

**Universidad Internacional de La Rioja**  
**Máster Universitario en Neuropsicología y**  
**Educación**

# Relación entre la memoria de trabajo, la planificación y el aprendizaje matemático

**Trabajo fin de más-  
ter presentado por:**

Diana Carolina Moreno Arias

**Titulación:** Máster Neuropsicología y Educación

**Línea de investigación:** Procesos de memoria y habilidades de  
pensamiento

**Director/a:** Andrés Fernández Martín

Ciudad: Tunja, Colombia

Mayo, 2016

## Resumen

Desde temprana edad el niño empieza a enfrentarse a situaciones cotidianas que lo llevan a dar respuesta y resolver problemas y tareas de tipo cognitivo, desarrollando posteriormente destrezas que favorecen su proceso de aprendizaje. De entre estas capacidades la memoria de trabajo y la planificación pueden ser variables que influyen en la capacidad para resolver adecuadamente problemas matemáticos. El objetivo de este trabajo fue conocer si existe relación entre la memoria de trabajo, la planificación y la capacidad de resolver problemas aritméticos y así, facilitar el aprendizaje de las matemáticas en alumnos de grado segundo de primaria. Para este estudio se contó con un grupo de 32 niños, de edades comprendidas entre los 7 y 8 años, a los cuales se les aplicaron algunas subpruebas del WISC-R para estudiar su memoria de trabajo el Torres de Hanói, para estudiar su planificación y los problemas de Benton-Luria, para evaluar su capacidad de resolver problemas matemáticos. Los resultados evidenciaron una relación estadísticamente significativa entre la planificación y la memoria de trabajo, medida por las pruebas de torres de Hanói y las subpruebas de Aritmética y Dígitos de la WISC-R, y la habilidad para resolver problemas matemáticos. Se observó que los niños con buena capacidad de planificación y memoria de trabajo, es decir con habilidad para identificar y organizar las acciones que conducen a un logro determinado; que anticipan, ensayan y ejecuta secuencias de forma prospectiva; y, que además tienen habilidad de razonamiento numérico, agilidad en el manejo, reorganización, retención de la información, adecuado desarrollo de secuencias y flexibilidad cognitiva, presentan mayor facilidad para resolver problemas matemáticos.

**Palabras Clave:** Planificación, Memoria de Trabajo, Problemas Matemáticos, Funciones Ejecutivas.

## **Abstract**

Since early age the child begins to face everyday situations that lead him to respond and solve problems and cognitive tasks that developing subsequently skills that favor his learning process. Inside, these abilities working memory and planning can be variables that affect on the ability to solve mathematical problems appropriately. The aim of this research was to know whether there is relationship among working memory, planning and the ability to solve arithmetic problems, and thus facilitate the mathematics learning in second grade's students. For this research, the researcher included a group of 32 children, aged between 7 and 8 years, whom were applied some subtests of the WISC-R to study their working memory, Hanoi Tower, to study their planning and Benton-Luria problems, to assess their ability to solve mathematical problems. The outcomes showed a significant statistically relationship between planning and working memory, it was measured by the tests Hanoi Towers and Arithmetic and Digits WISC-R subtests, and the ability to solve mathematical problems. It was observed that children with good planning ability and working memory, it means with ability to identify and organize actions that lead to a particular achievement that anticipate, test and run sequences prospectively. Besides they have the ability of numerical reasoning, handling agility, reorganization, retention of information, appropriate sequence development and cognitive flexibility, they have greater ability to solve mathematical problems.

**Keywords:** Planning , working memory, mathematical problems, executive functions.

## INDICE

<b>Resumen</b>	<b>2</b>
<b>Abstract</b>	<b>3</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>4</b>
<b>INDICE DE TABLAS</b>	<b>8</b>
<b>INDICE DE FIGURAS</b>	<b>8</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>9</b>
<b>1.1 Justificación:</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Problema y objetivo:</b>	<b>12</b>
<b>2. MARCO TEÓRICO</b>	<b>13</b>
<b>2.1. El desarrollo cognitivo</b>	<b>13</b>
<b>2.1. 1. El desarrollo cognitivo, según Piaget</b>	<b>13</b>
<b>2.1. 2. El desarrollo cognitivo, según Vygotsky</b>	<b>15</b>
<b>2.1. 3. El desarrollo cognitivo, según Luria</b>	<b>16</b>
<b>2.2. Funciones Ejecutivas</b>	<b>17</b>
<b>2.2. 1. Definición de funciones ejecutivas</b>	<b>17</b>
<b>2.2. 2. Estrategias de las funciones ejecutivas</b>	<b>19</b>
<b>2.2. 3. Desarrollo de las funciones ejecutivas</b>	<b>19</b>
<b>2.2. 4. Componentes neurológicos de las funciones ejecutivas</b>	<b>20</b>
<b>2.3. Planificación</b>	<b>21</b>
<b>2.3. 1. Evaluación de la planificación</b>	<b>22</b>

<b>2.4. La Memoria</b>	<b>22</b>
<b>2.4. 1. Procesos básicos de la memoria</b>	<b>23</b>
<b>2.5. Memoria de trabajo</b>	<b>23</b>
<b>2.5. 1. Componentes de la memoria de trabajo</b>	<b>24</b>
<b>2.5. 2. Evaluación de la memoria de trabajo</b>	<b>25</b>
<b>2.6. Procesos cognitivos y de resolución de problemas matemáticos</b>	<b>26</b>
<b>2.7. Clasificación de problemas matemáticos</b>	<b>27</b>
<b>2.8. Evaluación de la resolución de problemas matemáticos</b>	<b>29</b>
<b>2.9. Principales dificultades del aprendizaje en el currículo de matemática de básica primaria</b>	<b>30</b>
<b>2.9. 1. Dificultad en la adquisición de los conceptos básicos</b>	<b>30</b>
<b>2.9. 2. Fallas en el reconocimiento de los números y los signos</b>	<b>31</b>
<b>2.9. 3. Fallas en el conteo y/o la creación de series</b>	<b>31</b>
<b>2.9. 4. Dificultades en la creación de escalas ascendentes y/o descendentes</b>	<b>32</b>
<b>2.9. 5. Dificultades en la estructura operativa</b>	<b>32</b>
<b>2.10. Relación entre las F.E y el aprendizaje de las matemáticas</b>	<b>33</b>
<b>3. MARCO METODOLÓGICO</b>	<b>35</b>
<b>3.1. Pregunta problema</b>	<b>35</b>
<b>3.2. Hipótesis y objetivos</b>	<b>35</b>
<b>3.3. Diseño de la investigación</b>	<b>36</b>
<b>3.4. Población y muestra</b>	<b>36</b>

<b>3.5. Variables medidas e instrumentos aplicados</b>	<b>37</b>
<b>3.6. Test de inteligencia para niños de Wechsler WISC-R</b>	<b>39</b>
<b>3.6. 1. Factores del WISC-R</b>	<b>41</b>
<b>3.7. Torres de Hanoi</b>	<b>42</b>
<b>3.8. Test de Problemas Aritméticos de Benton – Luria</b>	<b>43</b>
<b>3.9. Procedimiento</b>	<b>45</b>
<b>4. RESULTADOS</b>	<b>46</b>
<b>4.1. Estadísticos Descriptivos</b>	<b>46</b>
<b>4.2. Análisis correlacional</b>	<b>49</b>
<b>5. PROGRAMA DE INTERVENCIÓN</b>	<b>52</b>
<b>5.1. Presentación</b>	<b>52</b>
<b>5.2. Objetivos</b>	<b>52</b>
<b>5.3. Metodología</b>	<b>53</b>
<b>5.4. Actividades</b>	<b>53</b>
<b>5.4.1. Ejercicios para estimular la Memoria de trabajo</b>	<b>53</b>
<b>5.4.2. Ejercicios para estimular la Planificación</b>	<b>54</b>
<b>5.4.3. Ejercicios tipo, para fortalecer la Resolución de Problemas Matemáticos:</b>	<b>55</b>
<b>5.5. Evaluación</b>	<b>56</b>
<b>5.6. Cronograma</b>	<b>57</b>

<b>6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES</b>	<b>58</b>
<b>6.1. Limitaciones</b>	<b>60</b>
<b>6.2. Prospectiva</b>	<b>60</b>
<b>7. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>61</b>
<b>7.1. Referencias bibliográficas</b>	<b>61</b>
<b>7.2. Bibliografía</b>	<b>68</b>
<b>7.3. Fuentes electrónicas</b>	<b>68</b>

## **ANEXOS**

<b>1. Carta de consentimiento a padres</b>	<b>69</b>
<b>2. Protocolo a seguir para pruebas WISC-R</b>	<b>71</b>

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b>	<b>Edad y sexo de los alumnos que conforman la muestra</b>	<b>37</b>
<b>Tabla 2.</b>	<b>Puntuación asignada a la prueba Torre de Hanoi</b>	<b>38</b>
<b>Tabla 3.</b>	<b>Subpruebas del test del test de Wechsler WISC-R</b>	<b>40</b>
<b>Tabla 4.</b>	<b>Composición de los factores usados del test WISC-R.</b>	<b>41</b>
<b>Tabla 5.</b>	<b>Variables medidas e instrumentos utilizados para su estudio</b>	<b>43</b>
<b>Tabla 6.</b>	<b>Componentes y valoración de la prueba Benton – Luria</b>	<b>44</b>
<b>Tabla 7.</b>	<b>Estadística descriptiva de la memoria de trabajo por medio de la prueba de claves</b>	<b>46</b>
<b>Tabla 8.</b>	<b>Estadística descriptiva de la memoria de trabajo por medio de la prueba dígitos</b>	<b>47</b>
<b>Tabla 9.</b>	<b>Estadística descriptiva de la memoria de trabajo por medio de la prueba aritmética</b>	<b>47</b>
<b>Tabla 10.</b>	<b>Estadística descriptiva de la planificación</b>	<b>48</b>
<b>Tabla 11.</b>	<b>Valoración de la prueba Benton-Luria</b>	<b>48</b>
<b>Tabla 12.</b>	<b>Estadística descriptiva de la Resolución de Problemas por medio de la prueba de Benton-Luria</b>	<b>49</b>
<b>Tabla 13.</b>	<b>Matriz de correlación de Pearson</b>	<b>50</b>

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b>	<b>Torres de Hanoi</b>	<b>42</b>
<b>Figura 2.</b>	<b>Diagramas de dispersión de las correlaciones estudiadas</b>	<b>51</b>



## 1. INTRODUCCIÓN

El ser humano construye su aprendizaje a través de distintos componentes neuropsicológicos que se construyen desde la primera infancia, adquiriendo habilidades cognitivas que se amplían progresivamente a medida que adquiere más conocimiento y experiencias. Es en los primeros años de escolarización en donde el niño empieza a enfrentarse a resolución de tareas y problemas cognitivos, que desarrollan en él habilidades que fortalecen la correcta implementación de métodos más adecuados y favorables para su proceso de aprendizaje. Dentro de estos se destaca la atención, las funciones ejecutivas (F.E) y la memoria, resaltando la memoria de trabajo, las cuales actúan en conjunto permitiendo que el sujeto conviva y se adapte correctamente a su entorno.

Para Lezak (1995), las funciones ejecutivas son un constructo de teorías multidimensionales que se definen como las habilidades que le permiten al individuo realizar de manera eficaz, conductas o propósitos que llevan a una meta. Diversos autores como (Bull, 2008; Lezak, 1995; Luria, 1973; Soprano, 2003), concuerdan con la idea anterior aunque no hay una doctrina general sobre que habilidades del conocimiento harían parte de las funciones ejecutivas pero ciertamente coinciden en que la atención, la memoria de trabajo, el establecimiento de metas, la planificación y la resolución de problemas hacen parte de ellas.

Según Fuster (2002), existe evidencia fisiológica en donde se deduce que el proceso de maduración de las estructuras frontales y el proceso de mielinización de las fibras nerviosas gradualmente conllevan a que el niño y posterior adolescente realice procesamiento mentales de forma más eficiente; además sostiene que el desarrollo incompleto de los lóbulos frontales durante la infancia y pubertad está relacionada con una limitada capacidad para efectuar procesos ejecutivos.

Uno de los aspectos llamativos de las funciones ejecutivas es la planificación que involucra la capacidad de los sujetos de generar y organizar algoritmos para desarrollar tareas específicas (Lezak, 1995; Soprano, 2003) esta habilidad está fuertemente relacionada con la flexibilidad cognitiva y la memoria de trabajo, pues para planificar se deben analizar alternativas y elegir la adecuada, y mantener en la memoria el plan ideado (Bull, 2004).

Para Baddeley (1999), la memoria de trabajo es el sistema de memoria directamente implicado en el almacenamiento temporal y en el proceso simultáneo de información necesario para la

ejecución de tareas cognitivas complejas, pues esta permite comprender y expresar mentalmente el entorno del individuo, retener información previa basado en sus experiencias y fortalecer la adquisición de nuevo conocimiento y algoritmos para resolver problemas basados en metas actuales.

Uno de los modelos más representativos y citados sobre memoria de trabajo, fue presentado por Baddeley & Hitch (1974), en donde plantean que en el centro de la memoria se encuentra el ejecutivo central que controla y regula la noción viso-espacial que almacena información visual y espacial y el bucle fonológico que almacena información lingüista. Estos componentes se han relacionado con procesos cognitivos a lo largo de la vida del individuo; de estos procesos se destaca la comprensión de lectura, la planificación, el aprendizaje de nuevas rutas o caminos y la adquisición de habilidades aritméticas para la ejecución de cálculos mentales.

Según lo dicho anteriormente las funciones ejecutivas y la memoria de trabajo se van desarrollando desde la infancia y mejorando su rendimiento a medida que el individuo va creciendo, pero las habilidades y procesos que involucran estas tienen tiempos de desarrollo distintos, de ahí que sujetos de la misma edad ofrezcan distintos resultados en una misma prueba de desempeño, por lo que es fundamental contar con distintas pruebas para evaluar cada aspecto de las funciones ejecutivas.

La planificación se suele evaluar con pruebas que involucren una cantidad limitada de movimientos o pasos (Lezak, 1995) y una de las más usadas para dicho fin el test de Torres de Hanói que serán empleadas para dicho fin; y para la medición de la memoria de trabajo el presente estudio se centrará en dos factores principales según Wechsler (1974, 2001) : la comprensión verbal y la capacidad de ejecución; pues estos factores son los predominantes en la escala de inteligencia para niños WISC-R, ya que estos factores se consideran como buenas estimaciones de la capacidad de inteligencia y desarrollo mental del individuo.

Según Cohen (1996), Hayes-Roth (1979), entre otros autores, el desarrollo de la planificación está ligado directamente al desarrollo de la memoria de trabajo pues esta es importante en la creación, retención de implementación de algoritmos.

Según Phillips, Wynn (1999) en la implementación de la prueba Torre de Londres - Hanói, es posible que el armado, la retención mental y la ejecución de un plan que implica muchas etapas demande del individuo una gran cantidad de recursos de la memoria de trabajo, estableciendo de manera directa la relación entre la memoria de trabajo y la ejecución de tareas específicas.

En el presente trabajo se pretende investigar como dicha relación entre memoria de trabajo y planificación se relaciona con la habilidad de resolver problemas matemáticos específicos. Pues según Luria (1985), Mayer (1986 a) y Swanson y Jerman (2007), el aprendizaje implica la exposición a nuevas situaciones y por ende las funciones ejecutivas juegan un papel importante en el proceso de aprendizaje de las matemáticas; de ahí se desprende la idea de estudiar la relación entre las funciones ejecutivas, la memoria de trabajo y las matemáticas. Para dicho estudio se realizan las pruebas Torres de Hanói, WISC-R y Problemas de Luria, (adaptación Benton-Luria), en un grupo compuesto por 32 niños entre los 7 y 8 años del grado segundo de básica primaria.

### **1.1. Justificación:**

Los niños en la actualidad necesitan desarrollar habilidades de pensamiento que les permitan ir a la par de los avances tecnológicos que se van presentando a diario; es por esto que desde temprana edad están condicionados por la necesidad permanente de tomar decisiones y resolver problemas, siendo algunos más complejos que otros por lo que se hace necesario emplear recursos y estrategias de respuesta más complejas, que implican un mayor esfuerzo cognitivo, y es aquí donde intervienen las variables de las funciones ejecutivas, estas son el mecanismo que permite programar la conducta dirigida al logro de objetivos y resolver problemas complejos, facilitando una eficiente adaptación al entorno (Lezak, 1995; Portellano, 2005).

Es por esta razón que este trabajo estará direccionado a intentar constatar la importancia que tiene el estímulo de dos de dichas variables de las funciones ejecutivas como son la memoria de trabajo, entendida como un sistema de memoria activo responsable del almacenamiento temporal y el procesamiento simultaneo de información fundamental para el desarrollo de habilidades aritméticas y cálculos mentales (Alloway, 2004; Bull, 2008), y la planificación entendida como la capacidad de crear y organizar algoritmos para ejecutar tareas a partir de una meta dada (Bull, 2004; Soprano, 2003).

Ciertamente la memoria de trabajo como sistema no es necesaria en todas las operaciones cognitivas, pues existen actividades que realizamos diariamente de forma automática con poca o ninguna necesidad de la memoria de trabajo y estas quedan guardadas como patrones

motores, de ahí que las rutinas básicas puedan ser recuperadas casi sin esfuerzo de la memoria y se puedan hacer varias de estas a la vez; sin embargo la memoria de trabajo si es necesaria para efectuar actividades que requieren planificación o el cambio repentino de estrategias de trabajo. Por consiguiente son dos variables correlacionadas y fundamentales en el aprendizaje matemático que deben ser estimuladas en los niños desde temprana edad (Burin, 2004; Injoque-Ricle y Burin, 2010).

## **1.2. Problema y objetivo:**

La habilidad para resolver problemas; especialmente problemas matemáticos, es un tema de interés no solo para la psicología sino también para la pedagogía y la educación, ya que usualmente esta habilidad se muestra deficiente en niños de secundaria, al observar que se presentan problemas de atención, de planificación y en la dificultad a la hora de implementar estrategias adecuadas en la resolución de problemas matemáticos.

Este hecho fue evidenciado por los niños y jóvenes colombianos en los resultados del programa de evaluación internacional de estudiantes PISA que hace la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE (redacción revista Semana), en donde nuestro país quedo relegado a los últimos lugares, dado que nuestros estudiantes solo podían resolver problemas matemáticos muy simples en situaciones conocidas y carecían de creatividad y planificación para poder resolver los problemas cotidianos propuestos o en situaciones no familiares.

Se busca así en el presente trabajo vincular la memoria de trabajo con la planificación y la resolución de tareas matemáticas, con el fin de generar algunas estrategias que estimulen la resolución adecuada de problemas matemáticos mediante el fortalecimiento de estas variables; y así estudiar la relación y la contribución de cada una de estas funciones en la resolución de tareas matemáticas.

## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 El Desarrollo Cognitivo**

Se entiende por desarrollo cognitivo al conjunto de cambios o transformaciones que ocurren a lo largo de la vida del ser humano, que le permiten aumentar sus conocimientos, mejorar sus habilidades de pensamiento, comprender el mundo que lo rodea de una forma más eficaz y percibir mejor las señales que emite su entorno. Con estas habilidades adquiridas y mejoradas paulatinamente, el hombre puede ir resolviendo los problemas que surgen en su vida diaria.

Existen dos corrientes históricamente acentuadas que describen los procesos del desarrollo cognitivo y/o de la inteligencia, a saber, la perspectiva biológica de Jean Piaget (1958), en donde se explica como el niño interpreta el mundo que lo rodea según la edad que tiene y la perspectiva sociocultural de Lev Vygotsky (1989), en donde se explica los procesos sociales que influyen en el niño a la hora de adquirir habilidades intelectuales.

En el presente estudio se usa la idea central del desarrollo cognitivo de Alexander Luria (1982), que es un poco más inclinada a la perspectiva de su maestro Vygotsky, con fundamentos biológicos (neurología) pero con diferencias marcadas al trabajo de Piaget (2004), ya que Luria desarrolla su trabajo estudiando el cerebro y el sistema nervioso, conjuntamente con los procesos psicológicos y socioculturales, evitando reduccionismos biológicos, encontrando así varios puntos en común con las ideas de Vigotsky aunque complementadas y aumentadas, en muchos casos, desde una perspectiva psiconeurológica, al punto de ser considerado uno de los fundadores de dicha rama del conocimiento.

#### **2.1.1 El Desarrollo Cognitivo, Según Piaget.**

El planteamiento teórico de Piaget (1972), se fundamenta principalmente en supuestos teóricos donde la maduración intelectual de recursos biológicos, proveen sustento a las funciones cognitivas para adaptarse a su medio, entendiendo que el conocimiento surge como interacción física entre el sujeto y el medio físico únicamente, pues para Piaget el ser humano al nacer es un individuo biológico donde las reglas biológicas son las que rigen su desarrollo cognitivo, y se encuentra en un principio en un estado de desorganización que debe ir ordenando durante las etapas de desarrollo de su vida.

Posteriormente, en el desarrollo del ser humano, se crea un proceso de socialización con su entorno y su potencialidad cognitiva depende de la etapa del desarrollo en la que este en ese momento.

Las matemáticas para Piaget, son un sistema lógico basado en una estructura jerárquica de relaciones que al pasar por diferentes estadios, evolucionan y aumentan su complejidad.

Los estadios del desarrollo cognitivo y/o intelectual de Piaget (1970), son:

- i. Estadio sensorio motor (0-2 años):** Aquí la inteligencia es práctica y se relaciona con la resolución de problemas a nivel de la acción. No hay simbolismo matemático.
- ii. Estadio preoperatorio (2-7 años):** Ya se presenta la inteligencia simbólica, pero sus operaciones matemáticas carecen de estructura lógica.
- iii. Estadio de las operaciones concretas (7-12 años):** Este pensamiento infantil ya es lógico siempre y cuando se use en situaciones concretas, se puede subdividir en dos etapas:
  - a. Nivel temprano de las operaciones concretas (7-9 años):** Los niños pueden trabajar problemas sencillos con las cuatro operaciones básicas con números pequeños, apoyos concretos y de una operación por vez, sin tener posibilidad de comprobar su respuesta pues desconocen la relación con las operaciones inversas.
  - b. Nivel medio de las operaciones concretas (10-12 años):** El niño puede resolver 2 problemas equivalentes, tiene la capacidad de tantear respuestas y comienza a resolver ecuaciones sistemáticamente, puede comprobar respuestas reemplazando variables y es capaz de efectuar comprobaciones simples con operaciones inversas.
- iv. Estadio de las operaciones formales (13 años en adelante):** En este estadio el adolescente comienza a desarrollar una estructura matemática compleja y paulatinamente aparece la lógica formal y la capacidad de abstracción, usa todos los datos de un problema y puede rechazar información superflua, encadena operaciones, sigue algoritmos cada vez más sofisticados y puede validar sus resultados usando procesos inversos.

Después de los 16 años, su pensamiento es más flexible, puede cambiar estrategias, buscar patrones y generalidades y resolver sistemas de ecuaciones con varias incógnitas encadenadas o simultaneas.

### 2.1.2 El Desarrollo Cognitivo, Según Vygotsky.

El planteamiento teórico de Vygotsky (1989), se fundamenta principalmente en el hecho de que las influencias históricas, la relación con el entorno y el ámbito cultural permiten el desarrollo cognitivo de las funciones psicológicas de alto nivel, como la atención, la memoria, la percepción y el lenguaje, conformando así, los procesos de aprendizaje que incorporan una experiencia conceptual y vivencial que brindan conocimiento, aprendizaje e interacción adecuada a su entorno.

Para Vygotsky (1934), el ser humano al nacer es un individuo social, que tiene una percepción organizada, pues responde naturalmente a estímulos humanos y establece interacciones sociales y así su desarrollo es fruto de un proceso de diferenciación social y su potencialidad de aprendizaje depende de la interacción social por medio del lenguaje, sus funciones mentales, sus habilidades psicológicas, de la Zona de Desarrollo Próxima, de sus herramientas de pensamiento y de la mediación.

Los conceptos fundamentales del desarrollo cognitivo y/o intelectual de Vygotsky (1989), son:

- i. Las funciones mentales:** Están distribuidas en dos grupos, las funciones mentales inferiores, que son aquellas con las que se nace, son naturales, se determinan genéticamente y derivan un comportamiento limitado. El otro grupo lo forman las funciones mentales superiores, que se crean por interacción social y tienen como eje fundamental al lenguaje, que fortalece dicha interacción y permite la adquisición de nuevos procesos de pensamiento.
- ii. Las habilidades psicológicas:** Aquí las funciones mentales superiores se desarrollan en dos tiempos, uno de tipo social o entre personas y después uno de tipo individual o al interior del individuo. Estas permitirán al individuo interrelacionarse con otros e interiorizar el conocimiento adquirido.
- iii. Las herramientas del pensamiento:** Son transmitidas al niño según la cultura que lo rodea y estas moldean su pensamiento, entre estas se tienen los números, palabras, símbolos, sistemas lógicos, dibujos, literatura entre otras que se transmiten usando papel, lápiz, cartas, etc. y con ellas se comienza el acercamiento a los problemas matemáticos.

- iv. Zona de desarrollo próximo:** Aquí se encuentran las funciones que no se han desarrollado plenamente, pues están en proceso de maduración. Se visualizan al diferenciar lo que el niño puede hacer solo y lo que puede hacer con ayuda de personas mayores, luego las interacciones con adultos y otros compañeros le ayudan a fortalecer la zona de desarrollo próxima y así alcanzar niveles superiores de funcionamiento.
- v. El lenguaje:** Por último, la herramienta más influyente para Vygotsky: el lenguaje, pues con esta herramienta psicológica superior el niño percibe, selecciona, evalúa e integra los contenidos verbales y visuales en un todo, crea y descubre acciones y relaciones entre objetos. Se presenta en tres etapas: Social, para crear y fortalecer la comunicación con su entorno, Egocéntrica, para auto regularse y controlar su pensamiento e Intrapersonal, para dirigir su pensamiento y conducta, elaborar planes específicos y desarrollar secuencias de acciones con un fin específico.

Para Vygotsky, el desarrollo de una competencia matemática requiere del uso de símbolos y códigos del lenguaje socialmente aceptados, de una escritura simbólica válida que medie con las ideas de otras personas, de las relaciones personales con otros por medio del lenguaje que fortalezcan los procesos adquiridos, por ejemplo la presencia del niño en el aula de clase, y por la mediación donde interviene la función ejecutiva, en particular, la atención, la memoria lógica y la planificación.

### **2.1.3 El Desarrollo Cognitivo, Según Luria.**

El planteamiento teórico de Luria (1981 y 1985), se fundamenta principalmente, en el hecho de que aunque los desarrollos de los procesos intelectuales del ser humano y de los animales tienen un origen común, estos no son homólogos; pues mientras en los animales la actividad es biológica y mecánica, en el hombre, ésta es consciente, de tipo investigativo y orientada por el lenguaje permitiéndole alcanzar un crecimiento intelectual en donde la solución de problemas se concibe como una actividad intelectual natural de tipo sociocultural.

Dicho enfoque sociocultural, sobre la forma en que se desarrolla la mente es una de las características principales en los procesos cognitivos para Luria y es uno de los postulados centrales de la psicología cognitiva, de donde se desprende que el lenguaje es un producto de la experiencia sociocultural del ser humano, fundamental en el desarrollo de la conciencia.



Para Luria (1981), el pensamiento humano le permite: analizar, ordenar y sintetizar la información recibida por el entorno; también puede relacionar los hechos perceptibles con determinadas situaciones y traspasar los límites de la información directa permitiéndole hacer deducciones y llegar a conclusiones, incluso sin disponer evidencias directas, apoyándose en la información verbal obtenida y además razonar y resolver problemas lógicos (Montealegre, 2007).

En concreto, el proceso del desarrollo cognitivo en el hombre es una actividad especial y teórica relacionada con su entorno sociocultural, creando nuevas conclusiones que forman el pensamiento productivo. Luria (1985), divide los métodos de investigación del pensamiento productivo en dos grupos: primero, los que llevan a estudiar los fundamentos del pensamiento verbal en el razonamiento usando analogías, silogismos y matrices lógicas, y un segundo grupo, donde se enfoca en las operaciones propias del proceso de solución de problemas, por medio de problemas aritméticos, detallando las fallas y los factores que afectan la correcta solución del mismo.

## **2.2 Funciones Ejecutivas:**

El ser humano debe afrontar a diario un sin número de situaciones a las que debe reaccionar y dar respuesta, las cuales se van complejizando a lo largo de la vida, al adquirir nuevos intereses y responsabilidades; y es aquí en donde los mecanismos ejecutivos o funciones ejecutivas se ponen en marcha en una amplísima variedad de situaciones y estadios vitales y su competencia es crucial para un funcionamiento óptimo y socialmente adaptado (Lezak, 2004).

El progresivo y constante desarrollo del cerebro humano ha permitido incrementar la eficiencia de las funciones mentales superiores tales como el lenguaje, el razonamiento o la memoria, en donde se hace necesaria la existencia de un mecanismo de control. Precisamente esta es la prioridad de las Funciones Ejecutivas, que son un sistema supramodal muy complejo y múltiple, capaz de ensamblar las actividades mentales de modo eficiente y fluido, facilitando la eficiencia cognitiva. (Portellano, 2008).

### **2.2.1 Definición De Funciones Ejecutivas.**

Las funciones ejecutivas fueron definidas en un inicio por Luria (1973), como un grupo de funciones reguladoras del comportamiento, Según Luria *“cada actividad humana comienza con un intención definida dirigida hacia una meta y regulada por un programa específico que*

*necesita un tono cortical constante*". Luria (1980) conceptualizó acerca del funcionamiento cerebral una serie de *Unidades Funcionales*, en donde la tercera unidad cumple con la tarea de planificar, regular y verificar de acuerdo con lo planificado toda la actividad consciente. Es aquí donde surgen la existencia de las capacidades de iniciativa, motivación, formulación de metas y planes para la acción todas ellas vinculadas a la corteza frontal.

El término, tal y como se le conoce hoy en día, se le debe a Lezak (1982, 1987), cuando afirmó que *"las funciones ejecutivas comprenden las capacidades mentales necesarias para formular metas, planificar la manera de lograrla y llevar adelante ese plan de manera eficaz"* y así, permitir el funcionamiento independiente, con propósito, creatividad y de manera que éste sea socialmente aceptable.

Baddley (1986), define las funciones ejecutivas como un director y programador que contiene al conjunto de procesos cognitivos, que incluyen el mantenimiento de un contexto para la solución de problemas, dirección de la conducta hacia un objetivo, control de la interferencia, flexibilidad, planificación estratégica y la habilidad para anticipar y comprometerse en actividades dirigidas hacia una meta.

Sholberg y Mateer (1989), definieron más tarde las funciones ejecutivas como un conjunto de procesos cognitivos entre los que se encuentran la anticipación, la elección de objetivos, la planificación, la selección de la conducta, la autorregulación, el autocontrol y el uso de realimentación.

Goldberg (2002), define las funciones ejecutivas como un conjunto jerárquico de habilidades de alto nivel que permiten dirigir la actividad mental mediante su capacidad para decidir, planificar, ejecutar y supervisar la conducta.

Teniendo en cuenta los conceptos expuestos anteriormente por algunos autores que realizaron estudios sobre el tema, se podrían definir las funciones ejecutivas como un conjunto de habilidades o capacidades cognitivas necesarias para la ejecución, regulación y supervisión de acciones dirigidas al cumplimiento de objetivos complejos, en situaciones no rutinarias o poco aprendidas, que requiere planificación, toma de decisiones y necesitan además de la atención consciente para ejecutar una respuesta novedosa y eficaz (Alexander, 2000; Lezak, 2004; Sánchez-Carpintero y Narvona, 2004 y Portellano, 2005). En síntesis, implican la capacidad de generar respuestas adaptativas frente a demandas externas (Horton y Reynolds, 2008).

Para facilitar la regulación de la actividad mental superior, así como el control emocional, las funciones ejecutivas disponen de varios componentes, los cuales guardan estrecha relación con diferentes procesos que facilitan la resolución de problemas y se coordinan e interactúan para la consecución de objetivos y hacen referencia a un amplio conjunto de capacidades adaptativas, que nos permiten analizar qué es lo que queremos, cómo podemos conseguirlo y cuál es el plan de actuación más adecuado para su consecución, autoguiados por nuestras propias instrucciones (*lenguaje interior*) sin depender de indicaciones externas.

### 2.2.2 Estrategias De Las Funciones Ejecutivas.

El buen desempeño de los componentes de las funciones ejecutivas dependerán de múltiples habilidades por parte del sujeto tales como: la naturaleza de la tarea cognitiva, las destrezas automatizadas, el nivel académico, las demandas de otras tareas simultáneas o secuenciales y la guía cognoscitiva principal de la tarea (Fletcher, 1996; Pineda, 1996).

- a. **Establecer el objetivo** que deseamos.
- b. **Planificar** y elegir las estrategias necesarias para la consecución del objetivo.
- c. **Organizar** y administrar las tareas.
- d. **Seleccionar** las conductas necesarias
- e. **Ser capaces de iniciar, desarrollar y finalizar las acciones** necesarias.
- f. **Resistir la interferencia** del medio, evitando las distracciones por estímulos de poca relevancia.
- g. **Inhibir** las conductas automáticas.
- h. **Supervisar** si se está haciendo bien o no y tomar conciencia de los errores.
- i. **Prever** las consecuencias y otras situaciones inesperadas.
- j. **Cambiar los planes** para rectificar los fallos.
- k. **Controlar el tiempo** y alcanzar la meta en el tiempo previsto.

### 2.2.3 Desarrollo De Las Funciones Ejecutivas

Las edades o el período más representativo para el desarrollo de las funciones ejecutivas ocurre entre los seis y los ocho años; es en este lapso de tiempo en donde los niños adquieren la capacidad de autorregular sus conductas y comportamientos, pueden fijarse metas u objetivos y anticiparse a los eventos, sin depender de instrucciones externas; aunque por ser una temprana edad, pueden presentar cierto grado de descontrol e impulsividad en sus acciones.

Esta capacidad cognoscitiva está ligada a la maduración de las zonas prefrontales del cerebro, así como también al desarrollo de la función reguladora del lenguaje (lenguaje interior), a la aparición del nivel de las operaciones lógicas formales. Los procesos madurativos comprenden una multiplicidad de elementos tales como la mielinización, el crecimiento dendrítico, el crecimiento celular, el establecimiento de nuevas rutas sinápticas y la activación de sistemas neuroquímicos (Golden, 1981; Luria, 1966 - 1984; Vygotsky, 1934; Passler, 1985).

Generalmente, los niños a los 12 años ya tienen una organización cognoscitiva muy cercana a la que se observa en los adultos; sin embargo, el desarrollo completo de la función se consigue alrededor de los 16 años (Chelune y Baer, 1986; Chelune, Ferguson, Koon y Dickey, 1986; Levin, 1991; Obruzt y Hynd, 1986; Passler, 1985; Welsh, Pennington y Groisser, 1991).

#### **2.2.4 Componentes Neurológicos De Las Funciones Ejecutivas**

Según estudios de Luria (1966), y Welsh y Pennintong (1988), los lóbulos frontales forman parte del sistema neurológico complejo, pues dicha complejidad se observa en el sistema de conexiones recíprocas junto con el sistema reticular activador y/o el sistema límbico o motivacional junto con las zonas de asociación posterior y los núcleos de la base subcortical en los mismos lóbulos frontales (Bustamante, 1994). Por lo que se puede decir que los lóbulos frontales se encargan de las funciones ejecutivas y la supervisión de la conducta.

Por otra parte el córtex prefrontal es la región cerebral en donde se encuentran las funciones cognitivas más complejas del ser humano, y a este se le atribuyen actividades tan importantes como la ejecución de actividades complejas, la conducta social, el desarrollo de operaciones del pensamiento, la creatividad y la toma de decisiones; por esta razón al presentarse un déficit o lesión en el córtex prefrontal, se puede presentar alteraciones de tipo emocional, conductual o cognitivo, destacándose los denominados déficits ejecutivos, marcando una dificultad para centrar la atención en una tarea y finalizarla, así como también se presenta poca habilidad para generar estrategias operativas y una reducida flexibilidad cognitiva. Uno de los componentes que intervienen en la ejecución de este tipo de procesos es la memoria de trabajo, la cual mantiene la información en línea y organiza los recursos atencionales.

Dentro del córtex prefrontal encontramos el circuito funcional dorsolateral, el cual se relaciona con las actividades de tipo cognitivo, como la memoria de trabajo, la formación de conceptos, la atención selectiva y la flexibilidad cognitiva. Por otro lado encontramos el circuito ventromedial,

asociado con el procesamiento de señales emocionales que guían la toma de decisiones. Por esta razón el córtex prefrontal se considera como un área de asociación heteromodal interconectada.

## 2.3 Planificación

La planificación es uno de los componentes claves de las funciones ejecutivas y es una de las capacidades más importantes de la conducta humana. Se define como la capacidad de los sujetos para integrar, generar, secuenciar y desarrollar los pasos intermedios para realizar una tarea a partir de una meta propuesta (Lezak, 1995; Soprano, 2003). La planificación está muy relacionada con otros componentes de las funciones ejecutivas tales como la inhibición, la flexibilidad cognitiva y la memoria de trabajo, ya que para poder planear una tarea de manera eficaz, es necesario estudiar las alternativas posibles, seleccionar la más adecuada e inhibir las poco relevantes y mantener en la memoria el plan generado (Bull, 2004).

Según Lezak (1987), las funciones ejecutivas se pueden agrupar en torno a una serie de componentes:

- i. **Capacidades para formular metas:** Motivación, conciencia de sí mismo y modo en el que percibe su relación con el mundo.
- ii. **Facultades para la planificación:** Enfocada a la planeación de procesos y estrategias enfocadas al logro de objetivos, valorando diferentes posibilidades para desarrollar un marco conceptual que permita dirigir la actividad.
- iii. **Habilidades implícitas en la ejecución de planes:** Capacidad que tiene el sujeto para dar inicio, continuidad y finalidad a las secuencias de acciones de modo ordenado e integrado.
- iv. **Aptitudes para llevar a cabo esas actividades de un modo eficaz:** El sujeto debe ser capaz de controlar, corregir y regular el tiempo y la intensidad de la tarea a ejecutar.

Los autores (Hughes, Russell y Robins, 1994), plantean que con el objetivo de conseguir una meta o realizar una tarea propuesta, el sujeto debe elaborar un plan con una secuencia de acciones estratégicamente organizada. Es importante mencionar que este plan de acciones no se limita únicamente a ordenar conductas motoras, ya que también debe ordenar y planificar el pensamiento para poder desarrollar un argumento y aunque no se realicen movimientos corporales, si se recurre a ella en procesos de recuperación de la información almacenada en la memoria declarativa (tanto semántica como episódica o perceptiva).

Para Portellano (2008), la planificación se define como la habilidad para identificar y organizar las etapas necesarias que conducen al logro de un determinado objetivo. Implica la capacidad para anticipar, ensayar y ejecutar secuencias complejas, teniendo en cuenta la perspectiva prospectiva

De acuerdo a Luria (1982), la planificación es un proceso interno que está sujeto a un sistema simbólico o de signos como el lenguaje, interviniendo en la estructura de la planificación como factor mediatizador entre los estímulos ambientales y la respuesta del sujeto. La planificación tiene orígenes sociales, ya que el sujeto aprende la mayor parte de sus acciones o planes de otros sujetos planificadores con mayor experiencia.

### **2.3.1 Evaluación De La Planificación:**

Las pruebas que evalúan la planificación requieren tareas en las que hay que llegar a cumplir una meta u objetivo a partir de una secuencia de pasos, reglas o movimientos que debe seguir el sujeto, sin un camino predeterminado, siendo estas realizadas en un tiempo límite (Bull, Espy y Wiebe, 2008; Lezak, 1995; Shallice, 1990). La evaluación de este tipo de proceso de pensamiento como lo es la planificación, puede realizarse de una forma experimental como lo hacía Luria, utilizando pruebas clásicas entre las que se pueden destacar: La Torre de Hanoi, La Torre de Londres, problemas complejos y aritméticos. En estas pruebas hay que resolver una serie de problemas visoespaciales, logrando cumplir el objetivo de la actividad con un mínimo número de movimientos.

## **2.4 La Memoria**

La memoria es la capacidad que tiene el ser humano para retener y evocar eventos o información del pasado, mediante procesos neurobiológicos de almacenamiento y de recuperación, los cuales son esenciales para el correcto desarrollo y evolución del aprendizaje y el pensamiento.

En los primeros años de la vida, la memoria se enfoca hacia la parte sensitiva, guardando sensaciones o emociones. Más adelante aparece la memoria de las conductas, en donde se ensayan movimientos, se repiten y, poco a poco, se van grabando hasta realizarlos de manera automática. De esa forma, los niños van reteniendo y aprendiendo a través de experiencias que permiten que progrese y se adapte al entorno. Finalmente, se desarrolla la memoria del conocimiento, que le permite al individuo introducir datos, almacenarlos correctamente y evocarlos cuando sea oportuno. (Etchepareborda y Abad-Mas, 2005).

### 2.4.1 Procesos Básicos De La Memoria:

**Codificación de la información:** Proceso mediante el cual se prepara la información para que se pueda guardar. Esta se codifica como una experiencia, una imagen, un sonido, un acontecimiento o elemento que tenga algún significado, lo cual será enmarcado también por las circunstancias que rodean este momento, así como la atención, la concentración y el estado emocional del sujeto.

**Almacenamiento de la información:** En esta etapa se organiza y se clasifica la información. Esta tarea requiere de una metodología y de estructuras intelectuales que ayuden a la persona a clasificar los datos. Luego de ser codificada la experiencia y almacenada por cierto tiempo, esta se presenta de manera automática.

**Evocación o recuperación de la información.** Esta etapa depende del correcto desarrollo de los procesos anteriores ya que si la información se codifica y se clasifica y almacena correctamente será más fácil localizarla y utilizarla en el momento en que sea requerida.

La memoria se desarrolla a través de una variable temporal. Por lo que ha sido clasificada en tres niveles o etapas temporales de acuerdo al momento en que se encuentre: memoria inmediata, memoria de corto plazo o mediata y de largo plazo o diferida.

## 2.5 Memoria De Trabajo:

La memoria de trabajo ha sido descrita y llamada con diferente terminología, por ello se hace necesario definir claramente su concepto para diferenciarla de otros términos que han sido utilizados como sinónimos tales como memoria a corto plazo (MCP), memoria mediata, memoria reciente o memoria activa. Inicialmente la memoria a corto plazo es definida como la capacidad de retener información temporalmente y se relaciona con la memoria de trabajo (MT) al hacer las dos referencia a la permanencia de los datos sin ser manipulados durante un corto periodo de tiempo, mientras eran transferidos a un aclamen permanente.

Goldberg (2002) considera la memoria de trabajo como una memoria activa ya que se encarga de la selección continua y rápida de la información útil y necesaria en el instante. Por otro lado la memoria reciente se refiere a la clasificación de la memoria según el tiempo que lleva almacenada la información.

Todos estos términos han hecho que a lo largo de los últimos 30 años la concepción de la memoria a corto plazo se amplié haciendo no solo referencia al mantenimiento de la información en la mente, sino que también hace alusión a la transformación y manipulación de esta información para planificar y guiar la conducta del ser humano.

La memoria de trabajo o memoria operativa permite realizar varias tareas cognitivas de manera simultánea, entendiéndose además como un sistema que guarda y procesa de manera temporal la información que viene de los registros sensoriales. El estímulo, al ser atendido y percibido, se transfiere a la memoria de trabajo, interviniendo en importantes procesos de tipo cognitivo como la comprensión del lenguaje, el razonamiento, la lectura, la resolución de problemas, etc.

Este modelo fue desarrollado en un principio por Baddeley y Hitch (1974). Esta memoria capacita al ser humano para recordar la información pero es limitada y susceptible de interferencias, lo que hace que este proceso sea flexible y permita al sujeto estar siempre abierto a la recepción de nueva información.

### 2.5.1 Componentes De La Memoria De Trabajo

Este modelo presentó una reformulación por el propio Baddeley (2000), fragmentando la memoria de trabajo en tres subcomponentes diferenciados:

- a. **Sistema Ejecutivo Central (SEC):** Mediante el cual se llevan a cabo tareas de tipo cognitivo en las que interviene la memoria de trabajo, realizando operaciones de control y selección de estrategias. En la actualidad algunos autores coinciden al plantear que este sistema no realiza tareas de almacenamiento y le atribuyen funciones como la inhibición activa de estímulos irrelevantes, la activación de representaciones en la memoria largo plazo, la codificación de la memoria entrante, el marcado temporal y la monitorización del contenido de la memoria operativa. Según Baddeley (1993), el SEC funciona más como un sistema atencional que como un almacén de información.
- b. **Bucle Fonológico:** Sistema de almacenamiento transitorio del material verbal que permite hacer uso del lenguaje subvocal (habla interna), manteniendo la información en la conciencia durante el tiempo deseado.



- c. **Agenda Visoespacial:** Sistema cuyo propósito es crear y manipular imágenes visoespaciales. Este sistema participa en funciones como la planificación y ejecución de tareas espaciales, encargándose además de la estabilidad y permanencia de la percepción visual y la orientación y direccionalidad de los movimientos en el espacio.

Teniendo en cuenta los estudios realizados por los autores sobre la memoria de trabajo, asocian el mantenimiento de la información como un proceso cognitivo asociado a este tipo de memoria, haciendo referencia al trabajo de permanencia de los datos en la mente mientras se realiza una tarea cognitiva.

El buen rendimiento de la memoria de una persona y en este caso en particular de un niño depende no solo de las capacidades innatas, sino también están sujetas a un conjunto de factores que se encuentran en interacción constante y entre ellos se destacan los conocimientos previos, los intereses, las motivaciones y aspectos de tipo emocional y socioculturales.

## 2.5.2 Evaluación de la Memoria de trabajo

Las funciones ejecutivas y entre estas la memoria de trabajo son capacidades que se desarrollan a temprana edad y van mejorando su desempeño con el pasar de los años, pero las habilidades y procesos tienen diferentes tiempos evolutivos. Por esta razón se pueden presentar variabilidad de desempeños en pruebas que evalúan las funciones ejecutivas en sujetos con la misma edad (Bull, 2004 - 2008; Soprano, 2003), por este motivo es importante contar con pruebas específicas para evaluar cada aspecto de las funciones ejecutivas, adecuadas además para la edad del sujeto a evaluar.

*"Lo que medimos con los tests de inteligencia no es lo que aparentemente pretende medir el test, la información del sujeto, su percepción espacial o su capacidad de razonar. Lo que miden los tests de inteligencia -lo que esperamos y deseamos que midan- es algo mucho más importante: la capacidad del sujeto de comprender el mundo que le rodea y los recursos que posee para enfrentarse con sus exigencias y desafíos". David Wechsler (1.896-1.981).*

## 2.6 Procesos cognitivos y de resolución de problemas matemáticos

Los problemas modelo de Luria (1980 y 1985) y Mayer (1986 a), Benton-Luria (2009), evalúan el funcionamiento intelectual en los procesos cognitivos y de resolución de problemas matemáticos, dividiendo dicho trabajo en tres fases principales:

1. **Fase de representación:** Es aquella donde se evalúa el funcionamiento de las áreas encargadas del procesamiento viso perceptual, el análisis y la síntesis verbal y la conceptualización entre el enunciado y la pregunta principal del problema. Acá la atención mantiene el tono cortical acorde al desarrollo de la actividad, pues permite detectar palabras o elementos relevantes y la memoria operativa almacena y mantiene la pregunta principal, las condiciones iniciales y las palabras claves permitiendo así cotejar dicha información con aprendizajes previos. El lenguaje realiza los procesos de decodificación fonológica, morfosintáctica, semántica y permite el análisis-síntesis conceptual de las relaciones entre las diversas partes del problema.

En síntesis, en esta fase se establece la relación coherente y lógica entre las condiciones del enunciado del problema y la pregunta principal, se estudia detenidamente el enunciado discriminando el tipo de información presentada entre importante e irrelevante y se establecen hipótesis y estrategias de solución al problema.

2. **Fase de proceso operativo:** En esta fase las relaciones lógico verbales permiten que la función ejecutiva elabore conceptos abstractos y establezca juicios a partir de la simbolización, la representación y la conceptualización del problema. Posteriormente, diseña planes o estrategias flexibles pero coherentes, que conducen a elaborar un plan de trabajo o algoritmo satisfactorio para intentar resolver el problema, y es donde se estudia si las operaciones propuestas en la resolución son acordes al mismo y así evitar respuestas impulsivas o poco reflexivas que evadan la ejecución o implementación del algoritmo planteado.
3. **Fase de verificación:** Finalmente en esta fase se unen cada una de las funciones cognitivas, la memoria, la atención y el lenguaje, pues se debe recordar el enunciado y las condiciones dadas en el problema, analizar atentamente el contexto y sintetizar las soluciones entregadas por el algoritmo ejecutado, con el fin de demostrar o comprobar la

validez de la solución propuesta al problema planteado. Es fundamental para su correcta ejecución que el individuo sea consciente de las operaciones efectuadas y de las respectivas operaciones inversas, para así, poder aceptar o rechazar la solución encontrada.

## 2.7 Clasificación de problemas matemáticos

Los problemas matemáticos propuestos por Luria (1980), y Mayer (1986 b), están diseñados con un grado de dificultad creciente tanto en la comprensión del enunciado como en la planificación del algoritmo a ejecutar para solucionarlo. Así gradualmente se pasa de enunciados que hacen evidente la operación o forma de resolverlos a enunciados donde dichas operaciones son implícitas y deben ser analizadas según tipos verbales, categoría del problema o datos suministrados, siendo en estos niveles muy importantes las funciones de atención y planificación, así como la memoria de trabajo para ir guardando pasos u operaciones intermedias.

Los tipos de problemas propuestos son, (Benton-Luria, 2009):

### a. Problemas simples:

Tipos de problema:  $a + b = X$                        $a \div b = X$   
 $a - b = X$                        $a \times b = X$

**Características:** Son problemas que se resuelven a través de una sola operación aritmética y los datos proporcionados determinan de manera única el algoritmo de solución.

### Ejemplo:

Luis tiene 5 peras y José 3 peras. ¿Cuántas peras tienen entre los dos?

### b. Problemas simples con uso directo de la operación inversa:

Tipos de problema:  $a - X = b$                        $a \div X = b$   
 $X - a = b$                        $b - X = a$   
 $X + a = n$                        $X - a = b$

**Características:** Las operaciones requeridas por estos problemas no difieren de las operaciones del primer grupo, solo la estructura psicológica y sintáctica presentada es diferente.

**Ejemplo:**

José conto 6 cajas iguales de lápices y anoto 90 lápices. ¿Cuántos lápices había en cada caja?

**c. Problemas compuestos:**

Tipos de problema:  $a + (a + b) = X$

$a + (a \div n) = X$

$a + (a - b) = X$

$a - (a \div n) = X$

$a + (a \div n) = X$

$X + (X \div n) = a$

**Características:** No son solubles en un solo paso, pues existen términos intermedios que deben ser encontrados previamente.

**Ejemplo:**

José tiene 26 dulces y Mario tiene 8 menos que José. ¿Cuántos dulces tienen ambos en total?

**d. Problemas compuestos en cadena**

Tipos de problema:  $a + n = X$

$a + (a - b) + (a + c) = X$

$X + n = z$

**Características:** La elaboración del algoritmo de solución se hace encadenando operaciones, puesto que el resultado de una operación se utiliza, como dato, para la siguiente operación.

**Ejemplo:**

Un perro tiene 5 años, su padre 7 años más; su madre 3 años menos que su padre. ¿Cuántos años tienen entre los tres perros?

**e. Problemas compuestos con operaciones adicionales:**

Tipos de problema:  $a + b = X$

$X \div m = Y$

$Y - n = z$

**Características:** Todas las operaciones involucradas son de tipo intermedio, estas son variadas y una sucesión de ellas conlleva a la respuesta final.

**Ejemplo:**

Un gato tiene 2 años. Dentro de 4 años su padre será 2 veces mayor que él. ¿Cuál es la edad actual del padre?

**f. Problemas que involucran sistemas de ecuaciones:**

Tipos de problema:  $X + y = a$        $X + y + z = a$        $(n \div X) + y = (b \div X) + y = b$

$$X + y = c$$

**Características:** Todos o casi todos los datos del enunciado son incógnitas, y solo pueden encontrarse utilizando las otras ecuaciones que aparecen en el problema.

**Ejemplo:**

Un café y un pan cuestan \$ 270, dos cafés y una torta cuestan \$ 390. ¿Cuánto cuesta un café, y una torta?

## **2.8 Evaluación de la resolución de problemas matemáticos**

Uno de los objetivos del presente trabajo es determinar la relación que tienen la planificación y la memoria de trabajo con la habilidad para resolver problemas matemáticos de parte de los alumnos estudiados, luego se precisa definir claramente que es la evaluación y como se efectúa dicho proceso en el presente estudio.

La literatura que trata sobre la clasificación y los factores que afectan el buen desempeño en matemáticas, es sumamente amplia, sin embargo, en psicología cognitiva se pueden destacar cuatro modelos principales, relativos a esta cuestión, (Luria 1981 y 1985; Mayer, 1985) siendo estos:

- 1. Modelos de Comprensión:** Son aquellos donde la atención se centra principalmente en las relaciones de tipo semántico que se establecen entre los elementos planteados al inicio del problema, la situación del enunciado, palabras claves y forma o estructura del enunciado.
- 2. Modelos de Proceso:** Son los modelos donde se especifican y evalúan los procesos mentales del individuo y el algoritmo que este utiliza para efectuar una operación cognitiva implícita o explícita, ya sea escrita o verbal.
- 3. Modelos de Estrategia:** Son aquellos donde se obtiene la solución del problema usando estrategias complejas de pensamiento, como buscar problemas similares conocidos, simplificación o reducción del problema, resolución en reversa, sustituciones y analogías, etc....

- 4. Modelos Esquemáticos:** Son modelos donde el individuo selecciona e integra la información relevante para poder reinterpretar el problema adecuado a sus necesidades, por ejemplo: búsqueda de experiencia previa, habilidad de lectura, tolerancia a la ambigüedad, estilo cognitivo, etc.

Para la presente investigación, la influencia de la planificación y la memoria de trabajo en la resolución de problemas se estudia siguiendo los lineamientos teóricos de (Luria, 1981; Mayer 1986a; Benton-Luria, 2009), en donde el objetivo se centra en observar el funcionamiento intelectual y los procesos de aprendizaje de forma integral, por medio de problemas aritméticos que permiten estudiar el proceso psicológico que efectúa el individuo.

## **2.9 Principales dificultades del aprendizaje en el currículo de matemáticas de la básica primaria**

Una de las principales motivaciones al desarrollar este trabajo ha sido estudiar y analizar algunas de las dificultades típicas en el aprendizaje de la matemática en los niños a temprana edad, así como entender la relación de dichas dificultades con la memoria de trabajo, la planificación y a futuro, como poder desarrollar planes estratégicos que ayuden a sobreponerse a estas dificultades.

Por eso se presentan algunas de las fallas que según Mayer, (1986 b); McGuire, (1960); Riviére, (1990), se detectan en los alumnos a través de la experiencia, los estudios previos efectuados y la práctica en el aula educativa, estas falencias sobresalen de las demás y serán las principales a estudiar con la metodología propuesta.

### **2.9.1 Dificultad en la adquisición de los conceptos básicos o nociones básicas:**

Se refiere a la ausencia de los conceptos básicos de conservación y reversibilidad operativa, antes de efectuar las operaciones concretas, es decir, en el pre cálculo lógico-aritmético al no entender como las operaciones se complementan entre sí.

## 2.9.2 Fallas en el reconocimiento de los números y los signos, (dislexia y discalculia):

Se clasifican en, (Mayer, 1986 a; McGuire, 1960):

- i. **Fallas en la identificación:**  
El niño no reconoce adecuadamente los números o no los identifica. En la creación de series numéricas duda y/o se equivoca, en los dictado escribe números distintos y al solicitarle que escriba dos números de la serie se equivoca y escribe otros distintos a los requeridos.
- ii. **Confusión de números de formas semejantes:**  
El niño se confunde al escribir grafismos parecidos, por ejemplo 3 con 8 o 7 con 4
- iii. **Confusión con los signos:**  
El niño confunde los signos de suma (+) y producto ( $\times$ ), o, el de la resta (-) con división ( $\div$ ).
- iv. **Confusión con los números con sonidos semejantes:**  
El niño en un dictado numérico confunde, por ejemplo, el número 2 (dos) con el 12 (doce), el 7 (siete) con el 6 (seis) y el 13 (trece) con el 3 (tres).
- v. **Escritura inversa:**  
Ocurre cuando el niño escribe determinados números en sentido opuesto, por ejemplo 6 y 9
- vi. **Confusiones con los números simétricos:**  
Esta falla se relaciona con la lateralización. Al escribir el número, el niño confunde rasgos de determinados números que ocupan el lado derecho con rasgos del lado izquierdo, o viceversa, por ejemplo el numero 9 (nueve) con la letra P, o el numero 3 (tres) con la letra E.

## 2.9.3 Fallas en el conteo o la creación de series o sucesiones numéricas:

Contar se relaciona con la creación de series o sucesiones numéricas en donde, de tanto en tanto, se coloca un nuevo termino relacionado directamente al termino anterior por un patrón especial.

Las principales fallas en la creación de sucesiones o series numéricas son:

- i. **Insistencia:** El niño no se detiene en el número que se le dice que se detenga.
- ii. **Repetición:** El niño anota repetidamente el mismo número. Esto ocurre porque escribe los números como suenan.

- iii. **Traslaciones o transposiciones:** El niño cambia el lugar de los números.
- iv. **Omisión:** El niño no anota uno o más números de la sucesión.
- v. **No abreviación:** El niño no es capaz de comenzar a contar en un número, sin antes contar los anteriores, pues se acostumbra a contar siempre desde el mismo número.

#### 2.9.4 Dificultades en la creación de escalas ascendentes y /o descendentes:

Usualmente ocurre cuando los niños no han desarrollado las nociones de suma, resta o producto. Estas fallas generalmente son: omisiones repeticiones, insistencias, dificultades en la abreviación o incluir un número que no pertenece a la escala solicitada.

#### 2.9.5 Dificultades en la estructura operativa:

Ocurre cuando el niño presenta fallas en la estructuración de las funciones madurativas: reversibilidad operativa, ordenación deficiente, esquema corporal conflictivo, lateralización ineficiente o las relaciones temporo-espaciales confusas.

Estas fallas generan los siguientes trastornos, (Riviére, 1990):

##### i. Déficit de las estructuras operacionales:

**En la suma y resta:** El niño inicia la operación por el lado izquierdo y no por la derecha, sumar o resta unidades con decenas, centena con unidad de mil, etc.

**En el producto:** Se presenta deficiente ordenamiento de los subproductos pues el niño multiplica el multiplicando por el primer número de la izquierda del multiplicador, o inicia el producto multiplicando el primer número de la izquierda del multiplicando.

**En la división:** El niño no sabe exactamente cuántas veces el divisor está contenido en el dividendo y por ende no encuentra el cociente correcto, o al dividir tomar primero en el dividendo las cifras de la derecha. Al operar el cociente por el divisor, resta mal en el dividendo, pues lo hace con los números de la izquierda o al dividir coloca mal el cociente, anotando primero el número de la derecha y luego el de la izquierda.

- ii. **Fallas en el procedimiento de reemplazar:** Es cuando el niño no tiene muy clara la idea de reemplazo o como contar decenas o centenas.
- iii. **Pobre alineamiento:** Ocurre cuando el alumno no sabe alinear las cifras una bajo otra.



- iv. **Problemas con el cálculo mental:** Sucede cuando el niño tiene poca memoria o poca atención, esto debido, principalmente al poco desarrollo de la corteza cerebral, luego actividades como imaginar, retener, abstraer y concluir o simplemente concentrarse se dificultan en él .

## 2.10 Relación entre las Funciones Ejecutivas y el Aprendizaje de las Matemáticas

Las funciones cognoscitivas son esenciales para desenvolverse adecuadamente en el mundo actual que es tan cambiante y el cual nos presenta nuevos retos, exigiendo que estemos en constante movimiento y aprendizaje. Desde el momento del nacimiento el ser humano empieza a aprender a través de las experiencias que va teniendo en el ambiente que lo rodea, pero es hasta cuando se ingresa al colegio en donde este tipo de aprendizaje se vuelve más formal y se adquieren nuevas habilidades y se desarrollan capacidades de razonamiento, lectura, escritura y en general conocimientos básicos de las asignaturas académicas, las cuales requieren de habilidades por parte del niño para poder procesar toda esta nueva información de manera correcta, asociando e integrando los nuevos conocimientos con los ya existentes.

Para que el ser humano se adapte a los cambios constantes que el ambiente genera, como ocurre en el contexto del aprendizaje, se requiere principalmente de la atención y la memoria (Chun y Turk-Browne, 2007; Lezak, 1995). La atención es definida según Broadbent (1954), como la cantidad de información que puede ser atendida y respondida en un tiempo determinado, y es esencial para que el sujeto pueda adquirir nueva información, almacenarla y posteriormente recordarla gracias a la intervención de la memoria (Tulving, 1987). Sin embargo la manera más efectiva de realizar este proceso cognitivo es a través de las funciones ejecutivas que incluyen conductas dirigidas hacia un objetivo, como la resolución de problemas, planificación, generación de estrategias, flexibilidad de pensamiento y memoria de trabajo (Sohlberg y Mateer, 1989; Stuss & Alexander, 2000).

Estas funciones se van desarrollando y mejorando durante la niñez y la adolescencia, conservándose relativamente estables en los adultos, aunque pueden también disminuir y volverse más lenta conforme avanza la edad (Anderson, Northam, Jacobs, y Catroppa, 2001; Ardila, Rosselli, Matute, & Guajardo, 2005; Klenberg, Korkman, & Lahti-Nuuttila, 2001; Gómez-Pérez y Ostrosky-Solís, 2006).

Los autores (Aaron, 2005; Lépine & Barrouillet, 2005; Passolunghi & Siegel, 2001; St. Clair-Thompson & Gathercole, 2006). Plantean el éxito académico se asocia con una buena ejecución en la memoria de trabajo visoespacial, y concluyen que las deficiencias en la memoria de trabajo pueden subyacer a los problemas moderados de aprendizaje, ya que para tener un buen rendimiento se requiere que el niño reciba la información correctamente a través de su sistema auditivo, para posteriormente ser codificada, almacenada y evocada.

Según García Madruga & Fernández-Corte (2008) la capacidad de la memoria de trabajo afectan los procesos de comprensión y razonamiento, viéndose reflejado en el rendimiento escolar en áreas de lenguaje y las matemáticas por ser factores que influyen en la integración de conceptos nuevos con conocimientos previos.

En los últimos años varios autores han desarrollado investigaciones, intentando determinar la importancia de la memoria de trabajo en el aprendizaje y ejecución de diversas tareas e tipo cognitivo, destacando que una escasa habilidad en este tipo de memoria, conlleva a un bajo rendimiento en múltiples facetas de la vida cotidiana, entre ellas el aprendizaje escolar (Alsina, 2001; Alsina y Sáiz, 2003, 2004; Baqués y Sáiz, 1999; Fazzio, 1999; Gathercole y Pickering, 2000). Sin embargo y conociendo la importancia de la memoria de trabajo en los procesos de aprendizaje de lectura y cálculo, existen hasta el momento muy pocos estudios en donde se hayan elaborado programas de intervención para el mejoramiento y/o entrenamiento de la memoria de trabajo en niños.

Por otro lado la planificación también cumple un papel fundamental en el proceso de aprendizaje ya que es la encargada como se ha mencionado anteriormente organizar y seguir la secuencia de actividades dirigidas a la consecución de la meta u objetivo. Por esta razón en el momento de realizar una tarea o actividad, la memoria de trabajo y la planificación deben trabajar juntas para conseguir los objetivos propuestos en actividades relacionadas con el razonamiento, la comprensión de textos, realización de cálculos mentales, con comprender y producir el lenguaje. Además estas funciones permiten mantener al sujeto mentalmente activo, recibiendo la información proveniente de los sentidos y al mismo tiempo realiza la transformación y selección de esta información para llegar a la obtención de un resultado en la tarea propuesta.

### **3. MARCO METODOLÓGICO**

Tomando como base los anteriores estudios, el presente trabajo busca estudiar la relación entre la planificación, la memoria de trabajo y la capacidad de resolver problemas matemáticos.

En este capítulo se describe el enfoque metodológico del presente trabajo investigativo, el cual es de tipo descriptivo y correlacional; en donde las variables observadas, son abordadas cuantitativamente.

Estas variables fueron estudiadas sin manipulación alguna, más allá de su observación, estudio y análisis estadístico a fin de evidenciar una relación entre ellas y poder determinar posibles planes de intervención en los alumnos, a fin de mejorar resultados obtenidos.

#### **3.1 Pregunta problema:**

Partiendo de los conceptos y las premisas expuestas en el marco teórico, las preguntas centrales del presente trabajo son: ¿Hay relación entre la memoria de trabajo, la planificación y la habilidad para resolver problemas matemáticos? ¿Hay evidencia empírica que sustente el refuerzo de la planificación y la memoria de trabajo como vía para que los alumnos puedan ser más efectivos en la resolución de problemas matemáticos?

#### **3.2 Hipótesis y objetivos:**

La hipótesis que se asumió para el presente estudio fue:

Se presume que los alumnos que presentan dificultades en la planificación y/o en la memoria de trabajo tienen un rendimiento en la resolución de problemas matemáticos inferior a los que no tienen dichas dificultades.

Teniendo en cuenta la hipótesis anterior, el objetivo general del presente trabajo es:

Conocer si existe relación entre la memoria de trabajo y la planificación a temprana edad para facilitar el aprendizaje de las matemáticas en alumnos de grado segundo de primaria.

Los objetivos específicos propuestos son:

- a)** Estudiar la influencia de la capacidad de memoria de trabajo en el aprendizaje de las matemáticas.
- b)** Conocer la importancia de la capacidad de planificación en la ejecución de algoritmos a fin de desarrollar tareas específicas.
- c)** Comprobar si existe relación significativa entre las variables de las funciones ejecutivas: memoria de trabajo, planificación y la habilidad para resolver problemas matemáticos en niños de 2do de primaria.
- d)** Plantear un plan de intervención, con el fin de reforzar las debilidades presentes en los alumnos luego de efectuar el presente estudio.

### **3.3 Diseño de la investigación:**

El tipo de estudio es no experimental porque no se interviene en la muestra, ni se manipulan variables. Además es un estudio descriptivo y correlacional, pues los datos que se analizan son las puntuaciones que caracterizan a la muestra de estudio en determinada variable y las posibles relaciones entre las mismas.

Para Luria (1981 y 1985) esta metodología de trabajo permite, a partir de los resultados obtenidos en las pruebas neuropsicológicas que evalúan el desempeño cognitivo de variables específicas, comprobar las relaciones involucradas entre las variables investigadas y la resolución de problemas, ya que esta capacidad es fruto de un proceso cognitivo en donde participa toda la estructura cortical que es donde se presentan las funciones mentales superiores.

En este caso, las variables de estudio son: planificación, memoria de trabajo y el rendimiento en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos que hacen parte del presente estudio.

### **3.4 Población y muestra:**

En este estudio se evaluará el rendimiento de 32 alumnos del grado segundo de educación básica primaria, del Colegio Gimnasio Vizcaya de Tunja, Colombia, de entre 7 y 8 años, distribuidos en 20 niñas y 12 niños de un nivel socioeconómico medio-alto, donde ningún alumno presenta

dificultades cognitivas o problemas de aprendizaje. Como criterio de inclusión se tomó a la totalidad de los alumnos del grado segundo sin necesidad de excluir alumno alguno. A los padres o tutores legales de los alumnos se les solicitó por escrito (formato anexo) la autorización para que sus niños participaran en el presente estudio y todos amablemente dieron el consentimiento.

Dicha muestra no se considera representativa de los niños de dicha edad en general, ni los resultados generalizables a otros ambientes debido al tamaño de la muestra, el nivel socio-económico de los alumnos y el tiempo de estudio de la misma, por lo que dicha muestra se considera no probabilística y al no poder tener una muestra con mayor tamaño, se debe prescindir del grupo de control para el estudio de las variables y por ende se desarrolló un estudio descriptivo y correlacional con la muestra disponible.

La distribución de los alumnos por edades y sexo está representada en la Tabla 1:

**Tabla 1: Edad y sexo de los alumnos que conforman la muestra**

	Niños	Niñas	Total
<b>Edad 7 años</b>	11	18	29
<b>Edad 8 años</b>	1	2	3
<b>Total</b>	12	20	32

### 3.5 Variables medidas e instrumentos aplicados

Según Wechsler (1974), los dos principales medios por los cuales el ser humano expresa sus habilidades cognitivas son la comprensión verbal y la escala manipulativa o capacidad de ejecución, dicha división es el fundamento que propone el autor, para la creación e implementación del test de inteligencia WISC-R y la división en subescalas.

Estas subescalas están compuestas por una serie de tareas que se le presentan al niño esperando respuestas que puedan calificarse con facilidad; son pues, un mecanismo de comunicación con el examinador a través de diferentes lenguajes que pueden diferir completamente en las respuestas o planteamientos de uno u otro niño, y por esto dadas las diversas formas en que se manifiesta la inteligencia, es necesario utilizar más variedad de lenguajes o subescalas para estudiarla.

Debido a este punto de vista se decidió proponer diversas actividades, con el fin de detallar el comportamiento de cada variable a estudiar; siguiendo para esto determinadas subpruebas de la WISC-R o de la prueba Torre de Hanoi, dando cada prueba un resultado independiente que estudiara cada variable según sea el caso.

Según Bishop, Aamodt-Leeper, Creswell, McGurk, y Skuse, (2001) una de las pruebas adecuadas para estudiar la variable planificación es el Test de Torres de Hanoi. Para determinar los valores de la variable se emplearon dos pruebas con las torres de Hanoi con dos niveles de dificultad, usando primero 3 discos y luego 4 discos; para evaluar el desempeño en la prueba se puede tomar como medida el número de movimientos empleados o el tiempo utilizado en la solución.

En este caso, se tomó el tiempo sugerido para la consecución del objetivo, (Bishop *et al.*, 2001) y se sumaron los resultados; con esto la puntuación total varía de 0 a 20 puntos, según la expresión:

$$\text{Valor Planificación} = \text{Puntuación Torres (3 Discos)} + \text{Puntuación Torres (4 Discos)}$$

Con las puntuaciones expuestas en la Tabla 2:

**Tabla 2: Puntuación asignada a la prueba Torre de Hanoi**

3 Discos	Tiempo	Puntos	4 Discos	Tiempo	Puntos
	60 seg o mas	6 puntos		75 seg o mas	6 puntos
	45 seg- 59 seg	7 puntos		60 seg- 74 seg	7 puntos
	30 seg- 44 seg	8 puntos		45 seg- 59 seg	8 puntos
	15 seg- 29 seg	9 puntos		30 seg- 44 seg	9 puntos
	14 seg o menos	10 puntos		29 seg o menos	10 puntos

Para la variable Memoria de Trabajo se tomó la propuesta de Wechsler (2001), pues esta variable analiza la capacidad de retención y almacenamiento de información, de operarla mentalmente, transformarla y generar nueva información; y por ello se asignaron las subpruebas de aritmética, dígitos y claves de la prueba WISC-R; ya que estas pruebas brindan oportunidades de medir dicha variable usando la escala verbal y de ejecución y están diseñadas para estudiar la memoria de trabajo de forma independiente. Los resultados naturales obtenidos posteriormente fueron normalizados por edades según la escala de Wechsler,

Por ultimo para la variable de resolución de problemas se escogió la propuesta de Benton-Luria (2009), inspirada a su vez en la propuesta de Luria y Tsvetkova, (Morales,2015) en donde se combinan pruebas numéricas de escala verbal como la lectura y valoración de dígitos, con la escala de ejecución usando pruebas como: el cálculo aritmético y la resolución de problemas, siendo utilizados en este estudio (y debido a su constante presencia en los textos escolares) los primeros cuatro tipos de problemas de la escala Benton-Luria, en donde además se brindan los criterios de calificación utilizados para medir la variable Resolución de Problemas (Benton y Luria, 2009).

Debido a que no se ejecutó toda la prueba WISC-R, se omite el uso del término cociente de inteligencia (C.I) o edad mental en el sentido estricto mencionado por Wechsler, y a cambio se estudió individualmente cada subprueba relacionada con la memoria de trabajo, con el fin de no mezclar los resultados obtenidos ni su influencia sobre la resolución de problemas.

### **3.6 Test De Inteligencia Para Niños De Wechsler WISC –R**

El test de inteligencia para niños de Wechsler WISC–R, (Wechsler, 1974) es una herramienta de valoración de las capacidades cognoscitivas del individuo, que evalúa los índices representativos de las habilidades intelectuales generales tales como: la comprensión verbal y el razonamiento perceptivo, y habilidades de procesamiento cognoscitivo como la memoria de trabajo y la velocidad de procesamiento.

La prueba WISC-R, según Wechsler (2001) consta de doce subpruebas, seis de escala manipulativa o espacial, que evalúa factores como la discriminación visual, la capacidad viso-motora y capacidades sensoriales y seis de escala verbal, dependiente de las habilidades lingüísticas como lectura, comprensión, etc. De estas se seleccionaron las pruebas enfocadas a medir la memoria de trabajo expuestas en la Tabla 3:

**Tabla 3: Subpruebas utilizadas del test de Wechsler WISC-R**

SUBPRUEBA	ESCALA VERBAL
<b>Aritmética</b>	<p>Esta prueba mide atención, concentración, memoria a corto y a largo plazo, además de la habilidad para realizar operaciones numéricas y utilizar conceptos numéricos abstractos.</p> <p>Analiza habilidades de razonamiento numérico, agilidad en el manejo y reorganización de la información y alerta mental. También puede relacionarse con el razonamiento fluido, la habilidad para establecer secuencia y el razonamiento lógico.</p> <p>Lo que se le pide al sujeto es que resuelva mentalmente, sin lápiz ni papel una serie de problemas aritméticos, y dé una respuesta oral en un tiempo límite (30 segundos).</p> <p>Esta actividad depende del aprendizaje obtenido previamente y pone a prueba al niño en la realización de operaciones básicas y da indicadores de la capacidad de retención del mismo.</p>
<b>Dígitos</b>	<p>Evalúa la memoria auditiva inmediata y la capacidad de atención y retención de la información.</p> <p>El sujeto debe repetir una serie de dígitos que se le presentan oralmente de forma directa e inversa, por lo tanto obliga a reorganizar la información, lo que implica la función de la memoria auditiva.</p> <p>Esta prueba analiza memoria inmediata y memoria de trabajo, indicando habilidades de secuenciación, planificación, alerta y flexibilidad cognitiva.</p>
	ESCALA MANIPULATIVA
<b>Claves</b>	<p>Esta prueba evalúa la capacidad de aprendizaje asociativo, la destreza y coordinación visomotora, rapidez en la ejecución y la destreza del niño frente a tareas rutinarias como el manejo de lápiz y papel.</p> <p>El objetivo de la tarea es completar los dibujos o dígitos que se le presentan con los símbolos adecuados.</p>



### 3.6.1 Factores Del WISC-R

Los factores de la prueba WISC-R (ver Tabla 4), evalúan varias habilidades y capacidades del individuo a la vez, y por lo tanto esta prueba constituye una excelente herramienta para valorar la competencia intelectual del niño, ya que con ella se puede tener una panorámica global de su desarrollo cognitivo y detectar sus puntos fuertes y débiles para poder generar planes de intervención que ayuden a optimizar estos procesos. El tiempo recomendado de aplicación de la prueba es de aproximadamente 70 a 90 minutos.

**Tabla 4: Composición de los factores usados del test WISC-R.**

Factores	Comprensión Verbal	Capacidad de Ejecución
Subpruebas que lo integran	Información	Figuras incompletas
	Semejanzas	Historietas
	Vocabulario	Cubos
	Comprensión	Rompecabezas
	Aritmética	Laberintos
	Dígitos	Claves

El factor de comprensión verbal mide la habilidad verbal, los conocimientos adquiridos con la educación y la capacidad para aplicar la habilidad verbal a situaciones nuevas.

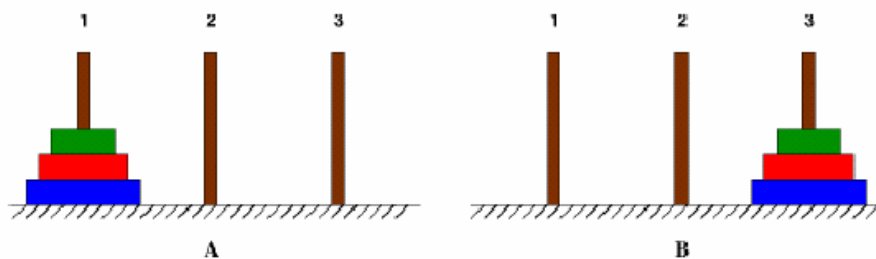
El factor de capacidad de ejecución, está claramente relacionado con la escala manipulativa y evalúa la organización espacial y perceptiva. Valora la habilidad para organizar e interpretar el material visual, percibido en situaciones con límite de tiempo.

Las escalas valorativas de estas prueba WISC-R son claves para evaluar la memoria de trabajo en los niños pues implican tareas de razonamiento, análisis, resolución de problemas, secuenciación, planificación, flexibilidad cognitiva, capacidad de retención, organización y almacenamiento de datos, haciendo que el sujeto deba operar mentalmente toda la información que está recibiendo a través de sus sentidos para transformarla y generar una respuesta en un tiempo determinado.

### 3.7 Torres De Hanoi (TOH)

Es un instrumento de diagnóstico y evaluación de las funciones ejecutivas, aplicado tradicionalmente. (Golea, Pullara y Grafman, 2001; Miyake, Friedman, Emerson, Witzki y Howerter, 2000). Las Torres de Hanoi es un juego inventado por el matemático francés Édouard Lucas en 1883. Este juego está compuesto por tres pivotes en los que se sitúan cuatro discos e tamaño decreciente que se sitúan en uno de los pivotes extremos, quedando en la parte baja el disco con mayor diámetro y encima los de menor diámetro en orden decreciente (Ver Figura 1).

**Figura 1. Torres de Hanoi**



El objetivo de la tarea consiste en pasar los discos de un extremo al otro siguiendo unas reglas sencillas:

- a.** En cada movimiento solo se podrá llevar un disco.
- b.** No se podrá colocar un disco de mayor tamaño sobre uno menor.
- c.** Esta actividad debe realizarse con el menor número de movimientos posibles.

Torres de Hanoi es una tarea de planificación y resolución de problemas que implica para su desarrollo la puesta de marcha de procesos cognitivos que le permitan al sujeto organizar la secuencia de acciones para realizar la tarea, la iniciación y ejecución del plan, el sostenimiento de la memoria durante la realización de la misma, inhibir los posibles distractores, tomar decisiones y ser flexible al cambio de estrategia en caso de ser necesario. Teniendo en cuenta lo anterior se puede decir que es una tarea compleja que precisa de un buen funcionamiento de la memoria de trabajo y de las funciones del sistema nervioso central.

La prueba Torres de Hanoi fue desarrollada en un inicio para identificar en los adultos deficiencias en los procesos de planificación. En la actualidad se usa también para evaluar déficits en la memoria operativa y flexibilidad mental (Levin, 1996; Lezak, 1995; Anderson, Jacobs, Mikiewicz y Northam, 2002).

Esta herramienta también es usada en la evaluación neuropsicológica de niños y adolescentes tanto normales como de tipo control. Los resultados obtenidos en diversas investigaciones realizadas con la prueba TOH en niños normales, Bishop *et al.*, (2001), Díaz, Martín, Jiménez, García, Hernández, y Rodríguez, (2012), mostraron que es una herramienta útil para medir y evaluar el desarrollo de la planificación y solución de problemas. Con estas herramientas medir las variables cuantitativas propuestas en el estudio, como se ilustra en la Tabla 5.

**Tabla 5: Variables medidas e instrumentos utilizados para su estudio**

Variable	Instrumento aplicado	Objetivo a desarrollar
Memoria de trabajo u operativa	Subpruebas WISC-R: Dígitos Aritmética Claves	1, 2
Planificación	Prueba de Torres de Hanoi	1, 2
Habilidad en la resolución de problemas matemáticos	Test de Problemas Aritméticos de Benton - Luria	2

### 3.8 Test de Problemas Aritméticos de Benton – Luria:

La correcta resolución de un problema implica una actividad intelectual por parte del niño, que supone la comprensión de la situación en la que el problema se desarrolla. El test de problemas de Benton-Luria (2009), es una propuesta que permite identificar el nivel en que se encuentran los alumnos según su razonamiento matemático.

Los problemas típicos de Benton-Luria, fueron descritos en el apartado 2.7, *Clasificación de problemas matemáticos*. De estos se seleccionaron los primeros 4 tipos al ser acordes a la edad de los niños estudiados y las operaciones matemáticas aprendidas hasta el momento.

El test de problemas aritméticos de Benton, busca principalmente evaluar la capacidad del niño para comprender secuencias numéricas, realizar cálculos orales y escritos y medir su razonamiento matemático vía resolución de problemas.

Las subpruebas que lo conforman y la valoración que tienen sobre la nota cada una de las actividades desarrolladas en el test, Benton-Luria (2009), están expuestas en la Tabla 6:

**Tabla 6: Componentes y valoración de la prueba Benton – Luria**

<b>I. COMPONENTES SIMBOLICOS DEL CALCULO</b>		<b>Puntaje</b>
1.	Valoración cuantitativa de números presentados oralmente	5
2.	Valoración cuantitativa de números presentados visualmente	5
3.	Lectura de números en voz alta	5
<b>TOTAL</b>		<b>15</b>
<b>II. ACTIVIDAD DE CONTAR</b>		
4.	Contar en voz alta series numéricas	5
<b>TOTAL</b>		<b>5</b>
<b>III. CALCULO ARITMETICO</b>		
5.	Cálculo aritmético oral	10
6.	Cálculo aritmético escrito	10
<b>TOTAL</b>		<b>20</b>
<b>IV. RESOLUCION DE PROBLEMAS</b>		
1.-	Problema simple	15
2.-	Problema simple invertido	15
3.-	Problema simple compuesto	15
4.-	Problema compuesto	15
<b>TOTAL</b>		<b>60</b>
<b>TOTAL PRUEBA - puntos</b>		<b>100</b>

Para Luria, (1981) el objetivo de cualquier problema está dentro de datos preestablecidos, y por lo tanto el trabajo intelectual comienza con la orientación de dichos datos y la forma de los mismos. Es fundamental analizar y clasificar la información brindada en cada uno de los problemas; y para esto es posible otorgar al niño una ligera orientación por parte del guía o tutor para la interpretación de los mismos.

### 3.9 Procedimiento

Los pasos a desarrollar en el presente trabajo son:

- i. Se entregó a los padres o tutores de los alumnos, el formato de consentimiento (adjunto en los anexos), solicitando su autorización para que los niños pudieran hacer parte del presente estudio, todos de forma amable e interesada dieron su aprobación al mismo.
- ii. Posteriormente se creó una tabla numérica, asignándole a cada alumno un código numérico para, identificarlos fácilmente preservando su identidad; esta identidad nunca fue considerada o estudiada en el presente informe a fin de no contaminar la muestra ni los datos estudiados.
- iii. Durante la ejecución de las distintas herramientas neuropsicológicas que hacen parte del presente estudio, se contó con la ayuda de las docentes encargadas del grado segundo, con el fin de que los alumnos se sintieran lo más familiarizados posibles con sus pruebas académicas normales y así reducir todo factor de presión adicional que podría alterar los resultados obtenidos.
- iv. El tiempo utilizado en la administración de las pruebas propuestas fue durante tres días de la semana (lunes, miércoles y viernes), con una duración por sesión individual de 45 minutos, en las horas de la mañana, que es el horario habitual de las clases de matemáticas en la institución y es el tiempo donde los niños presentan mejor disposición y atención.
- v. Se recopilaron los resultados en una hoja de cálculo de Excel y se efectuó el análisis de datos estadístico de tipo descriptivo (media, mediana, moda, desviación estándar y varianza de la muestra), para tener un mayor conocimiento del comportamiento de la muestra estudiada. Además se calculó el coeficiente de correlación de Pearson y se efectuaron los diagramas de dispersión que relacionan las variables del estudio, usando el complemento EZAnalyze 3.0 de Excel.

## 4. RESULTADOS

Este trabajo se centró en el estudio de la incidencia de la memoria de trabajo y la planificación en la resolución de problemas matemáticos, la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

La exposición de resultados se presenta describiendo estadísticamente cada una de las variables involucradas en el estudio por separado, y mostrando posteriormente el análisis de correlación de Pearson para analizar la relación entre las variables a fin de poder sugerir posteriormente un plan de intervención con el fin de fortalecer las debilidades presentes en algunos alumnos.

Los 32 alumnos que formaron parte del estudio fueron reetiquetados en numeraciones aleatorias del 1 al 32, con el fin de preservar su identidad y que el estudio no fuera sesgado en la toma de datos.

### 4.1 Estadísticos Descriptivos

Los datos obtenidos en las pruebas realizadas para el estudio de la memoria de trabajo por medio de las subpruebas de claves, dígitos y aritmética de la prueba WISC-R, fueron convertidos a puntuación normalizada tomando como referencia la edad del alumno siguiendo la escala de calificación de Wechsler.

Los resultados obtenidos en la prueba de claves podemos verlos en la Tabla 7, en donde se muestra que la variable tuvo una media de 10,88, una mediana de 9,00, una moda de 9,00 y una desviación estándar de 3,90:

**Tabla 7: Estadística descriptiva de la memoria de trabajo por medio de la prueba de claves**

Memoria de Trabajo - Claves	
<b>Media</b>	10,88
<b>Error típico</b>	0,69
<b>Mediana</b>	9,00
<b>Moda</b>	9,00
<b>Desviación estándar</b>	3,90
<b>Varianza de la muestra</b>	15,21

Los resultados obtenidos en la prueba de dígitos podemos verlos en la Tabla 8, en donde se muestra que la variable tuvo una media de 12,88, una mediana de 12,50, una moda de 11,00, y una desviación estándar de 3,19:

**Tabla 8: Estadística descriptiva de la memoria de trabajo por medio de la prueba de dígitos**

Memoria de Trabajo Dígitos	
<b>Media</b>	12,88
<b>Error típico</b>	0,56
<b>Mediana</b>	12,50
<b>Moda</b>	11,00
<b>Desviación estándar</b>	3,19
<b>Varianza de la muestra</b>	10,18

Los resultados obtenidos en la prueba de aritmética podemos verlos en la Tabla 9, en donde se muestra que la variable tuvo una media de 9,63, una mediana de 10,00, una moda de 10,00 y una desviación estándar de 1,26:

**Tabla 9: Estadística descriptiva de la memoria de trabajo por medio de la prueba de aritmética**

Memoria de Trabajo Aritmética	
<b>Media</b>	9,63
<b>Error típico</b>	0,22
<b>Mediana</b>	10,00
<b>Moda</b>	10,00
<b>Desviación estándar</b>	1,26
<b>Varianza de la muestra</b>	1,60

Según la escala de calificación de Wechsler, los resultados normalizados de la media esperados para niños entre 7 y 8 años aproximadamente, son de: 12-13 para la subprueba de claves, 9-10 para la subprueba de dígitos y de 8-9 para la subprueba de aritmética. Lo cual indica que los resultados obtenidos en el presente estudio son ligeramente inferiores en la subprueba claves (10,88), ligeramente superiores en la subprueba dígitos (12,88) y similares en la subprueba de aritmética (9,63).

La estadística descriptiva determinada para la variable planificación medida usando la prueba de Torres de Hanoi está dada por la Tabla 10, en donde se muestra que la variable tuvo una media de 15,13, una mediana de 15,00, una moda de 16,00 y una desviación estándar de 2,32:

**Tabla 10: Estadística descriptiva de la planificación**

Planificación Torres de Hanoi	
<b>Media</b>	15,13
<b>Error típico</b>	0,41
<b>Mediana</b>	15,00
<b>Moda</b>	16,00
<b>Desviación estándar</b>	2,32
<b>Varianza de la muestra</b>	5,40

Comparando los resultados obtenidos por Bull, *et al.*, (2004), en donde la prueba Torres de Hanoi con tres discos fue aplicada a niños entre 7 y 9 años, obteniendo una media de 16 seg; se observó que los resultados obtenidos en el presente estudio con la misma prueba fueron semejantes (15.13 seg).

Por último, para determinar los valores de la variable resolución de problemas se emplearon seis subpruebas y cuatro problemas aritméticos de la prueba Benton-Luria, las subpruebas: valoración oral y visual, lectura numérica, conteo de series numéricas, calculo oral y calculo escrito; junto con cuatro problemas correspondientes a los primeros cuatro niveles de dificultad de las pruebas diseñadas para estudiar la capacidad de resolución de problemas matemáticos, con dificultad creciente y con puntuaciones acumuladas para las primeras seis pruebas, y con escala de tiempo para la solución de los cuatro problemas.

La Tabla 11 determina el peso en la valoración final de cada una de las subpruebas de la prueba, siguiendo los lineamientos expuestos en la Tabla 6 sobre componentes y valoración de la prueba Benton – Luria, (2009).

**Tabla 11: Valoración de la prueba Benton-Luria**

Valoración	Valoración	Lectura	Serie	Calculo	Calculo	Problema	Problema	Problema	Problema
Oral	Escrita	Numérica	Numéricas	Oral	Escrito	1	2	3	4
(V.A)	(V.E)	(L.N)	(S.N)	(C.O)	(C.E)	(P.1)	(P.2)	(P.3)	(P.4)
5%	5%	5%	5%	10%	10%	15%	15%	15%	15%



Según la Tabla 11, la fórmula utilizada para calcular los valores numéricos de la variable resolución de problemas (V.R), según la prueba Benton-Luria y los puntos otorgados por la prueba es:

$$V.R = V.A \times (0.05) + V.E \times (0.05) + L.N \times (0.05) + S.N \times (0.05) + C.O \times (0.1) + C.E \times (0.1) + P$$

Donde P es el valor promedio de la nota obtenida en los 4 problemas con un peso total acumulado de 60%, esto es:

$$P = \frac{P.1 + P.2 + P.3 + P.4}{4} \times (0.6)$$

Así el valor total de la variable resolución de problemas (V.R) es el 100% de los resultados obtenidos según la escala descrita en la Tabla 11.

Los resultados obtenidos en la prueba de resolución de problemas podemos verlos en la Tabla 12, en donde se muestra que la variable tuvo una Media de 70,43, una Mediana de 70,80, una Moda de 56,30 y una Desviación estándar de 10,21:

**Tabla 12: Estadística descriptiva de la Resolución de Problemas por medio de la prueba de Benton-Luria**

Resolución de Problemas	
<b>Media</b>	70,43
<b>Error típico</b>	1,81
<b>Mediana</b>	70,80
<b>Moda</b>	56,30
<b>Desviación estándar</b>	10,21
<b>Varianza de la muestra</b>	104,27

## 4.2 Análisis correlacional

Posteriormente se realizó un análisis correlacional, usando el coeficiente estadístico de Pearson, para conocer si existía relación entre las diferentes variables medidas en este trabajo. Como podemos ver a continuación en la Tabla 13, se encontró una relación positiva y significativa entre planificación y resolución de problemas, pues el coeficiente de correlación de Pearson fue de 0,52 ( $p \leq .001$ ). Estos datos indican que aquellos alumnos con mayor capacidad de planificación también obtendrán mayor facilidad para resolver problemas matemáticos, medido a través del test de problemas de Benton-Luria.

Además se puede ver la relación positiva y significativa entre aritmética y dígitos respecto a resolución de problemas, debido a que el coeficiente de correlación de Pearson fue de 0,57 y 0,41 respectivamente y el nivel de significación fue de ( $p \leq .01$ ) y ( $p \leq .05$ ); por lo tanto se observa que los niños con buena habilidad de razonamiento numérico, agilidad en el manejo, reorganización y retención de la información, adecuado desarrollo de secuencias y flexibilidad cognitiva, tendrán mayor facilidad para resolver problemas matemáticos.

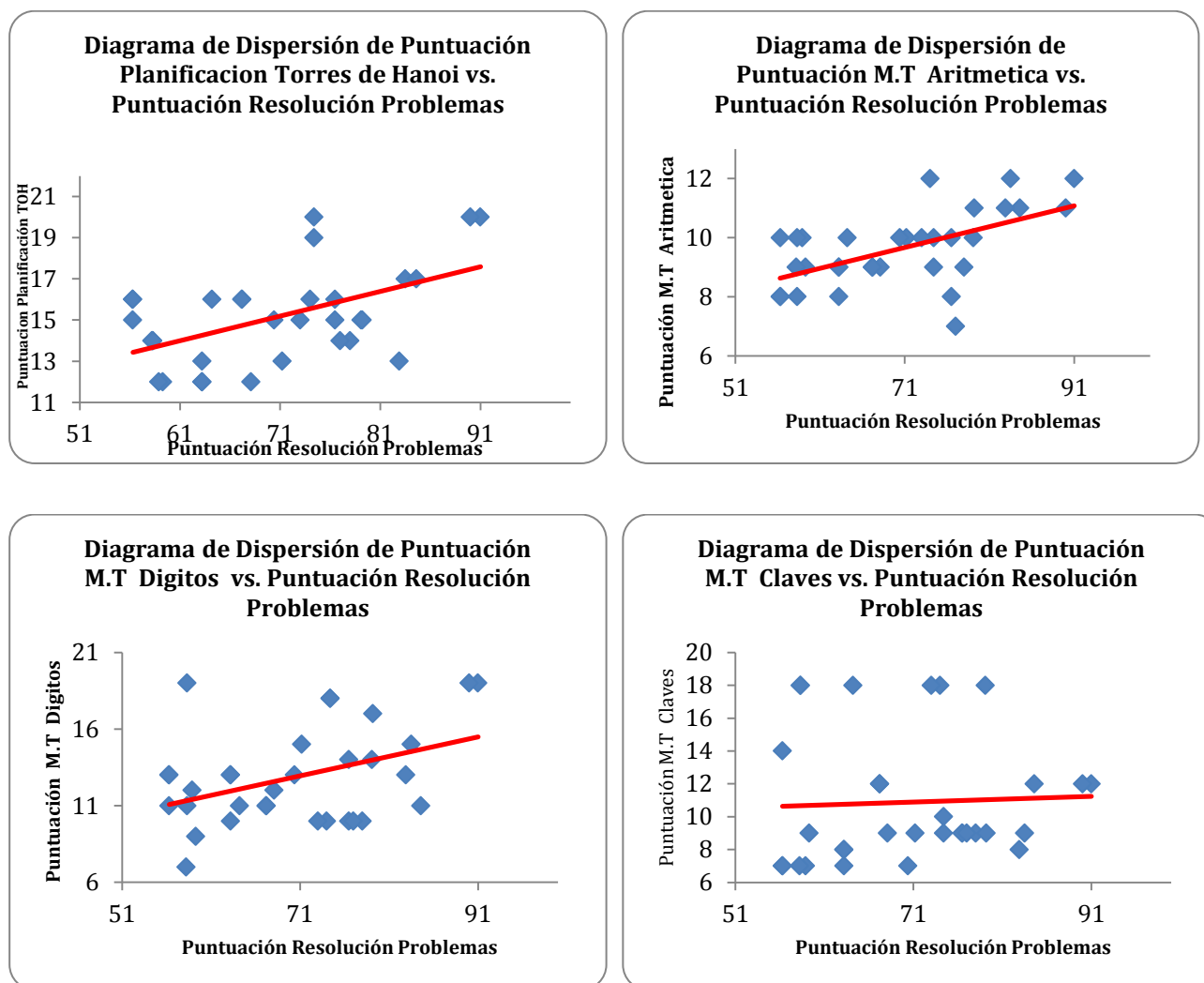
Un resultado obtenido en el presente estudio es la nula relación existente entre el desempeño en la prueba de claves y la resolución de problemas, pues el coeficiente de correlación de Pearson obtenido fue de .05 ( $p=.805$ ). Por lo tanto, se observa que un niño con buena capacidad de aprendizaje asociativo, destreza, coordinación visomotora y rapidez en la ejecución, no necesariamente debe presentar un buen rendimiento a la hora de resolver problemas matemáticos.

**Tabla 13: Matriz de Correlación de Pearson**

	Puntuación Planificación Torres de Hanoi	Puntuación M.T Claves	Puntuación M.T Dígitos	Puntuación M.T Aritmética	Puntuación Resolución Problemas
<b>Puntuación Planificación Torres de Hanoi</b> <i>Nivel de significación = P</i>	1,000 -				
<b>Puntuación M.T Claves</b> <i>Nivel de significación = P</i>	0,201 0,270	1,000 -			
<b>Puntuación M.T Dígitos</b> <i>Nivel de significación = P</i>	<b>0,559</b> 0,001	0,035 0,849	1,000 -		
<b>Puntuación M.T Aritmética</b> <i>Nivel de significación = P</i>	<b>0,401</b> 0,023	0,278 0,123	0,284 0,115	1,000 -	
<b>Puntuación Reso- lución Problemas</b> <i>Nivel de significación = P</i>	<b>0,528</b> 0,002	0,045 0,805	<b>0,405</b> 0,021	<b>0,570</b> 0,001	1,000 -

A continuación (ver Gráfico 2), se presentan los gráficos de dispersión entre la planificación evaluada con Torres de Hanoi, la Memoria de Trabajo evaluada con las pruebas de Aritmética, Claves y Dígitos y la Resolución de Problemas.

**Gráfico 2: Diagramas de dispersión de las correlaciones estudiadas**



Se observa que a pesar de que hay valores atípicos en la muestra, la mayoría de datos presenta poca distancia entre ellos y cierta tendencia ascendente, denotando que existe correlación significativa entre la Planificación, evaluada por Torres de Hanoi, la Memoria de Trabajo evaluada con Dígitos y Aritmética y la Resolución de Problemas evaluada con el test de Benton-Luria. Por otro lado, el último diagrama de dispersión evidencia la inexistente correlación entre la Memoria de Trabajo evaluada con Claves y la Resolución de Problemas evaluada con el test de Benton-Luria.

Tomando como referencia los resultados obtenidos en las pruebas realizadas y el análisis correlacional, se observa que existe una relación entre las variables planificación, memoria de trabajo y resolución de problemas matemáticos en el grupo estudiado.

## 5. PROGRAMA DE INTERVENCIÓN

### 5.1 Presentación

Después de conocer y analizar los resultados obtenidos en las pruebas realizadas a los niños de segundo de primaria, para valorar su desempeño en las variables de planificación, memoria de trabajo y resolución de problemas matemáticos, se plantea la necesidad de generar estrategias pedagógicas que fortalezcan el rendimiento de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas; y por éste motivo se genera el presente plan de intervención para reforzar estas tres variables que están correlacionadas entre sí.

El presente plan permitirá a los niños seleccionar, planificar y aplicar de forma correcta y de manera más asertiva, los procesos adecuados para la resolución de problemas matemáticos; mejorando su desempeño en lo referente a destrezas y habilidades que le permitan identificar la incógnita y los datos disponibles que presenta el problema, para la posterior planificación y resolución del mismo. Esto conlleva a un mejor desarrollo cognitivo de su capacidad para generar nuevas ideas y posibles soluciones ante un problema, no solo de tipo matemático sino también de problemas que se le puedan presentar en su vida diaria.

Será importante estimular también la memoria de trabajo, ya que es una de las capacidades que se utilizan a diario para recordar rutinas que marcan nuestro desempeño en la realización de una tarea. Estos conocimientos que se almacenan de manera temporal en el sistema cognitivo son los responsables de que el niño pueda simplificar la realización de tareas futuras; por esta razón es importante estimular esta capacidad desde temprana edad con actividades lúdicas que les llamen la atención y los invite a realizar los ejercicios con miras al mejoramiento del proceso educativo.

### 5.2 Objetivos

- Incluir programas de estimulación cognitiva como una actividad más del currículo escolar.
- Intensificar el interés de los niños en la matemática y su disposición a utilizarla en actividades de la vida cotidiana.
- Utilizar métodos pedagógicos que fortalezcan los procesos de resolución de problemas y planificación en niños de segundo de primaria.
- Estimular en el niño la habilidad para identificar y organizar los procesos para la consecución de un objetivo.

### 5.3 Metodología

El proyecto debe realizarse dentro del horario lectivo, por lo tanto debe ser incluida en los contenidos curriculares.

Preferiblemente se debe desarrollar al inicio de la jornada escolar, ya que es el horario en donde los niños estarán más dispuestos y atentos para desarrollar las actividades.

Este programa debe ser realizado a diario con sesiones que pueden durar entre 20 y 30 minutos, para evitar la fatiga, incrementar la motivación y evitar así el rechazo hacia la actividad.

La docente debe seleccionar del listado que se presenta en actividades, un ejercicio de planificación, uno de memoria de trabajo y un problema matemático para trabajar de forma conjunta en cada una de las sesiones. Estas actividades pueden ir siendo cada vez más complejas, de acuerdo a las habilidades y destrezas que vaya mostrando el niño en su resolución.

Se debe llevar una tabla de registro para tener en cuenta los tiempos y avances de cada niño.

#### Orientaciones para profesores:

1. Mostrar al niño que se interesa por él y prestarle una atención lo más individualizada que sea posible.
2. Darle indicaciones claras y asegurarse de que entiende las tareas que debe realizar, especialmente en los exámenes.
3. Resaltar los aspectos positivos de su trabajo. Señalarle lo que puede mejorar alentándole a ello. Es necesario desarrollar su autoestima de manera positiva.
4. Se debe hacer retroalimentación inmediata al niño después de realizar cada ejercicio, para que conozca su nivel de eficiencia.

### 5.4 Actividades

#### 5.4.1. Ejercicios para estimular la Memoria de trabajo:

- Presentar oralmente una serie de números al niño y pedirle que los organice de manera ascendente. Por ejemplo si escucha 11-29-7-17, deberá decirlos de la siguiente manera: 7-11-17-29
- El mismo ejercicio pero ordenando los números de manera descendente.

- El docente dice varios dígitos y el niño debe repetirlos en orden inverso. Ejemplo: si escucha 7-2-4-1, deberá repetir 1-4-2-7.
- Realizar operaciones de cálculo mental: se preparan varias tarjetas con un número escrito en cada una. El docente va presentando las tarjetas de modo consecutivo y el niño debe ir sumando mentalmente los números y al final dice en voz alta la suma total. Ejemplo:  $2+4+6+3=15$ .
- **Juego de parejas** : Se presentan una serie de imágenes dispuestas en parejas sobre la mesa, se memorizan y a continuación se mezclan y se ponen boca abajo, el niño tendrá que descubrir dónde están las parejas levantando dos simultáneamente, y volviéndolas a su lugar de origen en el caso de que no coincidan. Se puede realizar con parejas de números o imágenes. ( Se encuentran también varios juegos de esta categoría en internet)
- De entre 10 objetos, dibujos o números, colocados encima de la mesa, el niño debe coger o nombrar aquellos que se le acaban de señalar y en el mismo orden, o bien quitar uno o dos de ellos y recordar cual falta. Se puede aumentar la dificultad pidiéndole que nombre cada vez más dibujos.
- Presentar una serie de objetos o dibujos (3, 4, 5....) uno tras otro y hacer preguntas del tipo: cuál era el primero, el último, cual estaba antes de..., o cual era el que estaba después de...

#### 5.4.2. Ejercicios para estimular la Planificación:

- En una hoja dibujar los números del 1 al 10 de forma aleatoria, en donde el niño debe unir con una línea los números en orden consecutivo ascendente.
- El mismo ejercicio uniendo los números en orden consecutivo descendente.
- Retomar la prueba de las Torres de Hanoi aumentando el número de anillos.
- Ordenar una historia: ordenar viñetas de diferentes secuencias, descubriendo la lógica temporal subyacente.
- Ejercicios de laberintos.
- Ejercicios de razonamiento abstracto.

### 5.4.3. Ejercicios tipo, para fortalecer la Resolución de Problemas Matemáticos:

A continuación se presenta una lista de problemas matemáticos representativos de los primeros cuatro tipos de la prueba Benton-Luria:

#### Instrucciones para los niños:

Antes de resolver el problema:

1. Léelo con atención.
2. Piensa si debes hacer una o más operaciones
3. Escribe que operaciones debes hacer.
4. Organiza la información

Datos	Operación(es)
<b>Respuesta:</b>	

#### Problemas Simples:

- Mi abuelo se ha leído un libro en 2 días. El primer día se leyó 134 páginas, y el segundo día 153 páginas. ¿Cuántas páginas tiene el libro?
- Ana tiene en el jardín 137 margaritas. Juan le regala 109 rosas ¿Cuántas flores tiene Ana en total?
- 240 lámparas están distribuidas en 6 cajas. ¿Cuántas contiene cada caja?

#### Problemas simples con uso directo de la operación inversa:

- En un quiosco reciben por la mañana 200 periódicos. A lo largo del día se venden 183. ¿Cuántos periódicos han quedado sin vender?

- Si María reparte 140 dulces a un grupo de niños y cada niño recibe 5 naranjas. ¿Cuántos niños hay en el grupo?
- Paola contó 4 cajas iguales de colores y anotó 80 lápices. ¿Cuántos colores había en cada caja?

### **Problemas compuestos:**

- En una floristería almacenan flores en cajas. Cada caja tiene 12 flores. José compró 3 cajas de flores y Mario compró 5 cajas de flores. ¿Cuántas flores compraron en total?
- En un bar se preparan 125 bocadillos por la mañana y 196 bocadillos por la tarde cada día. ¿Cuántos bocadillos se preparan en 5 días?
- Gonzalo tiene 250 láminas de animales y 132 láminas de carros. Quiere guardarlos en un álbum, pegando 6 láminas en cada una de las páginas. ¿Cuántas páginas llenará?

### **Problemas compuestos en cadena:**

- Victoria tiene una cuerda de 33 metros y Claudia tiene una cuerda que mide 12 metros más que la de Victoria. ¿Cuánto mide la cuerda de Claudia? ¿Cuánto miden las dos cuerdas juntas?
- En una floristería almacenan flores en cajas. Cada caja tiene 12 flores. José compró 3 cajas de flores y Mario compró 2 cajas de flores más que José. ¿Cuántas flores compraron en total?
- En un bus viajan 68 personas. En la primera parada bajan 19 personas y en la segunda parada suben 13 personas. ¿Cuántas personas continúan en el autobús?

## **5.5 Evaluación**

La evaluación se realizará a través de la observación directa de los niños y la docente llevará un registro de tiempos y errores según el tipo de ejercicio a realizar para poder reajustar el plan de acuerdo a las habilidades o dificultades que presente cada niño; para esto se generaran tres tipos o momentos de evaluación:

1. **Evaluación inicial:** servirá para conocer algunas de las habilidades así como también debilidades que tienen los alumnos en el área de matemáticas específicamente en lo referente a la resolución de problemas.



2. **Evaluación continua:** Se deben realizar evaluaciones cada quince días para observar la evolución que va teniendo el programa en cada niño y así plantear mejoras correspondientes o aumentar el nivel de complejidad el mismo, de acuerdo al avance de uno. Esta se realizara a partir de la observación y revisión de los trabajos o actividades realizadas, teniendo en cuenta el tiempo y características de la ejecución.
3. **Evaluación final:** Al finalizar cada periodo académico se llevará a cabo una prueba escrita, para evaluar el progreso del niño en la resolución de problemas matemáticos. Es importante mencionar que no solo se tendrá en cuenta esta evaluación si no el proceso del niño durante el desarrollo del plan de intervención; y finalmente se comparan los resultados obtenidos al inicio y al final.

Estas evaluaciones se realizarán con el fin de tener un registro del progreso del niño a lo largo de la implementación del plan, buscando cumplir con los objetivos planteados.

## 5.6 Cronograma

El presente plan de intervención se realizara con el fin de complementar el área de matemáticas en la institución a través de la implementación de un proyecto enfocado a potencializar y reforzar las funciones ejecutivas de memoria de trabajo y planificación, para facilitar el aprendizaje de las matemáticas siendo específicamente enfocado hacia la habilidad de resolver problemas matemáticos. Por esta razón el programa se llevará a cabo a lo largo del año escolar, ya que es importante observar el progreso que van teniendo los niños en cada uno de los periodos académicos.

Habitualmente en Colombia el año lectivo escolar se subdivide en 4 periodos académicos de la siguiente manera:

CURSO ESCOLAR			
1er Periodo	2do Periodo	3er Periodo	4to Periodo
1 de febrero al 8 de abril 9 semanas académicas	11 de abril al 10 de junio 9 semanas académicas	4 de julio al 9 de septiembre 9 semanas académicas	12 de septiembre al 18 de noviembre 9 semanas académicas

El plan entonces se manejará a lo largo de los 4 periodos, tomando las primeras 7 semanas de cada periodo para realizar las actividades planteadas en el plan, puesto que las dos últimas semanas en el colegio están destinadas a realizar evaluaciones finales de cada una de las asignaturas.

Se seleccionaran entonces los días lunes, miércoles y viernes de cada semana para realizar las actividades en el horario de 8:00 am a 8:30 u 8:45 según lo determine la docente, con el fin de llevar a cabo los ejercicios en la primera hora de la jornada, hora en la que los niños están más dispuestos a trabajar y prestan más atención.

En la semana 7 se realizará una prueba de matemáticas escrita en donde se trabajen operaciones simples y resolución de problemas de tipo simple y compuestos para valorar los avances o dificultades que puedan estar presentando cada uno de los alumnos y así plantar mejoras y reestructurar el plan para el siguiente periodo.

## 6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Desde temprana edad el niño empieza a enfrentarse a situaciones cotidianas que lo llevan a dar respuesta y resolver tareas y problemas de tipo cognitivo, desarrollando destrezas que favorecen su proceso de aprendizaje.

Dentro de estas destrezas se destaca la memoria de trabajo y la planificación, como menciona Arroyo, Korzeniowski y Espósito (2014), Injoque-Ricle y Burin (2011) y Etchepareborda y Abad-Mas (2005). Según Lezak (1995) y Soprano (2003) la planificación permite que el niño genere y organice algoritmos que le permitan desarrollar tareas específicas. Según Baddeley (1999), la memoria de trabajo permite el almacenamiento temporal y el proceso simultaneo de información.

Por lo tanto, es razonable pensar que estas destrezas están involucradas con la capacidad para resolver problemas matemáticos adecuadamente, como lo plantearon Arroyo *et al.*, (2014) y Bull *et al.*, (2008). En el presente trabajo se estudió la relación de las variables planificación y memoria de trabajo con la habilidad para resolver problemas matemáticos, al objeto de poder desarrollar planes estratégicos que ayuden a sobreponerse a las dificultades de aprendizaje matemático.

Con la idea anterior, la hipótesis asumida en este estudio fue que los alumnos con dificultades en las destrezas que involucran planificación y memoria de trabajo, tienden a presentar un menor rendimiento en la resolución de problemas matemáticos.

Por lo tanto, los objetivos principales que se plantearon fueron conocer la relación existente entre la planificación, la memoria de trabajo y la habilidad para resolver problemas matemáticos en niños de segundo de primaria del Gimnasio Vizcaya.

Como herramientas de medida para las habilidades confrontadas se utilizaron el test de Torres de Hanoi para determinar el rendimiento de los niños en actividades que involucran la planificación (Lezak, 1995; Injoque-Ricle, Burin, 2008b; Bishop *et al.*, 2001); para valorar el rendimiento de la memoria de trabajo se utilizaron subpruebas de Aritmética, Dígitos y Claves de la escala de inteligencia WISC-R, (Wechsler, 2001). Y para determinar el rendimiento a la hora de resolver problemas matemáticas se utilizó el test de problemas de Benton-Luria, (2009).

Los resultados obtenidos mostraron:

1. Que la media de la subprueba claves (10,88) fue ligeramente inferior, la media de la subprueba dígitos (12,88) fue ligeramente superior y la media de la subprueba de aritmética (9,63) fue similar, a los resultados esperados según la escala de Wechsler (1974) para la prueba WISC-R, y que los resultados de la media en la prueba Torres de Hanoi (15,3 seg) utilizando tres discos fueron semejantes a los resultados presentados en Bull, Espy y Senn, (2004), Bishop *et al.*, (2001), y Diaz *et al.* (2012), sobre planificación.
2. Que existe una relación estadísticamente significativa entre la planificación, medida vía Torres de Hanoi y la habilidad para resolver problemas matemáticos usando el test Benton-Luria, luego los niños con habilidad para identificar y organizar las acciones que conducen a un logro determinado, que anticipan, ensayan y ejecuta secuencias de forma prospectiva, tienen mejores herramientas para resolver problemas matemáticos.
3. Se encontró una relación significativa entre la memoria de trabajo medida por las subpruebas de Aritmética y Dígitos y la habilidad para resolver problemas matemáticos. Luego se observa que los niños con buena habilidad de razonamiento numérico, agilidad en el manejo, reorganización y retención de la información, adecuado desarrollo de secuencias y flexibilidad cognitiva, tienen mayor facilidad para resolver problemas matemáticos.
4. Que no toda la memoria de trabajo es requerida a la hora de realizar este tipo de actividades, dado que los resultados obtenidos por la subprueba de Claves (en donde según Wechsler (2001), se mide el aprendizaje asociativo, la destreza y coordinación visomotora y

la rapidez en la ejecución), no presentaron relación alguna con la habilidad para resolver problemas matemáticos.

5. El análisis de los resultados obtenidos, brinda evidencia a favor de la existencia de algunos aspectos que involucran la planificación y la memoria de trabajo que se deben tomar en cuenta a la hora de enseñar a resolver problemas matemáticos en los primeros años de escolaridad.

Luego los resultados obtenidos en el presente trabajo son coincidentes con los presentados por Arroyo *et al.*, (2014) y Bull *et al.*, (2008), en donde concluyen que existe relación entre las habilidades de planificación y memoria de trabajo con la competencia para resolver problemas matemáticos de forma exitosa.

## 6.1. Limitaciones

La muestra estudiada (32 niños entre los 7 y 8 años del grado segundo de primaria del Gimnasio Vizcaya) no se considera representativa de la población general, ni por lo tanto, los resultados pueden ser generalizables. No solo es debido al tamaño de la muestra, sino también a las características de la muestra con un nivel socio-económico particular y unas características poblacionales particulares. Además el tamaño de la muestra impidió contar con un grupo control y el tiempo estipulado para el desarrollo del TFM también impide poder intervenir sobre un grupo experimental y analizar sus posteriores resultados.

## 6.2. Prospectiva

Al analizar los presentes resultados se brinda evidencia a favor de la existencia de una relación entre la planificación, la memoria de trabajo y la habilidad para resolver problemas matemáticos; sin embargo, cabe destacar que se requieren estudios posteriores y más detallados para confirmar las suposiciones esbozadas. Entre dichos estudios se resalta la necesidad posterior de incluir muestras mayores representativas de la población, pudiendo tomar un grupo control y contando con el tiempo suficiente para llevar a cabo una intervención sobre el grupo experimental evaluando su nivel de resolución de problemas matemáticos antes y después de la intervención, al tiempo que comparándolo con el grupo control. Además en esos posteriores estudios deben controlarse otras variables mediadoras como pueden ser la edad, el sexo o el nivel socio-económico.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

### 7.1 Referencias bibliográficas

- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Willis, C., y Adams, A. M. (2004). A structural analysis of working memory and related cognitive skills in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 87, 85-106.
- Alsina, A., y Sáiz, D. (2003). *Un análisis comparativo del papel del bucle fonológico versus la agenda viso-espacial en el cálculo en niños de 7-8 años*. *Psichotema*, 15 (2), 241-246.
- Alsina, A., y Sáiz, D. (2004). *El papel de la memoria de trabajo en el cálculo mental un cuarto de siglo después de Hitch*. *Infancia y Aprendizaje*, 27 (1), 15-25.
- Anderson, V. A., Anderson, P., Northam, E., Jacobs, R., y Catroppa, C. (2001). *Development of executive functions through late childhood and adolescence in an Australian sample*. *Developmental Neuropsychology*, 20, 385-406.
- Anderson, V. A., Anderson, P., Northam, E., Jacobs, R., y Mikiewicz, O. (2002). *Relationship between cognitive and behavioral measures of executive function in children with brain disease*. *Child Neuropsychology* 8 (4), 231-240.
- Ardila, A., Rosselli, M., Matute, E., y Guajardo, S. (2005). *The influence of the parents' educational level on the development of executive functions*. *Developmental Neuropsychology*, 28(1), 539-560.
- Arroyo, M., Korzeniowski, C., y Espósito, A. (2014). *Habilidades de planificación y organización, relación con la resolución de problemas matemáticos en escolares argentinos*. *Eureka*, 11(1), 52-64, 2014
- Baddeley A. D. (1997). *Human memory. Theory and practice*. San Francisco: Taylor & Francis.
- Baddeley A. D. (2000). *The episodic buffer: a new component of working memory*. *Trends Cogn Sci* 2, 4: 417-23.

- Baddeley A. D. (1993). *Working memory or working attention? In Baddeley AD, Weiskrantz L. Attention: selection, awareness and control. A tribute to D. Broadbent.* Oxford: Clarendon Press.
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory.* Oxford: Clarendon Press.
- Baddeley, A. D., y Hitch, G. J. (1974). *Working memory. En G. H. Bower (Ed.), The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* (Vol. 8, pp. 47-90). New York: Academic Press.
- Baddeley, A. D., y Logie, R. H. (1999). *Working Memory: The multiple-component model. En A. Miyake & P. Shah (Eds.), Models of Working Memory.* Cambridge: Cambridge University Press.
- Bishop, D.V., Aamodt-Leeper, G., Creswell, C., McGurk, R., y Skuse, D.H. (2001). *Individual differences in cognitive planning on the Tower of Hanoi task: neuropsychological maturity or measurement error?. Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 42(4), 551-556.
- Bull, R., Espy, K. A., y Senn, T. E. (2004). *A comparison of performance on the Towers of London and Hanoi in young children. Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 45 (4), 743-754.
- Bull, R., Espy, K. A., y Wiebe, S. A. (2008). *Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. Developmental Neuropsychology*, 33 (3), 205-228.
- Burin, D. I., Duarte, D. A., Prieto, G., y Delgado, A. (2004). *Memoria de trabajo viso-espacial y aptitud de Visualización. Cognitiva*, 16, 95-113.
- Bustamante, J. (1994). *Neuroanatomía funcional.* Bogotá: Celsus.
- Chadwick, M., y Fuentes, M. (1998). *Evaluación del conocimiento matemático de Benton-Luria,* Santiago: Universidad Educare.
- Chelune, G. J., y Baer, R. A. (1986). *Developmental norms for the Wisconsin Card Sorting Test. Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 8, 219 - 228.
- Chelune, G. J., Ferguson, W., Koon, R., y Dickey, T. O. (1986). *Frontal lobe disinhibition in attention deficit disorder. Child Psychiatry and Human Development*, 16: 221 - 234.

- Chun, M. M., y Turk-Browne, N. B. (2007). *Interactions between attention and memory*. *Current Opinion in Neurobiology*, 17, 177- 184.
- Cohen, G. (1996). *Memory in the real world* (2º ed.). Hove: Psychology Press.
- Díaz, A., Martín, R., Jiménez, J., García, E., Hernández, S., y Rodríguez, C. (2012). *Torre de Hanoi: datos normativos y desarrollo evolutivo de la planificación*. *European Journal of Education and Psychology* 2012, Vol. 5, N° 1, 79-91.
- Etchepareborda, M.C., y Abad-Mas, L. (2005), *Memoria de trabajo en los procesos básicos del aprendizaje*, *REV NEUROL* 2005, 40 (Supl 1), 79-83.
- Fletcher, J. M. (1996). *Executive functions in children. Introduction to the special series: Developmental Neuropsychology*, 12, 1 - 3.
- Fuster, J. M. (2002). *Frontal lobe and cognitive development*. *Journal of Neurocytology*, 31 (3-5), 373-385.
- García Villamizar, D., y Muñoz, P. (2000). *Funciones ejecutivas y rendimiento escolar en educación primaria. Un estudio exploratorio*. *Revista Complutense de educación*, 11 (1), 39-56. Recuperado de [http://www.erevistas.csic.es/ficha\\_articulo.php?url=oai:revistas.ucm.es:article](http://www.erevistas.csic.es/ficha_articulo.php?url=oai:revistas.ucm.es:article)
- García, M., y Fernández, C. (2008). *Memoria, comprensión & razonamiento en la Enseñanza Secundaria* *Anuario de Psicología*, 39, 133 - 158
- Goldberg E. (2002). *Cerebro ejecutivo*. Barcelona: Crítica.
- Golden, C. J. (1981). *The Luria Nebraska children's battery: Theory and formulation*. En: G, W., Hynd, & Obrzut (Eds.). *Neuropsychological assessment and the school aged child* (pp 277 - 302). New York. Grune & Stratton.
- Golea, V., Pullara, S. D., y Grafman, J. (2001). *A computational model of frontal lobe dysfunction: working memory and the Tower of Hanoi task*. *Cognitive Science*, 25 (2), 287 – 313.
- Gómez-Pérez, E. y Ostrosky-Solís, F. (2006). *Attention and memory evaluation across the life span: Heterogeneous effects of age and education*. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 28(4), 477 - 494.

- Hayes-Roth, B., y Hayes-Roth, F. (1979). *A cognitive model of planning*. *Cognitive Science*, 3, 275-310.
- Hughes C., Russell J., y Robbins T. W. (1994). *Evidence for executive dysfunction in autism*. *Neuropsychologia*, 32, 477 – 492.
- Injoque-Ricle, I., y Burin, D. I. (2011). *Memoria de Trabajo y Planificación en niños: validación de la prueba Torre de Londres*, *Revista Neuropsicología Latinoamericana*, Vol 3 No. 2, pp 31-38.
- Injoque-Ricle, I., y Burin, D. I. (2008b). *Validez y fiabilidad de la prueba de Torre de Londres para niños: Un estudio preliminar*. *Revista Argentina de Neuropsicología*, 11, 21- 31.
- Klenberg, L., Korkman, M., y Lahti-Nuuttila, P. (2001). *Differential development of attention and executive functions in 3- to 12- year-old Finnish children*. *Developmental Neuropsychology*, 20, 407-428.
- Lépine, R., y Barrouillet, P. (2005). *What makes working memory spans so predictive of high-level cognition?* *Psychonomic Bulletin & Review*, 12, 165-170.
- Levin, H. S., Culhane, K. A., Hartman, J., Evankovich, K., Mattson, A. J., Hardward, H., Ringholz, G., Ewing-Cobbs, L., y Fletcher, J. M. (1991). *Developmental changes in performance on tests of pruported frontal lobe functioning*. *Developmental Neuropsychology*, 7, 377 - 395.
- Levin, H. S., Fletcher, J. M., Kufera, J. A., Harward, H., Lilly, M. A., Mendelsohn, D., Bruce, D., y Eisenberg, H. M. (1996). *Dimensions of cognition measured by the Tower of London and other cognitive tasks in head-injured children and adolescents*. *Developmental Neuropsychology*, 12, 17–34.
- Lezak, M. D. (1995). *Neuropsychological assessment (3rd ed.)*. New York: Oxford University Press.
- Lezak, M. D. (1987). *Relationship between personality disorders, social disturbances and psysical disability following traumatic brain injury*. *J Head Trauma Rehabil*, 2, 57 - 69.
- Lezak, M. D. (1982). *The problem of assesing executive functions*. *Int J Psychol*, 17, 281-97.
- Lezak, M. D. (1995). *Neuropsychological assessment*. New York: Oxford.
- Luria, A. R. (1979). *El cerebro en acción*. Barcelona: Fontanella. Conducta Humana, núm. 21.
- Luria, A. R. (1980 a). *Conciencia y Lenguaje*. Madrid: Pablo del Rio.



- Luria, A. R. (1980 b). *Los Procesos Cognitivos. Análisis Socio - Histórico*. Barcelona: Fontanella. *Conducta Humana*, núm. 39.
- Luria, A. R. (1985). *Lenguaje y Pensamiento*. Barcelona: Martínez Roca.
- Mayer, R. E. (1985). *El futuro de la psicología cognitiva*. Madrid: Alianza.
- Mayer, R. E. (1986 a). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- Mayer, R. E. (1986 b). *Capacidad matematica [Mathematical ability]*. Stenberg, R. J. (Ed.) *Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la informacion [Human abilities: An information processing approach]* (pp. 165-194). Barcelona, Spain: Labor
- McGuire, W. J. (1960). *A sillogistic analysis of cognitive relationship. Attitude, organization and change*, Nueva Haven, Conn, Yale University Press.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzky, A. H., y Howerther, A. (2000). *The unity and diversity of executive function and their contribution to complex frontal lobe task: a latent variable analysis*. *Cognitive Psychology*, 41, 49 – 100.
- Montealegre, R. (2007). *La Solución de problemas cognitivos. Una reflexión cognitiva sociocultural, Avances en Psicología Latinoamericana, Julio-Diciembre, vol. 25, 02, 20-39*.
- Morales, R. (2015). *Los problemas aritméticos de enunciado verbal, según Luria y Tsvetkova, al finalizar primer ciclo de enseñanza básica en escuelas municipales de la comuna de Talca, Perspectiva educacional. Formación de profesores, Junio 2015, Vol.54, pp. 92-108*.
- Passler, M. A., Isaac, W., y Hynd, G. W. (1985). *Neuropsychological development of behavior attributed to frontal lobe. Developmental Neuropsychology*, 01, 349 - 370.
- Passolunghi, M. C., y Siegel, L. S. (2001). *Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. Journal of Experimental Child Psychology*, 80, 44–57.
- Phillips, L. H., Wynn, V., Gilhooly, K. J., Della Sala, S., y Logie, R. H. (1999). *The role of memory in the Tower of London task. Memory*, 7 (2), 209-231.
- Piaget, J. (2004). *Biología y Conocimiento*, 14ed. México: Siglo XXI.

- Pineda, D. (1996). *Disfunción ejecutiva en niños con trastornos por deficiencia atencional con hiperactividad (TDAH)*. *Acta Neurológica Colombiana*, 12, 19 - 25.
- Pineda, D. A., Merchán, V., Rosselli, M., y Ardila, A. (2000). *Estructura factorial de la función ejecutiva en estudiantes universitarios jóvenes*. *Revista de Neurología*, 2000, 1112-8.
- Portellano, J. A. (2014). *Estimular el cerebro para mejorar la actividad mental*. Madrid: Somos-Psicología.
- Portellano, J. A. (2005). *Introducción a la neuropsicología*. Madrid: McGrawHill.
- Portellano, J. A. (2008). *Neuropsicología Del Lenguaje Infantil*. En: J. A. Portellano (ed.). *Neuropsicología Infantil*. (97-116). Madrid: Editorial Síntesis.
- Reynolds, C. R., y Horton, A. (2008). *Assessing executive functions: A life-span perspective*. *Psychology in the Schools*, 45(9), 875-892. Recuperado de: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pits.20332/abstract>
- Rivière, A. (1990) *Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva*. *Desarrollo psicológico y educación, III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar, Cap. 9*, Madrid: Alianza, pp. 155-182.
- Sánchez-Carpintero, R., y Narbona, J. (2001). *Revisión conceptual del sistema ejecutivo en el niño con trastorno por déficit de atención e hiperactividad*. *Rev Neurol*; 33: 47-53. Recuperado de: <http://www.neurologia.com/pdf/Web/3902/r020188.pdf>
- Sánchez-Carpintero, R., y Narvona, J. (2004). *El sistema ejecutivo y las lesiones frontales en el niño*. *Rev. NEUROL*, 39 (2), 188-191. Recuperado de: <http://www.neurologia.com/pdf/Web/3902/r020188.pdf>
- Shallice, T. (1990). *From Neuropsychology to Mental Structure*. New York: Cambridge University Press.
- Sohlberg, M. M., y Mateer, C. A. (1989). *Introduction to cognitive rehabilitation*. New York: The Guilford Press, 232-63.

- Sohlberg, M. M., y Mateer, C. A. (1989). *Remediation of executive functions impairments*. In Sohlberg, M. M., & Mateer, C. A. *Training use of compensatory memory books: a three stage behavioral approach*. *Journal of Clinical Experimental Neuropsychology*, 11, 871-891.
- Soprano, A. M. (2003). *Evaluación de las funciones ejecutivas en el niño*. *Revista de Neurología*, 37 (1), 44-50.
- Stuss, D. T., y Alexander, M. (2000). *Executive functions and the frontal lobes: A conceptual view*. *Psychological Research*, 63, 289-298. Recuperado de: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/11004882>
- Stuss, D. T., y Alexander, M. P. (2000). *Executive functions and the frontal lobes: A conceptual review*. *Psychology Research*, 63(3), 289-298.
- Swanson, H. L., y Jerman, O. (2007). *The influence of working memory on reading growth in subgroups of children with reading disabilities*. *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, 249-283.
- Tirapu, U. J., García, M. A., Luna, P., Verdejo, G. A., y Ríos, L. M. (2012). *Corteza prefrontal, funciones ejecutivas y regulación de la conducta*. In J. Tirapu Ustarroz, A. G. Molina, M. Ríos-Lago & A. A. Ardila (Eds.), *Neuropsicología de la corteza prefrontal y las funciones ejecutivas*, pp. 87-120. Barcelona: Viguera.
- Tulving, E. (1987). *Multiple memory systems and consciousness*. *Human Neurobiology*, 6, 67-80.
- Vygotski, L. S. (1934/1993). *Pensamiento y Lenguaje, Obras Escogidas, II*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L. S. (1989). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Critica-Grijalbo.
- Wechsler, D. (1974). *Wechsler Intelligence Scale for Children-Revised*. Psychological Corporation, New York.
- Wechsler, D. (2001). *WISC-R. Escala de Inteligencia de Wechsler para niños*. Rev 9 ED. Madrid. TEA Ediciones.
- Welsh, M. C., y Pennington, B. F. (1988). *Assessing frontal lobe functioning children: views from Developmental psychology*. *Developmental Neuropsychology*, 4, 199 - 230.

## 7.2 Bibliografía

- Luria, A. R. (1973). *Bases de la neuropsicología*. Moscú: Universidad Estatal de Moscú.
- Luria, A. R. (1975). *Problemas básicos de la psicolingüística*. Moscú: Universidad Estatal de Moscú.
- Luria, A. R. (1982). *Acerca del camino en la creatividad de L.S. Vigotsky. Prologo, en Vigotsky L.S. Obras escogidas*. Moscú: Pedagogía.
- Piaget, J. (1952). *The Child's Conception of Number*. London: Routledge and Kegan Paul Ltd.
- Piaget, J. (1953). *Logic and Psychology*. Manchester: Manchester University Press.
- Piaget, J. (1954). *The Construction of Reality in the Child*. New York: Basic Books.

## 7.3 Fuentes electrónicas

- Amador, J. A., Santacana, M. F., y Nebot, T. K. (19) La escala de inteligencia de Wechsler para niños revisada (WISC-R), Recuperado el 17 de Abril de 2016 de <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/323/1/149.pdf>
- Redacción, Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y del Profesorado, INTEF, España, recuperado el 20 de Abril de 2016 de [http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/186/cd/m1/las\\_funciones\\_ejecutivas.html](http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/186/cd/m1/las_funciones_ejecutivas.html)
- Comité Editorial, Ministerio de Educación Nacional, Colombia, Recuperado el 22 de Abril de 2016 de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-162392.html>
- Redacción Revista Semana, Revista Semana, Edición Digital, Recuperado el 25 de Abril de 2016 de <http://www.semana.com/nacion/articulo/colombia-en-el-ultimo-lugar-de-las-pruebas-pisa/382250-3>

## ANEXOS



*Gimnasio Vizcaya*

Licencia No 0708 del 12 de octubre de 2012  
Secretaría de Educación de Tunja

### CONSENTIMIENTO INFORMADO – INFORMACIÓN AL PARTICIPANTE

Estimado Padre de Familia, el motivo de la presente es solicitar ante ustedes la participación de su hijo/a en un estudio contemplado dentro del Trabajo Final de Master de la Coordinadora Diana Carolina Moreno Arias, del *Master Universitario en Neuropsicología y Educación* que actualmente se encuentra cursando en la Universidad Internacional de la Rioja, UNIR.

Por favor, antes de proceder a la firma de este consentimiento informado, lea atentamente la información que a continuación se le facilita y realice a la Coordinadora las preguntas que considere oportunas.

#### Título y naturaleza del proyecto:

##### **Relación entre la memoria de trabajo, la planificación y el aprendizaje matemático**

La Coordinadora Carolina Moreno, se encuentra desarrollando un estudio sobre las habilidades cognitivas del niño y como el estímulo de determinadas habilidades denominadas: memoria de trabajo y planificación, pueden producir mejoras en el rendimiento de los niños a la hora de resolver problemas matemáticos.

#### Riesgos de la investigación para el participante:

No existen riesgos ni contraindicaciones conocidas asociados a la evaluación, los niños solo deben realizar algunas actividades lúdicas y académicas, por lo tanto no se anticipa la posibilidad de que aparezca ningún efecto negativo en el niño.

#### **Derecho explícito de la persona a retirarse del estudio.**

- La participación del niño es totalmente voluntaria.
- El/ La niño/a puede retirarse del estudio cuando así lo manifieste, sin dar explicaciones y sin que esto repercuta en su rendimiento académico o convivencia escolar de ninguna forma.

#### **Garantías de confidencialidad**

- Todos los datos de carácter personal, obtenidos en este estudio son confidenciales y se tratarán conforme a la Ley Orgánica de Protección de Datos de Carácter Personal 15/99.
- La información obtenida se utilizará exclusivamente para los fines específicos de este estudio.
- Los niños nunca serán identificados por su nombre, ellos serán designados con un código al azar.

Si requiere información adicional se puede poner en contacto con nuestro personal directivo del Gimnasio Vizcaya, llamando al teléfono 7471911 o por nuestra página web: [www.gimnasiovizcaya.com](http://www.gimnasiovizcaya.com)

## CONSENTIMIENTO INFORMADO – CONSENTIMIENTO POR ESCRITO DEL PADRE DE FAMILIA

### Título del proyecto: **Relación entre la memoria de trabajo, la planificación y el aprendizaje matemático**

Yo (Nombre y Apellidos): .....con DNI.....

- He leído el documento informativo que acompaña a este consentimiento (Información al Participante).
- He podido hacer preguntas sobre el estudio en el que participara mi hijo/a.
- He recibido suficiente información sobre el estudio a desarrollar.
- He hablado con el profesional o directivo informador: .....
- Comprendo que mi participación y la de mi hijo/a es voluntaria y somos libres de participar o no en el estudio.
- Se me ha informado que todos los datos obtenidos en este estudio serán confidenciales y se tratarán conforme establece la Ley Orgánica de Protección de Datos de Carácter Personal 15/99.
- Se me ha informado de que la información obtenida sólo se utilizará para los fines específicos del estudio desarrollado por la Coordinadora.

Comprendo que puedo retirar a mi hijo/a del estudio:

- Cuando quiera.
- Sin tener que dar explicaciones.
- Sin que esto repercuta en usted de ninguna forma en el rendimiento de mi hijo/a.

Presto libremente mi conformidad para participar en el *proyecto titulado **Relación entre la memoria de trabajo, la planificación y el aprendizaje matemático.***

Firma del padre de familia o acudiente  
(o representante legal en su caso)

Firma de la Coordinadora a cargo  
del estudio

Nombre y apellidos:.....

Nombre y apellidos: .....

Fecha: .....

Fecha: .....

## PROTOCOLO A SEGUIR PARA PRUEBAS WISC-R

### 1. PRUEBA DE ARITMÉTICA – para niños de 6-7 años

**MATERIALES:** Tarjeta con hilera de árboles / Tarjeta en blanco / Tarjetas de problemas

#### INSTRUCCIONES:

- Los problemas son leídos al niño
- El niño no debe usar lápiz ni papel para resolver ningún problema.
- Para los problemas 1 al 4 usar tarjeta con hilera de árboles.

PROBLEMAS	TIEMPO
1. Coloque frente al niño la tarje con 12 árboles y diga: CUENTA ESTOS ARBOLES CON TU DEDO. CUENTALOES EN VOZ ALTA PARA QUE YO PUEDA OIRTE. - Si el niño cuenta correctamente los arboles del 1 al 12 continúe con el problema 2. - Si el niño no cuenta correctamente, diga: MRAME Y ESCUCHA ATENTAMENTE. Cuente los arboles frente al niño y luego continúe con el problema 2.	30 SEG
2. Con los árboles aún al frente al niño pase la tarjeta en blanco y diga: TOMA ESTA TARJETA Y TAPA TODOS LOS ARBOLES MENOS 4. DEJA 4 ARBOLES A LA VIS-TA. (Si el niño no entiende el significado de la palabra “tapar”, explique el concepto sin utilizar las tarjetas para la demostración)	30 SEG
3. Con los árboles aún al frente al niño diga: AHORA DEJA 9 ARBOLES A LA VISTA. TAPA TODOS LOS ARBOLES MENOS 9.	30 SEG
4. Guarde la tarjeta en blanco, con los árboles aun frente al niño, diga: SI SUMAMOS UN ARBOL A CADA LADO DE LA FILA DE ARBOLES. CUANTOS ARBOLES HABRAN EN TOTAL?	30 SEG
5. Si corto una manzana por la mitad, cuantos pedazos tendré?	30 SEG
6. Bárbara tenía 25 cintas y se perdió una, cuantas le quedan?	30 SEG
7. Juan tenía \$450 y su mamá le dio 200 más cuantos pesos tiene en total?	30 SEG
8. Jaime tenía 8 canicas y compró 6 más ¿Cuántas canicas tiene por todas?	30 SEG
9. Un muchacho tenía 12 periódicos y vendió 5 ¿Cuántos periódicos le quedaban?	30 SEG

10. Cada bolsa de dulces cuesta 8 pesos ¿Cuánto costarán 3 bolsas?	30 SEG
11. Jorge, David y Antonio ganaron \$9.00 cada uno trabajando ¿Cuánto ganaron en total?	30 SEG
12. Un lechero tenía 25 botellas de leche y vendió 14 ¿Cuántas botellas le quedaron?	30 SEG
13. Un muchacho ganó \$36.00; le pagaron \$4.00 la hora ¿Cuántas horas trabajó?	30 SEG
14. Si compras dos docenas de plumas a 45 pesos la docena ¿Cuánto recibes de cambio si pagas con un billete de \$100.00?	45 SEG
15. Cuatro niños tenían 72 canicas. Se las dividieron entre ellos por partes iguales ¿Cuántas canicas recibió cada niño?	45 SEG
<b>Los problemas 16 al 18 son presentados al niño en forma impresa por separado.</b>	
16. Si 3 refrescos cuestan 5 pesos, ¿Cuánto costarán 24 refrescos?	75 SEG
17. Antonio compró una pelota usada por \$28.00. El pagó $\frac{2}{3}$ partes de lo que costó la pelota cuando era nueva. ¿Cuánto costó la pelota cuando era nueva?	75 SEG
18. Un libro que generalmente se vende en \$32.00 se puso en oferta, bajándole $\frac{1}{4}$ parte de su precio. Como nadie lo compró, el dueño de la tienda redujo el precio de la oferta a la mitad. ¿ En cuánto se venderá el libro después de la segunda rebaja?	75 SEG

**PUNTUACIÓN:** Punto por cada respuesta correcta - Puntaje máximo 18 puntos



## 2. PRUEBA DE CLAVES A

**MATERIALES:** Hojas con claves / Lápiz rojo sin borrador

### **INSTRUCCIONES:**

Entréguele al niño un lápiz rojo y diga MIRA AQUÍ (indique las claves sobre los ítems de la subprueba). FIJATE QUE HAY UNA ESTRELLA, UNA PELOTA, UN TRIANGULO Y ESTOS OTROS DIBUJOS. MIRA, LA ESTRELLA TIENE UNA LINEA DE ARRIBA HACIA ABAJO (indique); LA PELOTA TIENE DOS LINEAS ATRAVESADAS (indique); LA CRUZ TIENE UN CIRCULO CHICO EN EL CENTRO (indique). Y LA CAJA O CUADRADO TIENE DOS LINEAS RECTAS DE ARRIBA HACIA ABAJO (indique) AHORA, MIRA AQUÍ ABAJO (indique), LAS PELOTAS, LAS ESTRELLAS, LOS CUADRADOS Y LOS OTROS DIBUJOS ESTAN TODOS MEZCLADOS, PERO SIN LAS MARCAS ADENTRO. YO QUIERO QUE TU LLENES ESTOS DIBUJOS CON LAS MISMAS MARCAS QUE TIENEN ARRIBA. FIJATE, ASÍ SE HACE. AQUÍ HAY UNA PELOTA MIREMOS ARRIBA Y BUSQUEMOS LA PELOTA (indique), VES! TIENES DOS LINEAS QUE VAN EN ESTA DIRECCION (indique). AHORA TU DIBUJA LAS DOS LINEAS EN LA PELOTA, ASÍ, (marca el primer ítem de esta muestra usando el otro lápiz rojo).

LA ESTRELLA TIENE UNA LINEA DE ARRIBA HACIA ABAJO. ASÍ QUE TU PONES LA MISMA MARCA AQUÍ (indique el segundo ítem de muestra y luego, dibuje una línea en la estrella) AHORA. TU HARAS LOS OTROS DIBUJOS HASTA QUE LLEGUES A ESTA LINEA (indique la línea que separa el último ítem de muestra del primer ítem de la subprueba).

El niño trabaja solo en el resto de los ítems de muestra. Premie su éxito en cada ítem de muestra diciendo: SÍ, O BIEN. Si comete errores o es muy lento, puede explicarle otra vez No se debe comenzar la subprueba hasta que el niño entienda claramente su tarea.

Si un niño zurdo bloquea total o parcialmente las claves a medida que llena los ítems, doble por la mitad otro protocolo, dejando a la vista sólo la clave A y colóquela a la derecha de la hoja de trabajo del niño.

Permita que el niño termine los ítems de muestra mirando las claves del protocolo doblado, para que esté acostumbrado a ella cuando la subprueba realmente comience.

Cuando el niño ha completado los ítems de muestra y entiende lo que debe hacer, diga: CUANDO YO TE DIGA QUE EMPIECES VAS A HACER EL RESTO. EMPIEZA AQUÍ (indique el primer ítem de la subprueba) Y LLENA TODOS LOS DIBUJOS QUE PUEDAS, UNO DESPUES DEL OTRO, SIN SALTARTE NINGUNO. SIGUE HASTA QUE YO TE DIGA QUE PARES. TRABAJA LO MAS RÁPIDO QUE PUEDAS SIN COMETER ERRORES. CUANDO TERMINES ESTA LINEA (indique toda- la primera fila), SIGUE CON ESTA (indique el primer ítem de la fila 2) diem COMIENZA y empiece a **registrar el tiempo (máximo 120 segundos).**

Si el niño omite un ítem o marca sólo los de un tipo, Ej.: sólo las estrellas, diga: HAZLO EN ORDEN, NO TE SALTES NINGUNO. Indique el primer ítem que el niño haya omitido y diga: HAZ ESTE DESPUES

No otorgue más ayuda, excepto para recordar al niño que continúe hasta que se le diga que pare (si es necesario). Al término de los 120 segundos diga: PA R A. Si e: niño termina antes de que termine el plazo, registre el tiempo exacto en el protocolo, ya que se otorgan puntos de bonificación por una ejecución rápida y perfecta.

## PUNTUACIÓN

Un punto por cada ítem correcto (los cinco ítemes de muestra no se puntúan), más un máximo de cinco puntos de bonificación por la velocidad de ejecución, si ésta es perfecta (ver tabla más adelante).

Se considera correcto un ítem si es claramente identificable por la figura modelo, aun cuando esté dibujando en forma imperfecta (Ej.: si en el círculo, el niño dibuja dos líneas aproximadamente paralelas, se considera que son correctas aun cuando estas líneas de intersecten el círculo, no sean exactamente horizontales o no sean del mismo largo)

También se considera correcto si el niño al darse cuenta que ha cometido un error dibuja la figura correcta al lado o arriba de la figura incorrecta.

TIEMPO	PUNTAJE
70" o menos	50
71" – 80"	49
81" – 90"	48
91" – 100"	47
101" – 110"	46
111" – 120"	45

### 3.PRUEBA DE DÍGITOS

La prueba de dígitos consta de dos partes: Dígitos hacia adelante y Dígitos hacia atrás, los cuales se administran separadamente.

#### 3.1. DÍGITOS HACIA ADELANTE:

##### INSTRUCCIONES:

Diga: VOY A DECIR ALGUNOS NÚMEROS. ESCUCHA ATENTAMENTE CUANDO TERMINE TU LO REPITES. INMEDIATAMENTE DESPUES DE MÍ. - Lea los dígitos a razón de uno por segundo

##### PUNTUACIÓN:

DOS: si el niño ejecuta bien ambos ensayos

UNO: si el niño ejecuta bien un ensayo

CERO: si el niño realiza mal los dos ensayos

ITEM	ENSAYO 1	ENSAYO 2
1	3-6-8	6-1-2
2	3-4-1-7	6-1-5-8
3	8-4-3-2-9	5-2-1-8-6
4	3-8-9-1-7-4	7-9-6-4-8-3
5	5-1-7-4-2-3-8	9-8-5-2-1-6-3
6	1-6-4-5-9-7-6-3	2-9-7-6-3-1-5-4
7	5-3-8-7-1-2-4-6-9	4-2-6-9-1-7-8-3-5

### 3.2. DÍGITOS HACIA ATRÁS:

#### INSTRUCCIONES

Administre los Dígitos Hacia Atrás aun cuando el niño haya obtenido 0 puntos en los Dígitos Hacia Adelante. Diga: AHORA TE VOY A DECIR OTROS NUMEROS, PERO ESTA VEZ, CUANDO yo TERMINE, QUIERO QUE LOS REPITAS AL REVÉS, ES DECIR, DE ATRAS PARA ADELANTE. POR EJEMPLO, SI YO DIGO 9-2-7-, QUE DIRIAS TU?

Responde correctamente (7-2-9), diga: CORRECTO y continúe con el ítem I. Si el niño fracasa en el ejemplo, diga: NO, TU DEBES DECIR 7-2-9, YO TE DIJE 9-2-7, O SEA, PARA DECIRLO AL REVÉS DEBES CONTESTAR 7-2-9. TRATA AHORA CON ESTOS OTROS NÚMEROS Y RECUERDA QUE DEBES DECIRLOS AL REVÉS: 5-6-3. Luego, continúe con el ítem I, aunque el niño falle en este segundo ejemplo. No dé más ayuda. Lea los dígitos a razón de uno por segundo.

#### PUNTUACIÓN:

DOS: si el niño ejecuta bien ambos ensayos

UNO: si el niño ejecuta bien un ensayo

CERO: si el niño realiza mal los dos ensayos

ITEM	ENSAYO 1	ENSAYO 2
1	2-5	6-3
2	5-7-4	2-5-9
3	7-2-9-6	8-4-9-3
4	4-1-3-5-7	9-7-8-5-2
5	1-6-5-2-9-8	3-6-7-1-9-4
6	8-5-9-2-3-4-2	4-5-7-9-2-8-1
7	8-9-1-6-3-2-5-8	3-1-7-9-5-4-8-2

Puntaje máximo : 28 puntos

<b>PLANTILLA DE DATOS “WISC – R”</b>	
Nombre	
Fecha de Examen	
Fecha de Nacimiento	
Sexo	
Edad	

### PRUEBA DE ARITMÉTICA

T.MAX	TIEMPO	RESPUESTA	PUNTAJE
1. 30”			
2. 30”			
3. 30”			
4. 30”			
5. 30”			
6. 30”			
7. 30”			

### PRUEBA DE CLAVES A

Tiempo: 120”	Puntaje incluyendo bonificación Por tiempo para actuación perfecta.	PTJE. Max:50
<b>Tiempo (seg.)</b>	<b>Puntaje</b>	
1-70		<b>TOTAL</b>
71-80		
81-90		
91-100		
101-110		
111-120		

## PRUEBA DE DÍGITOS

Dígitos hacia adelante	PTJE. (2, 1 o 0)
3-8-6	
6-1-2	
3-4-1-7	
6-1-5-8	
8-4-2-3-9	
5-2-1-8-6	
3-8-9-1-7-4	
7-9-6-4-8-3	
5-1-7-4-2-3-8	
9-8-5-2-1-6-3	
1-6-4-5-9-7-6-3	
2-9-7-6-3-1-5-4	
5-3-8-7-1-2-4-6-9	
4-2-6-9-1-7-8-3-5	

Dígitos hacia atrás	PTJE. (2, 1 o 0)
2-5	
6-3	
5-7-4	
2-5-9	
7-2-9-6	
8-4-9-3	
4-1-3-5-7	
9-7-8-5-2	
1-6-5-2-9-8	
3-6-7-1-9-4	
8-5-9-2-3-4-2	
4-5-7-9-2-8-1	
6-9-1-6-3-2-5-8	
3-1-7-9-5-4-8-2	
<b>TOTAL PUNTAJE</b>	