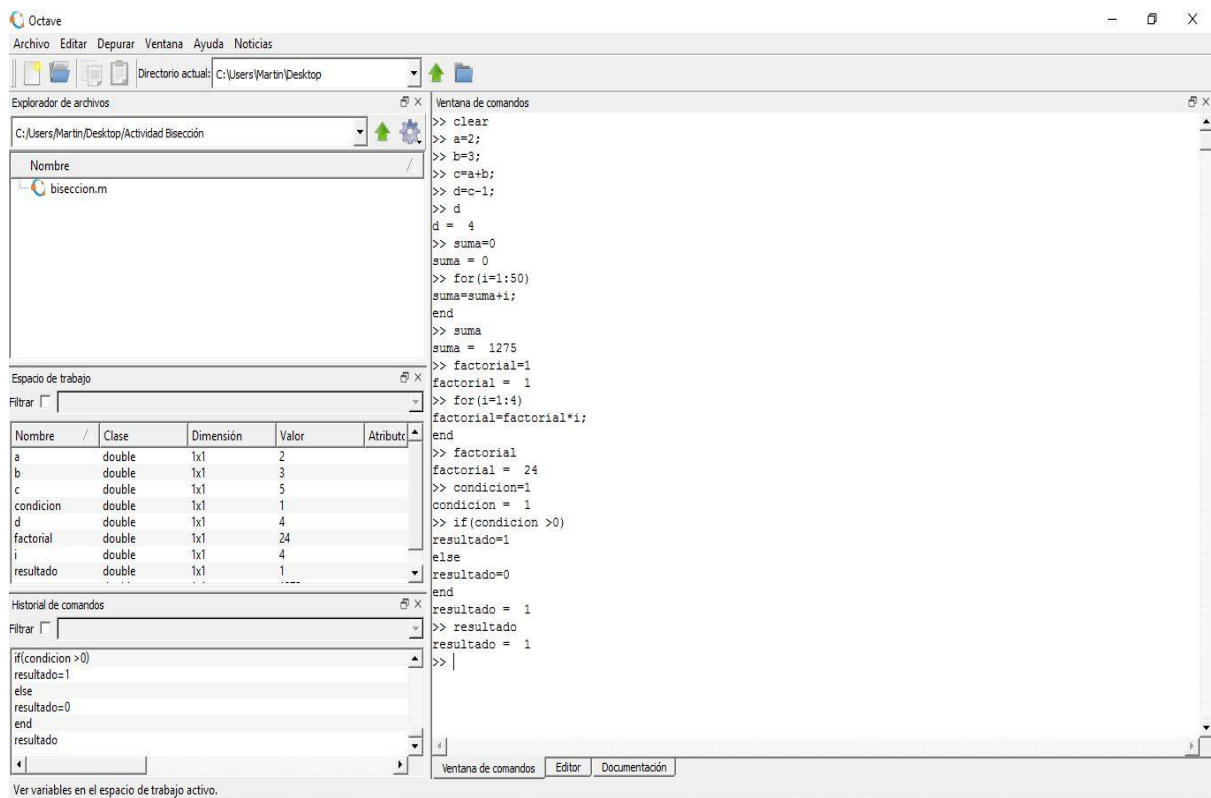


Figura 1: Ventana principal de GNU Octave, y su sintaxis básica. Fuente: elaboración propia.

3.2.5.3 Actividad 3

La segunda sesión de la unidad didáctica comienza con esta actividad. Tras las dos primeras actividades, se conoce la importancia de conocer un buen algoritmo para realizar cálculos repetitivos de manera optimizada. Los alumnos ya saben “trastear” con el entorno de Octave. Ahora, es el momento de conocer la potencia de Octave para resolver numéricamente problemas cuya solución consiste en un algoritmo.

Se plantearán dos algoritmos iterativos muy sencillos:

- 1) ¿Cómo suma un ordenador los primeros 100 números?
- 2) ¿Cómo calcula un ordenador los valores que alcanza una función en 100 puntos de un intervalo dado?

El objetivo es que los alumnos sean capaces de razonar un algoritmo junto con la guía del profesor, y que se escriba este algoritmo (especificando variables empleadas, variables almacenadas en cada etapa, etc.) en pseudo-código en la pizarra. Este pseudo-código servirá

como guía y orientación para que después los alumnos puedan implementar las funciones planteadas en lenguaje Octave.

- Duración estimada: 15 minutos.
- Tipo de actividad: de iniciación y motivacional.
- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos individualmente con un ordenador cada uno.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 2, 3, 4, 7.
- Recursos didácticos empleados: ordenadores individuales, cañón proyector para el ordenador del profesor de la asignatura. Pizarra clásica.

3.2.5.4 Actividad 4

El objetivo de la cuarta actividad es que los alumnos sean capaces de implementar los dos algoritmos previamente identificados en la pizarra en la actividad 3. Para ello, tendrán que aprender el manejo básico de los bucles “for” y “while”. También se aprovechará esta actividad para explicar el funcionamiento y la sintaxis de los condicionales “if” y “else” en el entorno de Octave.

Las funciones enunciadas en la actividad 3 son muy sencillas de implementar. Son funciones que no tienen más de 3 líneas de código. Consisten en la inicialización de una variable, y una iteración (un bucle “for”) que va almacenando un valor nuevo o una actualización del valor anterior en cada etapa.

Para aquellos alumnos que hayan aprendido las nociones básicas de programación en las asignaturas TIC I y TIC II esta actividad no va a resultar de ninguna dificultad. La única novedad consistirá en dominar la sintaxis específica del lenguaje de programación Octave. Sin embargo, la actividad debe mantener este grado de sencillez, porque el objetivo es que aquellos alumnos que todavía no hayan adquirido conocimientos de programación sean capaces de escribir por sí mismos el código correspondiente a los problemas planteados.

- Duración estimada: 35 minutos.
- Tipo de actividad: de iniciación y de aplicación.
- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos individualmente con un ordenador cada uno.
- Entorno de trabajo: aula de informática.

- Competencias involucradas: 2, 3.
- Recursos didácticos empleados: ordenadores individuales, cañón proyector para el ordenador del profesor de la asignatura.

3.2.5.5 Actividad 5

La tercera sesión consiste en una única actividad. El objetivo principal es que los alumnos pasen el mayor tiempo posible programando funciones sencillas en el lenguaje de programación de Octave. Además, se pretende que se familiaricen con el entorno gráfico de Octave, utilizando los diferentes formatos de representaciones gráficas que ofrece este software matemático.

Para ello, se distribuirá a los alumnos en grupos pequeños. A cada grupo se le pedirá que trabaje con una función polinómica, una función trigonométrica, y una función exponencial. Se pedirá que generen, para cada una de las funciones, un pequeño código que pinte, dado un número natural n , un vector de n valores de la función correspondiente a lo largo de un intervalo cerrado. Para facilitar la tarea, se permite a los alumnos escoger el intervalo en cuestión, y se sugiere que utilicen una partición regular de n puntos, para que la distancia entre dos puntos sucesivos sea siempre la misma.

Se pedirá después que los alumnos representen gráficamente estas funciones. El objetivo es ver cómo, a medida que n aumenta, la representación obtenida es más fiel a la gráfica que ellos esperaban observar.

Los grupos de alumnos expondrán al resto de la clase las funciones escogidas, así como sus representaciones gráficas, y el código implementado. De todas las gráficas observadas, los alumnos escogerán dos, siguiendo estos criterios:

- 1) Se buscará una función sencilla, con una fórmula analítica cuya integral es fácil de calcular en un intervalo cerrado, y que sea estrictamente positiva en todos los puntos.
- 2) Se buscará otra función, arbitraria, con valores de signo opuesto en los extremos del intervalo, de tal manera que sea fácilmente calculable, mediante la resolución de una ecuación algebraica, el punto en el que la función vale 0 (teorema de Bolzano).

Los grupos que hayan escrito los códigos de las funciones escogidas, tendrán que enviar por correo electrónico su código al resto de los alumnos, para que sea el punto de partida en la siguiente sesión.

- Duración estimada: 50 minutos.
- Tipo de actividad: de iniciación.
- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos en grupos pequeños (4-5 integrantes).
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 1, 2, 3, 4.
- Recursos didácticos empleados: ordenadores individuales, cañón proyector para el ordenador del profesor de la asignatura.

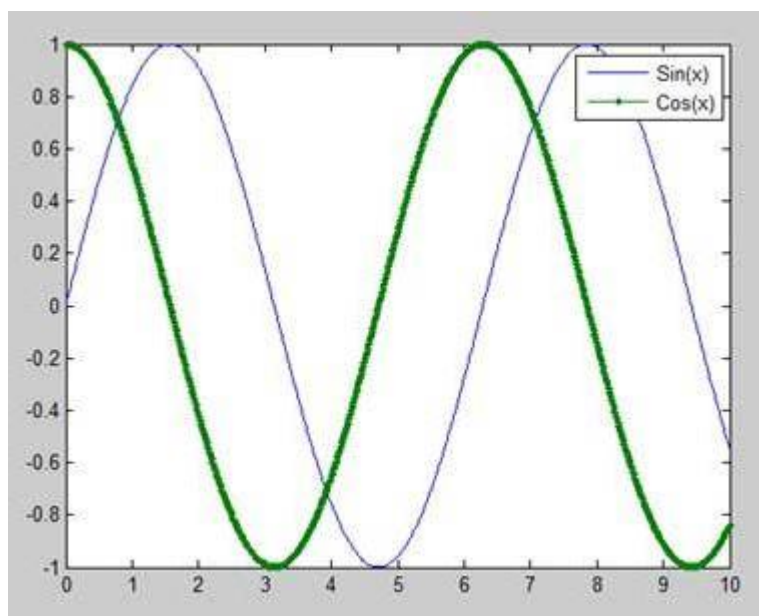


Figura 2: Ejemplo de gráficas de funciones representadas con Octave. Fuente: elaboración propia.

3.2.5.6 Actividad 6

Esta actividad es de refuerzo. Se recuerda, en la pizarra, el teorema de Bolzano visto previamente en el bloque de Análisis. El teorema de Bolzano dice lo siguiente: “si una función es continua en un intervalo cerrado, y tiene signos opuestos en los extremos del mismo, entonces debe haber al menos un punto del intervalo en el que la función vale cero”.

Se insistirá a los alumnos en el carácter existencial del teorema. Es decir: el teorema afirma que tal punto existe, pero no dice cuál es. A veces, encontrar tal punto puede ser complicado. Los alumnos saben calcular las raíces de una ecuación de segundo grado, conocen el método

de Ruffini, y saben resolver ecuaciones trigonométricas sencillas, pero en una amplia mayoría de funciones, no tienen recursos para encontrar las raíces.

Por tanto, la pregunta a realizar es: ¿nos puede ayudar en algo la programación a la hora de encontrar los puntos en los que una función vale cero?

- Duración estimada: 10 minutos.
- Tipo de actividad: de refuerzo.
- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos individualmente con un ordenador cada uno.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 2.
- Recursos didácticos empleados: pizarra clásica, cuaderno de apuntes.

3.2.5.7 Actividad 7

La respuesta a la pregunta planteada en la parte final de la actividad 6 es afirmativa. Y como muestra, el algoritmo de bisección que el profesor presenta en esta actividad. Esta presentación consiste en una exposición en la pizarra, en la que el profesor explica los detalles más significativos del algoritmo de bisección. El algoritmo consiste en partir por la mitad el intervalo de partida, y volver a plantear el enunciado del teorema de Bolzano en cada uno de los subintervalos. Se repite la operación después, en aquel intervalo que tenga valores de signo opuesto en los extremos.

El objetivo de la actividad es que los alumnos sean capaces de interiorizar el algoritmo. Además, la actividad es adecuada para reflexionar sobre el concepto de aproximación, en contraposición a exactitud, en el sentido de que un algoritmo iterativo puede ayudar a acercarse tanto como se quiera a la solución, sin llegar a dar un punto exacto. Es un buen momento para debatir sobre el paso clave: la representación de funciones continuas en espacios discretos.

- Duración estimada: 20 minutos.
- Tipo de actividad: de iniciación.
- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos en grupos de 5.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 2, 4, 7.
- Recursos didácticos empleados: pizarra clásica, cuaderno de apuntes.

3.2.5.8 Actividad 8

Esta actividad es también de repaso de contenidos del bloque de análisis. En particular, se refuerzan los conceptos de la integral de Riemann y la integral definida como herramienta de cálculo de áreas encerradas debajo de una función. En particular, se recuerda la integral de Riemann como límite de la suma superior y la suma inferior de una función.

Una vez más, nos planteamos si la programación puede ayudarnos a dar con una aproximación lo suficientemente buena de la integral de Riemann. ¿Qué pasa si, dada una partición del intervalo, se calcula la suma superior de una función en un intervalo dado y después la suma inferior? En principio, la integral de la curva debería estar entre esos dos valores. ¿Y qué ocurre si aumentamos tanto como queramos el número de puntos de la partición del intervalo? En principio, esos dos valores deberían aproximarse el uno a otro. De esta forma, se podría obtener una aproximación cada vez más y más precisa de la integral de la función en cuestión.

Entonces, ¿por qué no programar la suma superior y la suma inferior de una función utilizando Octave, para después ver los resultados con particiones más y más finas? ¿Qué tamaño debe tener la partición para que la aproximación a la integral de la función sea suficientemente buena? ¿Se puede mejorar de alguna forma la aproximación utilizando algún otro algoritmo?

- Duración estimada: 20 minutos.
- Tipo de actividad: de refuerzo.
- Situación de aprendizaje: los alumnos individualmente.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 2.
- Recursos didácticos empleados: pizarra clásica, lápiz y cuaderno de apuntes.

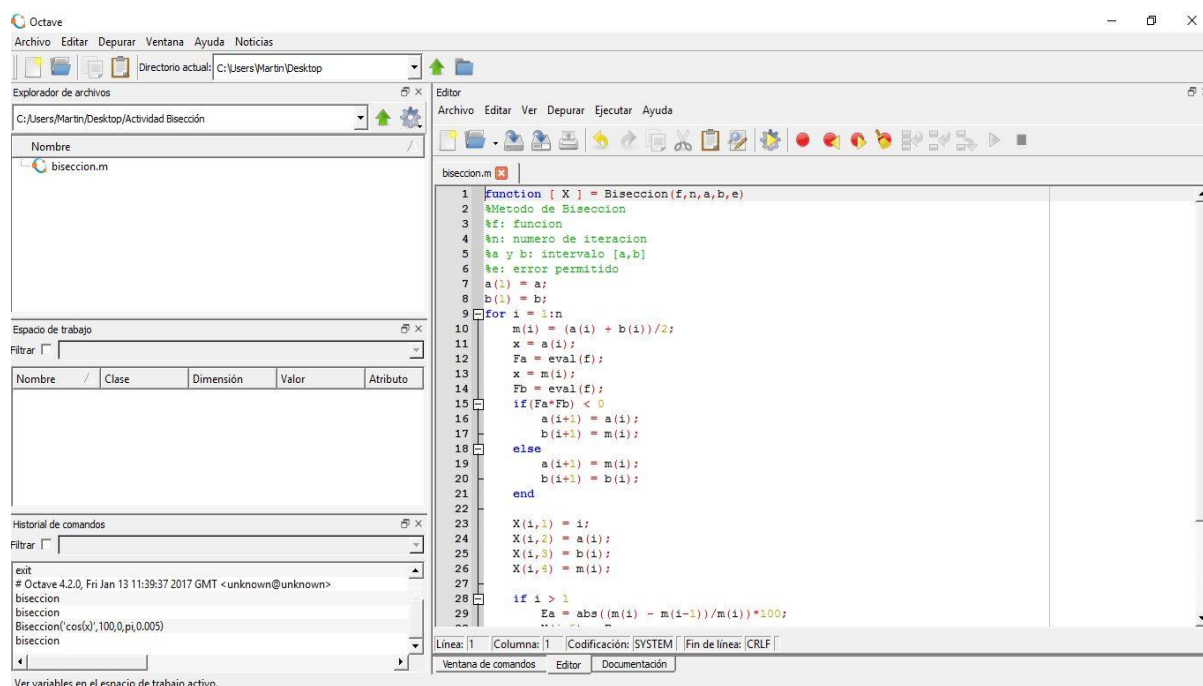
3.2.5.9 Actividad 9

La actividad 9 ocupa la penúltima sesión de la unidad didáctica, y es la actividad en la que los alumnos aplicarán los conocimientos adquiridos durante las 4 sesiones anteriores. Los alumnos deberán implementar el algoritmo de bisección y los algoritmos de suma superior y suma inferior de una curva. Después, aplicarán los algoritmos a las funciones escogidas en la sesión 3, y representarán gráficamente la aproximación a la solución real a medida que aumenta el tamaño de la partición.

Los alumnos trabajarán en grupos pequeños, de manera que unos ayuden a otros para llegar antes a la solución deseada. El profesor ejercerá como guía, orientando a los grupos cuando estén atascados en algún punto concreto de la implementación de los algoritmos. De la misma forma, si hay grupos en los que se avanza más rápido que en otros, los alumnos de distintos grupos podrán colaborar entre ellos.

El objetivo es que el profesor tenga que intervenir lo menos posible en el proceso de escritura de los algoritmos.

- Duración estimada: 50 minutos.
- Tipo de actividad: de aplicación.
- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos en grupos de 5.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 2, 3, 4, 6, 7.
- Recursos didácticos empleados: ordenadores personales, cañón para proyectar la pantalla del profesor.



```
1 function [ X ] = Biseccion(f,n,a,b,e)
2 %Metodo de Biseccion
3 %f: funcion
4 %n: numero de iteracion
5 %a y b: intervalo [a,b]
6 %e: error permitido
7 a(1) = a;
8 b(1) = b;
9 for i = 1:n
10     m(i) = (a(i) + b(i))/2;
11     x = a(i);
12     Fa = eval(f);
13     x = m(i);
14     Fb = eval(f);
15     if (Fa*Fb) < 0
16         a(i+1) = a(i);
17         b(i+1) = m(i);
18     else
19         a(i+1) = m(i);
20         b(i+1) = b(i);
21     end
22
23     X(i,1) = i;
24     X(i,2) = a(i);
25     X(i,3) = b(i);
26     X(i,4) = m(i);
27
28     if i >= 1
29         Ea = abs((m(i) - m(i-1))/m(i))*100;
30     end
31 end
```

Historial de comandos

```
exit
# Octave 4.2.0, Fri Jan 13 11:39:37 2017 GMT <unknown@unknown>
biseccion
Biseccion('cos(x)',100,0,pi,0.005)
biseccion
```

Figura 3: Código completo del algoritmo de bisección. Fuente: elaboración propia.

3.2.5.10 Actividad 10

La actividad 10 es la última de la unidad didáctica, y tiene como objetivo utilizar el software Octave para sorprender a los alumnos lo máximo posible con sus variadas aplicaciones. Suele ser habitual que los alumnos utilicen herramientas algebraicas en todos los bloques de la asignatura. Pero no lo es tanto que mezclen conceptos a priori pertenecientes a un bloque de manera clara para resolver problemas planteados en otros bloques de contenidos.

El objetivo de esta actividad es unir, a través de código escrito en lenguaje Octave, aspectos relacionados con el bloque de Geometría, de Análisis y de Estadística y Probabilidad. ¿Quién diría que una distribución de probabilidad y una variable aleatoria iba a servir para estimar el valor del número π , o para calcular el área encerrada en una figura plana?

A la hora de empezar la sesión, el profesor recordará las características de la distribución uniforme de probabilidad, y mostrará a los alumnos la función implementada en Octave que genera números aleatorios de acuerdo a esa distribución. Después, lanzará el siguiente reto a los alumnos: que calculen una estimación del número π utilizando una colección de números aleatorios creados con esa distribución.

Los alumnos tendrán que buscar en internet la forma de hacerlo. Es decir, tendrán que identificar las palabras clave, elegir los mejores enlaces disponibles, seguir las explicaciones ahí encontradas, y hacerse con la noción del algoritmo a implementar. Después, tendrán que implementar el algoritmo en lenguaje Octave.

Tras implementarlo, y mostrar los resultados al profesor y al resto de los grupos de alumnos, se verá qué grupo ha dado una mejor aproximación del número π .

Tras acabar el ejercicio, se planteará una discusión, sobre la relación de los algoritmos utilizados y el cálculo de áreas. Es probable que la mayoría de los alumnos encuentren una solución basada en el cálculo del área de un círculo. ¿Y si se utilizaran los números aleatorios para calcular áreas de figuras encerradas por funciones? Entonces, los alumnos probarán este método para calcular el área de la función para la que estimaron el área utilizando el método de la suma inferior y la suma superior. Y podrán comparar el grado de adecuación de ambos métodos.

- Duración estimada: 50 minutos.
- Tipo de actividad: de aplicación, de investigación y de motivación.

- Situación de aprendizaje: los alumnos distribuidos en grupos de 5.
- Entorno de trabajo: aula de informática.
- Competencias involucradas: 1, 2, 3, 4, 6, 7.
- Recursos didácticos empleados: aula informática con conexión a internet, pizarra con proyector conectado al ordenador del profesor.

```

1 clear;
2 n=1000000; # Número de puntos a dibujar
3 x=rand(n,1); # Primer componente del vector aleatorio
4 y=rand(n,1); # Segundo componente del vector aleatorio
5 figure('color','white'); #Colores para la figura.
6 hold all
7
8 axis square;
9 x1=x-0.5;
10 y1=y-0.5; %el centro del círculo está en el punto (0.5,0.5)
11 r=x1.^2+y1.^2; # La ecuación de la circunferencia
12 m=0; % Contador con el número de puntos dentro del círculo
13 for i=1:n
14     if r(i)<=0.25
15         m=m+1;
16         plot(x(i),y(i),'b.');
```

Figura 4: Código para estimar el número π con números aleatorios. Fuente: elaboración propia.

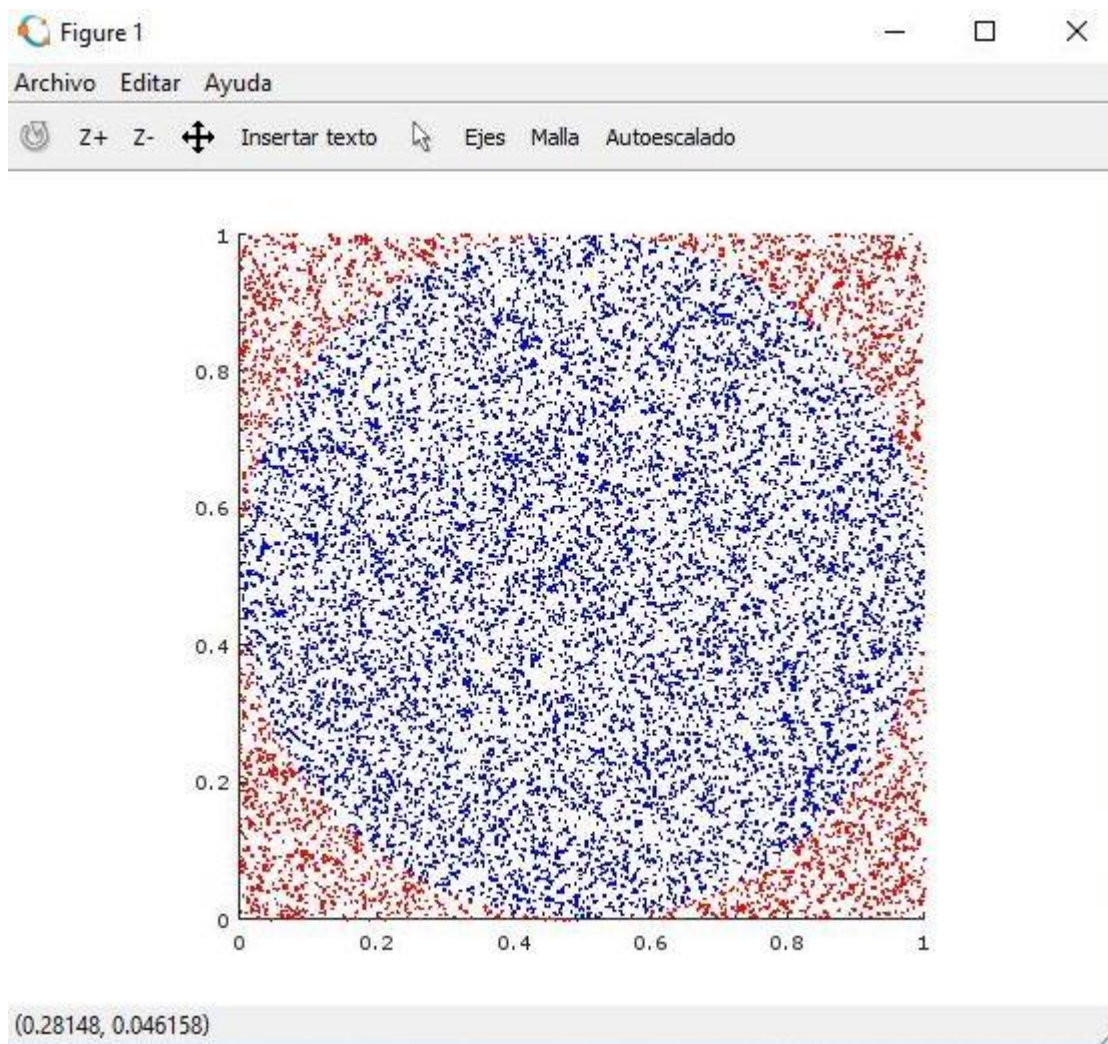


Figura 5: Resultado del algoritmo anterior, distinguiendo los puntos interiores y exteriores a la circunferencia. Fuente: elaboración propia.

3.2.6 Evaluación

Dado que es una unidad didáctica de nueva impartición, y además se añade a los contenidos de la programación anterior, el autor del estudio no considera necesario evaluar los contenidos de la unidad didáctica de manera que formen una parte esencial de la nota final. Sin embargo, pensando en aquellos alumnos que estén más motivados, o en aquellos que crean que van a necesitar subir la nota en la asignatura, se propone una actividad de evaluación voluntaria, que podría llegar a añadir un punto sobre la nota final obtenida por el alumno en la asignatura al final del curso.

Esta actividad evaluadora insiste en los conceptos básicos adquiridos durante la unidad didáctica. Consiste en plantear un problema matemático cuya solución se puede aproximar de manera aceptable a través de un código informático escrito en el lenguaje Octave. El trabajo

sugiere diferentes formas de resolución, y pide a los alumnos que programen todas ellas, para después comparar su eficacia. De esta manera, se consigue que los alumnos refuercen las ideas principales transmitidas en esta unidad didáctica:

- La importancia de un buen algoritmo numérico en la resolución de problemas
- El poder de la programación matemática para solucionar problemas de manera aproximada.
- La relación entre diferentes campos de las matemáticas.

Se presenta el enunciado de esta actividad de evaluación en el Anexo II.

En cuanto a los contenidos actitudinales, se sugiere el método de evaluación directa. El profesor observará los hechos relevantes de los alumnos respecto a estos contenidos durante las clases que se impartan en la unidad didáctica, siguiendo criterios de evaluación similares a los que se siguen en el resto de las unidades didácticas que componen la programación de la asignatura.

3.3 Evaluación del proceso de intervención

La unidad didáctica planteada en esta propuesta de intervención añade contenidos más allá del currículo básico de la asignatura Matemáticas II de 2º de bachillerato. Es una propuesta que pretende dar respuesta a la demanda de los alumnos de ampliar sus conocimientos sobre programación antes de llegar a la universidad. Es decir, es una propuesta de intervención que viene a responder una demanda específica de los exalumnos del centro que están cursando estudios universitarios.

Por lo tanto, para valorar el éxito de la intervención, se considera necesario mantener el contacto con los alumnos que hayan participado en ella una vez que vayan a la universidad, para ver si sus opiniones son favorables una vez que se enfrentan a la asignatura de programación en sus correspondientes estudios de grado. Sin embargo, esta valoración es difícil, porque depende del grado de contacto que el docente mantiene con sus exalumnos, y éste ha resultado ser desigual a lo largo de los años.

No obstante, resulta interesante evaluar de manera aislada la propuesta de intervención de este estudio, porque su aplicación tiene interés por sí mismo dentro del contexto de la asignatura de Matemáticas II. Por eso, se presenta una encuesta para que los alumnos respondan sobre diferentes aspectos relacionados con la unidad didáctica planteada. Esta encuesta se contestará después de haber finalizado la unidad didáctica.

La encuesta planteará preguntas sobre los siguientes aspectos:

- Grado de interés de los contenidos.
- Grado de importancia de los contenidos.
- Grado de cambio en la percepción de las matemáticas.
- Utilidad y aplicaciones prácticas de los contenidos.
- Metodología y situaciones de aprendizaje empleadas.
- Nivel de los conocimientos adquiridos.
- Posibles puntos de mejora.
- Comentario libre.

La idea de la encuesta es recoger toda la información posible para utilizarla, junto con la experiencia del profesor, para:

- Decidir si merece la pena seguir impartiendo esta unidad didáctica en cursos posteriores.
- Diseñar modificaciones en contenidos, temporalización y sistemas de evaluación.
- Modificar la temporalización de la unidad didáctica (cambios en el calendario, cambios en la duración dedicada a la programación matemática).

La encuesta se ha realizado utilizando la herramienta Google Forms, de tal manera que los alumnos no tienen más que entrar en el enlace que se aporta en la bibliografía ([15]), y contestar a las preguntas de manera sencilla. Esta forma mantiene el anonimato, porque en las preguntas de texto libre no se puede deducir qué alumno ha realizado la encuesta a partir de su caligrafía.

Se presenta la encuesta completa en el Anexo III de este trabajo.

4. DISCUSIÓN

La propuesta de intervención planteada en este estudio es arriesgada en varios aspectos, y eso hace que sea realmente necesario analizar de manera crítica las cuestiones que pueden hacer que su puesta en la práctica no cumpla con los objetivos deseados, además de generar problemas añadidos.

En primer lugar, la apuesta es arriesgada porque se propone añadir una unidad didáctica, sin eliminar ningún elemento de la programación que seguía la asignatura Matemáticas II en años anteriores. Esto supone más carga de trabajo, tanto para el profesor como para los alumnos, en el mismo espacio temporal.

No calcular bien esa carga de trabajo supone un riesgo, sobre todo para los alumnos. Hay que tener en cuenta que al finalizar este curso los alumnos realizan el examen de Selectividad, que les permitirá acceder a los estudios universitarios deseados. Por tanto, es imprescindible que los alumnos lleguen con la preparación adecuada a ese examen. Si esta propuesta de intervención se pone en marcha, y después de navidades los alumnos no tienen tiempo para asimilar todos los contenidos del currículo oficial, se corre el riesgo de que lleguen con una preparación más justa al examen de Selectividad, lo cual va en contra de sus intereses.

Sin embargo, todo indica que es un riesgo bien calculado. La propuesta se limita a un grupo de alumnos con gran capacidad para el estudio de las matemáticas. La entrevista con el profesor de la asignatura deja claro que todos los años sobra tiempo suficiente para preparar el examen de Selectividad con garantías, y que quitar una semana y media a esa preparación es un precio asumible.

En cualquier caso, si existen dudas sobre este riesgo asumido, el departamento de matemáticas del centro tendrá que valorar si se puede recuperar ese tiempo extra reduciendo contenidos o actividades de otros bloques de contenidos. En ese sentido, es recomendable que haya cierta coordinación vertical en el departamento de matemáticas del centro. Conocer el rendimiento del grupo de alumnos en la asignatura Matemáticas I en 1º de bachillerato puede ser la mejor pista a la hora de tomar una decisión sobre la posibilidad de implementar esta propuesta de intervención a ese grupo de alumnos cuando cursen la asignatura Matemáticas II.

Por otra parte, la propuesta requiere una serie de medidas en cuanto a recursos educativos. El centro dispone de todo el equipo informático y de toda la infraestructura necesaria para su

puesta en marcha. La única modificación importante es la necesidad de instalar el software GNU Octave en los ordenadores del centro, algo que no supone ningún coste, porque el software es de licencia libre, y por tanto, gratuito.

Por último, es importante ser meticuloso en la evaluación de la aplicación de esta propuesta de intervención. La encuesta de evaluación puede dar pistas sobre las acciones a tomar en cursos posteriores. Junto con la experiencia del profesor que ha impartido la unidad didáctica, será la clave a la hora de detectar puntos de mejora cara al futuro.

5. CONCLUSIONES

Este estudio es una respuesta a una necesidad detectada en el centro SUMMA-Aldapeta de San Sebastián, según la cual los alumnos perciben la necesidad de alcanzar las etapas universitarias con un mayor nivel en programación. En el departamento de matemáticas, esto se ve como una oportunidad para mejorar no sólo el nivel de programación de los alumnos, sino de mejorar su experiencia en el propio aprendizaje de las matemáticas, a través de la programación matemática. Este estudio plantea una propuesta de intervención para aprovechar esta oportunidad.

El estudio del marco teórico reafirma la primera impresión del departamento: la evidencia científica muestra que aprender a programar algoritmos matemáticos mejora de manera drástica el aprendizaje de matemáticas de los alumnos. Esto hace que sea una tendencia muy actual incluir progresivamente contenidos de programación en asignaturas de matemáticas en los currículos de distintos países. Es decir, mediante la inclusión de una unidad didáctica dedicada a la programación matemática, el centro está dando pasos a una mejora educativa. Además, el marco teórico estudiado resalta el éxito educativo alcanzado utilizando la herramienta GNU Octave, que es el software propuesto por este trabajo para desarrollar la unidad didáctica planteada. Por otra parte, se constata que enseñar matemáticas de manera integrada con otras áreas como la tecnología, así como enfatizar las conexiones entre diferentes áreas de las matemáticas, es una práctica avalada por la literatura científica.

También se caracteriza el contexto educativo en el que se enmarca la propuesta de intervención. Se estudia su encaje en el marco normativo actual, así como el grupo de alumnos destinatario de la propuesta. De esta manera, se justifica que se dan las garantías suficientes para que el proyecto pueda ser implantado de manera satisfactoria.

En cuanto a la propuesta de intervención en sí misma, se proporciona una lista detallada de actividades, especificando los objetivos generales y específicos, así como las competencias básicas que se trabajan en cada una de ellas.

6. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA

6.1 Limitaciones

Una de las limitaciones principales de este estudio es la falta de información precisa sobre el grado de conocimientos sobre programación que los alumnos tendrán antes de iniciar la unidad didáctica propuesta en este estudio. Siendo el primer año en el que la LOMCE se implanta en el País Vasco, el curso 2016-2017 es el primero en el que se van a impartir las asignaturas TIC I y TIC II. De cara a su puesta en marcha en el curso académico 2017-2018, el departamento de matemáticas deberá adaptar la propuesta de intervención utilizando información que a día de hoy no se dispone.

Por ejemplo, esta propuesta se ha realizado sin conocer de manera fehaciente si el centro incluirá las asignaturas TIC I y TIC II en la vía Científico-Técnica de la modalidad de Ciencias de bachillerato. Es decir, la unidad didáctica se ha propuesto sin base empírica asumiendo que todos los alumnos tendrán un nivel similar de programación, y que éste será casi nulo. En la práctica, podría ocurrir que unos alumnos tuvieran más conocimientos que otros en materia de programación, por haber cursado una asignatura que lleva la programación en su bloque de contenidos. Sin embargo, esto no se ve como un impedimento para desarrollar la unidad didáctica. Al contrario: se ve esta situación como una oportunidad para desarrollar el aprendizaje cooperativo, prestando ayuda los alumnos más aventajados en la materia a los compañeros con conocimientos más básicos de programación.

En cualquier caso, se considera necesaria una coordinación horizontal entre departamentos, ya que una coordinación entre los diseñadores de las asignaturas TIC I y TIC II y los de Matemáticas I y II podría mejorar la propuesta realizada en este estudio.

Otra limitación importante del estudio es la preparación del profesorado. El estudio presupone que el profesor de la materia sabe programar, y que además domina el lenguaje de programación GNU Octave. Esto es así, porque este lenguaje es necesario para acercarse lo máximo posible a la experiencia de usuario de MATLAB, el lenguaje más utilizado por los estudiantes en el ámbito universitario. Es poco probable que un profesor de matemáticas de bachillerato no tenga nociones básicas de programación por su formación, pero eso no significa que esté capacitado para impartir docencia sobre la materia sin una preparación adicional. Por tanto, será necesario que los docentes muestren una predisposición a formarse en la materia de programación, así como en el uso de GNU Octave, para que la experiencia sea lo más satisfactoria posible tanto para ellos como para los alumnos.

También es posible que el proyecto encuentre reticencias entre los propios alumnos. Los alumnos que ya han abandonado la universidad son más conscientes de la necesidad de tener conocimientos básicos de programación, pero puede que ese no sea el caso en los alumnos del centro a los que se dirige la propuesta. Es posible que algunos alumnos perciban esta unidad como un obstáculo que les hará trabajar más de la cuenta en materias que no les hacen falta para preparar la Selectividad, su gran objetivo del año. De ahí que sea importante plantear la unidad didáctica de la manera más motivadora posible, cambiando las situaciones de aprendizaje, planteando el trabajo en equipo, y permitiendo a los alumnos explorar por su cuenta lo máximo posible, haciendo que el trabajo sea lo más constructivo posible.

6.2 Prospectiva

Esta unidad didáctica es un primer intento de incluir la programación matemática en la programación de la asignatura Matemáticas II. Por tanto, la propuesta no tiene un carácter definitivo. Es importante hacer un seguimiento continuo de su eficiencia, para ir añadiendo variaciones que la puedan hacer cada vez más atractiva a los alumnos, así como más eficiente desde el punto de vista del aprendizaje de las matemáticas.

Por tanto, el proyecto puede ser modificado en años posteriores, dependiendo de la evaluación anual del proyecto basada en las encuestas externas realizadas por el centro a los exalumnos, las encuestas internas realizadas por el profesor de la asignatura a los alumnos, y la experiencia personal del profesor. En este apartado se muestran algunas de las posibles variaciones que podría sufrir el proyecto a lo largo del tiempo

6.2.1 Temporalización

La propuesta está planteada para desarrollarse justo después del bloque de Análisis. Sin embargo, es evidente que la programación matemática se puede utilizar para resolver problemas de cualquiera de los otros bloques reconocidos en la normativa vigente. Por tanto, existe la posibilidad de que la unidad didáctica dedicada a la programación se sitúe en el tiempo al final de cualquiera de los otros bloques. De hecho, si se considera que hay tiempo suficiente para ello, se podría plantear realizar una unidad didáctica de programación al acabar cada uno de los bloques de contenidos, aumentando el grado de familiaridad de los alumnos con la programación.

6.2.2 Extensión a otros cursos de la asignatura

Aunque la propuesta inicial se plantea para los alumnos de 2º de bachillerato, se podría plantear la posibilidad de incluir un bloque de contenidos de programación en 1º de bachillerato, cuando los alumnos no tienen la carga de la Selectividad tan presente. Se podría enseñar a programar con problemas más sencillos, de manera que, en 2º de bachillerato, fueran capaces de resolver problemas sobre contenidos más avanzados, sin apenas perder tiempo aprendiendo a programar propiamente dicho.

Es decir, se podría estudiar la integración, a todos los niveles, de la programación matemática como un bloque de contenidos de formación continua plenamente integrada en la asignatura. Los alumnos verían la programación y el software matemático como una herramienta más de resolución de problemas, así como hacen hoy en día con la calculadora. Así, podrían utilizar software matemático, y la capacidad de escribir código algorítmico en él, de manera habitual.

6.2.3 Cambios en el entorno de programación

La presente propuesta plantea que el proyecto se realice utilizando GNU Octave como lenguaje de programación, por su gran similitud con el lenguaje de MATLAB, tan ampliamente utilizado en el ámbito universitario. Sin embargo, no hay que olvidar que otras herramientas educativas de sobrada eficacia evolucionan hasta el punto de integrar lenguajes de programación avanzados en su entorno de trabajo. Por ejemplo, Geogebra, una herramienta ya conocida en el ámbito educativo, se integrará en su quinta versión con Python, un lenguaje de programación que está ganando adeptos en la programación matemática y funcional en el mundo de la ingeniería y de las ciencias técnicas (siempre de acuerdo con las intenciones mostradas por sus desarrolladores en la página web del proyecto). Por tanto, a medio plazo puede resultar efectivo cambiar el entorno de trabajo, con todo lo que ello supondría en cuanto a preparación del profesorado, instalación de software, etc.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baeza-Baeza, J.J., Pérez-Pla, F.F. y García-Álvarez-Coque, M.C. (2015). Teaching Chemical Equilibria Using Open Source Software OCTAVE. *World Journal of Chemical Education*, volumen 3(6), 127-133
- Cataloglu, E. (2006). Open Source Software in Teaching Physics: a Case Study on Vector Algebra and Visual Representations. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, volumen 5(1), 68-74
- Committee on STEM Education National Science and Technology Council of USA, *Federal STEM Education 5 year Strategic Plan*, recuperado el 13 de enero de 2017 de https://www.whitehouse.gov/sites/default/files/microsites/ostp/stem_stratplan_2013.pdf
- Dubinsky, E. (1995). ISTL: A programming language for learning mathematics. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, volumen 48(9), 127-1051
- Education Council of Australia, *National Stem Education System Strategy*, recuperado el 13 de enero de 2017 de <http://www.scseec.edu.au/site/DefaultSite/filesystem/documents/National%20STEM%20School%20Education%20Strategy.pdf>
- Feurzeing, W. y Papert, S.A. (2011). Programming-languages as a conceptual framework for teaching mathematics. *Interactive Learning Environments*, volumen 19(5), 487-501
- Frykholm, J., Glasson, G. (2005). Connection Science and Mathematics Instruction: Pedagogical Context for Teachers. *School Science and Mathematics*, volumen 105 (3), 127-140
- Gobierno de los Estados Unidos de América, *Computer Science for All*, recuperado el 13 de enero de 2017, de <https://www.whitehouse.gov/blog/2016/01/30/computer-science-all>
- Howe, J.A.M., Ross, P.M., Johnson, K.R., Plane, Fl e Inglis, R. (1982). *Teaching Mathematics through programming in the classroom*. *Computers and Education*, volumen 6(1), 88-91
- Kusbeyzi, I., Hacinliyan, A. y Aybar, O.O (2001). Open source software in teaching mathematics. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, volumen 15, 769-771

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de Diciembre, *para la mejora de la calidad educativa (LOMCE)*.
Boletín oficial del estado, de 10 de Diciembre de 2013

Moore, E.H. (1903). On the Foundations of Mathematics. Presidential Address Delivered Before the American Mathematical Society at Its Ninth Annual Meeting, *Bulletin of American Mathematical Society*, volumen 9, 420-424

National Council of Teachers of Mathematics (USA), *Principles and Standards*, recuperado el 13 de enero de 2017, de <http://www.nctm.org/standards/>

National Science Foundation, USA. Scholarships in Science, Technology, Engineering, and Mathematics (S-STEM), recuperado el 13 de enero de 2017, de https://www.nsf.gov/publications/pub_summ.jsp?ods_key=nsf17527

Obama, B.H., (2016). *State of the Union*. Recuperado el 13 de Enero de 2017, de <https://www.whitehouse.gov/sotu>

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Boletín oficial del estado, de 3 de enero de 2015

ANEXO I: ENTREVISTA

Jesús María Erausquin es profesor del departamento de Ciencias en el centro SUMMA-Aldapeta desde hace más de 35 años. En los últimos años su actividad se ha centrado en impartir las asignaturas de Matemáticas y Físicas en la etapa de Bachillerato, habiendo ocupado también el cargo de Adjunto a la Dirección de Bachillerato. También ha asumido de manera recurrente la responsabilidad de la tutoría del grupo de la vía Ciencias 2 de Bachillerato, siendo el tutor del mismo grupo durante los dos cursos académicos de la etapa. Por otra parte, en los últimos años también ha ejercido como tutor de alumnos de prácticas en la actividad docente. Esta entrevista se realiza, precisamente, durante el desarrollo de las prácticas de actividad docente del autor de este estudio en el centro SUMMA-Aldapeta bajo la tutoría del profesor Erausquin.

Pregunta: Durante este periodo de prácticas, usted ha comentado la necesidad de ampliar los conocimientos de los alumnos en programación. ¿Por qué?

Respuesta: Es una necesidad observada a partir de los comentarios recibidos por parte de varios exalumnos del centro. Muchos alumnos del centro siguen con sus estudios académicos en carreras con contenidos técnicos en facultades de ciencias o de ingenierías, y se encuentran con la asignatura de programación en sus estudios de grado. La mayoría de estos alumnos son aquellos que han cursado el Bachillerato en la vía Ciencias 2 de la modalidad de Ciencias y Tecnología. De hecho, la vía Ciencias 2 se ofrece precisamente para aquellos alumnos que quieran seguir después su carrera académica en las carreras mencionadas.

P: ¿Cuál es la opinión de estos alumnos sobre su preparación en programación?

R: Muchos de ellos coinciden al señalar que es una de las asignaturas que más les cuesta, porque los conceptos son prácticamente nuevos para ellos.

P: ¿Qué materias de modalidad son las que caracterizan la vía Ciencias 2?

R: Actualmente, la característica principal de esta vía es que sus alumnos estudian las materias de modalidad Dibujo Técnico I y II, así como la asignatura Físicas. Está diseñado así para facilitar el salto a los estudios universitarios a los futuros ingenieros y arquitectos. Además, en el centro pensamos que son asignaturas útiles también para la preparación de futuros alumnos de estudios de ciencias técnicas.

P: ¿Hay alguna asignatura, o bloque de contenidos, dedicado a impartir contenidos de programación?

R: A día de hoy, no. Los pocos conocimientos que tienen los alumnos en materia de programación son los que adquieren aquellos alumnos que han cursado la asignatura de Informática durante su etapa de la ESO.

P: ¿La necesidad de impartir contenidos de programación sólo se ha observado en los alumnos de esta vía?

R: Sí. Es cierto que muchos alumnos de otras vías terminan tarde o temprano utilizando software matemático. Por ejemplo, los estudiantes de la vía Ciencias 1, cuyos alumnos suelen hacer estudios relacionados con las Ciencias de la Salud y la Biología, suelen hacer un uso intensivo de software estadístico en sus estudios universitarios. Pero no estudian la programación como materia de aprendizaje propia. Es decir, no aprenden a programar, sino a utilizar programas diseñados para fines específicos. Sin embargo, los futuros ingenieros, matemáticos o físicos dedican buena parte de sus estudios a aprender a programar, y a resolver problemas a través de la programación.

P: La LOMCE incluye, en el currículo básico de bachillerato, las asignaturas TIC I y TIC II, con un bloque de contenidos específico para la programación.

R: Así es. De hecho, incluir estas dos asignaturas en la vía de Ciencias 2 es una cuestión que se está valorando, precisamente por ese motivo.

P: Entonces, ¿por qué incluir contenidos de programación en la asignatura de Matemáticas?

R: En primer lugar, porque la programación numérica no sólo sirve para potenciar los aprendizajes adquiridos sobre programación, sino también para enriquecer el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Hay que tener en cuenta que la programación numérica es una de las ramas de las matemáticas que más está avanzando en los últimos años. Tiene un peso específico en los grados de Matemáticas, Físicas e Ingenierías de perfil técnico. Y sin embargo, el currículo básico no contempla para la asignatura Matemáticas ningún bloque de contenidos para esta rama. Por tanto, estos contenidos abrirían los ojos a los alumnos, mostrándoles una nueva rama de las matemáticas. En segundo lugar, porque la programación matemática es una poderosa herramienta de resolución de problemas, y por tanto, los alumnos que la dominen tendrán más armas para enfrentarse a los problemas cotidianos. Es decir,

potencia de manera significativa la adquisición de la competencia matemática. Y en tercer lugar, porque creo que la programación puede servir para hacer la asignatura de Matemáticas mucho más atractiva y motivadora. Sirve para presentar contenidos de manera más innovadora.

P: ¿Cuáles son las características principales del grupo de alumnos de la vía Ciencias 2?

R: En general, suele tratarse de un grupo de alumnos muy motivados por el estudio. Son alumnos aplicados, responsables, y con ganas de hacerlo bien. Hay que tener en cuenta que muchos de ellos quieren estudiar después grados universitarios con una nota de entrada alta, y por tanto, se toman muy en serio sus estudios en Bachillerato. Además, dado que la mayoría están interesados en las ciencias técnicas, suelen mostrar un interés alto por las matemáticas. Esto se traduce, habitualmente, en que los alumnos suelen tener una capacidad más alta que la media a la hora de interiorizar conceptos matemáticos. Además, suelen ser más rápidos y más precisos con el cálculo, la aritmética, y el manejo de las operaciones algebraicas. Todo esto hace que sea más fácil y rápido impartir la misma materia en este grupo que en el resto de los grupos de Bachillerato, incluso con una carga de profundidad y rigor superiores.

P: Para incluir un bloque de contenidos nuevo hace falta tiempo. ¿De dónde saldría? ¿Se eliminarían contenidos de otros bloques que se imparten en la actualidad?

R: Según mi experiencia, creo que no existe ningún problema para añadir nuevos contenidos a la programación de la asignatura Matemáticas II que seguimos actualmente en el Centro. En Matemáticas I, en el primer curso, tenemos una carga de contenidos que nos deja menos margen. Pero en el segundo curso, en Matemáticas II, dedicamos gran parte de la asignatura a preparar los contenidos de los que se examinan los alumnos en las Pruebas de Acceso a la Universidad, o examen de Selectividad. Todos los años terminamos de impartir los contenidos de la programación mucho antes del fin de curso, teniendo un tiempo considerable para preparar a los alumnos para los exámenes mencionados. Durante este periodo final, dedicamos las clases a la resolución de exámenes de años anteriores, y a la resolución de problemas de diferente tipo. Según mi experiencia, observo que en este grupo de alumnos no es necesario dedicar tanto tiempo a estas actividades, porque los alumnos tienen los conocimientos bien afianzados, y repetir un examen tras otro les aburre y les cansa.

P: ¿Cuál sería el tiempo disponible para impartir estos nuevos contenidos?

R: Considero que una unidad didáctica de unas 5 o 6 sesiones sería lo ideal, porque si por cualquier motivo tuviera problemas para seguir con el ritmo habitual en clase, todavía tendría margen suficiente para impartir todos los contenidos de la programación previamente establecida.

P: En cuanto a la temporalización, ¿cuál sería el momento adecuado para impartir este nuevo bloque de contenidos?

R: Es algo que no tengo del todo claro. Uno de los aspectos clave de la programación matemática es que es una herramienta común al resto de las ramas de las matemáticas. Por eso, creo que podría ser una herramienta útil para mostrar contenidos de cualquier bloque de la asignatura. De hecho, para mostrar las matemáticas de manera atractiva, creo que sería clave conectar contenidos de unos bloques con contenidos de otros, porque esto permitiría presentar las matemáticas como una ciencia conjunta, no como una unión de bloques independientes e inconexos. Sin embargo, hay dos motivos que me hacen pensar que el momento adecuado es impartir estos contenidos después del bloque de Análisis. El primero de ellos es que, al acabar con el bloque de análisis, suele quedar una semana y media antes de navidades, que suelo emplear en reforzar los contenidos del bloque. La programación me permitiría seguir haciendo lo mismo, introduciendo una nueva herramienta. En segundo lugar, creo que permitiría a los alumnos terminar el primer trimestre con una motivación alta, empezando con las pilas cargadas los nuevos bloques de contenidos a la vuelta de vacaciones.

P: ¿Qué peso tendría esta unidad didáctica en la evaluación final del alumno?

R: En mi opinión, este no es a día de hoy un aspecto demasiado relevante. Bastaría con evaluar los contenidos actitudinales a través de la observación directa. Sobre todo porque, al ser una experiencia nueva, sería injusto cargar sobre el alumno cualquier error de diseño de la unidad didáctica. Puestos a evaluar los contenidos, creo que lo lógico sería añadir alguna actividad de evaluación de carácter voluntario, en forma de pequeño trabajo, que permitiera subir la nota final en una pequeña cantidad a aquellos alumnos que se enfrentaran con ella. Considero mucho más importante, no obstante, diseñar un sistema de evaluación de la propuesta, para poder mejorarla año a año.

P: Una cuestión importante, cada vez que se incluyen nuevos contenidos en una asignatura, es saber si los profesores tienen conocimientos suficientes para poder impartirlos. ¿Dispone el centro de profesores de matemáticas que sepan programar?

R: La programación numérica es, como decíamos antes, una rama esencial en cualquier carrera universitaria de ciencias técnicas. Por tanto, no es ajena a ninguno de nuestros profesores de nuestro departamento. Es cierto que algunos tenemos conocimientos algo obsoletos sobre la materia, pero considero que la mejora continua es esencial en nuestra profesión. Por tanto, si se considera interesante incluir la programación matemática en la programación de la asignatura, los profesores tendrán la necesidad, el deber y la capacidad de preparar esos contenidos.

P: Hablemos sobre la metodología. La programación se puede enseñar de distintas maneras: se puede enseñar en lenguaje algorítmico sobre la pizarra, pero sin llegar a programar. O también se puede limitar a enseñar un lenguaje de programación concreto, sin hacer énfasis en la parte algorítmica. ¿Qué opinas sobre el enfoque metodológico que hay que seguir en este caso?

R: Como comentaba antes, creo que es especialmente interesante hacer este bloque de contenidos lo más motivador posible para el alumno. Para eso, considero esencial que los alumnos trasteen con los ordenadores, escriban código, y pongan código suyo a funcionar. Por tanto, creo que se debería seguir una metodología lo más participativa posible, permitiendo que los alumnos intervengan, discutan entre ellos y programen.

P: En función de la finalidad del código, se pueden utilizar distintos lenguajes de programación, y distintos softwares matemáticos. ¿Conoce usted alguno? ¿Considera alguno de ellos como el más adecuado para los fines que estamos discutiendo?

R: Hace mucho que no programo, y por tanto, no estoy al día de los distintos lenguajes de programación. No obstante, los exalumnos con los que hablo suelen mencionar de manera recurrente el software MATLAB, por ser el que más utilizan en el ámbito universitario para el desarrollo de la programación numérica. Al parecer, es un software que, además de servir para programar, incluye paquetes con muchas herramientas útiles para la ingeniería. Ignoro si es un software gratuito, o si tiene una licencia demasiado cara. Sería una cuestión a discutir con el departamento informático del centro. En cualquier caso, puedo adelantar que suelen preferir instalar software de código libre, no sólo porque es gratuito, sino porque su uso transmite valores positivos al alumnado.

ANEXO II: ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN

En este anexo, se presenta el enunciado de la actividad de evaluación que los alumnos deberán realizar de manera voluntaria, y que les permitirá subir un punto en la nota final de la asignatura.

ENUNCIADO

PREGUNTA 1: Escribe tres funciones que devuelvan, para un número natural n dado, los números primos menores que n de tres maneras distintas:

- i) Recorriendo todos los números, de 1 a n , y comprobando si cada uno de ellos es divisible por todos los números anteriores
- ii) Recorriendo todos los números, de 1 a n , y comprobando si cada uno de ellos es divisible por algún número primo menor que ellos.
- iii) Implementando el algoritmo de criba de Eratóstenes.

PREGUNTA 2:

- i) ¿Cuál de los tres es más rápido?
- ii) Representa gráficamente la evolución del tiempo empleado por cada función en devolver el resultado, a medida que n se va haciendo grande, empezando por $n=1$ y llegando a $n=10000000$.
- iii) Describe la situación observada en el gráfico anterior, comparando la evolución de los tres algoritmos para distintos valores de n . ¿Cuál de ellos consideras más adecuado? Razona tu respuesta.

PREGUNTA 3:

La gráfica anterior muestra, para cada n en $[1,10000000]$, el tiempo empleado por el ordenador en devolver los números primos menores de n . El objetivo de esta pregunta es responder cuál es el tiempo total que ha dedicado el ordenador a obtener los puntos de la gráfica de cada función.

- i) Calcula este tiempo utilizando las funciones “tic” y “toc” de Octave.
- ii) Haz una estimación de este tiempo total calculando el área debajo de cada una de las curvas utilizando la distribución uniforme. ¿Cómo de buena es la aproximación obtenida?

ANEXO III: ENCUESTA DE EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Encuesta sobre el tema de la programación matemática

Nos gustaría conocer tu opinión sobre los siguientes aspectos relacionados con el curso de programación matemática que hemos visto en clase.

1. Sobre los contenidos (1=nada de acuerdo, 5=totalmente de acuerdo)

Marca solo un óvalo por fila.

	NS/NC	1	2	3	4	5
Me parecen interesantes	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me parecen novedosos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me parecen útiles	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me parecen necesarios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me parecen motivadores	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

2. Sobre la forma de dar clase (1=nada de acuerdo, 5=totalmente de acuerdo)

Marca solo un óvalo por fila.

	NS/NC	1	2	3	4	5
El ritmo ha sido el adecuado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Las explicaciones han sido claras	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me ha gustado trabajar en grupos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me han gustado los debates	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
He participado activamente en clase	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Las clases han sido entretenidas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

3. Sobre los problemas trabajados (1=nada de acuerdo, 5=totalmente de acuerdo)

Marca solo un óvalo por fila.

	NS/NC	1	2	3	4	5
Me han parecido entretenidos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
La dificultad es asumible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me han servido para repasar contenidos teóricos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me han parecido adecuados para el tema tratado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

4. Sobre el trabajo voluntario (1=nada de acuerdo, 5=totalmente de acuerdo. Responde sólo si has decidido hacerlo)

Marca solo un óvalo por fila.

	NS/NC	1	2	3	4	5
Se adecua a los visto en clase	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me ha parecido un reto motivador	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me ha parecido muy difícil	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Lo he hecho sólo para subir nota	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Lo he hecho porque me motivaba	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
La ayuda recibida para hacerlo ha sido la adecuada	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

5. Sobre la programación matemática (1=nada de acuerdo, 5=totalmente de acuerdo.)

Marca solo un óvalo por fila.

	NS/NC	1	2	3	4	5
Me parece una herramienta interesante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me parece útil para resolver problemas matemáticos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Sirve para ver las matemáticas de otra manera	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
En general, me ha gustado programar	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6. ¿Conocías previamente el software GNU Octave?

Marca solo un óvalo.

- Sí
- No

7. ¿Conoces alguna herramienta similar que te parezca mejor? ¿Cuál?

.....

8. Puntúa de 0 a 10 el tema sobre programación

Marca solo un óvalo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

9. ¿Algo más que añadir?

.....

.....

.....

.....