

**Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación**

Material lúdico-
manipulativo para el
aprendizaje de
geometría en 4º de
Educación Primaria

**Trabajo fin de grado presentado por: Patricia Miguens Pereda
Titulación: Grado en Educación Primaria
Línea de investigación: Propuesta de intervención
Director/a: María del Carmen Romero García**

Ciudad: Bilbao
24/06/2016
Firmado por: Patricia



CATEGORÍA TESAURO: 1.1.8 Métodos pedagógicos

RESUMEN

En el presente trabajo se ha realizado una propuesta didáctica sobre geometría en 4º curso de educación primaria. Con la aplicación de recursos manipulativos se pretende que los alumnos tengan una mayor motivación para adquirir conocimientos geométricos. El trabajo está centrado en los ámbitos de formas planas, regularidades y simetrías, y cuerpos geométricos.

El trabajo empieza revisando los aspectos teóricos que sustentan esta propuesta, y a continuación se expone la propuesta en sí. Las actividades se han realizado con una metodología manipulativa, y a través de la experimentación y observación los alumnos han adquirido los conceptos geométricos. En general, se ha podido comprobar que utilizando recursos lúdico-manipulativos los alumnos están más atentos, relajados y más receptivos.

Por último, se han concluido los resultados de la puesta en marcha de dicha unidad didáctica y se ha realizado propuestas de mejora así como futuras líneas de investigación.

PALABRAS CLAVE

4º Educación Primaria, geometría, material lúdico-manipulativo, unidad didáctica, aprendizaje significativo

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	5
1.1. JUSTIFICACIÓN	5
1.2. PLANTEAMIENTO DE LA PROPUESTA	6
1.3. PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO	6
1.4. OBJETIVOS	7
2. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	8
2.1. DESARROLLO EVOLUTIVO DEL ALUMNADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA	8
2.2. MATEMÁTICAS: LA GEOMETRÍA	10
2.3. METODOLOGÍA MANIPULATIVA	12
<i>2.3.1. Tipos de materiales manipulativos</i>	13
3. PROPUESTA: UNIDAD DIDÁCTICA	18
3.1. CONTEXTUALIZACIÓN	18
<i>3.1.1. Características del entorno</i>	18
<i>3.1.2. Características del centro</i>	18
<i>3.1.3. Características del alumnado</i>	19
3.2. OBJETIVOS Y COMPETENCIAS	19
3.3. CONTENIDOS	20
3.4. CRONOGRAMA	21
3.5. ACTIVIDADES	21
3.6. RECURSOS	32
3.7. EVALUACIÓN	32
<i>3.7.1. Evaluación de los alumnos</i>	32
<i>3.7.2. Evaluación del proceso</i>	33
<i>3.7.3. Evaluación de la profesora</i>	33
4. RESULTADOS	34
5. CONCLUSIONES	35
6. CONSIDERACIONES FINALES	36
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38

ANEXOS

Anexo 1: pasos para elaborar el tangram chino.....	40
Anexo 2: figuras del tangram.....	42
Anexo 3: vértices.....	43
Anexo 4: dibujos para regularidades.....	44
Anexo 5: buscar el eje de simetría.....	47
Anexo 6: plantillas de papel (cuerpos geométricos).....	48
Anexo 7: ejemplo de evaluación de la actividad.....	49
Anexo 8: rúbrica del diario de observación.....	51
Anexo 9: plantilla de observación del proceso.....	54
Anexo 10: cuestionario para los alumnos.....	54

Figuras

Figura 1. Tangram chino.....	14
Figura 2. Tipos de tangram.....	15
Figura 3. Tipos de geoplanos.....	16
Figura 4. Mecano magnético.....	17
Figura 5. Figura del tangram chino con y sin contorno.....	25
Figura 6. Geoplano elaborado por los alumnos.....	26
Figura 7. Ejemplo de representación de triángulos en el geoplano.....	27
Figura 8. Eje de simetría.....	29

Tablas

Tabla 1. Cronograma de actividades.....	21
Tabla 2. Clasificaciones de ángulos.....	27
Tabla 3. Regularidades de la figura.....	28

1. INTRODUCCIÓN

1.1. JUSTIFICACIÓN

La matemática es la ciencia que se ocupa de describir y analizar las cantidades, el espacio y las formas, los cambios y relaciones, así como la incertidumbre. Al mirar a nuestro alrededor se puede comprobar que esos componentes están presentes en todos los aspectos de la vida de las personas: en su trabajo, en su quehacer diario, en los medios de comunicación etc.

La matemática, tanto histórica como socialmente, forma parte de la cultura y los individuos deben ser capaces de apreciarla y comprenderla. Es evidente, que en la sociedad actual, dentro de los distintos ámbitos profesionales, es preciso un mayor dominio de ideas y destrezas matemáticas que las que se manejaban hace tan sólo unos años. La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo; en la información que se maneja cada vez aparecen con más frecuencia tablas, gráficos y fórmulas que demandan conocimientos matemáticos para su correcta interpretación. Por ello, los ciudadanos deben estar preparados para adaptarse con eficacia a los continuos cambios que se generan.

La matemática es universal. Además es una ciencia viva que es útil. Se mire donde se mire, las matemáticas están ahí, se vean o no. Se utilizan en la ciencia, en la tecnología, la comunicación, la economía y tantos otros campos. Son útiles porque sirven para reconocer, interpretar y resolver los problemas que aparecen en la vida cotidiana.

En la sociedad actual el área de matemática adquiere una gran relevancia, no solo para los profesores sino que en el sistema educativo esta asignatura tiene una importancia significativa.

Los contenidos de esta materia están organizados en 4 bloques de contenido, que son los siguientes: bloque 1, números y operaciones; bloque 2, la medida: estimación y cálculo de magnitudes; bloque 3, geometría; y bloque 4, tratamiento de la información, azar y probabilidad. Este trabajo se centra en el tercer bloque, en el campo de la geometría.

Según El Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco, la geometría recoge los contenidos relacionados con la orientación y representación espacial, la localización, la descripción y el conocimiento de objetos en el espacio; así como el estudio de formas planas y tridimensionales.

Su estudio ofrece excelentes oportunidades de cara a establecer relaciones con otros ámbitos, como la naturaleza o el mundo del arte. Tiene especial interés el uso de la geometría, que permitirá a los alumnos interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas. La geometría se presta a establecer relaciones constantes con el resto de los bloques de contenido.

Por otro lado, también asigna un papel relevante a los aspectos manipulativos, a través del uso de diversos materiales como geoplanos y mecanos, tramas de puntos, libros de espejos, material para

formar poliedros, etc. y a la actividad personal del alumnado realizando plegados, construcciones, etc. para llegar al concepto a través de modelos reales.

El aprendizaje de la geometría debe ofrecer continuas oportunidades para construir, dibujar, medir o clasificar de acuerdo con criterios libremente elegidos. Actividades con juegos pueden desarrollar la capacidad de describir la situación y posición de objetos en el espacio, estableciendo sistemas de referencia y modelos de representación. El entorno cotidiano es una fuente de estudio de diversas situaciones físicas reales que evitan el nivel de abstracción de muchos conceptos geométricos, trabajando sus elementos, propiedades, etc.

Diferentes motivaciones han llevado a la autora del trabajo a la elección de este tema. Por un lado, durante el periodo de prácticas en diferentes centros, se ha podido comprobar que la matemática es una asignatura difícil para los alumnos ya que en muchas ocasiones los contenidos les resultan abstractos. Por otro lado, se considera que la geometría ofrece múltiples posibilidades de trabajar de forma menos convencional e innovadora, ya que se mire a donde se mire la geometría está alrededor del ser humano, y de esta manera tiene un mayor significado para los alumnos. Además, se ha optado por trabajar los contenidos de geometría de forma lúdica-manipulativa ya que el juego es base fundamental para que el niño tenga un aprendizaje más atractivo, dinámico y divertido. Será necesario introducir en el aula situaciones de juego así como dotarla de recursos, sobre todo manipulativos, que permitan al alumnado construir los conceptos geométricos.

1.2. PLANTEAMIENTO DE LA PROPUESTA

En este sentido en este TFG se ha realizado una propuesta de intervención en torno a la geometría. Esta intervención está dirigida a los alumnos de 4º de Educación Primaria del colegio Madre de Dios, situado en Bilbao y más concretamente en el barrio de San Ignacio. Dentro de esta propuesta se trabajan conceptos geométricos, como simetría, regularidad, formas planas o cuerpo geométricos para que se desarrollen de forma lúdico-manipulativa y de ahí la innovación de dicha propuesta.

1.3. PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO

En primer lugar para abordar la realización de este trabajo se ha realizado una revisión bibliográfica basada en la revisión de libros, documentos y artículos, siendo las principales fuentes de información *Google académico* y *Dialnet*. De esta forma, se ha podido centrar el tema y limitarlo. Una vez que estaba el tema escogido y organizado, se concretó los objetivos, tanto generales como específicos, y la metodología. Después de observar que había diferentes caminos, se optó por una propuesta de intervención didáctica para poder llevarla a cabo en un colegio y ver el resultado de la misma en una realidad concreta. De esta forma, se ha conocido las opiniones, vivencias y experiencias de los alumnos.

Es por ello, que en dicho trabajo se ha elaborado por un lado un marco teórico conceptual, donde se encontrará el desarrollo evolutivo que tienen los alumnos en esta etapa, la relevancia y análisis de los materiales lúdico-manipulativos y la importancia de la matemática en Educación Primaria, haciendo hincapié en la geometría.

Por otro lado, se ha diseñado una propuesta para trabajar los contenidos de geometría de forma lúdico-manipulativa. La propuesta está dirigida a 4º de Educación Primaria y se ha llevado a cabo en un colegio de Bilbao, de esta manera el trabajo es más significativo ya que se ha podido comprobar las ventajas que posee la introducción de actividades manipulativas en el aula para la enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Por último, se han sacado las conclusiones consolidando la realidad de la unidad didáctica con las aportaciones de la teoría.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. Objetivo general

El objetivo principal de este trabajo es diseñar una propuesta didáctica para trabajar la geometría en 4º de Educación Primaria basada en la experimentación, observación y manipulación, con el fin de implementarla posteriormente en el centro Madre de Dios.

Para alcanzar el objetivo general, será necesario trabajar los siguientes objetivos específicos.

1.4.2. Objetivos específicos

- Conocer el desarrollo evolutivo de los alumnos de 4º de Primaria.
- Revisar los conceptos de geometría en esta etapa educativa.
- Analizar las dificultades que presenta la enseñanza- aprendizaje de la geometría para tenerlos en cuenta en el diseño de la propuesta de intervención.
- Analizar los recursos y materiales lúdico-manipulativos más adecuados para trabajar la geometría en 4º de Primaria.
- Diseñar actividades para el aprendizaje de la geometría utilizando los recursos manipulativos seleccionados.
- Analizar los resultados obtenidos tras la puesta en marcha de la propuesta en términos de aprendizaje de los alumnos como vía de validación de la propuesta realizada.

2. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

2.1. DESARROLLO EVOLUTIVO DEL ALUMNADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Antes de profundizar en el estudio de las características básicas del desarrollo evolutivo, es imprescindible que se analice el significado de la palabra desarrollo. La Real Academia de la Lengua (RAE), define desarrollo como “acción y efecto de desarrollar o desarrollarse”. Así pues, varias son las teorías sobre el desarrollo, que han fluctuado desde los denominados innatistas, que sostienen que tanto el comportamiento como el desarrollo de los seres humanos tienen su base en la herencia genética; pasando por los ambientalistas, que centran tal carga en el entorno y las experiencias vividas; hasta las teorías actuales que, como Palacios, Marchesi, y Coll, (2004), reconocen la influencia de ambos factores. Actualmente los estudios se centran en establecer cómo se relacionan y en qué medida tales factores influyen en los cambios biológicos y psicológicos que se van sucediendo en cada persona desde el momento de su nacimiento hasta el final de sus días, es decir, en su proceso de desarrollo.

En el tramo que abarca la Educación Primaria, de los 6 a los 12 años, configura la entrada del alumno a la escolaridad obligatoria. En este apartado se considera fundamental conocer las características de los niños de 9-10 años, que son los que están en 4º de primaria, para después así adaptar la metodología y las actividades.

Respecto a los aspectos cognitivos:

- Aumenta el pensamiento lógico- concreto.
- Sus pensamientos son más complejos
- Tienen capacidad para ordenar y clasificar información. Progresan en las adquisiciones logradas de lectura-escritura y la comprensión y la utilización del lenguaje matemático.
- Adquieren la noción de conservación del peso.

En cuanto a aspectos motrices:

- Alcanzan una madurez nerviosa, con movimientos seguros y precisos.
- Se mejora en gran medida el equilibrio.

A lo que el aspecto afectivo–social se refiere, tienen mejores relaciones con los adultos aunque prefieren a sus iguales. Por último, en estas edades, en cuanto al desarrollo moral, consideran que la norma se debe emplear en igualdad de condiciones, por lo que tienden a aplicar la norma sin mucha flexibilidad.

Piaget (1997) trata de explicar cómo una persona pasa de un conocimiento menos verdadero o más simple, a otro más verdadero o complejo. Para él, cada uno de los periodos que describe completa al anterior y le supera. En un principio, Piaget (1997), señala cuatro periodos o estadios: periodo

sensomotriz, periodo del pensamiento preoperacional, periodo de las operaciones concretas y período de operaciones formales.

Este trabajo se centra en el periodo de las operaciones concretas que comprende de los siete a los once años. Este período ha sido considerado algunas veces como una fase del anterior. En él, el niño hace uso de algunas comparaciones lógicas, como por ejemplo: la reversibilidad y la seriación. La adquisición de estas operaciones lógicas surge de una repetición de interacciones concretas con las cosas, aclarando que la adquisición de estas operaciones se refiere sólo a objetos reales.

Con esta adquisición de las operaciones concretas, se produce una serie de modificaciones en las concepciones que el niño tiene sobre las nociones de cantidad, espacio y tiempo, y abre paso en la mente del niño a las operaciones formales que rematan su desarrollo personal.

Piaget no ha sido el único que ha trabajado los estadios, Wallon (1976) por su parte propone seis estadios: estadio impulsivo, estadio emocional, estadio sensomotor y proyectivo, estadio del personalismo, estadio categorial y estadio de la adolescencia.

El presente trabajo se centra en el estadio categorial que va de los seis a los once años. Este estadio está marcado por el significativo avance en el conocimiento y explicación de las cosas. Se producen las construcciones de la categoría de la inteligencia por medio del pensamiento categorial.

Se dan dos tareas primordiales en este periodo: la identificación de los objetos por medio de cuadros representativos y la explicación de la existencia de esos objetos, por medio de relaciones de espacio, tiempo y casualidad. En el desarrollo del pensamiento categorial, se diferencian dos fases:

1ª Fase (de 6 a 9 años). En el cual el niño enuncia o nombre las cosas, y luego se da cuenta de las relaciones que existen entre esas cosas.

2ª Fase (de 9 a 12 años). Se pasa de una situación de definición (que es la primera fase) a una situación de clasificación. El niño en esta fase clasifica los objetos que antes había enunciado, y los clasifica según distintas categorías.

A la hora de trabajar la geometría con estas edades, los alumnos según Romero y Cañadas (2015) suelen presentar dificultades y errores debidos a la identificación de los conceptos geométricos con sus representaciones, las relativas a la tridimensionalidad y las relacionadas con orientación y posicionamiento. Por lo que los alumnos no solo pueden presentar dificultades respecto a la comprensión del lenguaje matemático, que implica el conocimiento de términos específicos del área y la elaboración conceptual adecuada; sino que además, pueden tener dificultades en la percepción visual a la hora de visualizar o discriminar elementos.

De esta manera, para desarrollar en los alumnos de esta etapa el razonamiento formal, es necesario contemplar una serie de etapas sucesivas en las que se ponen de relieve dificultades tanto de tipo psicológico como del tipo lógico. Según el Departamento de Matemáticas del Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas (I.E.P.S.) (1986) “cuando los alumnos se enfrentan por primera vez con

la geometría admiten formulas y propiedades sin demostración, siendo capaces de utilizarlas y aplicarlas. Más adelante llegan a comprender el significado dando alguna razón [...] pudiendo convertirse en justificaciones matemáticas” (p. 16).

En la línea de lo establecido anteriormente, el modelo de Van Hiele (1957) parece describir con bastante exactitud esta evolución, por lo que señala el desarrollo del pensamiento geométrico del niño hasta que llega a aprender el significado de una demostración. Ningún nivel se desarrolla si no se ha afianzado el nivel anterior. Pero para pasar de un nivel al siguiente, además de la madurez psicológica del alumno, se requiere enfocar las actividades hacia su consecución. Los niveles son:

Nivel 0: *Visualización*: el niño reconoce figuras geométricas globalmente, por su forma pero no por sus propiedades. Sus descripciones son puramente visuales.

Nivel 1: *Análisis*: el niño reconoce las propiedades de las figuras geométricas, pero no relaciona unas figuras con otras ni tampoco las propiedades entre sí.

Nivel 2: *Dedución informal*: el niño relaciona entre sí las propiedades de las distintas figuras, las organiza lógicamente y empieza a entender el papel de las definiciones.

Nivel 3: *Dedución formal*: el niño distingue entre axiomas y teoremas y es capaz de hacer demostraciones.

Nivel 4: *Rigor*: el niño es capaz de establecer comparaciones entre distintos sistemas axiomáticos (p. 16).

Según Martínez y Rivaya (1989) “el penúltimo nivel corresponde en general, a niveles escolares superiores y el último nivel no es generalmente alcanzado por la población estudiantil media, pues exige un nivel de cualificación matemática elevado” (p. 40). Es por eso, que este trabajo se centra en el desarrollo de los tres primeros niveles. Además estos autores añaden “el paso de un nivel de pensamiento a otro no es automático, no está rígidamente ligado a la edad sino que depende de la correcta superación del nivel anterior” (p. 40).

2.2. MATEMÁTICA: LA GEOMETRÍA

La geometría como palabra tiene dos raíces griegas: geo (tierra) y metrón (medida); o sea, significa “medida de la tierra”. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área, diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos.

La necesidad de la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar responde, en primer lugar, al papel que la geometría desempeña en la vida cotidiana. La geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades (producción industrial, diseño, arquitectura, topografía, etc.). Un conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en la vida cotidiana: para orientarse reflexivamente en el espacio; para hacer estimaciones sobre formas y distancias; para hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio etc.

Según el Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco en esta etapa de Educación Primaria, en cuanto al bloque 3, aparecen las siguientes propiedades sobre la geometría:

1. La situación en el espacio, distancias, ángulos y giros: elaboración y utilización de códigos diversos para describir la situación de un objeto en el espacio en situaciones cercanas al alumnado. Representación elemental de espacios conocidos: planos y maquetas. Lectura e interpretación de mapas y planos sencillos. Descripción de posiciones y movimientos en un contexto topográfico. Ejes de coordenadas. Las líneas como recorrido: rectas y curvas, intersección de rectas y rectas paralelas.
2. Formas planas y espaciales: identificación de figuras planas y espaciales en la vida cotidiana. Clasificación de polígonos. Lados y vértices. La circunferencia y el círculo. Los cuerpos geométricos: cubos, esferas, prismas, pirámides y cilindros. Aristas y caras. Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico. Construcción de figuras geométricas planas a partir de datos y de cuerpos geométricos a partir de un desarrollo. Exploración de formas geométricas elementales. Comparación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos utilizando diversos criterios. Comparación y clasificación de ángulos.
3. Regularidades y simetrías. Transformaciones métricas: traslaciones y simetrías. Simetrías corporales y espejos.

Los objetos geométricos básicos (punto, línea, superficie, paralelismo, ángulo, etc.), son nociones aparentemente muy elementales, pero que en realidad son muy complejas, por su elevado nivel de abstracción.

Debido a que la geometría abarca un amplio rango de conceptos este marco teórico se centra en los siguientes conceptos, ya que son los que se han trabajado en la unidad didáctica: formas planas y espaciales, los cuerpos geométricos, y regularidades y simetrías.

Según Abbott (1991) una superficie plana se puede comprobar de la siguiente forma “si se toman dos puntos cualesquiera en la superficie, la línea recta que los une esta por completo en la superficie” (p. 31). De esta manera, dependiendo si las figuras están en un plano o en el espacio se obtienen las geometrías planas o tridimensionales (o espaciales). El estudio de las figuras planas y sus propiedades geométricas, abarca a los polígonos en general (tanto regulares como irregulares) como también al círculo, que puede ser considerado un caso especial de polígono. En un polígono se pueden distinguir los siguientes elementos geométricos: lados (las líneas rectas que se encuentran para formar un ángulo), ángulos, vértices (el punto donde los dos lados se encuentran), y diagonales. Los polígonos se nombran según el número de lados por ejemplo; triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono,...

Los cuerpos geométricos, en cambio, ocupan un lugar en el espacio. Hay algunos cuerpos de forma regular que se pueden medir en tres dimensiones: largo, ancho y alto. Los cuerpos geométricos

pueden ser poliedros (limitado por polígonos) o cuerpos redondos (rotación de una figura plana alrededor de su eje). En cualquier poliedro se encuentran los siguientes elementos básicos: cara (superficies planas), arista (se forma con la intersección de dos caras), vértice (3 o más aristas) y diagonal (segmentos que unen dos vértices de diferentes caras).

Cuando en una figura se presenta un elemento repetido se le llama regularidad; por lo que puede tener dos mitades iguales, algunos lados o ángulos iguales y se puede superponer mediante giros. La simetría según Abbott (1991) “es cuando las dos partes en las que se divide el dibujo son iguales, por lo que cualquier forma particular a un lado de la línea central está reflejada por la misma forma en el lado opuesto” (p. 222). La línea central respecto a la cual una figura es simétrica se denomina eje de simetría. Es por eso, que cuando se puede doblar por la mitad y las dos mitades coinciden esa figura tiene eje de simetría.

2.3. METODOLOGÍA MANIPULATIVA

Desde inicios del siglo XX, la manipulación de materiales didácticos como herramienta para adquirir y desarrollar conocimientos matemáticos ha sido un campo muy investigado por numerosos expertos. Alsina y Planas (2008) nos dicen:

La manipulación es mucho más que una manera divertida de desarrollar aprendizajes. La manipulación de materiales es en ella misma una manera de aprender que ha de hacer más eficaz el proceso de aprendizaje sin hacerlo necesariamente más rápido. Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que se limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del momento de aprendizaje (p.50).

Una competencia matemática alta conlleva que el sujeto tenga una comprensión profunda basada en conocimiento de conceptos y destrezas matemáticas básicas (Castro, 2006); dicha competencia se construye desde edades tempranas, por ello una correcta intervención en el proceso de enseñanza-aprendizaje es importante para evitar errores que puedan persistir en la edad adulta (Salinas, 2003).

En la propuesta para trabajar la geometría se han utilizado materiales manipulativos con el fin de introducir y consolidar los conceptos geométricos. La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas utilizando materiales incentiva la creatividad, la participación activa, y la cooperación entre el alumnado. De igual forma, fomenta la observación, la atención, la imaginación y el espíritu crítico, pasando el alumnado a ser el centro de la enseñanza. De esta forma, hay una mayor motivación por parte del alumnado, Decroly (1965) afirma que partiendo de la observación de la naturaleza y de la manipulación se despierta el interés y la intuición de los aprendices.

El término motivación se deriva del verbo latino “movere”, que significa “moverse”, “poner en movimiento” o “estar listo para la acción”. Según Roa (2007), el aprendizaje eficiente requiere, entre otras cosas, de la creación y mantenimiento de un ambiente que propicie el logro de los objetivos de la educación. En este sentido las instituciones educativas deberían proporcionar a la

población estudiantil lugares óptimos donde se produzca un aprendizaje significativo. Puig Adam (1956) afirma que se ha tardado en tener conciencia clara de que no hay aprendizaje donde no hay acción y que, en definitiva, enseñar bien ya no es transmitir bien, sino saber guiar al alumno en su acción de aprendizaje.

El interés del niño por el conocimiento que recibe está en razón directa de la parte activa que toma él mismo en su adquisición. La acción no es sólo una necesidad vital del niño, sino que desde el punto de vista epistemológico es esencial en la formación del pensamiento mismo. Pensamiento y acción aparecen vinculados, de tal modo que no es posible concebir acción sin pensamiento que la conduzca, tampoco se concibe pensamiento sin acción que lo haya provocado. Alsina y Planas (2008, p. 50) cita a la doctora Montessori (1914) que afirma que “el niño tiene la inteligencia en la mano”, haciendo alusión al hecho de que los niños aprenden nociones a partir de la manipulación y la experimentación. Todo lo que se palpa a nivel sensorial llega al cerebro. Por lo tanto, la experimentación es fundamental para el aprendizaje. En la enseñanza de las matemáticas será muy importante el uso de materiales manipulativos y más aún, en el estudio de la geometría.

Para Piaget e Inhelder (1975) el niño aprende a partir de la acción sobre los objetos, dado que la manipulación permite hacer representaciones mentales que favorecen la construcción y la interiorización de conceptos. Canals (1992), citado por Alsina (2008, p.15), se centra en el aspecto manipulativo y respecto a los materiales manipulables expone:

Si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada en cada edad, y a partir de aquí fomentar el diálogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitará en manera porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo. (p. 15).

De las afirmaciones de todos ellos, se puede concluir que la manipulación con material didáctico es un paso necesario para la adquisición de competencias matemáticas. Pero no es la manipulación en sí lo importante para el aprendizaje matemático, es la acción mental que se estimula cuando los niños tienen la posibilidad de tener en sus manos, materializados los distintos entes matemáticos.

2.3.1. Tipos de materiales manipulativos

Dentro de la propuesta se encuentran diferentes recursos para trabajar los conceptos de geometría, los cuales se pueden clasificar en material estructurado y material ambiental.

El material ambiental, es cualquier objeto tomado del entorno del niño. Estos objetos despiertan gran interés en los alumnos por estar más próximo a sus aficiones. Cualquier material de fácil manipulación y que no sea tóxico ni peligroso, puede ser empleado como medio didáctico para el aprendizaje de conceptos matemáticos. En la propuesta se han utilizado los siguientes materiales ambientales: palillos, papel, espejo y plastilina. Con estos elementos además de crear formas planas, se puede utilizar la manipulación para ejercer el razonamiento espacial, y de ésta manera,

se fortalece el aprendizaje autónomo, ya que el alumno a través de manipular aprende por sí mismo.

El material estructurado en cambio, está diseñado especialmente para facilitar y desarrollar determinados conceptos matemáticos. Aunque cada tipo de material ha sido diseñado para favorecer la adquisición de determinados conceptos, con la mayor parte de ellos se puede trabajar más de un concepto. Los materiales que se escojan se elegirán teniendo en cuenta la edad de los alumnos, ya que depende la edad pueden utilizarse de forma más o menos compleja. En la propuesta se han utilizado los siguientes materiales estructurados: tangram chino, geoplano y mecano magnético. A continuación se explican las características de cada uno de ellos, así como su utilidad para trabajar los conceptos geométricos.

- Tangram:

Siguiendo a los autores Alsina y Planas (2008) hacer geometría implica manipular, experimentar, indagar, descubrir,... y para ello un buen recurso es el tangram chino. El tangram es un juego de origen chino llamado “Chi Chiao Pan” del cual se desconoce tanto quién lo inventó como cuándo lo inventó. El nombre significa “tabla de la sabiduría” o “tabla de sagacidad”, haciendo referencia a las muchas cualidades del juego. Según estos autores “la palabra *tangram* se supone que fue creado por un norteamericano aficionado a los rompecabezas, quien habría combinado la palabra cantonesa *tang* (chino) con el sufijo inglés *gran* (escrito y gráfico)” (p. 67).

El tangram que se utilizará en la propuesta será el tangram chino que consta de siete piezas de formas básicas (cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo).

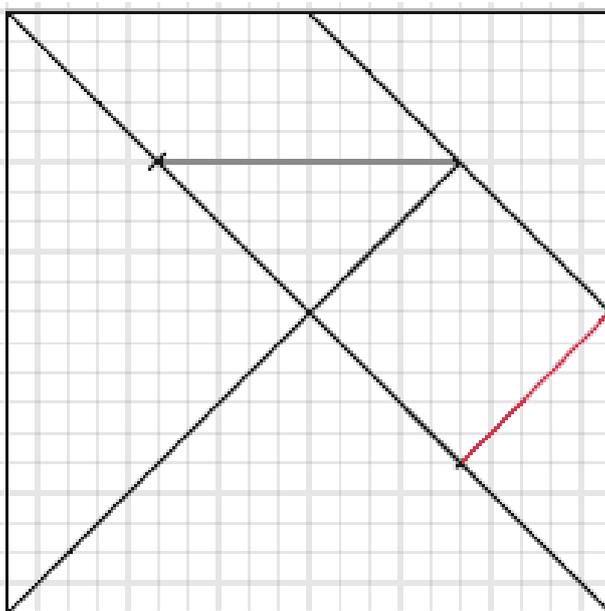


Figura 1. Tangram chino. Extraído de

<http://docentesinteligentes.blogspot.com.es/2011/10/instrucciones-para-realizar-el-tangram.html>

En la actualidad, como podemos ver en la figura 2, hay muchos tipos de tangram.

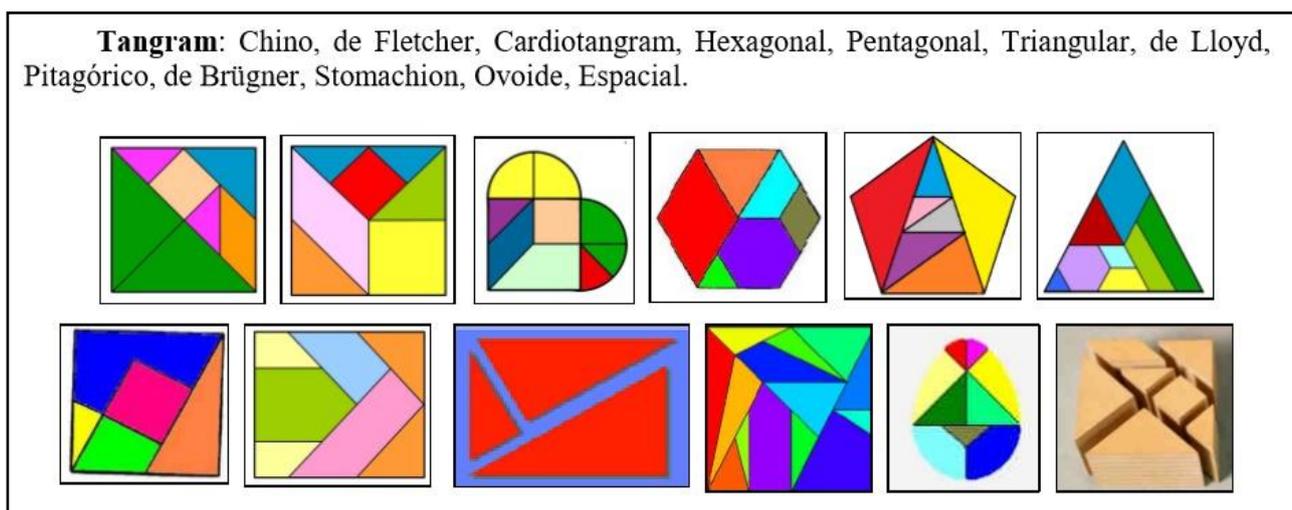


Figura 2. Tipos de tangram. (Villarrol y Sgreccia, 2011, p.84)

Este material por las múltiples posibilidades que ofrecen las combinaciones de las piezas, favorece la creatividad de los alumnos. Es una gran herramienta para el aprendizaje de la geometría, y se puede utilizar para trabajar los siguientes conceptos:

- Obtención de nuevas formas por combinación.
- Introducción de conceptos referentes a la medida de longitud, amplitud y área.
- Clasificación de polígonos.
- Suma de ángulos interiores de un polígono.
- Equivalencia entre áreas de figuras con distinta forma.
- Estudio de la relación perímetro-área.
- Triángulos semejantes.

- Geoplano:

El geoplano fue creado por el matemático egipcio Caleb Gattegno sobre 1960, quien buscaba un método para enseñar la geometría de una forma más didáctica. Este recurso consistía en un tablero cuadrado de madera con clavos formando una trama, de tal manera que estos sobresalían y se podían enganchar las gomas elásticas que servían para representar las diferentes figuras geométricas.

Hay varios tipos de geoplanos (figura 3); el optométrico (de trama cuadriculada), el circular (haciendo una circunferencia) y el isométrico (de trama triangular). En la propuesta se utilizará el geoplano optométrico.



Figura 3. Tipos de geoplanos. Extraída de [http://4.bp.blogspot.com/-](http://4.bp.blogspot.com/-fK6pTtX3O U/UY4wDyEqJAI/AAAAAAAAALo/2MEF4n Vexc/s1600/geoplanos+(1).jpg)

[fK6pTtX3O U/UY4wDyEqJAI/AAAAAAAAALo/2MEF4n Vexc/s1600/geoplanos+\(1\).jpg](http://4.bp.blogspot.com/-fK6pTtX3O U/UY4wDyEqJAI/AAAAAAAAALo/2MEF4n Vexc/s1600/geoplanos+(1).jpg)

Este recurso no solo sirve para construir formas geométricas, también permite descubrir las propiedades de los polígonos o incluso resolver problemas matemáticos, aprender sobre áreas, perímetros,... Según Cascallana (1998) “el geoplano es de fácil manejo para cualquier niño y permite el paso rápido de una a otra actividad, lo que mantiene a los alumnos continuamente activos en la realización de ejercicios variados” (p. 144). La aplicación de este material es la siguiente:

- Construcción de segmentos y ángulos.
- Estudio de posiciones relativas, polígonos, áreas y perímetros.
- Clasificación de polígonos según: número de lados, igualdad de lados, tipos de ángulos, cóncavos y convexos....
- Estudio teorema de Pitágoras.
- Estudio de ángulos y clasificación.
- Equivalencia entre áreas de figuras con distinta forma.
- Estudio de la relación perímetro-área.
- Triángulos semejantes.
- Simetrías, traslaciones y giros.

Además, con el geoplano circular se podrían trabajar los siguientes conceptos:

- Circunferencia, círculo, radio, diámetro, cuerda, arco.
- Ángulos en una circunferencia.
- Polígonos.

- Mecano magnético:

El mecano magnético, consiste en unas tiras alargadas, en este caso metálicas pero pueden ser de madera o de plástico, que tienen diferentes longitudes. Al ser metálicas se unen mediante imanes (bolitas) permitiendo alargar su longitud y formas líneas abiertas, cerradas o rectas.

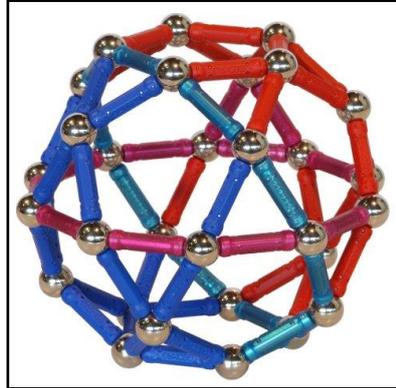


Figura 4. Mecano magnético. Extraída de <http://juguetesencasa.com/wp-content/uploads/2014/10/543a2a79c3a96-0.jpg>

Este material permite:

- Reconocimiento de formas geométricas.
- Construcción de polígonos: existencia y determinación.
- Clasificación de polígonos.
- Estudio de líneas poligonales abiertas o cerradas.
- Área máxima y mínima.
- Estudio de ángulos y clasificación.
- Deformación de polígonos para obtener otros.
- Construcción de figuras semejantes.

3. PROPUESTA: UNIDAD DIDÁCTICA

Esta programación didáctica va dirigida a la asignatura de matemáticas del 4º curso de educación primaria, concretamente al ámbito de la geometría y está basada en el Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco.

3.1. CONTEXTUALIZACIÓN

3.1.1. Características del entorno:

El colegio Madre de Dios, se encuentra en la Comunidad del País Vasco, más concretamente en la provincia de Vizcaya. Dentro de esta provincia, el colegio se sitúa en el barrio de San Ignacio. Este barrio pertenece al primer distrito de Bilbao. El colegio aunque bien está ubicado en una calle, se encuentra en la falda de una montaña. De esta forma, desde el colegio se puede ver todo el barrio. Dentro del barrio de San Ignacio también se encuentran otros centros educativos, servicios sociales, ambulatorio, euskaletxea... Algunos de los recursos que están cerca del centro son parques, biblioteca y polideportivo municipal.

En cuanto al nivel socio-cultural de las familias es medio. Debido a la inmigración de otras comunidades autónomas de las últimas décadas, el nivel de euskera es bajo aunque la tendencia va cambiando en los últimos años.

3.1.2. Características del centro:

La oferta educativa de este colegio abarca desde la Educación Infantil (4 meses) hasta Bachillerato. Es por ello que cuentan aproximadamente con 800 alumnos. Todas estas etapas tienen dos líneas A y B, dentro de un modelo B, es decir, asignaturas en castellano (lengua o matemáticas), la asignatura en inglés y el resto en euskera (conocimiento del medio, educación física o euskera).

El colegio cuenta con dos edificios, uno para la guardería e infantil y el otro para primaria, E.S.O y bachillerato. En Educación Primaria el colegio además de disponer de 12 aulas para las clases, dispone de un aula de música, artística, taller de cocina, aula de educación especial y apoyo, sala de profesores, aula de informática, biblioteca, comedor, salón de actos, capilla, polideportivo cubierto, dos patios descubiertos y otro cubierto, y parking. Por otro lado, los de educación primaria tienen un invernadero donde aprenden a plantar y a cuidar de los alimentos.

En el aula la profesora cuenta con mesa y ordenador propio situados entre la pizarra y los alumnos. También un proyector con el que proyectar las imágenes del ordenador. Los alumnos tienen una mesa individualizada con un cajón y una taquilla para guardar el material, y están colocados por grupos. Además disponen de perchas para dejar la mochila y la ropa. También una zona con libros de lectura disponibles para que los alumnos puedan cogerlos en cualquier momento.

3.1.3. Características del alumnado:

El aula donde se ha llevado la unidad didáctica, consta de 25 alumnos, 14 chicas y 11 chicos. Todos ellos correspondientes a la edad acorde a la etapa educativa. En general, es una clase muy polarizada, en la que destaca dos grupos minoritarios, cada uno de cinco personas, uno de ellos con un buen rendimiento académico y el otro en cambio con dificultades en el proceso de aprendizaje. Esta característica hace que la clase sea heterogénea.

En cuanto a la metodología, los alumnos están sentados en grupos, cinco grupos de 5 alumnos. Lo que se intenta es que trabajen en grupo, cooperando entre todos. Es por eso que dentro del grupo cada uno tiene una función o rol diferente; y estas consignas se cambian en un tiempo determinado, para que todos los alumnos puedan pasar por todas.

Por último hay que comentar que esta unidad didáctica está dirigida a la asignatura de matemáticas, que se desarrolla a lo largo de 4 veces por semana, concretamente los lunes, martes, jueves y viernes.

3.2. OBJETIVOS Y COMPETENCIAS

3.2.1 Objetivos

- Trabajar la geometría de manera manipulativa.
- Introducir a los alumnos en el mundo de la geometría.
- Explorar materiales y conocer sus posibilidades de manipulación.
- Manipular materiales que favorezcan la comprensión de los conceptos geométricos.
- Describir, modelar, dibujar y clasificar figuras.
- Investigar y predecir el resultado de combinar y cambiar figuras.
- Desarrollar la percepción espacial.
- Apreciar el papel de la geometría en la vida diaria y disfrutar con su uso.
- Promover una actitud positiva ante las actividades y situaciones planteadas.

3.2.2. Competencias

Se entiende por competencias básicas la combinación integrada de conocimientos, destrezas y habilidades, actitudes y valores adecuados al contexto, que precisa todo el alumnado que cursa la Educación Básica y que debe alcanzar para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa y la integración social. En esta unidad didáctica se trabajarán las siguientes competencias básicas:

- Competencia matemática. Ser capaz de utilizar los conceptos relativos a los polígonos y demás figuras planas en distintos contextos: analizar, describir, clasificar e interpretar las formas de los objetos que nos rodean. Detectar regularidades en los elementos y en la posición de los objetos de las figuras geométricas.
- Competencia en comunicación lingüística. Incorporar el lenguaje habitual la terminología geométrica aprendida.
- Conocimiento y la interacción con el mundo físico. Utiliza las regularidades para analizar y describir los objetos del entorno. Tener curiosidad hacia las formas geométricas, sus elementos, sus relaciones y su presencia en el entorno. Aplicar los conceptos y nomenclatura relativos a los cuerpos geométricos.
- Competencia para aprender a aprender. Utilizar la manipulación y la representación como recursos de investigación y descubrimiento para acceder a aprendizajes nuevos.
- Competencia social y ciudadana. Desarrollar la colaboración con los demás y mostrar actitudes de ayuda con el fin de resolver situaciones problemáticas.

3.3. CONTENIDOS

Los contenidos esenciales a desarrollar en esta unidad giran en torno a lo siguiente:

- Identificación de distintas figuras planas.
- Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos.
- Clasificación de cuadriláteros, atendiendo a las relaciones de igualdad y paralelismo entre los lados.
- Construcción de figuras planas utilizando diversas técnicas (geoplano, instrumentos de dibujo, tangram, palillos,...)
- Identificación de regularidades básicas en las figuras planas (repetición de características, simetrías, igualdad de lados y ángulos etc.)
- Construcción de figuras con regularidades (cenefas y mosaicos).
- Construcción de polígonos regulares.
- Identificación de figuras con eje de simetría y construcción de figuras geométricas respecto a un eje.
- Identificación y construcción de poliedros y cuerpos redondos (bases y caras).

3.4. CRONOGRAMA

Esta unidad didáctica, se ha llevado a cabo en el tercer trimestre, es decir, en el último trimestre del curso. Concretamente, y como se ve en la tabla 1 que se ha realizado, desde la primera semana de mayo hasta finalizar la tercera del mismo mes. Como se ha comentado anteriormente, esta clase tiene matemáticas 4 veces por semana, siendo cada sesión de una hora. A modo de esquema en el mes de mayo se harán las siguientes actividades: la primera semana se realizarán actividades referentes a las formas planas, la segunda se destinará a trabajar las regularidades y simetrías, y la última semana se dedicará a los cuerpos geométricos.

Tabla 1. Cronograma de actividades.

MAYO 2016				
2 Actividad 1: palillos	3 Actividad 2: tangram	4	5 Actividad 3: crear geoplano	6 Actividad 4: formas planas con geoplano
9 Actividad 5: regularidades con geoplano	10 Actividad 6: simetría con geoplano	11	12 Actividad 7: espejo	13 Actividad 8: simetría de nuestro rostro
16 Actividad 9: mecano magnético	17 Actividad 10: plastilina	18	19 Actividad 11: papel	20 Actividad 12: maqueta del entorno
23	24	25	26	27
30	31			

3.5. ACTIVIDADES

Las actividades que se van a llevar a cabo son 12 y están clasificadas según los temas a tratar; es decir, las cuatro primeras giran en torno a las formas planas, las cuatro siguientes a regularidades y simetrías y las últimas cuatro serán sobre los cuerpos geométricos.

Para el desarrollo de las actividades, se harán diferentes agrupamientos: gran clase (formado por toda la clase); grupo de trabajo (formado por 5 alumnos) y trabajo individual (cada alumno realizará su propio trabajo).

La intervención educativa debe contemplar como principio la diversidad del alumnado, entendiendo que se garantiza el desarrollo de todos los alumnos, a la vez que una atención personalizada en función de las necesidades de cada cual. Como se ha explicado es una clase muy polarizada y para atender a la diversidad, se considera importante, los agrupamientos flexibles. De esta manera, en cada grupo se pondrá un alumno con un buen rendimiento académico y otro con dificultades en el proceso de aprendizaje. Con esto, se quiere fomentar, el aprendizaje entre iguales y los valores como colaboración y ayuda.

La estructura de las clases será la siguiente: al inicio de cada bloque se realizará una actividad de introducción para exponer el tema a tratar. De esta manera no sólo habrá una explicación por parte de la profesora sino que los alumnos tendrán la posibilidad de hablar sobre los conocimientos previos que tienen. Estas actividades de introducción a los temas, serán actividades que intenten captar la atención de los alumnos, siendo actividades de motivación, sobre el tema que se trabajará. Para eso, la profesora dispondrá de diferentes recursos, pizarra, proyector,... para poder presentar cada bloque de una forma más visual, mediante observación, videos, etc.

Dentro de cada bloque están las actividades de desarrollo, en estas actividades la profesora explicará el proceso a seguir y será observadora de la clase, ofreciendo su ayuda cuando los alumnos lo requieran o considere que es necesario.

FORMAS PLANAS

- **Actividad de introducción: Observar nuestro entorno**

Para introducir el tema de las formas planas, la profesora pedirá a los alumnos que miren alrededor de la clase y que observen y anoten en grupo todas las figuras que visualicen. Después se pondrán en común y la profesora las irá anotando en la pizarra. A continuación, hará diferentes preguntas con el objetivo de averiguar los conocimientos previos de los alumnos: ¿Qué figuras tiene los bordes rectos y cuáles no? ¿Cuáles son polígonos? ¿Dónde veis un triángulo? ¿Qué diferencias encontráis entre las formas que han salido? ¿Cuál es la figura que vemos más veces?

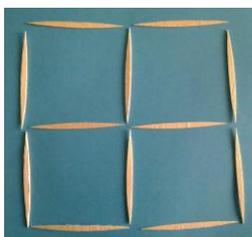
Actividad 1: construcción de formas planas mediante la utilización de los palillos

- Material: 420 palillos para el primer ejercicio, 120 palillos para el segundo, 5 cartulinas, pegamento, cuaderno y lápiz.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: con palillos representados sobre la mesa, se trabaja las figuras planas y se refuerzan conocimientos geométricos como: triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo,... Los alumnos colocados en grupos realizarán los siguientes ejercicios:
 - Construir con 12 palillos cada una de estas figuras: un cuadrado, un rectángulo, un triángulo de tres lados iguales, un triángulo con solo dos lados iguales, un triángulo con tres lados

desiguales, un rombo y una estrella de seis puntas. Además de los 84 palillos a cada grupo se les proporcionará una cartulina de diferentes colores y pegamento para que plasmen las diferentes figuras con sus respectivos nombres.

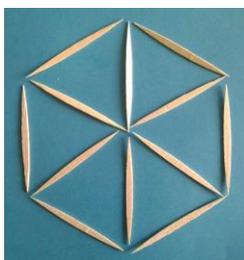
En los seis apartados siguientes seguirán trabajando en grupos pero cada alumno escribirá y dibujará en su cuaderno los pasos que han realizado. La profesora proporcionará una plantilla con las figuras y una breve y concisa explicación lo que tienen que hacer en cada una de ellas.

- Caso 1: situar sobre la mesa 12 palillos formando la figura del dibujo.



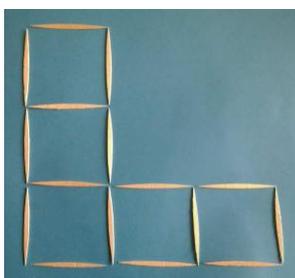
Quita cuatro palillos para formar un sólo cuadrado.
Forma dos cuadrados iguales quitando cuatro palillos.

- Caso 2: colocar sobre la mesa 12 palillos como muestra el dibujo.



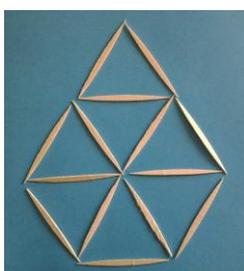
Quita tres palillos y forma tres rombos.
Mueve seis palillos y quedara formados 3 rombos.

- Caso 3: con 16 palillos formar la siguiente figura.



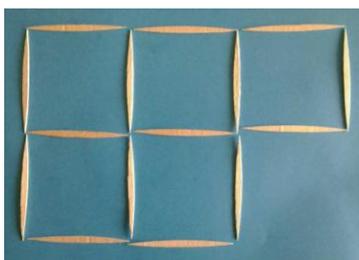
Mueve 2 palillos, dejando 2 cuadrados y 2 rectángulos.
Mueve 2 palillos y forma 3 rectángulos.
Mueve 4 palillos y deja 2 rectángulos y 1 cuadrado.
Mueve 3 palillos y deja 2 rectángulos iguales y 1 cuadrado.

- Caso 4: con 14 palillos forma la siguiente figura.



Elimina 5 palillos y deja dos triángulos de distinto tamaño.
Elimina 4 palillos y deja 3 triángulos (pueden ser de diferente tamaño).
Elimina 3 palillos y deja 4 triángulos.

- Caso 5: sitúa sobre la mesa 15 palillos tal como se muestra en la figura.



Elimina 3 palillos y desaparecen dos cuadrados.

Mueve 3 palillos y haz desaparecer un cuadrado.

- Caso 6: sitúa sobre la mesa 24 palillos creando una espiral.



Mueve 2 palillos y convierte la figura en 2 cuadrados.

Mueve 4 palillos y crea 3 cuadrados.

Actividad 2: Tangram chino

- **Material:** cuadrados hechos de cartulina de un tamaño de 15cm x 15cm, tijeras, lápiz, regla, folios en blanco, cuaderno, hoja de figuras diferentes y cartulinas grandes.
- **Tiempo:** toda la hora.
- **Procedimiento:** lo primero que se hará en esta actividad será crear el tangram chino. Para ello, la profesora pondrá la imagen del tangram chino a través del proyector, de esta forma crea un diálogo con los alumnos sobre las distintas figuras que ven en él. A continuación, la profesora repartirá a cada alumno un cuadrado que previamente tendrá recortado y valiéndose de la regla y el lápiz cada alumno creará su propio tangram siguiendo los pasos que están establecidos (anexo 1).

Cuando todos tengan las 7 piezas del tangram, se harán los siguientes ejercicios:

- **Contorno:** en un folio en blanco, los alumnos en grupo sacarán el contorno de cada pieza en diferentes posiciones. De esta forma, los alumnos comprueban las diferentes formas a través de los movimientos y giros. A continuación, en grupo grande, se clasificarán las figuras del tangram en función de su ángulo y sus lados.
- **Construcción de polígonos:** con algunas de las piezas del tangram, se pueden construir diferentes polígonos, por lo que cada alumno realizará las siguientes actividades, escribiendo su resultado en el cuaderno:
 - o Construye un triángulo usando dos piezas. Después usa 3.

- Forma cuadrados utilizando diferentes piezas. Primero con dos piezas, luego con 3 y luego con 4.
 - Construye un rectángulo con tres triángulos. Crea otra forma diferente de construir el rectángulo.
 - Construye de dos formas diferentes un romboide.
 - Con todas las piezas del tangram construye un polígono de cuatro lados.
- Construcción de figuras: para este ejercicio la profesora les entregará a cada grupo 8 figuras diferentes realizadas con el tangram: representación de figuras humanas, de objetos, de animales... (anexo 2). Como muestra el ejemplo, las primeras figuras, tendrán la marca del contorno de cada pieza del tangram. De esta manera, a los alumnos les será más fácil construir la figura que se les pide. A continuación, se eliminará los contornos mostrando la figura con la silueta en negro.

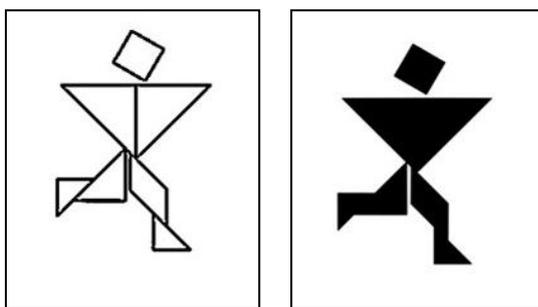


Figura 5. Figura del tangram chino con y sin contorno. Extraída de

http://1.bp.blogspot.com/-27aotkTJpuM/UXgQ68KqJ4I/AAAAAAAAIDY/IPEK_QFH44k/s1600/souvenirs-infantiles-tangram-imantado-juego-super-original_MLA-F-3036637176_082012.jpg

- Inventando figuras: por último, los alumnos en grupo inventarán tres figuras, la de una persona, un animal y un objeto. Estas últimas las representarán en una cartulina para enseñársela al resto de la clase.

Actividad 3: construcción del geoplano

- **Material:** 5 tablas de corcho de 19 cm x 19 cm, 320 chinchetas y gomas elásticas de diferentes colores.
- **Tiempo:** toda la hora.
- **Procedimiento:** para construir el geoplano la profesora entregará a cada grupo un cuadrado de corcho de 19 cm x 19 cm. Los alumnos, cuadrificarán el tablero, haciendo cuadrados de 2 cm cada uno; formarán 9 filas y 9 columnas y en los vértices de las cuadrículas, se clavarán lo más recto posible chinchetas, de las que son más altas; como se ve en la figura.



Figura 6. Geoplano elaborado por los alumnos.

Cada grupo necesitará 64 chinchetas. Si terminan rápido, la profesora repartirá gomas elásticas de colores y los alumnos tendrán un tiempo para jugar libremente, y podrán crear figuras diferentes dialogando entre ellos que figuras son.

Se insistirá a los alumnos sobre la importancia de realizar bien esta actividad y cuidar el geoplano ya que este recurso se utilizará en actividades posteriores.

Actividad 4: representar figuras planas a través del geoplano

- **Material:** geoplano realizado en la actividad anterior, gomas elásticas de colores, pizarra, papel, lápiz y regla.
- **Tiempo:** toda la hora.
- **Procedimiento:** en esta actividad, los alumnos situados en grupos utilizarán las gomas elásticas y el geoplano para realizar los siguientes ejercicios:
 - Reproducir formas geométricas más elementales (cuadrado, triángulo, rectángulo, hexágono,...).
 - A continuación saldrá un alumno a la pizarra y dibujará en la pizarra una figura que quiera, después cada grupo la tendrá que reproducir. En caso de que no se les ocurra nada, pueden hacer las siguientes figuras: números romanos, casa, coche, letras,...
 - Después, los alumnos en grupos crearán todos los posibles triángulos que se puedan representar en el geoplano y los clasificarán atendiendo a sus ángulos y a sus lados; escribiendo sus respectivos nombres y dibujándolos en el cuaderno dentro de la siguiente tabla.

Tabla 2. Clasificación de ángulos

<u>Según sus lados</u>	<u>Según sus ángulos</u>

Una vez realizado el ejercicio en grupo y obteniendo la figura en el geoplano, cada alumno como se muestra en el ejemplo, dibujará las figuras en la hoja que la profesora les entregará y pintará el interior de la figura (anexo 3).

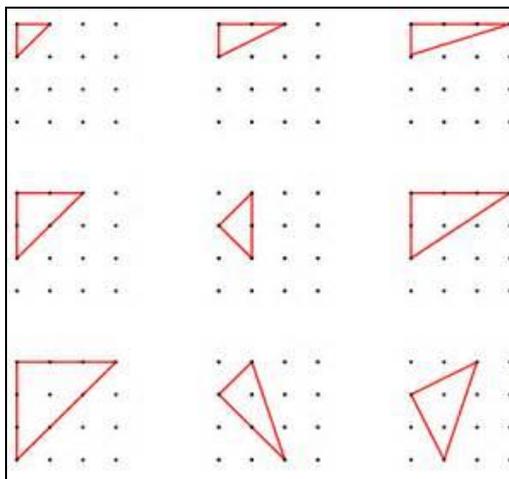


Figura 7. Ejemplo de representación de triángulos en el geoplano

- Por último, cada grupo escribirá en un papel 5 objetos que se puedan representar con el geoplano y se lo pasará al grupo que tenga a la derecha, para que todos los grupos tengan 5 objetos que ellos no hayan escrito. Cuando obtengan el papel con los 5 objetos que les hayan tocado deberán representarlos. Se irá de uno en uno enseñando el resultado al resto de sus compañeros.

REGULARIDADES Y SIMETRÍAS

- Actividad de introducción:

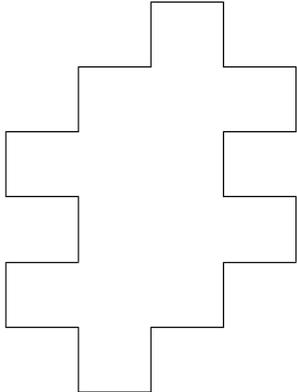
Se les pedirá a los alumnos que en parejas piensen lo que es la simetría, y después utilizando el cuerpo y el espacio que se coloquen en la posición que quieran. El resto de compañeros tendrán que decir si están en posición simétrica y cuál es el eje de simetría. De esta manera, se creará un debate de porque están en simetría o porque no lo están.

A continuación, la profesora sacará 5 alumnos al azar y los colocará según el criterio que establezca: según género (chico, chica, chico, chica, chico), según estatura (del más alto al más bajo) o según sus nombres que por ejemplo contengan el mismo número de letras (María, Gorka, Sofía, Mikel, Ester). Los alumnos deberán sacar las regularidades, es decir, cual es el elemento que se repite.

Actividad 5: utilización del geoplano para trabajar las regularidades

- Material: geoplano realizado en la tercera actividad, gomas elásticas de colores, 5 cartulinas y hoja con dibujos diferentes.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: para trabajar las regularidades los alumnos en grupo harán las siguientes manipulaciones:
 - Cada grupo se inventará una cenefa y la presentará en el geoplano al resto de la clase.
 - Los alumnos en grupo, valiéndose del geoplano inventarán un mosaico. Cada mosaico lo dibujarán en una cartulina para colocarla en clase.
 - La profesora pasará a cada grupo 4 dibujos diferentes (anexo 4). Cada grupo tiene que buscar y describir alguna regularidad en cada figura. Después en grupo grande se comentará por si el resto de compañeros visualizan más elementos repetidos o regularidades. A modo de ejemplo ver tabla 3.

Tabla 3. Regularidades de la figura

Figura	Regularidades
	<p>Todos sus bordes son segmentos. Todos sus ángulos son rectos.</p>

Actividad 6: utilización del geoplano para trabajar las simetrías

- Material: geoplano realizado en la tercera actividad, gomas elásticas de colores, cuaderno, lápiz, regla y hojas cuadriculadas.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: para trabajar la simetría los alumnos en grupo utilizarán el geoplano y se harán los siguientes ejercicios:
 - Lo primero que van hacer es dividir el geoplano por la mitad con una goma elástica y ese será el eje de simetría. Cada grupo realizará una figura pegada al eje y a continuación, le pasará el

geoplano al siguiente grupo. El siguiente grupo deberá realizar la misma figura al otro lado del eje. Tendrán que comprobar si son iguales contando clavos y cuadrículas. Harán este proceso dos veces.

- Después, a cada alumno se le repartirá una hoja cuadriculada en la cual aparecerán diferentes imágenes de la vida cotidiana de los niños. En esas imágenes los alumnos tienen que buscar el eje de simetría (anexo 5). A modo de ejemplo ver la siguiente figura:

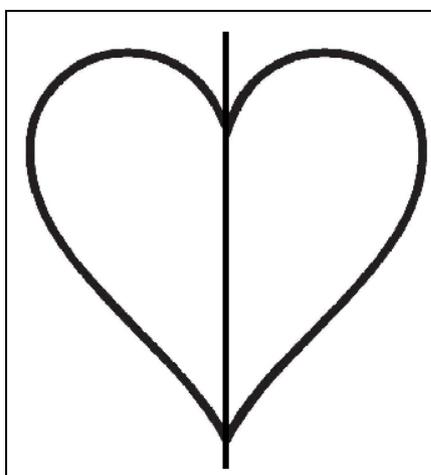


Figura 8. Eje de simetría

- Por último, en grupos pequeños representarán todas las figuras geométricas que se les ocurra con el eje de simetría (cuadrado, triángulo, rectángulo, trapecio,...) y lo plasmarán en el cuaderno. Al finalizar, un integrante de cada grupo saldrá a la pizarra y explicará las figuras geométricas y los ejes de simetría que han realizado.

Actividad 7: utilización del espejo para trabajar las simetrías

- Material: 5 espejos pequeños, hoja en blanco, lápiz, borra goma y cuaderno.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: a cada grupo se le dará un espejo y con él llevarán a cabo las siguientes observaciones y manipulaciones:
 - A cada alumno se les dará una hoja en blanco, en donde escribirán sus nombres, con las letras en grande. En grupos pequeños utilizando el espejo comprobarán que letra es simétrica, es decir, que no cambia, y que letras cambian. Harán una lista en el cuaderno con cada una de ellas. Al finalizar, cada grupo lo comentará al resto de compañeros.
 - Cada grupo observará que letras tienen en su lista de simetrías, y utilizando esas letras formarán una palabra. Escribirán esa palabra pero por la mitad, por el eje de simetría, y se la pasarán a otro grupo. Este grupo valiéndose del espejo tiene que adivinar la palabra oculta.

Una vez adivinada, se pondrá en común para que el resto de compañeros comprueben esa palabra.

- Por último, dibujarán en el cuaderno diferentes formas geométricas y colocarán el espejo sobre ellas, de manera que observarán y anotarán las diferentes formas que salgan a partir de los movimientos que hagan con el espejo.

Actividad 8: encontrar simetría en nuestro rostro

- Material: una foto frontal de ellos mismos, lápiz, tijeras, pegamento, cartulina y pinturas de colores.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: para este día cada alumno traerá una foto frontal de ellos mismos. Lo que harán será buscar el eje de simetría y marcarlo con regla y lápiz.

A continuación, lo cortarán por la mitad y elegirán una de las dos mitades (sin son diestros elegirán la de la izquierda y si son zurdos la de la derecha). La mitad que elijan la pegarán en una cartulina.

Ahora lo que tendrán que realizar será pintar la otra mitad, intentado reproducir la misma imagen y que se parezca lo máximo posible.

Al finalizar mostrarán al resto de la clase sus producciones y se dará pie a poder comentar la simetría del cuerpo humano.

LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

- Actividad de introducción: Video “Donald y las Matemáticas”

Para adentrar a los alumnos en el ámbito de los cuerpos geométricos, la profesora les pondrá un video. Para ello utilizará el ordenador y el proyector y pondrá el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=rJkdjL21Tqs> del minuto 23:00 al 27:26. Una vez visualizado el video, se preguntará a los alumnos las siguientes cuestiones: ¿Qué cuerpos geométricos recordáis? ¿A que os recuerdan? En el video, ¿Dónde estaban esos cuerpos geométricos? ¿A partir de que cuerpo geométrico han salido las orbitas? ¿Qué ha llamado vuestra atención?

Actividad 9: utilización del mecano magnético

- Material: 5 mecano magnéticos, cuaderno, lápiz y borra goma.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: se les dará a cada grupo un juego de mecanos magnéticos y a través de la manipulación de este material, realizarán los siguientes ejercicios:

- Los mecanos magnéticos, como se ha dicho anteriormente, se componen de unas tiras alargadas metálicas, que tienen diferentes longitudes. Al ser metálicas se unen mediante imanes (bolitas) permitiendo alargar su longitud y formas líneas abiertas, cerradas o rectas. Lo primero que harán, será por grupos crear: rectas, rectas perpendiculares y comprobar sus ángulos, ¿Al poner más varillas que ángulo obtendremos? ¿Al quitar varillas que ángulo se forma? A través de la manipulación crearán diferentes ángulos. Las conclusiones las plasmarán en el cuaderno.
- Por grupos pequeños, los alumnos utilizando el mecano magnético formarán diferentes cuerpos geométricos: triángulo, pentágono, cuadrilátero. Dentro de cada cuerpo geométrico, los clasificarán según sus lados, ángulos, diagonales,... ¿Cuántas varillas se necesitan para cada cuerpo geométrico? Construye los mismos cuerpos geométricos pero con el doble de varillas. Todo lo que realicen lo plasmarán en el cuaderno.
- Al finalizar, podrán recrear objetos de la vida cotidiana.

Actividad 10: construcción de objetos cotidianos geométricos con plastilina

- Material: plastilina de colores, hoja, lápiz y borra goma.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: los elementos que se recrearán aquí y en la siguiente actividad servirán para la última actividad, por lo que se recordará a los alumnos que es importante cuidar el material que se construya. A través de la plastilina los alumnos recrearán las siguientes actividades:
 - Lo primero que se hará será explicar que las siguientes 3 actividades irán encaminadas a crear una maqueta del entorno. Por lo que en grupos pequeños pensarán que elementos hay (casas, ambulatorio, escuela, parques, polideportivo, biblioteca, carreteras, coches, etc.), para después ponerlo en común en el grupo grande. De esta manera, se creará una lluvia de ideas y después cada grupo pequeño elegirá que elementos del entorno van a recrear.
 - Los elementos elegidos los recrearán a través de la construcción de cuerpos geométricos y plastilina, por ejemplo, un árbol, plastilina marrón para el tronco que será un rectángulo, y las hojas será una pirámide cónica de color verde. A cada grupo se le dará una cartulina donde irán pegando todos los elementos.

Actividad 11: construcción de cuerpos geométricos con papel

- Material: plantilla para construir los cuerpos geométricos con papel, pinturas de colores, pegamento y tijeras.
- Tiempo: toda la hora.

- Procedimiento: seguirán con la construcción de la maqueta, pero esta vez el recurso principal será el papel. Aunque si algún alumno no ha terminado sus reproducciones con la plastilina, podrá seguir sin ningún problema.
 - Mostrar a los alumnos las plantillas para hacer cuerpos geométricos con papel. Ellos tendrán que elegir que plantilla quieren (dependiendo el cuerpo geométrico que quieran hacer). Lo que harán será recortar la plantilla, colorearla como quieran y por último pegar los bordes para crear el cuerpo geométrico (anexo 6).

Actividad 12: maqueta del entorno del colegio

- Material: los materiales construidos en las dos actividades anteriores, cuerpos geométricos con papel y con plastilina.
- Tiempo: toda la hora.
- Procedimiento: se dejará un tiempo para que los alumnos terminen sus reproducciones. Cuando terminen, juntaremos las maquetas o cartulinas de cada grupo, para hacer el entono completo de nuestro colegio. Cada grupo, explicará que elementos del entorno ha realizado, que materiales han usado y que cuerpos geométricos han creado. Esta maqueta se podrá quedar en clase. Por último, los alumnos rellenarán el formulario de autoevaluación.

3.6. RECURSOS

Dentro de cada actividad se han descrito los materiales necesarios para cada uno de las mismas. En cuanto a recursos humanos se refiere, los alumnos realizarán todas las actividades planteadas con la profesora.

3.7. EVALUACIÓN

El proceso de evaluación se va a llevar a cabo no sólo para evaluar el proceso de aprendizaje de los alumnos, sino también se utilizará para llevar a cabo la evaluación del propio proceso de enseñanza. Por lo tanto, se evaluará la unidad didáctica y los alumnos también evaluarán a la profesora como responsable de todo el proceso programador.

3.7.1. Evaluación de los alumnos

Para la evaluación del alumnado se seguirá los criterios de evaluación dispuestos en el decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica en la CAPV.

Por último cabe destacar, que en la evaluación de los alumnos se pueden considerar 3 momentos diferentes:

- Evaluación inicial: al iniciar cada bloque, comprobación de los conocimientos a través de las actividades de introducción. Si bien es verdad que se debe evaluar a lo largo de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Evaluación continua o formativa: desarrollo continuo y progresivo del proceso.

Para la evaluación del alumnado se utilizará diferentes instrumentos de evaluación. Por un lado, uno de ellos será evaluar cada una de las actividades, donde se podrá ver la evolución del alumnado. De esta manera, se evaluará los trabajos que han realizado individualmente o grupalmente a lo largo de la unidad didáctica. Como se ha comentado en la metodología, en este trabajo se ha querido dar más importancia al proceso que al resultado, por lo que no solo se evaluará el producto final que los alumnos en grupo o individualmente hayan realizado, sino que se evaluará el cuaderno donde tienen anotado todos los pasos y desarrollo de cada una de las actividades. A modo de ejemplo para la evaluación de actividades, se presenta una ficha de evaluación ([anexo 7](#)).

Por otro lado, se utilizará la observación como medio de evaluación. Para el diario de observación se ha creado una rúbrica, de esta manera la profesora podrá anotar e ir viendo el proceso o la evolución que cada alumno ha tenido durante los trabajos realizados ([anexo 8](#)).

- Evaluación sumativa: evidencia de los conocimientos adquiridos. La obtención de una nota final con un proceso continuo y teniendo en cuenta las observaciones cualitativas realizadas con las rúbricas presentadas.

3.7.2. Evaluación del proceso

La evaluación de la programación servirá para comprobar si el documento que se ha elaborado se ajusta a las necesidades del alumnado y si los alumnos están consiguiendo los objetivos planteados. Para evaluar la unidad didáctica se utilizará una plantilla de observación ([anexo 9](#)). Con esta plantilla se comprobará si el trabajo realizado tiene coherencia, si ha sido adecuado, si ha sido motivador para los alumnos etc.

3.7.3. Evaluación de la profesora

Para la evaluación de la práctica docente se tendrá en cuenta la opinión de los alumnos y una autoevaluación propia de la maestra. Por lo que, se evaluará el trabajo de la profesora de dos formas diferentes, la propia autoevaluación y el cuestionario realizado a los alumnos ([anexo 10](#)) para ver el grado de satisfacción y posibles mejoras.

4. RESULTADOS

Esta unidad didáctica se ha puesto en marcha en un periodo de prácticas por lo que la evaluación no se ha podido realizar con los instrumentos planteados, siendo así, los resultados se basan en las observaciones de la autora del trabajo.

Se cree que los resultados de esta unidad didáctica han sido positivos ya que gracias a los materiales manipulativos los alumnos han podido adquirir diferentes conocimientos en los tres bloques que se han desarrollado.

Formas planas:

Dentro del ámbito de las formas planas al utilizar tanto material estructurado (tangram y geoplano) como no estructurado (palillos) han podido comprender mejor los conocimientos tales como elementos del polígono, clasificación de los triángulos y cuadriláteros. Además, han experimentado las distintas formas de triángulo conociendo diferentes según sus lados o ángulos. Al utilizar estos materiales, los alumnos a través de la experimentación, observación y manipulación de los materiales han podido crear diferentes figuras desarrollando así la percepción espacial y visual.

Regularidades y simetrías:

En cuanto al ámbito de regularidades y simetrías, por un lado también se ha utilizado material no estructurado (espejo y fotos propias). A los alumnos les encantó poder dibujarse a ellos mismos, y aunque algunos no conseguían hacerse exactos fue una actividad muy divertida para comprender el eje de simetría.

Por otro lado, se ha seguido trabajando con el geoplano. Se ha comprobado que los alumnos le sacaban mucho más partido a este recurso no solo para crear ejes de simetría sino también para crear cenefas y mosaicos.

Se ha observado que el concepto de simetría sí que lo tenían bien asimilado pero el de regularidad en cambio no, por lo que se tuvo que explicar este concepto. Una vez explicado, pudieron hacer los ejercicios sin mayores complicaciones. De esta manera, asimilaron que el concepto de regularidad arraigaba ciertas coincidencias en una figura como por ejemplo, dos mitades iguales, superposición mediante giro y que la figura tenga algunos lados y ángulos iguales.

Cuerpos geométricos:

En este apartado se ha utilizado el mecano magnético, que a diferencia de los otros recursos estructurados que se han utilizado, este recurso era conocido por la mayoría de los alumnos. Con él los alumnos han disfrutado al poder construir, observar y experimentar diferentes cuerpos geométricos. Por lo que se ha comprobado una alta motivación al utilizar dicho material.

Además, mediante material no estructurado (plastilina y papel) no solo han podido hacer diferentes poliedros o observar la superficie que recubre los cuerpos sino que los alumnos han podido recrear elementos de la vida cotidiana y representar el entorno del colegio en una maqueta.

5. CONCLUSIONES

Respecto al objetivo general planteado, diseñar una propuesta didáctica para geometría de 4º de educación primaria basada en la experimentación, observación y manipulación, no solo se ha elaborado y presentado en el apartado tercero de este trabajo dentro de la propuesta de la unidad didáctica, sino que además se ha tenido la oportunidad de implementarla en el aula. Pero para un trabajo bien estructurado, no solo hay que ver si se ha cumplido el objetivo general sino también si se han llevado a cabo los objetivos específicos, por lo que se sacan las siguientes conclusiones de cada objetivo específico:

- *Conocer el desarrollo evolutivo de los alumnos de 4º de Primaria.*

Se concluye que para llevar a cabo una unidad didáctica, hay que conocer bien a los alumnos, tanto sus características psicológicas como evolutivas. De esta manera, nos hemos basado en autores como Piaget y Wallon para ver en esta etapa educativa en qué nivel de desarrollo están los alumnos.

- *Revisar los conceptos de geometría en esta etapa educativa.*

Por otro lado, para crear una unidad didáctica sólida es fundamental observar los conceptos que en ella se van a trabajar. Para ello, se ha concurrido al currículo de educación primaria de la CAPV, donde se analizó que conceptos hay que trabajar en esta etapa educativa. De esa forma, los conceptos que se plantean en la unidad didáctica son coherentes con el desarrollo evolutivo del alumnado.

- *Analizar las dificultades que presenta la enseñanza- aprendizaje de la geometría para tenerlos en cuenta en el diseño de la propuesta de intervención.*

Se cree que respecto al ámbito de la geometría, ha sido importante destacar las dificultades que presentan los alumnos en estas edades, de esta manera a la hora de hacer la propuesta se han tenido en cuenta. Además, en el desarrollo de la misma, se podía predecir donde podían fallar los alumnos o que conceptos eran más difíciles para ellos. Por lo tanto, si había alguna dificultad la profesora ha estado en todo momento dispuesta a ayudar a cada uno de los niños que lo requería.

- *Analizar los recursos y materiales lúdico-manipulativos más adecuados para trabajar la geometría en 4º de Primaria.*

Se ha trabajado con materiales lúdico-manipulativos para acercar a los alumnos la geometría desde otro punto de vista y hacer de los conceptos algo entretenido y atractivo. De esta manera, se ha

observado como los conocimientos se han adquirido con mayor fluidez. Además, al trabajar con materiales conocidos para ellos como los palillos, papel, plastilina... tenían cierta seguridad y habilidades ya aprendidas. Pero por otro lado, al trabajar con materiales desconocidos para ellos como el tangram o el geoplano ha creado en ellos expectación y motivación por aprender diferentes cosas y realizar las actividades a cabo con mayor autonomía, utilizando la experimentación como base de aprendizaje.

- *Diseñar actividades para el aprendizaje de la geometría utilizando los recursos manipulativos seleccionados.*

En general, se ha podido comprobar que los alumnos han estado más atentos y más receptivos en todas las actividades. Por lo que se puede decir que gracias a las actividades de manipulación, observación y experimentación los alumnos desarrollan conocimientos más significativos y más sólidos. De esta manera, los resultados han sido más positivos ya que los alumnos al estar relajados jugando han aprendido mejor los conocimientos.

- *Analizar los resultados obtenidos tras la puesta en marcha de la propuesta en términos de aprendizaje de los alumnos como vía de validación de la propuesta realizada.*

Al analizar los resultados, se observa que globalmente ha sido una buena unidad didáctica. Los alumnos han manifestado satisfacción con todos los trabajos realizados. Han comprendido los conceptos, que previamente no han sido explicados por la profesora y a través de la experimentación y observación se ha conseguido un aprendizaje significativo. Al haber vivido esos conocimientos, se acuerdan de las producciones que han realizado en las distintas actividades y eso les lleva a recordar el concepto en cada una de ellas.

En conclusión, se considera que sería posible utilizar estas actividades en futuras ocasiones, siempre y cuando estén modificadas a su contexto, realidad del aula y características de los alumnos.

6. CONSIDERACIONES FINALES

A lo largo de todo este proceso se han encontrado diferentes dificultades que junto a la tutora se han podido resolver. Al principio, al tener demasiada información, no se tenía muy claro que se quería hacer, pero al centrar el tema todo se fue encauzando, y buscando la bibliografía oportuna se completó el marco conceptual. Éste ha sido de referencia para después crear la unidad didáctica.

Para finalizar este trabajo considero importante analizar algunos aspectos mejorables de este trabajo, así como futuras líneas de investigación en relación a la propuesta de intervención. En primer lugar, hay que mencionar que el tema tratado es muy extenso por lo que se decidió concretar el marco teórico de referencia. De haber contado con más tiempo y espacio para realizar el trabajo, hubiera sido interesante por un lado investigar un poco más las diferentes teorías y los

diferentes autores que han estudiado los campos del desarrollo cognitivo y por otro lado, investigar estudios relativos a la geometría y la competencia matemática.

En cuanto a posibles mejoras de la unidad didáctica, por un lado se cree importante acortar algunas actividades, es decir, dentro cada actividad al haber diferentes apartados, a algunos alumnos se les hacía bastante pesado. Es por eso, que como posible mejora, esta unidad didáctica queda abierta a los docentes para que hagan los cambios oportunos adaptándose así mejor a sus realidades. En cuanto al material del geoplano, se recomienda utilizar un material más fuerte o más resistente que las chinchetas. Por otro lado, para futuras puestas en marcha de la unidad didáctica se recomienda sacar fotos a las creaciones del alumnado, en este caso no se ha podido pero estaría bien para poder observar el proceso que han tenido.

Además, otra futura línea de investigación podría ser la realización de otras propuestas de intervención similares a esta, pero dirigidas a otro ciclo de educación primaria. Otra alternativa podría ser crear propuestas de intervención dirigidas a trabajar otros aspectos de las matemáticas pero también basadas en una metodología manipulativa como se ha utilizado en este trabajo.

Finalmente, se considera importante destacar que al poder diseñar, programar y llevar a cabo la unidad didáctica, la autora ha adquirido la capacidad de trabajar como docente y crear nuevas actividades con materiales que favorecen la experimentación, observación y manipulación. Es por ello, que todo este proceso ha sido muy enriquecedor porque al poder llevarlo a cabo se ha experimentado el rol docente en primera persona y esto da una seguridad para poder ejercer el día de mañana como profesora.

Además, este proceso ha servido para adquirir unas competencias y herramientas que son indispensables en un educador, como por ejemplo se ha dicho anteriormente, programar las actividades pero no sólo el hecho de organizar situaciones de aprendizaje, sino saber ajustarse a las características y necesidades de los alumnos, conocerles y guiarles.

Es por eso, que utilizando una metodología activa y participativa se ha logrado la competencia de ser un mediador entre los conocimientos y el alumno, y adquirir un carácter bidireccional, es decir, a lo largo de todo el proceso enseñanza-aprendizaje aprender de los alumnos. Por lo tanto, utilizando el ensayo, la manipulación, la experimentación, así como la observación como fuentes principales se ha conseguido fomentar la autonomía de los alumnos. Consiguiendo que ellos sean el centro de la intervención educativa y ofreciéndoles recursos y herramientas para poder desarrollarse íntegramente.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbott, P. (1991). *Geometría*. Madrid: Ediciones Pirámide.

Alsina, A. (2008). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos. Para niños y niñas de 6 a 12 años (3ª ed.)*. Madrid: Narcea.

Alsina A. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.

Cascallana, M^a.T. (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Aula XXI/Santillana.

Castro, E. (2006). *Competencia matemática desde la infancia*. Revista pensamiento educativo, 39(2), 119-135.

Clases de tangram. Visitado el día 26/05/2016 en <http://tangram62011gmailcom.blogspot.com.es/2011/10/clases-de-tangram.html>

Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco.

Decroly, O. (1965). *Iniciación general al método Decroly y ensayo de aplicación a la escuela primaria*. Buenos Aires: Losada.

Departamento de Matemáticas del Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas (I.E.P.S.) (1986). *La Geometría en el aprendizaje de las matemáticas*. No. 44. Madrid: Narcea.

Geoplano. Aprendiendo matemáticas. Visitado el día 02/05/2016 en <http://aprendiendomatematicas.com/el-geoplano/>

Figuras del tangram chino. Visitado el día 25/04/2016 en <http://www.juguetes.es/soluciones-tangram/>

La Real Academia de la Lengua. Visitado el día 27/03/2016 en <http://www.rae.es>

Martínez, A. y Rivaya, F. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.

Salinas, M.J. (2003). *Competencia matemática al finalizar los estudios de magisterio. Explicación mediante un modelo causal*. Tesis doctoral. Santiago de Compostela: Universidad de Santiago de Compostela.

Sarasua, J. y Arrieta, M. (2006). Helburu geometrikoen eskuratze-mailaren kategorizazio bidean Van Hiele ereduaren barruan. Revista Tantak, Vol. 35, pp.151-170.

Palacios, J., Marchesi, A. y Coll, C. (2004). *Desarrollo Psicológico y educación I*. Madrid: Alianza psicología.

Pasos para realizar el tangram. Visitado el 24/04/2016 en <http://docentesinteligentes.blogspot.com.es/2011/10/instrucciones-para-realizar-el-tangram.html>

Piaget, J. (1997). *Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Editorial Seix Barral.

Piaget, J. y Inhelder, B. (1975) *Psicología del niño*. Madrid: Ediciones Morata.

Puig-Adam, P. (1956). *Didáctica matemática heurística: 30 lecciones activas sobre temas de enseñanza media*. Madrid: Instituto de Formación del Profesorado de Enseñanza Laboral.

Roa, H. A. (2007). *Un estudio sobre las concepciones y prácticas de motivación utilizadas por maestros en un colegio oficial de Colombia*. Recuperado el 23/05/2016, en <http://www.monografias.com/trabajos50/motivacion-ensenanza/motivacion-ensenanza.shtml>

Villarroel, S. y Sgreccia, N. (2011). *Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria*. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Vol. 78. (pp. 73-94). Disponible en: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Articulos_04.pdf

Wallon, H. (1976). *La evolución psicológica del niño*. Barcelona: Crítica.

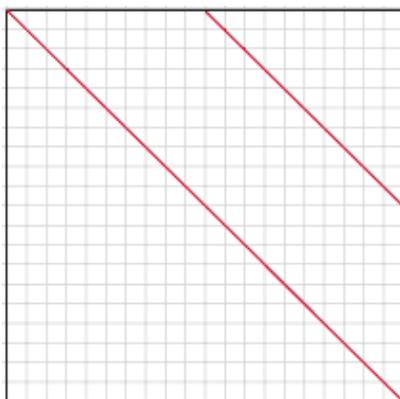
Walt Disney. (Productora). (1959). *Donald y las Matemáticas* [archivo de video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=rJkdjL21Tqs>

ANEXOS

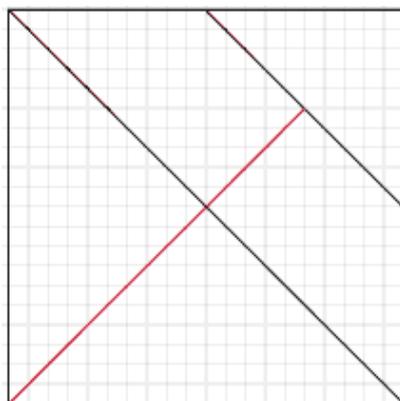
Anexo 1: pasos para elaborar el tangram chino

Partiendo de la base que la profesora ya ha recortado todos los cuadrados haremos los siguientes pasos:

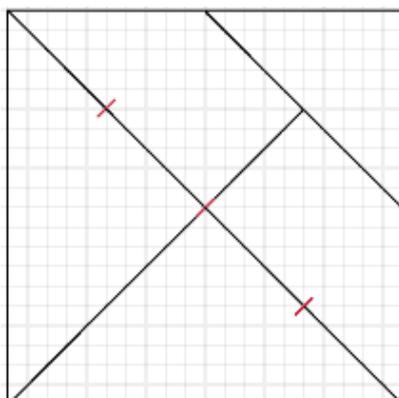
1. Trazar la diagonal en el cuadrado, es decir, línea recta que une dos vértices opuestos.
2. Trazar una línea paralela a la diagonal tomando la mitad del lado superior del cuadrado y la mitad del lado consecutivo.



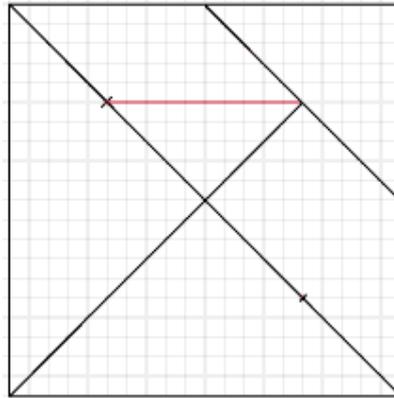
3. Dibujar la otra diagonal del cuadrado y llevarla hasta la segunda línea, como muestra la figura.



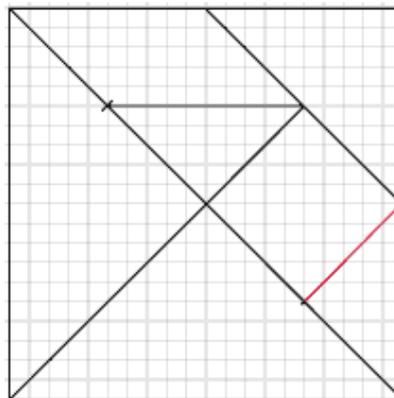
4. Divide en 4 partes iguales la primera diagonal que se ha realizado.



5. Trazar la recta que se muestra en la imagen.

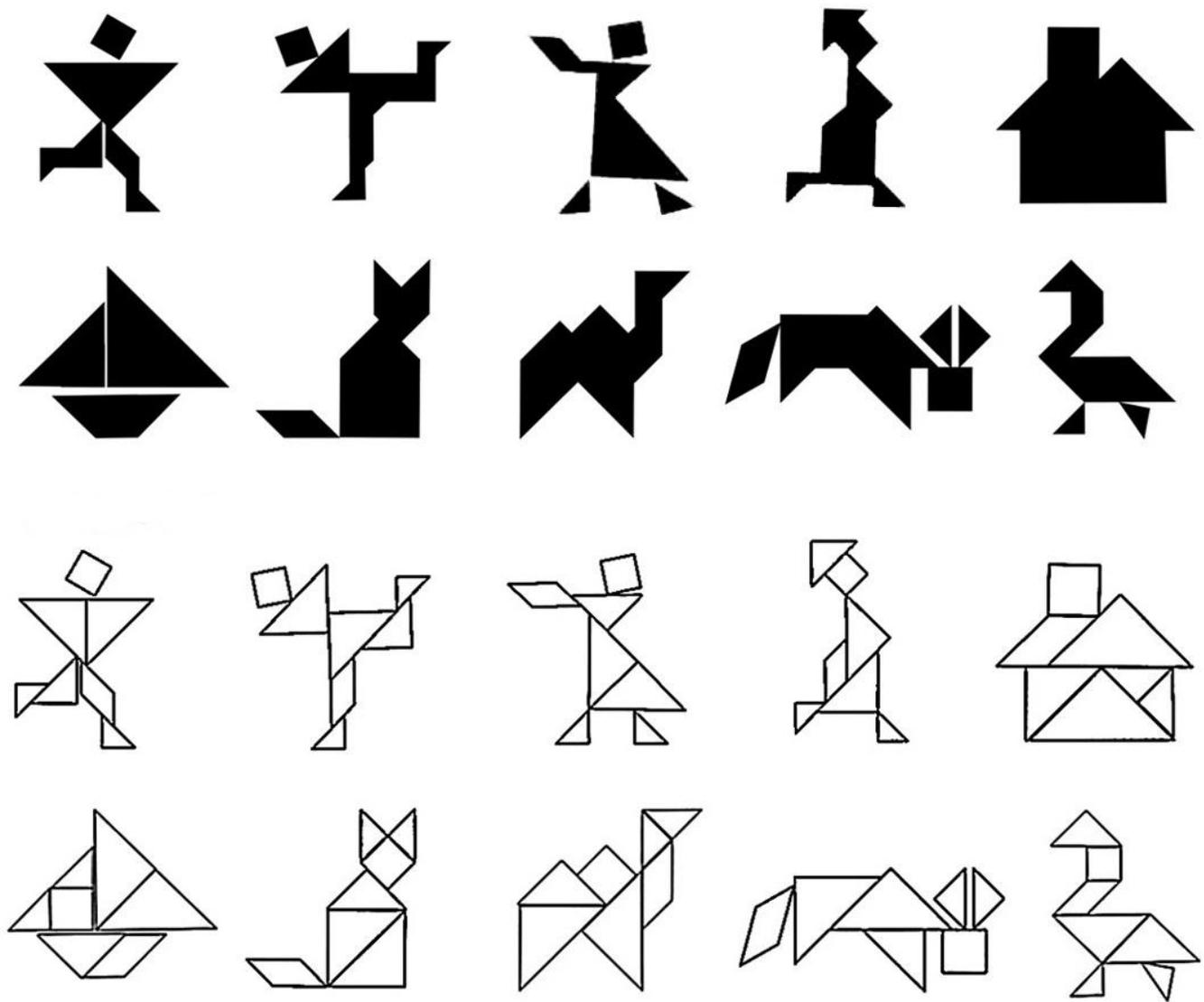


6. Finalmente, trazar la siguiente recta.

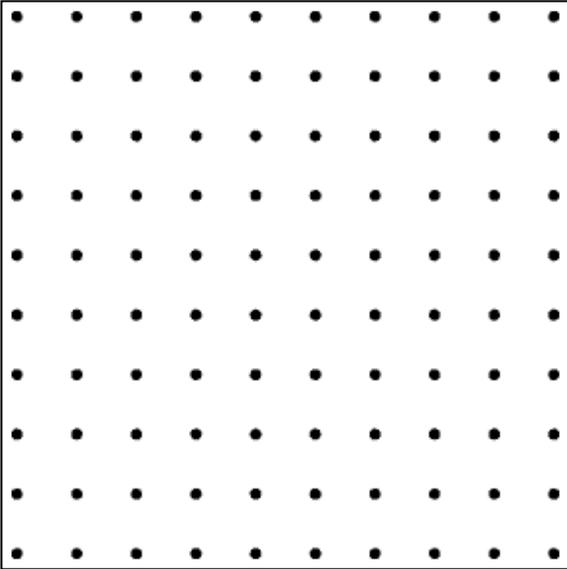
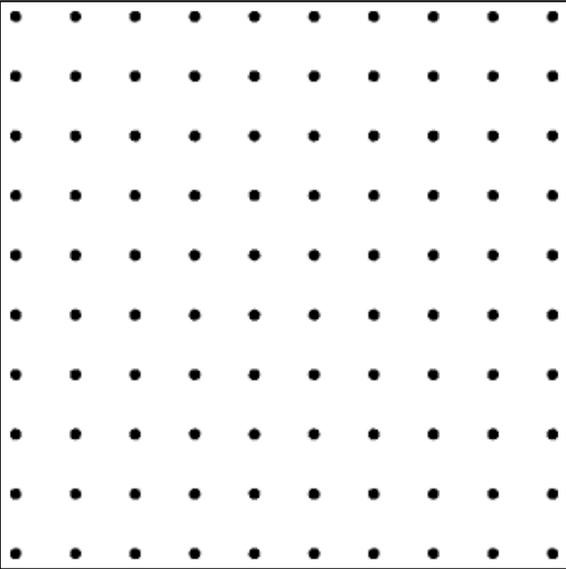
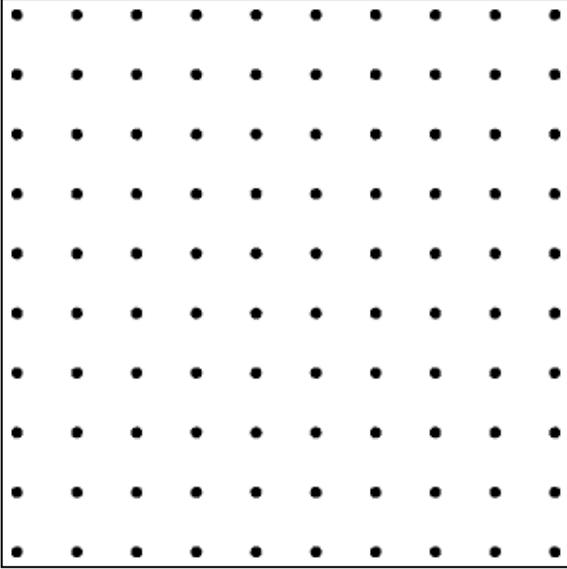
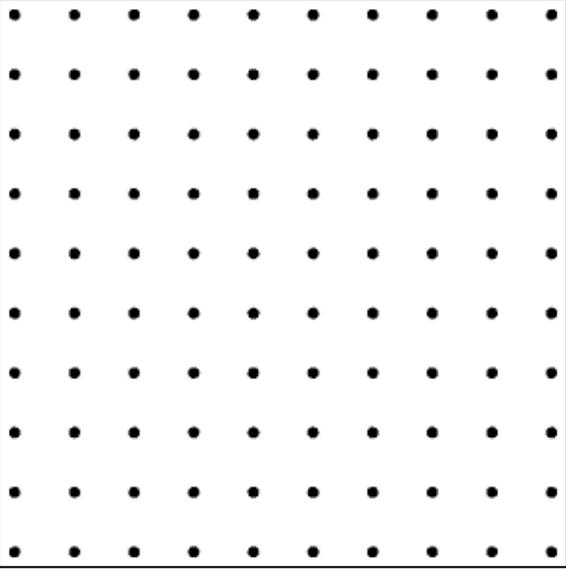
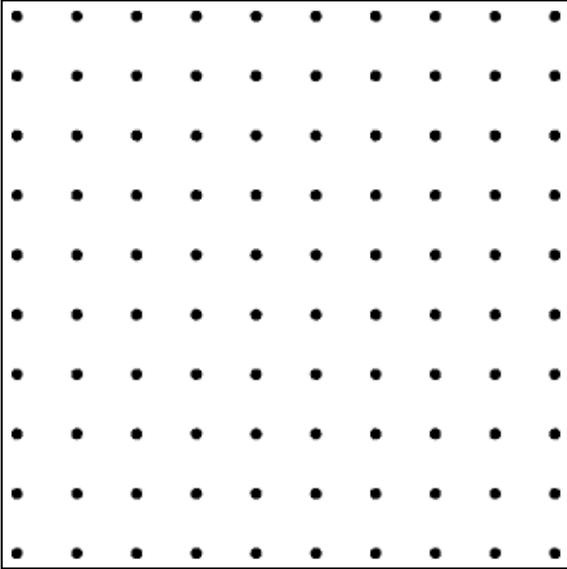
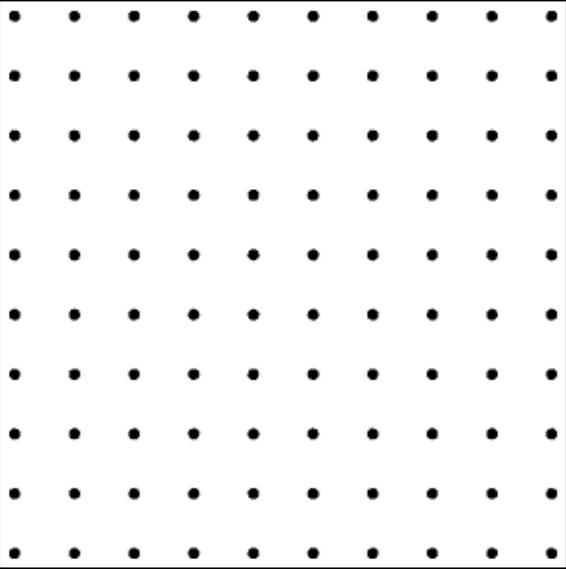


7. Recortar todas las piezas.

Anexo 2: figuras del tangram

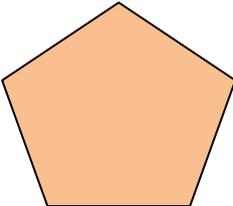
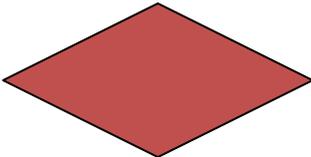
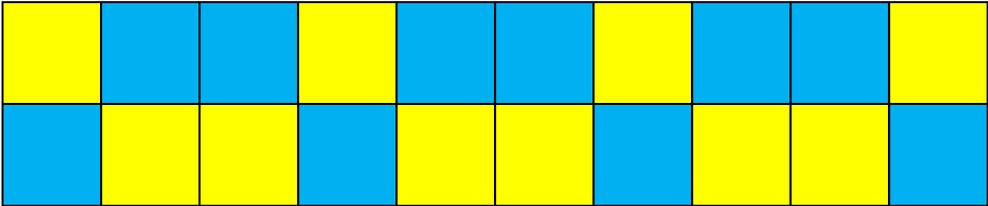
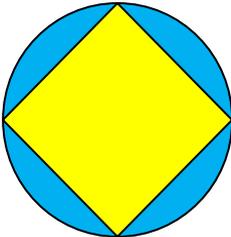


Anexo 3: vértices

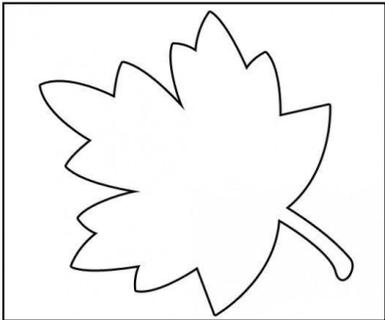
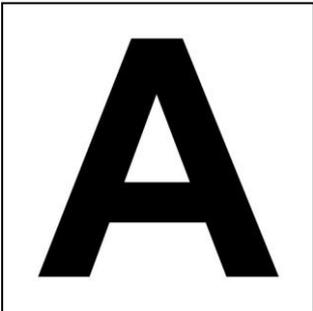
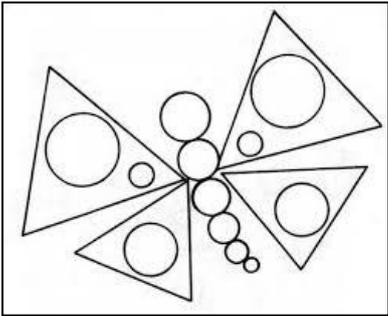
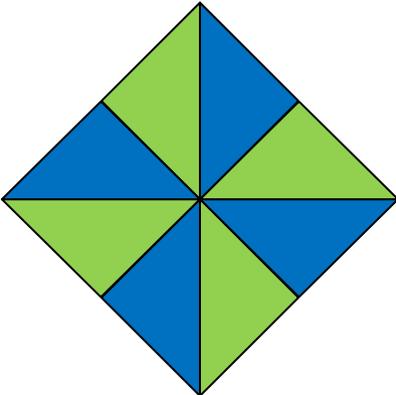


Anexo 4: dibujos para regularidades

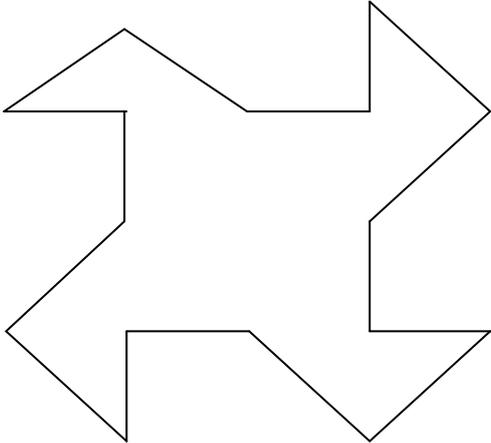
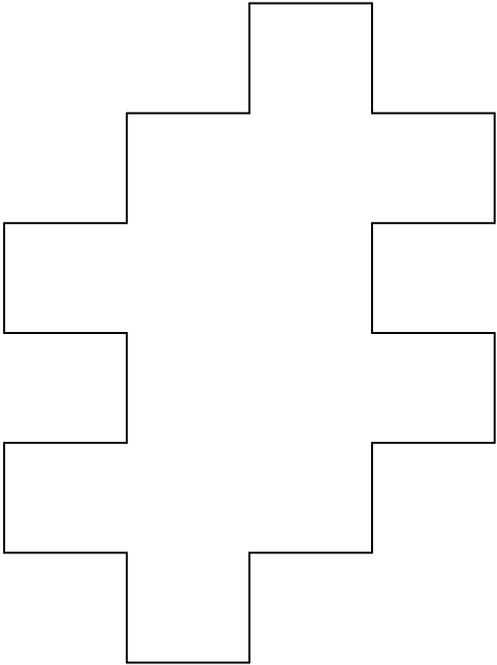
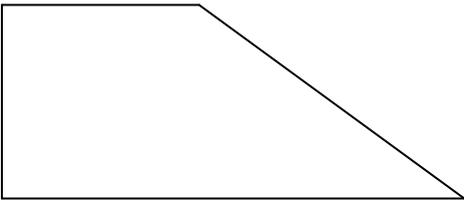
1º Grupo:



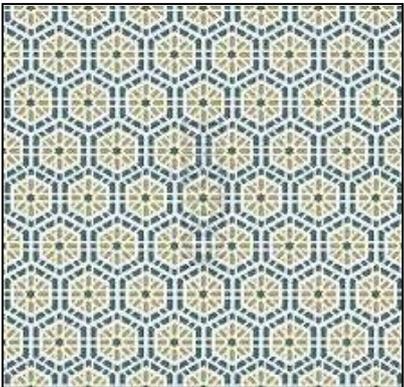
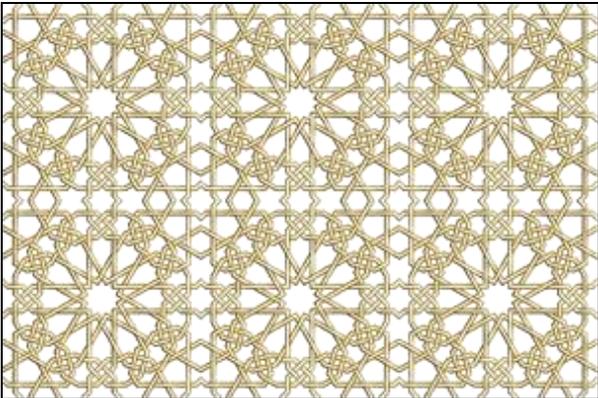
2º Grupo:



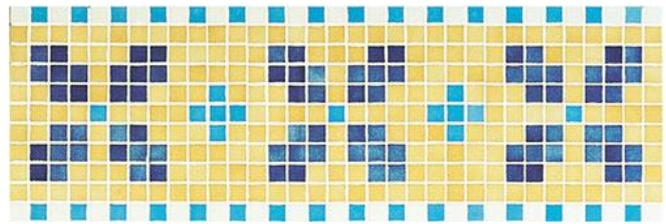
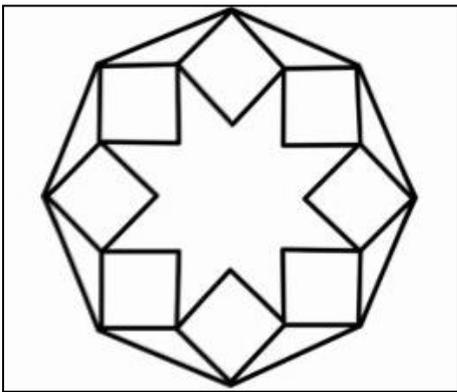
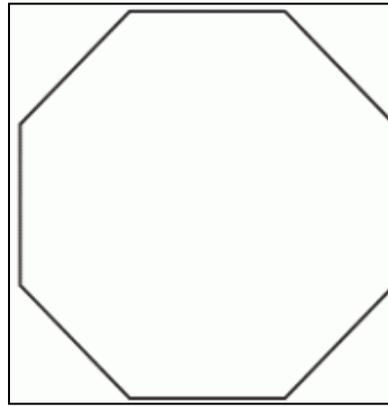
3º Grupo:



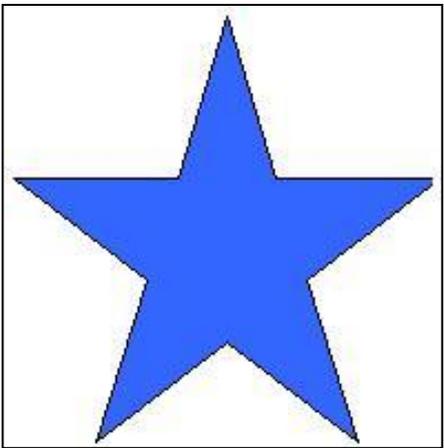
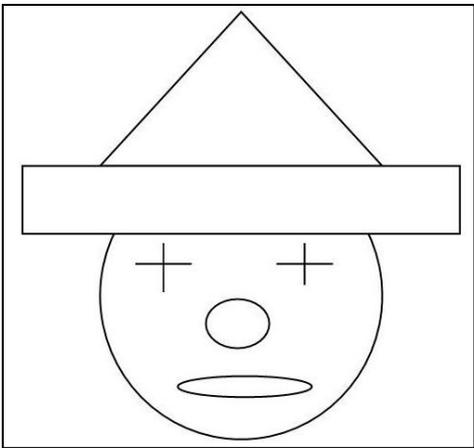
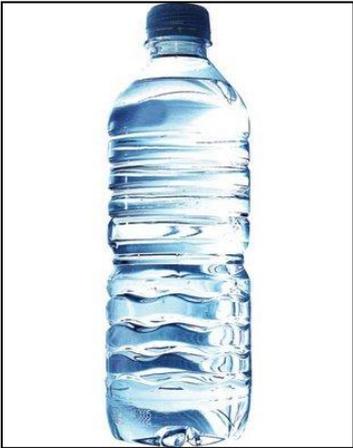
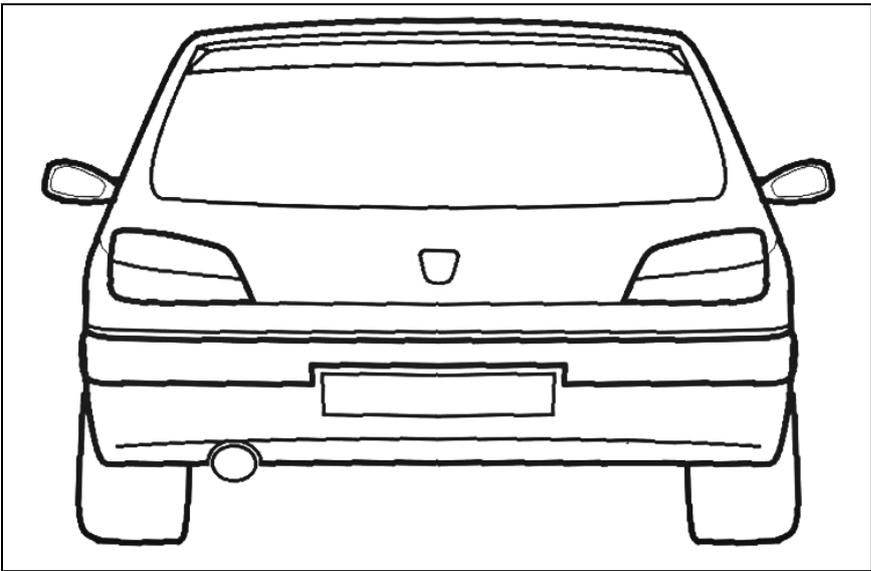
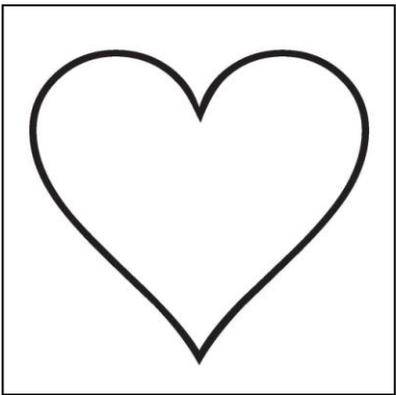
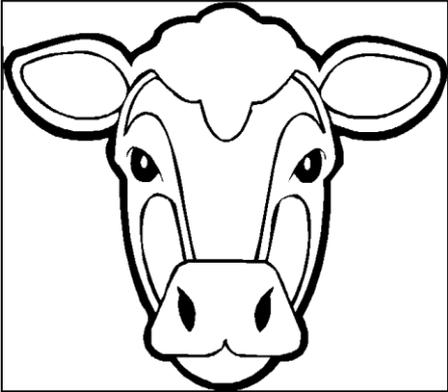
4º Grupo:



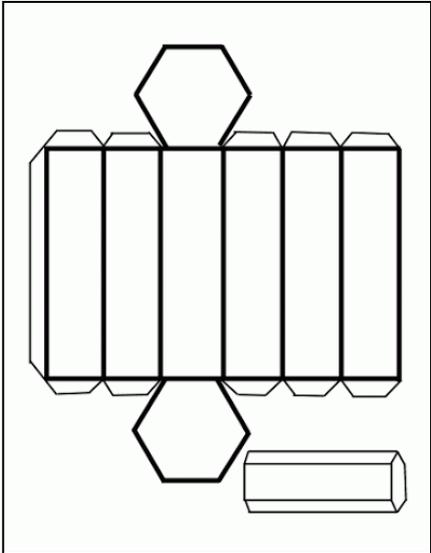
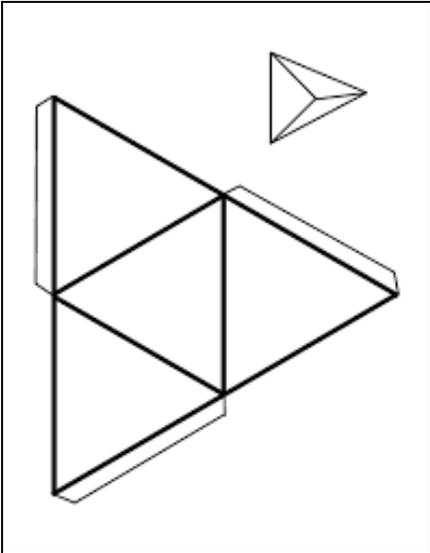
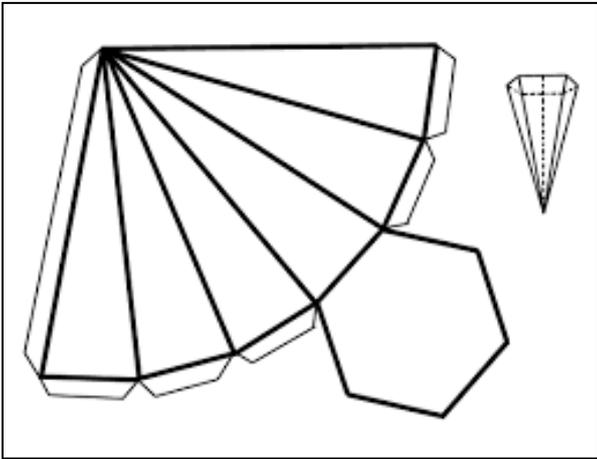
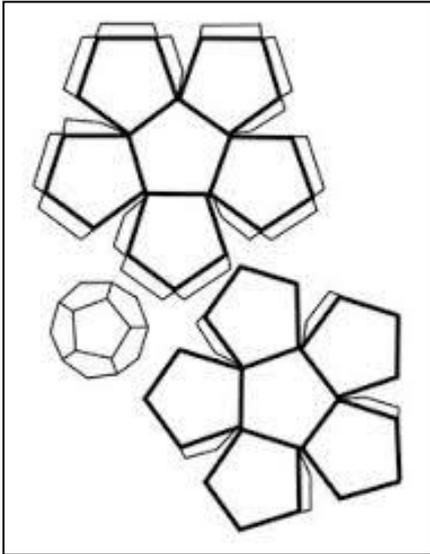
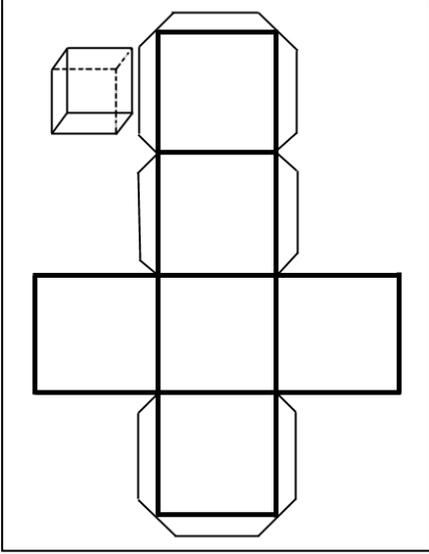
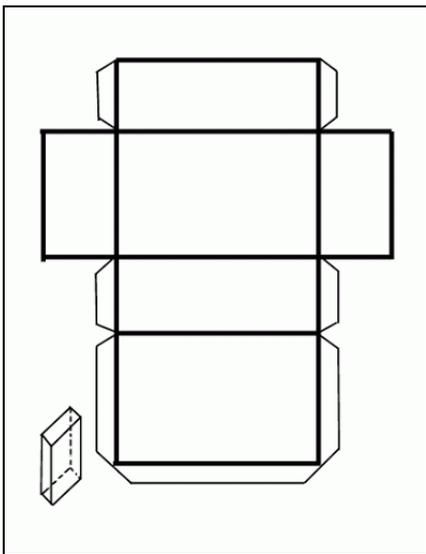
5º Grupo:



Anexo 5: buscar el eje de simetría



Anexo 6: plantillas de papel (cuerpos geométricos)



Anexo 7: ejemplo de evaluación de la actividad

<u>Evaluación de la 2ª actividad: Tangram chino</u>					
		Sobresaliente	Notable	Aprobado	Insuficiente
Individualmente	Actitud	Se organiza, escucha y ayuda a sus compañeros, colaborando para realizar un buen trabajo.	No es capaz de organizarse pero escucha y ayuda a sus compañeros para realizar un buen trabajo.	No es capaz de organizarse pero de vez en cuando escucha y ayuda a sus compañeros para realizar un buen trabajo.	No se organiza, no escucha ni ayuda a sus compañeros, por lo que no colabora para realizar un buen trabajo.
	Construcción de polígonos	Construye de forma autónoma los diferentes polígonos atendiendo a las indicaciones.	Construye de forma autónoma los diferentes polígonos pero atendiendo de vez en cuando a las indicaciones.	Construye los diferentes polígonos atendiendo a las indicaciones pero con ayuda.	No construye de forma autónoma los diferentes polígonos, ni atiende a las indicaciones.
	Cuaderno	Están representadas todas las actividades, bien realizadas con presentación limpia y organizada.	Están representadas al menos 3 actividades bien realizadas con una presentación bastante buena.	Están representadas al menos 2 actividades bien realizadas pero la presentación es escasa.	No están representadas las actividades, o solo hay una pero no hay buena presentación.

En grupo	Interés y trabaja en equipo	Están organizados y trabajan todos en equipo realizando un buen trabajo.	Se trabaja en equipo pero no están muy bien organizados.	Los alumnos muestran interés por su trabajo pero actúan de forma individual.	Cuando no se ve el trabajo en equipo ni el interés de los alumnos por el tema.
	Contorno de las formas	A través de los movimientos y los giros, son capaces de sacar 5 o más posiciones diferentes.	A través de los movimientos y los giros, son capaces de sacar al menos 3 posiciones diferentes.	A través de los movimientos y los giros, son capaces de sacar al menos una posición diferente.	A través de los movimientos y los giros, no son capaces de sacar posiciones diferentes.
	Construir figuras con el tangram	Son capaces de reproducir la muestra dada.	Con frecuencia son capaces de reproducir la muestra dada.	De vez en cuando son capaces de reproducir la muestra dada.	No son capaces de reproducir la muestra dada.
	Originalidad en la creación de las distintas figuras con el tangram	Son capaces de crear diferentes figuras, incluso más de las que se piden sin aludir a ninguna muestra.	Son capaces de trabajar en equipo para crear al menos dos figuras sin aludir a una muestra.	Les cuesta trabajar en equipo y crear diferentes figuras sin ver una muestra.	No son capaces de trabajar en equipo para crear diferentes figuras, o han copiado una muestra.

Anexo 8: rúbrica del diario de observación

Criterio a evaluar	Competencia	Notas			
		Sobresaliente	Notable	Aprobado	Insuficiente
Manipulación	<ul style="list-style-type: none"> - Matemática - Aprender a aprender - Mundo físico 	Explora los materiales y conoce sus posibilidades de manipulación.	A menudo explora los materiales y conoce sus posibilidades de manipulación.	De vez en cuando explora los materiales y conoce sus posibilidades de manipulación.	No explora los materiales y no conoce sus posibilidades de manipulación.
		Manipula materiales para favorecer la comprensión de los conceptos geométricos.	La mayoría de veces manipula materiales para favorecer la comprensión de los conceptos geométricos.	En ocasiones manipula materiales para favorecer la comprensión de los conceptos geométricos.	No manipula materiales y no favorece la comprensión de los conceptos geométricos.
		Investiga y predice el resultado de combinar y cambiar figuras.	Casi siempre investiga y predice el resultado de combinar y cambiar figuras.	Algunas veces investiga y predice el resultado de combinar y cambiar figuras.	No investiga ni predice el resultado de combinar y cambiar figuras.
Conocimiento de conceptos geométricos	<ul style="list-style-type: none"> - Matemática - Lingüística 	Describe, modela, dibuja y clasifica todas las figuras.	Describe, modela, dibuja y clasifica casi todas las figuras.	Describe, modela, dibuja y clasifica algunas de las figuras.	No describe, modela, dibuja ni clasifica figuras.

		Reconoce todos los cuerpos geométricos, figuras planas y regularidades y simetrías.	Reconoce en su mayoría los cuerpos geométricos, figuras planas y regularidades y simetrías.	Reconoce al menos un cuerpo geométrico, una figura plana y una regularidad o simetría.	No reconoce los cuerpos geométricos ni figuras planas ni regularidades o simetrías.
		Identifica todos los elementos fundamentales de los cuerpos geométricos, figuras planas y regularidades y simetrías.	Identifica la mayoría de los elementos fundamentales de los cuerpos geométricos, figuras planas y regularidades y simetrías.	Identifica al menos un elemento fundamental de los cuerpos geométricos, figuras planas y regularidades y simetrías.	No identifica ningún elemento fundamental de los cuerpos geométricos, figuras planas y regularidades y simetrías.
Actitud	- Social y ciudadana	Participante activo, escucha todas las sugerencias de sus compañeros, trabajando colaborativamente durante todo el proceso.	Participante activo, pero con dificultades para escuchar las sugerencias de sus compañeros y trabajar colaborativamente.	Trabaja con sus compañeros pero necesita motivación para mantenerse activo.	No ha sido capaz de trabajar en equipo y no ha sido un participante activo.
		Actitud positiva ante todas las actividades y situaciones planteadas.	Actitud positiva a casi todas las actividades y situaciones planteadas.	Actitud positiva a algunas a actividades y situaciones planteadas.	Actitud negativa ante todas las actividades y situaciones planteadas.

		Aprecia el papel de la geometría en la vida diaria y disfrutar siempre con su uso.	Casi siempre aprecia el papel de la geometría en la vida diaria, disfrutando con su uso.	En ocasiones aprecia el papel de la geometría en la vida diaria y suele disfrutar con su uso.	No aprecia el papel de la geometría en la vida diaria y no disfruta con su uso.
		Muestra un gran interés por el mundo de la geometría.	Con frecuencia muestra interés por el mundo de la geometría.	De vez en cuando muestra interés por el mundo de la geometría.	No muestra interés por el mundo de la geometría.

Anexo 9: plantilla de observación del proceso

	SI	NO
Se ha comprobado la coherencia entre objetivos, contenidos, actividades y evaluación.		
¿Ha surgido algún problema?		
¿Ha sido adecuado el material?		
¿Los alumnos se han interesado?		
¿Las actividades han sido adecuadas?		
	Observaciones	
¿Cómo se han resuelto los problemas que han surgido?		
¿Alguna actividad ha causado problemas?		
¿Qué actividades convendría cambiar o suprimir?		

Anexo 10: cuestionario para los alumnos

Evaluación de la profesora	Si	No	A veces
¿Te ha explicado las tareas y para que se hacen?			
¿Ha estado pendiente en las clases para ayudarte o corregirte?			
¿Te has divertido?			
¿Te han gustado las actividades propuestas?			
¿Con que actividad has aprendido más o cual es la que más te ha gustado?			
¿Con que actividad has aprendido menos o cual es la que menos te ha gustado?			