



**Universidad Internacional de La Rioja**  
**Facultad de Educación**

**Trabajo fin de máster**

**La Pizarra Digital**  
**Interactiva como elemento**  
**motivador en la enseñanza**  
**de Números Complejos de**  
**Matemáticas I de 1º de**  
**Bachillerato**

**Presentado por:** Miguel J. Palma Rodríguez  
**Línea de investigación:** Métodos Pedagógicos en Matemáticas y  
Recursos TIC  
**Director/a:** Dra. Sara Madariaga Merino

**Ciudad:** Granada  
**Fecha:** 1 de abril de 2016



## Resumen

El presente trabajo trata sobre una investigación mixta en el ámbito educativo en relación con el uso de la Pizarra Digital Interactiva (PDI) como elemento motivador eficaz en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la asignatura de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias.

Para ello, primero se ha llevado a cabo una revisión bibliográfica acerca del estado actual de la cuestión para establecer un marco teórico riguroso. Dicha revisión ha consistido en una aproximación a la temática desde diferentes puntos de vista: los pobres resultados de los alumnos españoles en las asignaturas de matemáticas en comparación con la mayoría de países de la Unión Europea, según diversos estudios; los problemas de motivación del alumnado en matemáticas; la influencia del uso de las TIC en el aprendizaje; y, finalmente, las posibilidades que aporta la Pizarra Digital Interactiva en las aulas de matemáticas.

A continuación, se ha desarrollado un estudio de campo que se realizó mediante la recogida y el análisis de datos en un centro educativo, para valorar si la PDI puede ser un recurso didáctico motivador en la asignatura de Matemáticas I de 1º de Bachillerato. El estudio consistió en observaciones durante las clases, entrevistas a varios alumnos y docentes, cumplimentación de cuestionarios individuales y análisis interpretativo de los resultados obtenidos.

Por último, se plantea una breve propuesta de mejora de la enseñanza de algunos contenidos de la unidad didáctica de Números Complejos de la asignatura de Matemáticas I, a través de actividades y ejemplos prácticos utilizando la PDI.

## Palabras Clave

PDI, Motivación, Matemáticas I Bachillerato, Trabajo de campo, Números complejos

## Abstract

The present work deals with a mixture research in the context of education in relation to the use of the Interactive Whiteboard (IWB) as a strong motivational element in the teaching-learning processes of "Matemáticas I" of "1º de Bachillerato" (students aged 16-17, Baccalaureate in Science).

To that end, firstly it has been carried out a bibliographic review of the current state of the issue, in order to establish a rigorous theoretical framework. This review has involved an approach to the issue from different viewpoints: the poor math scores of Spanish students in comparison with most of the European Union countries, according to different studies; the lack of students motivation in the area of mathematics; the impact of the use of ICTs on learning; and finally, the possibilities offered by the Interactive Whiteboard in mathematics classrooms.

Afterwards, it has been developed a field study about data collection and analysis which was carried out in an educational centre, in order to assess if IWB can be a motivating teaching resource in the course "Matemáticas I" of "1º de Bachillerato". The study involved classroom observations, interviews with several students and teachers, individual questionnaires completion and interpretative analysis of the results achieved.

Finally, it is presented a brief proposal for improving the teaching of the didactic unit of Complex Numbers of "Matemáticas I", through practical examples and activities involving the use of the IWB.

## Keywords

IWB, Motivation, Baccalaureate "Matemáticas I", Field study, Complex Numbers

## INDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	5
1.-INTRODUCCIÓN.....	7
1.1.-Justificación del problema de la investigación.....	7
1.2.-Objetivos del presente trabajo.....	8
1.3.-Metodología.....	9
2.-MARCO TEÓRICO O CONCEPTUAL.....	11
2.1.-Marco legal, ámbito curricular y competencias.....	11
2.2.-Competencias en matemáticas del alumnado español.....	13
2.3.-Motivación y rendimiento en matemáticas.....	20
2.4.-Las TIC en el aula de matemáticas.....	27
2.5.-La PDI y su aplicación en Matemáticas I.....	30
3.-ESTUDIO DE CAMPO.....	38
3.1.-Introducción y metodología empleada.....	38
3.2.-Instrumentos y recursos didácticos utilizados.....	38
3.3.-Conclusiones finales.....	51
4.-PROPUESTA PRÁCTICA.....	53
4.1.-Introducción y fuentes consultadas.....	53
4.2.-Justificación, Objetivos y Competencias.....	53
4.3.-Instrumentos y recursos didácticos utilizados.....	55
4.5.-Sesiones prácticas.....	55
5.-CONCLUSIONES.....	64
5.1.-Resumen y discusión de los resultados.....	64
5.2.-Alcance de los objetivos.....	66
5.3.-Reflexiones finales.....	67

6.-LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA.....	68
6.1.-Dificultades y limitaciones del trabajo.....	68
6.2.-Aportaciones y líneas de investigación futura.....	69
7.-BIBLIOGRAFÍA.....	71
7.1.-Referencias bibliográficas.....	71
7.2.-Otras fuentes consultadas.....	86
8.-ANEXOS.....	89
8.1.-Marco Teórico.....	89
8.2.-Estudio de Campo.....	160
8.3.-Propuesta Práctica.....	193

## 1.-INTRODUCCIÓN

### 1.1.-Justificación del problema de la investigación

Durante la estancia del autor del presente trabajo en un centro educativo para llevar a cabo el Prácticum del Máster en el que se enmarca, un aspecto muy llamativo fue la reticencia y el escepticismo de algunos profesores de matemáticas hacia la utilización de un recurso didáctico tan extendido en la docencia actual (y disponible en el centro) como es la Pizarra Digital Interactiva (en adelante PDI).

Se trata de un centro de carácter privado en los niveles de Bachillerato, lo que hace que los resultados de los alumnos en esa etapa sean muy importantes para que la institución pueda mantener el alto estatus de calidad del que goza actualmente. Estas exigencias a nivel de resultados deben aunarse con la necesaria innovación para poder adaptarse a los nuevos tiempos, la cual requiere la integración eficaz de nuevas herramientas educativas, entre las cuales destaca la PDI.

No se puede obviar el hecho de que, posiblemente, la PDI es “el recurso tecnoeducativo que ha irrumpido con más fuerza en el contexto de la educación y la formación en el siglo XXI” (Gallego, Cacheiro y Dulac, 2009), siendo muchos los estudios que ponen de relieve sus grandes potencialidades y aplicaciones en el ámbito educativo, y sin duda una de las cualidades más relevantes que se le han atribuido es que su uso adecuado mejora la motivación y el interés del alumnado.

Por otra parte, un aspecto que no puede dejarse de lado en la docencia es la importancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje del alumnado de su motivación e interés, y particularmente en una asignatura como son las matemáticas, que despierta no pocos miedos y recelos. Así lo señalan, por ejemplo, Farias y Pérez (2010), quienes manifiestan que las matemáticas son percibidas por los estudiantes como “una asignatura dura, rigurosa y formal”, lo cual produce un rechazo hacia su estudio y una desmotivación que puede afectar al aprendizaje.

Además, los estudios sobre los resultados académicos y la calidad general del sistema educativo por países más reconocidos a nivel mundial (PISA, PIAAC, etc.) arrojan edición tras edición unas cifras comparativamente pobres en relación con las competencias matemáticas de los estudiantes y adultos españoles.

Por todo ello, y dado que otra de las presumibles ventajas que se asocian a la PDI es que permite desarrollar metodologías variadas y atractivas, se ha considerado muy interesante indagar en las potencialidades de este recurso didáctico para fomentar la motivación del alumnado de Matemáticas I de 1º de Bachillerato.

Por tanto, el problema principal que justifica el presente trabajo sería encontrar respuestas a la siguiente pregunta: *¿Puede ser la Pizarra Digital Interactiva un recurso didáctico que mejore significativamente la motivación y el interés del alumnado de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias hacia la asignatura?*

## **1.2.-Objetivos del presente trabajo**

### **1.2.1.-Objetivos generales**

Como objetivos principales del trabajo, se plantean los dos siguientes:

-Comprobar que la PDI es considerada en general en el ámbito educativo como un recurso didáctico útil, atractivo y motivador, tanto a nivel global como particularmente en las asignaturas de matemáticas, y verificar que el alumnado y parte del profesorado de los dos grupos de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias del colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) comparten esta opinión.

-Proponer algunas actividades motivadoras basadas en la utilización de la PDI en la Unidad Didáctica de Números Complejos de la asignatura de Matemáticas I.

### **1.2.2.-Objetivos específicos**

Para poder alcanzar los objetivos generales fijados, se buscará la consecución de los siguientes objetivos específicos:

-Llevar a cabo una revisión bibliográfica exhaustiva que permita establecer una base sólida en relación los siguientes aspectos: resultados comparativos en matemáticas de los estudiantes españoles según varios estudios internacionales, importancia de la motivación y de las actitudes del alumnado en los procesos de enseñanza y aprendizaje de cualquier asignatura en general y de las matemáticas en particular, e influencia de las TIC, y sobre todo, de la PDI, en el aumento del interés y de la motivación del alumnado tanto a nivel general como en matemáticas.

-Reflexionar sobre las ventajas e inconvenientes principales de la PDI como herramienta docente en general y con respecto a las matemáticas en particular.

-Obtener y analizar datos de campo fiables que permitan valorar si la PDI resulta un recurso interesante y motivador para el alumnado de los dos grupos de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias del centro educativo considerado.

-Verificar que se cumple la hipótesis de investigación planteada.

-Comprobar que la PDI es considerada como una herramienta motivadora por parte de la mayoría del profesorado de que da clase a los dos grupos de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias del centro educativo considerado.

-Realizar una propuesta práctica para la enseñanza mediante la PDI de algunos contenidos de la unidad didáctica de Números Complejos de Matemáticas I.

### **1.3.-Metodología**

El presente Trabajo Fin de Máster combina tres estudios de diferente naturaleza: una revisión bibliográfica sobre el estado actual de la cuestión, un trabajo de campo que permita obtener datos contrastables y fiables y una propuesta práctica contextualizada en una asignatura y dos unidades didácticas concretas.

Se trata de llevar a cabo una investigación mixta en el contexto educativo, de manera que se recojan, analicen y vinculen en el mismo estudio datos tanto cuantitativos como cualitativos del tema concreto en estudio.

Por tanto, la metodología utilizada se basará por un lado en la recopilación de información actualizada (disponible en libros, artículos, revistas científicas, etc.), para establecer el marco conceptual del problema planteado, y por otro en la obtención de datos a través de la observación de la realidad del aula, las entrevistas a alumnos y docentes y la utilización de documentos auxiliares como test y cuestionarios, así como el posterior análisis crítico de los datos obtenidos. Se trata por ello de una metodología fundamentalmente cualitativa, tanto por el tipo de datos empleados, como por su orientación a producir resultados a los que en general no se llegará por procedimientos estadísticos u otro tipo de cuantificación, sino mediante una indagación dirigida y fundamentalmente interpretativa (UNIR, 2015b).

No obstante, y para poder ofrecer un punto de vista más objetivo a la hora de obtener respuestas a los objetivos específicos relacionados con el trabajo de campo, se completará el análisis cualitativo con una hipótesis de investigación sencilla, la cual demandará un análisis cuantitativo más riguroso de algunos datos numéricos.

#### **1.3.1.-Revisión Bibliográfica**

Se empezará llevando a cabo una revisión bibliográfica acerca del estado actual del problema planteado, que permita establecer un marco teórico adecuado a través de una aproximación a la temática desde diferentes ángulos: el marco legal, curricular y competencial; los resultados de los alumnos españoles en matemáticas según varios estudios e informes y su comparación con otros países; la importancia de la motivación y de la afectividad en el aprendizaje; la motivación del alumnado hacia las asignaturas de matemáticas; la importancia de las TIC en la docencia y en la enseñanza de las matemáticas; y la PDI y su relación con la motivación y el aprendizaje, tanto a nivel general como en Matemáticas I de 1º de Bachillerato.

Para realizar la revisión bibliográfica se han consultado más de cien fuentes de información que incluyen artículos sobre estudios e investigaciones científicas relacionadas con las diferentes cuestiones planteadas, apuntes del presente Máster, páginas web, blogs, etc. Como medios de búsqueda de las fuentes de consulta se utilizaron principalmente los siguientes: portales bibliográficos y bases de datos (Dialnet, ScienceDirect y MathEduc), fuentes citadas por otros trabajos y Google.

### **1.3.2.-Trabajo de Campo**

Se desarrollará un trabajo de campo, a través de la recogida y el análisis de datos, para valorar si el uso de la PDI puede ser un recurso didáctico útil y motivador en la asignatura de Matemáticas I. Para ello se utilizó como referencia el colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada), en el cual se llevaron a cabo observaciones en las aulas, se hicieron entrevistas a los docentes y se entregaron cuestionarios a alumnos y profesores para su cumplimentación individual.

En el caso de los profesores, únicamente se hará un tratamiento cualitativo de los datos, a partir del análisis interpretativo de la información recopilada.

En cuanto al alumnado, se combinará un análisis cualitativo de los resultados con un tratamiento cuantitativo de algunos datos que permita contrastar una hipótesis de investigación de partida, la cual será la siguiente:

*Más del 75% de los alumnos de los dos grupos de 1º de Bachillerato de Ciencias del Colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) consideran que la PDI es un recurso didáctico que haría las clases de Matemáticas I más interesantes y participativas, les motivaría más y facilitaría su aprendizaje de los contenidos.*

Dicha hipótesis es predictivo-explicativa, es testable, tiene valor incluso si se demuestra que es falsa y permite identificar algunos de los objetivos y de los conceptos clave de la investigación, por lo cual, y siguiendo las directrices de UNIR (2015c), será considerada como una hipótesis de investigación válida.

### **1.3.3.-Propuesta Práctica**

Se planteará una propuesta práctica, a través de la elaboración de una serie de actividades y ejercicios y de su adecuada secuenciación, para usar la PDI en el desarrollo de algunos contenidos de la Unidad Didáctica de Números Complejos de Matemáticas I. Por razones de limitación de extensión del presente trabajo, y dado que en los dos apartados anteriores ya se llevará a cabo un estudio exhaustivo, no se pretende en esta tercera parte desarrollar una Ud. Didáctica de forma completa, si bien sí se hará referencia a algunos de sus apartados (Justificación, Objetivos, etc.).

## **2.-MARCO TEÓRICO O CONCEPTUAL**

Antes de proceder al desarrollo de este apartado, es conveniente señalar (para facilitar su lectura) que lo que a continuación se va a exponer es en líneas generales una síntesis de unos contenidos más completos que se han introducido en el apartado 8.1 de Anexos (página 89) del presente documento. Las limitaciones de extensión que se imponen a este trabajo, así como el hecho de considerarse interesantes e importantes dichos contenidos que se incluirán en Anexos, han motivado esta decisión, consensuada con la Directora del presente TFM.

### **2.1.-Marco legal, ámbito curricular y competencias**

#### **2.1.1.-Marco legal**

En relación con el marco legal de este trabajo, es importante recordar que el estudio de campo se enmarca en la asignatura de Matemáticas I de un centro ubicado en Andalucía, C. A. en la cual se vive una situación de transición por no haberse publicado a tiempo para el presente curso académico (2015-2016) las normas de desarrollo a nivel autonómico de la Ley Orgánica 8/2013 (LOMCE). En las Instrucciones de 9 de Mayo de 2015, se establece que “hasta tanto sean publicados el Decreto y las Órdenes de desarrollo que regulen el currículo de Bachillerato en Andalucía, cada centro docente mantendrá la ordenación curricular del primer curso de Bachillerato contemplada en su Proyecto educativo”.

Por ello, y pese a que se siguen introduciendo cambios para adaptarse a la LOMCE, la asignatura de Matemáticas I aún estaría fundamentada en muchos centros andaluces en la Ley Orgánica 2/2006 (LOE) y en sus normas de desarrollo estatal y autonómico (RD 1467/2007, Orden de 5 de agosto de 2008, etc.).

No obstante, y dado que el presente trabajo pretende obtener resultados conclusiones generales y que puedan servir para cualquier centro educativo a nivel estatal, y en estos momentos la legislación educativa vigente es la LOMCE, el marco legal considerado se basará, entre otros documentos, en la siguiente normativa:

-Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE); Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato; y Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria y el bachillerato.

### **2.1.2.-Ámbito curricular**

En el RD 1105/2014 se hace referencia a las matemáticas en estos términos:

Las matemáticas constituyen una forma de mirar e interpretar el mundo que nos rodea, reflejan la capacidad creativa, expresan con precisión conceptos y argumentos, favorecen la capacidad para aprender a aprender y contienen elementos de gran belleza; sin olvidar además el carácter instrumental que las matemáticas tienen como base fundamental para la adquisición de nuevos conocimientos en otras disciplinas, especialmente en el proceso científico y tecnológico y como fuerza conductora en el desarrollo de la cultura y las civilizaciones. (RD 1105/2014, 2015, p. 407).

Puede decirse que las matemáticas engloban un conjunto amplio de conocimientos que nacen de la necesidad de resolver problemas prácticos basándose en su capacidad para estudiar, predecir, analizar y modelar situaciones reales.

-La materia de Matemáticas I es una asignatura troncal de 1º de Bachillerato de la modalidad de Ciencias que cuenta (RD 1105/2014) con cinco bloques de contenidos: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas; Números y Álgebra; Geometría; Funciones; y Estadística y probabilidad.

-La Unidad didáctica de Números Complejos de Matemáticas I se sitúa en el Bloque 2 (Números y Álgebra) y en el RD 1105/2014 (p. 416) se hace referencia a sus Contenidos, Criterios de evaluación y Estándares de aprendizaje evaluables.

### **2.1.3.-Competencias**

#### **a) Competencias según LOMCE**

En el artículo 2 de la Orden ECD/65/2015, se establecen las siete competencias clave del currículo según la LOMCE: 1) Comunicación lingüística; 2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; 3) Competencia digital; 4) Aprender a aprender; 5) Competencias sociales y cívicas; 6) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor; 7) Conciencia y expresiones culturales.

En las asignaturas de matemáticas en general, y en particular en Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias, pueden trabajarse las 7 competencias LOMCE.

A continuación se hará hincapié en las dos competencias que más pueden desarrollarse en relación con la temática de este trabajo: la Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología y la Competencia digital.

#### **b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología**

Según el Anexo I de la Orden ECD/65/2015, la Competencia matemática y las competencias básicas en ciencia y tecnología tratan de desarrollar y fortalecer

aspectos de la formación de las personas que resultan muy importantes para sus vidas, fomentando su capacidad de tomar decisiones y su pensamiento crítico.

En cuanto a la competencia matemática, supone la capacidad de aplicar los razonamientos y las herramientas matemáticas con el fin de ser capaces de analizar, describir, interpretar y predecir diferentes fenómenos en contextos muy diversos.

Se trata, por tanto, de reconocer el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo y utilizar los conceptos, procedimientos y herramientas para aplicarlos en la resolución de los problemas que puedan surgir en una situación determinada a lo largo de la vida. La activación de la competencia matemática supone que el aprendiz es capaz de establecer una relación profunda entre el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, implicados en la resolución de una tarea matemática determinada. (Orden ECD /65/2015, 2015, p. 6993).

c) Competencia digital según la Orden ECD/65/2015

En el Anexo I de la Orden ECD /65/2015, se define así la competencia digital:

La competencia digital es aquella que implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar los objetivos relacionados con el trabajo, la empleabilidad, el aprendizaje, el uso del tiempo libre, la inclusión y participación en la sociedad. (p. 6995).

Esta competencia requiere el conocimiento de conocimientos relacionados con el lenguaje específico básico (textual, numérico, icónico, visual, gráfico y sonoro) y de sus pautas de decodificación y transferencia, lo cual demanda a su vez el conocimiento de las principales aplicaciones informáticas. Asimismo, conlleva el acceso a las fuentes, el procesamiento de la información y el conocimiento de los derechos y las libertades que asisten a las personas en el mundo digital.

## **2.2.-Competencias en matemáticas del alumnado español**

### **2.2.1.-Introducción**

En este apartado se analizarán brevemente los resultados de algunos de los estudios más representativos dentro del ámbito educativo para valorar las competencias de los estudiantes españoles en matemáticas.

Dado que el presente trabajo se centra en la asignatura de Matemáticas I de 1º de Bachillerato (estudiantes de 16-17 años), se han tenido en cuenta los rangos de edades considerados en los estudios para su inclusión definitiva en este trabajo.

En el apartado 8.1.1 de Anexos (página 89) se analizarán con más detalle los dos estudios que finalmente se han incluido: PISA 2012 y PIACC 2013.

### 2.2.2.-Informe PISA 2012

#### a) El Informe PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos de la OCDE (PISA) es un instrumento basado en el análisis y la evaluación del rendimiento, los conocimientos y las destrezas de estudiantes de 15 años procedentes de más de 60 países, a través de una serie de exámenes que se llevan a cabo cada tres años.

#### b) Informe PISA 2012

En el año 2012, PISA abarcó a 65 países de los cinco continentes (incluyendo los 34 de la OCDE), y entre ellos España, donde se evaluó a 25.313 alumnos, la mayoría en 4º de ESO. Además de la muestra estatal, participaron catorce CC. AA. españolas.

Al igual que en 2003, fueron las matemáticas el área evaluada con mayor grado de exhaustividad y precisión, dedicándose dos tercios del examen a la competencia matemática y proporcionándose resultados para 4 dominios de dicha competencia.

-España obtuvo una puntuación media de 484 (Fig. 1), 10 puntos por debajo del promedio de la OCDE (494) y 5 puntos menos que el promedio de la UE (489).

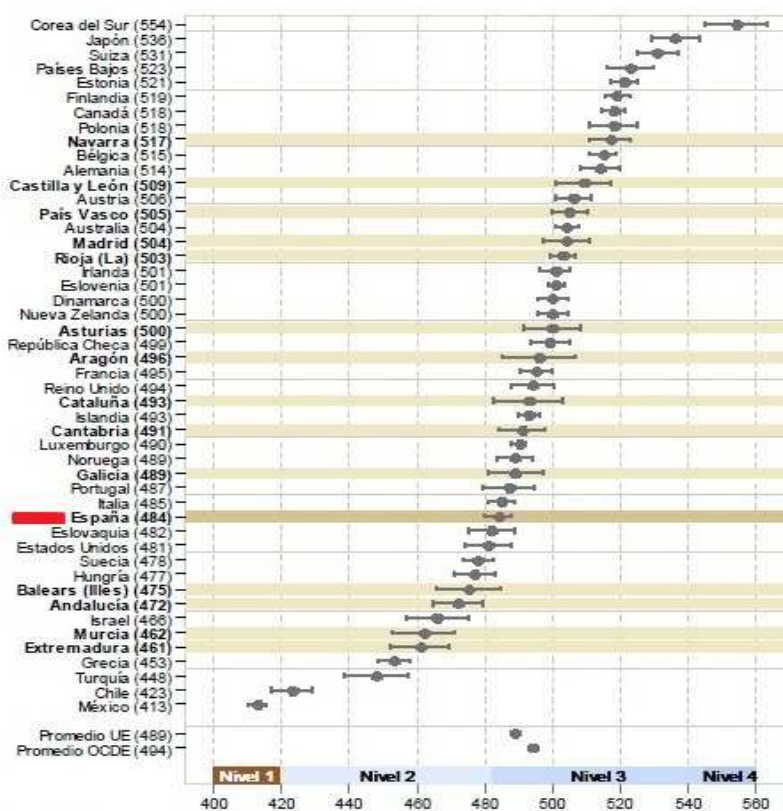


Figura 1. Puntuaciones medias en matemáticas por países de la OCDE y comunidades autónomas españolas (...). (MECD, 2012a, p. 37)

-En lo referente a la distribución por niveles (Fig. 23, p. 92), el 24% de los estudiantes españoles se situaron entre los dos niveles más bajos, mientras que en la OCDE se ubicó el 23% y en la UE el 24%, resultados similares. Sin embargo, la proporción de alumnos españoles en los niveles más altos (5 y 6) sí fue bastante inferior, con un valor del 8%, por el 12% de la OCDE y el 11% de la UE.

-En cuanto a las pruebas digitales en matemáticas (Fig. 25, p. 94), España obtuvo 475 puntos, 22 menos que la media de la OCDE (497 puntos), aunque sólo 9 puntos menos que el resultado español obtenido en las pruebas impresas (484).

### c) Evolución de los resultados en matemáticas

-En España se ha producido un estancamiento de los resultados (Figura 2), variando únicamente en un punto (de 485 en 2003 a 484 en 2012), y la diferencia con respecto a la OCDE se ha reducido en 3 puntos (pasando de 15 a 12 puntos).

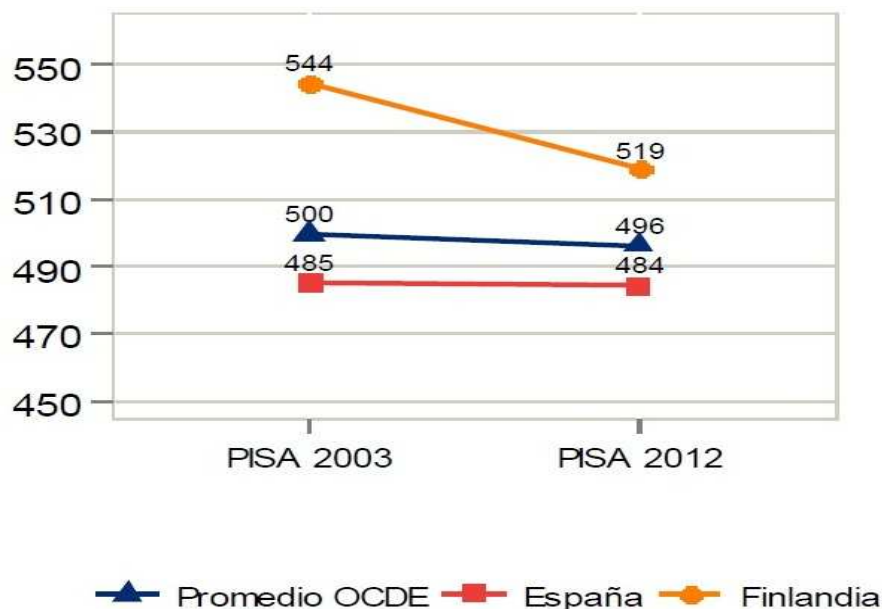


Figura 2. Resultados promedio en 2003 y 2012 de matemáticas en España, Finlandia y la OCDE. (MECD, 2012a, p. 182)

-En relación con la evolución del alumnado en función de los niveles de rendimiento en matemáticas (Figura 26, p. 96), España apenas varió sus resultados desde el 2003, tanto en el porcentaje de alumnos con bajo rendimiento (niveles <1 y 1; se incrementó en 0,6 % respecto al 2003), como en cuanto a los niveles altos (5 y 6; subida de una décima hasta situarse en el 8%). Las diferencias España-OCDE fueron mucho más significativas en la proporción de alumnos de niveles altos.

### d) Rendimiento en matemáticas según la actitud, la motivación y otros factores

-Aspectos como el interés y el compromiso con el aprendizaje, la actitud, el autoconcepto positivo, la implicación con el centro y el uso de estrategias de aprendizaje influyeron positivamente en el rendimiento en matemáticas.

En la Tabla 1 se muestra un cuadro comparativo entre España y la OCDE de una serie de índices estadísticos obtenidos sobre variables que tienen que ver con la medida de las actitudes y disposiciones de los alumnos y su relación con el rendimiento en matemáticas, en el que se observa que los estudiantes españoles obtuvieron puntuaciones sensiblemente superiores al promedio OCDE en cuanto a las variables de ansiedad hacia las matemáticas y de sentido de pertenencia al centro educativo, puntuaciones también mejores pero con menor diferencia en relación con la autoeficacia y la perseverancia, y resultados ligeramente inferiores en las variables de autoconcepto, motivación intrínseca, motivación extrínseca y clima disciplinario.

En el apartado de Anexos (p. 98) se hace una valoración mucho más detallada de la influencia de estas variables y de los resultados comparativos obtenidos.

Variable	Puntuación en el índice		% de varianza explicada		Incremento en la puntuación por unidad de aumento del índice	
	OCDE	España	OCDE	España	OCDE	España
Autoeficacia	0	0,10	28,3	25,5	48,6	47,4
Autoconcepto	0	-0,07	17,0	13,8	36,5	31,0
Ansiedad	0	0,21	14,0	8,4	33,8	27,9
Perseverancia	0	0,10	5,5	5,6	20,8	20,5
Motivación intrínseca	0	-0,14	5,2	4,2	19,3	18,8
Motivación extrínseca	0	-0,02	4,2	5,8	17,4	20,0
Clima disciplinario	0	-0,04	4,2	2,6	18,1	13,6
Sentido de pertenencia	0	0,41	0,8	0,2	7,2	3,7

Tabla 1. Comparación de los índices de las variables. (MECD, 2012a, p. 171)

#### e) Otros resultados y Conclusiones

-Por CC. AA., 6 lograron un resultado significativamente superior al promedio de España, mientras que 3 (entre ellas Andalucía) obtuvieron un resultado peor. Las diferencias entre CC. AA. siguen siendo significativas entre muchas de ellas, pero se reducirían hasta en un 85% si todas tuvieran la misma situación socio-económica.

-Se reflejaron muchos otros factores (individuales, escolares y sociales) que influyeron en los peores resultados en matemáticas del alumnado español: grandes diferencias entre repetidores y no repetidores, baja autonomía de los centros, menor

número de horas anuales de matemáticas, bajos ratios de alumnos por profesor, menor presencia de evaluaciones externas, mayor grado de absentismo escolar, etc.

Como conclusiones principales de estos resultados se señalan las siguientes:

-Los malos resultados a nivel global del alumnado español demandan actuaciones en el ámbito educativo, algunas de las cuales deberían orientarse hacia la mejora de la actitud, la motivación y el autoconcepto del alumnado.

-También debería mejorar la implantación de las nuevas tecnologías en las aulas, lo cual potenciaría las competencias digitales de los estudiantes.

### **2.2.3.-Programa PIAAC 2013**

#### **a) ¿Qué es PIACC?**

El Programa Internacional para la Evaluación de Competencias de la Población Adulta (PIAAC) es un instrumento de la OCDE para evaluar los conocimientos y las competencias profesionales de la población adulta (16-65 años). Su objetivo principal es proporcionar información para mejorar la toma de decisiones que afectan a la formación de los ciudadanos, a su desempeño laboral, a que desarrollen y mantengan diferentes destrezas y a su grado de satisfacción.

La muestra de PIACC se basó en una población de 157.000 adultos de 16 a 65 años, de 23 países y regiones, y en España participaron 6.055 adultos.

#### **b) Competencia matemática y resultados**

PIAAC define la competencia matemática como “la habilidad para acceder, utilizar, interpretar y comunicar información matemática e ideas con el fin de relacionar y gestionar los requerimientos matemáticos de gran diversidad de situaciones de la vida adulta”, y tiene en cuenta en su evaluación tres dimensiones diferentes: contenido, estrategias y contexto. Asimismo, analiza la relación entre los resultados en la competencia matemática y distintos factores: el entorno socioeconómico, la edad, el sexo, el nivel de estudios, el estatus laboral, el país de origen, el uso de las TIC y otras destrezas a nivel laboral y de la vida cotidiana.

Los resultados se sitúan en una escala de 0 a 500 puntos dividida en seis niveles de competencia matemática, los cuales están delimitados por unos puntos de referencia internacionales. Los distintos niveles describen el grado de adquisición de la competencia y vienen reflejados en el cuadro de la Tabla 2 (página 111).

-Como puede observarse en la Figura 3 que se muestra en la página siguiente, España fue el país con menor puntuación de los examinados (245,8), casi 23 puntos

menos que la OCDE, a más de 22 de la UE y a nada menos que 43,4 puntos de Japón (289,2), el país con la puntuación media más elevada.

No obstante, la puntuación media española tampoco se situó muy lejos de la obtenida por países como Italia (247,1), Estados Unidos (252,8) o Francia (254).

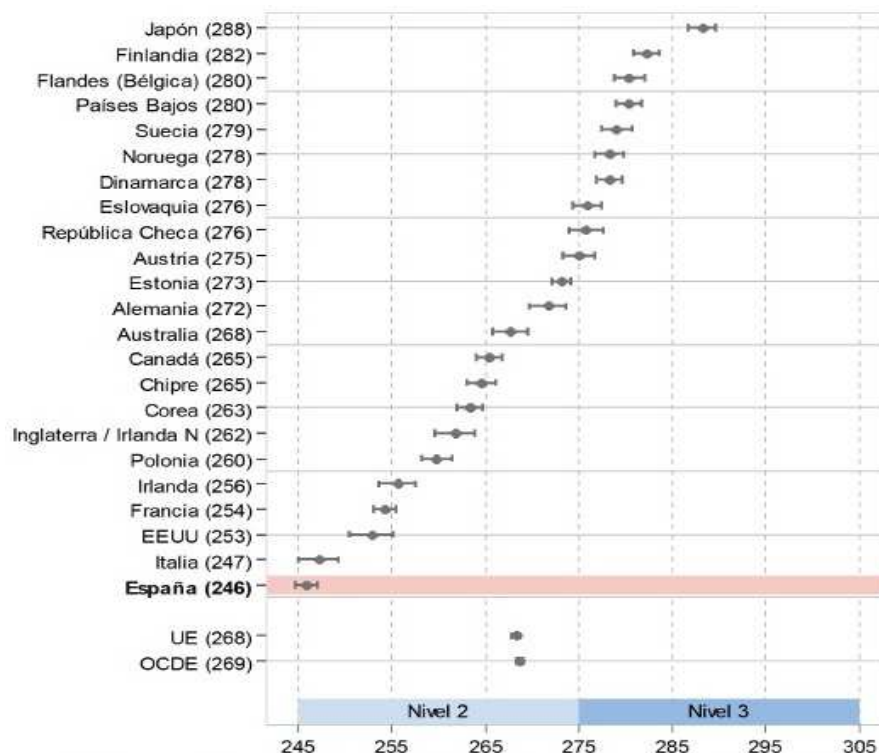


Figura 3. Puntuaciones medias en competencia matemática por países con representación del intervalo de confianza al 95%. (MECD, 2013a, p. 40)

-Los resultados de los adultos españoles presentaron una gran heterogeneidad, con una alta proporción en el nivel más bajo (Fig. 34, p. 113) y una baja en el nivel más alto (Fig. 35, p. 114), lo cual refleja los malos resultados y la posición rezagada de España en el conjunto de países participantes en la encuesta.

#### d) Otros datos y resultados en matemáticas según diferentes factores

-En torno al 23% de los adultos españoles declaró no tener experiencia en el uso de ordenadores o falló en las tareas más elementales, frente al 14% en la OCDE.

-Teniendo en cuenta el nivel de estudios y el estatus laboral de los encuestados, se obtuvieron unos datos muy negativos en relación a los adultos españoles participantes: los titulados universitarios españoles obtuvieron una puntuación media en matemáticas inferior a la de los titulados en Bachillerato o en FP de Grado Medio de varios países, y los encuestados españoles que tenían trabajo obtuvieron en competencia matemática una puntuación media inferior a la de los encuestados en situación de desempleo de más de la mitad de los países participantes.

-En cuanto a los resultados por edades (Figura 37, página 116), los adultos mayores obtuvieron en general peores resultados que los jóvenes, y las diferencias mayores las obtuvieron Corea y España. En España, el grupo de edades entre 16 y 34 años obtuvo 37 puntos más que el de 55 a 65 (10 puntos de diferencia con la OCDE).

-En relación con el rango de edades que abarca al alumnado de Matemáticas I (16-17 años), que es el comprendido entre 16 y 24 años, los resultados fueron igualmente malos en comparación con los países de la OCDE (Figura 37, p. 116), si bien mejores con respecto al resto de grupos de edades de la muestra española.

-Según el sexo, los hombres españoles obtuvieron resultados algo mejores, aunque en el caso de los más jóvenes las diferencias fueron poco significativas.

-España obtuvo peor puntuación que la OCDE en todas las categorías ocupacionales, siendo uno de los países con menor proporción de ocupaciones cualificadas (30%), y se puso de manifiesto tanto la influencia positiva de la formación continua en el mantenimiento de las destrezas y habilidades (quienes habían recibido formación en los últimos doce meses consiguieron en general puntuaciones más elevadas), como que las personas con un mayor dominio de la competencia matemática participan más en el mercado de trabajo, tienen menores tasas de paro, obtienen salarios más elevados e incluso gozan de mejor salud.

#### e) Conclusiones

-Los resultados pusieron en evidencia los malos resultados de los adultos españoles participantes en el estudio en la competencia matemática.

-Teniendo en cuenta la influencia directa de los mayores niveles de estudios y el mayor dominio de las competencias matemáticas en el crecimiento económico de un país, es necesario un gran esfuerzo de los poderes públicos y de la sociedad española en su conjunto para mejorar la competencia matemática de jóvenes y adultos.

-En esta tarea, resultarán fundamentales las mejoras tanto a nivel de la formación continua como del aprendizaje escolar desde edades tempranas.

#### **2.2.4.-Conclusiones globales**

Los resultados en la competencia matemática de los estudiantes españoles fueron muy mejorables en ambos estudios, situándose en posiciones muy rezagadas y por lo general a bastante distancia con respecto a los países de referencia.

Especialmente malo es el nivel de competencia matemática de los adultos españoles, lo que conlleva la necesidad de reflexionar sobre la conveniencia de introducir mejoras a varios niveles en la enseñanza de esta disciplina.

También resultan bajos comparativamente los niveles de motivación (intrínseca y extrínseca) y de autoconcepto en matemáticas, por lo que se hace necesaria una mejora de las metodologías docentes a nivel de la afectividad y de las emociones, aspectos en los cuales el uso de herramientas motivadoras podría ayudar bastante.

Los resultados de PISA 2012 se consideran algo más relevantes para el presente trabajo, al centrarse en estudiantes de 15 años (apenas uno o dos años más jóvenes que los que cursan 1º de Bach.), si bien los de PIAAC 2013 fueron globalmente malos para todos los rangos de edades, incluyendo el de 16-24 años que comprende al alumnado de Matemáticas I, por lo que ambos estudios reflejan la misma realidad.

### **2.3.-Motivación y rendimiento en matemáticas**

En este apartado se pretende analizar la relación entre la motivación de los estudiantes y el rendimiento y los resultados obtenidos en las asignaturas de matemáticas, centrándose en los aspectos más importantes del análisis más detallado que se realiza en el apartado 8.1.2 de Anexos (página 117).

#### **2.3.1.-La motivación**

Existen multitud de definiciones sobre la motivación según diferentes autores de referencia. En el apartado 8.1.2 (p. 117) se plasman las aportadas por autores como Bueno (1993), Bisquerra (2000), Nuñez (2009) o Gasco y Villarroel (2014).

Como resumen de las ideas planteadas por todas esas definiciones, podría decirse que la motivación consiste en un proceso o procesos en los que influyen necesidades y percepciones de los sujetos para dirigir y encaminar sus conductas con empeño y perseverancia hacia el logro de determinados objetivos. Además, y según Elliott (1988), puede llegar incluso a compensar limitaciones aptitudinales importantes de las personas, y tiene una influencia básica en el aprendizaje: “Los estudiantes que no están motivados no aprenden” (Mateo, 2001, p. 18).

En una disciplina como son las matemáticas, que se verá en los apartados siguientes despierta no pocos recelos y rechazos entre muchos alumnos, será de vital importancia favorecer la adecuada motivación y actitud de los estudiantes.

### **2.3.2.-Teorías y claves de motivación**

Se han desarrollado multitud de teorías y estudios acerca de los tipos de motivación existentes y de sus múltiples enfoques. En el apartado 8.1.2 de Anexos (p. 118) se lleva a cabo un análisis más detallado, mientras que en este apartado se plantearán aquellas teorías y claves de motivación que se han considerado más relevantes con la temática del presente trabajo, así como algunas conclusiones.

Según Naranjo (2009), existen tres perspectivas fundamentales sobre la motivación: la conductista, la humanista y la cognitiva.

-El enfoque conductista plantea que las personas actúan motivadas por la obtención de beneficios o recompensas, o bien para evitar castigos, dirigiendo su atención hacia acciones adecuadas y tratando de alejarse de las inadecuadas.

-La perspectiva humanista se centra en las cualidades y capacidades del ser humano y en su libertad para elegir (teorías de Maslow, Alderfer y McClelland)

-El enfoque cognitivo pone el acento en las ideas y en la importancia de las percepciones y de lo que se piensa que puede ocurrir, que condiciona lo que finalmente sucede, estableciendo el poder del pensamiento como guía de la motivación y destacando las Teorías de Vroom y Adams y el modelo de Trechera. Las teorías cognitivas marcan la tendencia desde los setenta hasta ahora y son muy útiles para la educación, pues facilitan el entendimiento de la conducta de los alumnos y permiten determinar estrategias adecuadas para reforzar su motivación.

Se presentan a continuación aquellas teorías y claves de la motivación que se han considerado más relevantes en el ámbito educativo.

#### **a) Teoría de las necesidades de McClelland**

Siguiendo a Naranjo (2009), se basa en la existencia de tres tipos de necesidades: de logro, de afiliación y de poder, que predisponen a las personas a comportarse de determinada forma según la situación y el contexto, y serán fuertes o débiles dependiendo de las experiencias pasadas y de las asociaciones que se hicieron en relación con manera de resolver y/o afrontar las situaciones y de las recompensas obtenidas. En el ámbito educativo, será importante fomentar que los estudiantes posean unas altas necesidades de logro (para fijarse metas alcanzables e intentar hacer bien las tareas incluso por encima de sacar sólo buenas notas) y de afiliación (para que trabajen bien en equipo y contribuyan al buen clima de la clase).

En 1º de Bachillerato, el alumnado es en líneas generales más maduro con respecto a los niveles inferiores, y además la etapa de Bachillerato en el sistema

educativo español no es de carácter obligatorio, por lo que en teoría deberían tener unas necesidades de logro más altas que los estudiantes más jóvenes.

b) Motivación intrínseca y motivación extrínseca

-Según Reeve (2010), la motivación intrínseca surge espontáneamente a partir de los esfuerzos innatos de crecimiento de los individuos y de sus necesidades psicológicas (Figura 38, p. 120), que actúan por su propio interés, por la sensación de reto de la actividad, y no por ninguna razón instrumental o extrínseca.

-Para Mateo (2001), las personas intrínsecamente motivadas, al realizar las tareas sólo por placer y no como consecuencia de un estímulo externo, centrarán su atención en la actividad en sí y no en la recompensa o ausencia de castigo.

-La motivación extrínseca se basa en los conceptos de incentivo, castigo y recompensa (Mateo, 2001), y según Naranjo (2009), existe una relación muy estrecha con el enfoque conductista, que para aplicarlo en el aula (UNIR, 2015a) habrá que tener en cuenta que las recompensas no tienen por qué ser siempre de tipo material (conviene comenzar por refuerzos psicológicos), que la aplicación de premios y castigos suele ser inevitable en centros escolares, y que no debe premiarse ninguna tarea que se realizara previamente por una motivación intrínseca.

Por tanto, es muy importante promover la motivación intrínseca, “porque conduce a (...) beneficios importantes para el individuo, incluyendo la persistencia, creatividad, comprensión conceptual y bienestar subjetivo” (Reeve, 2010, p. 83).

Los alumnos de 1º de Bachillerato suelen poseer unos niveles mejores de motivación intrínseca que los de Primaria y ESO, por lo que en teoría no será necesario recurrir en exceso a recompensas y/o castigos para motivarles.

c) Teoría de Harlow y Butler sobre la curiosidad y manipulación

Siguiendo a UNIR (2015a), las personas actúan en muchas ocasiones movidas por la curiosidad, el deseo de saber o el mero placer de la manipulación, de manera que lo más novedoso o lo manipulable es más motivador que lo ya conocido.

En Matemáticas I, se pueden presentar los contenidos de una manera original y creativa, así como y plantear actividades que impliquen manipular figuras y objetos.

d) La atribución causa-efecto de Heider y Weiner

Siguiendo a UNIR (2015a), las personas (en función de sus experiencias, de las relaciones causa-efecto que hacen y de las creencias que tienen), hacen atribuciones o juicios de situaciones o competencias, y actuarán de un modo u otro en función de

los resultados que esperen obtener. Las atribuciones dependerán de tres factores: localización, estabilidad y capacidad de control, y combinándolos se observa cómo los estudiantes atribuyen sus éxitos o fracasos generalmente a una de estas cuatro variables: capacidad, esfuerzo, complejidad de la tarea y suerte.

En el aula de Matemáticas I, será muy positivo que el profesor trate siempre de centrar las atribuciones de los alumnos en el esfuerzo y en otras causas controlables, más que en las dificultades de las tareas, en sus capacidades o en la suerte.

e) Teoría de las expectativas de Rosenthal

Siguiendo a UNIR (2015a), esta teoría se basa en la influencia de las expectativas que tiene los profesores sobre los alumnos en la motivación, la actitud y las creencias de estos sobre sus propias capacidades, determinando sus conductas de manera que los estudiantes tenderán a dar de sí lo que los profesores esperan de ellos, tanto a nivel conductual como de rendimiento (efecto Pigmalión).

En Matemáticas I, los docentes deberán esforzarse en no hacer juicios negativos sobre el estudiante, sobre todo los relacionados con las capacidades o comportamientos y centrarse en reforzarle mediante expectativas y juicios positivos.

### **2.3.3.-La motivación y las matemáticas**

En el apartado 8.1.3 de Anexos (página 124) se desarrolla más detalladamente este epígrafe. A continuación se reflejan las conclusiones más importantes.

a) Influencia de la imagen social de las matemáticas

El éxito en la consecución de cualquier tarea es directamente proporcional a la motivación con la que se afronta. Esta circunstancia es particularmente importante en matemáticas, una materia que despierta con frecuencia rechazo en el alumnado.

En esos miedos y recelos hacia las matemáticas, que condicionan el rendimiento de muchos estudiantes, resulta muy importante la imagen que tienen sobre las matemáticas en general, percibida a través de los medios de comunicación, transmitida por sus padres, profesores o por otros alumnos, vivida en la escuela, etc.

-Gómez-Chacón (2000, citada por UNIR, 2015d), refleja algunas de las percepciones negativas más extendidas de las matemáticas en el imaginario colectivo: materia sólo para inteligentes, desprovista de fantasía y creatividad, sólo hay que aprender aritmética para desenvolverse bien, es un mundo de hombres, etc.

-La impopularidad de las matemáticas queda también reflejada por Martínez (2008), quien afirma que “...lamentablemente, la Matemática fue y sigue siendo considerada como una de las más impopulares asignaturas del currículo” (p. 252).

-Y para Ruiz de Gauna, Harcía y Sarasua (2012), si bien los alumnos reconocen en general la importancia de las matemáticas y de su enseñanza, tienen en muchos casos una imagen estereotipada hacia ella, así como una predisposición negativa hacia la abstracción y el formalismo propios de la disciplina matemática.

#### b) Importancia de la motivación y la actitud en el aprendizaje

En la actualidad existe un consenso generalizado a la hora de señalar la importancia de la motivación y de las actitudes en el aprendizaje del alumnado, así como la necesaria interrelación entre los ámbitos cognitivo y motivacional.

Numerosos autores han llevado a cabo estudios que corroboran esta conexión entre los aspectos cognitivos y emocionales y su influencia en el aprendizaje: la autorregulación de los aspectos cognitivos y comportamentales del alumnado y su influencia en el aprendizaje y el desempeño (Pintrich y De Groot, 1990); Gardner y su teoría de las inteligencias múltiples (1994); el concepto de inteligencia emocional de Goleman (1996); la relación cíclica entre afectos, emociones y creencias de los alumnos y su rendimiento en Matemáticas (Gómez-Chacón, 2000); la influencia en el rechazo y la falta de motivación hacia las matemáticas de la dificultad intrínseca de las matemáticas (variable cognitiva) y de la vivencia del alumno de esa dificultad (variable afectiva o emocional), de Hidalgo, Maroto y Palacios (2004); etc.

#### c) Particularidades y dificultad intrínseca de las matemáticas

Las particularidades intrínsecas de las matemáticas condicionan enormemente las actitudes y dificultades que el alumnado presenta tradicionalmente hacia ellas. Por ejemplo, sus exigencias propias demandan el uso y la asimilación de estrategias cognitivas de orden superior, lo cual provoca temores hacia la materia.

-Para Hidalgo, Maroto y Palacios (2004), existen dos variables con mucho peso en el gusto de los estudiantes por las matemáticas: el hecho de considerarlas aburridas o entretenidas y las percepciones sobre la dificultad que tienen para su aprendizaje. Y otro aspecto muy influyente es el carácter acumulativo de la materia, que demanda asentar los conocimientos anteriores para adquirir los nuevos.

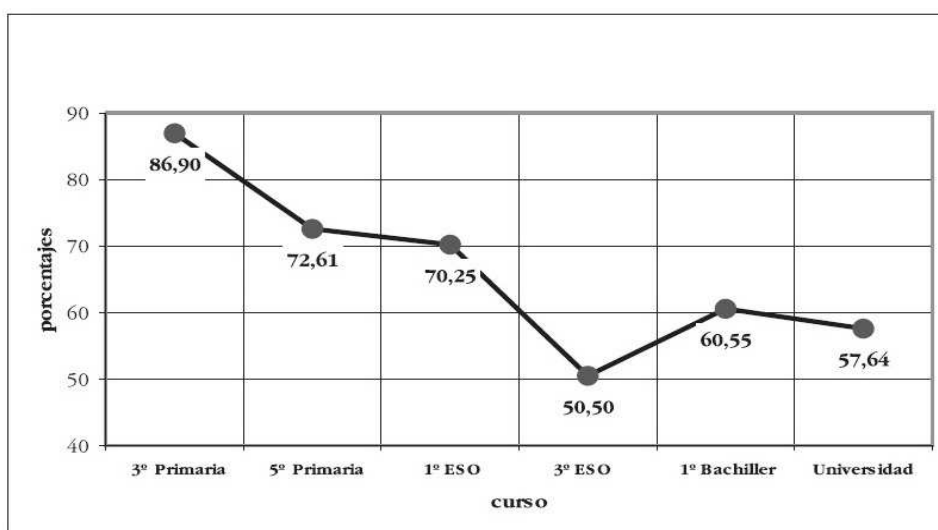
Así, la dificultad intrínseca y el carácter acumulativo de las matemáticas y la vivencia del alumno de esas dificultades son esenciales en sus actitudes hacia ellas.

#### d) Evolución por niveles de la percepción de las matemáticas

Hidalgo, Maroto y Palacios (2004) extrajeron conclusiones interesantes sobre la influencia de diversos aspectos en el rechazo hacia las matemáticas del alumnado:

-El nivel educativo influye en el rechazo hacia las matemáticas de muchos estudiantes (Figura 4). Así, en los primeros cursos de Primaria los niveles de aceptación son muy altos, pero a partir de ahí se observa una tendencia descendente que acentúa desde la etapa de Secundaria y que presenta un punto de inflexión aproximadamente en los cursos finales de la ESO, mejorando un poco.

*Gusto por las Matemáticas*



*Figura 4. Gusto por las Matemáticas. (Hidalgo, Maroto y P., 2004, p. 82)*

Este descenso en el gusto hacia las matemáticas no suele aparecer al analizar otras materias, lo que apunta a que está más condicionado por las características intrínsecas de las matemáticas que por los niveles educativos, así como confirma la aparición tardía del rechazo hacia las matemáticas durante la escolarización.

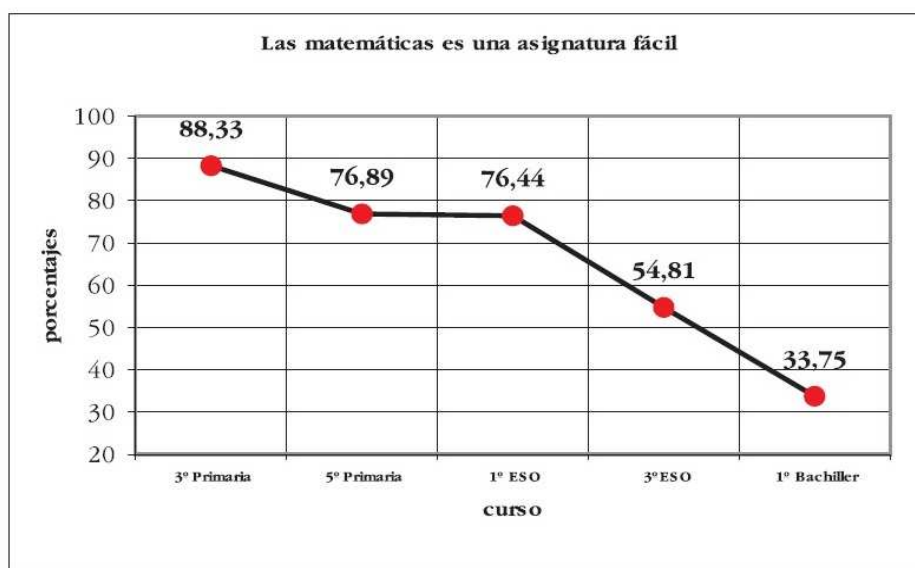
-La percepción de la capacitación también disminuye de manera progresiva al aumentar los niveles y edades del alumnado (Figura 39 de Anexos, p. 130).

El autoconcepto y la autoconfianza influyen en su gusto o el rechazo hacia las matemáticas. Así, los alumnos que se consideran hábiles haciendo cálculos mentales, en general, tienen mejores autoconceptos, hacen juicios más positivos de las matemáticas y sienten menos rechazo, el cual suele ir asociado con niveles bajos de autoestima y autoconcepto en relación con las competencias matemáticas.

-La percepción de dificultad de las matemáticas también tiene una influencia clara sobre el rechazo de los estudiantes hacia la disciplina (Figura 5).

Otros autores, como Gasco y Villarroel (2014), señalan (a partir de la cumplimentación de un cuestionario por más de 600 estudiantes de 2º, 3º y 4º de ESO; Tabla 3, p. 132) que la motivación aumenta sensiblemente en las escalas de unas variables de valor (importancia que dan los alumnos al aprendizaje de las matemáticas) y de autoeficacia (la eficacia que los alumnos perciben en sí mismos en matemáticas) entre el alumnado de 2º y 3º de ESO.

*Percepción de dificultad (por niveles educativos)*



*Figura 5. Percepción de dificultad por niveles educativos. (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004, p. 89)*

Para Watt (2004), el estancamiento de la motivación en 4º de ESO se debe a la creciente abstracción a la que se ven sometidas las matemáticas a partir de ese nivel y la percepción de tal circunstancia por el alumnado, influyendo en su autoeficacia.

#### e) Influencia del profesor en la motivación del estudiante

-Font (1994), Stipek (2002), Gómez (2005), Martínez (2008), Ceballos, Nuñez y Rodríguez (2012) o Ruiz de Gauna, Harcía y Sarasuna (2012), remarcan que el docente resulta esencial para motivar al alumnado hacia las matemáticas.

-Para Hidalgo, Maroto y Palacios (2004), la influencia negativa de los profesores sobre el gusto por las matemáticas aumenta con los niveles educativos (Figura 41, p. 134), y Anaya y Anaya (2010) señalan que “el elemento esencial para lograr una motivación permanente en el alumno para aprender, para desarrollar y trascender lo constituye el propio maestro (...)” (p. 14).

-En general, todos los estudios que analizan la influencia de la motivación en el aprendizaje de las matemáticas señalan al docente como un elemento clave.

f) Influencia de las estrategias de aprendizaje en la motivación

-Estudios como los de Berger y Karabenick (2011) apuntan positivamente hacia la influencia del uso de estrategias de aprendizaje por parte del alumnado en el aumento de sus niveles de motivación y autoeficacia en matemáticas.

f) Conclusiones

Los trabajos e investigaciones acerca de la interacción entre la cognición y la motivación han variado la manera de concebir los aprendizajes a lo largo de los últimos tiempos. Así, resultan fundamentales tanto la dificultad objetiva intrínseca de las matemáticas como la manera subjetiva de cada alumno para vivir y hacer frente a esa dificultad, de manera que el rechazo que sienten muchos estudiantes hacia las matemáticas suele ser consecuencia de un proceso (no se nace con él), en el cual tiene mucha influencia la evolución del autoconcepto de las competencias matemáticas por parte de los alumnos a medida que suben de nivel.

Por otro lado, el profesor constituye una parte muy importante en la percepción del alumnado hacia las matemáticas y en los rechazos que puedan surgir hacia ella, actuando como catalizadores emocionales (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004). El papel de los docentes de matemáticas como moderadores en este proceso es muy importante, y ser capaces de estimular la motivación para aprender del alumnado en sus clases constituye uno de los mayores y más importantes retos en la actualidad. Para poder conseguirlo, resulta vital trabajar en las aulas de matemáticas los aspectos emocionales y afectivos de los alumnos y fomentar su autoconfianza.

La sociedad reconoce que las matemáticas son esenciales en muchos aspectos de la vida cotidiana, y pese al rechazo hacia ellas que sienten no pocos alumnos, son percibidas en general como una disciplina muy útil y necesaria a todos los niveles. Por ello, se podrían trabajar más en Matemáticas I esos aspectos positivos de las matemáticas, haciendo hincapié en su utilidad y aplicabilidad multidisciplinar.

## **2.4.-Las TIC en el aula de matemáticas**

En este apartado se analizan brevemente las aportaciones de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (en adelante TIC) a las aulas de matemáticas. En el apartado 8.1.4 de Anexos (p. 136) se lleva a cabo un análisis más detallado.

### **2.4.1.-Sociedades de la Información y del Conocimiento**

A finales del siglo XX se abandonó la etapa post-industrial y se entró de lleno en la denominada Sociedad de la Información (en adelante SI). Cabero (2006) señalan algunas de sus características: es una sociedad globalizada; las TIC son un elemento

básico en ella; ha motivado la aparición de nuevos sectores laborales; demanda el desarrollo del espíritu crítico de las personas; su impacto alcanza a todos los ámbitos; impone cambios a gran velocidad a todos los niveles; etc.

En la actualidad, la etapa de la SI ha sido superada globalmente y se ha pasado a la Sociedad del Conocimiento (en adelante SC), en la cual ya no se trata sólo de poner a disposición de los usuarios grandes cantidades de información, sino de que estos sean capaces de convertir esa información en conocimientos. Las principales diferencias entre la SI y la SC pueden observarse en la Tabla 4 (p. 137).

En definitiva, la SC demanda en los usuarios unas actitudes y habilidades (comprender, relacionar, juzgar, crear, etc.) que van más allá de ser espectadores pasivos, lo cual genera en el ámbito educativo unas consecuencias muy importantes.

#### **2.4.2.-Las TIC como herramienta docente**

La educación siempre ha debido adaptarse al paradigma social imperante en cada momento. La evolución tecnológica, y en particular las TIC, constituyen los pilares fundamentales de la SC, que demanda sujetos activos que interaccionan y colaboran entre sí para poder transformar la información en conocimientos.

-Según Rodríguez (2009), las TIC pueden definirse como “un conjunto de técnicas, desarrollos y dispositivos avanzados que integran funcionalidades de almacenamiento, procesamiento y transmisión de datos” (párr. 1).

-Pantoja y Campoy (2001) apuntan al esencial papel del docente para ser capaz de convertir a las TIC en un recurso didáctico útil y bien integrado en las aulas, mientras que Cabero (2003) hace un listado de las posibilidades que ofrecen las TIC en el ámbito educativo: ampliación de la oferta informativa, creación de entornos flexibles para el aprendizaje, eliminación de barreras espacio-temporales entre profesores y alumnos, potenciación de los entornos interactivos, incremento de las modalidades comunicativas, favorecimiento del aprendizaje colaborativo, etc.

-Rodríguez (2009) afirma que el uso adecuado de las TIC en las aulas coloca al alumno como el protagonista principal de su propio proceso de aprendizaje, García y Romero (2009) destacan que las TIC presentan ventajas con respecto a los antiguos recursos educativos y Muñoz y González (2015) apuntan que las TIC se han ido integrando en el ámbito educativo y que hay un consenso generalizado en reconocer su enorme potencial e influencia para la mejora de la enseñanza a todos los niveles.

-En cuanto a los factores que dificultan el uso adecuado de las TIC en las aulas, Fernández, Hinojo y Aznar (2002) señalan la falta de recursos en los centros, la

limitada formación del profesorado, actitudes de desconfianza y temor por parte de algunos docentes o la falta de tiempo del docente para producir materiales propios; y Rodríguez (2009) señala algunos inconvenientes que pueden acarrear las TIC si no están bien integradas en el aula: distracción, pérdida de tiempo (por búsqueda de información, puesta en marcha, calibración, etc.), poca fiabilidad y parcialidad de mucha de la información disponible en Internet, aislamiento del estudiante, etc.

En resumen, las TIC son recursos que, bien integrados e implementados en la dinámica del aula, pueden aportar muchísimas ventajas y que, como señala Rodríguez (2009), ayudan cada día más en los procesos de enseñanza y aprendizaje, proporcionando al docente una prácticamente inagotable cantidad de posibilidades para que el alumno consiga sus objetivos de una manera más sencilla y divertida.

#### **2.4.3.-Las TIC y las matemáticas**

Las TIC han irrumpido con fuerza en los últimos tiempos en la docencia, proporcionando múltiples posibilidades al profesorado para favorecer el aprendizaje del alumnado, y las asignaturas de matemáticas no son una excepción.

##### **a) Recursos TIC en matemáticas**

Los recursos TIC disponibles en la actualidad que pueden implementarse en las clases de matemáticas para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje son innumerables, destacando algunos de los siguientes: Pizarras Digitales Interactivas, proyectores multimedia, ordenadores, móviles, tabletas, cámaras digitales, soportes de almacenamiento (imagen, video y audio), software y aplicaciones específicas (GeoGebra, wxMaxima, Wiris, Desmos, MathPapa, KhanAcademy, Dmaths, Math TV, SketchUp...), programas y aplicaciones de software genéricos (Microsoft Office/Apache OpenOffice, Youtube, Moodle, Idoceo, Google Classroom...), videojuegos, buscadores educativos (Agrega), bases de datos, sitios “Wiki” (como Wikispaces), blogs, redes sociales (Facebook, Twitter, WhatsApp...), Webquest, etc.

##### **b) Estudios y trabajos que aconsejan el uso de las TIC en matemáticas**

Se han llevado a cabo numerosos estudios que destacan las ventajas del uso de las TIC en las clases de matemáticas de todos los niveles. En el apartado 8.1.4d de Anexos (p. 140) se analizan siete trabajos que destacan estas potencialidades.

Destaca el estudio de García y Romero (2009), realizado en un centro TIC de Secundaria en el que se analizaron estudiantes de ESO y de 1º Bachillerato y que concluyó con resultados muy positivos: el uso de las TIC contribuyó a mejorar las actitudes y el aprendizaje de un gran porcentaje de los alumnos participantes.

## 2.5.-La PDI y su aplicación en Matemáticas I

### 2.5.1.- ¿Qué es la PDI?

La Pizarra Digital Interactiva (Figura 6) es sin duda uno de los recursos TIC más importantes y más extendidos en el ámbito educativo, habiéndose convertido en la principal protagonista dentro del aula en los últimos años por su gran capacidad de comunicar ideas y su efectividad docente (Gómez, 2012).



Figura 6. Pizarra digital interactiva. (Arrufat, Gámiz, 2011, p. 5)

-Marquès (2008a, párr. 3) da una definición que parece ser la más aceptada:

“Sistema tecnológico, generalmente integrado por un ordenador, un videoprojector y un dispositivo de control de puntero, que permite proyectar en una superficie interactiva contenidos digitales en un formato idóneo para visualización en grupo. Se puede interactuar directamente sobre la superficie de proyección permitiendo escribir directamente sobre ella y controlar los programas informáticos con un puntero (a veces incluso con los dedos)”.

-Por su parte, Rodríguez (2014) pone el acento en las posibilidades que ofrece la PDI a nivel de utilización de diferentes recursos TIC, definiéndola como “un sistema tecnológico (...) con el que se pueden combinar los usos de las pantallas tradicionales con los recursos que nos proporcionan las TIC” (p. 247).

En definitiva, la PDI es una herramienta tecnológica que combina las funcionalidades de las pizarras tradicionales con los múltiples recursos multimedia que proporcionan las TIC y con la interactividad entre profesor y alumnado.

### 2.5.2.-Tipos de PDI

#### a) Diferencias entre Pizarra Digital y Pizarra Digital Interactiva

No todas las pizarras digitales son interactivas, radicando la principal diferencia (González y Durán, 2015; Marquès, 2008a) en que la PDI añade un dispositivo de

control de puntero o táctil que permite interactuar y escribir directamente sobre la superficie de proyección y controlar el ordenador con el puntero o con los dedos. En el apartado 8.1.5a de Anexos (página 144) se profundiza sobre estas diferencias.

b) Tipos de PDI según la tecnología interactiva

Según Dulac (2011), se distinguen dos tipos de PDI atendiendo a la tecnología interactiva que usan: Táctiles, que funcionan con los dedos de la mano (pueden ser resistivas, con microcámaras en los bordes o con pantallas con tecnología “apta”); o de Puntero, que precisan de un puntero que también utiliza varias tecnologías (pueden ser electromagnéticas, de micro-cámara o de infrarrojos y ultrasonidos).

En el apartado 8.1.5b de Anexos (página 146) se profundiza en la tecnología y se ofrece (Fig. 44, p. 147) otra clasificación aportada por Velasco y Romero (2012).

c) Tipos de PDI según su tamaño y manejabilidad

Según Dulac (2011), se distinguen dos tipos: Portátiles (de menor tamaño y que pueden ser transportadas con mayor facilidad, por ejemplo de un aula a otra) o Fijas (con un tamaño superior a 60” y que deben colocarse fijas en la pared o bien en un soporte con ruedas, siendo 80” el tamaño ideal para el uso en el aula).

d) Tipos de PDI según la conexión con el ordenador

Según Dulac (2011), se distinguen dos clases: Inalámbricas (utilizan tecnología Wi-fi sin cables para conectar la pizarra con el ordenador) o con Cable (requieren de un cable para conectar la pizarra con el ordenador, normalmente por puerto USB).

e) Tipos de PDI según el software que utilizan

Según Dulac (2011), se distinguen dos tipos: de Tipo PowerPoint o Impress (utilizan aplicaciones de presentaciones multimedia con una interfaz similar a las de estos programas de software, con el añadido de una mayor interactividad de objetos) o de Otros tipos de Software (han desarrollado una interfaz diferente).

f) Tipos de PDI según el tipo de iluminación de la pantalla

Según Dulac (2011), se distinguen dos tipos: de Proyector frontal (usan un proyector para enviar la imagen, como los actuales modelos de distancia ultracorta que se instalan muy cerca de la pizarra) o Retroiluminadas (la propia pantalla emite la luminosidad y no necesitan un proyector externo, son mucho más caras).

### **2.5.3.-Aplicaciones y funcionalidades de la PDI en el aula**

#### **a) Multifuncionalidad de la PDI en el aula**

La PDI es uno de los recursos TIC más importantes en educación, sobre todo por la gran cantidad de aplicaciones y posibilidades que ofrece a los docentes.

Según Fernández, Hervás y Baena (2012), algunos autores consideran a la PDI como “un recurso tecnológico en su totalidad”, ya que en ella se integran múltiples recursos y aplicaciones de las TIC: imágenes, videos, textos, Internet, sonido, etc.

En el apartado 8.1.5c de Anexos (página 147) se señalan las opiniones de otros muchos autores que ponen de manifiesto la gran multifuncional de la PDI en el aula.

#### **b) Principales ventajas y aplicaciones de la PDI en el aula**

Según autores como Marquès (2008a), Gallego, Cacheiro y Dulac (2009), Fernández, Hervás y Baena (2012), Ortiz (2012), Toledo y Sánchez (2013), Coscollola y Marquès (2013) o González y Durán (2015), las PDI proporcionan múltiples posibilidades a los profesores para mejorar su desempeño docente.

En el apartado 8.1.5d de Anexos (página 148) se hace un listado exhaustivo de las ventajas y potencialidades de la PDI en las aulas según los anteriores y otros autores, destacándose aspectos como el fomento de la motivación, la participación y la atención del alumnado, el favorecimiento de la interacción entre profesorado y alumnado, la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, el mayor acercamiento a los alumnos con NEE, el fomento de la flexibilidad y de la creatividad, el favorecimiento de la atención a la diversidad y del trabajo cooperativo, la sencillez de manejo y la limpieza, las grandes opciones de configuración, la promoción de la innovación, el fomento de la motivación y la mejora de la formación del docente, el aprovechamiento de las TIC, etc.

Asimismo, en la página 149 del apartado 8.1.5d se adjuntan algunas de las opiniones y afirmaciones plasmadas en dos estudios muy exhaustivos: Gandol, Carrillo y Prats (2012) y Coscollola y Marquès (2013), quienes reflejan multitud de afirmaciones de diferentes autores relevantes sobre todo en el ámbito anglosajón y que destacan las numerosas ventajas que aporta la PDI en el ámbito educativo.

A continuación se señalan algunas de las consideradas como más relevantes:

-Para muchos alumnos, la diversión percibida con el uso de la PDI potencia su aprendizaje, sobre todo en matemáticas y en ciencias, aumentando su compromiso y mejorando su rendimiento académico (O’Hanlon, 2007; Wall et al., 2005).

-La principal ventaja de la PDI es que resulta muy motivadora para los alumnos, ya que las lecciones son más divertidas e interesantes, mejorando así la atención y el comportamiento (Smith et al., 2005; Wall et al., 2005).

-Los alumnos que normalmente reaccionan mal ante las actividades de clase se vuelven más activos (Vincent, 2007; Wall et al., 2005; Wood y Ashfield, 2008).

-Cuando los profesores adquieren las habilidades suficientes en el uso de la PDI, pueden potenciar la interactividad y usar multitud de recursos (BECTA, 2007).

-La PDI ayuda a facilitar la atención a alumnos con necesidades educativas especiales y mejora la atención a la diversidad (BECTA, 2007; O'Hanlon, 2007).

-La PDI incrementa la interactividad entre profesores y alumnos, y aumenta el compromiso, la motivación y el disfrute del alumnado (Hall y Higgins, 2005, p. 103).

#### c) Principales inconvenientes de la PDI en el aula

Obviamente, no todo son ventajas en el uso de las PDI en la docencia. Para autores como Marquès (2008a y 2008b), Dulac (2011), Ortiz (2012), Toledo y Sánchez (2013), Coscollola y Marqués (2013) o González y Durán (2015), los principales inconvenientes y problemas asociados al uso de las PDI en las aulas son:

-Desconocimiento de muchos docentes de su uso y manejo adecuado, que requiere mucho tiempo de formación, sobre todo, para aprovechar sus posibilidades.

-Problemas técnicos diversos que dificultan su manejo: calibración, problemas con Internet, sombras molestas, problemas de software, falta de soporte técnico, etc.

-Coste por lo general elevado tanto de adquisición como de mantenimiento.

-Casos puntuales en los que el alumnado no puede ver la proyección completa y cierta lentitud y dificultad en algunos casos en la escritura con el puntero.

-Falta de habilidades para resolver las problemáticas que pueden presentarse al utilizar la PDI que manifiesta tener una pequeña minoría del profesorado.

-Si se trabaja en la modalidad de PDI portátil, pérdida de tiempo para montar, desmontar, conectar el sistema y calibrarlo, reduciendo el tiempo de las clases.

-Precisan de una conexión a Internet rápida y fiable para poder aprovechar al máximo sus posibilidades y requieren que el centro cuente con unas infraestructuras adecuadas, así como necesitan el compromiso y apoyo tanto por parte equipo directivo del centro como de las Administraciones Educativas.

-Escepticismo y poca confianza que existe aún entre muchos docentes y voluntad de adaptación y de desarrollo profesional y formativo que requieren del profesorado, que necesitará una formación adecuada tanto inicial como permanente.

-La utilización de varios tipos de software puede dificultar su utilización, así como el trabajo colaborativo y las posibilidades de compartir recursos, y la motivación inicial asociada a su uso puede ir disminuyendo con el tiempo.

#### **2.5.4.-Influencia de la PDI en la motivación del alumnado**

Como una de las partes centrales de este trabajo, se trata de buscar evidencias de que la PDI resulta un recurso motivador para el alumnado, de modo que su uso en las aulas de Matemáticas I de 1º de Bachillerato quede justificado.

En el apartado anterior se han plasmado las principales ventajas y aplicaciones que muchos autores relevantes señalan sobre el uso adecuado de la PDI en las aulas, la mayoría de los cuales confirman que una de las ventajas fundamentales es que la PDI puede aumentar considerablemente el interés y la motivación del alumnado.

En el apartado 8.1.5e de Anexos (página 151) se lleva a cabo un exhaustivo análisis acerca de las opiniones que se han considerado más importantes para relacionar directamente el uso de la PDI en el aula y la mejora de la motivación. A continuación se resumen algunas de las afirmaciones y opiniones más relevantes.

##### **a) Influencia de la PDI en la motivación a nivel general**

-Marquès y Casals (2003) apuntan que los docentes valoran que con la PDI, “los estudiantes, en general, están más atentos, motivados e interesados” (p. 6); Pradas (2005) señala como una de las características más destacables de la PDI que “aumenta la motivación, cuestión muy clara para los alumnos...” (p. 16); Armstrong et al. (2005) concluyeron que el papel del docente, y sobre todo su formación, resultan vitales para poder aprovechar las potencialidades de la PDI; y Gallego y Dulac (2006) obtuvieron unos resultados muy concluyentes sobre la influencia positiva de la PDI en la motivación de alumnos y profesores (Figura 7).

-Dulac (2006) refleja la influencia en la motivación de la PDI tanto gráficamente (Figura 45, p. 152), como afirmando: “La mayor motivación de profesores y alumnos usuarios de la Pizarra Digital lleva consigo una mejora de la autoestima y una participación más activa en la dinámica de la clase” (p. 21).



Figura 7. Valoración de la motivación de los alumnos de 0 a 10. (Gallego y Dulac, 2006, p. 25)

-Red.es (MITYC, 2006) apunta que “la enseñanza con el uso de la pizarra [digital interactiva] supone para el alumno un aumento de la motivación...” (p. 25); García, Sordo e England (2008) señalan como uno de los grandes beneficios que aporta el uso de la PDI en el aula que “aumenta la motivación” (p. 199); Gallego, Cacheiro y Dulac (2009) también reflejan gráficamente la gran vinculación entre la PDI y el aumento en la motivación (Figuras 46 y 47 de Anexos, página 154); Morgan (2010) afirma que la PDI motiva e involucra más a los estudiantes.

-Para Fernández, Hervás y Baena (2012): “...el uso de la PDI mejora los aspectos organizativos, (...) favoreciendo la atención y motivación del alumnado...” (p. 19). Estos mismos autores obtuvieron unos resultados muy concluyentes en su estudio de investigación (Figuras 48 y 49 de Anexos, página 156): el 82,6% de los estudiantes consideró que la PDI mejora su motivación y el 90% manifestaron estar, en general, más motivados con la PDI; y entre los profesores, el 91,6% consideró que con la PDI se favorecen los procesos de motivación a todos los niveles.

-Gandol, Carrillo y Prats (2012) no extraen conclusiones tan rotundas afirmando que, si bien el alumnado suele responder a la PDI, no existe consenso acerca de “si esta motivación es inherente a la propia novedad, a esta tecnología, a la afinidad del alumnado por tecnología en general o bien a las dinámicas de enseñanza-aprendizaje que el profesor es capaz de desarrollar con ella...” (p. 181).

-Toledo y Sánchez (2013) afirman que la PDI “permite una progresiva innovación (...), una mejora en la motivación y atención de los estudiantes...” (p. 23).

-Y Coscollola y Marquès (2013) señalan que más del 80% del profesorado que encuestaron manifestó que el uso de la PDI “potencia la motivación y la atención del alumnado...” (p. 102), mientras que un 63% de los profesores consideró (acerca de la influencia de la PDI sobre ellos mismos) que “el desarrollo de actividades con la PDI aumenta su motivación, su satisfacción y su autoestima profesional” (p. 102).

#### b) Influencia de la PDI en la motivación en las matemáticas

-Miller, Glover y Averis (2004) señalan que la PDI proporciona grandes beneficios para motivar a los alumnos de todas las edades, haciendo hincapié en la importancia de la actitud y la calidad del profesorado para poder producir mejoras; Gómez (2005) señala que el aprovechamiento de las potencialidades de la tecnología le permitirá al profesor “...construir una nueva visión del contenido matemático, del proceso de enseñanza y aprendizaje y del papel que cada uno de ellos puede jugar en la construcción del conocimiento” (p. 372); Noda (2009) afirma que “el uso de las PDI es cómodo, útil y eficaz. Se pueden realizar actividades de mayor potencialidad didáctica y lograr una mayor motivación y participación del alumnado” (p. 126); y Farias y Pérez (2010) señalan el potencial motivador de la PDI en matemáticas, pero remarcando la importancia del docente: “Para motivar, el profesor debe mantener un estado de comunicación con el alumnado...” (p. 39).

-Además, en el apartado 8.1.4d (p. 140) se hizo referencia a la influencia del uso de las TIC en matemáticas, destacando los trabajos de García y Romero (2009) y Gómez-Chacón (2010) y las conclusiones positivas extraídas a nivel general.

#### **2.5.5.- Influencia de la PDI en el aprendizaje del alumnado**

Si bien no es un objetivo de este trabajo hacer un estado de la cuestión exhaustivo acerca de la vinculación directa entre el aumento en la motivación del alumnado, gracias al uso de la PDI, y la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje, no cabe duda de que cualquier resultado que confirme esa vinculación positiva será de vital importancia en cuanto a la utilidad de este recurso tecnológico en la docencia. En el apartado 8.1.5g de Anexos (p. 159) se lleva a cabo un análisis detallado de las opiniones que se han considerado más relevantes para relacionar directamente el uso de la PDI en el aula con la mejora del aprendizaje.

Las conclusiones de los estudios de tipo general llevados a cabo, entre otros, por Gallego y Dulac (2006), Dulac (2006), Farias y Pérez (2010), Liang, Huang y Tsai (2011), Fernández, Hervás y Baena (2012) y Coscollola y Marqués (2013), así como de las investigaciones más específicas relacionadas con las matemáticas de autores como Miller, Glover y Averis (2004), García y Romero (2009) o Hernández y

Medina (2012), apuntan a que el uso adecuado de la PDI puede contribuir a mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumnado, tanto a nivel global como en las matemáticas, y señalan el papel vital del docente para que se pueda tener éxito.

### **2.5.6.-Conclusiones**

A la vista de la ingente cantidad de estudios e investigaciones de diferentes expertos y de sus conclusiones en general muy positivas acerca de la influencia motivadora del uso de la PDI en las aulas en general y en las de matemáticas en particular, se concluye que la PDI es un recurso didáctico que, bien utilizado, puede aumentar el interés y la motivación del alumnado, así como motivar al docente. Además, ese aumento en la motivación y el nivel de atención del estudiante lo lleva a mejorar su aprendizaje, pues la PDI le ayuda a interaccionar, manipular y construir por sí mismo el aprendizaje y que este pueda ser por tanto significativo.

No obstante, también ha quedado de manifiesto que no basta con encender la PDI para conseguir, como por arte de magia, que los alumnos mejoren a nivel motivacional y aprendan más y mejor, sino que para ello es fundamental en todo momento el papel del profesor, ya que como señala Ortiz (2012), la PDI no garantiza una enseñanza innovadora de mayor calidad si no se utiliza de manera adecuada. Y no es tarea sencilla, pues como afirma Theobald (2006), uno de los más importantes retos para los docentes del siglo XXI es ser capaces de crear en las aulas ambientes que puedan estimular la motivación y el interés para aprender de los alumnos.

Por ello, el docente deberá tener una actitud favorable e implicarse activamente en todo momento, ser capaz de organizar de manera adecuada tanto los contenidos y actividades como la secuenciación y estructuración de las sesiones, e impartirlos de una forma que logre captar la atención de los alumnos y engancharles a las clases.

En resumen, la PDI puede mejorar la motivación y los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumnado, tanto en general como en las asignaturas de matemáticas, pero para poder lograrlo resulta vital el papel del profesor a todos los niveles.

### **3.-ESTUDIO DE CAMPO**

#### **3.1.-Introducción y metodología empleada**

En este apartado se desarrolla el estudio de campo llevado a cabo en el colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) entre noviembre de 2015 y marzo de 2016, para valorar la percepción de algunos alumnos y profesores del centro en cuanto a las ventajas que ofrece el uso en el aula de la PDI para mejorar el interés y motivación del alumnado, así como también los beneficios que perciben en su aprendizaje y sus resultados académicos o la afinidad de los alumnos y alumnas por las asignaturas y los contenidos matemáticos. El estudio se centra en el alumnado de los dos grupos de Matemáticas I del centro y en varios profesores del nivel de 1º de Bachillerato, y se enfoca hacia los aspectos motivadores de la PDI.

La metodología empleada consistirá en la realización de observaciones en clase, de entrevistas y cuestionarios a todos o algunos (según el caso) de los participantes en el estudio, y en su posterior análisis cualitativo y, en su caso, cuantitativo. Además, se tratará de corroborar la hipótesis de investigación planteada al principio del presente documento (apartado 1.3.2, p. 10), y que era la siguiente:

*Más del 75% de los alumnos de los dos grupos de 1º de Bachillerato de Ciencias del Colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) consideran que la PDI es un recurso didáctico que haría las clases de Matemáticas I más interesantes y participativas, les motivaría más y facilitaría su aprendizaje de los contenidos.*

Se ha pretendido preservar la intimidad de todos los participantes en este estudio, por lo que se expondrán y analizarán los resultados de manera anónima.

#### **3.2.-Instrumentos empleados y resultados**

Los instrumentos empleados para desarrollar el estudio de campo han sido tres:

-Observaciones: realizadas entre noviembre de 2015 y febrero de 2016 durante la estancia en el centro como docente de prácticas del autor del presente documento.

-Entrevistas: de carácter semiabierto y llevadas a cabo en febrero de 2016 a cuatro profesores del centro, de forma que se alternó la charla informal con la anotación de respuestas a una serie de preguntas preestablecidas.

-Cuestionarios: constituyen la parte más importante del trabajo y de la cual se extrajeron las principales conclusiones. Se plantearon tanto al alumnado de los dos grupos (A y B) de Matemáticas I de 1º de Bachillerato del centro, como a seis

profesores de ese nivel. Se enviaron a los destinatarios y se recogieron cumplimentados durante las primeras dos semanas del mes de marzo de 2016.

### **3.2.1.-Observaciones en el aula**

#### **a) Contexto espacio-temporal de las observaciones**

La parte de observaciones fue desarrollada entre el 16 de noviembre de 2015 y el 4 de febrero de 2016, durante las clases de diferentes asignaturas y niveles pertenecientes al período de prácticas del Máster al que pertenece este TFM.

#### **b) Características de las observaciones**

Se tomaron diariamente anotaciones acerca de diferentes aspectos de la realidad docente y del desarrollo de las clases, y entre ellos, los relacionados con el uso de la PDI. Si bien se muchas de las clases se desarrollaron en aulas que no disponen de PDI y que no pertenecen al nivel de 1º de Bachillerato de Ciencias, a partir de la observación y la toma de notas en ellas y de su contraste con las aulas con PDI, se han sacado algunas de las conclusiones que se expondrán más adelante.

#### **c) Conclusiones principales extraídas a partir de las observaciones**

Las principales conclusiones que se extrajeron fueron las siguientes:

- Los profesores que utilizan la PDI en sus clases consiguen, en líneas generales, crear ambientes y clases más dinámicas, participativas y atractivas.

- Los alumnos se mostraron en general más atentos, interesados y motivados en las clases y materias en las que los profesores utilizan habitualmente la PDI.

- No todos los docentes que usan la PDI poseen el mismo dominio de sus posibilidades y potencialidades: la mayoría mostraron un dominio medio muy aceptable, varios además poseen un manejo excelente y son capaces de sacar partido a muchas de sus aplicaciones, mientras que una minoría presentaba carencias en diferentes aspectos (rapidez de uso, calibración y ajustes, manejo de software, etc.).

- El tiempo que emplearon la PDI durante sus horas de clase los diferentes docentes observados fue variable, de manera que muchos de ellos la usaron durante toda o casi todo el tiempo de la clase, mientras que otros la utilizaron durante un tiempo menor, y unos pocos únicamente en momentos muy puntuales.

- La PDI parece favorecer la adecuación de las explicaciones a los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje del alumnado y ayuda a los estudiantes con NEE.

-La visibilidad de las exposiciones a través de la pantalla de la PDI resulta sensiblemente mejor que la correspondiente a la pizarra tradicional de tiza.

-En algunos casos, se produjeron problemas técnicos o dificultades de ajuste puntuales (de la pantalla, del software, del puntero, etc.), así como lentitud en la escritura con el puntero sobre la pantalla, circunstancias que ralentizaron algo el ritmo de la clase, si bien no se constató ningún percance que provocara tener que dejar de dar la clase o que afectara significativamente a su normal desarrollo.

-También se observaron, en algunas aulas, problemas puntuales de sombras molestas y reflejos en la pantalla de la luz solar que dificultaban la visibilidad.

-No se observó una influencia significativa en cuanto a posibles mejoras en el comportamiento del alumnado, de manera que aquellos estudiantes (muy pocos en realidad) que solían presentar una actitud disruptiva en clases sin PDI, seguían mostrando un comportamiento similar en las asignaturas en las que se usaba la PDI.

### **3.2.2.-Entrevistas a profesores del centro**

#### **a) Contexto espacio-temporal y profesores encuestados**

Las entrevistas se desarrollaron entre el 8 y el 12 de febrero de 2016, en la sala de profesores del centro o en una sala destinada a las tutorías. Se entrevistó a cuatro profesores de diferentes niveles y materias: un profesor de Matemáticas de Bachillerato y ESO; una profesora de Matemáticas de ESO; un profesor de Física y Química de Bachillerato y ESO; y un profesor de Geografía e Historia de ESO.

#### **b) Tipos de entrevistas desarrolladas**

Las entrevistas que se realizaron fueron todas similares y del tipo semiestructurada o semiabierta, las cuales, según UNIR (2015f), son aquellas que se ajustan sólo en parte al esquema fijado y dejan la posibilidad de que la dinámica siga un desarrollo determinado según los temas que vayan surgiendo.

#### **c) Preguntas planteadas en las entrevistas**

Las preguntas que se plantearon a los docentes, y que se reflejan en el apartado 8.2.1 de Anexos (p. 165), fueron elaboradas por el autor del presente documento, si bien se basaron en algunas de las ideas propuestas por Gallego, Cacheiro y Dulac (2009) y González y Durán (2015). Fueron formuladas y contestadas de una manera relativamente informal y abierta, si bien se hicieron anotaciones exhaustivas.

#### **d) Respuestas de los docentes entrevistados a las preguntas planteadas**

Las respuestas de los docentes entrevistados a las preguntas se adjuntan en el apartado 8.2.1 de Anexos (p. 166), así como una breve presentación introductoria de cada profesor. No se ha llevado a cabo una transcripción literal de las respuestas, aunque sí se han reflejado con bastante aproximación, a partir de las notas tomadas.

e) Conclusiones

A partir de las respuestas se pueden extraer unas conclusiones generales:

-La PDI es considerada como un recurso didáctico muy útil e interesante en el aula, destacándose sus cualidades en cuanto a flexibilidad, interactividad, posibilidades metodológicas, fomento de la motivación y la participación, sencillez de manejo, atención a la diversidad, limpieza, ayuda a alumnos con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (en adelante NEAE), mejora del aprendizaje, etc.

-En cuanto a las limitaciones o desventajas más señaladas, destacan los problemas técnicos que puntualmente pueden suceder (calibración, problemas de software, caídas de fluidez y velocidad de conexión, etc.), el elevado coste, las sombras y reflejos molestos que pueden afectar a la visibilidad, o que es preciso tener ciertos conocimientos de informática para poder aprovechar sus posibilidades.

-La formación recibida por los docentes acerca del manejo de la PDI suele ser a través de la propia experimentación (autodidacta) o la ayuda de otros compañeros.

-Los docentes suelen valorar positivamente las ventajas de la PDI hacia la mejora del interés, la motivación y el aprendizaje del alumnado, aunque en el caso del primer entrevistado se plantean más reservas, sobre todo en Matemáticas I y II, y en general es más unánime la percepción de la influencia de la PDI en el fomento de la motivación y la participación que en los aprendizajes o el rendimiento.

-Casi todos los docentes entrevistados coincidieron en recomendar el uso de la PDI, pero en las asignaturas de matemáticas de los cursos superiores se plantearon algunas dudas, relacionadas sobre todo con el hecho de que en los cursos superiores de la ESO, y sobre todo, en 1º y 2º de Bachillerato, las asignaturas de matemáticas (Matemáticas I y II) demandan importantes exigencias al alumnado a nivel tanto de realización constante de ejercicios y problemas (de forma manual para coger soltura), como de obtención de resultados académicos.

-La conclusión global es muy positiva en cuanto a la percepción media de los cuatro docentes entrevistados acerca de la utilidad de la PDI en el ámbito educativo, sobre todo en lo que se refiere a los aspectos de fomento de la motivación y participación del alumnado, así como a la mejor atención a la diversidad y al

alumnado con NEAP. Y en relación con la asignatura de Matemáticas I, las conclusiones también son buenas en general, aunque aparecen algunas dudas.

### **3.2.3.-Cuestionarios a estudiantes y profesores**

Se considera que esta es la parte más importante del estudio de campo, ya que permitirá obtener datos contrastables más allá de la interpretación subjetiva de la información anteriormente analizada. Así, en este apartado, por ejemplo, se tratará de comprobar la veracidad o falsedad de la hipótesis de investigación planteada.

No obstante, y como ya se indicó al inicio del presente trabajo, la metodología de este estudio de campo es fundamentalmente cualitativa e interpretativa.

#### **a) Contexto espacio-temporal y alumnado y profesorado implicado**

Los cuestionarios se elaboraron, entregaron, cumplieron y recibieron entre el 1 y el 11 de marzo de 2016, implicando al alumnado de los dos grupos (A y B) de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias, así como a seis profesores del nivel de 1º de Bachillerato que imparten las asignaturas de Matemáticas I, Lengua Castellana y Literatura I, Filosofía, Primera Lengua Extranjera I, Física y Química y Biología y Geología. En el grupo A participaron 27 estudiantes de los 29 que hay en total; y en el caso del grupo B, participaron 35 estudiantes de los 38 matriculados.

#### **b) Tipos de cuestionarios y fuentes empleadas para su elaboración**

Se trataba de diseñar instrumentos válidos que permitiesen evaluar algunos aspectos relacionados con el uso de la PDI en las aulas y con las matemáticas en general y las Matemáticas I en particular. Se elaboraron tres tipos de cuestionarios (1, 2 y 3), que pueden consultarse en el apartado 8.2.2 de Anexos (p. 179).

Para la elaboración de los tres cuestionarios se tuvieron en cuenta las ideas y contenidos de trabajos como los de Gallego y Dulac (2005), Toledo y Sánchez (2012), Fernández, Hervás y Baena (2012) o el apartado 4 del Estudio PISA 2012.

#### **c) Resultados de los cuestionarios y conclusiones**

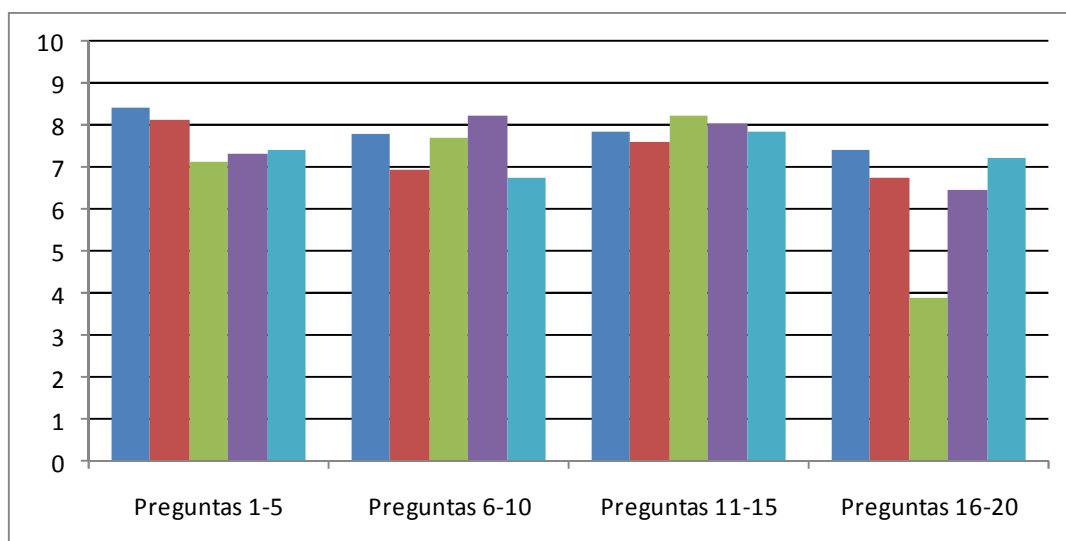
Los resultados de las respuestas a los tres cuestionarios (respuestas promedio entre todos los estudiantes en el caso de los dos primeros; respuestas individuales de cada profesor y promedio de todos, en el caso del Cuestionario N° 3), se han adjuntado en el apartado 8.2.3 de Anexos (p. 190) del presente documento.

En todos los casos, se han reflejado aquellas preguntas que ofrecían cuatro posibles respuestas para contestar (todas salvo las dos primeras del Cuestionario N°3), las cuales se han graduado de la siguiente manera: la opción “Muy de

acuerdo”, 4 puntos; “De acuerdo”, 3 puntos; “En desacuerdo”, 2 puntos; y “Muy en desacuerdo”, 1 punto. Los resultados se han ponderado multiplicándolos por 2,5 para poder reflejarlos en escalas de 0 a 10, que se consideran más intuitivas.

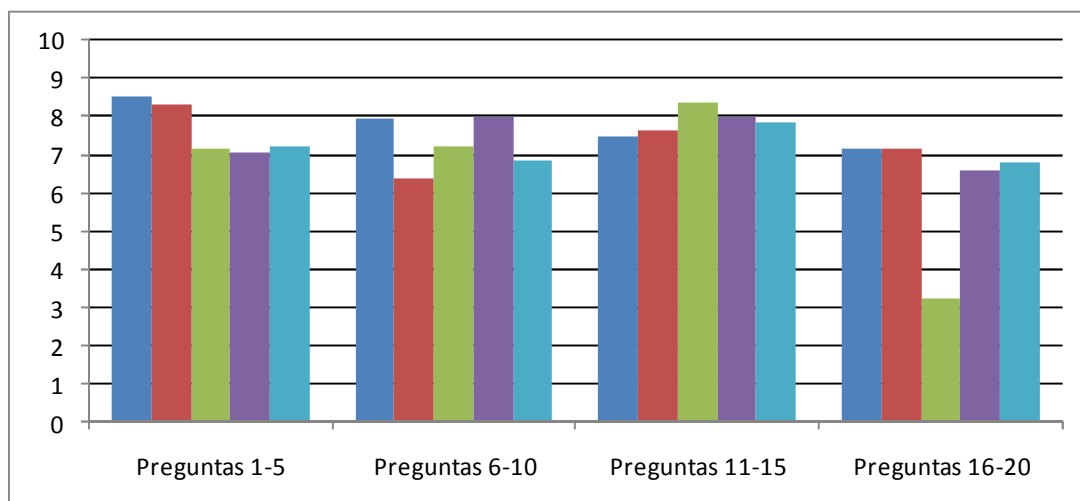
A continuación se muestran los resultados representados gráficamente en diagramas de barras y se comentan algunas conclusiones que se han extraído:

### **Cuestionario 1 Grupo A**



*Figura 8. Resultados Cuestionario 1-GRUPO A. (Elaboración propia)*

### **Cuestionario 1 Grupo B**



*Figura 9. Resultados Cuestionario 1-GRUPO B. (Elaboración propia)*

Este Cuestionario N°1 (Figuras 9 y 10 anteriores) trataba sobre preguntas al alumnado relacionadas con las ventajas y potencialidades que ofrece la PDI en las aulas en general (p. 180). Se adjuntan gráficos más detallados en el apartado 8.2.3 (Figs. 57-60; p. 197-198). Las conclusiones más destacables son las siguientes:

-Se observa que, en general, las respuestas son muy positivas y bastante similares entre ambos grupos, con ligeras diferencias que se alternan entre ellos.

-Los estudiantes destacan mayoritariamente que les gusta que se use la PDI en el aula (pregunta 1: 8,43 el Grupo A; 8,5 el Grupo B) y que prefieren las clases en las que se utiliza (p. 2: 8,15; 8,29), y también hay una consideración muy alta en cuanto a la percepción de que la PDI facilita la comprensión de lo que se explica en clase (p. 11: 7,87; 7,5), a que los dibujos, esquemas, etc. facilitan la comprensión (p. 15: 7,87; 7,86) o a que la PDI permite a los profesores enseñar mejor (p. 5: 7,41; 7,21).

-No hay una consideración tan alta en cuanto a percibir que con la PDI los profesores organicen mejor sus clases, si bien es positiva también (p. 19: 6,48; 6,57).

-El alumnado considera que la PDI es sencilla de utilizar (p. 3: 7,13; 7,14) y manifiesta manejarse bien con ella (p. 4: 7,31; 7,07), si bien no lo tiene tan claro en cuanto al gusto por participar en clase cuando el docente la usa (p. 7: 6,94; 6,35); la percepción del alumnado de ambos grupos en cuanto a que la PDI mejore el comportamiento y la actitud es en general positiva (p. 10: 6,76; 6,86).

-Destacan las puntuaciones muy altas en cuanto a la mayor motivación e interés hacia las clases en las que se usa la PDI (p. 13: 8,24; 8,36), en la predisposición a mostrar más interés hacia ellas (p. 9: 8,24; 8) y en la percepción de que los docentes van muy rápido cuando la usan (p. 14: 8,06; 8); y las muy bajas que demuestran que se perciben muchas diferencias entre la PDI y la pizarra de tiza (p. 18: 3,89; 3,21).

-Los alumnos señalan que a veces se generan sombras y reflejos que dificultan la visibilidad (p. 16: 7,41; 7,14), y que los problemas técnicos (instalación, calibrado, etc.) quitan mucho tiempo, percepción más acusada en el grupo B (p. 17: 6,76; 7,14).

### **Cuestionario 2 Grupo A**

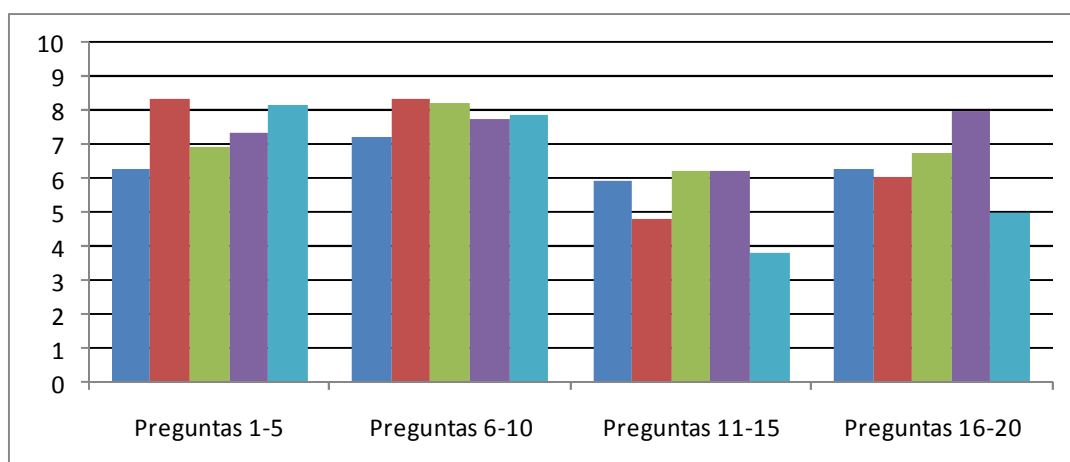


Figura 10. Resultados 1 Cuestionario 2-GRUPO A. (Elaboración propia)

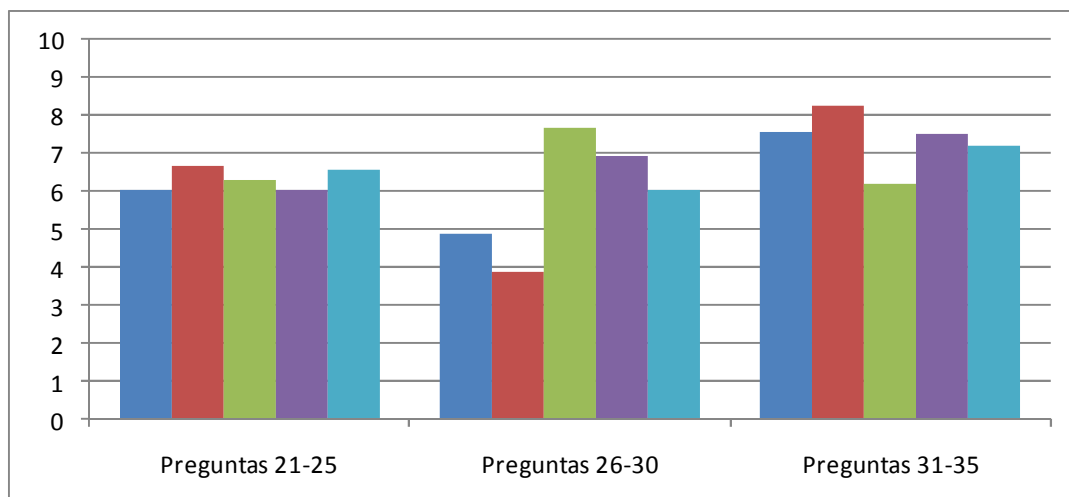


Figura 11. Resultados 2 Cuestionario 2-GRUPO A. (Elaboración propia)

### **Cuestionario 2 Grupo B**

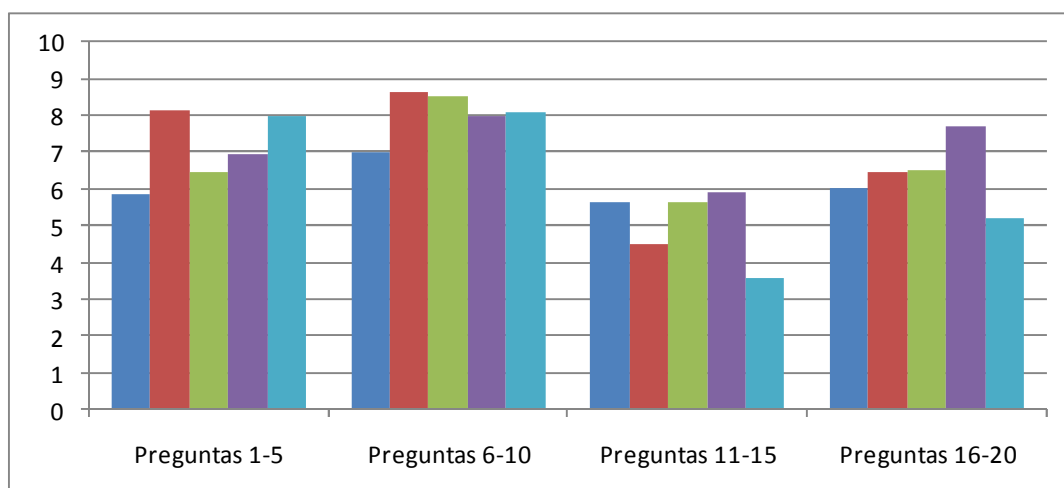


Figura 12. Resultados 1 Cuestionario 2-GRUPO B. (Elaboración propia)

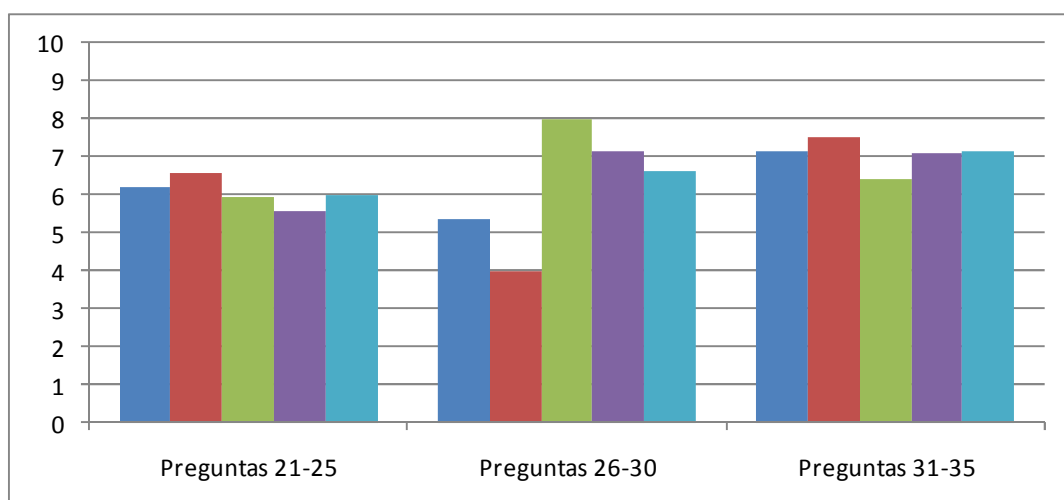


Figura 13. Resultados 2 Cuestionario 2-GRUPO B. (Elaboración propia)

El Cuestionario N°2 (apartado 8.2.2, p. 182) constaba de dos bloques de preguntas al alumnado: las 10 primeras estaban relacionadas con la asignatura de Matemáticas I, la metodología del profesor y la PDI y las 25 restantes tenían que ver con las matemáticas en general (motivación intrínseca y extrínseca, ansiedad, autoconcepto, estrategias de aprendizaje y perseverancia en el estudio). Del análisis de las respuestas promedio de los estudiantes participantes de ambos grupos A y B (27 y 35, respectivamente) para las 35 preguntas, cuyos resultados se exponen en las Figuras 10, 11, 12 y 13 anteriores, se extraen las siguientes conclusiones:

-Los resultados, aunque similares, son sensiblemente más positivos en el alumnado del grupo A que en el del B, en especial con todo lo que tiene que ver con las matemáticas, y exceptuando las preguntas relacionadas con la utilización de la PDI, que resultan muy similares o incluso ligeramente más favorables en el grupo B.

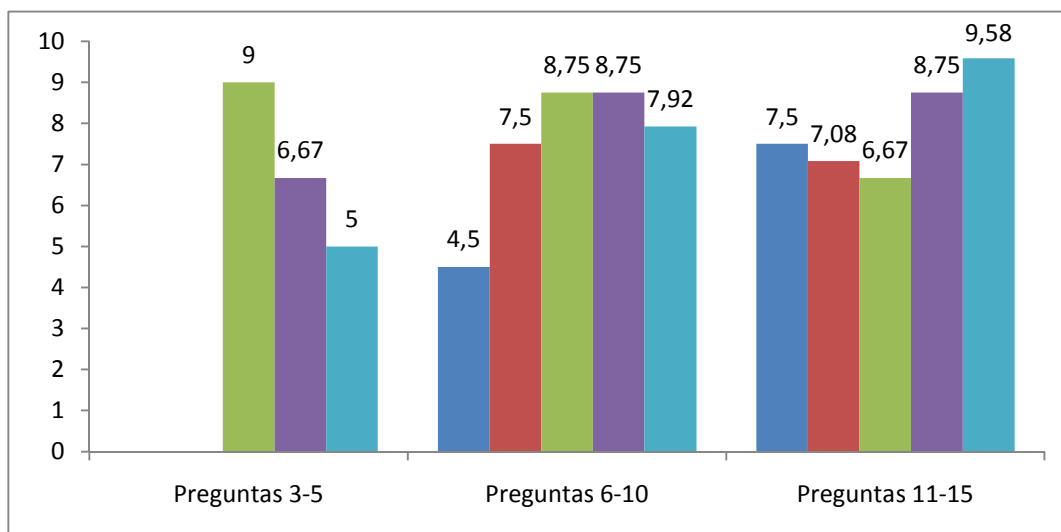
-En cuanto a la asignatura de Matemáticas I, se valoran muy bien en los dos grupos tanto la metodología y la forma de dar las clases como, especialmente, al profesor (pregunta 2: 8,33; 8,14). Las matemáticas en general no son excesivamente bien valoradas (p. 1: 6,30; 5,86), pero sin embargo, se trata de unos valores algo superiores a los obtenidos mediante preguntas parecidas a los alumnos españoles de PISA 2012, como puede comprobarse en el apartado 8.1.1 (págs. 98-104).

-En relación con las Matemáticas I y el uso de la PDI en la asignatura, las respuestas son en ambos casos muy favorables. Destaca tanto que se considera la tan útil en Matemáticas I como en cualquier asignatura (p. 6: 7,22; 7) como, sobre todo, que si se utilizara la PDI las clases serían más interesantes y participativas (p. 7: 8,33; 8,64), los estudiantes creen que se motivarían más (p. 8: 8,24; 8,5), que se favorecería su aprendizaje de los contenidos (p. 9: 7,78; 8), y que conjuntamente, la utilización de la PDI en las clases de Matemáticas I mejoraría su motivación, su interés, su participación y su aprendizaje de los contenidos (p. 10: 7,87; 8,07).

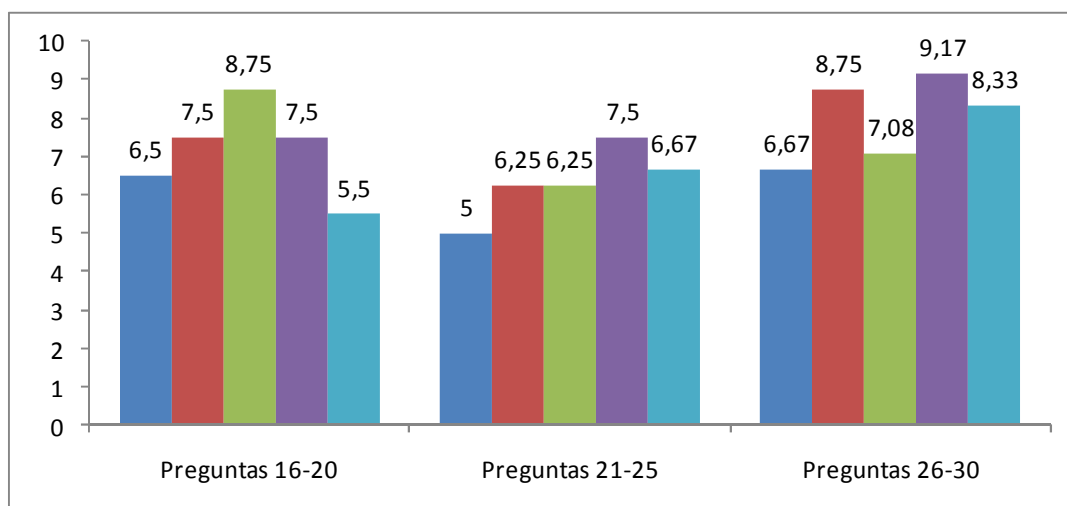
-Por lo que respecta a las preguntas 11 a 35 y la percepción del alumnado de diferentes aspectos relacionados con las matemáticas como disciplina y su manera de afrontarla, de los resultados obtenidos se extraen las siguientes conclusiones:

- Las respuestas a las cuestiones relacionadas con la motivación intrínseca (11-15) reflejan que esta motivación es baja en general, destacando la pobre valoración del gusto por las matemáticas (p. 11: 5,92; 5,64), la opinión muy negativa hacia la posibilidad de que estudien matemáticas porque les guste y no sólo para aprobar (p. 12: 4,81; 4,5) y el muy bajo interés por leer libros y contenidos sobre matemáticas (p. 15: 3,8; 3,57). Llama la atención el contraste entre el deseo por

- tener clase de matemáticas en general (p. 14: 6,20; 5,93) y la sensiblemente mejor valoración que hacen en ambos grupos sobre las clases de Matemáticas I (p: 6,94; 6,43), cuando ambas calificaciones deberían ser muy parecidas. Posiblemente haya influido la buena valoración del profesor y de su metodología.
- Las respuestas a las cuestiones relacionadas con la motivación extrínseca (16-18) son algo mejores, reflejándose que si bien las matemáticas no son para el alumnado una de las materias favoritas (coincidiendo cualitativamente con los resultados PISA y PIACC, apartado 8.1.1, p. 101), sí se reconoce en general su utilidad, como por ejemplo en relación a lo que se va a estudiar más adelante (p. 16: 6,3; 6), o al aprendizaje de cosas valiosas para el futuro (p. 18: 6,76; 6,5).
  - En las preguntas relacionadas con la ansiedad hacia las matemáticas (19-22), destacan la gran preocupación por sacar malas notas (p. 19: 7,96; 7,71), que podría relacionarse con una alta motivación de logro de estos estudiantes (que contrasta con la relativamente baja motivación intrínseca), así como la preocupación hacia el hecho de tener dificultades en las clases (p. 22: 6,67; 6,57), que redundaría en esa motivación de logro (miedo a no enterarse bien y no poder sacar resultados) y apunta también hacia la dificultad intrínseca de la disciplina.
  - Las cuestiones asociadas al autoconcepto en matemáticas (23-26) reflejan en general un resultado bajo, pero posiblemente no tanto como cabría esperar, destacando la valoración negativa de que piensen que se les dan mal las matemáticas (p. 26: 4,91; 5,36) y que se obtengan valoraciones en torno al 6 en preguntas que tienen que ver con dárseles bien las matemáticas en comparación con el resto de materias, (p. 24: 6,02; 5,57), entender incluso lo más difícil (p. 23: 6,30; 5,93) o sacar buenas notas en matemáticas (p. 25: 6,57; 6).
  - Las respuestas a las preguntas asociadas con las estrategias de aprendizaje (27-32) y con la perseverancia en el estudio (33-35) reflejan que se trata, por lo general, de estudiantes que manifiestan no abusar del aprendizaje memorístico en matemáticas (p. 27: 3,89; 4), que cuando estudian matemáticas intentan determinar qué es lo más importante (p. 28: 7,68; 8), relacionar los contenidos con cosas que ya saben o que han aprendido en otras materias (p. 29: 6,94; 7,14) o buscar varias alternativas ante la resolución de un problema (p. 31: 7,59; 7,14), y que en general intentan terminar las tareas que empiezan (p. 34: 7,5; 7,07).

**Cuestionario 3**

*Figura 14. Resultados 1 Cuestionario 3-Profesores. (Elaboración propia)*



*Figura 15. Resultados 2 Cuestionario 3-Profesores. (Elaboración propia)*

El Cuestionario N°3 (p. 185) planteaba 30 preguntas a seis profesores relacionadas con la PDI y su uso en las aulas y en la asignatura de Matemáticas I.

Las respuestas señaladas en cada uno de los casos se muestran en la Tabla 14 del apartado 8.2.3 de Anexos del presente documento (págs. 194-196).

De los resultados promedio obtenidos, representados en los diagramas de barras anteriores (Figuras 14 y 15) se extraen las siguientes conclusiones generales:

- A los profesores en general les encanta utilizar la PDI en sus clases (p. 3: 9).
- La formación acerca del uso de la PDI que afirman tener es notable (p. 4: 6,67).
- Suelen intentar sacarle partido (p. 5: 5) y crear sus propios contenidos (p. 7: 7,5) y manifiestan no limitarse a poner videos o pasar transparencias (p. 6: 4,5).

-Los docentes consideran mayoritariamente y de una manera en general muy positiva, que el uso adecuado de la PDI favorece aspectos como los siguientes: la motivación y el interés del alumnado (p. 8: 8,75), la participación (p. 9: 8,75), el aprendizaje (p. 10: 7,92), el rendimiento académico (p.11: 7,5), la atención (p. 12: 7,08), la impartición de clases más atractivas para el alumnado (p. 18: 8,75) o la renovación metodológica para promover la innovación didáctica (p. 29: 9,17).

-No están, sin embargo, tan de acuerdo en que la PDI les ayude a mantener el control de la clase (p. 13: 6,67) o a optimizar el tiempo de dar clase (p. 16: 6,5).

-La percepción de las ventajas de la PDI en cuanto a la atención a la diversidad y a la ayuda a alumnos con NEE es unánime (p. 14: 8,75; p. 15: 9,58).

-Se considera en líneas generales que la PDI es sencilla de utilizar (p. 19:7,5) y que su uso adecuado puede hacer que el docente sea más eficiente (p. 17: 7,5).

-Se manifiesta en general que la utilización adecuada de la PDI requiere dedicación y tiempo para preparar bien las clases (p. 20: 5,5; p. 21: 5), así como que pueden surgir problemas técnicos que provoquen retrasos (p. 22: 6,25), o producirse a veces sombras y reflejos molestos que dificulten la visibilidad (p. 23: 6,25).

-Se refleja una percepción media de que la PDI es más útil en unas asignaturas que en otras (p. 24: 7,5), en unos niveles que en otros (p. 25: 6,67), y en Secundaria que en Bachillerato (p. 26: 6,67), si bien los resultados en estas cuestiones están sensiblemente polarizados por las opiniones del docente de Matemáticas I.

-Se constata una opinión mayoritaria de los docentes en relación a que la PDI pueda ser un recurso útil y motivador que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje en las asignaturas de matemáticas (p. 27: 8,75), en la asignatura de Matemáticas I en particular (p. 28: 7,08) y a nivel global en educación (p. 30: 8,33).

-Los resultados en general fueron muy positivos en todos los casos (y excelentes en cuanto a los profesores de Filosofía, Física y Química y Biología y Geología), salvo en el caso del profesor de Matemáticas I, en el que, sin ser del todo malos, sí se percibe una diferencia sensible con respecto a la percepción del resto de docentes.

#### d) Verificación de la Hipótesis de investigación

En el apartado 1.3.2 (p. 10) se estableció la siguiente hipótesis de investigación:

*Más del 75% de los alumnos de los dos grupos de 1º de Bachillerato de Ciencias del Colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) consideran que la PDI es un*

*recurso didáctico que haría las clases de Matemáticas I más interesantes y participativas, les motivaría más y facilitaría su aprendizaje de los contenidos.*

Para poder contrastarla, se considerarán las respuestas del alumnado a las preguntas 7, 8, 9 y 10 del Cuestionario N°2, que eran las siguientes:

7.-Si el profesor utilizara la PDI en las clases de Matemáticas I, serían clases más interesantes y participativas.

8.-Si el profesor utilizara la PDI en las clases de Matemáticas I, creo que me motivaría más.

9.-Si el profesor utilizara la PDI en las clases de Matemáticas I, facilitaría mi aprendizaje de los contenidos.

10.-Creo que la PDI mejoraría mi motivación, mi interés, mi participación y mi aprendizaje en la asignatura de Matemáticas I.

Las respuestas a las preguntas planteadas se representan gráficamente en los diagramas circulares del apdo. 8.2.3G de Anexos (Figuras 61 a 68, págs. 199-202).

Para poder verificar si la hipótesis de investigación se considera o no probada, se tendrán en cuenta dos tipos de resultados:

- Si la media de los porcentajes de alumnos de los grupos A y B con contestaciones positivas (“Muy de acuerdo” o “De acuerdo”) a las preguntas 6, 7 y 8 consideradas conjuntamente, supera el 75%.
- Si los porcentajes de alumnos con contestaciones positivas a la pregunta 10, considerada individualmente, supera el 75%.

En la Tabla 15 del apartado 8.2.5H de Anexos (p. 203) se refleja la distribución del número de alumnos de cada grupo que eligió las cuatro opciones existentes para las preguntas 6, 7 y 8, así como el porcentaje asociado a cada una de ellas.

Y en la Tabla 16 (p. 204) se reflejan los porcentajes en las respuestas “Muy de acuerdo” y “De acuerdo” (considerados conjuntamente) distribuidos según las preguntas y los grupos, los promedios según preguntas y grupos y el valor final, que es el promedio de los valores medios de las respuestas a las preguntas 6, 7 y 8 en los dos grupos. Se recuerda que en el grupo A hicieron el Cuestionario 2 un total de 27 estudiantes, y en el grupo B, una cifra de 35 estudiantes.

Por tanto, se verifica la primera de las condiciones, ya que el promedio de las respuestas a las tres preguntas 6, 7 y 8 entre los dos grupos es mayor del 75%.

En cuanto a la segunda condición que se había establecido, en relación con la pregunta 10, se comprueba gráficamente que también se verifica (Figuras 16 y 17):

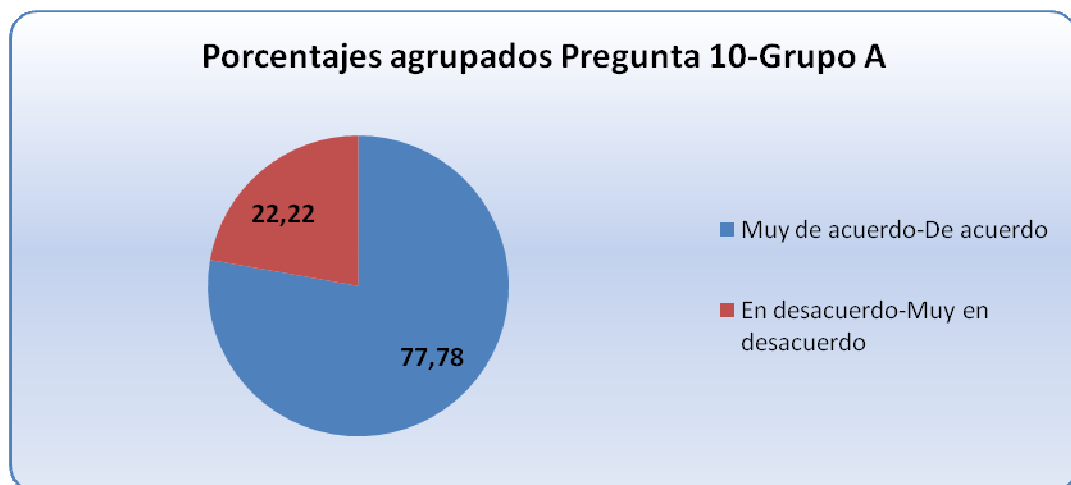


Figura 16. Porcentajes agrupados Pregunta 10 Grupo A. (Elaboración propia)

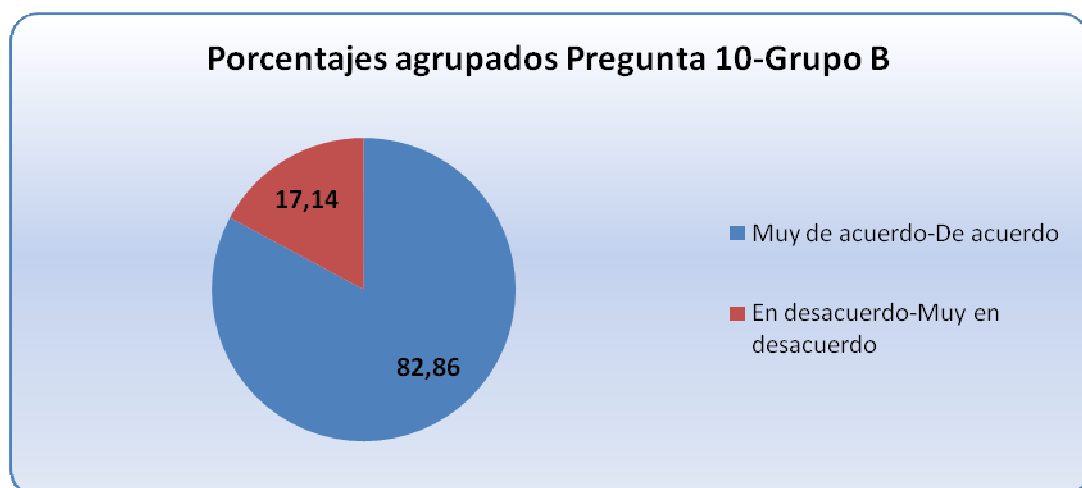


Figura 17. Porcentajes agrupados Pregunta 10 Grupo B. (Elaboración propia)

Como puede observarse en las figuras anteriores, los porcentajes de respuestas en las opciones “Muy de acuerdo” y “De acuerdo” consideradas conjuntamente en cada uno de los dos grupos A y B suman más del 75% en ambos casos.

Por tanto, se considera probada la Hipótesis de investigación propuesta en el apartado 1.3.2 (página 10) del presente documento.

### 3.3.-Conclusiones finales

Tanto los docentes como los estudiantes que han sido protagonistas del trabajo de campo desarrollado manifiestan en líneas generales una opinión muy positiva hacia la utilización de la Pizarra Digital Interactiva en las aulas, tanto a nivel general como de un modo particular en la asignatura de Matemáticas I.

Se valoran especialmente sus potencialidades en cuanto al favorecimiento de la motivación del alumnado, lo cual constituía el tema central del presente trabajo.

-De las observaciones realizadas en las aulas de diferentes asignaturas pudo constatar que los docentes que utilizan la PDI en sus clases consiguen por lo general crear ambientes y clases más dinámicas, participativas y atractivas que logran motivar y captar la atención del alumnado. También se observaron diferencias entre los docentes en cuanto al manejo y al tiempo de uso de la PDI, así como problemas técnicos puntuales que ralentizaron ligeramente el ritmo de clase.

-Por otro lado, las entrevistas a cuatro docentes del centro revelaron opiniones en general muy favorables hacia el uso de la PDI, destacándose aspectos como el fomento de la motivación del alumnado y la mejor atención a la diversidad y a los estudiantes con NEAE, y planteándose como inconvenientes los problemas técnicos ocasionales, el coste elevado o la formación necesaria para sacar partido a la PDI. Se pusieron de relieve algunas dudas acerca de la utilidad de la PDI en Matemáticas I.

-En relación con los cuestionarios a alumnos y docentes, las conclusiones fueron excelentes. Por parte del alumnado, destacaron las respuestas positivas hacia los aspectos favorecedores de la motivación e interés hacia las clases en las que se usa la PDI, así como a que sea implementada en el aula de Matemáticas I. Y por parte del profesorado, se constató una opinión mayoritaria acerca de que el uso adecuado de la PDI puede convertirla en un recurso didáctico útil y motivador que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje tanto en el ámbito educativo como en las asignaturas de matemáticas, y también en Matemáticas I.

-Además, se ha comprobado la validez de la Hipótesis de investigación planteada al principio del documento, de manera que más del 75% de los alumnos de los dos grupos A y B de 1º de Bachillerato de Ciencias del Colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) consideraron con sus respuestas que la PDI es un recurso didáctico que haría las clases de Matemáticas I más interesantes y participativas, les motivaría más y además facilitaría su aprendizaje de los contenidos.

## **4.-PROPUESTA PRÁCTICA**

### **4.1.-Introducción y fuentes consultadas**

En este apartado se llevará a cabo una propuesta didáctica práctica para enseñar, mediante la Pizarra Digital Interactiva y varias TIC relacionadas con su uso en el aula de matemáticas, algunos contenidos de la unidad didáctica de Números Complejos de la asignatura de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias.

Por cuestiones de limitación de tiempo, y sobre todo, de extensión, no se desarrollarán todas las sesiones que corresponderían a la unidad didáctica completa, lo cual por otra parte tampoco era uno de los objetivos planteados en el presente TFM. Tampoco se seguirá el esquema propio del desarrollo de una unidad didáctica, si bien sí se comentarán brevemente algunos de sus apartados más representativos.

Los contenidos elaborados en este apartado se han basado en algunos de los siguientes documentos: Memoria e Informe Intermedio del Prácticum del autor del presente documento; Videos y tutoriales de uso de la PDI y de varias herramientas TIC (GeoGebra, Moodle, Wiris, etc.); Guías y manuales de algunos modelos de PDI (particularmente, la Guía del usuario de HITACHI StarBoard); y trabajos de autores como Red.es (2006), Marquès (2008a y 2008b), Rei Fedriani (2010), Gómez (2012), García (2012), Ruiz Rey (2012) o González (s.f.).

### **4.2.-Justificación, Objetivos y Competencias**

En este apartado se comentarán brevemente algunos aspectos relacionados con la Ud. Didáctica escogida y en general con la propuesta práctica desarrollada.

#### **4.2.1.-Justificación de la Unidad Didáctica**

Se escogió la Ud. didáctica de Números complejos por los siguientes motivos:

-Se considera que supone un punto de inflexión importante en el proceso de aprendizaje del alumnado, al presentarles por primera vez un conjunto de números que rompen en cierto modo con las reglas que han observado hasta el momento.

-Fue la unidad didáctica desarrollada e impartida por el autor del presente TFM durante el periodo de Prácticum del Máster al que pertenece, lo que permitió tener más frescos los conceptos y aprovechar algunos contenidos elaborados.

-Es una unidad didáctica sobre la que apenas existen trabajos similares.

-Las propias características de los contenidos de la unidad, que aunque poseen una naturaleza muy similar a los contenidos matemáticos en general, resultan particularmente variados (incluyen partes teóricas y prácticas, representaciones

gráficas y cálculos numéricos, manejo de fórmulas, etc.), lo que permite una gran flexibilidad de metodologías que pueden ser adaptadas mediante el uso de la PDI.

#### **4.2.2.-Objetivos específicos de la Propuesta**

Se plantean los siguientes objetivos específicos de la propuesta planteada:

- Desarrollar competencias en el manejo de la PDI y de diferentes herramientas TIC (GeoGebra, Wiris, etc.) relacionadas con su uso en el aula de Matemáticas I.

- Ser capaces de trabajar en equipo para la consecución de algunos objetivos.

- Mejorar la expresión oral e ir perdiendo el miedo a hablar en público.

- Desarrollar diferentes competencias, también de otras asignaturas.

- En relación con la Ud. Didáctica de Números complejos: repasar los diferentes conjuntos de números conocidos hasta ahora y la relación entre ellos; comprender la insuficiencia de los números reales para la resolución de ciertas ecuaciones y ser capaces de obtener sus soluciones utilizando los números complejos; conocer los conceptos de unidad imaginaria, partes real e imaginaria, complejo opuesto y conjugado, real puro e imaginario puro; ser capaces de representar gráficamente un complejo en el plano complejo y manejar los conceptos de eje real, eje imaginario y afijo de un complejo; saber expresar un número complejo en las formas binómica, polar y trigonométrica; ser capaces de operar (sumar, dividir, etc.) con complejos en cada una de las formas y distinguir qué operaciones pueden hacerse en cada caso.

#### **4.2.3.-Competencias asociadas a la Propuesta**

En el apartado 2.1.3 del presente documento se hacía referencia a las 7 competencias según la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre (LOMCE).

Con la presente propuesta pueden desarrollarse todas las competencias, si bien quizás en medida la competencia relativa a la Conciencia y expresiones culturales.

Así, la redacción de trabajos mediante Wikispaces o Webquest permitiría desarrollar la competencia de Comunicación lingüística; los trabajos cooperativos y la mayor participación e interacción en clase del alumno/a favorecerían su motivación por aprender, su percepción de autoeficacia y la posibilidad de sentirse protagonista de su propio proceso de enseñanza-aprendizaje, y por tanto, la competencia de Aprender a aprender y las Competencias sociales y cívicas; y la necesidad de tomar decisiones en los problemas, trabajos y actividades planteados fomentaría el Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor del estudiante.

Y obviamente, dado el carácter del presente trabajo y de la propuesta práctica, las competencias que se pretende trabajar más serán la Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, y la Competencia digital.

#### **4.3.-Instrumentos y recursos didácticos utilizados**

Para poder desarrollar las sesiones prácticas propuestas en las aulas de Matemáticas I, se precisarán los siguientes instrumentos y herramientas:

- Una Pizarra Digital Interactiva, con sus elementos básicos (Marquès, 2008b): ordenador multimedia con teclado y ratón (inalámbrico y con tecnología “bluetooth” a ser posible), así como DVD, puertos USB, altavoces, micrófono, etc.; videoprojector, situado preferentemente en el techo, accionado con mando a distancia, con pocos botones y de uso sencillo; y una pantalla o pizarra blanca interactiva controlada mediante un puntero o con el dedo. Las PDI del centro en el que se realizó el estudio de campo son “Hitachi StarBoard” (similares a la de la Fig. 69, p. 207), por lo que en algunas imágenes se escribirán contenidos sobre fondos similares a este tipo de PDI. No obstante, tampoco se diferenciará con precisión el modelo ni si se trata de una pizarra táctil o no táctil, o la tecnología asociada, para no limitar la propuesta a una tipología concreta de PDI.
- Punteros o lápices digitales (o el propio dedo) para interactuar con la pantalla.
- Conexión a Internet de alta velocidad (ADSL, inalámbrica, fibra óptica, etc.), o incluso, si es posible, de banda ancha ultrarrápida mediante tecnologías 4,5G.
- Tablet digitales individuales tanto para el alumnado como para el docente.
- Software adecuado a lo que se quiere enseñar: Paquete ofimático Microsoft Office o Apache OpenOffice, GeoGebra, Wiris, Moodle y/o Google Classroom, Idoceo, Algebra Touch, Notebook o similar, Windows Movie Maker, etc.
- Opcionalmente, herramientas como una pequeña Webcam, un escáner de sobremesa o unos amplificadores de sonido con altavoces.

#### **4.4.-Sesiones prácticas**

La propuesta didáctica se compone de un total de 5 sesiones prácticas de aproximadamente una hora de duración cada una. Se supondrá que el temario de la asignatura se basa en los apuntes propios del profesor digitalizados, así como en un libro de texto de apoyo digitalizado. Ambos contenidos estarán a disposición del alumnado desde el inicio del curso, aunque sujetos a posibles cambios.

El desarrollo de las sesiones habría sido comunicado al alumnado vía Moodle o Google Classroom, de manera que no habría que perder mucho tiempo al inicio de

una sesión ni al final de la anterior para recordar lo que se pretende hacer. Además, mediante estas herramientas el docente podría localizar los recursos rápidamente a través de Internet (ejercicios, apuntes, actividades, etc.) sin tener que llevarlos a clase; organizar los contenidos por Ud. Didácticas y sesiones; corregir y evaluar rápido; enviar al alumnado nuevos apuntes o actividades; avisar exámenes; etc.

También se podría utilizar Blinked Learning para gestionar los apuntes y los contenidos de los temas, y con una licencia adecuada del centro educativo (normalmente de pago), el docente podría editar los contenidos de libros de texto digitalizados, multiplicando las posibilidades de personalización de sus apuntes.

Otra herramienta muy útil podría ser Idoceo (la versión 4 más actual), la cual permitiría crear y gestionar las clases desde la tableta del docente.

La descripción y distribución temporal de las 5 sesiones es la siguiente:

### **1) Sesión 1**

-Clase magistral participativa durante los primeros 15-20 minutos para repasar de manera breve los distintos conjuntos de números que los alumnos conocen hasta el momento: naturales, enteros, racionales y reales. Se pondrá el puntero preferentemente en el modo “lápiz inteligente”, que permite dibujar líneas con libertad, mover y manipular objetos, señalar, etc. y ajustar automáticamente los cuadrados, círculos y otras formas geométricas.

Se dibujarán en la pizarra los diferentes conjuntos numéricos bien a mano o, preferentemente, mediante la herramienta GeoGebra. Sea de un modo u otro, se podrían dibujar los conjuntos en distintos colores para favorecer su distinción por el alumnado, y otras posibilidades como señalar, mover, subrayar, hacer círculos, etc. que ofrece la PDI servirían para ir complementando la explicación.

Utilizando GeoGebra (Figura 18 siguiente), se pondría en modo “Vista Gráfica 2D” preferentemente (o en “Vista Algebraica”), y se irían dibujando los sucesivos conjuntos que van incluyendo a los anteriores, de manera que quedara clara la relación entre ellos. Si no se tiene mucho manejo con la herramienta GeoGebra y/o con el dibujo mediante la PDI, o bien si se quiere ahorrar tiempo, se podría llevar el gráfico ya hecho por parte del docente, para simplemente mostrarlo en la pantalla y señalar con el puntero los aspectos importantes, sin tener que elaborarlo en clase.

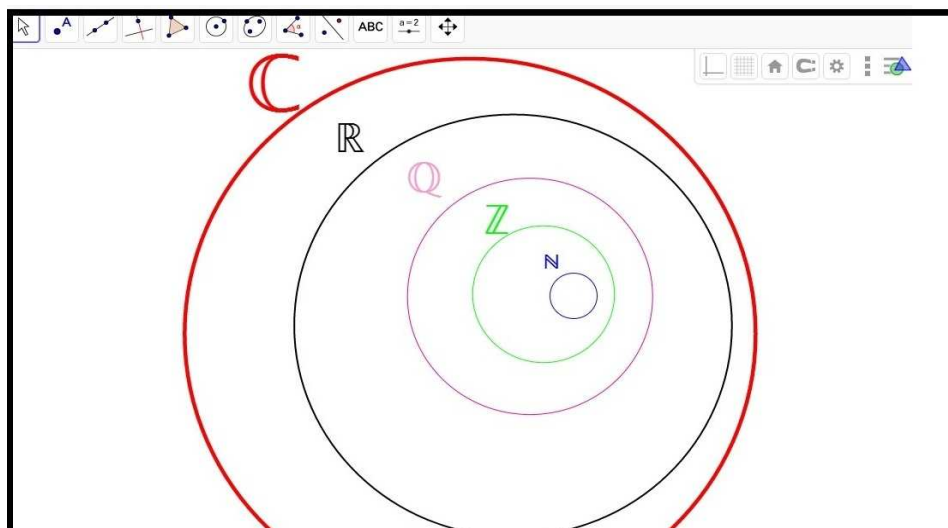


Figura 18. Conjuntos numéricos mediante GeoGebra. (Elaboración propia)

Se buscará una breve reflexión participativa a través de preguntas sobre las necesidades que a lo largo de la historia habrían ido motivando la ampliación sucesiva de los distintos conjuntos numéricos (como el descubrimiento de los números irracionales a partir de la aplicación del Teorema de Pitágoras).

-Una vez llegados a que los números no acaban en el conjunto de los reales, los siguientes 10-15 minutos se dedicarán a introducir este nuevo conjunto.

Se dibujará en la pizarra la ecuación  $x^2 + 1 = 0$  (Figura 70, p. 208) y se preguntará al alumnado cómo resolverla. Tras señalar que, hasta ahora, se les había dicho siempre que las ecuaciones en las que aparecen raíces de orden par de números negativos eran irresolubles en el conjunto de los números reales y dibujarlo en la pantalla (todo ello con la ayuda de las opciones de señalado y edición de la PDI, Figura 70, p. 208), se introducirá la unidad imaginaria “i”. Mediante GeoGebra se resolverá la ecuación anterior (Figura 71, p. 208), aprovechando para probar el comando “ResoluciónC”, que permite resolver ecuaciones con números complejos.

A continuación se presentarán matemáticamente los números complejos como el conjunto  $\mathbb{C} = \{z = a + bi/a, b \in \mathbb{R}\}$ , dibujándose en la pizarra (Figura 19).

A la expresión  $z = a + bi$ , con  $a$  y  $b$  reales, se le llamará forma binómica de un número complejo, y se subrayará en la pantalla (Figura 19).

$$i = \sqrt{-1}$$

$$\mathbb{C} = \{z = a + bi/a, b \in \mathbb{R}\}$$

FORMA BINÓMICA

Figura 19. Unidad imaginaria y conjunto  $\mathbb{C}$ . (Elaboración propia)

-A continuación, se instará al alumnado a resolver manualmente en sus pupitres (sin usar las tabletas, ya que es de vital importancia en la asignatura la realización de ejercicios sin ayuda de programas), la ecuación  $x^2 + 2x + 5 = 0$ , teniendo en cuenta lo que se acaba de explicar; al poco tiempo (unos 2-3 minutos como mucho) se preguntará a algún estudiante cuáles son las soluciones y se le pedirá que, ahora sí, utilice la interactividad de su tableta digital para escribir las dos soluciones en Word o en Writer (o bien con Algebra Touch), de manera que se pueda comprobar en la pantalla que son correctas, en este caso:  $z_{1,2} = -1 \pm 2i$ .

En casos más avanzados podría prepararse una hoja de cálculo que corrigiera las respuestas que los alumnos fueran enviando de manera inmediata.

-A continuación, se comprobará en la pizarra digital la resolución de las dos ecuaciones anteriores, así como de otro ejemplo ( $x^2 + 4x + 8 = 0$ ), mediante GeoGebra y su modo “CAS” (Fig. 72, p. 209). También se podrían resolver con la herramienta Wiris, gratuita como GeoGebra. Si se fuera mal de tiempo (por empezar tarde, por tratarse de un grupo disruptivo, porque el docente no tenga mucho manejo de la PDI o del software, etc.), esta parte podría dejarse para hacer en casa.

-Después, se definirán algunos números complejos particulares en la PDI: real puro, imaginario puro y complejos iguales, opuestos y conjugados, poniendo un ejemplo numérico de cada uno. Si se fuese mal de tiempo, se dejaría como tarea.

-Se calcula que podrían quedar unos 10-15 minutos de clase, en los cuales se introducirá con GeoGebra (Fig. 20) la representación gráfica de los números complejos (con los conceptos de rectas real e imaginaria y de afijo de un complejo), y se indicará brevemente la forma polar de expresar un complejo a través de los conceptos de módulo y argumento ( $m$  y  $\alpha$ ). Se dibujarán cuatro ejemplos, uno en

cada cuadrante ( $z_1 = 2 + 3i$ ;  $z_2 = -2 + 3i$ ;  $z_3 = -2 - 3i$ ;  $z_4 = 2 - 3i$ ), expresándolos tanto en forma binómica como a través de las coordenadas del afijo del número complejo ( $a, b$ ), y se señalarán los módulos y argumentos gráficamente.

Para la próxima clase se indicará al alumnado (a través de Moodle o G. Classroom) que se lea/estudie los conceptos de representación gráfica y forma polar de un número complejo de los apuntes o del libro de texto digitalizados.

Todos los contenidos elaborados se guardarán en el ordenador del docente.

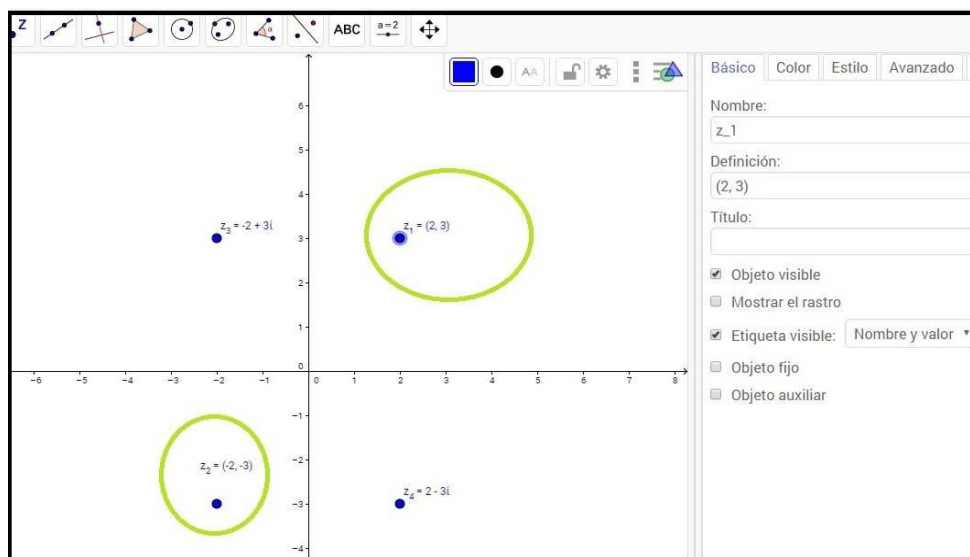


Figura 20. Representación gráfica complejos-GeoGebra. (Elaboración propia)

## 2) Sesión 2

Será una clase práctica y participativa de realización de ejercicios por parte del alumnado y su corrección conjunta mediante las posibilidades de la PDI.

A través de Moodle o G. Classroom, se habría solicitado al alumnado que se leyerá/estudiara por su cuenta tanto los contenidos vistos al final de la última clase, como el paso de la forma binómica a polar o trigonométrica (que no se explicaron), así como que intentaran resolver varios ejercicios de los apuntes o libro de texto.

-Al principio de la sesión, en unos 10-15 minutos, el profesor explicará en la pantalla cómo pasar complejos de la forma binómica a las formas polar y trigonométrica, mediante dos ejemplos:  $z_1 = -1 + 4i$ ;  $z_2 = 6 - 3i$  (Fig. 73, p. 209).

-Los 40-45 minutos siguientes, los alumnos resolverán, tanto saliendo a la pizarra como desde sus pupitres (especialmente si hay algún estudiante con dificultades motrices), ejercicios similares a los que se mandaron hacer para casa, pero no los mismos (para evitar que se los sepan de memoria). Además, con la PDI

resultará muy sencilla y muy rápida la corrección colectiva de los ejercicios, de manera que el docente pueda reforzar en el momento los aspectos que no hayan quedado claros o que presenten dudas, así como evaluar de forma inmediata.

PASAR A FORMAS BINÓMICA O POLAR:	
$3_{210^\circ}$	$-3(\sqrt{3}/2) - (3/2)i$
$4_{135^\circ}$	$¿?$
$-5 + 12i$	
$6\sqrt{2} + (6\sqrt{2})i$	

Figura 21. Resolución de ejercicios. (Elaboración propia)

Además, a través de su tableta digital, el profesor podría seguir manteniendo el control de la pizarra mientras los estudiantes están resolviendo los ejercicios.

### 3) Sesión 3

Esta sesión consistirá en la realización de una Webquest por parte del alumnado, una actividad de investigación a través de Internet en la que se pide además gestionar y transformar la información que se obtiene para poder contestar a una serie de preguntas sobre determinados temas. En este caso, el tema de la Webquest estará relacionado con la Ud. Didáctica de Números complejos.

La sesión se situará al final de la Unidad Didáctica (la penúltima o antepenúltima), de manera que ya se hayan dado todos los contenidos importantes y sólo quede hacer ejercicios de repaso y/o realizar una prueba o examen de la Ud.

-Se dedicarán los primeros 40-45 minutos de la clase a que los alumnos realicen desde sus pupitres la actividad Webquest que ha sido desarrollada en el apartado 8.3.1 de Anexos (p. 205). Será una actividad colaborativa, de manera que se habría establecido y comunicado previamente por parte del docente (vía Moodle/G. Classroom) la composición de los distintos grupos, formados por 4-6 personas, teniendo en cuenta el número de alumnos de la clase. Así, si la clase de Matemáticas I de este grupo tuviera 30 alumnos, podrían formarse 6 grupos de 5 personas.

Siguiendo a UNIR (2015e), se tratará de grupos heterogéneos, de manera que el docente intentaría dentro de lo posible combinar estudiantes de distintos perfiles según diversos parámetros: nivel académico, sexo, actitud en clase, estudiantes más intuitivos o más deductivos, cualidades para trabajar en equipo, etc.

La composición de los grupos se llevará a cabo de manera consensuada entre el docente y el alumnado, de forma que los estudiantes puedan tener una cierta libertad de elección en función de sus afinidades personales, pero que al mismo tiempo el profesor pueda evitar que se formen grupos que no cumplan las anteriores características y/o que junten a alumnado disruptivo y poco trabajador.

En cada grupo se determinará un secretario/a y un moderador/a.

La persona secretaria irá anotando todas las ideas que surjan en el grupo, aunque ocasionalmente podrá intervenir para aclarar ideas o hacer sugerencias.

La persona moderadora deberá intentar mantener dentro del grupo un clima de cooperación que esté en la medida de lo posible libre de competitividad, de manera que no se censuren las opiniones de los integrantes del grupo, se ayude a participar a los que lo hacen menos y se modere la participación de quienes lo hacen en exceso.

El profesor, por su parte, actuará como animador de los distintos grupos, supliendo las deficiencias que puedan aparecer y ayudando a los moderadores.

Los estudiantes trabajarán desde sus tabletas digitales, y una vez terminadas las actividades por cada uno de los grupos, se enviarán desde ellas en formato Word o Writer a la PDI, de manera que se pueda pasar a la siguiente parte de la sesión.

-Los 15-20 minutos restantes, se hará un debate-coloquio a partir de las respuestas elaboradas por los grupos a las diferentes preguntas de la Webquest.

#### **4) Sesión 4-Wikispaces**

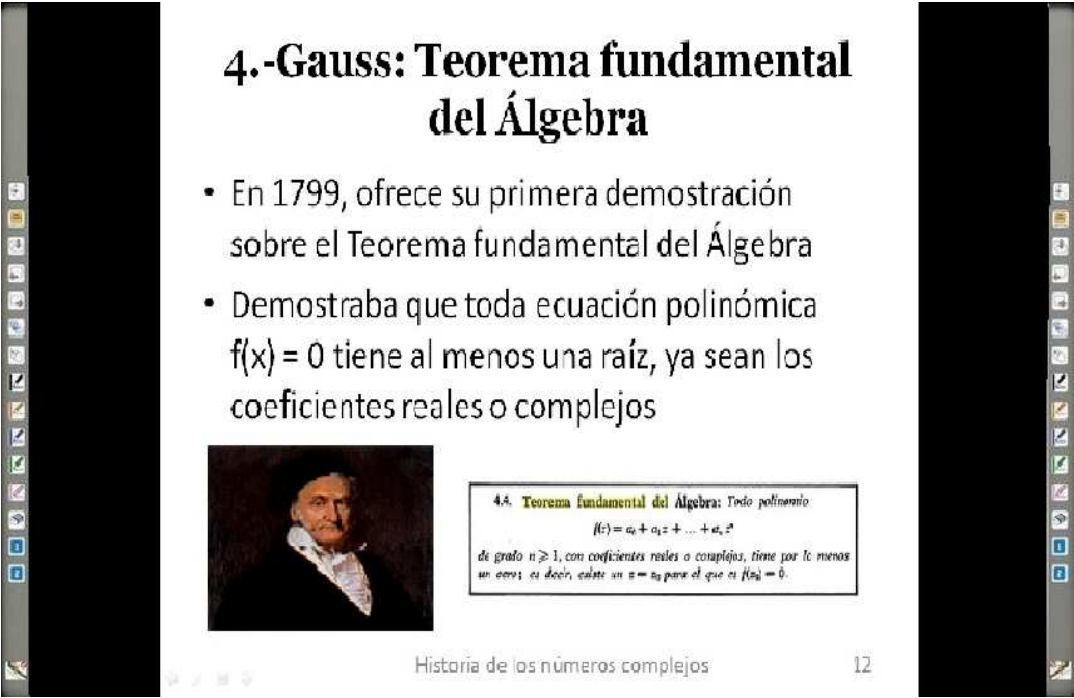
Consistirá en la exposición por parte del alumnado de un trabajo cooperativo realizado a través de la plataforma Wikispaces (Fig. 76), utilizando la PDI en el aula.

Esta sesión podría alternarse con la N° 5 posterior, llevándose a cabo una de ellas o bien la otra (para dejar sesiones suficientes de resolución de problemas).

La sesión se situará al final de la Unidad Didáctica, de manera que ya se hayan dado todos los contenidos importantes, y preferentemente será la última.


La actividad colaborativa se centrará en la evolución histórica de los números complejos desde la antigüedad hasta el momento actual.

Se habrían establecido previamente los grupos de trabajo (que podrían diseñarse teniendo en cuenta unos criterios similares a los consideradas en la sesión 3, siendo los mismos grupos o bien distintos), así como la extensión y formato del trabajo final (20 páginas, Word o Writer) y algunas directrices para orientar la actividad, que debería reflejar las aportaciones más importantes en el campo de los números complejos de matemáticos como Euler, Gauss, Cauchy o Riemann.



### 4.-Gauss: Teorema fundamental del Álgebra

- En 1799, ofrece su primera demostración sobre el Teorema fundamental del Álgebra
- Demostraba que toda ecuación polinómica  $f(x) = 0$  tiene al menos una raíz, ya sean los coeficientes reales o complejos



**4.4. Teorema fundamental del Álgebra:** Todo polinomio  $f(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n$  de grado  $n \geq 1$ , con coeficientes reales o complejos, tiene por lo menos un cero; es decir, existe un  $\alpha = \alpha_0$  para el que  $f(\alpha) = 0$ .

Historia de los números complejos 12

Figura 22. Exposición de trabajo en la PDI. (Elaboración propia)

Los estudiantes habrían ido elaborando los contenidos durante el desarrollo de toda la Ud. Didáctica, y finalmente entregarían el documento en el plazo establecido, a través de Moodle/G. Classroom, y este sería puntuado por el docente.

-La sesión consistirá en la exposición a través de la PDI de los trabajos realizados por tres de los grupos. Se abarcará toda la hora de clase, de manera que cada una de las exposiciones duraría unos 20 minutos, y en cada caso deberán exponer dos integrantes de cada grupo. Tanto los tres grupos que exponen como los dos alumnos de cada uno de ellos serían elegidos por sorteo la clase anterior, para intentar evitar que hubiera grupos que no preparasen la exposición.

Las exposiciones se llevarían a cabo mediante PowerPoint o Impress.

Se grabarían las exposiciones con la Webcam (en caso de disponerse de una), de manera que luego se subirían a la red (dentro de un espacio habilitado en Moodle/G. Classroom) y podrían comentarse y valorarse más adelante.

### **5) Sesión 4-Mapa conceptual/coloquio-blog**

Esta sesión consistirá en la corrección a nivel global del grupo de clase de una actividad de Mapa conceptual, así como en una charla-coloquio final sobre las anotaciones relativas a esta Unidad Didáctica en el Blog de la asignatura.

Esta sesión podría alternarse con la N<sup>o</sup> 4 anterior, llevándose a cabo una de ellas o bien la otra (para dejar sesiones suficientes de resolución de problemas).

La sesión se situará al final de la Unidad Didáctica, de manera que ya se hayan dado todos los contenidos importantes, y preferentemente será la última.

-La primera media hora de la sesión, se comentará y corregirá una actividad individual acerca de elaborar un mapa conceptual (Fig. 77, p. 211) sobre los números complejos, que se habría acordado entregar por Internet para hoy, según unos requisitos preestablecidos. El docente expondría en la pantalla de la PDI algunos de los trabajos que considerara más interesantes (por calidad, originalidad, fallos y errores cometidos, etc.), e iría planteando preguntas al alumnado, así como haciendo comentarios e indicando la calificación de cada uno de los trabajos.

-Durante la segunda media hora de la sesión, se desarrollará un debate-coloquio acerca de las aportaciones realizadas durante el desarrollo de la Ud. Didáctica a un blog de la asignatura creado desde el comienzo del curso, en el cual semanalmente, cuatro alumnos escogidos al azar (y que fueran cambiando de una semana a otra) recibirían la contraseña o “password” del profesor titular e irían resumiendo lo que se ha realizado en clase el día anterior (un estudiante por cada día de clase de la asignatura, de cuatro horas semanales para Matemáticas I).

El docente sería el moderador de la charla, exponiendo en la pantalla de la PDI las aportaciones más interesantes (consideradas como tales tanto por el alumnado como por el propio docente), y haciendo comentarios, señalando con el puntero o lápiz digital (o con el dedo, en su caso) aquellos aspectos a tener en cuenta, etc.

Esta actividad serviría como repaso de los conceptos más importantes de la unidad didáctica, así como para fomentar el espíritu crítico del alumnado.

## 5.-CONCLUSIONES

### 5.1.-Resumen y discusión de los resultados

-Como queda reflejado en los resultados de los estudios PISA 2012 y PIACC 2013, el alumnado español presenta en general dificultades con las asignaturas y con los contenidos matemáticos prácticamente en todos los niveles educativos. Además, resultan también llamativos los valores de PISA 2012 comparativamente malos con respecto al promedio de países de la OCDE en cuanto a la motivación intrínseca y el autoconcepto matemático de los alumnos españoles de 15 años.

Los datos del Informe PISA 2012 podrían ser a priori considerados más relevantes, por evaluar a estudiantes apenas uno o dos años más jóvenes que los que cursan 1º de Bachillerato, pero los resultados globalmente malos en todos los grupos de edades del Programa PIACC 2013 hace que ambos estudios reflejen una misma realidad: la necesidad de adoptar medidas para mejorar las competencias matemáticas del alumnado español, tanto en general como en Matemáticas I.

-Por otra parte, en los últimos tiempos ha variado la forma de concebir y analizar los aprendizajes del alumnado en las aulas, de manera que los estudios más recientes ponen de relieve la vital importancia de los aspectos emocionales y motivacionales en los procesos de enseñanza y aprendizaje, además de las variables puramente cognitivas y racionales asociadas sólo a las capacidades intelectuales.

Existe por tanto una opinión generalizada acerca de que para poder tener éxito en el aprendizaje es necesario que el sujeto esté motivado y que tenga una actitud positiva, y ello es especialmente importante en una materia como son las matemáticas, que despierta con frecuencia un gran rechazo en el alumnado, condicionado en gran parte por la percepción tan estereotipada que se tiene acerca de la disciplina matemática en el imaginario colectivo (Gómez-Chacón, 2000).

Autores como Hidalgo, Maroto y Palacios (2004) señalan que en ese rechazo resultan esenciales tanto la dificultad objetiva intrínseca de las matemáticas como la manera subjetiva de cada alumno para vivir y hacer frente a esa dificultad. Y su estudio refleja que dicho rechazo parece aumentar progresivamente desde la etapa de Primaria, alcanzando en torno al nivel de 1º de Bachillerato valores máximos en cuanto a percepción de la dificultad, y valores mínimos en cuanto al autoconcepto matemático del estudiante. Se trata de un peligroso círculo vicioso que empieza con la percepción por parte del alumno de una alta dificultad de las matemáticas y de un

bajo nivel de autoconcepto y continúa con el rechazo y la pérdida de motivación, lo cual genera malos resultados, que a su vez siguen retroalimentando el proceso.

Para revertir esta situación, el docente constituye una parte esencial que permita trabajar los aspectos emocionales y motivacionales del alumnado en el aula de matemáticas, y particularmente en Matemáticas I: fomentando la motivación intrínseca y las necesidades de logro y de afiliación de los estudiantes; presentando los contenidos de maneras originales y creativas y planteando actividades que impliquen manipulación de objetos (por ejemplo, programas informáticos); tratando siempre de centrar las atribuciones del alumnado en el esfuerzo y en otras causas controlables; esforzándose en no hacer juicios negativos sobre las capacidades del estudiante y tratando de reforzarle mediante expectativas positivas; etc. Además, se podrían trabajar más en el aula de Matemáticas I los aspectos positivos de la materia, como su gran utilidad a nivel cotidiano y su aplicabilidad multidisciplinar.

-En ese fomento de la motivación del alumnado resultan muy útiles las TIC. Como uno de los pilares básicos de la actual Sociedad del Conocimiento, las TIC aportan en las aulas multitud de posibilidades de mejora (Cabero, 2003): potenciación de la interactividad, eliminación de barreras espacio-temporales, aumento de la información disponible y de las posibilidades de comunicación, etc.

-Además, los recursos TIC que pueden utilizarse en las aulas de Matemáticas I son casi ilimitados (ordenadores, dispositivos móviles multimedia, programas y aplicaciones de software, etc.), resultando particularmente motivadora y atractiva en la docencia la Pizarra Digital Interactiva. Numerosos trabajos y estudios de investigación ponen de manifiesto las enormes potencialidades de la PDI en las aulas, destacándose unánimemente el fomento de la motivación, la participación y la atención del alumnado, la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje o el favorecimiento de la atención a la diversidad y a los alumnos con NEAE.

-En relación con los resultados obtenidos por el trabajo de campo realizado en un centro educativo, los resultados no pudieron ser más positivos:

- A partir de las observaciones en, se constató que los docentes que usan la PDI en sus clases consiguen en general crear ambientes más dinámicos, participativos y atractivos que hacen que los estudiantes se muestren más atentos y motivados.
- Las entrevistas individuales a cuatro docentes del centro reflejaron que su opinión de la PDI en líneas generales es muy favorable, destacando positivamente aspectos como el fomento de la motivación del alumnado y la mejor atención a la diversidad y a los estudiantes con NEE, planteando como

inconvenientes los problemas técnicos ocasionales, el coste elevado o la formación necesaria para sacar partido a la herramienta, y mostrando algunas dudas acerca de su percepción sobre la utilidad de la PDI en Matemáticas I

- Y en cuanto a los cuestionarios a alumnos y docentes, las conclusiones fueron excelentes, destacándose por parte del alumnado (con respuestas bastante similares en ambos grupos) las opiniones favorables acerca de su mayor motivación e interés hacia las clases en las que se usa la PDI y a que esta sea implementada en el aula de Matemáticas I, y por parte del profesorado, la opinión mayoritaria en relación a que la PDI puede ser un recurso útil y motivador que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje tanto en el ámbito educativo, como en las asignaturas de matemáticas y en Matemáticas I.

### **5.2.-Alcance de los Objetivos**

-El problema que se planteaba al principio de este trabajo era encontrar respuestas a la siguiente pregunta: *¿Puede ser la Pizarra Digital Interactiva un recurso didáctico que mejore significativamente la motivación y el interés del alumnado de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias hacia la asignatura?*

Después de la revisión bibliográfica exhaustiva que se ha llevado a cabo, consultando más de 100 fuentes relacionadas en su mayoría con la PDI, las matemáticas y la motivación, y tras los resultados obtenidos en el estudio de campo, puede responderse de una manera abrumadoramente afirmativa a esta cuestión.

-Además, se puede decir que se han logrado los dos objetivos generales planteados en el trabajo, puesto que, por un lado, se ha podido comprobar que la PDI es considerada mayoritariamente en el ámbito educativo como un recurso didáctico útil, atractivo y motivador en general y en las asignaturas de matemáticas, y que el alumnado y parte del profesorado de los dos grupos de Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias del colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) comparte esta opinión; y, por otro, se han propuesto varias actividades para la Unidad Didáctica de Números Complejos de la asignatura de Matemáticas I basadas en el uso de la PDI, las cuales podrían resultar motivadoras para el alumnado

-Estos objetivos generales se han podido ir logrando a través de la consecución de los objetivos específicos que se propusieron inicialmente: se ha realizado una revisión bibliográfica exhaustiva que ha permitido establecer una base documental rigurosa y sólida en relación con el estado actual de la cuestión planteada; se ha reflexionado con profusión acerca de las ventajas e inconvenientes de la PDI; se han obtenido y analizado datos de campo contrastables que han permitido concluir que

la PDI resulta un recurso interesante y motivador para el alumnado y la mayor parte del profesorado de la asignatura de Matemáticas I del centro educativo considerado; se ha llevado a cabo una propuesta práctica para impartir mediante la PDI algunos contenidos de la unidad didáctica de Números Complejos de Matemáticas I; y, finalmente, se ha podido verificar que se cumple la hipótesis de investigación y que “más del 75% de los alumnos de los dos grupos de 1º de Bachillerato de Ciencias del Colegio Santo Tomás de Villanueva (Granada) consideran que la PDI es un recurso didáctico que haría las clases de Matemáticas I más interesantes y participativas, les motivaría más y facilitaría su aprendizaje de los contenidos”.

-En conclusión, se considera que se han alcanzado los objetivos propuestos.

### **5.3.-Reflexiones finales**

Como señala Mateo (2001), los estudiantes que no están motivados no aprenden. La motivación resulta esencial para mejorar los aprendizajes y la Pizarra Digital Interactiva puede ayudar a lograr que las clases de Matemáticas I sean más interesantes y atractivas para el alumnado, como reflejan mayoritariamente tanto los estudiantes y docentes encuestados como multitud de estudios e investigaciones.

En esta tarea resultará fundamental el papel del docente, tanto a la hora de preparar los contenidos como para poder actuar como “catalizador emocional” que sepa reconducir los miedos y fobias de muchos estudiantes hacia las matemáticas.

## **6.-LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA**

### **6.1.-Dificultades y limitaciones del trabajo**

#### **6.1.1.-Dificultades principales en el desarrollo del trabajo**

-Una de las principales dificultades que se han presentado en la elaboración de este trabajo es poder encontrar documentación específica y concreta acerca de la asignatura y el nivel en estudio: Matemáticas I de 1º de Bachillerato.

No obstante, tampoco se ha considerado esencial, con vistas al resultado final de la investigación, el hecho de que la mayor parte de la bibliografía encontrada haga referencia a la PDI y a la disciplina matemática desde perspectivas más globales, básicamente por dos razones: porque los contenidos matemáticos están continuamente interrelacionados entre los diferentes cursos y niveles educativos, de manera que algunas de las conclusiones generales pueden particularizarse al nivel considerado, como por ejemplo el hecho de considerar la PDI como favorecedora de la motivación; y porque los datos del estudio de campo sí se han centrado en Matemáticas I y en el nivel de 1º de Bachillerato, así como la propuesta práctica.

-Otra de las dificultades encontradas ha sido el propio desarrollo e implementación en el trabajo del estudio de campo, tanto por tener que movilizar a un número importante de docentes y alumnos, como sobre todo por la gran cantidad de instrumentos utilizados y su complejidad, que buscaban la obtención de la mayor cantidad de información posible y su análisis desde diferentes puntos de vista.

-Y finalmente, la propia extensión del presente trabajo y las limitaciones de tiempo y espacio existentes han supuesto una enorme dificultad para su desarrollo.

#### **6.1.2.-Principales limitaciones del trabajo**

-Una de las más importantes limitaciones del presente trabajo es que la población considerada en el estudio de campo es muy reducida, por lo cual se hace complicado poder generalizar y extrapolar los resultados. Por ello, además, las conclusiones finales en cuanto al problema principal planteado inicialmente se han basado mucho más en la revisión bibliográfica que en las conclusiones extraídas del estudio de campo, que han servido más como un refuerzo de dichas conclusiones.

-Por otra parte, el hecho de que el trabajo abarque cuestiones tan amplias y tan abiertas ha limitado las posibilidades de profundizar más en aspectos concretos

-Y se hubiera deseado desarrollar una propuesta práctica más extensa y detallada acerca de las potencialidades del uso de la PDI en las aulas de Matemáticas I, pero las limitaciones de espacio y de tiempo no lo han permitido.

## **6.2.-Aportaciones y líneas de investigación futura**

### **6.2.1.-Aportaciones principales del trabajo**

-En primer lugar, se considera que se ha llevado a cabo una revisión bibliográfica bastante exhaustiva del estado actual de la cuestión planteada.

-Además, el trabajo de campo permite contribuir a disponer de datos contrastables sobre las opiniones de profesores y alumnos en una asignatura concreta para la que no se han llevado a cabo apenas estudios o investigaciones.

-Por último, se han planteado actividades para desarrollar contenidos de una unidad didáctica (Números Complejos) a la que tradicionalmente no se le suele conceder mucha atención, centrándose más los estudios e investigaciones existentes en ramas de las matemáticas como la geometría, las funciones o la estadística.

### **6.2.2.-Líneas de investigación futura**

Como líneas de investigación futuras, se considera que el presente trabajo deja abiertas muchas opciones, sobre todo en cuanto a profundizar y ampliar en varios de los aspectos que se han analizado y que, por cuestiones de limitación de espacio y de tiempo y por su propio carácter intrínsecamente extenso, no ha sido posible abarcar.

-Por ejemplo, podría llevarse a cabo un estudio de campo similar pero que no se limitara ni a un solo centro ni únicamente a dos grupos, o incluso que abarcara más niveles y asignaturas dentro de la disciplina matemática, de manera que se puedan extrapolar con mayor rigor y a contextos más amplios las conclusiones extraídas.

-Un aspecto que ha quedado abierto en el presente trabajo, a raíz de algunas opiniones manifestadas tanto por autores referenciados en el marco teórico como por docentes encuestados en el trabajo de campo, es comprobar si el favorecimiento inicial de la motivación del alumnado con el uso en el aula de la PDI se va perdiendo gradualmente, pudiéndose hacer un estudio profundo y exhaustivo de esta cuestión.

-Otra cuestión que fue recurrente en las opiniones de algunos de los docentes implicados en el trabajo de campo, fue la diferenciación entre la potencialidad motivadora de la PDI en general, y dicha variable aplicada a las asignaturas de matemáticas de los niveles altos (o a Matemáticas I) en particular. El hecho de plantear que las exigencias a nivel de resultados y de realización constante de

ejercicios (de forma manual) por parte del alumnado puedan chocar con ciertas limitaciones de la PDI en cuanto a relativa lentitud de escritura, problemas puntuales de calibración o de software, etc., podría ser un tema interesante para realizar un análisis más exhaustivo y que abarcara a una muestra poblacional mayor.

-También se podría profundizar más en el uso de la PDI en la enseñanza de los Números Complejos, una unidad didáctica a la que no se le suele prestar tanta atención como a otras en los estudios e investigaciones en el ámbito matemático.

-Las innumerables potencialidades que ofrece la PDI en cuanto a la utilización de recursos TIC en el aula de matemáticas, particularmente a nivel de software, podrían ser analizadas con mayor detalle, pudiéndose plantear un trabajo exhaustivo del uso de algunas de estas herramientas en Matemáticas I.

## 7.-BIBLIOGRAFÍA

A continuación se incluyen las fuentes de referencia consultadas en el presente trabajo, tanto aquellas que han sido directamente referenciadas a lo largo del documento como las restantes que han sido consultadas.

### 7.1.-Referencias Bibliográficas

- Anaya, A. y Anaya, C. (2010). ¿Motivar para aprobar o para aprender? Estrategias de motivación del aprendizaje para los estudiantes. *Revista Tecnología, Ciencia, Educación (Instituto Mexicano de Ingenieros Químicos)*, 25(1), 5-14. Recuperado de [http://web.imiq.org/attachments/345\\_5-14.pdf](http://web.imiq.org/attachments/345_5-14.pdf)
- Armstrong, V., Barnes, S., Sutherland, R., Curran, S., Mills, S. y Thompson, I. (2005). Collaborative research methodology for investigating teaching and learning: the use of interactive whiteboard technology. *Educational Review*, 57(4), 455-469. Recuperado de [http://research-information.bristol.ac.uk/en/publications/collaborative-research-methodology-for-investigating-teaching-and-learning-the-use-of-interactive-whiteboard-technology\(22e1442f-0828-4aa2-a783-bf80bea39aa8\).html](http://research-information.bristol.ac.uk/en/publications/collaborative-research-methodology-for-investigating-teaching-and-learning-the-use-of-interactive-whiteboard-technology(22e1442f-0828-4aa2-a783-bf80bea39aa8).html)
- Arrufat, M. J. y Gámiz, V. (2011). Posibilidades de la Pizarra Digital para acciones de innovación educativa en la formación del profesorado en el entorno español. *Revista Electrónica “Actualidades Investigativas en Educación”*, 11, 1-28. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44718791009>
- Aula21.net (s.f.). *Cazas de tesoros*. Recuperado el 23 de enero de 2016 de <http://www.aula21.net/cazas/>
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W. H. Freeman.
- BECTA (2007). Evaluation of the Primary Schools Whiteboard Expansion Project-summary report. Manchester: Education & Social Research Institute, Manchester Metropolitan University. Recuperado de [http://downloadso1.smarttech.com/media/research/international\\_research/uk/becta\\_executive\\_expansion\\_summary.pdf](http://downloadso1.smarttech.com/media/research/international_research/uk/becta_executive_expansion_summary.pdf)

- Beeland, W. D. (2002). *Student Engagement, Visual Learning and Technology: Can Interactive Whiteboards Help?* Recuperado el 14 de marzo de 2016 de [http://www.sharpsav.com/wp-content/uploads/2013/08/beeland\\_am.pdf](http://www.sharpsav.com/wp-content/uploads/2013/08/beeland_am.pdf)
- Berger, J. L. y Karabenick, S.A. (2011). Motivation and student's use of learning strategies: Evidence of unidirectional effects in mathematics classroom. *Learning and Instruction*, 21(3), 416-428. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959475210000460>
- Bernardo, J. (2004). *Una didáctica para hoy: cómo enseñar mejor*. Recuperado de de <https://books.google.es/books?id=I4bsSl5N7dcC&pg=PA380&lpg=PA380&dq=Bernardo,+2004,+Garc%C3%ADa+Hoz&source=bl&ots=vrmIELggCK&sig=-GD2xknN7ih8iYxVgLFDn9gq3Uc&hl=es&sa=X&ved=oahUKEwjfr7bc1erLAhWC1RoKHV46D9YQ6AEIHTAA#v=onepage&q=Bernardo%2C%202004%2C%20Garc%C3%ADa%20Hoz&f=false>
- Bisquerra, R. (2000). *Educación emocional y bienestar*. Barcelona: Ciss-Praxis.
- Bueno, J. A. (1993). *La motivación en los alumnos de bajo rendimiento académico: desarrollo y programas de intervención*. Recuperado de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/19911996/S/5/S5000201.pdf>
- Cabero, J. (2003). Las nuevas tecnologías de la información y comunicación como un nuevo espacio para el encuentro entre los pueblos iberoamericanos. *Comunicar*, 20, 159-167. Recuperado de <http://tecnologiaedu.us.es/cuestionario/bibliovir/03-Julio%20Cabero.pdf>
- Cabero, J. (2006). *Nuevas Tecnologías aplicadas a la educación*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España.
- Castells, M. (1997): *La Era de la Información. Economía Sociedad y Cultura (Vol.1). La sociedad red*. Madrid: Alianza Editorial.
- Ceballos, M., Núñez, J. y Rodríguez, M. L. (2012). Experiencias docentes. ¿Se puede mejorar la enseñanza de las Matemáticas en cualquiera de sus niveles? *Revista de Investigación: Pensamiento Matemático*, 2(2), 45-54. Recuperado de <http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/revistapm/revistaimpresa/volII/num2/expdoc4mejense.pdf>

- Cleary, T. J. y Chen, P. P. (2009). Self-regulation, motivation, and math achievement in middle school: Variations across grade level and math context. *Journal of School Psychology*, 47, 291-314. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022440509000260>
- Comisión Especial de Estudios para el Desarrollo de la Sociedad de la Información (2003). *Aprovechar la Oportunidad de la Sociedad de la Información en España*. Recuperado el 17 de marzo de 2016 de [http://www.minetur.gob.es/telecomunicaciones/SiteCollectionDocuments/Subsitios2/Telecomunicaciones/pdf/informe\\_ComisionEspecial.pdf](http://www.minetur.gob.es/telecomunicaciones/SiteCollectionDocuments/Subsitios2/Telecomunicaciones/pdf/informe_ComisionEspecial.pdf)
- Consejería de Educación y Empleo. Junta de Extremadura. (s.f.). *Rincón Didáctico Matemáticas. Webquest 1º de Bachillerato*. Recuperado el 6 de diciembre de 2015 de <http://rincones.educarex.es/matematicas/index.php/webquest-1-bach/518-webquests-de-1-de-bachillerato>
- Coscollola, M. D. y Marquès, P. (2013). Experimentación del uso didáctico de la pizarra digital interactiva (PDI) en el aula: plan formativo y resultados. *Enseñanza & Teaching: Revista interuniversitaria de didáctica*, 31(1) 91-108. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4616111>
- Cruz, I. M. y Puentes, A. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. *edmetic: Revista de Educación Mediática y TIC*, 1(2), 127-145. Recuperado de <http://www.edmetic.es/Documentos/Vol1Num2-2012/7.pdf>
- Cruz, I. M. y Puentes, A. (2013). Los entornos personales de aprendizaje (PLE) en la enseñanza basada en la resolución de problemas: El uso del e-portafolio. *edmetic: Revista de Educación Mediática y TIC*, 2(1), 77-93. Recuperado de <http://www.edmetic.es/Documentos/Vol2Num1-2013/5.pdf>
- Deci, E. L. y Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. Nueva York: Plenum Press.
- Dulac, J. (2006). "La pizarra digital. ¿Una nueva metodología en el aula?" Recuperado el 9 de marzo de 2016 de <http://dim.pangea.org/docs/DulacInforme.pdf>
- Dulac, J. (2011). Referencial de buenas prácticas para los proyectos con pizarra digital. *Educación y futuro: Revista de investigación aplicada y*

- experiencias educativas*, 25, 211-229. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3775589>
- Eccles, J. S., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. L., et al. (1983). *Expectancies, values, and academic behaviors. Achievement and achievement motivation*. San Francisco, CA: Freeman.
- Elliot, J. L. (1988). *A review of literature on the relationship between motivational techniques and academic achievement*. Ann Arbor (Michigan): University Microfilm International.
- Farias, D. y Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación Universitaria*, 3(6), 33-40. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3716559>
- Fernández, E., Hervás, C. y Baena, A. L. (2012). Las percepciones de agentes educativos hacia la incorporación de la Pizarra Digital Interactiva en el aula. *Hekademos: Revista educativa digital*, 11, 19-27. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4059528>
- Fernández, F. D., Hinojo, F. J. y Aznar, I. (2002). Las actitudes de los docentes hacia la formación en Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) aplicadas a la educación. *Contextos educativos: Revista de educación*, 5, 253-270. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=498346>
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. *Suma: Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 17, 10-16. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/17/010-016.pdf>
- Fredericks, J. A. y Eccles, J. S. (2002). Children's competence and value beliefs from childhood through adolescence: Growth trajectories in two male sex-typed domains. *Developmental Psychology*, 38, 519-533. Recuperado de <http://psycnet.apa.org/index.cfm?fa=buy.optionToBuy&id=2002-01756-005>
- Gallego, D., Cacheiro, M. L., y Dulac, J. (2009). La pizarra digital interactiva como recurso docente. *Revista Electrónica Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 10(2), 127-145. Recuperado de [http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev\\_numero\\_10\\_02/n10\\_02\\_gallego\\_cacheiro\\_dulac.pdf](http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_10_02/n10_02_gallego_cacheiro_dulac.pdf)

- Gallego, D. y Dulac., J. (2006). *Informe Final del Iberian Research Project 2005-Madrid*. Recuperado el 8 de marzo de 2016 de [http://tecnologiaedu.us.es/dipro2/images/stories/M4/PDF/pdf\\_6/page\\_o1.htm](http://tecnologiaedu.us.es/dipro2/images/stories/M4/PDF/pdf_6/page_o1.htm)
- Gandol, F., Carrillo, E. y Prats, M. A. (2012). Potenciales y limitaciones de la Pizarra Digital Interactiva. Una revisión crítica de la literatura. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 40, 171-183. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3805804>
- García, F. (2010). Internet en la vida de nuestros hijos. ¿Cómo transformar los riesgos en oportunidades? Foro Generaciones interactivas. Recuperado el 10 de marzo de 2016 de <http://recursostic.educacion.es/buenaspracticass20/web/es/familias-conectads/bp-20-en-familias/243-internet-en-la-vida-de-nuestros-hijos>
- García, M. L., Sordo, J. M y England, S. B. (2008). Cómo almacenar digitalmente las explicaciones en tiempo real. En IV Jornada Campus Virtual UCM: Experiencias en el Campus Virtual (Resultados). *Editorial Complutense, Madrid*, 196-204. Recuperado de <http://eprints.ucm.es/7790/1/campusvirtual197-206.pdf>
- García, M. M. y Romero, I. M. (2009). Influencia de las Nuevas Tecnologías en la Evolución del Aprendizaje y las Actitudes Matemáticas de Estudiantes de Secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 369-396. Recuperado de [http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/17/espagnol/Art\\_17\\_306.pdf](http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/17/espagnol/Art_17_306.pdf)
- García, P. (2012). 10 pasos para crear contenidos para una PDI. *Observatorio Tecnológico del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*. Recuperado el 8 de marzo de 2016 de <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/eu/equipamiento-tecnologico/aulas-digitales/es/equipamiento-tecnologico/aulas-digitales/1066-guia-para-crear-contenidos-%20para-pdi>
- García, V. (1993). *Introducción general a una pedagogía de la persona*. Madrid: Rialp.
- Gardner, H. (1994). *Estructuras de la mente: La teoría de las inteligencias múltiples (2ª Ed.)*. Madrid: Fondo de Cultura Económica (FCE).

- Gasco, J. y Villarroel, J. D. (2014). La motivación para las matemáticas en la ESO. Un estudio sobre las diferencias en función del curso y del sexo. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 86, 39-50. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4758961>
- Gholamali, M., Sadat, F., Hejazi, E. y Davoodi, M. (2011). The Effect of Self-regulation Learning Strategies Training on the Academic Motivation and Self-efficacy. *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 29, 627 – 632. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/257714773\\_The\\_Effect\\_of\\_Self-regulation\\_Learning\\_Strategies\\_Training\\_on\\_the\\_Academic\\_Motivation\\_and\\_Self-efficacy](https://www.researchgate.net/publication/257714773_The_Effect_of_Self-regulation_Learning_Strategies_Training_on_the_Academic_Motivation_and_Self-efficacy)
- Goleman, D. (1996). *Inteligencia emocional*. Barcelona: Kairós.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las ciencias*, 28(2), 227–244. Recuperado de <http://eprints.ucm.es/21500/1/IGomez1.pdf>
- Gómez, P. (2005). Complejidad de las matemáticas escolares y diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje con tecnología. *Revista EMA*, 10(2-3), 353-373. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/387/1/GomezPo5-2783.PDF>
- Gómez, S. (2012). Introducción a la PDI en 10 pasos. *Observatorio Tecnológico del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*. Recuperado el 8 de marzo de 2016 de <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/equipamiento-tecnologico/aulas-digitales/1071-introduccion-a-la-pdi-en-10-pasos>
- González, A. (s.f.). *Números Complejos. Matemáticas I. 1º de Bachillerato. IES Fernando de Mena*. Recuperado el 22 de noviembre de 2015 de [http://www.alfonsogonzalez.es/asignaturas/1\\_bach\\_ccnn/unidades\\_didacticas\\_1\\_bach\\_ccnn/unidad\\_didactica\\_complejos.pdf](http://www.alfonsogonzalez.es/asignaturas/1_bach_ccnn/unidades_didacticas_1_bach_ccnn/unidad_didactica_complejos.pdf)
- González, C. y Durán, J. F. (2015). La pizarra digital interactiva como recurso potenciador de la motivación. *Revista de Comunicación Vivat Academia*,

- 132, 1-37. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5269112>
- Hall, I. y Higgins, S. (2005). Primary school students' perceptions of interactive whiteboards. *Journal of Computer Assisted Learning*, 21(2), 102-117. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2729.2005.00118.x/abstract>
- Hennessy, S.; Deane, R.; Ruthven, K. y Winterbottom, M. (2007). Pedagogical strategies for using the interactive whiteboard to foster learner participation in school science. *Learning, Media and Technology*, 32, 283-301. Recuperado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/17439880701511131>
- Hernández, E. y Medina, F. (2012). *La Pizarra Digital Interactiva y el programa Geogebra como herramientas que facilitan la atención a la diversidad en el aula de Matemáticas*. Recuperado el 23 de marzo de 2016 de <http://diversidad.murciaeduca.es/publicaciones/dea2012/docs/ehernandez.pdf>
- Herrera, F., Ramírez, M. I., Roa, J. M. y Herrera, I. (2004). Tratamiento de las creencias motivacionales en contextos educativos pluriculturales. *Revista Iberoamericana de Educación. Sección de Investigación*, (37)2, 1-21. Recuperado de <http://rieoei.org/investigacion/625Herrera.PDF>
- Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, 334, 75-95. Recuperado de [http://www.revistaeducacion.mec.es/re334/re334\\_06.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/re334/re334_06.pdf)
- Hitachi Software Engineering Co., Ltd. (s.f.). *StarBoard. Guía del usuario de StarBoard Software 8.1*. Recuperado el 17 de marzo de 2016 de <http://www.ugr.es/~filosofia/recursos/innovacion/StarBoardSoftwareUsersGuide8.1.pdf>
- Hwang, W.Y., Su, J.H., Huang, Y.M. y Dong, J.J. (2009). A Study of Multi-Representation of Geometry Problem Solving with Virtual Manipulatives and Whiteboard System. *Educational Technology & Society*, 12(3), 229-247. Recuperado de [http://www.ifets.info/journals/12\\_3/20.pdf](http://www.ifets.info/journals/12_3/20.pdf)
- Instrucciones de 9 de mayo de 2015, sobre la ordenación educativa y la evaluación del alumnado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato y otras

*consideraciones generales para el curso escolar 2015/16*. Secretaría General de Educación de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte.

- Jacobs, J. E., Lanza, S., Osgood, D. W., Eccles, J. S., y Wigfield, A. (2002). Changes in children's Self-Competence and Values: Gender and Domain Differences across Grades One through Twelve. *Child Development*, 73(2), 509-527. Recuperado de <http://www.rcgd.isr.umich.edu/garp/articles/eccles02h.pdf>
- Leikin, R. y Zaslavsky, O. (1999). Cooperative Learning in Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 92(3), 240-246. Recuperado de <http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT7050/Students/Dwyer/27970923.pdf>
- Lewin, C., Scrimshaw, P., Somekh, B. y Haldane, M. (2009). 'The impact of formal and informal professional development opportunities on primary teachers' adoption of interactive whiteboards'. *Technology, Pedagogy and Education*, 18(2), 173-185. Recuperado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14759390902992592?journalCode=rtpe20>
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de *Educación*. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo de 2006.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la *mejora de la calidad educativa*. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2013.
- Liang, T.-H., Huang, Y.-M. y Tsai, C.-C. (2012). An Investigation of Teaching and Learning Interaction Factors for the Use of the Interactive Whiteboard Technology. *Educational Technology & Society*, 15(4), 356-367. Recuperado de [http://www.ifets.info/journals/15\\_4/30.pdf](http://www.ifets.info/journals/15_4/30.pdf)
- Locke, E. A, y Latham, G. P. (1990). *A Theory of Goal Setting and Task Performance*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Marquès, P. y Casals, P. (2003). La Pizarra Digital en el aula de clase, una de las tres bases tecnológicas de la escuela del futuro. *Revista Fuentes*, 4. Recuperado de <http://institucional.us.es/revistas/fuente/4/MONOGRAFICOS/LA%20PIZZARRA%20DIGITAL%20EN%20EL%20AULA%20DE%20CLASE.pdf>
- Marquès, P. y Grupo DIM (2006). *La pizarra digital en el aula de clase*. Barcelona: Grupo Edebé.

- Marquès, P. (2008a). *La pizarra digital*. Recuperado el 2 de marzo de 2016 de <http://www.peremarques.net/pdigital/es/pizinteractiva.htm>
- Marquès, P. (2008b). *Las pizarras digitales interactivas: mañana habrá una en cada aula*. Recuperado de <http://www.peremarques.net/pizinteractiva.htm>
- Martínez, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens: Revista Universitaria de Investigación*, 1, 237-256. Recuperado de <file:///C:/Users/MIGUEL/Downloads/Dialnet-ActitudesHaciaLaMatematica-2781941.pdf>
- Mateo, M (2001). La motivación, pilar básico de todo tipo de esfuerzo. *Proyecto Social: Revista de relaciones laborales*, 9, 163-184(1-21). Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=209932>
- MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2012a). *PISA 2012. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (OCDE). Informe español. Volumen I: Resultados y contexto*. Recuperado el 1 de marzo de 2016 de [http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012linea\\_volumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310](http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012linea_volumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310)
- MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013a). *PIAAC. Programa Internacional para la Evaluación de las Competencias de la población adulta. 2013 (OCDE). Informe español. Volumen I*. Recuperado el 3 de marzo de 2016 de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/piaac/piaac2013vol1.pdf?documentId=0901e72b81741bbc>
- MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013b). *Resultados del informe PIAAC de la OCDE*. Recuperado el 24 de febrero de 2016 de <http://www.mecd.gob.es/prensa-mecd/actualidad/2013/10/20131008-piaac.html>
- MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2012b). *Resultados de España en PISA 2012*. Recuperado el 24 de febrero de 2016 de <http://www.mecd.gob.es/prensa-mecd/actualidad/2013/12/20131203-pisa.html>
- Miller, D., Glover, D., Averis, D. (2004). *Motivation: The contribution of interactive whiteboards to teaching and learning in mathematics*. Recuperado el 20 de marzo de 2016 de

[http://rcsdk8.edlioschool.com/pdf/technology\\_committees/iwb/IWB\\_Motivation.pdf](http://rcsdk8.edlioschool.com/pdf/technology_committees/iwb/IWB_Motivation.pdf)

- Miller, D., Glover, D., Averis, D. (2015). *Developing Pedagogic Skills for the Use of the Interactive Whiteboard in Mathematics*. Recuperado el 12 de marzo de 2016 de [https://www.researchgate.net/publication/237563724\\_Developing\\_Pedagogic\\_Skills\\_for\\_the\\_Use\\_of\\_the\\_Interactive\\_Whiteboard\\_in\\_Mathematics](https://www.researchgate.net/publication/237563724_Developing_Pedagogic_Skills_for_the_Use_of_the_Interactive_Whiteboard_in_Mathematics)
- MITYC: Ministerio de Industria, Turismo y Comercio. (2006). *Red.es*. Recuperado de [http://www.ascmferrol.com/files/pdi\\_red.es.pdf](http://www.ascmferrol.com/files/pdi_red.es.pdf)
- Morgan, H. (2010). *Teaching With the Interactive Whiteboard: An Engaging Way To Provide Instruction*. Recuperado el 24 de marzo de 2016 de <http://hanimorgan.com/TEACHINGWITHTHEINTERACTIVELWHITEBOARD.pdf>
- Muñoz, P.C. y González, M. (2015). Utilización de las TIC en orientación educativa: un análisis de las plataformas web en los departamentos de orientación de secundaria. *Revista Complutense de Educación*, 26(2), 447-465. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5117578>
- Naranjo, M. L. (2009). Motivación: perspectivas teóricas y algunas consideraciones de su importancia en el ámbito educativo. *Revista Educación* 33(2), 153-170. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/440/44012058010.pdf>
- Noda, A. (2009). Pizarra digital interactiva en aulas de matemáticas. *Números: Revista Didáctica de las Matemáticas*, 72, 121-127. Recuperado de [http://www.sineuon.org/numeros/numeros/72/Enlared\\_01.pdf](http://www.sineuon.org/numeros/numeros/72/Enlared_01.pdf)
- Nuñez, J. C. (2009). *Motivación, aprendizaje y rendimiento académico*. Recuperado el 2 de marzo de 2016 de <http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/xcongreso/pdfs/cc/cc3.pdf>
- O'Hanlon, Ch. (2007). Board Certified. Recuperado de <http://thejournal.com/Articles/2007/06/01/Board-Certified.aspx>
- Orden de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, 169, de 26 de agosto de 2008.

- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 25, de 29 de enero de 2015.
- Ortiz, M. (2012). La PDI como herramienta optimizadora para la clase de ELE: potencialidades y creación de recursos didácticos. Recuperado el 7 de marzo de 2016 de [http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca\\_ele/publicaciones\\_centros/PDF/manchester\\_2012/10\\_ortiz.pdf](http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/publicaciones_centros/PDF/manchester_2012/10_ortiz.pdf)
- Ovejero, A. (1993). La teoría de la disonancia cognoscitiva. *Psicothema*, 5(1), 201-206. Recuperado de <http://www.psicothema.com/pdf/873.pdf>
- Palma, M.J. (2016). *Memoria de Prácticas*. Material no publicado.
- Palma, M.J. (2016). *Informe Intermedio de Prácticas*. Material no publicado.
- Pantoja, A. y Campoy, T. J. (2001). El Orientador ante las Nuevas Tecnologías. *Agora Digital*, 2. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=963204>
- Php (s.f.). *phpwebquest*. Recuperado el 9 de diciembre de 2015 de [http://phpwebquest.org/cursocep/procesa\\_index\\_tipo.php](http://phpwebquest.org/cursocep/procesa_index_tipo.php)
- Pintrich, P.R. y De Groot, E.V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom performance. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 33-40. Recuperado de <http://web.stanford.edu/dept/SUSE/projects/ireport/articles/self-regulation/self-regulated%20learning-motivation.pdf>
- Pradas, S. (2005). *Propuestas para el uso de la Pizarra Digital Interactiva con el Modelo CAIT*. Recuperado el 14 de marzo de 2016 de <http://www.fund-encuentro.org/foro/publicaciones/C10.pdf>
- Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. Boletín Oficial del Estado, 266, de 6 de noviembre de 2007.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 3, de 3 de enero de 2015.

- Reeve, J. (2010). *Motivación y emoción* (5ª Ed.). Recuperado de <https://onedrive.live.com/view.aspx?Bsrc=Share&Bpub=SDX.SkyDrive&resid=744F6D8BBEE8E5EB!2298&cid=744f6d8bbee8e5eb&app=WordPdf&authkey=!ApZGGkNxMD1CWRE>
- Rey, M. J. (2010). Una experiencia con TIC en la clase de Matemáticas. *Revista DIM: Didáctica, Información y Multimedia*, 19, 1-10. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3671527>
- Rodríguez, E. M. (2009). *Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Recuperado el 14 de marzo de 2016 de <http://www.eumed.net/rev/ced/09/emrc.htm>
- Rodríguez, E., Pérez, M. A., Fernández, A., Martín, L., Guevara, R. (2014). *Una experiencia en el empleo de las TIC en la enseñanza de la Matemática*. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado el 14 de febrero de <http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/266.pdf>
- Rodríguez, J. R. (2014). Los recursos TIC favorecedores de estrategias de aprendizaje autónomo: el estudiante autónomo y autorregulado. *In Crescendo*, 5(2), 233-251. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5127645>
- Ruiz, F. J. (2012). Qué hacer con las PDI en el aula de Matemáticas. En Ruiz, J. et al (2013). *Las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (pp. 119-150). Sevilla: Editorial MAD.
- Ruiz, F. J. y Mármol, M. A. (2006). *Internet y educación: Uso educativo de la red*. Madrid: Visión Net.
- Ruiz de Gauna, J., Harcía, J. M. y Sarasua, J. (2012). Perspectiva de los alumnos de Grado de Educación Primaria sobre las Matemáticas y su enseñanza. *Campo Abierto*, 31(2), 37-51. Recuperado de [http://dehesa.unex.es/bitstream/handle/10662/3624/0213-9529\\_2012\\_31\\_2\\_37.pdf?sequence=1](http://dehesa.unex.es/bitstream/handle/10662/3624/0213-9529_2012_31_2_37.pdf?sequence=1)
- Smith H.J., Higgins, S., Wall, K. y Miller, J. (2005). Interactive whiteboards: boon or bandwagon? A critical review of the literature. *Journal of Computer Assisted Learning*, 21(2), 91-101. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2729.2005.00117.x/abstract>

- Stipek, D. (2002). *Motivation to learn: From theory to practice (4th edition)*. Needham Heights (Massachusetts): Allyn & Bacon.
- Slay, H., Siebörger, I. y Hodgkinson-Williams, Ch. (2008). Interactive whiteboards: Real beauty or just “lipstick”? *Computers & Education*, 51(3), 1321-1341. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131508000146>
- SMART Technologies Inc. (2006). *Interactive Whiteboard and Learning Improving student learning outcomes and streamlining lesson planning*. Recuperado el 23 de febrero de 2016 de [http://www.sharpsav.com/wp-content/uploads/2013/08/Int\\_Whiteboard\\_Research\\_Whitepaper.pdf](http://www.sharpsav.com/wp-content/uploads/2013/08/Int_Whiteboard_Research_Whitepaper.pdf)
- Somyurek, S., Atasoy, B. y Ozdemir, S. (2009). Board’s IQ: What makes a board smart? *Computers & Comupters*, 53(2), 368-374. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131509000621>
- Theobald, M. A. (2006). *Increasing student motivation: Strategies for middle and high school teachers*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- Toledo, P. y Sánchez, J. M. (2013). Utilización de la pizarra digital interactiva como herramienta en las aulas universitarias. *Revista Apertura*, 5(1), 20-35. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/688/68830443003.pdf>
- Torff, B. y Tirotta, R. (2010). Interactive whiteboards produce small gains in elementary students’ self-reported motivation in mathematics. *Computers and Education*, 54(2), 379-383. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131509002152>
- Trechera, J. L. (2005). *Saber motivar: ¿El palo o la zanahoria?* Recuperado el 15 de febrero de 2008 de <http://www.monografias.com/trabajos28/saber-motivar/saber-motivar.shtml>
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015a). *Educación Personalizada. Manual Tema 5: Algunos aspectos de la personalización de la enseñanza*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015b). *Innovación e Investigación para la mejora de la práctica docente. Tema 1: Fundamentos de la investigación*. Material no publicado.

- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015c). *Innovación e Investigación para la mejora de la práctica docente. Tema 2: El diseño de propuestas y objetivos*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015d). *Metodología de la especialidad. Tema 1: Concepción de las matemáticas*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015e). *Metodología de la especialidad. Tema 5: El trabajo en grupo guiado*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015f). *Orientación Familiar y Tutoría. Tema 7: Algunos recursos de acción tutorial*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015g). *Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la Educación. Tema 1: TIC en la educación*. Material no publicado.
- Urdan, T. y Midgley, C. (2003). Changes in the perceived classroom goal structure and pattern of adaptive learning during early adolescence. *Contemporary Educational Psychology*, 28, 524-551. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0361476X02000607>
- Velasco, A. y Romero, L. (2012). MONOGRÁFICO: Pizarras digitales 2012. *Observatorio Tecnológico del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*. Recuperado el 12 de marzo de 2016 de <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/equipamiento-tecnologico/aulas-digitales/1038-monografico-pizarras-digitales?showall=1>
- Vincent, J. (2007). The interactive whiteboard in an early years classroom: A case study in the impact of a new technology on pedagogy. *Australian educational computing*, 22(2), 20-25. Recuperado de <http://acce.edu.au/journal/22/1/interactive-whiteboard-early-years-classroom-case-study-impact-new-technology-pedagogy>
- Vroom, V. (1964). *Work and motivation* New York: Wiley.
- Walker, D. (2003). *Quality at the dockside*. Recuperado el 10 de marzo de 2016 de <https://www.tes.com/article.aspx?storycode=373324>

- Wall, K., Higgins, S. y Smith, F. (2005). 'The visual helps me understand the complicated things': pupil views of teaching and learning with interactive whiteboards. *British Journal of Educational Technology*, 36(5), 851-867. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-8535.2005.00508.x/abstract>
- Watt, H. M. G. (2004). Development of adolescents self-perceptions, values, and task perceptions according to gender and domain in 7th through 11th grade australian students. *Child Development*, 75(5), 1556-1574. Recuperado de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.474.7732&rep=rep1&type=pdf>
- Watt, H. M. G., Shapka, J. D., Morris, Z. A., Durik, A. M., Keating, D. P., y Eccles, J. S. (2012). Gendered motivational processes affecting high school mathematics participation, educational aspirations, and career plans: A comparison of samples from Australia, Canada, and the United States. *Developmental Psychology*, 48(6), 1594-1611. Recuperado de <http://www.pubfacts.com/detail/22468566/Gendered-motivational-processes-affecting-high-school-mathematics-participation-educational-aspirati>
- Wood, R. y Ashfield, J. (2008). The use of the interactive whiteboard for creative teaching and learning in literacy and mathematics: a case study. *British Journal of Educational Technology*, 39(1), 84-96. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-8535.2007.00699.x/abstract>
- Zimmerman, B. J. y Martínez-Pons, M. (1990). Student differences in self-regulated learning: Relating grade, sex and giftedness to self efficacy and strategy use. *Journal of Educational Psychology*, 82, 51-59. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/232583872\\_Student\\_differences\\_in\\_self-regulated\\_learning\\_Relating\\_grade\\_sex\\_and\\_giftedness\\_to\\_self-efficacy\\_and\\_strategy\\_use\\_Journal\\_of\\_Educational\\_Psychology\\_82\\_51-59](https://www.researchgate.net/publication/232583872_Student_differences_in_self-regulated_learning_Relating_grade_sex_and_giftedness_to_self-efficacy_and_strategy_use_Journal_of_Educational_Psychology_82_51-59)

## 7.2.-Otras fuentes consultadas

- Adell, J. (2003). Internet en el aula: a la caza del tesoro. *Eduotec-e: Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 16, 1-10. Recuperado de: <http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec16/adell.pdf>
- Aguaded, J.I., Tirado, R. (2008). Los centros TIC y sus repercusiones didácticas en primaria y secundaria en Andalucía. *EDUCAR*, 41, 61-90. Recuperado de <http://educar.uab.cat/article/view/142/124>
- Ambrós, A. (2009). La programación de unidades didácticas por competencias. *Aula de Innovación Educativa*, 180. 26-32. Recuperado de: <http://www.ub.edu/dllenpantalla/sites/default/files/3%20%20AU%20188%20Alba%20Ambr%C3%B2s%20programar%20por%20competencias.pdf>
- Aparicio, A.I., Coence, C., Arjona, A. (s.f.). *TIC's aplicadas a las Matemáticas y Tecnología*. Recuperado el 27 de diciembre de 2015 de <http://ticmatec.blogspot.com.es/search/label/Curiosidades%20Matem%C3%A1ticas>
- BBC Interactive (s.f.). *What is an Interactive Whiteboard?* Recuperado el 1 de marzo de 2016 de <http://www.bbcactive.com/BBCActiveIdeasandResources/Whatisaninteractivewhiteboard.aspx>
- Decreto 416/2008, de 22 de julio, por el que se establece *la ordenación y las enseñanzas correspondientes al bachillerato en Andalucía*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, 149, de 22 de julio de 2008.
- Guillén García, F., Jiménez Betancor, H. (1998). Valoraciones que realizan los alumnos de sus profesores. *Revista interuniversitaria de formación de profesorado*, 31, 129-138. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=117972>
- Iglesias, L.M. (s.f.). *MatemaTICas: 1,1, 2, 3, 5, 8, 13...: Pizarra Digital-PDI*. Recuperado el día 7 de Enero de 2015 de <http://matematicas11235813.luismiglesias.es/pizarra-digital-pdi/#.VttDffnhDIW>
- Instrucciones de 8 de junio de 2015, por las que *se modifican las de 9 de mayo de 2015, sobre la ordenación educativa y la evaluación del alumnado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato y otras consideraciones*

- generales para el curso escolar 2015/2016*. Secretaría General de Educación de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte.
- Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de *Educación de Andalucía*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, 252, de 26 de diciembre de 2007.
  - Montesinos, J. L. (2010). *Historia de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria*. Madrid: Síntesis.
  - Orden de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla *el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, 169, de 26 de agosto de 2008.
  - Orden de 15 de Diciembre de 2008, por la que se establece *la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, 2, de 5 de enero de 2009.
  - Ruiz Jiménez, M. J., Llorente Medrano, J., González García, C. (2008). *Matemáticas 1 Bachillerato*. Madrid: Editex.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Atención a la diversidad. Tema 1: La diversidad en el sistema educativo*. Material no publicado.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Diseño curricular. Tema 2: El currículo de Matemáticas en las modalidades de Bachillerato*. Material no publicado.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Diseño Curricular. Tema 3: Trabajar por competencias*. Material no publicado.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Diseño Curricular. Tema 4: Secuenciación de objetivos, contenidos y criterios de evaluación*. Material no publicado.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Diseño Curricular. Tema 5: Diseño de Unidades Didácticas*. Material no publicado.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Educación Personalizada. Tema 4: Paradigmas educativos*. Material no publicado.
  - UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Historia y Contenidos disciplinares de Matemáticas. Cuarta Clase*. Material no publicado.

- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Historia y Contenidos disciplinares de Matemáticas. Quinta Clase*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Historia y Contenidos disciplinares de Matemáticas. Sexta Clase*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Metodología de la especialidad. Tema 2: Teorías de aprendizaje*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Metodología de la especialidad. Tema 4: Método heurístico para la resolución de problemas*. Material no publicado.
- UNIR: Universidad Internacional de La Rioja (2015). *Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la Educación. Tema 2: Los medios audiovisuales*. Material no publicado.

## **8.-ANEXOS**

### **8.1.-Marco Teórico**

#### **8.1.1.-Informe PISA 2012 y Programa PIAAC 2013**

##### **A) Informe PISA 2012**

###### **a) Introducción**

Para la elaboración de este apartado del trabajo, y dado que no estaban aún disponibles los resultados del Informe PISA 2015 (que se publicarán en diciembre de 2016), se ha tenido en cuenta lo indicado en el Informe PISA 2012 (Informe Español, Vol. I), así como las conclusiones que sobre sus resultados se extrajeron en la página web del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) del Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (MECD) de España.

El Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (o PISA por sus siglas en inglés: “Programme for International Student Assessment”) de la OCDE es un instrumento basado en el análisis y la evaluación del rendimiento, los conocimientos y las destrezas de estudiantes de 15 años procedentes de más de 60 países, a través de una serie de exámenes que se llevan a cabo cada tres años.

Así, el Programa PISA se focaliza en la valoración de los resultados obtenidos por los alumnos en tres competencias consideradas troncales (matemáticas, lectura y ciencias), valorando no sólo lo que los alumnos han aprendido en el ámbito escolar, sino también lo adquirido fuera del mismo por otras vertientes de aprendizaje, y en definitiva su capacidad para extrapolar con eficacia sus conocimientos, habilidades y actitudes a la gran diversidad de contextos tanto teóricos como prácticos a los que tendrán que hacer frente en su vida cotidiana.

Desde la primera edición del Informe PISA en el año 2000, España ha participado en todos los ciclos trianuales (2000, 2003, 2006, 2009, 2012 y 2015).

###### **b) El Informe PISA 2012 y la competencia matemática**

En el año 2012, el Informe PISA abarcó a 65 países de los cinco continentes, incluyendo a los 34 que pertenecen a la OCDE, y entre ellos España. Fueron examinados alrededor 510.000 alumnos como muestra de una población escolar total de 28 millones de alumnos. En España, la prueba se llevó a cabo en mayo de 2012 y en ella se evaluó a 25.313 alumnos de 15 años (de los 373.691 que había en esa edad), de los cuales la gran mayoría se encontraba en 4º de ESO.

Además de la muestra estatal, en la edición 2012 catorce comunidades autónomas españolas (todas menos Canarias, Castilla-La Mancha y Comunidad Valenciana, además de las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla) participaron ampliando su muestra regional, con un número de centros y de alumnos representativos con el objetivo de que sus resultados fuesen comparables con el resto de los países y economías participantes a nivel internacional.

Para valorar las tres competencias consideradas (matemáticas, lectura y ciencias), el alumnado realiza una prueba escrita de dos horas con una serie de preguntas de opción múltiple y respuesta abierta basadas en pasajes mixtos (textos, gráficos, imágenes, mapas, etc.) sobre una situación de la vida real. Además, los alumnos realizan también un cuestionario de contexto con preguntas sobre ellos mismos, sus familias y sus experiencias escolares (en media hora adicional).

Un aspecto importante del Informe PISA 2012 para este trabajo es que, y al igual que ya sucediera en 2003, en este caso fueron las matemáticas el área evaluada con mayor grado de exhaustividad y precisión, de manera que se dedicaron dos tercios del examen a la competencia matemática, repartiéndose el tercio restante entre las otras dos (lectura y ciencias). La mayor dedicación a matemáticas en PISA 2012 permitió que se proporcionen resultados para 4 dominios de la competencia: cantidad, cambio y relaciones, espacio y forma, e incertidumbre y datos.

Según el Informe PISA 2012, la competencia matemática se define como:

La capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (Informe español, Vol.1, 2012, p. 14).

A efectos de la evaluación, la competencia matemática se analiza en función de tres aspectos interrelacionados: el contenido (cuatro áreas interrelacionadas relativas a los números, el álgebra, la geometría y la estadística), los procesos (formulación matemática de las situaciones, empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos, e interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos), y los contextos o situaciones en las que se pueden aplicar las matemáticas (personal, educativa, social y científica).

El estudio PISA 2012 no sólo proporciona información importante acerca de los resultados del aprendizaje relativos al rendimiento en las matemáticas, sino que también evalúa el desarrollo de actitudes y disposiciones hacia las matemáticas, así

como reconoce el importante papel de los medios electrónicos a través de la inclusión de una evaluación de las matemáticas en soporte electrónico.

Los resultados se presentan por medio de escalas, de modo que se estima la competencia matemática global de los estudiantes seleccionados en función del porcentaje de alumnos que alcanzan diferentes niveles de competencia, los cuales son definidos según el grado de dificultad de las actividades a las que se enfrentan.

La escala se divide en seis niveles de competencia, de manera que el nivel 1 representa la competencia más baja y el nivel 6, la competencia más alta.

A continuación, se señalan los resultados obtenidos que se han considerado más relevantes y se extraen algunas conclusiones sobre los mismos.

-Como puede observarse en la Figura 1 del apartado 2.2.2 del presente documento (página 14), España obtuvo una puntuación media de 484, lo que significa 10 puntos por debajo del promedio de los países de la OCDE (494 puntos) y 5 puntos menos que el promedio de la UE (489). En el primer caso (comparación de España con la OCDE), la diferencia es estadísticamente significativa.

Por otro lado, el rendimiento del alumnado español se sitúa en el intervalo de 481 a 488 puntos, un resultado no muy distinto al obtenido por países como Reino Unido (494), Noruega (489), Italia (485), Estados Unidos (481) o Suecia (478).

Por último, y en cuanto a las CC. AA. se refiere, las puntuaciones más elevadas en matemáticas corresponden a C. Foral de Navarra (517), Castilla y León (509), País Vasco (505), Comunidad de Madrid (504) y La Rioja (503), siendo significativamente superiores al promedio de los países de la OCDE (494).

Se quiere destacar el resultado obtenido por Andalucía, comunidad autónoma en la cual se enmarca el estudio de campo del presente trabajo, con una puntuación de apenas 472 puntos, que la situaron a 12 puntos de la media nacional, así como a 22 del promedio de la OCDE y a 17 de la puntuación media de los países de la UE.

-En lo referente a la distribución de los alumnos por niveles de rendimiento, y como puede observarse en la Figura 23, en España el 24% de los alumnos se situaron entre los dos niveles más bajos de rendimiento (niveles <1 y 1, repartido entre el 8% y el 16%, respectivamente), mientras que en el conjunto de países de la OCDE el 23% (8% + 15%) de los alumnos no alcanzó el nivel 2 y el promedio de la UE se situó en el 24% (8% + 16%), de forma que los resultados fueron muy similares.

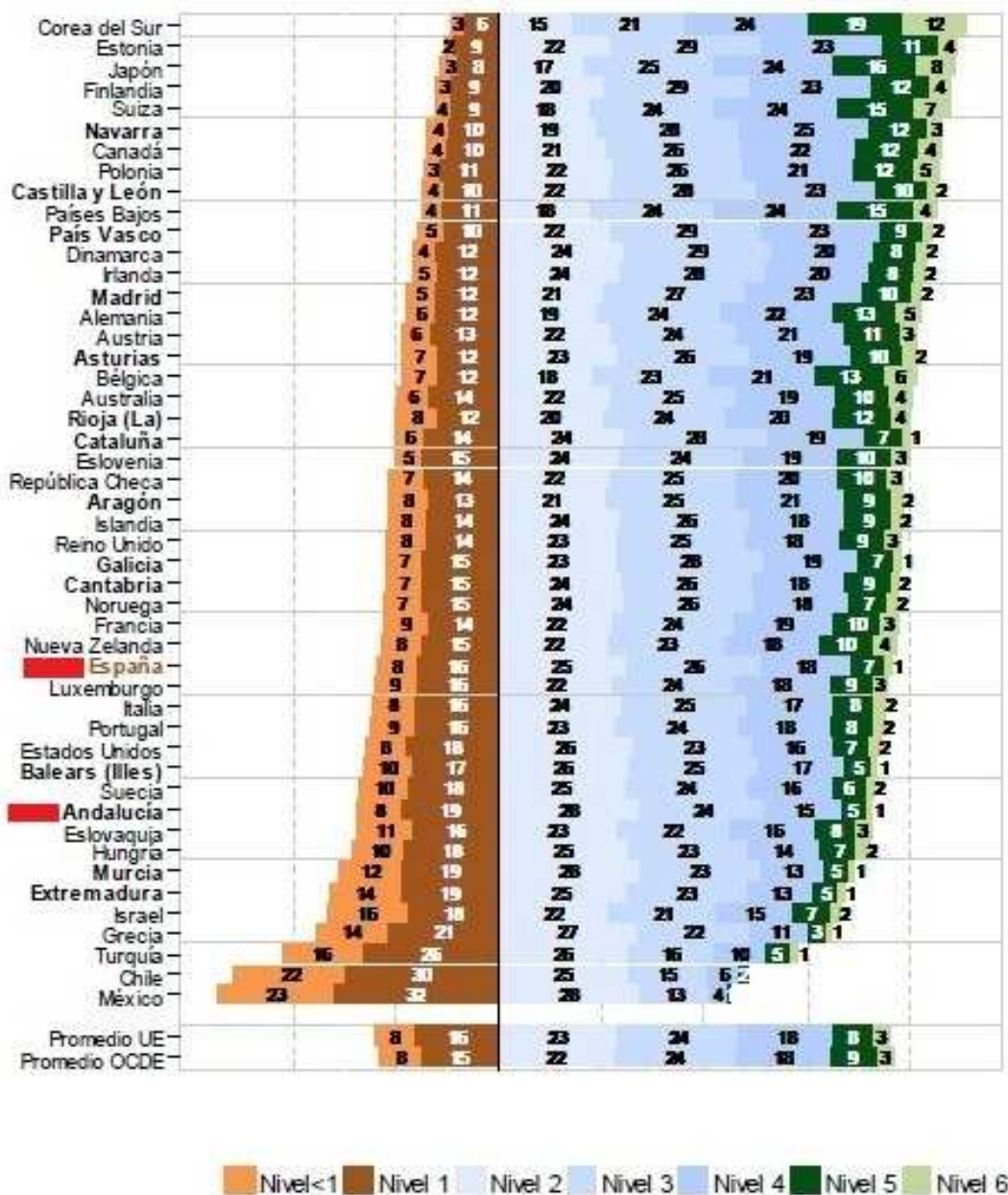


Figura 23. Distribución de los alumnos por niveles de rendimiento en matemáticas por países de la OCDE y comunidades autónomas españolas. (MECD, 2012a, p. 45)

Sin embargo, la proporción de alumnos españoles de 15 años que se situó en los niveles más altos (5 y 6) sí fue significativamente distinta, con un 8% (7% + 1%), inferior en un 4% al promedio de la OCDE, y en un 3% al promedio UE.

En lo que respecta a la comunidad autónoma de Andalucía, la situación fue bastante peor, pues la proporción de alumnos en los niveles bajos alcanzó el 27% (8% + 19%), mientras que el porcentaje de alumnos de alto rendimiento apenas llegó al 6% (5% + 1%), bastante lejos de los promedios de la OCDE y de la UE.

-En cuanto a los resultados comparativos por sub-áreas de contenido, en la Figura 24 puede observarse que la distribución de los resultados en función de los cuatro contenidos matemáticos (Cantidad, Cambio y relaciones, Incertidumbre y datos y Espacio y forma) tiene una tendencia similar en España con respecto a los países de la OCDE y de la UE, si bien las puntuaciones son inferiores. Así, España presenta mejor rendimiento relativo en las sub-áreas de Cantidad y de Incertidumbre y datos, mientras que en Cambio y relaciones y en Espacio y forma, los resultados de rendimiento son peores, de manera que en estas dos sub-áreas deberían mejorarse e intensificarse los procesos de enseñanza-aprendizaje.

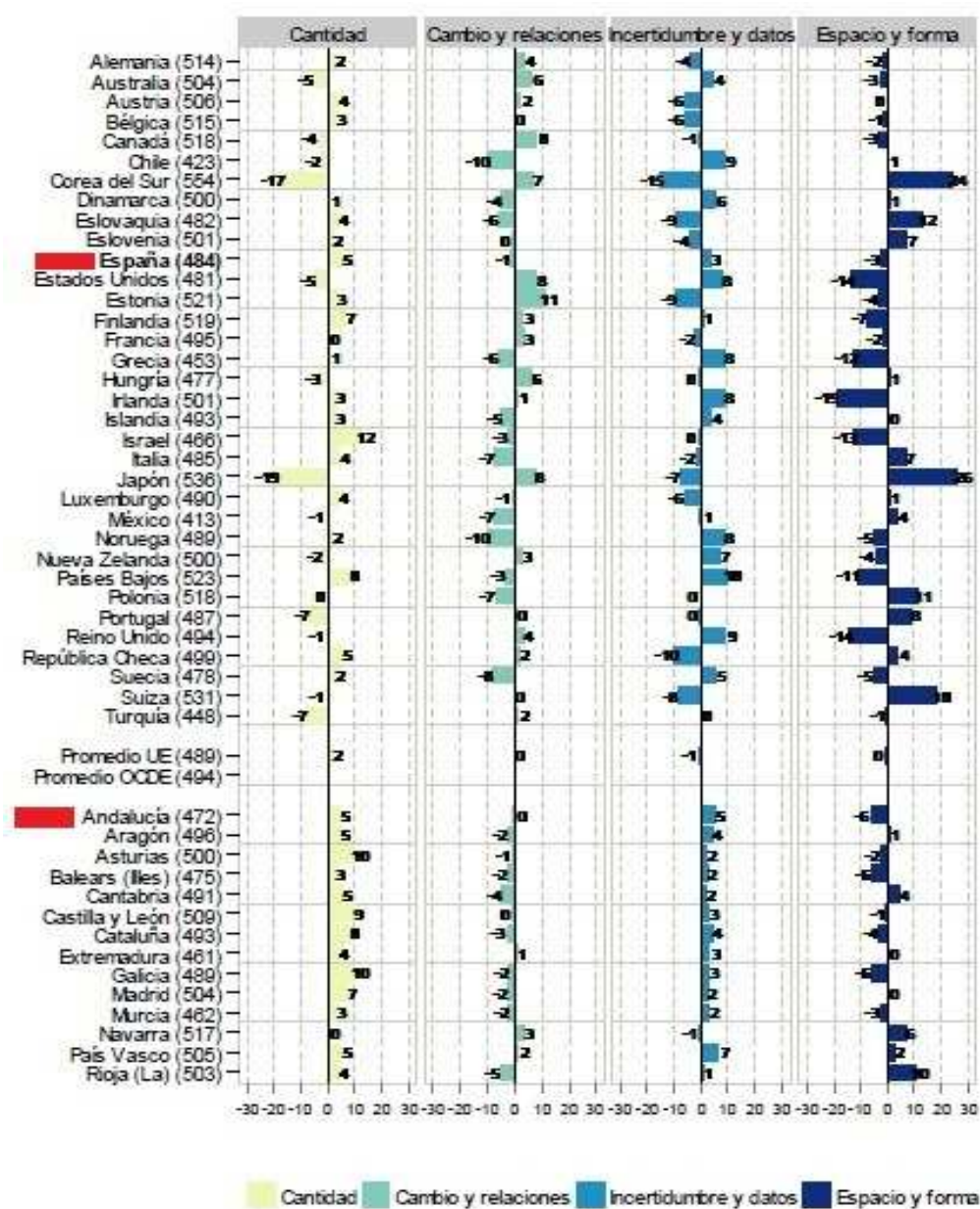


Figura 24. Diferencia entre las distancias de los resultados por sub-área y las puntuaciones globales, tomando como referencia la OCDE. (MECD, 2012a, p. 52)

En lo que respecta a Andalucía, la situación es significativamente mala en cuanto a la sub-área de Espacio y Forma en comparación con la OCDE, mientras que presenta mejor rendimiento relativo en las sub-áreas de Cantidad y de Incertidumbre y datos, y un cierto equilibrio en la sub-área de Cambio y relaciones.

-Por otra parte, en el Informe PISA 2012 se ha ampliado el concepto de competencia matemática a las pruebas digitales, para analizar hasta qué punto este tipo de pruebas puede ayudar u obstaculizar el aprendizaje de los alumnos.

En la Figura 25 pueden observarse las puntuaciones medias de las pruebas digitales en matemáticas para los 23 países seleccionados y las dos CC. AA. españolas que ampliaron su muestra (Cataluña y País Vasco). Así, España obtuvo 475 puntos en matemáticas digitales, lo que supuso una diferencia significativa de 22 puntos menos con respecto la media de la OCDE (497) y no tanto en comparación con el resultado español obtenido en las pruebas impresas (484).

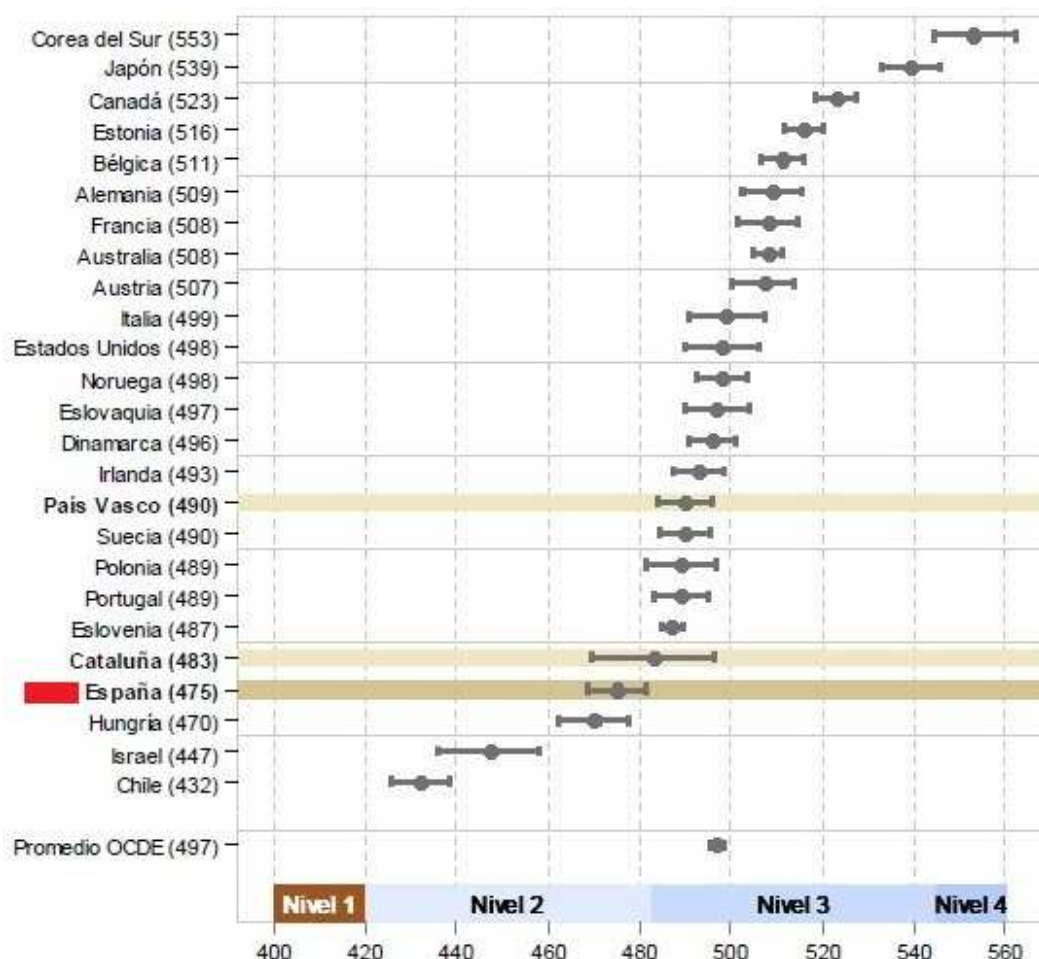


Figura 25. Puntuaciones medias de las pruebas realizadas por ordenador en matemáticas por países de la OCDE y comunidades autónomas españolas. (MECD, 2012a, p. 81)

A nivel autonómico, el País Vasco (490) alcanzó resultados muy por encima de la media española. No se aportaron datos de Andalucía en esta prueba.

c) Evolución de los resultados en matemáticas 2003-2012

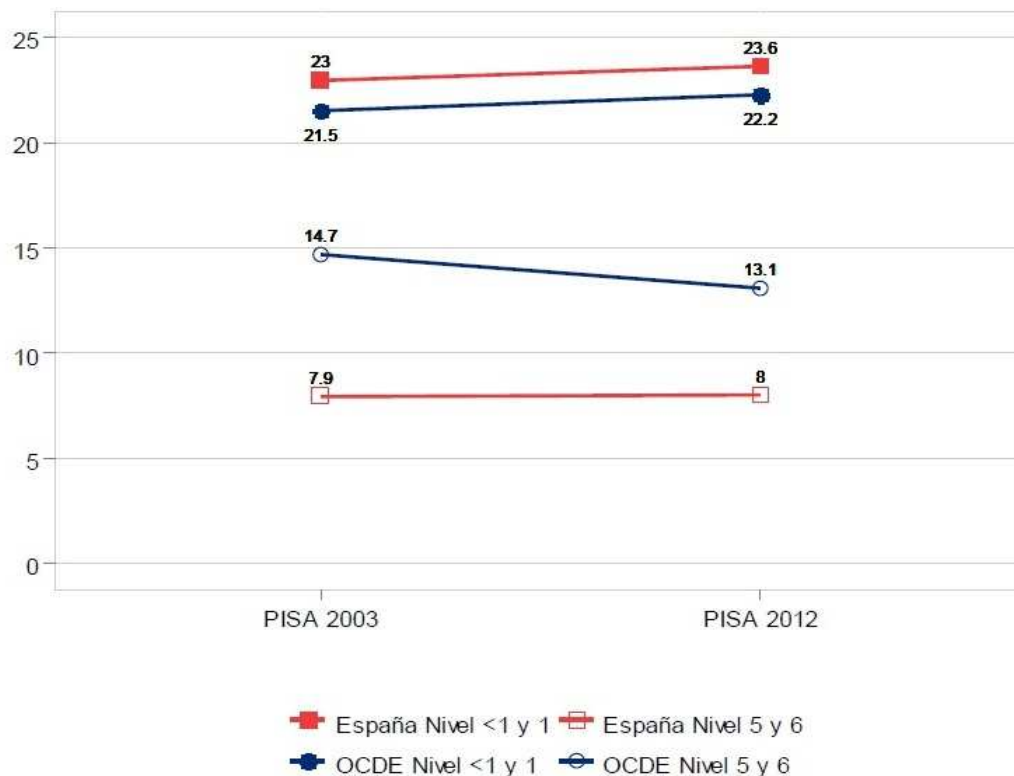
-En cuanto a la evolución de los resultados obtenidos desde el año 2003 (el primero en el que se evaluó la competencia matemática), en la Figura 2 (página 15) puede observarse que la diferencia de España con respecto al conjunto de países de la OCDE se ha reducido ligeramente con el tiempo (en 3 puntos), pasando de una diferencia de 15 puntos en 2003 a 12 puntos en 2012. Asimismo, se observa que en España se ha producido un estancamiento de los resultados a lo largo de estos años, variando únicamente en un punto (de 485 en 2003, a 484 en 2012), y por lo tanto puede deducirse que no se ha producido ningún cambio sustancial en el rendimiento del alumnado entre las dos ediciones en cuanto a la competencia matemática.

Resulta llamativa la caída de los resultados en Finlandia, considerado un referente mundial a nivel educativo, con una pérdida de 25 puntos con respecto a la edición 2003. No obstante, sus resultados continúan siendo excelentes (es el sexto país a nivel de resultados globales, como puede observarse en la Figura 1, p. 14).

-Por otra parte, y en relación con la evolución del alumnado en función de los niveles de rendimiento en matemáticas, en la Figura 26 puede observarse que en España el porcentaje de alumnos con bajo rendimiento (niveles <1 y 1) se incrementó en 0,6 puntos porcentuales con respecto a la edición del año 2003, lo cual contrasta con uno de los objetivos estratégicos de la UE para el 2020 en educación, que no es otro que reducir la proporción de alumnos con bajo rendimiento (en las tres competencias) hasta situarlo en el 15%. No obstante, la evolución de la OCDE también se sitúa lejos de ese objetivo, con una subida de 0,7 puntos porcentuales desde el año 2003 y una cifra superior al 22%.

Y en cuanto a los niveles altos de rendimiento (5 y 6), España apenas varió sus resultados en matemáticas con respecto a la edición del 2003, subiendo una décima porcentual hasta situarse en el 8%, mientras que los países de la OCDE subieron 5,1 puntos porcentuales desde la edición del 2003, hasta situarse en el 13,1% de alumnado de niveles altos de rendimiento en matemáticas.

En resumen, la diferencia absoluta entre España y la OCDE es mucho más significativa en la proporción de alumnos de niveles altos que de niveles bajos.



*Figura 26. Porcentaje de alumnos en los niveles <1 y 1, 5 y 6 de rendimiento en matemáticas de 2003 y 2012 en España y el conjunto de países de la OCDE.*  
(MECD, 2012a, p. 185)

-En cuanto a la evolución de las diferencias regionales en la competencia matemática entre las ediciones 2009 y 2012, en la Figura 27 puede observarse que hubo comunidades autónomas en las que el rendimiento en la competencia matemática bajó bastante, como Aragón y, sobre todo, Murcia (reduciéndose en hasta 16 puntos la puntuación media con respecto a la edición del año 2003), y otras CC. AA. como Andalucía e Illes Balears vieron como el rendimiento matemático de sus alumnos de 15 años subió en más de 10 puntos.

En lo que respecta a la puntuación PISA en la Comunidad Autónoma de Andalucía, en la cual se ubica el centro educativo en el que se enmarca el estudio de campo del presente trabajo, en la Figura 27 puede observarse que, si bien sus resultados habían mejorado sensiblemente con respecto a la edición PISA 2009, seguía estando entre las CC. AA. con peores resultados.

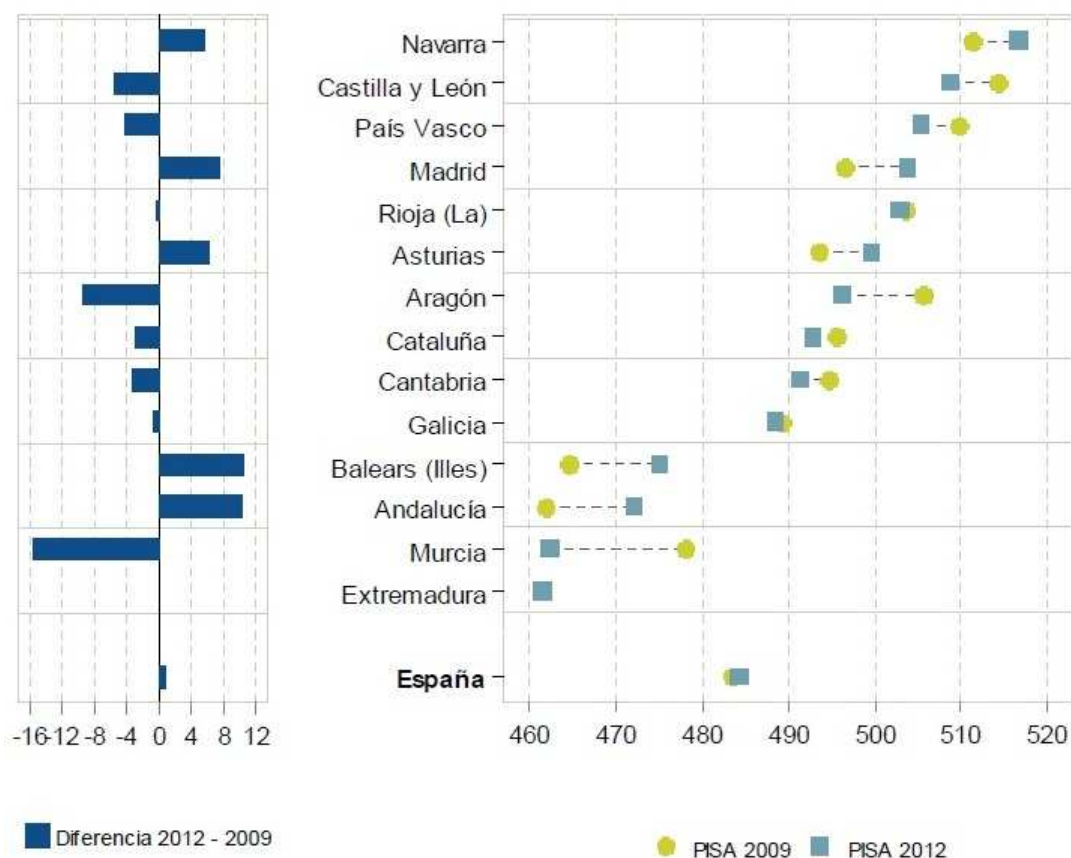


Figura 27. Puntuación media en matemáticas por comunidades autónomas en los Informes PISA 2009 y PISA 2012. (MECD, 2012a, p. 220)

d) Rendimiento en matemáticas según las características de los alumnos, de los centros y de las políticas educativas en España en PISA 2012

-En lo que respecta a la relación entre los resultados y el género de los alumnos, se siguieron manteniendo las tendencias de las anteriores ediciones. Así, los alumnos españoles tuvieron mejor rendimiento PISA que las alumnas en matemáticas (492 frente a 476), diferencias que se corresponden con la tendencia internacional pero no con la OCDE, en la cual las diferencias no son significativas.

-Los estudiantes que iniciaron su escolarización en Infantil lograron una puntuación 57 puntos superior con respecto a los que lo hicieron en Primaria. Esa diferencia continúa siendo significativa (40 puntos) incluso descontando el índice socioeconómico y cultural. Además, los alumnos que no hicieron Infantil fueron 1,86 veces más propensos a obtener resultados de los niveles más bajos de rendimiento.

-En cuanto a la relación rendimiento-población inmigrante, los alumnos nativos lograron mejores resultados en matemáticas que los alumnos inmigrantes (492 por 439), aunque esta ventaja se debe en gran parte al entorno social, económico y cultural más favorecedor del alumnado nativo, de manera que se reduciría a 36

puntos si se descontara ese efecto. Tanto en la OCDE como en la UE, los estudiantes nativos obtuvieron en torno a 30 puntos más que los de origen inmigrante.

-El promedio de los alumnos españoles que no habían repetido ningún curso (519) fue incluso superior al de los países de la OCDE (506) y de la UE (502), lo que demuestra que los alumnos repetidores condicionaron bastante los pobres resultados globales, desempeñando un papel importante en los mismos.

-En cuanto a la autonomía de los centros escolares y sus mecanismos de rendición de cuentas, se observa una diferencia negativa muy significativa entre España y el promedio de la OCDE. Así, en España sólo el 58% de los alumnos asisten a centros que tengan alguna autonomía a la hora de decidir los contenidos de su oferta formativa, frente al 82% en la OCDE. Y sólo el 13% del alumnado español asiste a centros que hacen públicos sus resultados, frente al 45% de la OCDE.

Está comprobado que la autonomía en la gestión de los centros, los mecanismos de rendición de cuentas y las evaluaciones externas estandarizadas son factores que pueden aumentar significativamente el rendimiento educativo, lo que en virtud de los resultados obtenidos en España presenta un aspecto a mejorar.

-En España, el 28% de los alumnos declararon haber faltado uno o más días a clase sin justificar, frente al 15% de la OCDE. Este absentismo escolar no justificado influye en el rendimiento en matemáticas, de manera que los alumnos escolarizados en centros con más del 25% faltando o llegando tarde a clase tuvieron un peor rendimiento con una diferencia de 18 puntos en 2003 y de 26 en 2012.

e) Actitud, motivación y otros factores que influyeron en el rendimiento del alumnado en matemáticas en PISA 2012

PISA mide el éxito académico en términos de rendimiento, pero para ello es muy importante no considerar la inteligencia como una cualidad estática y tener en cuenta recursos y aspectos intangibles como la motivación y el interés de los estudiantes, su esfuerzo y perseverancia, la ansiedad que sienten o el autoconcepto y la autoeficacia que tienen de sí mismos a la hora de afrontar los contenidos matemáticos. Así, el informe analiza los resultados en función de diferentes variables: interés del alumno o motivación intrínseca, motivación extrínseca, ansiedad, autoconcepto, autoeficacia y perseverancia en el aprendizaje.

En relación con el interés y motivación del alumnado, se les puede considerar como el motor de su aprendizaje, por lo que los sistemas educativos deberán

asegurar que los estudiantes, además de adquirir conocimientos, dispongan de compromiso y dedicación para alcanzar las competencias requeridas.

PISA distingue dos clases de motivación de los estudiantes en cuanto al aprendizaje de las matemáticas: la motivación intrínseca o interés, asociada al gusto e interés por la disciplina en sí misma, y la motivación extrínseca o instrumental, asociada a aspectos más prácticos y externos a la propia materia.

El alumnado se muestra con frecuencia desmotivado hacia las matemáticas como consecuencia de su dificultad intrínseca, pero a través de unas buenas prácticas docentes y de influencias positivas tanto en los centros educativos como en las familias, se puede potenciar el interés de los estudiantes hacia la disciplina.

Por otro lado, gran parte de la influencia en el hecho de que alumnos con rendimientos académicos parecidos en las asignaturas de matemáticas elijan distintas opciones educativas, se puede asociar con la diferente percepción que tienen sobre sí mismos como estudiantes de la disciplina y su autoconfianza.

Así, la confianza del estudiante en sí mismo influye en su aprendizaje de las matemáticas, del mismo modo que un buen rendimiento en la materia favorece su autoconcepto y autoeficacia y puede disminuir su ansiedad hacia la materia.

-Para medir el interés o motivación intrínseca de los estudiantes por las matemáticas, PISA 2012 ha tenido en cuenta las respuestas a un cuestionario con una serie de preguntas con cuatro posibles respuestas: “Muy de acuerdo”, “De acuerdo”, “En desacuerdo” o “Muy en desacuerdo”. En la Figura 28 se muestran tanto las cuestiones planteadas como los porcentajes conjuntos de respuestas del alumnado a las opciones “Muy de acuerdo” y “De acuerdo”, distribuidos por sexo.

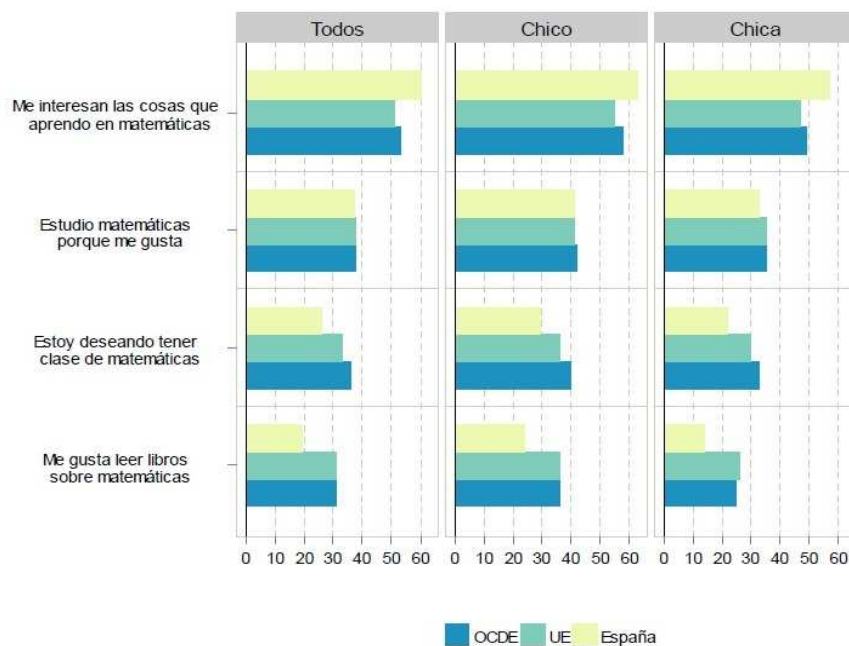


Figura 28. Porcentaje de alumnos que apoyan las afirmaciones sobre su interés teniendo en cuenta el sexo. (MECD, 2012a, p. 151)

Se puede observar que los porcentajes son inferiores en casi todos los casos en España con respecto a la OCDE y la UE, tanto en chicos como en chicas. Por ejemplo, el porcentaje de alumnos que manifestaron deseo por tener clase de matemáticas es 10 puntos porcentuales superior en la OCDE, y el gusto por leer libros sobre matemáticas, 12 puntos mayor. Solamente en la cuestión acerca del interés sobre las cosas que los estudiantes aprenden en matemáticas se observa un mejor resultado del alumnado español con respecto a la OCDE y la UE.

En general, los alumnos mostraron un mayor acuerdo que las alumnas en cuanto a las opiniones favorables a la motivación intrínseca hacia la disciplina, destacando en España la diferencia en cuanto al interés por leer libros sobre matemáticas, mayor en 10 puntos porcentuales en el caso de los chicos.

-En cuanto a la motivación extrínseca, se plantearon otras preguntas diferentes a los estudiantes, con las mismas cuatro opciones de respuesta ya señaladas anteriormente, y tanto las cuestiones como los porcentajes conjuntos de respuestas favorables (en “Muy de acuerdo” o “De acuerdo”) se reflejan en la Figura 29.

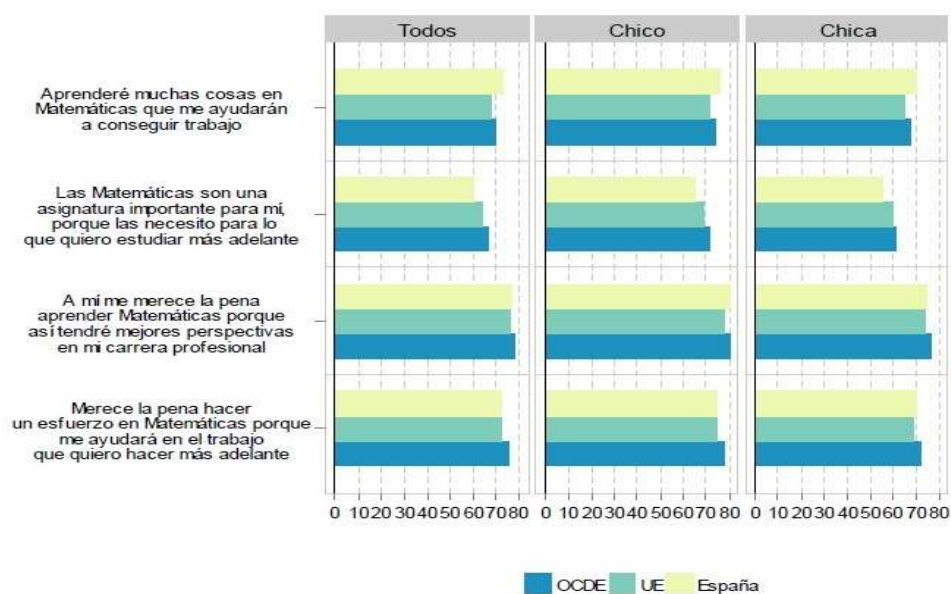


Figura 29. Porcentaje de alumnos que apoyan las afirmaciones sobre su motivación extrínseca teniendo en cuenta el sexo. (MECD, 2012a, p. 154)

En este caso apenas se observaron diferencias porcentuales entre España y la OCDE, tanto en general como en cuanto a alumnos y alumnas.

Aunque España sólo presenta un porcentaje ligeramente mejor en la cuarta pregunta, relacionada con la percepción del alumnado de que esforzarse en matemáticas les ayudará en el trabajo más adelante, en general el resto de cuestiones reflejan resultados muy similares.

En todas las cuestiones planteadas, los alumnos muestran mejores datos que las alumnas, tanto en España, como en la OCDE y en la UE. La mayor diferencia entre chicos y chicas (tanto en España como en la OCDE) se encuentra en la percepción de que las matemáticas son importantes en relación con lo que se desea estudiar más adelante, con 10,4 puntos porcentuales más en chicos que en chicas en España.

-Para tener en cuenta la ansiedad hacia las matemáticas del alumnado, en cuanto a pensamientos negativos concretados en desagrado o estrés hacia la materia y que suelen tener efectos adversos sobre el aprendizaje (se dedica parte de la atención a preocuparse en lugar de orientarla a resolver las dificultades), PISA 2012 planteó cinco preguntas que tratan de plasmar el sentimiento de estrés del estudiante hacia las notas, las tareas o las clases de matemáticas.

Se plantearon las mismas cuatro opciones de respuesta que en los dos casos anteriores, y tanto las cuestiones como los porcentajes conjuntos de respuestas favorables (en “Muy de acuerdo” o “De acuerdo”) se muestran en la Figura 30.

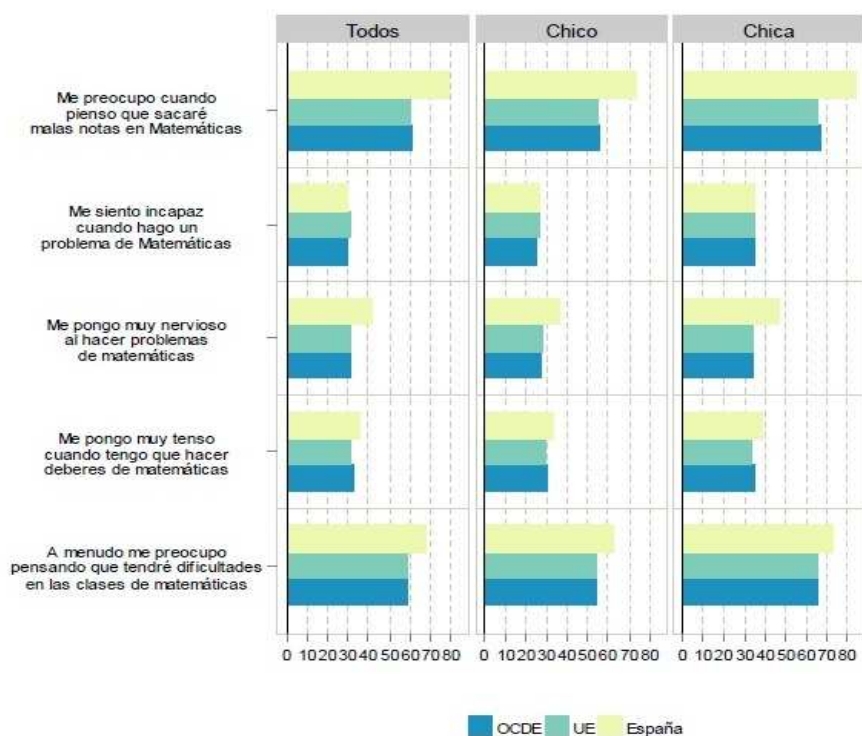


Figura 30. Porcentaje de alumnos que apoyan las afirmaciones sobre su ansiedad hacia las matemáticas, teniendo en cuenta el sexo. (MECD, 2012a, p. 158)

Puede observarse, en líneas generales, que los estudiantes españoles presentan una mayor ansiedad hacia el aprendizaje de las matemáticas que los de la OCDE o la UE (cuyos promedios son similares entre sí). Destacan las diferencias entre España y la OCDE en las cuestiones primera, tercera y quinta: el 78% de los estudiantes españoles se preocupa cuando piensa que sacará malas notas en matemáticas (17 puntos más que la OCDE), el 41% se pone muy nervioso al hacer problemas de matemáticas (10 puntos más que la OCDE) y el 68% se preocupa pensando que tendrá dificultades en las clases de matemáticas (9 puntos más que la OCDE).

Se observa además que, en líneas generales, las alumnas presentan más ansiedad que los alumnos, con unas diferencias porcentuales en los resultados de cada una de las preguntas similares entre España, la OCDE y la UE.

-En cuanto al autoconcepto en matemáticas, entendido como la percepción que tiene el estudiante en relación con sus propias capacidades y habilidades en la materia y que genera expectativas positivas o negativas que influyen en su aprendizaje de la materia y que también pueden afectar a su bienestar y desarrollo personal, PISA 2012 planteó cinco preguntas para que los estudiantes se autoevaluaran sus capacidades matemáticas.

Se plantearon las mismas cuatro opciones de respuesta que en los tres casos anteriores, y tanto las cuestiones como los porcentajes conjuntos de respuestas favorables (en “Muy de acuerdo” o “De acuerdo”) se muestran en la Figura 31.

Hay que señalar que, en el caso de la quinta cuestión (“No se me dan bien las matemáticas”), el porcentaje que se refleja en la Figura 11 es el que tiene que ver con las contestaciones conjuntas a las opciones “En Desacuerdo” y “Muy en desacuerdo”.

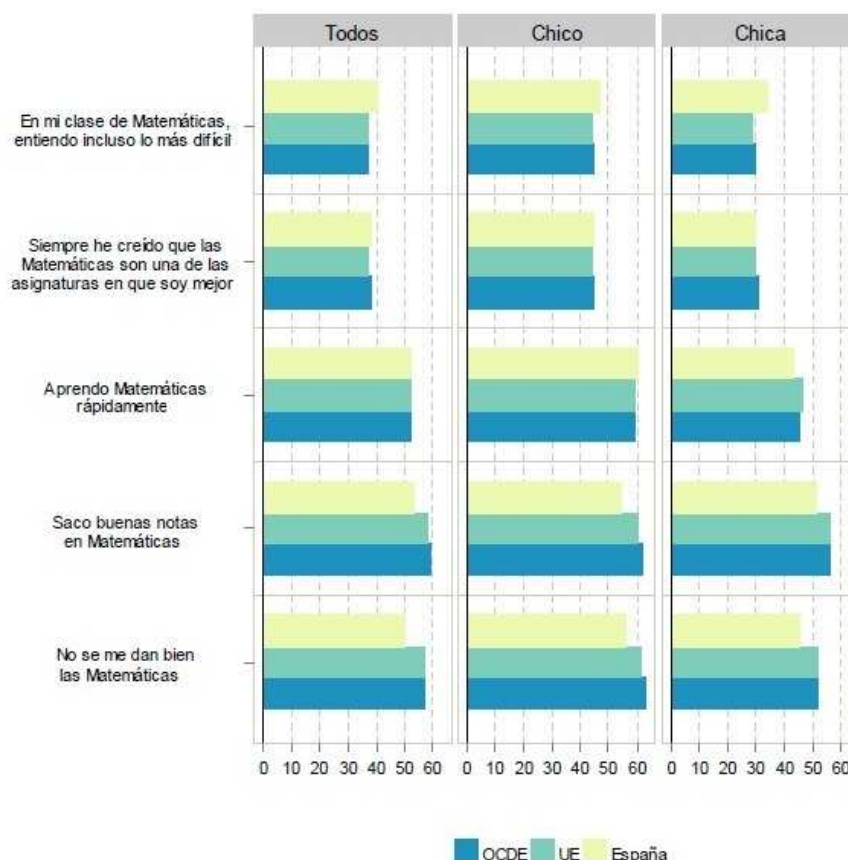


Figura 31. Porcentaje de alumnos que apoyan las afirmaciones sobre su autoconcepto en matemáticas, teniendo en cuenta el sexo. (MECD, 2012a, p. 162)

Puede observarse que los estudiantes españoles superaron ligeramente la percepción de ser capaces de entender hasta lo más difícil con respecto a sus homólogos de la OCDE y de la UE (40% frente al 37%), así como obtuvieron unos resultados similares en cuanto a creer que aprenden matemáticas con rapidez (52%) y muy equilibrados en cuanto a creer que las matemáticas son una de las materias en las que son mejores. No obstante, obtuvieron peores resultados en relación con considerar que sacan buenas notas en matemáticas (53% de los españoles frente al 59% de la OCDE) y con dar respuestas negativas a la quinta cuestión acerca de percibir que no se les dan bien las matemáticas (50% frente al 57% de la OCDE).

Es destacable señalar que España es uno de los países cuyos estudiantes más han mejorado, con respecto al resto de participantes en el Informe PISA, en cuanto al autoconcepto positivo en matemáticas, habiendo aumentado en 10 puntos porcentuales con respecto al informe de 2003.

En cuanto a la distinción por sexo, los alumnos obtuvieron mejores resultados que las alumnas en su autoconcepto, tanto en España como en la OCDE y la UE.

-En relación con la autoeficacia, como creencias o convicciones que tiene el alumno sobre su capacidad para aplicar de manera correcta sus conocimientos y habilidades y sobre sus posibilidades para conseguir nuevos aprendizajes y obtener los resultados esperados (se relaciona con el autoconcepto, pero está referida a tareas más concretas que aquel, más general), se plantearon en el estudio PISA 2012 ocho preguntas que intentaban reflejar en qué medida el estudiante se siente seguro de sí mismos para afrontar una serie de tareas de matemáticas concretas.

En este caso, se daban también cuatro opciones de respuesta, pero distintas de las anteriores: “Muy seguro”, “Seguro”, “No muy seguro” y “Nada seguro”.

Tanto las cuestiones como los porcentajes conjuntos de respuestas favorables (en “Muy seguro” o “Seguro”) se muestran en la Figura 32.

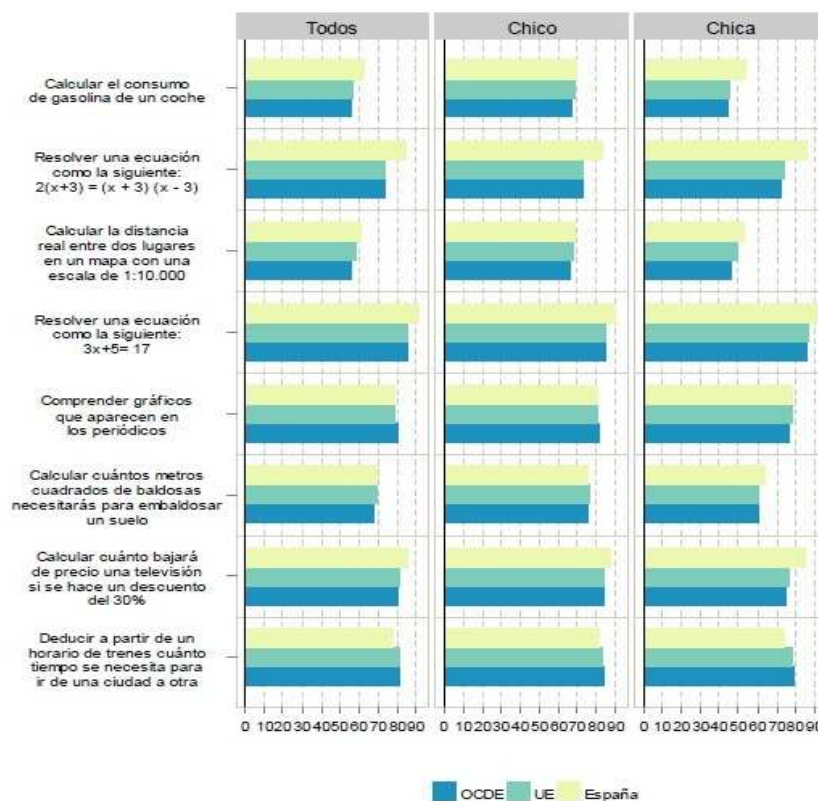


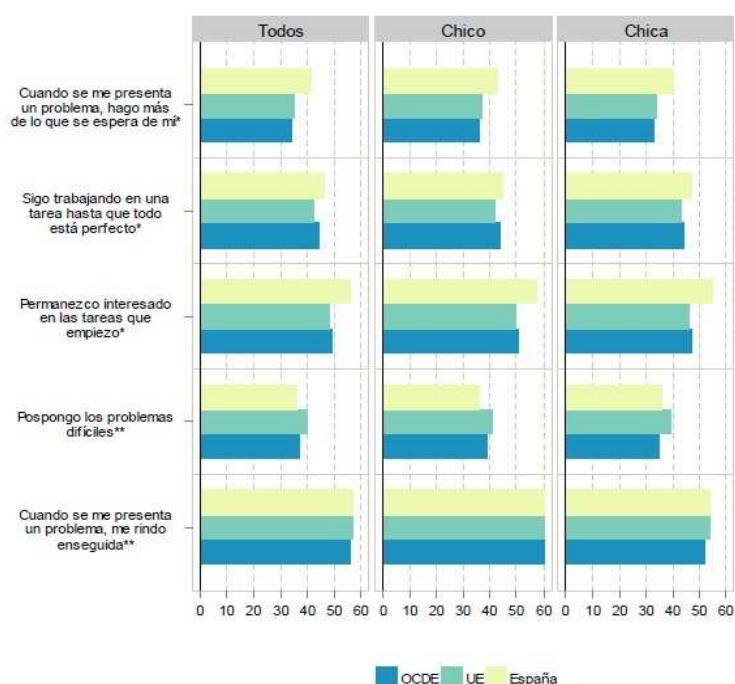
Figura 32. Puntuaciones en matemáticas según el índice de autoeficacia del alumnado. (MECD, 2012a, p. 165)

Puede observarse que los resultados de los alumnos españoles son en líneas generales similares o superiores a los de la OCDE y de la UE, destacando los porcentajes obtenidos en la segunda cuestión planteada (relacionada con la resolución de una ecuación de segundo grado), en el que los estudiantes españoles superan en 11 puntos porcentuales a sus homólogos de la OCDE y la UE.

En relación con las diferencias entre chicas y chicos, los chicos obtuvieron mejores resultados en relación con la autoeficacia para resolver tareas asociadas con las matemáticas, mientras que en las tareas de contenido escolar, fueron las chicas las que obtuvieron en líneas generales mejores valores porcentuales.

-En lo que respecta a la perseverancia en el estudio, considerada como la capacidad para seguir adelante en las tareas frente al desánimo, las dificultades, la frustración o el aburrimiento, y que permite a los estudiantes acabar sus tareas y lograr sus objetivos, PISA 2012 planteaba cinco cuestiones que tratan de plasmar si los estudiantes se identifican con personas constantes y persistentes en sus tareas y que no se rinden fácilmente ante los retos y dificultades encontrados.

En este caso, se daban cinco opciones de respuesta: “Se parece mucho a mí”, “Se parece bastante a mí”, “Se parece un tanto a mí”, “No se parece mucho a mí” y “No se parece a mí en absoluto”. Tanto las cinco cuestiones como los porcentajes conjuntos de respuestas, en unos casos favorables a mostrar actitudes persistentes y perseverantes ante las tareas (respuestas a “Se parece mucho a mí” o “Se parece bastante a mí”, en el caso de las tres primeras preguntas), y en otros desfavorables a dichas actitudes (respuestas a “No se parece mucho a mí” o “No se parece a mí en absoluto”, en el caso de las preguntas cuarta y quinta), se muestran en la Figura 33.



*Figura 33. Porcentaje de alumnos que se sienten identificados con las afirmaciones sobre perseverancia en el estudio, teniendo en cuenta el sexo. (MECD, 2012a, p. 169)*

Observando los resultados, se comprueba los estudiantes españoles obtuvieron unos resultados ligeramente superiores a los del promedio de países de la OCDE en todas las preguntas salvo en la cuarta (relacionada con posponer los problemas difíciles), alcanzándose la mayor diferencia porcentual con la OCDE en el apoyo a la primera cuestión (“Cuando se me presenta un problema, hago más de lo que se espera de mí”), con 6,6 puntos más en España.

En cuanto a la distribución por sexo, tanto en España como en la media de los países de la OCDE y la UE, los alumnos presentan mejores resultados en cuanto a actitudes perseverantes salvo en la segunda cuestión (relativa a seguir trabajando hasta que todo esté perfecto), aunque en general las diferencias no son grandes.

-Por último, en la Tabla 1 (p. 16) puede verse un cuadro comparativo en el que se resumen los resultados de los anteriores parámetros y algunos más que tienen que ver con la medida de las actitudes y disposiciones de los alumnos y relación con el rendimiento en matemáticas, a través de la comparativa entre una serie de índices estadísticos que reflejan los resultados obtenidos por las diferentes muestras de estudiantes en cada una de las variables consideradas. En el cuadro, que se ha ordenado de mayor a menor porcentaje de varianza explicada en la OCDE, se lleva a cabo una comparación entre la OCDE y España acerca de las puntuaciones en los índices de las variables anteriores, los porcentajes de varianza explicada del

rendimiento en matemáticas y la estimación del incremento de puntuación de la competencia matemática que supondría un aumento de una unidad en dicho índice.

Analizando dicho cuadro se observa que los alumnos españoles obtuvieron puntuaciones significativamente por encima del promedio de la OCDE en cuanto a las variables de ansiedad hacia las matemáticas y de sentido de pertenencia al centro educativo, puntuaciones también mejores pero en menor medida en relación con las variables de autoeficacia y perseverancia, y presentaron resultados ligeramente inferiores al promedio de los países de la OCDE en cuanto a las variables de autoconcepto, motivación intrínseca, motivación extrínseca y clima disciplinario.

#### f) Resumen de los resultados obtenidos

A continuación se exponen los resultados que se han considerado más importantes y significativos del Informe PISA 2012 en relación con los valores obtenidos en la competencia matemática por la muestra poblacional española.

-Con 484 puntos, España ocupó el puesto 25 entre los 34 países miembros de la OCDE por su puntuación en matemáticas, un valor significativamente inferior al obtenido por el promedio de los países la OCDE (494), aunque no tanto en comparación con muchos países importantes y con el promedio de los países la UE.

-Por áreas de contenidos, el alumnado español se situó relativamente cerca de la OCDE en Cantidad (5 puntos), más lejos en Espacio y forma (3 puntos), y a la misma distancia en Datos e incertidumbre y en Cambio y relaciones.

-Por otro lado, apenas el 8% de alumnos españoles se situó en los niveles altos de rendimiento (5 y 6), un 5% menos que el promedio de la OCDE, lo cual supone un porcentaje bastante bajo de alumnos excelentes.

-Además, el 24% de los alumnos españoles (casi uno de cada cuatro) se colocó en los niveles inferiores de rendimiento matemático (inferior a 1 y 1), aunque es un resultado muy similar al del promedio de los países de la OCDE (23%).

-Por Comunidades Autónomas españolas, 6 de ellas lograron un resultado significativamente superior al promedio de España, mientras que tres (entre ellas Andalucía) obtuvieron unos valores significativamente inferiores.

-En la prueba por ordenador, los resultados en matemáticas de los alumnos españoles fueron bastante inferiores a los promedios de la OCDE (475 frente a 497), así como peores a los obtenidos en la prueba española impresa (484).

-En cuanto a la evolución temporal, no se produjeron cambios significativos en matemáticas entre 2003 y 2012, con un descenso de un punto (de 485 a 484), lo que no es un cambio que pueda considerarse importante.

-La poca variación de los resultados indica una cierta estabilidad en el tiempo del sistema educativo español, aunque también apunta a un cierto estancamiento.

-Las distancias que separan al alumnado repetidor de los alumnos que no repiten curso en España son elevadas (superiores en algunos casos a dos niveles de rendimiento), de manera que si se redujesen significativamente, el sistema educativo español se posicionaría en el mismo nivel o incluso en uno superior al de la OCDE.

-La variabilidad de los resultados de los alumnos se relaciona en su mayor parte con sus características individuales y no con las características de los centros. Puede decirse en ese sentido que el sistema educativo español es más homogéneo que el conjunto de la OCDE, puesto que en los centros educativos de nuestro país conviven con mayor intensidad alumnos de alto, medio y bajo rendimiento.

-La autonomía de los centros escolares sigue siendo mucho más baja en España que en la OCDE (sólo el 58% de los estudiantes asisten a centros con alguna autonomía de decisión sobre su oferta formativa, frente al 82% de la OCDE).

-El nivel sociocultural y socioeconómico de las familias españolas influye directamente en el 15,8% de la diferencia de resultados entre los alumnos, un porcentaje ligeramente superior al de los países de la OCDE (14,6%).

-A nivel de CC. AA., las diferencias entre los promedios de resultados siguen siendo significativas entre muchas de ellas (llegando a alcanzar los 55 puntos), pero si tuvieran la misma situación socio-económica, se reducirían hasta en un 85%.

-España debería obtener mejores resultados educativos si se tiene en cuenta el gasto realizado por estudiante entre 6 y 15 años, pero a pesar incluso de que entre 2003 y 2012 ese gasto se aumentó en 21.108 \$, los resultados no han mejorado.

-La ratio de alumnos por profesor en los centros españoles es incluso más baja en España que en la OCDE (12,5% frente al 12,6%), y además disminuyó entre 2003 y 2012 en mayor medida que en la OCDE.

-Los alumnos españoles de la ESO dedican menos horas de clase al año a las matemáticas que el promedio de la OCDE (130 horas frente a 145), pese a que en total tienen menos horas de clase al año (1.050 frente a 907).

-La presencia de evaluaciones externas y estandarizadas es menor en España que en la OCDE (44% frente al 61,7%).

-Los alumnos españoles obtuvieron puntuaciones significativamente mejores que el promedio de países de la OCDE en cuanto a las variables de ansiedad hacia las matemáticas y de sentido de pertenencia al centro educativo, puntuaciones también mejores pero no tanto en relación con las variables de autoeficacia y perseverancia, y resultados ligeramente inferiores en cuanto a las variables de autoconcepto, motivación intrínseca, motivación extrínseca y clima disciplinario.

-También se plasmaron en el Informe PISA 2012 otros muchos factores (individuales, escolares y sociales) que influyeron en el logro de peores resultados del alumnado español en la competencia matemática con respecto a sus homólogos de la OCDE y de la UE, y que no se han reflejado por considerarse menos relevantes.

### **B) Programa PIAAC 2013**

Para la elaboración del presente subapartado se ha tenido en cuenta lo indicado en el Programa internacional para la evaluación de las competencias de la población adulta-PIAAC 2013 (Informe Español, Volumen I), así como las conclusiones que sobre sus resultados se extrajeron en la página web del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) del Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (MECD) de España (ver Bibliografía).

#### **a) ¿Qué es PIACC?**

El Programa Internacional para la Evaluación de Competencias de la Población Adulta (PIAAC por sus siglas en inglés: “Programme for the International Assessment of Adults Competencies”) es un instrumento de la OCDE para evaluar los conocimientos y las competencias profesionales de la población adulta (16-65 años), de forma similar a como hace el Informe PISA con los estudiantes de 15 años.

Se trata de una encuesta internacional para realizar una evaluación directa de competencias básicas como son la comprensión lectora, las matemáticas y, no en todos los países, la resolución de problemas en entornos informatizados. España ha optado por no realizar la evaluación de la resolución de problemas.

Su objetivo principal es proporcionar información para mejorar la toma de decisiones que afectan a la formación de los ciudadanos, a su desempeño laboral, a que desarrollen y mantengan diferentes destrezas y a su grado de satisfacción.

Más explícitamente, el programa PIAAC tiene los siguientes objetivos:

- Obtener para los subgrupos de población adulta seleccionados el nivel y la distribución de competencias en las habilidades clave para procesar la información.

- Mejorar en la comprensión de los factores relacionados con la adquisición, el desarrollo, el mantenimiento y la pérdida de competencias con la edad.

- Relacionar los niveles de habilidades de procesamiento de información con el desempeño laboral y los resultados de tipo económico y social.

La OCDE coordina el diseño y la aplicación del programa PIAAC, mientras que las administraciones de los países participantes se encargan, en colaboración con la OCDE, de elaborar las muestras, traducir los instrumentos de evaluación y los cuestionarios, aplicar las encuestas y procesar los datos.

La muestra de PIACC se basó en una población de 157.000 adultos de 16 a 65 años, de 23 países y regiones, y en España participaron 6.055 adultos.

Las actividades relacionadas con la encuesta de competencias PIAAC en España fueron desarrolladas por los Ministerios de Educación, Cultura y Deporte, y de Empleo y Seguridad Social, con la colaboración del Instituto Nacional de Estadística.

#### b) Competencia matemática

El Programa PIAAC sobre las competencias de la población adulta define la competencia matemática como “la habilidad para acceder, utilizar, interpretar y comunicar información matemática e ideas con el fin de relacionar y gestionar los requerimientos matemáticos de gran diversidad de situaciones de la vida adulta”.

La competencia matemática se define en relación a tres dimensiones: contenido (textos, herramientas, instrumentos, estímulos, representaciones y conocimientos), estrategias cognitivas (procesos que los adultos deben llevar a cabo para responder o utilizar adecuadamente los contenidos) y contexto (distintas situaciones a las cuales los adultos tienen que enfrentarse a lo largo de la prueba).

Un adulto será considerado competente en cálculo siempre que responda de manera adecuada “al contenido, información e ideas de carácter matemático representadas de diversas formas con el fin de gestionar situaciones y resolver problemas en el contexto de la vida real”.

La encuesta PIAAC analiza la relación entre los resultados en la competencia matemática y distintos factores asociados: el entorno socioeconómico, la edad, el sexo, el nivel de estudios, el estatus laboral, el país de origen, el uso de las TIC y otras destrezas a nivel laboral y de la vida cotidiana.

Nivel	Tipos de tareas completadas con éxito en cada nivel de desempeño
<b>Inferior al 1</b> <b>Menos de 176</b>	Las tareas en este nivel requieren que el entrevistado lleve a cabo procesos simples tales como contar, ordenar, realizar operaciones aritméticas básicas con números enteros o dinero, o reconocer representaciones espaciales comunes en contextos concretos y familiares en los que el contenido matemático aparece de forma explícita sin distractores y con poco texto o sin él.
<b>1</b> <b>176 – 225</b>	La mayoría de las tareas en este nivel requiere que el entrevistado realice procesos matemáticos básicos en contextos comunes y concretos, en los que el contenido matemático aparece de forma explícita con poco texto o distractores. Las tareas normalmente requieren que se realicen procesos simples tales como contar, ordenar, realizar operaciones aritméticas básicas, entender porcentajes elementales, como el 50%, y localizar e identificar elementos de representaciones gráficas o espaciales sencillas.
<b>2</b> <b>226 – 275</b>	En este nivel se requiere que el entrevistado identifique y maneje información e ideas matemáticas dentro de un rango de contextos comunes en los que el contenido matemático se presenta de forma visual o explícita con relativamente pocos distractores. Las tareas suelen requerir la aplicación de dos o más pasos o procesos que implican el cálculo con números decimales de una o dos cifras, porcentajes y fracciones; medidas simples y representación espacial; estimación; y la interpretación de datos y estadísticas relativamente sencillas en textos, tablas y gráficos.
<b>3</b> <b>276 – 325</b>	Se requiere que el entrevistado, en este nivel, comprenda información matemática que puede no ser explícita, incorporada en contextos no siempre familiares y representada de forma más compleja. Estas tareas requieren varios pasos y pueden implicar estrategias de resolución de problemas y procesos relevantes. Las tareas incluirán la aplicación de los conceptos de número y sentido espacial; reconocimiento y trabajo con las relaciones matemáticas, patrones, y proporciones expresadas tanto numérica como verbalmente; y la interpretación y el análisis básico de datos y estadísticas en textos, tablas y gráficos.
<b>4</b> <b>326 – 375</b>	En este nivel el entrevistado debe comprender una amplia variedad de información matemática que puede ser compleja, abstracta o estar incluida en contextos no familiares. Para estas tareas es preciso realizar múltiples pasos y elegir procesos y estrategias relevantes de resolución de problemas. Las tareas tienden a precisar un nivel de análisis y razonamiento más complejo sobre cantidades y datos; estadística y probabilidad; relaciones espaciales; proporciones y fórmulas. En este nivel puede ser necesario entender enunciados o formular explicaciones bien fundamentadas para las respuestas o para la selección de alternativas.
<b>5</b> <b>376 – 500</b>	Las tareas en este nivel requieren que el entrevistado entienda representaciones complejas e ideas matemáticas y estadísticas abstractas y formales, posiblemente incluidas en textos complejos. Es posible que los entrevistados tengan que integrar múltiples tipos de información matemática en los que se requiera traducción e interpretación; realizar inferencias; desarrollar o trabajar con modelos o argumentos matemáticos; y justificar, evaluar y reflexionar de forma crítica acerca de las respuestas.

Tabla 2. Descripción de los niveles de rendimiento en matemáticas con los intervalos de puntuación correspondientes. (MECD, 2013a, p. 27)

### c) Resultados en matemáticas

PIAAC utiliza la denominada Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) para asignar las puntuaciones a los sujetos de la muestra poblacional de los países participantes. Los resultados se sitúan en una escala de 0 a 500 puntos, dividida en seis niveles de competencia matemática (inferior al 1, 1, 2, 3, 4 y 5), los cuales están delimitados por unos puntos de referencia internacionales fijados en 175, 225, 275, 325 y 375.

La distribución de los ítems en los distintos niveles (graduados según la dificultad), describe el grado de adquisición de la competencia (Tabla 2).

En la Figura 3 (página 18) se muestran las puntuaciones medias globales alcanzadas por cada uno de los países participantes en la encuesta en la competencia matemática, junto con el correspondiente intervalo de confianza (representado por un segmento que incluye la puntuación media real con una confianza del 95%). Se

incluyen también los intervalos correspondientes de los niveles de rendimiento en los cuales se encuentran comprendidos todos los resultados (niveles 2 y 3).

-Mientras que la puntuación media en competencia matemática entre los países miembros de la OCDE fue de 268,7 puntos y la de los países de la UE participantes, de 268,3 puntos, España fue el país con menor puntuación de los examinados (245,8), casi 23 puntos menos que la OCDE, a más de 22 de la UE y a nada menos que 43,4 puntos de Japón (289,2), el país con la puntuación media más elevada.

No obstante, la puntuación media española tampoco se situó muy lejos de la obtenida por países como Italia (247,1), Estados Unidos (252,8) o Francia (254).

-Por otro lado, y en función de la distribución en los niveles de rendimiento en matemáticas según los resultados obtenidos (Tabla 2 anterior), las puntuaciones medias tanto de España como de los países de la OCDE y de la UE participantes se incluyeron en el nivel 2 de la competencia matemática.

Los adultos españoles se quedaron en el nivel 2, lo que equivale a ser capaces de realizar cálculos matemáticos sencillos, como operar correctamente con porcentajes y fracciones, hacer cálculos con decimales de hasta dos cifras, realizar medidas simples y representarlas o interpretar de forma adecuada datos y estadísticas sencillas expresados en textos, tablas o gráficos. Sin embargo, en este nivel 2 se presentan problemas para extraer información matemática de situaciones reales (comparar precios de hoteles o paquetes de ofertas turísticas, por ejemplo), interpretar estadísticas (como el gráfico del recibo del gasto de la luz), resolver problemas de varios pasos (como gestionar presupuestos o encadenar correctamente cálculos aritméticos para hallar el precio final de una compra con ofertas 3x2, etc.).

-Como se observa en las Figuras 34 y 35 siguientes, los resultados de los adultos españoles presentaron un nivel alto de heterogeneidad, con una alta proporción en el nivel más bajo y una baja proporción en el nivel más alto. Así, el 31% de adultos en los niveles más bajos (10% en el nivel <1 y 21% en el nivel 1) es bastante superior al del resto de países participantes y a los promedios de la OCDE y la UE (19% en ambos casos: 5% en nivel <1 y 14% en nivel 1). Mientras que los resultados fueron significativamente inferiores en los niveles más altos, con un 4% total (4% en nivel 4 y 0% en nivel 5) frente al 12% (11% + 1%) de la UE y al 13% (12% + 1%) de la OCDE.

Esto pone de manifiesto los malos resultados y la posición rezagada de España en el conjunto de países participantes en la encuesta, sólo similar a la de Italia.

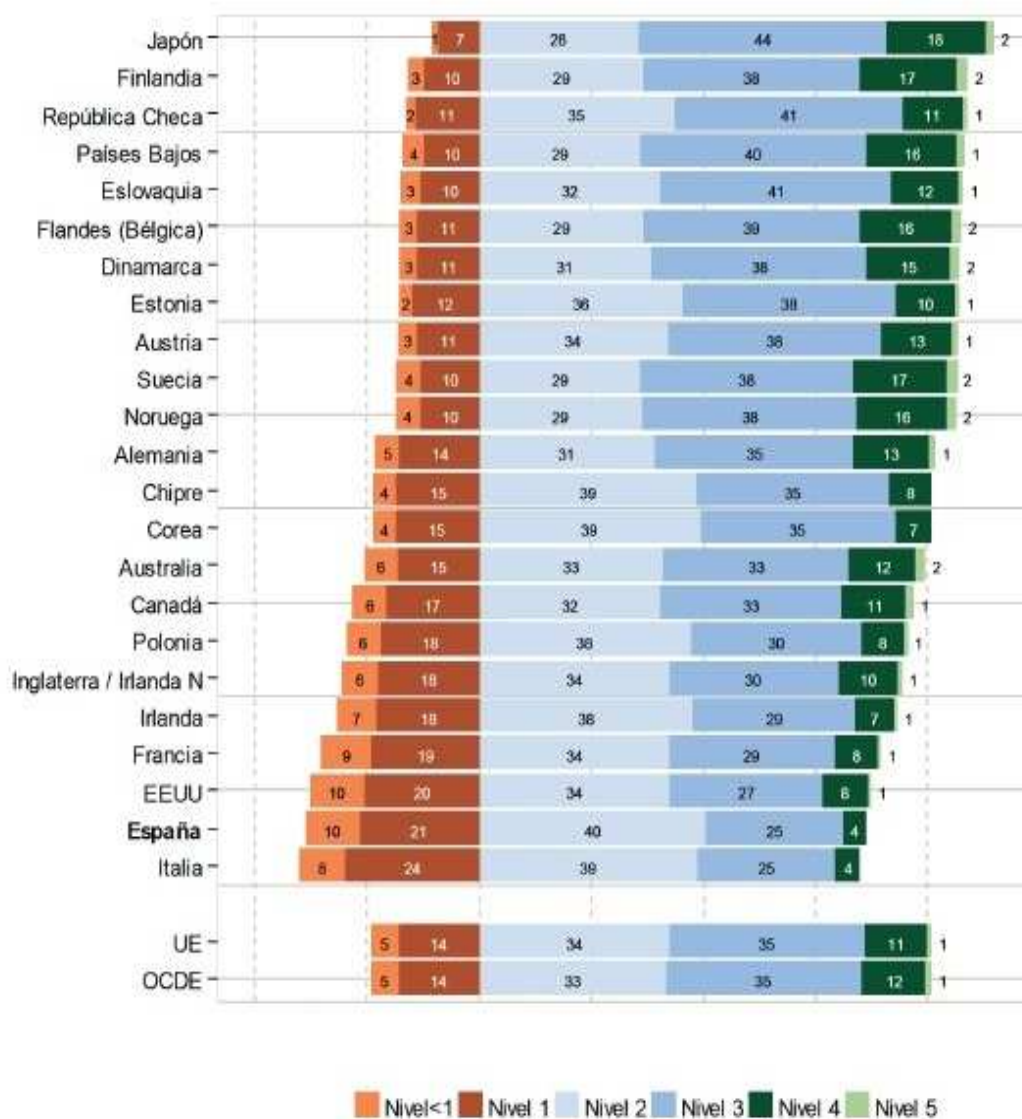


Figura 34. Porcentajes de adultos en cada uno de los niveles de rendimiento, en la escala de matemáticas, ordenados por los niveles <1 y 1. (MECD, 2013a, p. 43)

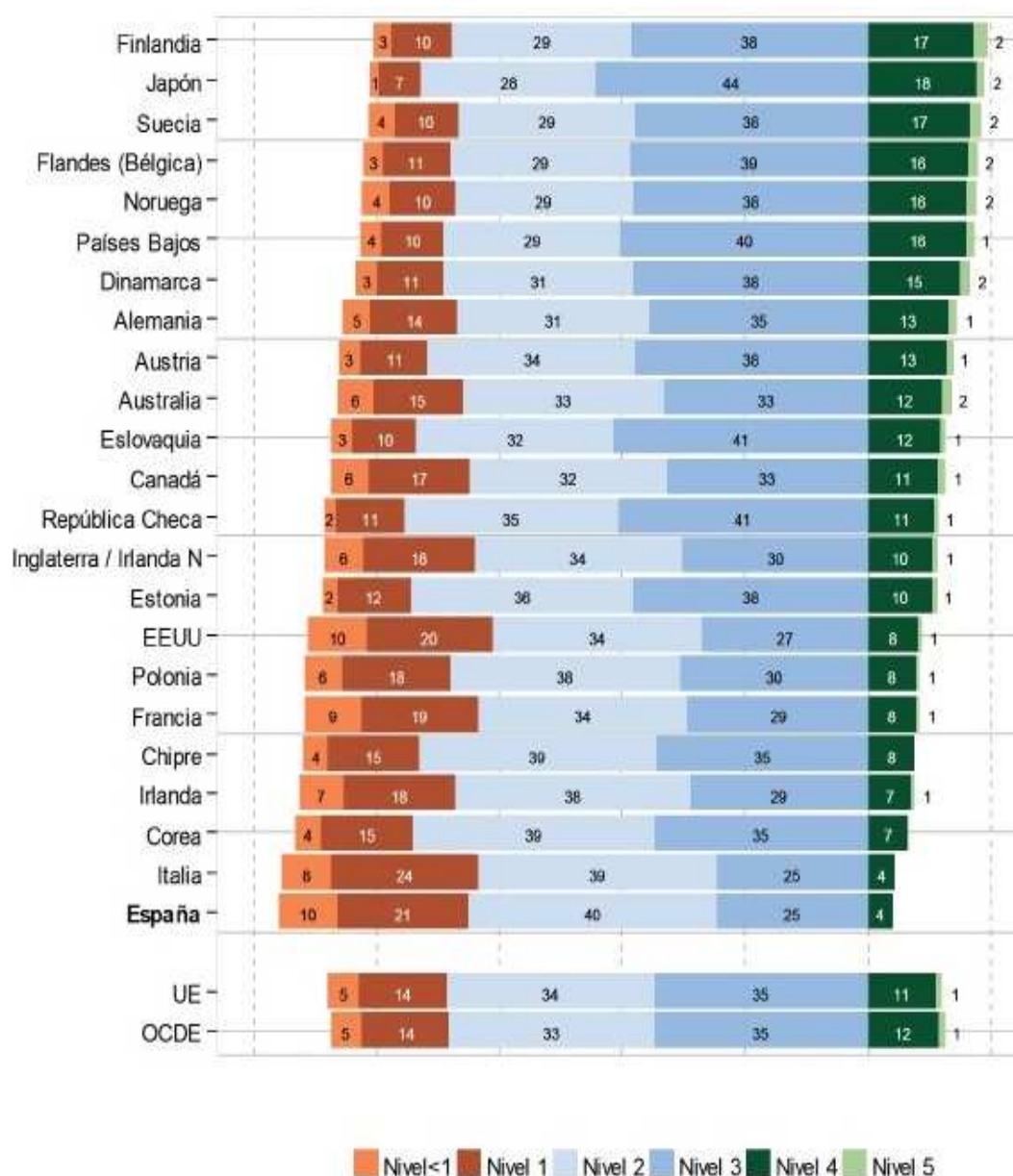


Figura 35. Porcentajes de adultos en cada uno de los niveles de rendimiento, en la escala de matemáticas, ordenados por los niveles 4 y 5. (MECD, 2013a, p. 44)

#### d) Otros datos y resultados en matemáticas según diferentes factores

-En torno al 23% de los adultos españoles entre 16 y 65 años declaró no tener experiencia en el uso de ordenadores o falló en las tareas más elementales (como en el uso del ratón), en comparación con el 14% en la OCDE y el 15% en la UE.

-Tanto en España como en los países de la OCDE y la UE, los encuestados procedentes de entornos socio-económicos desfavorecidos y padres con bajo nivel educativo obtuvieron peores resultados que el resto.

-La puntuación media obtenida en matemáticas por los nativos fue significativamente superior en líneas generales a la obtenida por los inmigrantes en

la mayoría de los países participantes, si bien España presentó diferencias inferiores a las del promedio de los países de la OCDE y de la UE.

-Una amplia mayoría de los participantes realizó la prueba en ordenador, si bien la proporción en España (66%) fue inferior a la de la OCDE (75%).

-Teniendo en cuenta el nivel de estudios y el estatus laboral de los encuestados, se obtuvieron unos datos cuyo análisis refleja unas conclusiones muy negativas en el caso de los adultos españoles participantes, sobre las cuales habría que reflexionar:

- Los titulados universitarios españoles obtuvieron una puntuación media en matemáticas inferior a la de los titulados en Bachillerato o en FP de Grado Medio de varios países. Por ejemplo, los titulados en Bachillerato o en FP de Grado Medio de los Países Bajos (284), Japón (282) y Suecia (280) obtuvieron mejores resultados que los universitarios españoles (278).
- Los encuestados españoles que tenían trabajo obtuvieron en competencia matemática una puntuación media inferior a la de los encuestados en situación de desempleo de más de la mitad de los países participantes.

-Por edades, en lo referente a la representación porcentual de los distintos grupos en las muestras de población por países, se observa una gran diferencia en cuanto al grupo de edad comprendido entre los 36 y 45 años entre España y los países de la OCDE y de la UE (Figura 36).

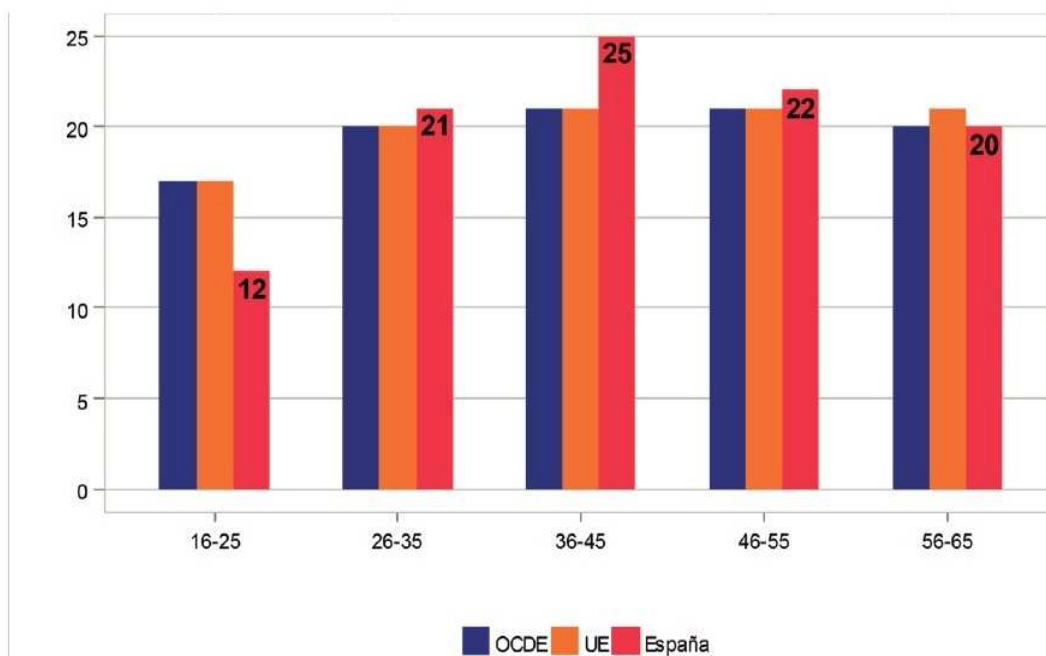


Figura 36. Distribución de la muestra (%) PLAAC en España, OCDE y UE por grupos de edad. (MECD, 2013a, p. 54)

Y en relación a los resultados por edades, se observa (Figura 37) que los adultos de más edad obtuvieron en líneas generales peores resultados que los más jóvenes y que las diferencias mayores las obtuvieron Corea, España y Francia. En el caso de España, el grupo de encuestados de edades comprendidas entre 16 y 34 años obtuvo 37 puntos más que el grupo comprendido entre los 55 y los 65 años, frente a la diferencia de 27 puntos que presentan los países de la OCDE (10 puntos menos).

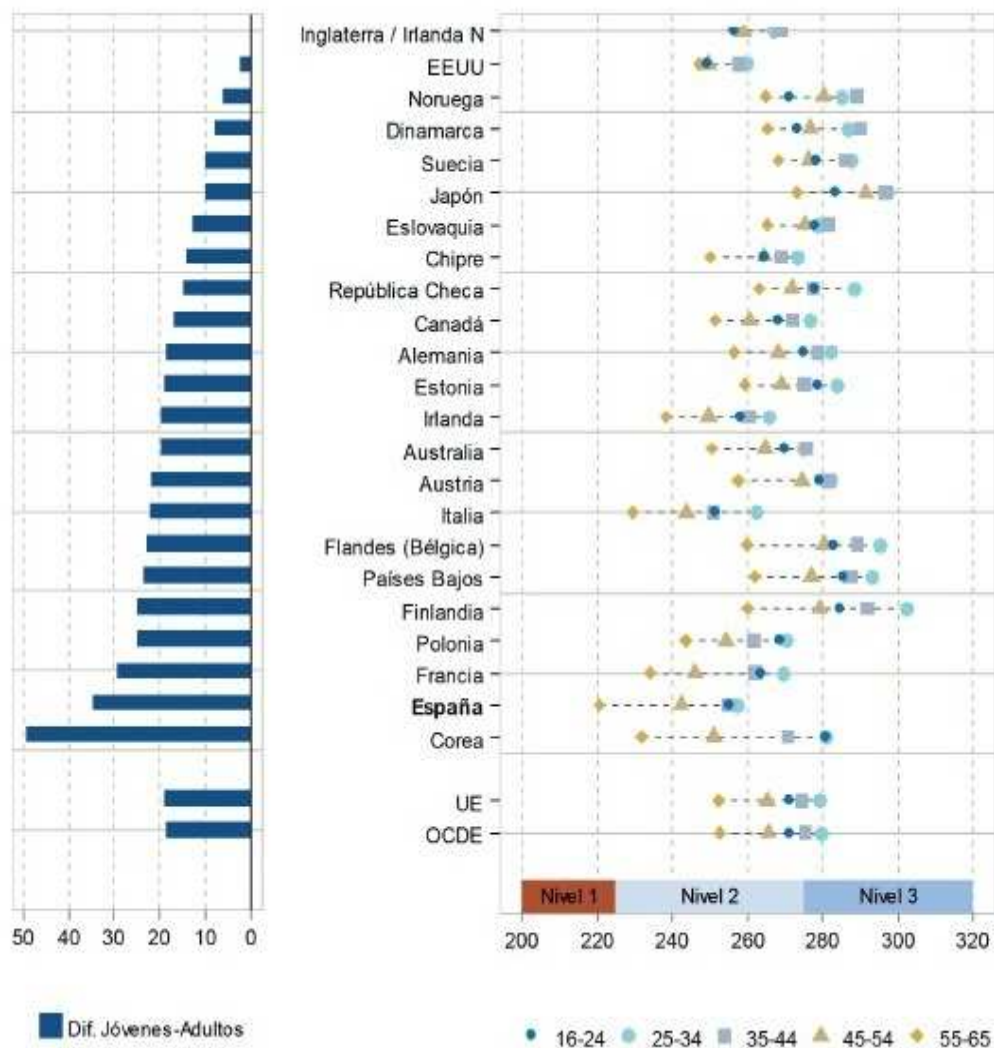


Figura 37. Puntuaciones medias en matemáticas en los diferentes grupos de edad y diferencias entre los adultos de 55-65 y los de 16-24 (MECD, 2013a, p. 56)

-Los adultos con titulación terciaria obtuvieron resultados bastante mejores en competencia matemática que los que no habían completado la educación superior, con una diferencia en torno a 60 puntos en el caso de España frente a los más de 50 puntos en el promedio de países de la OCDE.

-Según el sexo, los hombres españoles obtuvieron en general en la competencia matemática resultados ligeramente superiores a las mujeres, aunque en el caso de los más jóvenes las diferencias fueron poco significativas.

-España obtuvo menor puntuación en matemáticas que los países de la OCDE en todas las categorías ocupacionales, situándose entre los países con menor proporción de ocupaciones cualificadas (30%), lejos del promedio OCDE (39%).

-Quedó reflejada la influencia positiva de la formación continua en el mantenimiento de las destrezas y habilidades de los individuos, de manera que los adultos que habían recibido formación en los últimos doce meses consiguieron puntuaciones más elevadas en la competencia matemática.

-Se puso de manifiesto que las personas con un mayor dominio de la competencia matemática participan más en el mercado de trabajo, tienen menores tasas de desempleo, obtienen salarios más elevados e incluso gozan de mejor salud.

### **8.1.2.-Teorías y claves de motivación**

#### **A) La motivación**

Existen multitud de definiciones sobre el concepto de motivación:

-Según Elliot (1988, citado por Mateo, 2001), la motivación puede llegar incluso a compensar limitaciones aptitudinales importantes de las personas, a través de un mayor empeño y esfuerzo puesto al servicio del objetivo a conseguir.

-Bueno (1993), define la motivación como “el proceso de surgimiento, mantenimiento y regulación de actos que producen cambios en el ambiente y que concuerdan con ciertas limitaciones internas” (p. 7).

-Según Bisquerra (2000), en la motivación “intervienen múltiples variables (...) que influyen en la activación, direccionalidad, intensidad y coordinación del comportamiento encaminado a lograr determinadas metas” (p. 165).

-Naranjo (2009), señala que la motivación permite desarrollar las tareas y actividades en las que toma parte una persona y que resultan significativas para ella.

-Para Herrera, Ramírez, Roa y Herrera (2004), la motivación sería un proceso que permite explicar “el inicio, dirección, intensidad y perseverancia de la conducta encaminada hacia el logro de una meta, modulado por las percepciones que los sujetos tienen de sí mismos y por las tareas a las que se tienen que enfrentar” (p. 5).

-Nuñez (2009), por su parte, considera la motivación como “un conjunto de procesos implicados en la activación, dirección y persistencia de la conducta” (p. 43).

-Gasco y Villarroel (2014) sostienen que “la motivación académica está relacionada con las percepciones que el alumnado tiene de sí mismo y de su entorno y que le incita a elegir una actividad, a comprometerse con ella y a perseverar en su finalización” (p.41).

### **B) Teorías y claves de la motivación**

Se han desarrollado multitud de teorías y estudios acerca de los tipos de motivación existentes y sus múltiples enfoques.

#### **a) Las grandes motivaciones del ser humano de García Hoz**

Según García Hoz, citado por Bernardo (2004, p. 226) y UNIR (2015a), las grandes motivaciones del ser humano o motivos básicos de la persona son tres: el deseo o necesidad de seguridad, que se corresponde con la vivencia a través de la experiencia vital de la fragilidad y limitación radical del ser humano; el sentimiento de la propia dignidad, es decir, la conciencia que el ser humano tiene de superioridad con respecto a la naturaleza y al resto de los objetos del mundo; y la solidaridad, como manifestación de la apertura de la persona, que va desde entender a los demás hasta entregarse a ellos por amor.

#### **b) La pirámide de Maslow o la jerarquía de las necesidades humanas**

Esta teoría establece una serie de necesidades jerarquizadas, de manera que primero se alcanzan las más básicas (parte inferior de la pirámide) y después las más elevadas, según este orden: necesidades fisiológicas (básicas para sobrevivir: comer, dormir, abrigarse), de seguridad (conducen a la persona a librarse de riesgos físicos, lograr estabilidad, etc.), de amor o afiliación (relacionarse con los demás, pertenencia, ser aceptados), de estima o reconocimiento (necesidades de sentirse bien con uno mismo) y de autorrealización (necesidades de crecimiento, de aprovechamiento del potencial, de alcanzar las metas personales).

#### **c) La Teoría de la Existencia, Relación y Crecimiento (E.R.G.) de Alderfer**

Se basa en la Jerarquía de las necesidades de Maslow, agrupándolas en este caso en tres grupos: Existencia (corresponden a las necesidades fisiológicas y de seguridad de la pirámide de Maslow y son las necesidades básicas y materiales que se satisfacen mediante factores externos); Relación (se refieren a las necesidades de afiliación de Maslow y requieren para su satisfacción de las relaciones interpersonales y de la pertenencia a un grupo); Crecimiento (se relacionan con necesidades de estima o reconocimiento y de autorrealización de Maslow y se satisfacen cuando la persona logra objetivos importantes para su proyecto vital).

#### d) La Teoría de las necesidades de McClelland

Se fundamenta en la existencia de tres tipos de necesidades: de logro, de afiliación y de poder. Son motivaciones que predisponen a las personas a comportarse de determinadas maneras según la situación y el contexto, y serán fuertes o débiles dependiendo de las experiencias pasadas y las asociaciones que se hicieron en relación con manera de resolver y/o afrontar determinadas situaciones y las recompensas obtenidas.

-Las personas con una alta necesidad de logro tienden a fijarse metas moderadas y a calcular los riesgos, sienten afinidad por las situaciones en las que pueden tomar el mando y necesitan evaluar constantemente su desempeño. Se caracterizan por intentar hacer bien las cosas, por encima de las recompensas.

-Las personas con una alta necesidad de poder suelen emplear más tiempo planeando como ejercer la autoridad y el poder que intentando hacer bien las tareas, de manera que buscan más la recompensa y el reconocimiento de los demás que el placer de la propia tarea en sí, y se sienten incómodas si sus criterios no prevalecen.

-Las personas con una alta necesidad de afiliación conceden mucha importancia a las relaciones personales y a la convivencia, de modo que su meta principal es la interacción social y el logro de ser aceptadas por los demás.

#### e) Motivación intrínseca y motivación extrínseca

Por otra parte, la motivación puede proceder del propio individuo (intrínseca), o bien ser provocada desde fuera por otras personas o por el ambiente (extrínseca).

##### e1) La motivación intrínseca

-Según Deci y Ryan (1985, citados por Reeve, 2010), la motivación intrínseca “es la propensión inherente a involucrarse en los propios intereses y ejercer las propias capacidades y, al hacerlo, buscar y dominar desafíos óptimos” (p. 83).

-Según Reeve (2010), la motivación intrínseca surge espontáneamente a partir de los esfuerzos innatos de crecimiento de los individuos y de sus necesidades psicológicas (de autonomía, competencia y afinidad; Figura 38). Las personas motivadas intrínsecamente actúan por su propio interés, por la sensación de reto que le proporciona la actividad, y no por ninguna razón instrumental o extrínseca.



Figura 38. Orígenes de la motivación intrínseca. (Reeve, 2010, p. 83)

Así, vale la pena nutrir y promover la motivación intrínseca, “porque conduce a (...) beneficios importantes para el individuo, incluyendo la persistencia, creatividad, comprensión conceptual y bienestar subjetivo” (Reeve, 2010, p. 83).

-Para Mateo (2001), la motivación intrínseca anima al individuo a buscar novedades y enfrentarse a retos, lo que le hace por otro lado mejorar su adaptación al entorno al ir desarrollando competencias y habilidades para enfrentarse a dichos retos y poder superarlos. Además, las personas intrínsecamente motivadas, al realizar las tareas sólo por placer y no como consecuencia de un estímulo externo, centrarán su atención en la actividad en sí y no en la recompensa o ausencia de castigo, más propios de las personas extrínsecamente motivadas.

## e2) La motivación extrínseca

-Por su parte, la *motivación extrínseca* se basa en los conceptos de incentivo, castigo y recompensa (Mateo, 2001), a partir de circunstancias externas que condicionan el comportamiento del sujeto. Como señala Reeve (2010, p. 84), “surge de un contrato conductual de “haz esto y obtendrás aquello” existe como una motivación de “para lograr” (como “haz esto para lograr aquello”). “Esto” es el comportamiento solicitado, y “aquello” es el incentivo o consecuencia extrínseca”.

-Según Naranjo (2009), existe una relación muy estrecha entre la motivación extrínseca y el enfoque conductista, y por ello ha sido potenciada tradicionalmente en la educación para motivar al alumnado a través de estímulos externos. Para lograr la modificación de una conducta se pueden aplicar diferentes métodos, como el reforzamiento (refuerzos positivos o negativos), la extinción o el castigo.

A la hora de aplicar en el aula el enfoque conductista hay que tener en cuenta varias cuestiones (UNIR, 2015a): aunque se trate de motivaciones externas, las recompensas no tienen por qué ser siempre de tipo material, y de hecho es conveniente comenzar por refuerzos psicológicos (elogios, reconocimientos, etc.) y pasar a los refuerzos materiales cuando aquellos no funcionen; la aplicación de premios y castigos, aunque no recomendable, suele ser inevitable en instituciones educativas, y no debe premiarse ninguna tarea que se realizara previamente por una motivación de tipo intrínseco (que la motivación extrínseca nunca elimine la intrínseca que tenga el estudiante).

f) Teoría de las expectativas de Vroom

Vroom (1964) plantea que la motivación es el resultado de tres variables: valencia, expectativas e instrumentalidad, de manera que las personas sólo se motivarán a hacer cosas si perciben un valor en conseguirlas y por tanto consideran que merece la pena el esfuerzo de intentar lograrlas.

Según Naranjo (2009), la valencia tiene que ver con el valor que cada persona otorga a una cosa o actividad y al deseo e interés por llevarla a cabo; las expectativas se relacionan con las creencias de la persona sobre la probabilidad y las posibilidades de que la realización de un determinado acto llevará asociada la obtención de un cierto resultado; y la instrumentalidad se refiere al valor o la consideración que la persona otorga al hecho de que si obtiene un determinado resultado asociado a la realización de un acto, dicho resultado servirá de algo.

En virtud de lo anterior, una persona no se motivará por una actividad o una tarea si no le otorga valor y no tiene interés por ella, si no se siente capaz de llevarla a cabo o si piensa que el esfuerzo para realizarla no merecerá la pena.

g) Modelo de fijación de metas u objetivos de Trechera

Para Trechera (2005), una meta u objetivo es algo que alguien intenta alcanzar y que por tanto constituye el fin de una acción. Para que un objetivo pueda motivar, deberá poseer los siguientes factores:

- Conocimiento, pues será necesario conocer tanto la meta a alcanzar como los medios necesarios para poder llegar a ella.

- Aceptación, pues ha de existir acuerdo sobre lo que se quiere hacer.

- Dificultad, que tiene que ver con que las metas deberán ser difíciles y suponer un reto, pero en ningún caso imposibles o inalcanzables.

-Especificidad, pues cuanto más concreto sea el objetivo, más fácil será aglutinar los esfuerzos para poder lograrlo.

Locke y Latham (1990, citados por Trechera, 2005), plantean que en el establecimiento de metas u objetivos se ha de resaltar que orientan la acción (animan a llevar a cabo estrategias y planes de actuación, centran nuestra atención para seleccionar las alternativas más idóneas, etc.), sirven para regular el esfuerzo (permitiendo enfocarnos hacia lo que hay que hacer) y consiguen que se trabaje de un modo más persistente (al presentarse la meta u objetivo como algo que no es imposible, sino que con dedicación y esfuerzo puede lograrse).

#### h) Teoría de la equidad de Stacey Adams

Según Naranjo (2009), esta teoría se basa en la percepción de la persona de la recompensa que obtiene por llevar a cabo una acción en comparación con las recompensas que reciben otras personas por realizar acciones o cosas semejantes.

Trechera (2005) señala que Adams basa su teoría en la equidad, de manera que cuestiona el hecho de que sean los propios actos o variables los que tengan valor y motiven por sí mismo, siendo más importantes los juicios que lleva a cabo la persona al comparar su beneficio con el que obtendrían otros sujetos por realizar actos similares. Así, para poder establecer esos juicios comparativos, será necesario tener en cuenta dos categorías de elementos:

-Inputs, que serían las aportaciones o contribuciones del sujeto a la tarea o actividad, en cuanto a su formación, capacidad, habilidad, esfuerzo, experiencia, etc.

-Outputs, que hacen referencia a los resultados, ventajas o beneficios que el sujeto obtiene por realizar la acción o actividad (salario, estatus, prestigio, etc.).

#### i) Otras teorías importantes en el ámbito educativo

-Una teoría muy utilizada en el ámbito educativo es la de expectativa-valor, desarrollada por Eccles et al. (1983, citado por Gasco y Villarroel, 2014), cuyo modelo se basa en el análisis de las expectativas y el valor de las tareas que perciben los alumnos, así como sus vinculaciones con el rendimiento escolar, la persistencia y la elección de estudios posteriores, entre otros factores.

-Pintrich y De Groot (1990), a partir de un estudio realizado a 173 estudiantes de secundaria, plantean la complejidad de la motivación en el alumnado distinguiendo tres categorías relevantes que hacen referencia a las percepciones sobre las propias capacidades (componente de expectativas), sobre la importancia de

la tarea que realiza (componente de valor) y sobre las consecuencias a nivel emocional del éxito o fracaso en la misma (componente afectivo).

Para Anaya y Anaya (2010), los comportamientos observables de los alumnos que reflejan su nivel de motivación académica son de tres niveles o categorías: estar activos e implicados en las tareas, tener persistencia en ellas y ser capaces de hacer elecciones entre varias alternativas que se les presentan.

-Es muy destacable como factor determinante en el éxito académico del alumnado el concepto que introduce Bandura (1997) de necesidad de autosuficiencia, como creencia que tiene una persona de que puede dominar una situación y obtener resultados positivos en ella.

-Según Bisquerra (2000), son importantes las atribuciones que realizan los propios estudiantes a sus éxitos o fracasos, dando lugar a cuatro estilos atributivos.

-La teoría de Harlow y Butler sobre la curiosidad y manipulación (UNIR, 2015a), como una fuente intrínseca de motivación, pone de manifiesto que los seres humanos actúan en muchas ocasiones movidos por la curiosidad, el deseo de saber o el mero placer de la manipulación, de manera que lo más novedoso es más motivador que lo ya conocido. De esta teoría pueden derivarse pautas para aplicar en las aulas, como presentar los contenidos de una manera original y creativa, plantear actividades que impliquen manipular objetos o hacer experimentos, etc.

-Las Teorías de la atribución de Heider y Weiner (UNIR, 2015a) plantean que los seres humanos, en función de sus experiencias, de las relaciones causa-efecto que establezcan y de las creencias que tengan, realizan atribuciones o juicios de situaciones o competencias y actuarán de un modo u otro en función de los resultados que esperen obtener de la realización de una determinada acción (según la atribución sea positiva o negativa).

Las atribuciones dependerán de tres factores: localización (atribución a causas internas o externas), estabilidad (si los factores que se consideran causa son modificables-inestables o inmodificables-estables) y capacidad de control (si se considera que el resultado se puede controlar o no). Combinando esos tres factores, se observa cómo los alumnos atribuyen sus éxitos o fracasos generalmente a una de estas cuatro variables: capacidad, esfuerzo, complejidad de la tarea y suerte.

Estas teorías tienen numerosas implicaciones en las aulas, siendo muy positivo que el profesor trate siempre de centrar las atribuciones de los alumnos en el esfuerzo y otras causas controlables, más que en las dificultades de las tareas, en sus

capacidades o en la suerte. Una adecuada graduación de la dificultad de las tareas y el cuidado del lenguaje a la hora de dirigirse a los alumnos ayudarán a fomentar atribuciones positivas de los alumnos entre el esfuerzo y el éxito.

-La Teoría de las expectativas de Rosenthal (UNIR, 2015a) se basa en la influencia en la motivación, en la actitud y en las creencias de los alumnos sobre sus propias capacidades, actitudes, comportamientos, etc., de las expectativas que tienen sus profesores sobre ellos a esos niveles (comportamiento, capacidad, etc.). Rosenthal afirma que las expectativas de los profesores respecto a sus alumnos determinan las conductas de estos, de manera que los alumnos tenderán a dar de sí lo que los profesores esperan de ellos, tanto a nivel conductual como de rendimiento (efecto Pigmalión). Esta teoría puede considerarse de un modo más amplio, afirmando que las creencias que tienen las personas sobre la posibilidad o imposibilidad de alcanzar una determinada meta influyen en gran medida en el éxito o en el fracaso a la hora de conseguirla, condicionando el resultado obtenido.

En cuanto a su aplicación en las aulas, los profesores deberán esforzarse en no hacer juicios negativos sobre sus alumnos, especialmente los relacionados con las capacidades o comportamientos (“Eres una alumna de aprobado”, “Siempre te distraes”, etc.), y centrarse en reforzarles mediante expectativas y juicios positivos.

-La Teoría de la disonancia cognitiva de Festinger (UNIR, 2015a) se sustenta en la idea según la cual “el organismo humano trata de establecer una armonía interna: consistencia o congruencia entre sus actitudes, opiniones, conocimientos y valores” (Ovejero, 1993, p. 205). En definitiva, el ser humano manifiesta una tendencia hacia la consonancia entre cogniciones, de manera que las incongruencias o disparidades entre dos cogniciones simultáneas (pensamientos, creencias, comportamientos, etc.) le crearán una tensión que tratará de resolver, motivándose hacia ello. En el ámbito educativo, se le podría plantear una disonancia al alumno para motivarlo a resolverla libremente (cambiando un comportamiento o una idea), sin coaccionarle.

### **8.1.3.-La motivación y las matemáticas**

#### **a) Influencia de la imagen social de las matemáticas**

Parece claro que hay una relación directa entre la motivación a la hora de afrontar cualquier tarea y el grado de éxito en la consecución de la misma.

En una materia como las matemáticas, que despierta no pocos recelos y miedos entre el alumnado, se hace más importante si cabe esta motivación.

En ese rechazo hacia las asignaturas de matemáticas que sienten muchos alumnos y que sin duda condicionan su rendimiento, resulta muy importante la imagen que tienen sobre las matemáticas en general, percibida a través de los medios de comunicación, transmitida por sus padres y profesores y por otros alumnos, extraída de sus propias experiencias en los centros escolares, etc.

-Gómez-Chacón (2000, citada por UNIR, 2015d), refleja algunas de las percepciones negativas más extendidas de las matemáticas en el imaginario colectivo, las cuales se manifiestan con una gran estabilidad desde hace años:

- Es una materia sólo para cabezas inteligentes y una asignatura hueso.
- Basada en el razonamiento y desprovista de toda fantasía y creatividad.
- Para desenvolverse bien en la sociedad, sólo hay que aprender aritmética.
- La disciplina matemática es un mundo de hombres.
- Es una actividad de razonamiento perfecto, sinónima de verdad y seguridad.
- Los matemáticos son gente despistada, ensimismada, fuera de la realidad.

-La influencia negativa de esa cierta impopularidad en muchos sentidos de las matemáticas queda reflejada por Martínez (2008):

Las reacciones valorativas hacia las Matemáticas, hacia quién y cómo la enseña, hacia cómo se aprende o hacia quién y cómo se evalúa, muchas veces son producto de las experiencias que se han adquirido como estudiantes, como docentes o como miembros de determinadas comunidades, donde, lamentablemente, la Matemática fue y sigue siendo considerada como una de las más impopulares asignaturas del currículo (p. 252).

-Y para Ruiz de Gauna, Harcía y Sarasuna (2012), si bien los alumnos reconocen en general la importancia de las matemáticas y de su enseñanza, tienen en muchos casos una imagen estereotipada hacia ella, así como una predisposición negativa hacia la abstracción y el formalismo propios de la disciplina matemática.

#### b) Importancia de la motivación y la actitud en el aprendizaje

Por otro lado, si bien durante muchos años los estudios e investigaciones sobre los procesos de aprendizaje y los factores que influyen en ellos se centraron casi exclusivamente en los aspectos cognitivos, en la actualidad existe consenso a la hora de señalar la importancia de la motivación y de las actitudes en el aprendizaje, así como la necesaria interrelación entre los ámbitos cognitivo y motivacional.

De hecho, para Nuñez (2009), la incorporación de las teorías cognitivas y de términos como el autoconcepto a las teorías motivacionales constituyen los aspectos más destacables de los estudios sobre la motivación durante los últimos años.

Numerosos autores han llevado a cabo estudios que corroboran esta conexión:

-Pintrich y De Groot (1990) afirman que la autorregulación de los aspectos cognitivos y del comportamiento del alumnado son aspectos esenciales en el contexto del aula en relación con su aprendizaje y su desempeño académico en general, así como que existe una importante conexión entre las variables motivacionales y el comportamiento y desempeño académico de los estudiantes: “The motivational components were linked in important ways to student cognitive engagement and academic performance in the classroom” (p. 37).

Asimismo, remarcan la importancia de que el alumno disponga tanto de destrezas (aspectos cognitivos) como de deseos (aspectos afectivos y emocionales) para poder tener éxito en las aulas: “Students need to have both the “will” and the “skill” to be successful in classrooms” (p. 38).

-Gardner (1994), en su teoría sobre las inteligencias múltiples, habla de dos tipos de inteligencia muy directamente conectadas con las emociones: la inteligencia interpersonal, que suele asociarse con la empatía e influye, por ejemplo, en el trabajo en equipo; y la inteligencia intrapersonal, asociada a la capacidad de autoconocimiento e introspección, de conocer la propia vida emocional.

-Actualmente, se habla mucho de inteligencia emocional, término introducido por Goleman (1996, citado por Anaya y Anaya, 2010), que implica conocer las propias emociones y ser capaces de regularlas tanto a nivel personal como social (autorregulación emocional). Este autor de referencia hace hincapié en que tradicionalmente se ha sobrevalorado la importancia de los aspectos puramente racionales de la mente y se han dejado a un lado los aspectos emocionales.

-Por su parte, Gómez-Chacón (2000), afirma que existe una relación cíclica y recíproca entre los afectos, las emociones y las creencias de los alumnos y su rendimiento en las matemáticas. Así, por un lado las creencias que los estudiantes tienen acerca de las matemáticas y sus propias capacidades influyen de manera directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender los contenidos de las asignaturas; y por otro, el rendimiento y las experiencias positivas o negativas que tienen los estudiantes con las asignaturas de matemáticas contribuyen e influyen en la formación de sus creencias.

-En la misma línea, Hidalgo, Maroto y Palacios (2004) sostienen que el rechazo y la falta de motivación en las asignaturas de Matemáticas es la consecuencia de la influencia sobre el alumno de variables tanto a nivel cognitivo como emocional, según dos aspectos básicos: la dificultad intrínseca de las matemáticas (variable cognitiva) y la vivencia del alumno de esa dificultad (variable afectiva o emocional).

-Martínez (2008), por otro lado, afirma lo siguiente:

El éxito o el fracaso, en el aprendizaje de los contenidos matemáticos tiene más de un responsable y, en el caso del aprendiz, suele atribuirse no sólo a la configuración cognitiva del sujeto sino, también, al capital afectivo, pues muchas de sus reacciones evaluativas y predisposiciones de actuar, de los sujetos ante los objetos, suelen depender de sus creencias, emociones o sentimientos. (p. 252).

-Según Nuñez (2009), aprender algo requiere “disponer de las capacidades, conocimientos, estrategias y destrezas necesarias (poder) y tener la disposición, intención y motivación suficientes (querer) para alcanzar los fines que se pretenden conquistar” (p. 41).

Se trata por tanto de hacer hincapié en que el aprendizaje en general, y particularmente en matemáticas, no está determinado sólo por variables cognitivas, ya que los aspectos afectivos y motivacionales son igualmente importantes, influyendo directamente en la actitud del que trata de aprender.

Para acercarse al concepto de actitud, se recordará la definición de Hidalgo, Maroto y Palacios (2004), que la definen como “una predisposición evaluativa (es decir, positiva o negativa) que condiciona al sujeto a percibir y a reaccionar de un modo determinado ante los objetos y situaciones con las que se relaciona” (p. 76).

Estos mismos autores distinguen dos acepciones de la actitud en el ámbito matemático: las actitudes hacia las matemáticas y las actitudes propiamente matemáticas. Las primeras tienen más que ver con la componente afectiva (valoración, aprecio, interés), mientras que las segundas se refieren sobre todo al aspecto cognitivo (flexibilidad de pensamiento, espíritu crítico, apertura mental, capacidad de abstracción, etc.), y están asimismo relacionadas con la dificultad intrínseca de la materia y sus particularidades.

### c) Particularidades y dificultad intrínseca de las matemáticas

Todas las disciplinas y materias tienen una serie de características que les son propias y que las diferencian del resto, y en el caso de las matemáticas, sus particularidades sin duda condicionan enormemente las actitudes y dificultades que tradicionalmente los alumnos presentan ante las matemáticas.

Las matemáticas presentan además unas exigencias propias (especialmente si se plantean desde el enfoque heurístico) en términos de racionalidad, reflexión, abstracción, jerarquización, racionalidad, rigor, deducción, inferencia-inducción, particularización y generalización, procesos que demandan por parte de los alumnos el uso y la asimilación de estrategias cognitivas de orden superior y que por ello condicionan sus opiniones y temores hacia la materia.

-Para Hidalgo, Maroto y Palacios (2004), existen dos variables con mucho peso en el gusto de los alumnos por las matemáticas, como son por una parte el hecho de considerarla como una materia aburrida o entretenida y, por otra, las creencias y percepciones de los estudiantes sobre la facilidad o dificultad que tienen para su aprendizaje, y por ende su autoconcepto a nivel de competencias matemáticas.

Y otra particularidad de las matemáticas que condiciona enormemente las actitudes de los alumnos hacia ellas, es su carácter acumulativo y la importancia de asentar los conocimientos de los cursos anteriores para adquirir los nuevos.

Así, los problemas de los cursos anteriores se van arrastrando en los siguientes, hasta que en muchos casos llega un momento en el que no es posible asimilar de manera adecuada los nuevos conocimientos. Estas situaciones producen frustración y rechazo en los alumnos que las sufren, de modo que el carácter acumulativo y la dificultad intrínseca de las asignaturas de matemáticas podrían hacer entrar al alumno en un círculo vicioso: irían generando dificultades y lagunas, que a medio y largo plazo podrían provocar malos resultados, los cuales afectarían al autoconcepto del alumno y le llevaría a hacer atribuciones negativas sobre sus capacidades, derivando en frustración, rechazo y aburrimiento y afectando a la capacidad de aprendizaje, retroalimentándose continuamente todo el proceso.

En resumen, tanto la dificultad intrínseca de las matemáticas como el carácter acumulativo de sus conocimientos y la propia vivencia del alumno de esas dificultades influyen enormemente en la actitud del alumnado hacia ellas.

Aunque si esto se mira por el lado positivo, para aquellos alumnos con una valoración positiva hacia la materia y que además poseen una adecuada motivación intrínseca y de logro (según se definieron en el apartado anterior) y un buen concepto de sí mismos a nivel de desempeño y capacidad, las dificultades intrínsecas de las matemáticas serán tomadas como un desafío, que al superarse con dedicación y esfuerzo influirá positivamente en el autoconcepto y generará nuevas atribuciones positivas, alimentando de nuevo el proceso pero esta vez en sentido positivo.

-Ruiz de Gauna, Harcía Iturrioz y Sarasua (2012), a través de un estudio enfocado, entre otras cuestiones, a conocer las opiniones de los futuros maestros sobre aspectos conceptuales y actitudinales sobre las matemáticas, corroboraron esta influencia positiva del gusto y afinidad que sienten los estudiantes hacia la materia en su actitud y motivación hacia ella y, por ende, en su rendimiento.

d) Evolución por niveles de la percepción de las matemáticas

En la reciente experiencia docente del autor del presente documento en un centro educativo como profesor de prácticas, un aspecto muy llamativo fue la influencia del nivel educativo de los alumnos en el rechazo y temor que sienten hacia las matemáticas y en su motivación y actitud hacia las diferentes asignaturas del curriculum. Así, se percibió un especial desafecto hacia las matemáticas en el curso de 3º de ESO, pero sobre todo, en todos los grupos de 4º de ESO.

Algunas de estas percepciones se han visto reflejadas en dos estudios de investigación, cuyos resultados y conclusiones resultan muy interesantes:

d1) Hidalgo, Maroto y Palacios, en su trabajo de investigación “¿Por qué se rechazan las Matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas” (2004), llevaron a cabo un estudio exhaustivo acerca de la importancia del dominio afectivo en las matemáticas. Lo hicieron analizando, mediante un modelo multivariable de regresión logística, los datos obtenidos a lo largo de más de tres cursos escolares en los que se plantearon cuestionarios abiertos a más de 3.000 estudiantes de diferentes centros educativos (tanto públicos como privados), y de seis niveles distintos comprendidos entre 3º de Primaria y el primer año de Universidad, entre ellos 1º de Bachillerato.

A partir de los resultados obtenidos, extrajeron conclusiones muy interesantes:

-El nivel educativo influye en el rechazo a las Matemáticas que sienten muchos alumnos, como puede observarse en la Figura 4 (página 25).

Así, en los primeros cursos de Primaria los niveles de aceptación son muy altos, apareciendo incluso las Matemáticas como una de las asignaturas preferidas de los alumnos (junto con Educación Física), pero a partir de ahí se observa una tendencia descendente en el grado de aceptación o gusto por las asignaturas de matemáticas, que se hace mucho más acentuada desde la etapa de Secundaria y que presenta un punto de inflexión aproximadamente en los cursos finales de la ESO, mejorando un poco y estabilizándose ligeramente, aunque con valores que continúan siendo relativamente bajos. No obstante, parece claro que ese ligero aumento en el gusto

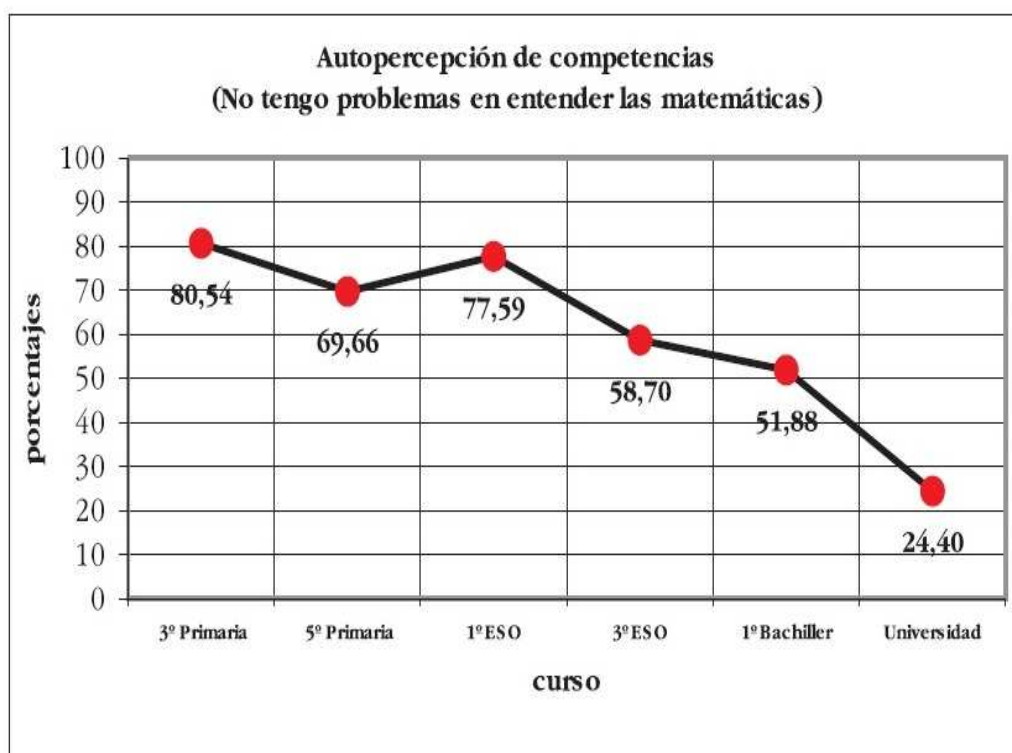
por las matemáticas que se observa en Bachillerato y en el primer año de Universidad está muy condicionado por la mejor cualificación académica y actitud en general de los alumnos que alcanzan esos niveles.

Cuando se pregunta a los estudiantes de Bachillerato desde cuando sienten rechazo hacia las matemáticas, si es el caso, 8 de cada 10 afirman que desde la ESO, y 6 de ellos apuntan al 2º ciclo de ESO (3º y 4º) como el origen de su antipatía.

-Este descenso en el gusto o percepción positiva de los alumnos hacia las matemáticas no apareció al analizar otras asignaturas del currículo, lo que permite inferir que esa tendencia descendente está más condicionada por las características intrínsecas de la disciplina matemática que por la edad o el paso a niveles educativos superiores. Es otro dato que confirma la aparición tardía del rechazo hacia las matemáticas durante la escolarización.

-Por otro lado, la percepción de capacitación o de competencias matemáticas también disminuye de manera progresiva al aumentar los niveles y edades de los alumnos, como puede observarse en la Figura 39.

*Autocompetencia y gusto por las Matemáticas (por niveles educativos)*



*Figura 39. Autocompetencia y gusto por las Matemáticas por niveles educativos.*  
(Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004, p. 87)

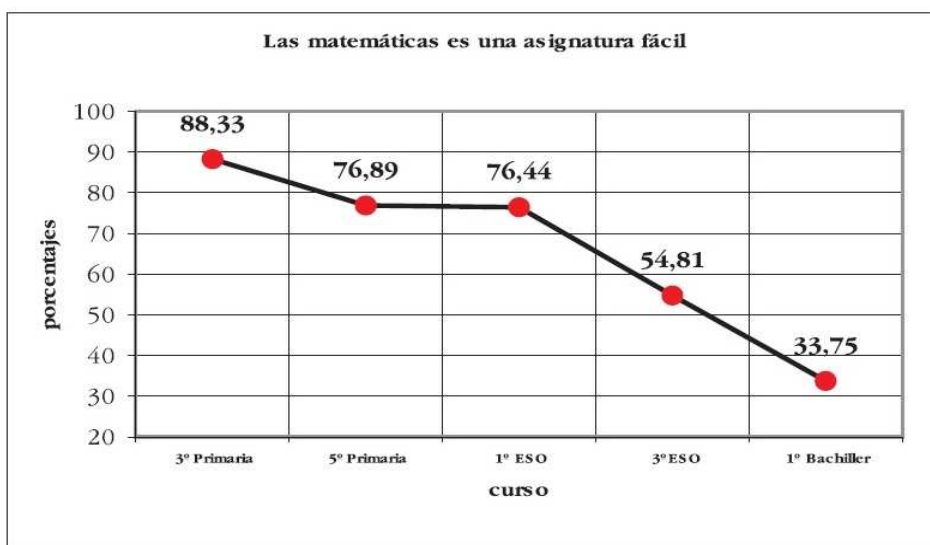
En este caso, la tendencia descendente es especialmente acusada desde 1º de ESO, pasando de cerca del 80% de respuestas de alumnos que afirman no tener excesivos problemas para comprender los conceptos y contenidos de la materia en ese nivel, a menos del 25% para los alumnos que cursan el primer año universitario.

En este descenso tan marcado podría sin duda influir un aumento en el grado de madurez de los alumnos con la edad, que les permitiría hacer juicios más realistas y menos optimistas que en cursos y edades anteriores, aunque aún así se pone de manifiesto que existe un aumento importante en la percepción de dificultad de la asignatura al aumentar el nivel educativo.

El autoconcepto de competencias matemáticas que tienen los alumnos y su autoconfianza influyen en su gusto o el rechazo hacia las matemáticas, como se dedujo por el análisis y la interpretación de las respuestas de los estudiantes ante determinadas preguntas. Así, los alumnos que se consideran hábiles haciendo cálculos mentales, en general, tienen mejores autoconceptos, hacen juicios más positivos de las matemáticas y sienten menos rechazo. Los rechazos suelen ir normalmente asociados con niveles bajos de autoestima y de autoconcepto en relación con las competencias matemáticas.

-La percepción de dificultad de las matemáticas también tiene una influencia clara sobre el rechazo de los alumnos hacia la disciplina, observándose una línea descendente de la percepción de que las matemáticas son una asignatura fácil de manera continua desde 3º de Primaria y siendo mucho más acusado el descenso desde 1º de ESO hasta el primer año de Universidad (ver Figura 40).

*Percepción de dificultad (por niveles educativos)*



*Figura 40. Percepción de dificultad por niveles educativos (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004, p. 89)*

d2) Gasco y Villarroel (2014), en el artículo “La motivación para las matemáticas en la ESO (...)”, plantean un estudio en el que, a través de la cumplimentación (según una escala Likert de 5 puntos) de un cuestionario basado en tres parámetros (valor, coste y autoeficacia) por parte de más de 600 estudiantes de 2º, 3º y 4º de ESO y su posterior tratamiento estadístico y análisis interpretativo, tratan de analizar las diferencias en la motivación para las matemáticas en el alumnado de ESO, indagando en las variaciones tanto por curso como por sexo.

A partir de los resultados que obtuvieron y de su análisis crítico, y apoyándose en estudios e investigaciones de otros autores, llegaron a interesantes conclusiones.

-Con respecto a las diferencias entre cursos, los resultados obtenidos (ver Tabla 3) indican que la motivación aumenta sensiblemente en las escalas de las variables de *valor* (importancia que dan los alumnos al aprendizaje de las matemáticas) y de *autoeficacia* (la eficacia que los alumnos perciben en sí mismos en matemáticas) entre el alumnado de 2º de ESO y el de 3º, mientras que se observa un ligero descenso en ambas variables entre 3º y 4º de ESO. Y la variable *coste* arroja un descenso progresivo muy moderado de la motivación asociada entre 2º y 4º de ESO.

Descriptivos				Prueba de Kruskal-Wallis		
Escala	Curso	Media	Desv. típ.	$\chi^2$	gl	p
<b>Valor</b>	2º ESO	2.64	1.14	22.33	2	.000
	3º ESO	3.14	.96			
	4º ESO	3.08	1.09			
<b>Coste</b>	2º ESO	2.42	1.02	1.96	2	.375
	3º ESO	2.32	.94			
	4º ESO	2.28	.90			
<b>Autoeficacia</b>	2º ESO	2.54	1.39	23.09	2	.000
	3º ESO	3.17	1.12			
	4º ESO	3.06	1.22			

Tabla 3. Diferencias en las escalas de motivación en función del curso académico (Gasco y Villarroel, 2014, p. 43)

-Zimmerman y Martínez-Pons (1990) contradicen otros estudios al indicar que la autoeficacia va en aumento entre el penúltimo curso de Primaria, 2º de la ESO y 1º de Bachillerato, argumentando que mientras las percepciones sobre la autoeficacia mejoran, la autopercepción de competencia en relación con los iguales empeora por el efecto negativo producido por la comparación social.

-Para Frederick y Eccles (2002), algunos factores que contribuyen a disminuir las variables de valor y autoeficacia al cambiar de ciclo de primaria a secundaria, son la menor atención personal que perciben los alumnos, la disminución del optimismo del alumnado, el aumento de la competitividad y de la comparativa social entre iguales y los cambios en la actitud y comportamiento asociados con la pubertad.

Además, junto a Jacobs, Lanza, Osgood, Eccles y Wigfield (2002), sostienen que el descenso más pronunciado en la motivación hacia las matemáticas se produce en los dos primeros cursos de la etapa de educación secundaria.

-Según Urdan y Migley (2003), los cambios de ciclo suelen conllevar percepciones negativas de las variables de valor y de autoeficacia, como consecuencia de las mayores necesidades y oportunidades para realizar un aprendizaje autónomo, de la exigencia mayor en la toma de decisiones y de la mayor orientación de los cursos hacia los objetivos.

-Según Watt (2004) y Watt et al. (2012), las características del currículo de la etapa de Secundaria en el sistema educativo australiano son determinantes en la variación de la motivación del alumnado en matemáticas, observándose un decrecimiento significativo de las variables de valor y de autoeficacia tanto en 1º de la ESO (8º grado) como en 1º de Bachillerato (11º grado), asociándose al salto cualitativo en la dificultad de los contenidos en ambos cursos, frente al marcado carácter de repaso de los conocimientos previos de los cursos anteriores.

-Watt (2004), sostiene que el estancamiento de la motivación en 4º de ESO se debe a la creciente abstracción a la que se ven sometidas las matemáticas a partir de ese nivel y la percepción de tal circunstancia por parte del alumnado.

-Cleary y Chen (2009), mediante un estudio acerca de las diferencias de autorregulación y motivación en 880 alumnos de asignaturas de matemáticas de diferentes niveles de secundaria, pusieron de manifiesto la importancia de los cambios en la motivación y la autoeficacia observados en los estudiantes durante los primeros niveles de la etapa y el efecto de esos cambios en los niveles posteriores.

-Finalmente, Gasco y Villarroel (2014) llaman la atención sobre la necesidad llevar a cabo más investigaciones y estudios acerca de los motivos que originan los cambios de la motivación en el alumnado de matemáticas, en los que se tengan en cuenta más variables y factores que puedan influir.

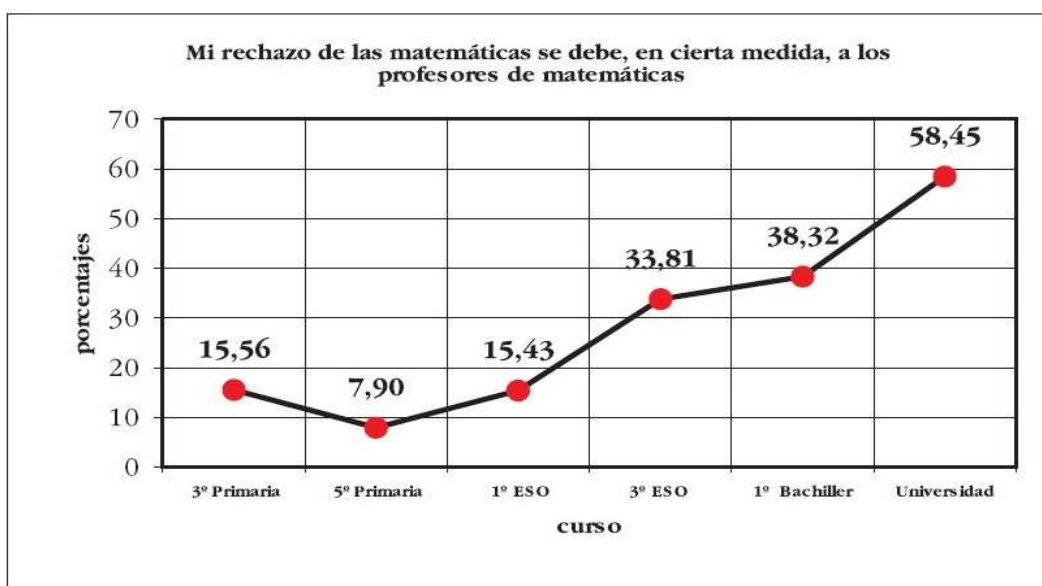
e) Influencia del profesor en la motivación del estudiante

-Font (1994) pone de manifiesto la importancia del profesor a la hora de detectar malas actitudes del alumnado hacia las matemáticas y de adoptar las estrategias necesarias para conseguir en ellos un cambio motivacional positivo.

-Stipek (2002), señala que el docente debe disfrutar enseñando y compartiendo sus experiencias con los alumnos y ser capaz de contagiarles su entusiasmo para poder motivarles, constituyéndose en un modelo a seguir para ellos.

-Para Hidalgo, Maroto y Palacios (2004), los propios alumnos afirman que los profesores de las asignaturas de matemáticas influyen en mayor proporción como inductores de rechazos que como favorecedores de aceptación. Así, cuando un alumno fracasa suele culpar al profesor, pero cuando tiene éxito, la responsabilidad es sólo suya. La influencia negativa de los profesores sobre el gusto por las matemáticas también aumenta con los niveles educativos (Figura 41).

*Importancia del profesor en el gusto por las Matemáticas (por niveles educativos)*



*Figura 41. Importancia del profesor en el gusto por las Matemáticas por niveles educativos. (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004, p. 88)*

-Gómez (2005), señala la importancia del profesor en el aula, para ser capaz de construir una nueva visión de los contenidos matemáticos que motive al alumno.

-Martínez (2008), resalta la influencia de la deficiente formación matemática y didáctica de muchos docentes en la mala actitud de los alumnos hacia la materia.

-Para Anaya y Anaya (2010), “el elemento esencial para lograr una motivación permanente en el alumno para aprender, para desarrollar y trascender lo constituye el propio maestro que mediante su estímulo, ejemplo y motivación personal impulse al alumno a sacar lo mejor de SÍ (...)” (p. 14).

-Ceballos, Núñez y Rodríguez (2012) plantean propuestas de mejora para la enseñanza de las matemáticas en Secundaria y Bachillerato, y como uno de los aspectos fundamentales, hacen hincapié en la importancia de “planificar adecuadamente las asignaturas por parte del profesorado” (p. 49).

-Ruiz de Gauna, Harcía y Sarasua (2012), en su estudio sobre las actitudes hacia las matemáticas de los alumnos universitarios de Magisterio, ponen de manifiesto la importancia, para poder cambiar la actitud de los alumnos menos motivados, de que la enseñanza de la materia reúna una serie de características a nivel de participación activa, practicidad, concreción, utilización de recursos o relación de los contenidos con la práctica docente, aspectos en los que sin duda resulta esencial el papel del docente a la hora de preparar e impartir las clases.

-Y en líneas generales, todos o casi todos los estudios e investigaciones que analizan la influencia de la motivación del alumnado en el aprendizaje de las matemáticas, señalan al docente como un elemento clave para poder tener éxito.

#### f) Influencia de las estrategias de aprendizaje en la motivación

Se han realizado muchos estudios sobre la influencia positiva del uso de estrategias de aprendizaje por parte del alumnado en su motivación y autoeficacia.

-Berger y Karabenick (2011), a partir de esas evidencias existentes entre la motivación y las estrategias de aprendizaje basadas en estudios anteriores, trataron de verificar la posible relación recíproca entre la motivación de los alumnos en las clases de matemáticas y el uso que hacen de diversas estrategias de aprendizaje para el estudio de los contenidos de la asignatura. Observaron que los alumnos con mayor percepción de autoeficacia, mejor desempeño en las tareas y mayor índice de esfuerzo solían utilizar con más frecuencia estrategias de aprendizaje, si bien no encontraron evidencias del efecto positivo de la utilización de estrategias en el aumento de la motivación por las matemáticas, por lo que la reciprocidad o bidireccionalidad de la relación entre ambas variables no pudo quedar probada.

-Gholamali, Sadat, Hejazi y Davoodi, en su estudio de investigación “The Effect of Self-regulation Learning Strategies Training on the Academic Motivation and Self-efficacy” (2011), llevaron a cabo una investigación de cuyos resultados concluyeron que la enseñanza por parte de los docentes a sus alumnos de estrategias de aprendizaje adecuadas tenía un efecto significativo en su motivación.

#### **8.1.4.- Las TIC en matemáticas**

##### **a) Sociedades de la Información y del Conocimiento**

En los últimos tiempos, los avances tecnológicos han provocado cambios drásticos a todos los niveles (económico, científico, social, cultural, político, etc.).

A finales del siglo XX, se abandonó la etapa post-industrial y se entró de lleno a nivel mundial (con las lógicas diferencias según países) en la denominada Sociedad de la Información (en adelante SI). Según Castells (1997), la SI hace referencia a un nuevo sistema en el ámbito tecnológico, social y económico en el cual el incremento de la productividad ya no depende de que aumenten los factores de producción (trabajo, capital, recursos naturales), sino de la correcta aplicación de la información y los conocimientos más avanzados a todos los niveles del sistema productivo (investigación, innovación, diseño, gestión, producción, distribución, etc.), tanto en lo que se refiere a los procesos como a los propios productos finales.

Otra definición de SI queda recogida en las recomendaciones establecidas en “Aprovechar la Oportunidad de la Sociedad de la Información en España” (Comisión Especial de Estudios para el Desarrollo de la Sociedad de la Información, 2003): “un estadio de desarrollo social caracterizado por la capacidad de sus miembros (ciudadanos, empresas y Administraciones Públicas) para obtener, compartir y procesar cualquier información por medios telemáticos instantáneamente, desde cualquier lugar y en la forma que se prefiera” (p. 5).

El propio Cabero (2006) señala algunas de las características más importantes de la Sociedad de la Información: es una sociedad globalizada; las Tecnologías de la Información y la Comunicación (en adelante TIC) son un elemento básico dentro de ella; ha motivado la aparición de nuevos sectores laborales, particularmente asociados con las TIC; da lugar a un exceso de información que demanda el desarrollo del espíritu crítico en los usuarios; su impacto alcanza a todos los sectores de la sociedad; su incorporación no está siendo homogénea en todos los lugares, generando una brecha digital; exige desarrollar en los usuarios la capacidad de “aprender a aprender”; impone a gran velocidad cambios a todos los niveles; etc.

Por otra parte, en la actualidad la etapa de la Sociedad de la Información ha sido superada a nivel global y se ha pasado a la denominada Sociedad del Conocimiento (en adelante SC), en la cual ya no se trata sólo de poner a disposición de los usuarios grandes cantidades de información, sino de que estos sean capaces de convertir esa información en conocimientos. Las TIC constituyen un pilar básico de la nueva SC, destacando especialmente la denominada Web 2.0 o Web social,

según la cual se trasciende al sujeto como simple receptor pasivo de la información, para convertirle en un contribuidor activo capaz de interactuar y colaborar con otros usuarios y poder convertirse en creador de contenido.

-Así lo señala García (2010):

Otro hito importante, que también explica el espectacular crecimiento de Internet, es la aparición de la web 2.0, la llamada web social. El principal cambio con respecto al modelo anterior es que el usuario no sólo es consumidor sino que también produce contenidos que pone a disposición del resto del mundo. (p. 14)

-Castells (1997) va más allá, hablando de retroalimentación de la información:

“Lo que caracteriza a la revolución tecnológica actual no es el carácter central del conocimiento y la información, sino la aplicación de ese conocimiento e información a aparatos de generación de conocimiento y procesamiento de la información/comunicación, en un círculo de retroalimentación acumulativo entre la información y sus usos.” (p. 60)

Las principales diferencias entre las Sociedades de la Información y del Conocimiento quedan reflejadas en el cuadro siguiente (Tabla 4).

<b>Rasgos distintivos de la SI vs. SC</b>		
<b>Rasgo</b>	<b>SI</b>	<b>SC</b>
<i>La sociedad se apoya en la convergencia de</i>	Los soportes	Los contenidos
<i>Predomina</i>	El sistema	El sujeto
<i>Tipo de información</i>	Unívoca, unidireccional	Se reelabora, se interpreta, se comunica
<i>Objeto de la información</i>	Masiva, indiscriminada	Individual, diferenciadora
<i>Centrada en</i>	El fin	El proceso
<i>Competencias</i>	Localización de datos	Elaboración y desarrollo de la información
<i>Carácter</i>	Democrática	Participativa

Tabla 4. Rasgos distintivos SI vs SC. (UNIR, 2015g, p. 6)

#### b) Las TIC como herramienta docente

La educación siempre ha tenido la obligación de adaptarse a la sociedad en la que se enmarca, y por tanto, al paradigma social imperante en cada momento.

Como se ha señalado en el apartado anterior, la evolución tecnológica y particularmente las denominadas TIC constituyen los pilares fundamentales de la actual Sociedad del Conocimiento, que demanda sujetos activos que interaccionan y colaboran entre sí para transformar la información en contenidos y conocimientos.

-Según Rodríguez (2009), las TIC o Tecnologías de la Información y la Comunicación pueden definirse como “un conjunto de técnicas, desarrollos y dispositivos avanzados que integran funcionalidades de almacenamiento, procesamiento y transmisión de datos” (párr. 1), o bien como aquellos productos o tecnologías que están centrados en el “estudio, desarrollo, implementación, almacenamiento y distribución de la información utilizando el hardware y el software más adecuado como sistema informático”. (párr. 3).

Los autores más relevantes que analizan las TIC suelen identificar tres tipos: medios informáticos (software, hardware), medios telemáticos (Internet, redes de ordenadores, etc.) y medios audiovisuales (TV, cine, radio, video, imágenes, etc.).

-Cabero (2006) señala una serie de características generales de las TIC como aquellas más destacables para su uso educativo, y entre ellas destacamos las siguientes: inmaterialidad, penetración en todos los sectores, interconexión, interactividad, instantaneidad, creación de nuevos lenguajes expresivos, elevados parámetros de calidad de imagen y sonido, diversidad e innovación.

-García y Romero (2009) hacen hincapié en que las TIC presentan en las aulas una serie de ventajas con respecto a los antiguos recursos educativos: flexibilidad, favoreciendo ritmos de aprendizaje distintos; complementariedad de códigos, proporcionando información al alumnado desde diferentes canales sensoriales; aumento de la motivación e implicación en los procesos de aprendizaje; y fomento de las actividades cooperativas y colaborativas, potenciando la participación activa y mejorando la interacción verbal y las relaciones sociales.

-Por otro lado, Muñoz y González (2015) afirman que las TIC se han ido progresivamente integrando en el ámbito educativo, y a pesar de su uso dispar y heterogéneo según los múltiples contextos existentes, puede decirse que hay un consenso generalizado en reconocer su enorme potencial e influencia para la mejora de la enseñanza a todos los niveles (institucional, curricular, didáctico, etc.).

-En la misma línea se expresa Rodríguez (2009) en relación con la utilidad de las TIC, recalcando que la utilización adecuada de estas herramientas tecnológicas en las aulas coloca al alumno como el protagonista principal de su propio proceso de aprendizaje y da paso a una renovación didáctica a través de una metodología activa

e innovadora que puede resultar enormemente motivadora para el alumnado, así como aumentar la interactividad y facilitar los aprendizajes significativos.

Por otra parte, la importancia de las TIC en el contexto educativo se refleja en la necesidad de que los docentes, en cuanto a orientadores del alumnado, sean capaces de convertirlas en un recurso didáctico útil y adecuadamente integrado en las aulas, para lo cual deberán ser capaces de desarrollar determinados roles y funciones, como algunos de los señalados por Pantoja y Campoy (2001): conocer las principales herramientas y desarrollos tecnológicos diseñados específicamente para la acción orientadora; ayudar al alumnado a utilizar las TIC y a desarrollar destrezas para ser capaces de buscar información, organizarla y adecuarla a sus demandas; implementar sistemas integrados en el uso de TIC que permitan al estudiante la resolución de los problemas que le vayan surgiendo, a través de procesos continuos de auto-orientación y autoayuda; ayudar a los estudiantes a entender e integrar la información en sus propios procesos de aprendizaje y formas de pensar.

-No obstante, existen múltiples factores que dificultan la utilización de las TIC en educación, como algunos de los señalados por Fernández, Hinojo y Aznar (2002): falta de presencia en los centros por falta de recursos; limitada formación del profesorado en las TIC; actitudes de desconfianza y temor por parte de algunos docentes; falta de tiempo del profesorado para producir sus propios materiales; etc.

Por ello, es necesario que las instituciones educativas sean capaces de introducir cambios en todos los niveles para poder integrar adecuadamente las TIC, cambios como los señalados por Cabero (2006): adecuarse a las demandas de una sociedad que requiere ciudadanos cada vez más críticos y autónomos, más allá de las necesidades del mundo económico y empresarial; formar adecuadamente a la ciudadanía teniendo en cuenta los nuevos modelos sociales en los que se va a desenvolver; respetar los nuevos valores y principios de la sociedad actual; reevaluar los currículums y las formas de enseñar tradicionales; y comprender que las instituciones educativas no son las únicas vías de formación de la ciudadanía.

-El propio Cabero (2003) hace un listado de las posibilidades que ofrecen las TIC en el ámbito educativo: ampliación de la oferta informativa, creación de entornos flexibles para el aprendizaje, eliminación de las barreras espacio-temporales entre profesores y alumnos, potenciación de los escenarios y entornos interactivos, incremento de las modalidades comunicativas, favorecimiento del aprendizaje tanto independiente como colaborativo, oferta de nuevas posibilidades

para la orientación y la tutorización, ruptura de los escenarios formativos clásicos y fomento de la formación y el perfeccionamiento permanente de los licenciados.

No obstante, las TIC también pueden suponer inconvenientes si no están bien integradas en la metodología docente, como indica Rodríguez (2009): distracción, por incitar en ocasiones a confundir el aprendizaje con el juego; tiempo, ya que las búsquedas de información en canales y fuentes tan numerosos puede ser un proceso lento si el alumno no sabe buscar, del mismo modo que la preparación, puesta en marcha, calibración, etc., de los recursos tecnológicos puede llevar tiempo; fiabilidad y parcialidad de la información disponible en Internet; aislamiento, ya que la utilización constante, desmedida y sin sentido de las TIC en el aula puede privar al alumno de otras formas de comunicación y aislarle de sus compañeros.

#### c) Recursos TIC en matemáticas

Los recursos tecnológicos que pueden implementarse en la docencia de las matemáticas disponibles en la actualidad son innumerables, y algunos de los más destacados son los siguientes:

- Pizarras Digitales Interactivas y Proyector multimedia.
- Ordenadores, teléfonos móviles, tabletas, cámaras digitales, podcast, etc.
- Soportes de almacenamiento de imagen, video y audio: DVD, CD, discos duros externos y pendrives, Blu-Ray, etc.
- Software y aplicaciones informáticas específicas o muy relacionadas con las matemáticas que abarcan diferentes ámbitos y contenidos: GeoGebra, Descartes, wxMaxima, Mathematica, FreeMat, Wiris, Desmos, MathPapa, KhanAcademy, Math TV, SketchUp, Diedrom, Corel Draw, Unicoos, Jump Math, Math Cilenia, etc.
- Programas y aplicaciones de software genéricos: Youtube, Moodle, Idoceo, Alexia, Google Classroom, Flickr, JClic, ArcGIS, correo electrónico, presentaciones (como PowerPoint, OpenOffice Impress o Prezi), hojas de cálculo (como OpenOffice Calc o Excel), procesadores de texto (como OpenOffice Writer o Word), etc.
- Videojuegos, buscadores educativos como Agrega o genéricos como Google, bases de datos, sitios “Wiki” (como Wikipedia o Wikispaces), blogs, redes sociales (Facebook, Twitter, LinkedIn, Whatsapp, etc.), Webquest o Cazas del Tesoro, etc.

#### d) Estudios y trabajos que aconsejan el uso de las TIC en matemáticas

Son múltiples los estudios e investigaciones llevados a cabo que ponen en evidencia las enormes ventajas y potencialidades que pueden aportar las TIC en las clases de matemáticas de todos los niveles de enseñanza. A continuación se exponen 7 trabajos de diferentes autores que apuntan en ese sentido:

d1) El artículo “Cooperative Learning in Mathematics” (Leikin y Zaslavsky, 1999), reflejaba ya a finales del siglo pasado la importancia que se le concedía al aprendizaje cooperativo en las asignaturas de Matemáticas, el cual se potencia de una manera especialmente directa con el uso de muchas de las actuales TIC.

Así, a través de la puesta en práctica de un método de implementación del aprendizaje cooperativo (denominado “Exchange of Knowledge” o “Intercambio de conocimiento”) en asignaturas de matemáticas de diferentes aulas y niveles de “Secondary School”, se llegó a las siguientes conclusiones: se fomentó la investigación y exploración activa de los alumnos en las clases de matemáticas; mejoró notablemente la comunicación entre los estudiantes; la explicación verbal fue la principal forma de ayudarse entre los alumnos; la actitud de los estudiantes hacia el método fue muy positiva; los alumnos alcanzaron unos logros como mínimo tan buenos como los reflejados al aprendizaje tradicional.

d2) Por su parte, Gómez (2005) pone el acento en el decisivo papel del profesor a la hora de elaborar, seleccionar e implementar actividades adecuadas mediante el uso de recursos TIC en el aula de matemáticas, de manera que sean relevantes y puedan favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumnado:

La tecnología es un catalizador de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pero el éxito de su utilización depende de cómo el profesor diseñe y desarrolle el currículo de tal forma que la tecnología contribuya a que los escolares vivan experiencias matemáticas que sean relevantes para su aprendizaje. (Gómez, 2005, p. 371).

d3) En el artículo “Influencia de las Nuevas Tecnologías en la Evolución del Aprendizaje y las Actitudes Matemáticas de Estudiantes de Secundaria” (García y Romero, 2009), se plasma un estudio llevado a cabo con estudiantes de varios cursos de matemáticas de Educación Secundaria para analizar la influencia de las TIC en sus actitudes y aprendizajes en la resolución de problemas contextualizados.

El estudio gira en torno a dos preguntas: ¿Pueden las TIC mejorar el aprendizaje matemático del alumnado?; ¿Y las actitudes relacionadas con las matemáticas? Además, se intentaba averiguar si existe relación de dependencia entre las mejoras a nivel actitudinal y cognitivo mediante el uso de TIC en el aula.

Se llevó a cabo en un centro TIC de Secundaria en Almería en el que se analizaron cuatro grupos: dos de 3º ESO, uno de 4º ESO y 1 de 1º Bachillerato.

En el grupo de 1º de Bachillerato, se trabajaron sobre todo contenidos de estadística y probabilidad y su aplicación a contextos reales.

El estudio se estructuró en cuatro fases: Planificación, Acción, Observación y Reflexión. Se utilizó la herramienta Moodle para ubicar las actividades y materiales diseñados para trabajar los contenidos matemáticos. Las actividades diseñadas exigían mayoritariamente búsquedas a través de Internet, así como manejo de software libre. Para la obtención de datos y resultados, se emplearon cuestionarios, buzones de sugerencias, diarios de los estudiantes, registros de observaciones e informes de los estudiantes para cada actividad.

Las conclusiones extraídas fueron en general muy positivas: un 50% del alumnado mejoró en diferentes grados su nivel de adquisición de competencias matemáticas, especialmente las de Comunicar, Uso de herramientas y recursos y Representar; la competencia numérica de los estudiantes mejoró, profundizándose en aspectos como la validez de los resultados o el tratamiento de errores; se constató una mejora notable de las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes; mejoraron muchas habilidades y actitudes matemáticas de los alumnos, como el espíritu crítico, la flexibilidad de pensamiento, la precisión o la creatividad; se observó un aumento general en la motivación, mejorando el comportamiento y el ritmo de trabajo, sobre todo en los grupos que a priori presentaban más desinterés.

En definitiva, el análisis de los resultados obtenidos permitió concluir que el uso de las TIC contribuyó decisivamente a mejorar las actitudes y el aprendizaje numérico de un gran porcentaje de los estudiantes que participaron en el estudio.

d4) En el artículo “Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología” (Gómez-Chacón, 2010), se plantea una investigación didáctica para examinar las relaciones entre las actitudes de los estudiantes de ESO y Bachillerato hacia las matemáticas y el uso en el aula del ordenador y de otros recursos TIC (como GeoGebra). Se analizó la respuesta de 392 estudiantes de cinco institutos distintos, obteniéndose conclusiones en general positivas y algunas sugerencias útiles para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en contextos informáticos y la evaluación de las actitudes hacia la materia. Además, el análisis de los resultados resaltó que en los aprendizajes influyeron sobre todo las actitudes positivas iniciales de los estudiantes hacia el ordenador y las TIC en general, más que una hipotética mejora de las actitudes hacia las matemáticas.

d5) En el artículo “Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica” (Cruz y Puentes, 2012), se desarrolla una experiencia empírica sobre el uso de diferentes recursos TIC en la asignatura de Matemática Básica (República Dominicana), implementando en el aula una serie de actividades que

buscan motivar a los estudiantes, fomentar su participación y aprendizaje activo y ayudarles a desarrollar las competencias matemáticas según el Informe PISA.

Al término de la prueba se evaluó el rendimiento académico y las destrezas adquiridas por los alumnos examinados en el uso de las TIC empleadas, obteniéndose unos resultados excelentes (91% de aprobados con casi un 50% de altas calificaciones, índice de suspensos de sólo el 6% del total de matriculados, 95% de alumnos que mostraron interés en seguir usando las TIC en las clases de matemáticas, etc.) y extrayéndose unas conclusiones muy positivas: las TIC contribuyeron a mejorar las habilidades de los alumnos para resolver problemas y situaciones matemáticas, les ayudaron a reorganizar su forma de pensar, mejoraron su uso del lenguaje y de las herramientas matemáticas, fomentaron el trabajo grupal y los aprendizajes significativos, les convirtieron en agentes activos de su proceso de aprendizaje, les ayudaron a tener una visión más amplia y profunda del contenido matemático, les permitieron interactuar y explorar conceptos concretos y abstractos a través de múltiples representaciones, fomentaron su espíritu crítico, etc.

En definitiva, contribuyeron decisivamente en la mejora del desarrollo de las competencias matemáticas de los alumnos participantes en la experiencia.

d6) En el artículo “Los entornos personales de aprendizaje (PLE) en la enseñanza basada en la resolución de problemas: El uso del e-portafolio” (Cruz y Puentes, 2013), se analizan las ventajas y posibilidades que pueden aportar como recurso didáctico los Entornos Personales de Aprendizaje (PLE) en las clases de resolución de problemas de las asignaturas de matemáticas, y concretamente el e-portafolio. Se concluyó que los PLE son un recurso adecuado para desarrollar los aprendizajes basados en problemas, permitiendo a los estudiantes ser agentes activos de su proceso de aprendizaje y colaborar con otros alumnos para seleccionar y llevar a cabo conjuntamente las mejores metodologías para solucionar los problemas planteados. Además, favorecen la formación continua del alumnado.

Y en cuanto a los e-portafolios, fueron valorados como una buena herramienta de evaluación que permite al alumno autoevaluarse y co-evaluar a sus compañeros.

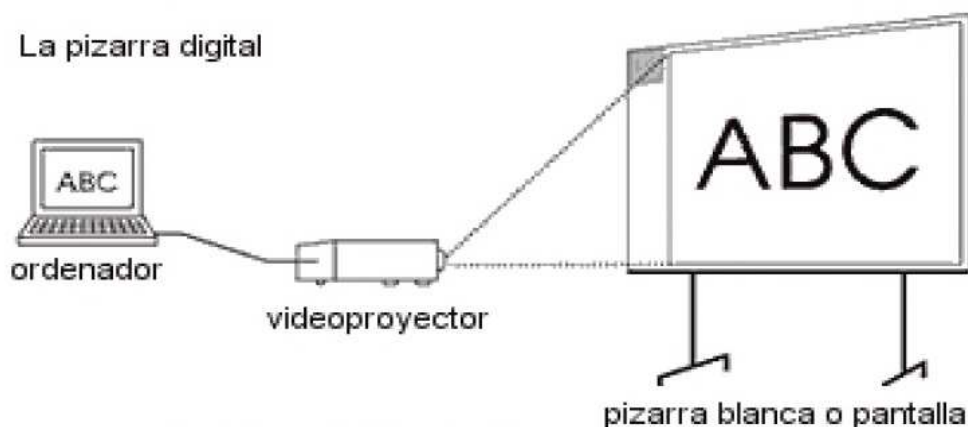
d7) En el artículo “Una experiencia en el empleo de las TIC en la enseñanza de la Matemática” (Rodríguez, Pérez, Fernández, Martín y Guevara, 2014), se recogen los resultados y conclusiones de un estudio de investigación para mostrar la relación entre los resultados obtenidos por los alumnos en la asignatura de Matemática II (Cálculo Diferencial e Integral) de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán (Argentina) y los beneficios que los alumnos

participantes consideraban haber logrado al incluir las TIC en sus aprendizajes (a través de un entorno de aprendizaje colaborativo o Aula Virtual gestionado a través de la plataforma “Moodle” y que ponía a disposición de los estudiantes herramientas como correo electrónico, chat, blog, wikis y foros de discusión). Se pasó un cuestionario a los alumnos al finalizar el curso, y tras ser analizado estadísticamente se concluyó que, en líneas generales, los estudiantes manifestaron haber obtenido beneficios al emplear el Aula Virtual, destacando especialmente la mejora en el apartado de “mejor comprensión de los contenidos teóricos”.

### 8.1.5.- La PDI y su utilización en Matemáticas I

#### a) Diferencias entre Pizarra Digital y Pizarra Digital Interactiva

No todas las pizarras digitales son interactivas, radicando la principal diferencia (González y Durán, 2015; Marquès, 2008a) en que la PDI añade un dispositivo de control de puntero (que a veces se sustituye por una tecnología de control táctil), de modo que es posible interactuar y escribir directamente sobre la superficie de proyección, así como controlar el ordenador con el puntero o incluso con los dedos.



*Figura 42. La pizarra digital. (Gómez, 2012, p. 3)*

Sin embargo, en las pizarras digitales no interactivas es necesario utilizar los periféricos del ordenador (ratón, teclado, tableta digital u otros dispositivos) para poder interactuar sobre las imágenes (Gallego, Cacheiro y Dulac, 2009).

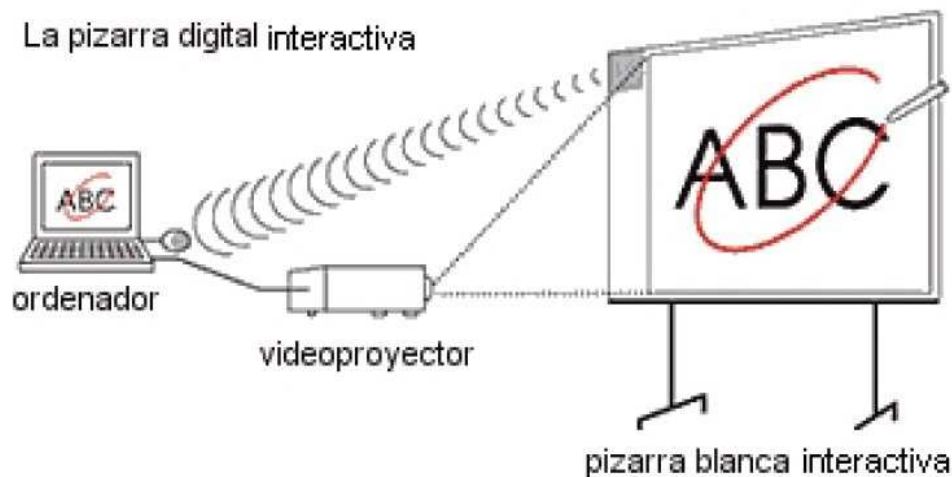


Figura 43. La pizarra digital interactiva. (Gómez, 2012, p. 4)

Siguiendo a Marquès (2008a), a continuación se incluye una tabla-cuadro sobre las principales aportaciones de la PDI con respecto a la pizarra digital:

<b>APORTACIONES PRINCIPALES DE LA PDI CON RESPECTO A LA PIZARRA DIGITAL NO INTERACTIVA</b>	
La Pizarra Digital permite	Además, la PDI permite:
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Escribir y dibujar desde el ordenador y con colores.</li> <li>-Almacenar las "pizarras".</li> <li>-Visualizar texto, imagen, sonido...</li> <li>-Interactuar con programas y personas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Escribir directamente sobre la pizarra, subrayar, señalar, etc.</li> <li>-Interactuar desde la pantalla con los programas informáticos.</li> <li>-Otras utilidades del software asociado.</li> </ul>

Tabla 5. Aportaciones principales de la PDI con respecto a la PD. (Adaptación de Marquès, 2008a, párr. 6)

Algunas de las ventajas que proporcionan esas diferencias son las siguientes:

-La posibilidad de escribir directamente sobre la pizarra, de subrayar, de señalar con círculos, etc., hace a la PDI mucho más cómoda y rápida (no hace falta recurrir al ratón ni al teclado, pudiendo usar un teclado virtual en la pantalla) y además permite mantener en todo momento el contacto visual con los alumnos; la escritura directa sobre la pantalla táctil resulta especialmente útil para alumnos con

necesidades especiales de apoyo educativo (NEAE); el subrayado permite destacar aspectos importantes de una manera natural e instantánea; escribir directamente con el puntero sobre el tablero puede facilitar la expresión de los estudiantes.

-La interacción directa desde la pantalla con el ordenador proporciona múltiples ventajas: favorece el contacto visual con los alumnos, aumenta la comodidad y la rapidez para interactuar con los programas, facilita el manejo de los programas y menús por el gran tamaño de la pantalla, permite una triple interacción simultánea (profesor con el ordenador, varios alumnos ante la pizarra y resto de la clase desde sus asientos utilizando dispositivos de conexión), etc.

-El software asociado a las PDI y a sus características permite nuevas funcionalidades: gestión y captura de imágenes, uso de plantillas, zoom, etc.

#### b) Tipos de PDI según la tecnología interactiva

Según Dulac (2011), se distinguen dos tipos:

-Táctiles, que funcionan con los dedos de la mano. Pueden utilizar a su vez diversas tecnologías, dando lugar a varios tipos: pizarras resistivas, que funcionan por presión; pizarras con microcámaras incorporadas en los bordes, que funcionan detectando cualquier objeto, sin necesidad de hacer presión; pizarras con pantallas con tecnología “apta” similar a la utilizada en teléfonos móviles y tabletas digitales, en las que no es necesario ejercer presión (sólo deslizar el dedo por la pantalla).

-De puntero, que precisan de un puntero que también utiliza varias tecnologías: electromagnéticas, en las que los punteros emiten impulsos electromagnéticos al presionar sobre la pantalla, detectando la posición de contacto; de micro-cámara, que incorporan en el puntero una cámara de pequeño tamaño que detecta la posición; de infrarrojos y ultrasonidos, que disponen de un sistema de recepción portátil (en un tablero o superficie apta para pizarras) y un emisor que es el puntero, combinando las tecnologías infrarroja y ultrasónica para detectar la posición.

Velasco y Romero (2012) hacen una distinción más detallada:

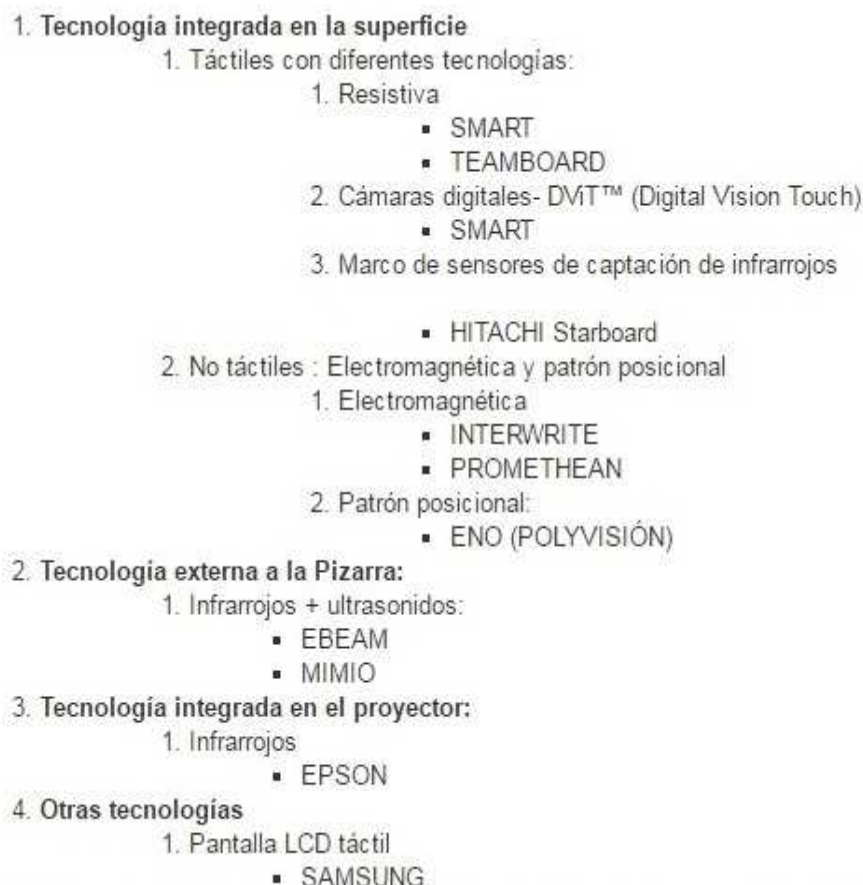


Figura 44. Clasificación de las PDI según la ubicación de la tecnología. (Velasco, Romero, 2012)

### c) Multifuncionalidad de la PDI en el aula

Muchos autores ponen de manifiesto la gran multifuncional de la PDI:

-“Todos los alumnos pueden ver y actuar con los equipos informáticos, individual o grupalmente ante todos sus compañeros. La PDI supera la sensación de “caja negra” y hace posible una amplia variedad de especificaciones y capacidades (...)” (Gallego, Cacheiro y Dulac 2009, p. 130).

“(…) la versatilidad y flexibilidad de esta herramienta [la PDI], que nos aporta una fuente inagotable de recursos multimedia de manera inmediata, permite al profesor adaptarse a diferentes metodologías de enseñanza y facilita el tratamiento de la diversidad (...)” (Ortiz, 2012, p. 89).

- “(...) podremos interactuar con los contenidos mostrados. La utilizaremos [la PDI] a modo de ratón para la interacción con los objetos, escritura manual, dibujos, imágenes, vídeos, sonidos, animaciones, contenidos Web...” (Dulac, 2011, p. 213).

-“[La PDI] se utiliza para compartir información de todo tipo en clase, mostrar materiales didácticos, informaciones de interés, apoyar las explicaciones del profesorado (...), debatir y corregir ejercicios realizados por el alumnado, realizar esquemas, dibujos, escribir y subrayar, mover imágenes...” (Noda, 2009, p. 122).

Estas y otras muchas opiniones similares ponen de manifiesto las múltiples aplicaciones y ventajas que ofrecen las PDI en la actividad docente.

#### d) Principales ventajas y aplicaciones de la PDI en el aula

Según autores como Ruiz y Mármol (2006), Marquès (2008a), Gallego, Cacheiro y Dulac (2009), Fernández, Hervás y Baena (2012), Ortiz (2012), Toledo y Sánchez (2013), Coscollola y Marquès (2013) o González y Durán (2015), entre otros, las principales ventajas y aplicaciones de las PDI en las aulas son las siguientes:

- Fomentan y favorecen la motivación y la atención del alumnado.
- Permiten la interacción entre profesores, alumnos y recursos tecnológicos.
- Aumentan la eficiencia y la eficacia en los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Constituyen un recurso aplicable a todas las etapas educativas.
- Favorecen la flexibilidad y la creatividad en las clases.
- Permiten el acercamiento de las TIC a alumnos con Necesidades Educativas Especiales (NEE), pudiendo ayudar a compensar problemas de visión (trabajando con caracteres grandes), audición (potenciando el aprendizaje visual y/o consiguiendo buenos parámetros de sonido), coordinación psicomotriz (interactuando con la pantalla sin necesidad de ratón ni teclado), etc., así como en general a estudiantes con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE).
- Facilitan el tratamiento de la diversidad, al potenciar los aprendizajes visual, cinestético o táctil, entre otros.
- Favorecen el trabajo cooperativo y colaborativo.
- Constituyen una tecnología de uso sencillo y dinámico.
- Permiten al profesor concentrarse más en observar a sus alumnos y en atender a sus preguntas, al no tener que estar pendiente de la pantalla del ordenador.
- Aumentan la participación activa de los alumnos, a quienes les suele gustar salir a presentar materiales y trabajos o participar en debates y coloquios.
- Favorecen la motivación del docente, al proporcionarle múltiples posibilidades a nivel metodológico, de creación de contenidos, de disponibilidad de recursos, etc.

- Permiten al profesor preparar clases mucho más atractivas y documentadas, así como reutilizar y/o adaptar los contenidos de un curso al siguiente.

- Pueden configurarse en diferentes idiomas.

- Constituyen un recurso flexible y adaptable a diferentes estrategias docentes.

- Permiten a los estudiantes aprender con menor esfuerzo, al disponer de mayores recursos y poder visualizar más fácilmente conceptos y procesos complejos.

- Favorecen que las clases resulten mucho más atractivas, generando debate e interacción y potenciando el desarrollo de las habilidades sociales.

- Transmiten interés por la innovación y el desarrollo profesional.

- Constituyen un ahorro de tiempo en muchos aspectos.

- Su facilidad de uso mejora la preparación del docente.

- Son limpias, inocuas y no generan residuos.

- Facilitan la presentación y la exposición de trabajos por parte de los alumnos.

- Facilitan al alumnado el seguimiento de las explicaciones y la toma de apuntes.

- Mejora el entusiasmo docente cuando observa actitudes y comportamientos positivos de los estudiantes ante su uso.

- Promueven la innovación dentro del aula.

- Aprovechan las múltiples funcionalidades de las TIC: grabar y guardar actividades y ejercicios, subrayar y resaltar los aspectos de interés sobre imágenes, textos o videos, mostrar y editar los contenidos generados por los alumnos durante las clases, utilizar la World Wide Web y todos sus recursos, manipular de manera fácil y rápida textos, imágenes, videos, favorecer los debates a través de videos, crear y editar perfiles de usuario, importar y guardar documentos en múltiples formatos (PDF, PowerPoint o similar, BMP, JPG, GIF, HTML, etc.), corregir ejercicios colectivamente, utilizar videoconferencias, guardar notas para su posterior revisión, utilizar todas las técnicas y recursos de presentación, mandar correos electrónicos, configurar las barras de herramientas, convertir la escritura manual en texto digital, crear lecciones y contenidos digitales multimedia, utilizar galerías de plantillas e imágenes integradas en la pizarra, editar y reproducir música, etc.

Un estudio muy exhaustivo sobre las potencialidades y limitaciones de la PDI en las aulas es el llevado a cabo por Gandol, Carrillo y Prats (2012), “Potencialidades

y limitaciones de la Pizarra Digital Interactiva. Una revisión crítica de la literatura”, en el cual se plasman numerosas ventajas del uso de la PDI en el aula, entre ellas:

- La PDI mejora las habilidades TIC de los alumnos gracias al tamaño de la pantalla, que permite una mejor visibilidad del proceso (evitando disrupciones) y reduce el tiempo dedicado a repetir explicaciones individuales (Smith et al., 2005).

- La PDI incrementa la retención de los contenidos, así como la puntuación en las evaluaciones (BECTA, 2007; O’Hanlon, 2007; Wall et al., 2005).

- Para muchos alumnos, la diversión percibida con el uso de la PDI potencia su aprendizaje, sobre todo en matemáticas y en ciencias, aumentando su compromiso y mejorando su rendimiento académico (O’Hanlon, 2007; Wall et al., 2005).

- La principal ventaja de la PDI es que resulta muy motivadora para los alumnos, ya que las lecciones son más divertidas e interesantes, mejorando así la atención y el comportamiento (Smith et al., 2005; Wall et al., 2005; y otros).

- Los alumnos que normalmente reaccionan mal ante las actividades de clase se vuelven más activos (Vincent, 2007; Wall et al., 2005; Wood y Ashfield, 2008).

- Cuando los profesores adquieren las habilidades suficientes en el uso de la PDI, pueden potenciar la interactividad y usar multitud de recursos (BECTA, 2007).

- La PDI ayuda a facilitar la atención a alumnos con necesidades educativas especiales y mejora la atención a la diversidad (BECTA, 2007; O’Hanlon, 2007).

- La PDI permite utilizar una amplia gama de estilos de enseñanza-aprendizaje, permitiendo a los profesores adaptar los recursos en función de las necesidades del alumnado (Slay et al., 2008; Wall et al., 2005; Wood y Ashfield, 2008).

- Los docentes que usan habitualmente la PDI en sus clases son, en líneas generales, mejor valorados por los alumnos (Slay et al., 2008).

- El buen uso de la PDI permite adaptar los métodos de enseñanza a las necesidades educativas individuales de los alumnos (Lewin et al., 2009).

- La PDI mejora la capacidad de abstracción del alumno (Hwang et al., 2009).

- La PDI es un elemento motivador para los alumnos que logra incluso captar el interés de aquellos menos participativos (Somyurek et al., 2009; Vincent, 2007).

Por otra parte, Coscollola y Marquès (2013, p. 95), plasman multitud de afirmaciones de diferentes autores relevantes en el ámbito anglosajón que destacan las numerosas ventajas que proporcionan las PDI para profesorado y alumnado:

- Permiten al docente presentar eficazmente recursos TIC (Walker, 2003).
- Incrementan la interactividad entre profesores y alumnos, y aumentan el compromiso, la motivación y el disfrute del alumnado (Hall y Higgins, 2005, p. 103).
- Contribuyen a que los estudiantes valoren mejor la variedad de recursos a los que se puede acceder (Hall y Higgins, 2005, p. 106).
- Permiten una aproximación más flexible y colaborativa entre profesores y estudiantes (Hall y Higgins, 2005, p. 112).
- Permiten a los alumnos compartir, evaluar y desarrollar ideas y favorecen la participación social y cognitiva (Hennessy, Deane, Ruthven y Winterbottom, 2007).
- Mejoran el aprendizaje y la enseñanza (Torff y Tirota, 2010, p. 382).
- Favorecen la motivación del profesorado (Torff y Tirota, 2010, p. 383).

e) Influencia de la PDI en la motivación del estudiante

-Ya en el año 2002, Beeland afirmaba como consecuencia de la realización de un estudio experimental, que la PDI puede utilizarse en el aula para aumentar el compromiso del alumnado durante el proceso de aprendizaje: “The results of this study indicate that interactive whiteboards can be used in the classroom to increase student engagement during the learning process” (p. 6).

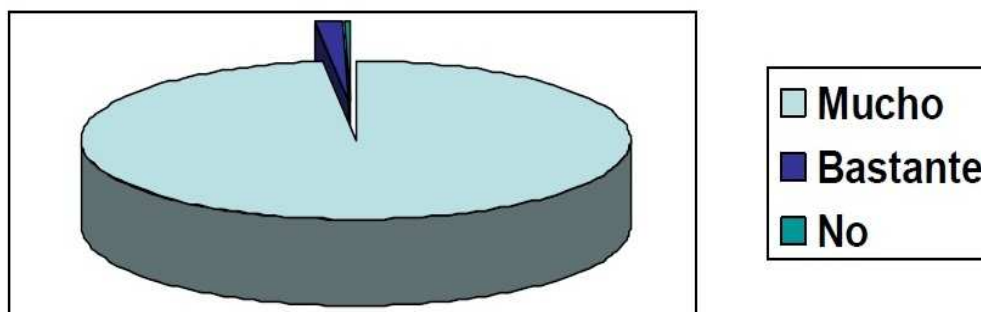
-En 2003, Marquès y Casals señalaban como uno de los aspectos más valorados de las PDI por los docentes el hecho de que “los estudiantes, en general, están más atentos, motivados e interesados” (p. 6), tras los primeros resultados de un estudio llevado a cabo por el grupo de investigación DIM-UAB (Didáctica y Multimedia) a más de cincuenta centros (la mayoría españoles) para analizar las ventajas de la aplicación de la PDI en las aulas, y a partir de las respuestas que 23 de esos centros (que disponían de 46 PDI y más de 110 profesores usuarios) proporcionaron a un cuestionario que se les envió entre mayo y junio del 2002.

-Pradas (2005), en un estudio en el que plantea propuestas prácticas para el uso de la PDI a través del denominado “Modelo CAIT”, señala como una de las características más destacables de la PDI desde el punto de vista pedagógico que “aumenta la motivación, cuestión muy clara para los alumnos que se sienten muy cómodos en un entorno que les permite utilizar este tipo de medios” (p. 16).

-El Informe Final del “Iberian Research Project 2005-Madrid” (Gallego y Dulac, 2006), estudio de investigación acerca del uso de la PDI “Smart Board” en las aulas de 9 centros educativos de Madrid, obtuvo unos resultados que valoraron en unos

niveles altísimos la influencia de la utilización de la PDI en el aumento de la motivación de alumnos y profesores (ver Figura 7, página 35).

-El estudio de investigación llevado a cabo por Dulac (2006) en 47 centros educativos obtuvo resultados muy concluyentes sobre la influencia positiva del uso de la PDI en el aumento de la motivación del alumnado, como queda reflejado en la Figura 45, así como en la afirmación siguiente: “La mayor motivación de profesores y alumnos usuarios de la Pizarra Digital lleva consigo una mejora de la autoestima y una participación más activa en la dinámica de la clase” (p. 21).



*Figura 45. ¿En qué medida aumenta la motivación del profesor/alumno usuario de Pizarra Digital? (Dulac, 2006, p. 18)*

-La empresa SMART Technologies, conocida sobre todo por haber desarrollado la PDI “Smart Board”, lógicamente apoya las ventajas del uso de las PDI en las aulas, y haciéndose eco de diferentes estudios y observaciones en Australia, Reino Unido y Estados Unidos, señala su efecto positivo sobre el compromiso y la motivación del alumnado: “(...) including the positive effect interactive whiteboards have on student engagement, motivation, the ability to accommodate a variety of learning styles (including special needs students) and the capacity to enhance student understanding and review processes” (SMART Technologies Inc., 2006, p. 12).

-Según el informe “La pizarra interactiva como recurso del aula” de Red.es (MITYC, 2006), “la enseñanza con el uso de la pizarra [digital interactiva] supone para el alumno un aumento de la motivación y un facilitador de la comprensión de conceptos complejos” (p. 25).

-Para Marquès y Grupo DIM (2006, citado por González y Durán, 2015):

Los alumnos están más atentos, motivados e interesados por las asignaturas incluso en aquellos entornos en los que les resulta difícil mantener la disciplina. Los estudiantes se sienten como en casa, ante el mundo audiovisual del televisor, concentrados con sus videojuegos o navegando lúdicamente por Internet. (...). Pueden realizar unos aprendizajes más significativos. (p. 3).

-Armstrong, Barnes, Sutherland, Curran, Mills y Thompson (2005) llevaron a cabo un proyecto de investigación acerca del uso de la PDI en las aulas, y concluyeron que el papel del docente, y particularmente su formación, resultan vitales para poder aprovechar las potencialidades de la herramienta, señalando que utilizar la PDI en las aulas no se trata solamente de instalarla con su software, sino que los docentes son esenciales como mediadores en el proceso: "...the introduction of IWBs into the classroom involves much more than the installation of the board and software. Teachers are critical agents in mediating the software..." (p. 466).

-García, Sordo e England (2008), señalan como uno de los grandes beneficios que aporta el uso de la PDI en la docencia que "aumenta la motivación" (p. 199), así como que "el uso de recursos variados (páginas web, aplicaciones educativas, dibujos, gráficos, videos, etc.) convierte a las clases en más atractivas y más cercanas al entorno multimedia en el que se desenvuelven los niños" (p. 199).

-Los resultados de las investigaciones llevadas a cabo por Gallego, Cacheiro y Dulac (2009) también reflejan la gran vinculación entre el uso de la PDI en las aulas y la motivación, como puede comprobarse en las Figuras 46 y 47 siguientes.



Figura 46. Motivación del alumno. (Gallego, Cacheiro y Dulac, 2009, p. 137)

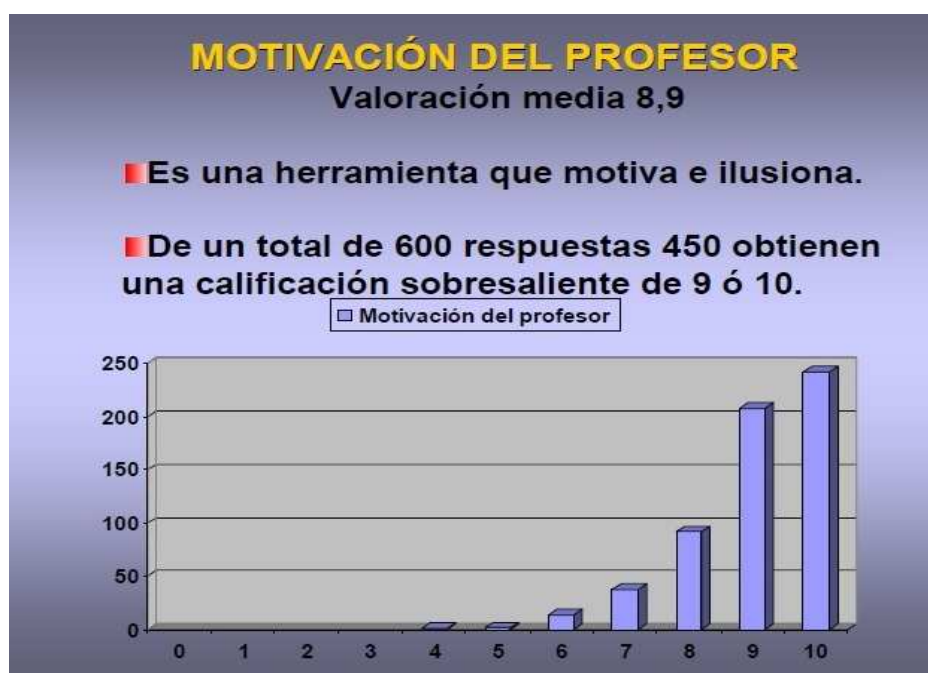


Figura 47. Motivación del profesor. (Gallego, Cacheiro y Dulac, 2009, p. 136)

-Morgan (2010) señala que la PDI parece estar generando grandes cantidades de entusiasmo entre los educadores, así como que parece que motiva e involucra a los estudiantes, componentes esenciales de la enseñanza y el aprendizaje: “The interactive whiteboard seems to be generating a great deal of enthusiasm among

educators, and for good reason. It appears to motivate and engage students, and these are vital components of teaching and learning” (p. 5).

-Arrufat y Gámiz (2011) también coinciden en que el aumento de la motivación es una de las características más destacables de la PDI, tanto valiéndose de las opiniones de diversos autores como Pradas (2005) o García Bermejo, Sordo e England (2008), como a partir de sus propias experiencias e investigaciones en varias asignaturas de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, resaltando entre otras cuestiones que con la PDI “se ponen a disposición de cualquiera que pretenda usarlas un abanico de posibilidades tan amplio como el que nos proporcionan las propias metodologías innovadoras centradas en el estudiante (método de proyectos, aprendizaje basado en problemas...)” (p. 21).

-Según manifiesta Ortiz (2012):

Entre las ventajas aludidas por la generalidad del profesorado podemos destacar la capacidad de la PDI para potenciar la creatividad e imaginación tanto de estudiantes como de profesores, así como su motivación e interés, lo que crea en los estudiantes, además, una actitud más participativa y fomenta, por tanto, el aprendizaje autónomo y reflexivo. (p. 89).

-Fernández, Hervás y Baena (2012), en su estudio de investigación para analizar las actitudes y opiniones de alumnos y profesores que provoca la incorporación de la PDI en las aulas, obtuvieron unos resultados muy concluyentes (ver Figuras 48 y 49 siguientes): entre los alumnos, el 82,6% consideró que la PDI mejora la propia motivación, llegando a manifestar una mejor concentración durante las clases el 65,6%, una mejora de la atención el 88,5% y una mayor facilidad para participar el 74,1%. Además, en un 94,7% el alumnado consideró que la pizarra hace el aprendizaje más interesante y emocionante y en un 90% dijeron estar, en general, más motivados durante la lección; y entre los profesores, el 91,6% consideró que con la PDI se favorecen los procesos de motivación, a nivel de mejora del interés del alumnado (93,1%), de los procesos atencionales (87,8%) y de la interacción y la participación de los estudiantes (93,8%).



Figura 48. Actitudes de los estudiantes relacionadas con temas de motivación. (Fernández, Hervás y Baena, 2012, p. 23)

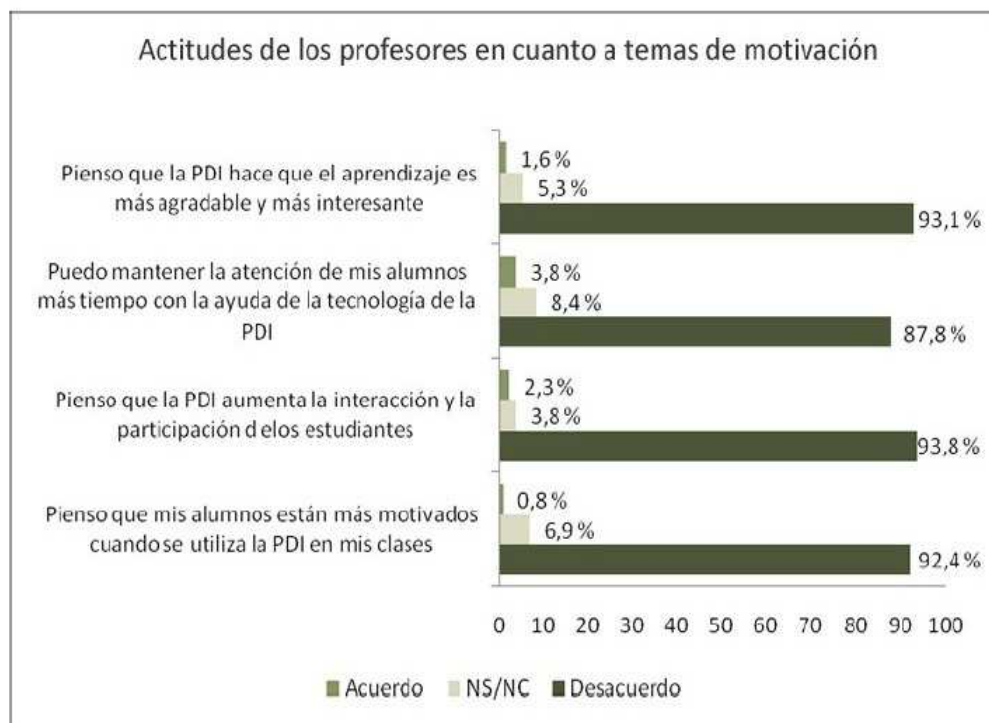


Figura 49. Actitudes de profesores en cuanto a temas de motivación. (Fernández, Hervás y Baena, 2012, p. 25)

-En su estudio anterior, Fernández, Hervás y Baena (2012) concluyen:

Los resultados obtenidos nos revelan que el uso de la PDI mejora los aspectos organizativos, en cuanto a optimización de la estructuración temporal de las sesiones y el procesamiento de la información, favoreciendo la atención y motivación del alumnado, facilitando la exposición de mayor cantidad de información, de diferentes fuentes y, no siendo un recurso de difícil implantación y uso, una vez recibida la formación necesaria. (p. 19).

-No obstante, el estudio acerca de las potencialidades y limitaciones del uso de la PDI en las aulas que llevan a cabo Gandol, Carrillo y Prats (2012), no ofrece unas conclusiones tan rotundas acerca de la relación directa entre el uso de la PDI y el aumento de la motivación del alumnado, afirmando en ese sentido lo siguiente:

La PDI es un tipo de estímulo al que los alumnos responden, pero no hay consenso sobre si esta motivación es inherente a la propia novedad, a esta tecnología, a la afinidad del alumnado por tecnología en general o bien a las dinámicas de enseñanza-aprendizaje que el profesor es capaz de desarrollar con ella, como tampoco lo hay sobre si la motivación perdura o no en el tiempo. (p. 181).

Además, se señala la necesidad de que la implantación de las PDI en las aulas esté respaldada a nivel nacional mediante una coordinación adecuada de los diferentes agentes educativos, de manera que se planteen estrategias de centro consensuadas que permitan disponer de los recursos económicos necesarios para la adquisición y el mantenimiento de las PDI y la formación del profesorado la cual consideran fundamental para poder aprovechar el potencial de la PDI.

Asimismo, los autores concluyen que existe aún una falta de investigaciones rigurosas que avalen las potencialidades y limitaciones del uso de la PDI en las aulas.

-Toledo y Sánchez (2013) afirman que la PDI en las aulas “permite una progresiva innovación en las prácticas docentes, una mejora en la motivación y atención de los estudiantes, y la disponibilidad de nuevas herramientas para atender a la diversidad de los estudiantes (...)” (p. 23).

-Por último, Coscollola y Marquès (2013), en un estudio de experimentación e investigación colaborativa (para Investigación Mímio Interactiva España 2008-2009) que buscaba impulsar la integración de las TIC en las aulas a partir de la PDI, en el que participaron 13 centros de Primaria y 12 de Secundaria de España durante un curso académico, señalaron que más del 80% del profesorado encuestado a través de un cuestionario de valoración (de un total de 204 docentes), manifestó que el uso de la PDI “potencia la motivación y la atención del alumnado, facilita la comprensión y permite usar en el aula nuevos recursos educativos” (p. 102); y un 63% de los profesores que cumplieron el cuestionario consideró (acerca de la

influencia de la PDI sobre ellos mismos) que “el desarrollo de actividades con la pdi aumenta su motivación, su satisfacción y su autoestima profesional” (p. 102).

f) Influencia de la PDI en la motivación en las matemáticas

-Miller, Glover y Averis (2004) dan por hecho que la PDI proporciona grandes beneficios para motivar a los alumnos de todas las edades, aunque remarcen la importancia de la actitud pedagógica y de la calidad de la enseñanza del profesorado para poder garantizar que se produzcan mejoras: “Whilst it would be easy to claim great advantages for the IAW in motivating pupils at all ages it is evident that it is the pedagogical stance and the quality of the teaching that ensures progress” (p. 8).

Además, afirman que el comentario de una alumna después de resolver una ecuación de tres formas distintas con la PDI, resume perfectamente el impacto a nivel motivacional de la PDI en Matemáticas: “Perhaps one comment from a pupil sums up the motivational impact of the IAW. After a lesson in which the stages of equation solving were developed in three different ways, one girl said ‘Oh, my God, it is so easy when you put it like that – and I won’t forget again’...” (p. 8).

-En otro de sus estudios de investigación sobre el uso de la PDI en Matemáticas, Miller, Glover y Averis (2015) hacen hincapié en el entusiasmo que mostraron los profesores al final de la experiencia, remarcando que su manera de enseñar había cambiado desde la introducción de la PDI, y en el caso de los más inexpertos, consideraron incluso que la PDI marcaría su modo de enseñar: “All the experienced users were enthusiastic about the technology and argued that the nature of their teaching had changed since the introduction of IAW technology. All of the novice group also considered that the IAW would impact on their teaching style” (p. 5).

-Para Gómez (2005, p. 372):

La necesidad de utilizar la tecnología como nuevo agente didáctico y (...) de diseñar actividades que aprovechen las potencialidades de la tecnología pueden convertirse en la oportunidad para que el profesor viva el tipo de experiencias que se requieren dentro del proceso de cambio. El profesor, al enfrentarse a estas nuevas situaciones, puede construir una nueva visión del contenido matemático, del proceso de enseñanza y aprendizaje y del papel que cada uno de ellos puede jugar en la construcción del conocimiento.

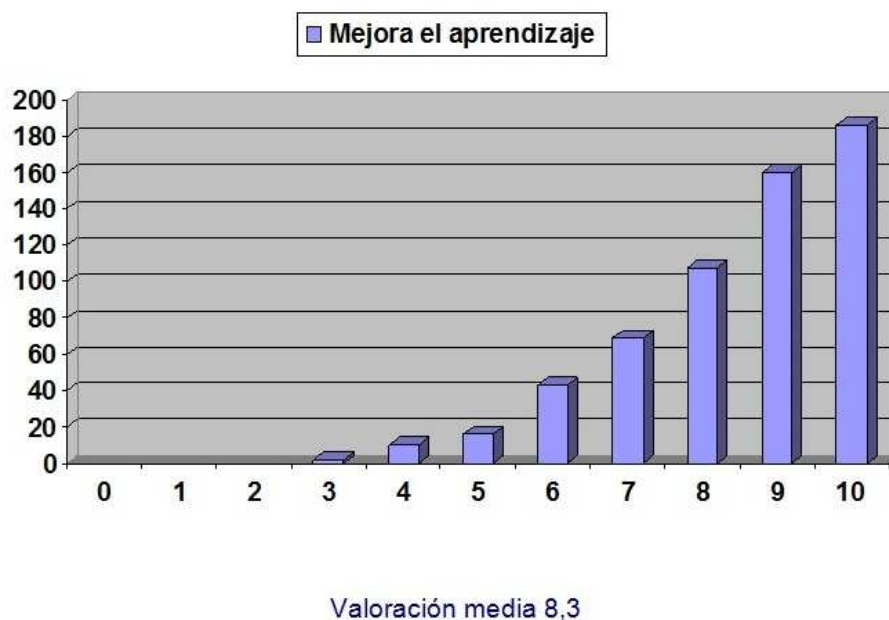
-Noda (2009), en un trabajo orientado a motivar en el manejo y utilización práctica de la PDI en las aulas de Matemáticas, afirma que “la ampliación de recursos dentro del aula es primordial para la mejora de la motivación del alumnado (...). Todo ello requiere de los docentes, su actualización constante y la adquisición permanente de conocimientos sobre la aplicación de las nuevas tecnologías” (p. 121).

Asimismo, en su estudio afirma lo siguiente: “(...) el uso de las PDI es cómodo, útil y eficaz. Se pueden realizar actividades de mayor potencialidad didáctica y lograr una mayor motivación y participación del alumnado” (Noda, 2009, p. 126).

-Por su parte, Farias y Pérez (2010) también señalan el potencial motivador de la PDI en la enseñanza de las matemáticas, pero remarcan la importancia del papel del docente: “Para motivar, el profesor debe mantener un estado de comunicación con el alumnado brindándole un cierto grado de confianza para que este se sienta en libertad de participar abiertamente a la hora de impartir su hora de clase” (p. 39).

g) Influencia de la PDI en el aprendizaje del alumnado

-El estudio de investigación de Gallego y Dulac (2006) arrojó unos resultados muy positivos (ver Figura 50 siguiente).



*Figura 50. Mejora del aprendizaje. (Gallego y Dulac, 2006, p. 27)*

-La investigación experimental de Dulac (2006) evidenció la influencia positiva del uso de la PDI en el aprendizaje (ver Figuras 51 y 52).

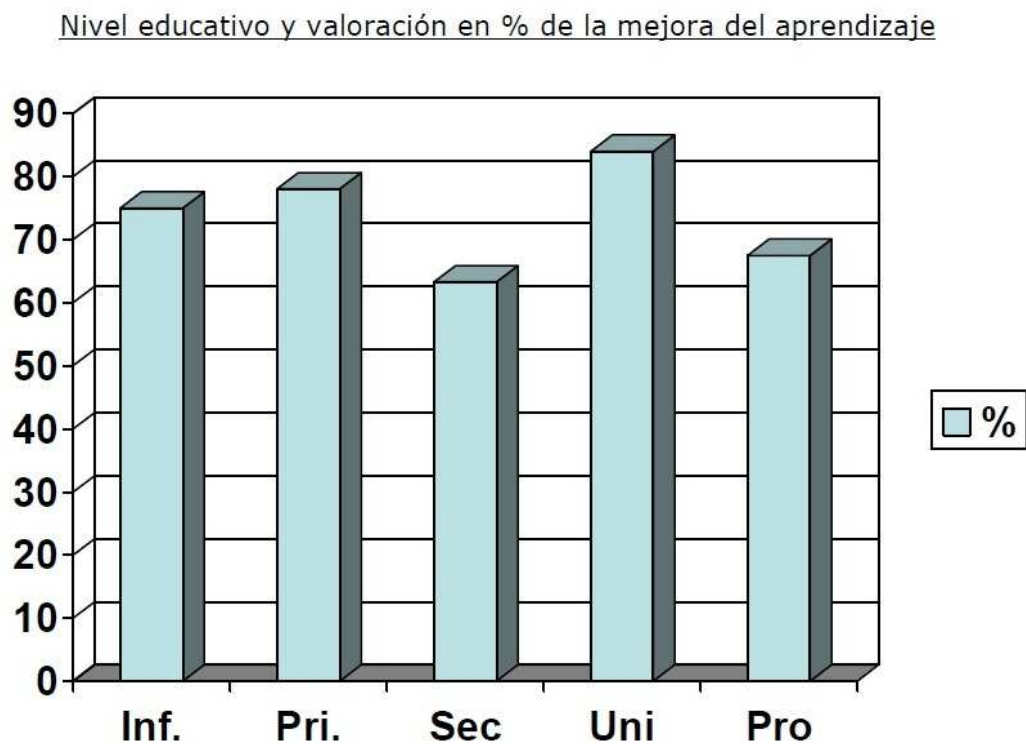


Figura 51. Nivel educativo y valoración en % de la mejora del aprendizaje. (Dulac, 2006, p. 13)

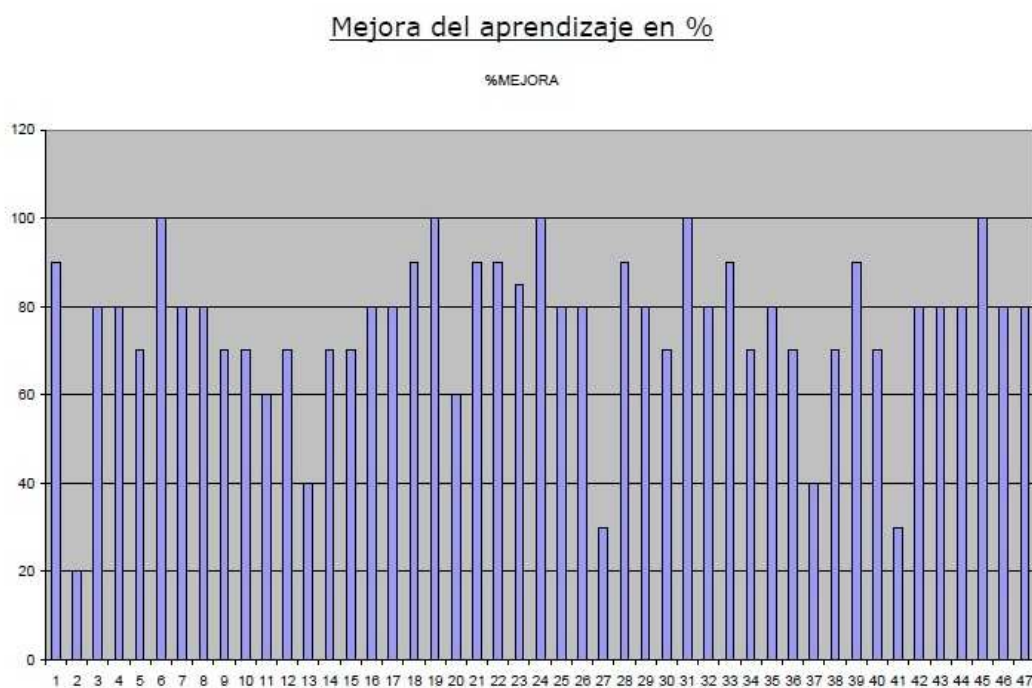


Figura 52. Mejora del aprendizaje en %. (Dulac, 2006, p. 12)

-Farias y Pérez (2010) vinculan la mejora de los aprendizajes de los alumnos en la disciplina de Matemáticas con la adecuada actitud del docente: “Si se quiere lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes en el área de matemática, el profesor debe asumir una actitud que demuestre que no sólo desea compartir sus conocimientos sino que también disfruta con ello” (p. 39).

-Liang, Huang y Tsai (2012), en un estudio de investigación en el cual analizan la influencia de cuatro factores relacionados con las mejoras que puede aportar la PDI en los procesos de enseñanza y aprendizaje, examinando la clase de un docente con 29 estudiantes, señalan que el docente pudo integrar mediante la PDI abundantes contenidos multimedia e interactivos en las actividades de aprendizaje, lo cual entre otras cuestiones le permitió ganar en confianza y disponer de más tiempo para guiar el aprendizaje de los estudiantes: “...the teacher integrated abundant multimedia and interactive design in learning activities, which improved the presentation quality and quantity in teaching and enabled the teacher to be more confident and have more time to guide the students’ learning” (p. 365).

-Fernández, Hervás y Baena (2012) obtuvieron resultados muy concluyentes sobre la percepción por parte de alumnos y profesores de la influencia del uso adecuado de la PDI en los procesos de enseñanza y aprendizaje del alumnado:

- La inmensa mayoría del alumnado consideró que la PDI favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje (ver Figuras 53 y 55).
- La gran mayoría de los docentes valoró que el uso de la PDI facilita los procesos de enseñanza (Figura 54) en aspectos como la reducción del tiempo dedicado a escribir en la pizarra (79,3%), la posibilidad de acceder a diferentes fuentes y mostrarlas (97%) o como complemento para apoyar la enseñanza (98,5%); asimismo, el 72% consideró que la utilización de la PDI en el aula influye positivamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Figura 56).

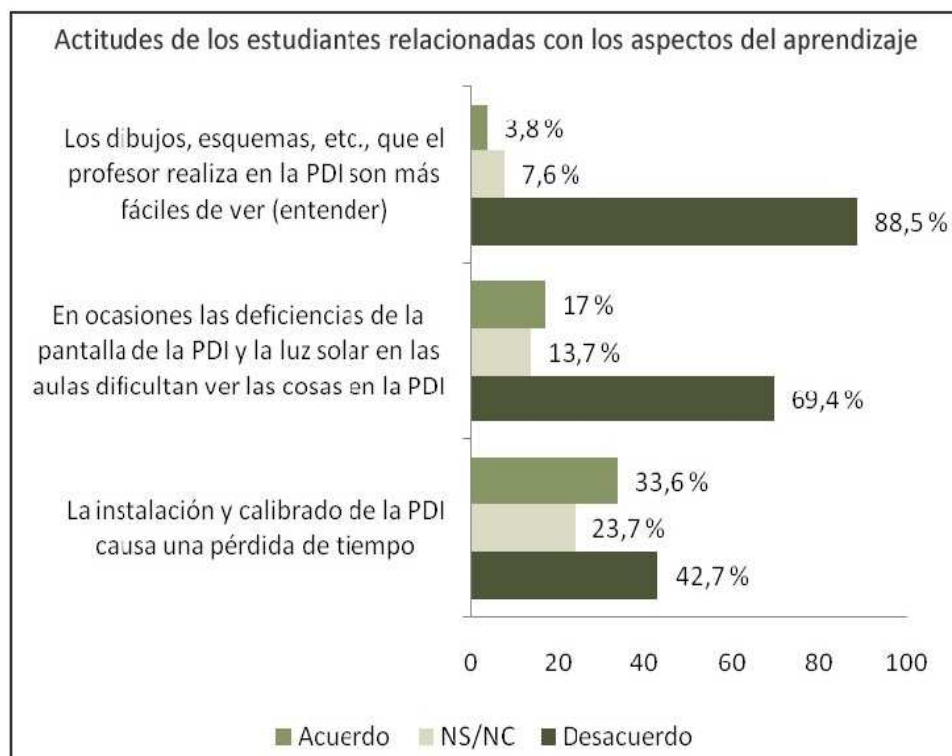


Figura 53. Actitudes de los estudiantes relacionadas con los aspectos del aprendizaje. (Fernández, Hervás y Baena, 2012, p. 23)



Figura 54. Actitudes de los profesores en términos de enseñanza. (Fernández, Hervás y Baena, 2012, p. 25)



Figura 55. Influencia del uso de la PDI en los procesos de E-A según el alumnado. (Fernández, Hervás y Baena, 2012, p. 22)

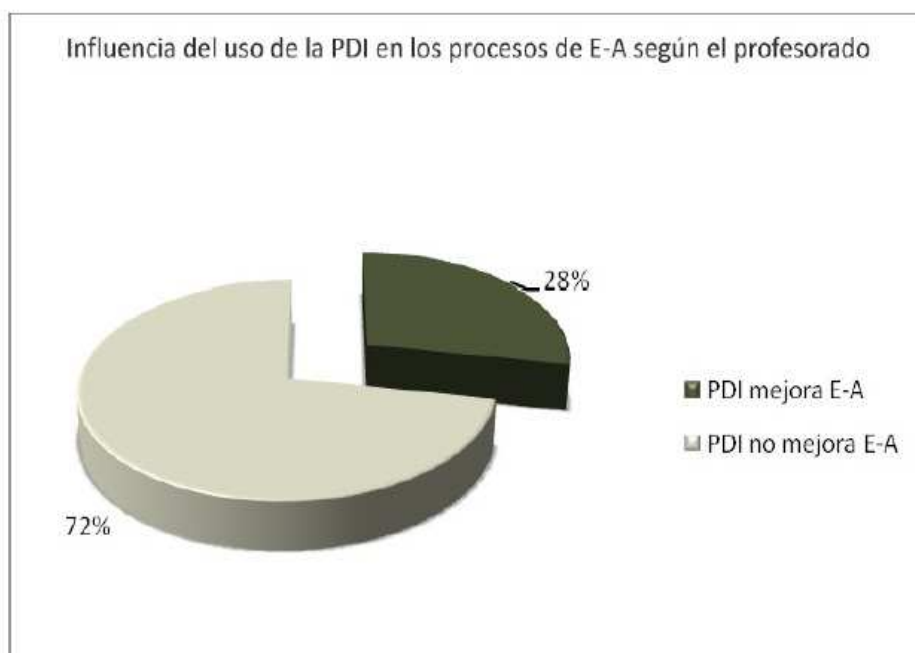


Figura 56. Influencia del uso de la PDI en los procesos de E-A según el profesorado. (Fernández, Hervás y Baena, 2012, p. 22)

-Coscollola y Marquès (2013), por su parte, obtuvieron los siguientes resultados en su estudio de investigación sobre el uso de la PDI en las aulas:

- Un 70% del profesorado consideró que se había mejorado el aprendizaje del alumnado, aunque sólo el 32% creía que esa mejora incidiría en las calificaciones académicas de sus alumnos.

- Según el profesorado, esta realidad también fue destacada por los alumnos, ya que pese a que a la mayoría del alumnado le gustó realizar actividades con la PDI, sólo el 47% manifestó creer que aprende más con ella durante las clases.

En cuanto a los estudios relacionados directamente con la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje en las matemáticas, se destacan estos:

-Miller, Glover y Averis (2004) señalan que la posibilidad de poder repasar los conceptos y ejemplos anteriores mediante el uso de la PDI les permitió apoyar la comprensión por parte del alumnado: "...the opportunity to revisit earlier concepts and examples allowed them to underpin understanding" (p. 7). Aunque en el siguiente párrafo reflejan mejor algunas de las posibilidades y potencialidades que otorga la PDI como medio para mejorar la comprensión y los logros del alumnado:

A particular motivational gain highlighted by teacher interview and lesson observation concerned the impact of visual recall from lesson to lesson (...), often stimulated through IAW specific software as a means of sustaining pupil understanding and achievement. (p. 7-8).

-Para García y Romero (2009), tras la utilización de algunas TIC que perfectamente podrían implementarse con la PDI, se constató un avance destacado por parte de la mayoría del alumnado en varias competencias matemáticas: Representar, Uso de Herramientas, Comunicar y Competencia Numérica.

-Por último, Hernández y Medina (2012), en un estudio llevado a cabo en un centro de Secundaria acerca del uso en matemáticas del programa Geogebra y las TIC en general a través de la PDI, observan que dichas herramientas han facilitado la comprensión de los contenidos por parte de los alumnos por diversas razones: facilitan la experimentación y la investigación, permiten una mejor visualización, centran mejor la atención del alumno y le obligan a saber lo que está haciendo, etc. Además, concluyen que la PDI mejora la atención a la diversidad del alumnado.

## **8.2.-Estudio de Campo**

En este apartado se incluyen la mayor parte de preguntas, cuestionarios, tablas, figuras y diagramas correspondientes al estudio de campo del apartado 3 de este documento. Las limitaciones de extensión del presente trabajo han obligado a incluir gran parte del material en esta sección, dificultando notablemente el adecuado seguimiento de los contenidos. No obstante, para facilitar la tarea a los potenciales lectores, se han hecho referencias desde el apartado 3 del presente documento a las páginas de los contenidos (preguntas, figuras, cuestionarios, etc.) aquí incluidas.

### **8.2.1.-Entrevistas a los profesores**

Las preguntas planteadas a los cuatro docentes entrevistados fueron estas:

#### **A) Preguntas planteadas a los docentes**

- 1) ¿Utilizas la PDI en tus clases?
- 2) ¿Qué te parece la PDI como recurso didáctico y cuáles consideras que son sus principales potencialidades/ventajas y limitaciones/desventajas?
- 3) De 0 a 10, ¿cómo valorarías tu formación, conocimientos y manejo y acerca de las posibilidades que ofrece el uso de la PDI en el aula? ¿Y de las TIC?
- 4) ¿Has recibido alguna formación acerca del uso de la PDI? En caso afirmativo, ¿crees que es suficiente para su uso adecuado durante tus clases?
- 5) ¿Crees que la utilización de la PDI en clase favorece la comprensión y el aprendizaje de los contenidos de tu asignatura por parte de los alumnos?
- 6) ¿Crees que la PDI es una herramienta que favorece en general la participación, la motivación y el interés del alumnado durante las clases?
- 7) ¿Recomendarías el uso de la PDI para las asignaturas de matemáticas, y en concreto, para Matemáticas I de 1º de Bachillerato de Ciencias?
- 8) En caso de no haber PDI en tu aula, ¿te gustaría disponer de ella?
- 9) En caso de respuesta negativa a la anterior pregunta, ¿cuáles son las razones?
- 10) De 0 a 10, ¿qué puntuación otorgarías a la PDI?

**B) Desarrollo de las entrevistas a los docentes****1.-Entrevista Nº 1**

Se trata de un profesor de Matemáticas de 3º y 4º de ESO y de 1º y 2º de Bachillerato, muy querido y respetado en el centro y al que avalan tanto sus más de veinte años de experiencia como especialmente los excelentes resultados de sus alumnos, sobre todo en los niveles superiores (sus alumnos de Matemáticas II obtienen unos resultados que se sitúan año tras año entre los tres mejores de la provincia de Granada en las pruebas de Selectividad). Además, es un docente que imparte un nivel muy alto en sus asignaturas, demuestra un gran dominio de la materia en todos los niveles, es muy dinámico y se implica y esfuerza para que sus clases sean participativas.

Su metodología es tradicional y se basa en la explicación en una pizarra de tiza de los conceptos fundamentales de los temas y, sobre todo, en la realización constante de ejercicios y problemas, tanto explicados por él en la pizarra, como resueltos por los alumnos (en la pizarra, en los pupitres o como tareas para casa).

En los cursos superiores, maneja una tableta digital mediante la cual utiliza diferentes herramientas de software (Idoceo 4, Google Classroom, Blink, Alexia, etc.) que le permiten llevar el control del curso y de la clase e interactuar con los alumnos.

Demuestra un muy buen manejo y conocimiento de las TIC en general.

Preguntas	Descripción de las respuestas
<b>1</b>	No, no puedo utilizarla porque mi aula no dispone de PDI.
<b>2</b>	<p>Me parece un recurso interesante y que en general les gusta a los alumnos, pero creo que es más útil en unas asignaturas que en otras y en unos niveles que en otros.</p> <p>Por ejemplo, lo veo más útil en asignaturas como Lengua, Biología, Geografía o Inglés que en Matemáticas, y dentro de las Matemáticas, mejor en ESO que en Bachillerato, por el tipo de alumnado, por la dificultad y por las exigencias de resultados.</p> <p>Las principales potencialidades o ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Permite presentar los contenidos de una manera atractiva.</li> <li>-A los alumnos les gusta bastante en general.</li> <li>-Lo que se escribe se ve mejor que en la pizarra de tiza y se facilita la toma de apuntes por los alumnos, sobre todo los que se sientan más atrás en clase y los que no ven bien.</li> </ul>

	<p>-Permite hacer más cosas en las clases, si la sabes utilizar.</p> <p>-Facilita la corrección y el guardado de ejercicios en clase.</p> <p>Las principales limitaciones:</p> <p>-Son muy caras.</p> <p>-Para las asignaturas de matemáticas de los cursos superiores no les veo mucho sentido, porque lo más importante es que los alumnos hagan muchos ejercicios y saquen buenos resultados.</p> <p>-No se escribe igual de rápido que en la pizarra normal salvo que tengas un manejo excepcional, y aún así suelen surgir problemas de calibración, conexiones, ajustes, programas, proyector, etc.</p> <p>-Ralentiza un ritmo alto de exposición en clase, salvo que tengas un dominio enorme de la escritura sobre ella.</p> <p>-Surgen problemas para calibrarla muchas veces y hay que estar llamando al técnico para que la ajuste bien; a veces la conexión a Internet no va todo lo rápida que debería o se pierde.</p> <p>-Al final termina usándose muchas veces para explicar las clases mediante diapositivas y para ponerles videos a los alumnos.</p>
<b>3</b>	5 en PDI /8 en TIC
<b>4</b>	<p>No, tengo nociones básicas sobre los aspectos que más se usan.</p> <p>No la veo en principio demasiado complicada de manejar, comparativamente con otros dispositivos que utilizo continuamente, aunque si quieres hacer cosas muy complejas...</p> <p>De todas formas, por lo que dicen los que más la usan, hay mucha información disponible en Internet.</p>
<b>5</b>	<p>Depende, pero creo que en general no tiene por qué si sabes explicar los contenidos bien, resuelves ejercicios y problemas, sacas a alumnos a la pizarra, estás encima de ellos para ver que se van enterando, resuelves sus dudas, etc. Además, si los resultados de los alumnos son excelentes es porque asimilan bien los contenidos, luego tampoco es imprescindible utilizar la PDI para que su comprensión y su aprendizaje sea bueno.</p> <p>Y como dije antes, depende también mucho de los niveles. Para los cursos de ESO, y especialmente los primeros, puede ayudarles a estar más atentos y motivados, y por tanto, a aprender mejor.</p> <p>Pero en los cursos superiores normalmente ya no lo necesitan.</p>

<b>6</b>	<p>Sí, en general creo por lo que he visto y por lo que dicen muchos compañeros que la PDI sí hace que estén algo más atentos y motivados. Pero en mis clases, por ejemplo, el ritmo alto que impongo hace que también estén atentos, y por lo general también suelen estar motivados para sacar buenas notas y estudiar lo que quieren, sobre todo en los cursos de Bachillerato. Así que depende también de cómo sea el profesor y de si es capaz de engancharlos o no a sus clases, porque si no lo consigue habitualmente, no creo que la PDI vaya a suponer una gran diferencia.</p> <p>Y como ya he dicho, depende mucho de los niveles. En los primeros cursos de ESO, por ejemplo, poner alguna actividad más atractiva visualmente sí puede hacer que estén más atentos. Aunque al final, los contenidos hay que darlos y lo más importante es que aprendan.</p> <p>Y otro aspecto que no podemos olvidar es el tipo de alumnado. En este centro, el alumnado en general tiene un comportamiento adecuado. Quizás en grupos más disruptivos o por ejemplo de diversificación curricular sea positivo utilizar contenidos multimedia con la PDI para que estén más interesados en las clases.</p>
<b>7</b>	<p>Para las asignaturas de los 2 primeros cursos de ESO y en Primaria, veo bien utilizar la PDI en matemáticas; para 3º y 4º de ESO, no lo veo mal; y para 1º y, sobre todo, 2º de Bachillerato, no veo necesario utilizar la PDI, salvo a lo mejor en momentos puntuales para hacer alguna actividad grupal u otra cosa. Pero en 2º de Bachillerato, los alumnos lo que quieren sobre todo es sacar buenas notas en la asignatura y buenos resultados en Selectividad que les permitan estudiar la carrera que han elegido o elegirán.</p> <p>En 1º de Bachillerato quizás se le pueda sacar algo más de partido que en 2º, pero también son alumnos en general motivados con los estudios y el ritmo y nivel es alto, así que tampoco la veo necesaria.</p>
<b>8</b>	<p>En los cursos de ESO no lo vería mal; en Bachillerato no.</p> <p>Así que tampoco es un recurso que me gustara especialmente tener en el aula, porque además creo que puede ser más útil en otras materias y niveles, y las PDI son muy caras.</p> <p>Si diera clases de matemáticas en Primaria quizás sí la pediría, sobre todo por la presentación de los contenidos de una forma más atractiva visualmente y el hecho de que te puede ayudar a tener al alumnado más entretenido y así poder manejarlo mejor.</p>

9	<p>Como ya he comentado, en las matemáticas de Bachillerato no es necesario en líneas generales motivar al alumnado y hace falta además imponer un ritmo alto a través de la resolución constante de ejercicios y problemas, sobre todo en 2º por la Selectividad.</p> <p>Por lo que no veo en esos casos qué puede aportar la PDI que sea importante y no se pueda enseñar en una pizarra de tiza.</p> <p>Claro que existen muchos programas y aplicaciones interesantes que te permite introducir la PDI, pero pienso que lo importante es que adquieran una buena base de los conceptos matemáticos fundamentales que luego van a necesitar en la Universidad.</p> <p>Y en 3º y 4º de ESO quizás se le podría sacar más partido, pero para hacer alguna actividad esporádicamente con la PDI no veo justificada la inversión, y veo mejor que se instale en otras aulas.</p>
10	6,5

Tabla 6. Respuestas docente entrevistado N°4. (Elaboración propia)

## **2.-Entrevista N° 2**

Se trata de una profesora de Matemáticas de los niveles de 3º y 4º de ESO especialmente apreciada por sus alumnos y alumnas del centro por su manera de impartir las clases, que combina la explicación magistral de contenidos y resolución de problemas en la pizarra (de tiza), con la utilización frecuente de numerosos y variados recursos didácticos: juegos matemáticos y juegos de cartas y de mesa; presentación de actividades y ejercicios con enunciados creativos; modelos 2D, 3D y “Tangram” para las clases de geometría; actividades en grupo y uso de técnicas de “role-playing”; excursiones al patio del colegio y a lugares cercanos para desarrollar distintas actividades; competiciones y gymkhanas matemáticas que cuentan para la evaluación continua; uso de aplicaciones de las redes sociales.

Además, colabora con el Departamento de Orientación, tanto detectando alumnos con Necesidades Educativas Especiales (NEE), como elaborando adaptaciones curriculares (alumnado con déficit de atención, dificultades de aprendizaje, deficiencias visuales o auditivas, etc.) y contenidos para los alumnos/as con altas capacidades.

Dado que en los niveles de ESO el alumnado no dispone de tabletas digitales, en sus clases se sigue un libro de texto en formato físico. La profesora dispone de una tableta digital desde la cual maneja diferentes programas de software (Moodle, Alexia, Idoceo 4, Blink, etc.), que le permiten gestionar y controlar el desarrollo de las clases y del curso de los diferentes grupos, mostrarles contenidos, etc.

Demuestra un excelente manejo y conocimiento de las TIC en general.

Preguntas	Descripción de las respuestas
<b>1</b>	No, mi aula no dispone de PDI.
<b>2</b>	<p>La PDI me parece un recurso genial y a los alumnos les encanta. Además es muy sencilla de utilizar y te permite plantear las clases de múltiples formas y ofrecerles muchas posibilidades.</p> <p>Las principales potencialidades o ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Ofrece muchísimas posibilidades a todos los niveles: presentarles los contenidos de una forma más visual y atractiva, utilizar Internet, hacer ejercicios y corregirlos, exponer trabajos mediante presentaciones, ponerles videos y contenidos multimedia sobre la asignatura, analizar y comentar películas, plantear juegos, hacer debates, ampliar las imágenes, subrayar y marcar aspectos importantes, resaltar los datos importantes de un ejercicio, etc.</li> <li>-Estas generaciones de alumnos están acostumbradas a manejar TIC (móviles, ordenadores, tabletas, etc.), por lo que todo lo que tiene que ver con las nuevas tecnologías les suele encantar.</li> <li>-Muchos alumnos traen sus teléfonos móviles a clase (aunque no se les deja tenerlos encendidos para que no se distraigan), y se podrían aprovechar las posibilidades de interactuar desde ellos que ofrece la PDI (compartiendo y creando contenidos, participando en actividades colaborativas, etc.), así como desde cualquier otro dispositivo móvil personal que traigan al centro.</li> <li>-Mayor visibilidad de los que se sientan detrás y además tú puedes situarte en diferentes posiciones sin tener que darles la espalda para escribir y así estar más pendiente de ellos, con lo que se distraerán menos y estarán más atentos que cuando escribes en la pizarra.</li> <li>-También tiene ventajas para los alumnos con deficiencias auditivas, visuales, de movilidad, etc.</li> <li>-No te manchas la ropa con la tiza ni tienes que ponerte una bata para dar las clases.</li> <li>-Puedes utilizar todas las ventajas y posibilidades de Internet: buscar información o problemas adicionales, plantear una Caza del Tesoro, hacer un trabajo grupal mediante Wikispaces, etc.</li> <li>-Permite interactuar continuamente con los alumnos y que participen de una manera más activa.</li> <li>-Es general es fácil de manejar.</li> <li>-Te permite dibujar las figuras con precisión, evitando que el hecho de dibujarlas a mano les pueda confundir en algunos casos.</li> <li>-Etc.</li> </ul>

	<p>Las principales limitaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Como todo, hay que saber manejarla bien y tener una formación adecuada para sacarle todo el partido.</li> <li>-Pueden surgir problemas técnicos, aunque normalmente se solucionan de una manera rápida y sencilla.</li> <li>-Y, por supuesto, demanda tener mucho tiempo para elaborar los contenidos y preparar bien las clases. Pero yo ya suelo emplear ese tiempo en utilizar recursos didácticos en mis clases, así que me encantaría hacerlo con una PDI.</li> <li>-Es una tecnología cara, desde luego, y con lo que te cuesta una PDI puedes conseguir muchos recursos también muy útiles.</li> </ul>
<b>3</b>	7 en PDI /8,5 en TIC
<b>4</b>	<p>No, la formación que tengo en el manejo de la PDI la he conseguido yo misma buscando y mirando cursos y tutoriales disponibles en la red, aunque lógicamente necesitaría practicar mucho más para poder ir mejorando en sus posibilidades y usos.</p> <p>Creo que ahora mismo me defendería bastante bien.</p>
<b>5</b>	<p>Yo creo que sí, porque si están más atentos e interesados por lo que explicas, siempre atenderán más. Y si atienden más, lo normal es que se enteren y aprendan más y saquen mejores notas.</p> <p>Además, para algunos conceptos que les cuestan más, puedes conseguir explicárselo de varias formas y utilizando imágenes, hacer que lo vean más grande, así como que las figuras, los ángulos, etc., salgan bien dibujados y no se confundan porque hayas hecho por ejemplo una línea que no esté recta o una circunferencia que no esté bien dibujada (lo cual es muy normal dibujando a mano).</p>
<b>6</b>	<p>Desde luego que sí, aunque depende mucho también de ti como docente y que seas capaz de elaborar contenidos y hacer clases que les llamen la atención, les interesen y les motiven.</p> <p>Porque no es sólo encender la PDI y ya, como por arte de magia, van a atender más y a aprendérselo todo. Tienes que ser tú quien sea capaz de captar su atención y de hacer que se motiven.</p> <p>Aunque claro que con la PDI tienes muchísimos más recursos para llamar su atención, sobre todo en los niveles más bajos en los que se distraen muy fácilmente y mantener el control de la clase es vital.</p>

	Además, los alumnos ven que son cosas que tienen que ver con lo que a ellos les gusta (Internet, contenidos multimedia, juegos, etc.), lo que hace que se interesen y atiendan más.
7	<p>Bueno, hay que tener en cuenta que es un recurso muy caro, aunque en general sí la recomendaría, sobre todo para los cursos de Primaria y los dos primeros de ESO.</p> <p>En 1º de Bachillerato también pueden hacerse cosas muy interesantes, pero la veo menos necesaria, sin duda.</p> <p>Por supuesto, será útil siempre que se utilice bien y se elaboren contenidos que permitan que los alumnos aprendan, y no para pasarles diapositivas o entretenerlos viendo una película.</p>
8	<p>Sí, me gustaría, aunque tampoco es una cosa que me quite el sueño.</p> <p>El centro se está volcando con las TIC en los últimos años y el aula donde doy mis clases puede que sea una de las próximas en contar con una PDI, aunque me va bien con lo que dispongo hasta ahora.</p>
9	-
10	8,5

Tabla 7. Respuestas docente entrevistado N°2. (Elaboración propia)

### 3.-Entrevista N° 3

Se trata de un docente de Física y Química de los niveles de 2º, 3º y 4ºESO y de 1º de Bachillerato, que imparte un nivel muy alto en todos sus grupos.

Utiliza una metodología muy variada que se basa en explicaciones magistrales en una PDI (que complementa con una pizarra de tiza adyacente) y exposición de los temas mediante transparencias con texto, imágenes y videos, actividades colaborativas, realización y corrección rápida de ejercicios, etc., uso de otros recursos didácticos muy variados (materiales impresos, recursos tridimensionales, materiales elaborados por él mismo o por los propios alumnos, etc.), experimentos de química en el laboratorio, etc.

Maneja para llevar la gestión y el control de las clases y de los cursos recursos como Moodle, Google Classroom, Idoceo 4, Blink, Alexia, Séneca, etc.

Muy alto manejo y conocimiento de las herramientas TIC en general.

Preguntas	Descripción de las respuestas
<b>1</b>	Sí, mi aula dispone de PDI y la utilizo constantemente.
<b>2</b>	<p>Me parece un recurso extraordinario que te permite tener muchas posibilidades de enfocar los contenidos y las clases y que suele tener además mucha aceptación entre el alumnado.</p> <p>A mí particularmente me encanta porque intento siempre plantear clases que sean entretenidas, participativas y que motiven a los alumnos. Y la PDI te abre muchas posibilidades para conseguirlo.</p> <p>Además, me gusta obligar a los alumnos y alumnas a pensar, y con la PDI puedo elaborar actividades y problemas creativos con los que poder interactuar con ellos y que no se limiten a estar sentados atendiendo a lo que explica el profesor sin enterarse de nada.</p> <p>Las principales potencialidades o ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Permite plantear las clases de muchísimas formas.</li> <li>-Ofrece muchas posibilidades de elaboración y presentación de los contenidos, así como todo lo relacionado con Internet.</li> <li>-Se utilizan TIC constantemente, y a ellos todo lo que tenga que ver con las TIC les encanta.</li> <li>-Puedo guardar y corregir las actividades que los alumnos vayan haciendo sobre la marcha.</li> <li>-Se ven mejor las explicaciones que en la pizarra de tiza, en la que a veces cuando escribo no lo ven bien los alumnos que se sientan detrás. Para los alumnos con alguna deficiencia visual o auditiva te ayuda a que puedan seguir mejor las explicaciones, y también tienes más recursos para favorecer la concentración de los alumnos con trastornos por déficit de atención e hiperactividad (TDAH).</li> <li>-No te manchas como con la tiza.</li> <li>-Se motivan y atienden más en general, aunque también los hay que se siguen distrayendo cuando la usas.</li> <li>-Te ahorra tiempo de corregir ejercicios (tareas de clase y de casa y pruebas semanales).</li> <li>-No es muy complicado manejarla en líneas generales, aunque también dependerá de lo que quieras hacer.</li> <li>-Para dibujar figuras es mucho mejor, porque lógicamente salen perfectas, las puedes ampliar o reducir, cambiarlas de posición, girarlas, señalar sobre ellas lo que quieras resaltar, etc.</li> </ul> <p>Las principales limitaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Coste elevado, que impide que el centro pueda disponer de más y se tengan que ir introduciendo poco a poco.</li> <li>-Lleva su tiempo aprender a manejarla.</li> </ul>

	<p>-La calibración del puntero infrarrojo a veces cuesta y se desajusta, y en problemas puramente técnicos en general puedes perder bastante tiempo si no eres muy habilidoso.</p> <p>-Te quita mucho tiempo preparar bien los contenidos, aunque en líneas generales como profesor ya tienes que echar muchas horas.</p>
<b>3</b>	7 en PDI /8 en TIC
<b>4</b>	<p>Sí, hice un curso formativo, aunque la mayoría de las cosas que sé las he aprendido por mí mismo, “trasteando” y probando, y también mirando tutoriales en Internet y hablando con otros compañeros.</p> <p>De momento creo que con lo que he aprendido es más que suficiente para ir dando las clases, aunque como se suele decir, “el saber no ocupa lugar”, y desde luego que querría seguir aprendiendo más cosas. Lo bueno también es que las clases te van sirviendo para comprobar si pueden funcionar las cosas que vas aprendiendo nuevas, porque lo puedes ir experimentando in situ.</p>
<b>5</b>	<p>Bueno, lo que sí creo es que les gusta más en general cómo se dan las clases y que consigues que presten más atención. Y eso les ayuda un poco a enterarse mejor. O sea que sí, en cierto sentido puede decirse que te ayuda a que mejoren un poco su aprendizaje.</p> <p>Aunque luego a la hora de hacer los exámenes, suele suspender una cifra muy parecida y tampoco se aprecian grandes diferencias en las calificaciones o el rendimiento en general, al menos yo.</p> <p>De todas formas, llevo aún poco tiempo utilizándola en clase como para tener una opinión muy clara acerca de la influencia de la PDI en el aprendizaje y en el rendimiento académico del alumnado.</p>
<b>6</b>	<p>Sí, creo que cualquier actividad que hagas utilizando la PDI suele interesarles más, sobre todo si les permite participar a ellos.</p> <p>Aunque se nota más en los alumnos de ESO que en los de Bachillerato, que ya están más centrados y motivados por ellos mismos y no necesitan tanto que les provoques tú esa motivación.</p> <p>De todas maneras, sea cual sea el nivel, sí considero que el general se motivan más, siempre que seas capaz de presentarles contenidos y actividades que les llamen la atención.</p>
	Sí la recomendaría, sobre todo en los cursos de ESO y Primaria, aunque también es verdad que en matemáticas hay que estar

7	<p>constantemente haciendo ejercicios y problemas, y para que esa necesidad se integre bien en el ritmo de clases el profesor deberá tener mucho manejo con la PDI. Y ello lleva su tiempo, lógicamente.</p> <p>De todas formas, pienso que tampoco hay que volverse locos con las TIC y no se debe despreciar toda la metodología tradicional que funciona bien. La clave está, desde mi punto de vista, en saber combinar e integrar las metodologías y técnicas de enseñanza sin perder nunca de vista que lo importante es que los alumnos vayan aprendiendo los contenidos y desarrollando las competencias que marcan los currículos. Si luego eres capaz además de presentarles los contenidos utilizando herramientas tan interesantes como la PDI, pues mejor. Pero como digo, sin volverse loco ni renunciar a lo que funciona, aunque sea viejo. Y sin innovar por innovar.</p> <p>De hecho, yo sigo utilizando la pizarra de tiza en clase, como complemento de lo que estoy exponiendo con la PDI. Porque aún siento que para resolver una duda o plantear una cuestión rápida que conlleve un dibujo o una fórmula, escribir a mano puede resultar más rápido. Y el tiempo es oro.</p> <p>Además, los resultados en matemáticas son excelentes en este centro, y especialmente en los cursos superiores. Así que no lo deben estar haciendo muy mal...</p> <p>Por ello, sí recomendaría la PDI tanto para matemáticas en general como para Matemáticas I, aunque sin ella es obvio que también puede enseñarse perfectamente, como se comprueba en este centro</p>
8	Sí, pero afortunadamente ya la tengo.
9	-
10	8

Tabla 8. Respuestas docente entrevistado N°3. (Elaboración propia)

**4.-Entrevista N° 4**

Se trata de un profesor de Geografía e Historia de los niveles de 2º, 3º y 4º de ESO. Aunque joven, posee bastantes años de experiencia docente, y sus clases son muy dinámicas y participativas, haciendo uso especialmente de muchas de las TIC.

Su metodología es variada, alternando explicaciones magistrales (normalmente mediante presentaciones con diapositivas que combinan imágenes, texto y audio-video) con trabajos individuales y actividades colaborativas utilizando la PDI.

Dentro de las actividades que ofrecen las nuevas tecnologías, suele utilizar con asiduidad las Webquest y Cazas del Tesoro, Google Maps y Google Earth para visitar monumentos o ver accidentes geográficos y hacer anotaciones sobre ellos, trabajos cooperativos mediante Wikispaces, murales interactivos, mapas conceptuales, etc.

Utiliza para el control y gestión de clases y grupos las mismas herramientas que el resto de compañeros en esos niveles (Idoceo 4, Moodle, Blink, Alexia, etc.).

Excelente manejo y conocimiento de las herramientas TIC en general.

Preguntas	Descripción de las respuestas
<b>1</b>	Sí, mi aula dispone de PDI y la utilizo mucho.
<b>2</b>	<p>Creo que es posiblemente el recurso TIC con mayor aplicabilidad en las aulas y mi impresión es muy positiva. Para las clases de Geografía e Historia es especialmente interesante, porque te da muchas opciones de presentar los contenidos de una manera muy flexible y de poder interactuar continuamente con la clase.</p> <p>Las principales potencialidades o ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Recurso muy flexible y que ofrece múltiples posibilidades.</li> <li>-Te da muchas opciones para crear tus propios contenidos y se pueden encontrar fácilmente en la red contenidos interesantes elaborados por otros docentes y por la comunidad.</li> <li>-Puedes utilizar distintas metodologías y atender mejor a la diversidad del alumnado, adaptándote a sus diferentes estilos de aprendizaje y ofreciéndoles un enorme abanico de posibilidades, que puede permitirte atraer e interesar a más alumnos.</li> <li>-Puedes conectarle a la PDI casi cualquier dispositivo: un ordenador, una tableta digital, una Web-cam, un escáner, una impresora, un Smartphone, unos altavoces, etc.</li> <li>-También es un recurso muy útil para los alumnos con alguna deficiencia: aquellos que tienen movilidad reducida pueden participar porque ya no los vas a hacer levantarse; la pantalla se ve mejor para aquellos con dificultades de visión; con unos buenos altavoces ayudarás a quienes padecen dificultades auditivas; para los que tienen déficit de atención puedes buscar actividades que favorezcan su concentración; etc.</li> <li>-Los alumnos suelen motivarse y participar más cuando la usas.</li> <li>-Te permite realizar anotaciones sobre lo que estás mostrando, subrayar en un texto o en un video, cambiar de posición, ampliar, convertir lo que vas escribiéndoles en texto digital, etc.</li> <li>-Lo que vas escribiendo en las “pantallas” puedes guardarlo en</li> </ul>

	<p>el ordenador, escanearlo, imprimirlo, etc.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Te permite controlar mejor a la clase, al no tener que estar escribiendo de espaldas en la pizarra de tiza, con lo cual (los alumnos/as) se suelen distraer menos.</li> <li>-Te ensucias menos la ropa que con la pizarra de tiza.</li> <li>-Puedes corregir actividades, escanear documentos, etc.</li> <li>-Te ayuda a mejorar tu manejo de las nuevas tecnologías, ya que utilizar la PDI es manejar muchas de las TIC más importantes.</li> <li>-Se ven mejor los contenidos y los alumnos pueden tomar apuntes más fácilmente, al ser la pantalla más grande.</li> <li>-Es fácil aprender los aspectos de manejo más básicos.</li> </ul> <p>Las principales limitaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Normalmente te tienes que buscar la vida para aprender a utilizarla bien y sacarle provecho.</li> <li>-A veces se producen sombras y reflejos molestos en la pantalla.</li> <li>-Problemas técnicos puntuales: ajustes, calibración, velocidad y estabilidad de la conexión a Internet, fallos de software, etc.</li> <li>-Algunos alumnos, cuando se han acostumbrado a ella, notas que empiezan a distraerse igual, cuando deja de ser la novedad.</li> <li>-Es una tecnología cara, pero la verdad es que merece mucho la pena y al final se rentabiliza, en mi opinión.</li> </ul>
<b>3</b>	8 en PDI /8,5 en TIC
<b>4</b>	<p>No, todo lo que sé de la PDI aprendí por mi cuenta. Creo que con lo que sé puedo defenderme bastante bien, y además día a día sigo aprendiendo cosas y viéndole nuevas utilidades.</p> <p>Hay muchos recursos disponibles en Internet (cursos, tutoriales, etc.). Creo que es una herramienta sencilla de manejar en general, aunque, como todo, para sacarle partido a algunas cosas hay que tener ciertos conocimientos de informática. No obstante, a mí me apasiona todo lo relacionado con las TIC.</p>
<b>5</b>	<p>Yo pienso que sí, porque todas esas diferentes posibilidades que les estás ofreciendo hacen que vean las asignaturas más interesantes, y además, el hecho de poder utilizar videos e imágenes para reforzar las explicaciones, hace que pongan más empeño y lo comprendan todo mejor en general. Además, puedes repasar contenidos con más facilidad, al fomentarse los trabajos cooperativos también aprenden más entre ellos, etc.</p>

<b>6</b>	<p>Sí, creo que la PDI favorece tanto la motivación como la participación en general de la clase.</p> <p>Se nota que les atrae mucho más todo lo relacionado con las TIC, se sienten más protagonistas de su aprendizaje.</p> <p>Sobre todo se nota más en aquellos alumnos y alumnas que con la metodología tradicional de explicaciones magistrales se distraen más. A los que sacan mejores resultados y van mejor tampoco les cambia tanto, porque ya suelen estar muy motivados. Pero con el resto sí que se nota, en especial con los que tienen más dificultades.</p>
<b>7</b>	<p>Se le puede sacar partido, así que en principio sí la recomendaría, aunque más en ESO que en Bachillerato.</p> <p>En Matemáticas I de 1º de Bachillerato también puede ser útil, porque no tienen el agobio de la Selectividad y puedes sacarle partido sin que ello afecte al ritmo normal de clase.</p> <p>De todas formas, creo que lo más importante en una asignatura como Matemáticas I es hacer constantemente problemas, y la PDI te puede ralentizar un poco ese ritmo salvo que tengas muchísimo manejo con las fórmulas, aunque la PDI te da también muchas opciones interesantes con las expresiones matemáticas (moverlas, editarlas, ampliarlas o reducirlas, etc.).</p> <p>Por ello, en Matemáticas I quizás utilizaría la PDI puntualmente para algún trabajo grupal o una Webquest sobre algún tema, pero no continuamente como en mi asignatura, por ejemplo.</p>
<b>8</b>	Sí, además ya me he acostumbrado a utilizar diariamente la PDI y no me imagino trabajando sin ella.
<b>9</b>	-
<b>10</b>	8,5

Tabla 9. Respuestas docente entrevistado N°4 (Elaboración propia)

### **8.2.2.-Cuestionarios para alumnado y profesorado**

-El Cuestionario N°1 se entregó a los estudiantes de los dos grupos de Matemáticas I, y tiene que ver con la percepción del alumnado sobre la PDI como recurso didáctico en general. Es de tipo anónimo y consta, además de la solicitud al inicio de la edad y del sexo del encuestado, de 20 preguntas con cuatro posibles respuestas: Muy de acuerdo, De acuerdo, En desacuerdo y Muy en desacuerdo.

-El Cuestionario N° 2 se entregó también a los estudiantes de ambos grupos, y en él se pueden diferenciar dos partes: una primera que consta de 10 preguntas acerca de la asignatura de Matemáticas I, la metodología del profesor titular y el uso de la PDI en dicha asignatura; y 25 preguntas más (haciendo un total de 35) sobre diferentes aspectos relacionados con las percepciones del alumnado acerca de las matemáticas en general: la motivación intrínseca para aprender matemáticas (preguntas 11-15); la motivación extrínseca (preguntas 16 a 18); la ansiedad hacia las matemáticas (19-22); el autoconcepto en matemáticas (23-26); las estrategias de aprendizaje (27-32); y la perseverancia en el estudio (33-35). También es de tipo anónimo, se solicita al inicio la edad y el sexo del encuestado y todas las preguntas constan de las mismas cuatro posibles respuestas reflejadas anteriormente: Muy de acuerdo, De acuerdo, En desacuerdo y Muy en desacuerdo.

-El Cuestionario N° 3 se entregó a los seis profesores de las asignaturas de 1º de Bachillerato de Ciencias anteriormente señalados, y consta de 30 preguntas relacionadas con la PDI y diferentes aspectos asociados a su uso en el ámbito educativo, entre ellos, las posibles ventajas y potencialidades en la asignatura de Matemáticas I. Las preguntas son todas de seleccionar una opción entre las disponibles, de manera que la primera permite las opciones “Sí” o “No”, la segunda ofrece 4 posibilidades (Siempre, Muchas veces, Pocas Veces o Nunca), y las 28 preguntas restantes ofrecen las mismas 4 opciones que las referidas en los otros cuestionarios (Muy de acuerdo, De acuerdo, En desacuerdo y Muy en desacuerdo). En este tercer cuestionario se solicita al inicio, además de indicar la edad y el sexo, como en los otros dos, la asignatura en la que el docente imparte clase.

**Cuestionario N°1**

Edad

Sexo ☐ Masculino

☐ Femenino

Responde a las siguientes preguntas escogiendo la opción que consideres más adecuada:

- 1.- Me gusta que el profesor utilice en clase la PDI Elija un elemento.
- 2.-En general, prefiero las clases en las que los profesores utilizan la PDI Elija un elemento.
- 3.-Creo que la PDI es una herramienta fácil de usar en clase Elija un elemento.
- 4.-Me resulta fácil manejarme bien con la PDI cuando el profesor la utiliza Elija un elemento.
- 5.- Los profesores enseñan mejor en general cuando usan la PDI Elija un elemento.
- 6.-Cuando el profesor utiliza la PDI, en general participamos más en clase Elija un elemento.
- 7.-Me gusta participar cuando el profesor utiliza en clase la PDI Elija un elemento.
- 8.-Me concentro mejor y me es más fácil mantener la atención en clase cuando el profesor utiliza la PDI Elija un elemento.
- 9.-Pondría más interés en las clases si el profesor utilizara la PDI Elija un elemento.
- 10.-El comportamiento y actitud de la clase en general mejora cuando el profesor usa la PDI Elija un elemento.
- 11.-Es más fácil comprender lo que se explica en clase cuando el profesor utiliza la PDI Elija un elemento.
- 12.-Aprendo más cuando mi profesor utiliza la PDI Elija un elemento.

13.-Me motivan e interesan más las clases en las que los profesores utilizan la PDI Elija un elemento.

14.-Creo que los profesores van demasiado rápido cuando usan la PDI Elija un elemento.

15.-Los dibujos, esquemas, fórmulas, anotaciones, etc. que el profesor hace con la PDI son más fáciles de ver y de entender Elija un elemento.

16.-A veces, las deficiencias en la pantalla de la PDI, las sombras, los reflejos de luz solar, etc., dificultan ver las cosas en la pantalla de la PDI Elija un elemento.

17.-La instalación, el calibrado de la PDI y otros problemas (conexión a Internet, fallos de software, fallos en el proyector, etc.) provocan que se pierda mucho tiempo Elija un elemento.

18.-No hay mucha diferencia entre una PDI y una pizarra normal de tiza Elija un elemento.

19.-Las clases están mejor organizadas cuando el profesor utiliza una PDI Elija un elemento.

20.-Considero que el uso de la PDI ahorra tiempo al profesor Elija un elemento.

**Cuestionario N°2**

Edad

Sexo ☐ Masculino

☐ Femenino

Responde a las siguientes preguntas escogiendo la opción que consideres más adecuada:

- 1.-Me gusta la asignatura de Matemáticas I Elija un elemento.
- 2.-Me gusta el profesor de Matemáticas I Elija un elemento.
- 3.-Me gustan las clases de Matemáticas I Elija un elemento.
- 4.-Me gusta la metodología y la forma de dar las clases de mi profesor de Matemáticas I Elija un elemento.
- 5.-Creo que podría ser útil e interesante utilizar la PDI en las clases de Matemáticas I Elija un elemento.
- 6.-Creo que la PDI es tan útil en Matemáticas I como en otras asignaturas Elija un elemento.
- 7.-Si el profesor utilizara la PDI en las clases de Matemáticas I, serían clases más interesantes y participativas Elija un elemento.
- 8.-Si el profesor utilizara la PDI en las clases de Matemáticas I, creo que me motivaría más Elija un elemento.
- 9.-Si el profesor utilizara la PDI en las clases de Matemáticas I, facilitaría mi aprendizaje de los contenidos Elija un elemento.
- 10.-Creo que la PDI mejoraría mi motivación, mi interés, mi participación y mi aprendizaje en la asignatura de Matemáticas I Elija un elemento.
- 11.-Me gustan las matemáticas Elija un elemento.

- 12.-Estudio matemáticas porque me gusta y no sólo para aprobar Elija un elemento.
- 13.-Me interesan las cosas que aprendo en matemáticas Elija un elemento.
- 14.-Estoy deseando tener clase de matemáticas Elija un elemento.
- 15.-Me gusta leer libros y contenidos sobre matemáticas Elija un elemento.
- 16.-Las matemáticas son una asignatura importante para mí, porque las necesito para lo que quiero estudiar más adelante Elija un elemento.
- 17.-Merece la pena hacer un esfuerzo en matemáticas porque me ayudará en el trabajo que quiero tener más adelante Elija un elemento.
- 18.-Aprenderé muchas cosas en matemáticas que me ayudarán en el futuro Elija un elemento.
- 19.-Me preocupo cuando pienso que sacaré malas notas en matemáticas Elija un elemento.
- 20.-Me siento incapaz cuando hago ejercicios o problemas de matemáticas Elija un elemento.
- 21.-Me pongo muy nervioso al hacer problemas o deberes de matemáticas Elija un elemento.
- 22.-Me suelo preocupar pensando que tendré dificultades en las clases de matemáticas Elija un elemento.
- 23.-En mi clase de matemáticas entiendo incluso lo más difícil Elija un elemento.
- 24.-Creo que las matemáticas es una de las materias que se me dan mejor Elija un elemento.
- 25.-En general saco buenas notas en matemáticas Elija un elemento.
- 26.-No se me dan bien las matemáticas Elija un elemento.
- 27.-Cuando estudio matemáticas, me aprendo de memoria todo lo que puedo Elija un elemento.
- 28.-Cuando estudio matemáticas, intento determinar qué es lo más importante Elija un elemento.

29.-Cuando estudio matemáticas, intento relacionar lo que estudio con cosas que ya sé o que he aprendido en otras asignaturas Elija un elemento.

30.-Para resolver los problemas de matemáticas, me miro los ejemplos parecidos antes de ponerme a pensar Elija un elemento.

31.-Cuando estudio matemáticas, suelo pensar en distintos modos de hallar la respuesta a los ejercicios o problemas Elija un elemento.

32.-Cuando no entiendo algo en matemáticas, busco más información para intentar aclarar el problema Elija un elemento.

33.-Cuando en matemáticas se me presenta un problema que no sé resolver, lo intento dejar para más adelante Elija un elemento.

34.-Me gusta terminar las tareas y los ejercicios de matemáticas que empiezo Elija un elemento.

35.-En general, sigo trabajando en una tarea o en un ejercicio hasta que todo está perfecto Elija un elemento.

**Cuestionario N°3**

Asignatura

Edad

Sexo ☐ Masculino

☐ Femenino

Responda a las siguientes preguntas escogiendo la opción que considere más adecuada:

- 1.-Mi aula dispone de PDI Elija un elemento.
- 2.-Suelo utilizar la PDI en mis clases Elija un elemento.
- 3.-Me gusta utilizar la PDI en mis clases Elija un elemento.
- 4.-Dispongo de una formación adecuada sobre el uso de la PDI Elija un elemento.
- 5.-En general, no utilizo bien las aplicaciones que ofrece la PDI ni sé sacarles partido Elija un elemento.
- 6.-El uso que hago de la PDI en clase se limita normalmente a hacer exposiciones mediante transparencias y/o a poner videos al alumnado Elija un elemento.
- 7.-Suelo crear mis propios contenidos con la PDI y utilizarlos en las clases Elija un elemento.
- 8.-El uso adecuado de la PDI en el aula aumenta la motivación y el interés del alumnado Elija un elemento.
- 9.-El uso adecuado de la PDI en clase aumenta la participación del alumnado Elija un elemento.
- 10.-El uso adecuado de la PDI en el aula favorece el aprendizaje del alumnado Elija un elemento.

- 11.-El uso adecuado de la PDI en clase mejora el rendimiento académico del alumnado Elija un elemento.
- 12.-El uso adecuado de la PDI en clase aumenta la atención del alumnado Elija un elemento.
- 13.- El uso adecuado de la PDI en el aula me ayuda a mantener el control de la clase Elija un elemento.
- 14.- El uso adecuado de la PDI en el aula favorece la atención a la diversidad Elija un elemento.
- 15.-El uso adecuado de la PDI en clase ayuda al alumnado con Necesidades Educativas Especiales Elija un elemento.
- 16.-El uso adecuado de la PDI en clase optimiza el tiempo que dispongo para enseñar Elija un elemento.
- 17.-En general, el uso adecuado de la PDI me convierte en un profesor más eficiente Elija un elemento.
- 18.-En general, las clases resultan más atractivas para el alumnado con el uso adecuado de la PDI Elija un elemento.
- 19.-En general, la PDI es una herramienta sencilla de utilizar Elija un elemento.
- 20.-Cuando utilizo la PDI dedico más tiempo a la preparación que a la propia clase Elija un elemento.
- 21.-Me resulta en general más laborioso planificar una clase en la que utilice la PDI Elija un elemento.
- 22.-La instalación, el calibrado de la PDI y otros problemas (conexión a Internet, fallos de software, fallos en el proyector, etc.) provocan que se pierda mucho tiempo Elija un elemento.
- 23.-A veces, las deficiencias en la pantalla de la PDI, las sombras, los reflejos de luz solar, etc., dificultan mucho ver las cosas Elija un elemento.
- 24.-Creo que la PDI es más útil en unas asignaturas que en otras Elija un elemento.
- 25.-Creo que la PDI es más útil en unos niveles que en otros Elija un elemento.
- 26.-Creo que la PDI es más útil en Secundaria que en Bachillerato Elija un elemento.

27.-Creo que la PDI puede ser un recurso útil, motivador y que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje en las asignaturas de matemáticas Elija un elemento.

28.-Creo que la PDI puede ser un recurso motivador y que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Matemáticas I Elija un elemento.

29.-El uso de la PDI en el aula facilita una renovación metodológica que promueve la innovación didáctica Elija un elemento.

30.-Creo que la PDI es en general un recurso útil, motivador y que favorece los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumnado Elija un elemento.

### **Cuestionario N°3 (ejemplo)**

A continuación se adjuntan las respuestas al cuestionario de uno de los docentes, concretamente el profesor de Física y Química de 1º BACH-ESO, para que pueda observarse un ejemplo de la cumplimentación de los cuestionarios.

- 1.-Mi aula dispone de PDI **SÍ**
- 2.-Suelo utilizar la PDI en mis clases **Muchas veces**
- 3.-Me gusta utilizar la PDI en mis clases **Muy de acuerdo**
- 4.-Dispongo de una formación adecuada sobre el uso de la PDI **De acuerdo**
- 5.-En general, no utilizo bien las aplicaciones que ofrece la PDI ni sé sacarles partido **En desacuerdo**
- 6.-El uso que hago de la PDI en clase se limita normalmente a hacer exposiciones mediante transparencias y/o a poner videos al alumnado **Muy en desacuerdo**
- 7.-Suelo crear mis propios contenidos con la PDI y utilizarlos en las clases **De acuerdo**
- 8.-El uso adecuado de la PDI en el aula aumenta la motivación y el interés del alumnado **Muy de acuerdo**
- 9.-El uso adecuado de la PDI en clase aumenta la participación del alumnado **De acuerdo**
- 10.-El uso adecuado de la PDI en el aula favorece el aprendizaje del alumnado **De acuerdo**
- 11.-El uso adecuado de la PDI en clase mejora el rendimiento académico del alumnado **De acuerdo**
- 12.-El uso adecuado de la PDI en clase aumenta la atención del alumnado **De acuerdo**
- 13.- El uso adecuado de la PDI en el aula me ayuda a mantener el control de la clase **En desacuerdo**
- 14.- El uso adecuado de la PDI en el aula favorece la atención a la diversidad **De acuerdo**
- 15.-El uso adecuado de la PDI en clase ayuda al alumnado con Necesidades Educativas Especiales **Muy de acuerdo**

16.-El uso adecuado de la PDI en clase optimiza el tiempo que dispongo para enseñar **De acuerdo**

17.-En general, el uso adecuado de la PDI me convierte en un profesor más eficiente **De acuerdo**

18.-En general, las clases resultan más atractivas para el alumnado con el uso adecuado de la PDI **Muy de acuerdo**

19.-En general, la PDI es una herramienta sencilla de utilizar **De acuerdo**

20.-Cuando utilizo la PDI dedico más tiempo a la preparación que a la propia clase **De acuerdo**

21.-Me resulta en general más laborioso planificar una clase en la que utilice la PDI **En desacuerdo**

22.-La instalación, el calibrado de la PDI y otros problemas (conexión a Internet, fallos de software, fallos en el proyector, etc.) provocan que se pierda mucho tiempo **De acuerdo**

23.-A veces, las deficiencias en la pantalla de la PDI, las sombras, los reflejos de luz solar, etc., dificultan mucho ver las cosas **En desacuerdo**

24.-Creo que la PDI es más útil en unas asignaturas que en otras **De acuerdo**

25.-Creo que la PDI es más útil en unos niveles que en otros **En desacuerdo**

26.-Creo que la PDI es más útil en Secundaria que en Bachillerato **En desacuerdo**

27.-Creo que la PDI puede ser un recurso útil, motivador y que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje en las asignaturas de matemáticas **De acuerdo**

28.-Creo que la PDI puede ser un recurso motivador y que favorezca los procesos de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Matemáticas I **De acuerdo**

29.-El uso de la PDI en el aula facilita una renovación metodológica que promueve la innovación didáctica **Muy de acuerdo**

30.-Creo que la PDI es en general un recurso útil, motivador y que favorece los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumnado **De acuerdo**

### 8.2.3.-Tablas y gráficos de resultados

En la primera parte de este subapartado se adjuntan las tablas de cada uno de los cuestionarios planteados en el apartado 3 del estudio de campo del presente documento (página 38). A continuación, se incluyen algunos gráficos y diagramas que son, o bien complementarios a los del apartado 3, o en otros casos, más detallados y que mejoran a varios de los ya incluidos en el citado apartado 3.

#### A) RESULTADOS CUESTIONARIO N°1 GRUPO A

<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>
<b>Pregunta 1</b>	8,43	<b>Pregunta 11</b>	7,87
<b>Pregunta 2</b>	8,15	<b>Pregunta 12</b>	7,59
<b>Pregunta 3</b>	7,13	<b>Pregunta 13</b>	8,24
<b>Pregunta 4</b>	7,31	<b>Pregunta 14</b>	8,06
<b>Pregunta 5</b>	7,41	<b>Pregunta 15</b>	7,87
<b>Pregunta 6</b>	7,78	<b>Pregunta 16</b>	7,41
<b>Pregunta 7</b>	6,94	<b>Pregunta 17</b>	6,76
<b>Pregunta 8</b>	7,68	<b>Pregunta 18</b>	3,89
<b>Pregunta 9</b>	8,24	<b>Pregunta 19</b>	6,48
<b>Pregunta 10</b>	6,76	<b>Pregunta 20</b>	7,22
<b>Puntuación media 1-10</b>	7,68		

Tabla 10. Resultados Cuestionario 1-GRUPO A. (Elaboración propia)

**B) RESULTADOS CUESTIONARIO Nº1 GRUPO B**

<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>
<b>Pregunta 1</b>	8,5	<b>Pregunta 11</b>	7,5
<b>Pregunta 2</b>	8,29	<b>Pregunta 12</b>	7,64
<b>Pregunta 3</b>	7,14	<b>Pregunta 13</b>	8,36
<b>Pregunta 4</b>	7,07	<b>Pregunta 14</b>	8
<b>Pregunta 5</b>	7,21	<b>Pregunta 15</b>	7,86
<b>Pregunta 6</b>	7,93	<b>Pregunta 16</b>	7,14
<b>Pregunta 7</b>	6,36	<b>Pregunta 17</b>	7,14
<b>Pregunta 8</b>	7,21	<b>Pregunta 18</b>	3,21
<b>Pregunta 9</b>	8	<b>Pregunta 19</b>	6,57
<b>Pregunta 10</b>	6,86	<b>Pregunta 20</b>	6,79
<b>Puntuación media 1-10</b>	7,51		

Tabla 11. Resultados Cuestionario 1-GRUPO B. (Elaboración propia)

**C) RESULTADOS CUESTIONARIO N°2 GRUPO A**

<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>
<b>Pregunta 1</b>	6,30	<b>Pregunta 19</b>	7,96
<b>Pregunta 2</b>	8,33	<b>Pregunta 20</b>	5
<b>Pregunta 3</b>	6,94	<b>Pregunta 21</b>	6,02
<b>Pregunta 4</b>	7,31	<b>Pregunta 22</b>	6,67
<b>Pregunta 5</b>	8,15	<b>Pregunta 23</b>	6,30
<b>Pregunta 6</b>	7,22	<b>Pregunta 24</b>	6,02
<b>Pregunta 7</b>	8,33	<b>Pregunta 25</b>	6,57
<b>Pregunta 8</b>	8,24	<b>Pregunta 26</b>	4,91
<b>Pregunta 9</b>	7,78	<b>Pregunta 27</b>	3,89
<b>Pregunta 10</b>	7,87	<b>Pregunta 28</b>	7,68
<b>Pregunta 11</b>	5,93	<b>Pregunta 29</b>	6,94
<b>Pregunta 12</b>	4,81	<b>Pregunta 30</b>	6,02
<b>Pregunta 13</b>	6,20	<b>Pregunta 31</b>	7,59
<b>Pregunta 14</b>	6,20	<b>Pregunta 32</b>	8,24
<b>Pregunta 15</b>	3,80	<b>Pregunta 33</b>	6,20
<b>Pregunta 16</b>	6,30	<b>Pregunta 34</b>	7,5
<b>Pregunta 17</b>	6,02	<b>Pregunta 35</b>	7,22
<b>Pregunta 18</b>	6,76	<b>Puntuación media 1-10</b>	7,65
<b>Puntuación media 7-9</b>	8,12		

Tabla 12. Resultados Cuestionario 2-GRUPO A. (Elaboración propia)

**D) RESULTADOS CUESTIONARIO N°2 GRUPO B**

<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Puntuaciones medias ponderadas</b>
<b>Pregunta 1</b>	5,86	<b>Pregunta 19</b>	7,71
<b>Pregunta 2</b>	8,14	<b>Pregunta 20</b>	5,21
<b>Pregunta 3</b>	6,43	<b>Pregunta 21</b>	6,21
<b>Pregunta 4</b>	6,93	<b>Pregunta 22</b>	6,57
<b>Pregunta 5</b>	8	<b>Pregunta 23</b>	5,93
<b>Pregunta 6</b>	7	<b>Pregunta 24</b>	5,57
<b>Pregunta 7</b>	8,64	<b>Pregunta 25</b>	6
<b>Pregunta 8</b>	8,5	<b>Pregunta 26</b>	5,36
<b>Pregunta 9</b>	8	<b>Pregunta 27</b>	4
<b>Pregunta 10</b>	8,07	<b>Pregunta 28</b>	8
<b>Pregunta 11</b>	5,64	<b>Pregunta 29</b>	7,14
<b>Pregunta 12</b>	4,5	<b>Pregunta 30</b>	6,64
<b>Pregunta 13</b>	5,64	<b>Pregunta 31</b>	7,14
<b>Pregunta 14</b>	5,93	<b>Pregunta 32</b>	7,5
<b>Pregunta 15</b>	3,57	<b>Pregunta 33</b>	6,43
<b>Pregunta 16</b>	6	<b>Pregunta 34</b>	7,07
<b>Pregunta 17</b>	6,43	<b>Pregunta 35</b>	7,14
<b>Pregunta 18</b>	6,5	<b>Puntuación media 1-10</b>	7,56
<b>Puntuación media 7-9</b>	8,38		

Tabla 13. Resultados Cuestionario 2-GRUPO B. (Elaboración propia)

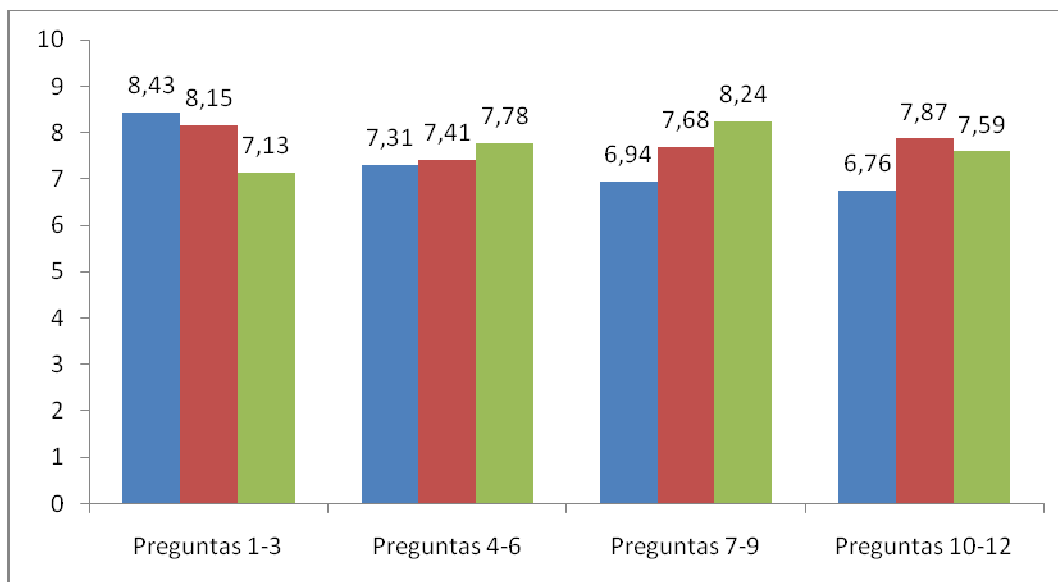
**E) RESULTADOS CUESTIONARIO N°3**

<b>Materias</b>       <b>Preguntas</b>	<b>Matemáticas I</b>	<b>Física y Química</b>	<b>Filosofía</b>	<b>Biología y Geología</b>	<b>Lengua Castellana y Literatura I</b>	<b>Primera Lengua Ext. I</b>	<b>Media</b>
<b>1</b>	NO	SI	SI	SI	SI	SI	-
<b>2</b>	NUNCA	M. VECES	SIEMPRE	M. VECES	P. VECES	M. VECES	-
<b>3</b>	SC	4	4	4	3	3	9
<b>4</b>	2	3	4	3	2	2	6,67
<b>5</b>	3	2	1	1	3	2	5
<b>6</b>	SC	1	1	2	3	2	4,5
<b>7</b>	SC	3	4	3	2	3	7,5
<b>8</b>	3	4	4	3	3	4	8,75
<b>9</b>	3	3	4	4	3	4	8,75
<b>10</b>	2	3	4	3	3	4	7,92

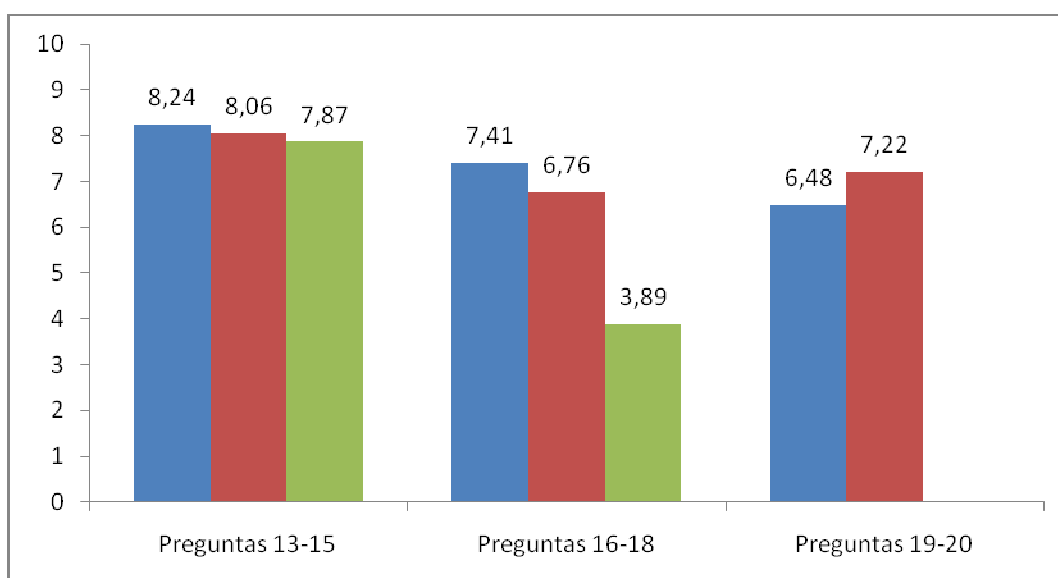
<b>11</b>	2	3	3	3	3	4	7,5
<b>12</b>	2	3	4	3	2	3	7,08
<b>13</b>	2	2	4	3	2	3	6,67
<b>14</b>	3	3	4	4	3	4	8,75
<b>15</b>	3	4	4	4	4	4	9,58
<b>16</b>	SC	3	3	2	2	3	6,5
<b>17</b>	1	3	4	3	2	2	7,5
<b>18</b>	2	4	4	4	3	4	8,75
<b>19</b>	3	3	4	3	2	3	7,5
<b>20</b>	SC	3	1	2	3	2	5,5
<b>21</b>	SC	2	1	2	3	2	5
<b>22</b>	4	3	1	2	3	2	6,25
<b>23</b>	3	2	1	3	3	3	6,25
<b>24</b>	4	3	2	2	4	3	7,5
<b>25</b>	4	2	2	2	3	3	6,67

<b>26</b>	4	2	2	3	3	2	6,67
<b>27</b>	3	3	4	4	4	3	8,75
<b>28</b>	2	3	3	3	3	3	7,08
<b>29</b>	3	4	4	4	3	4	9,17
<b>30</b>	3	3	4	3	3	4	8,33

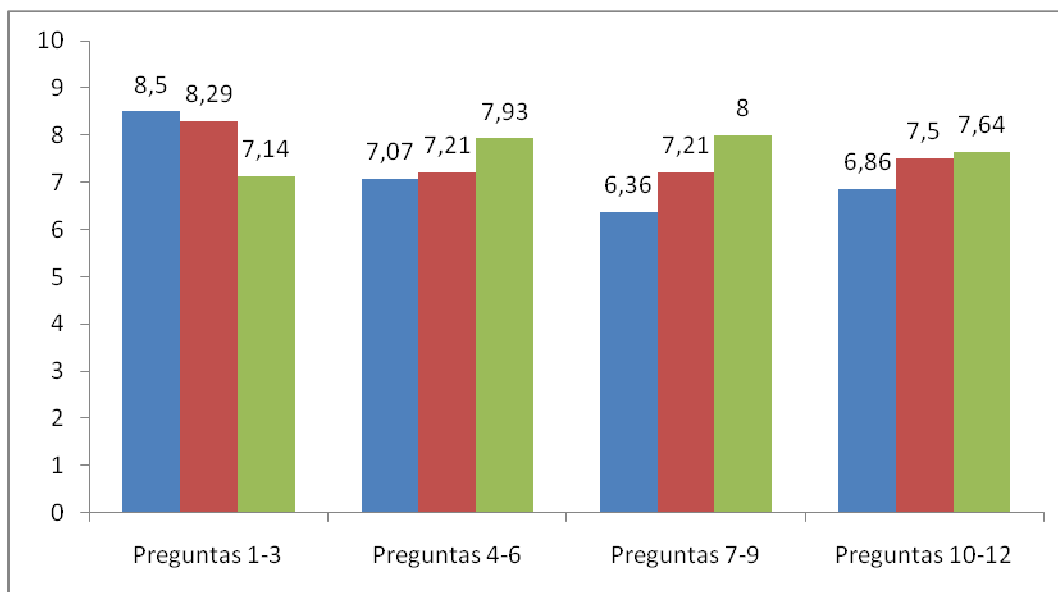
Tabla 14. Resultados Cuestionario 3-Profesores. (Elaboración propia)

**F) OTROS GRÁFICOS DE RESULTADOS****Cuestionario 1 Grupo A**

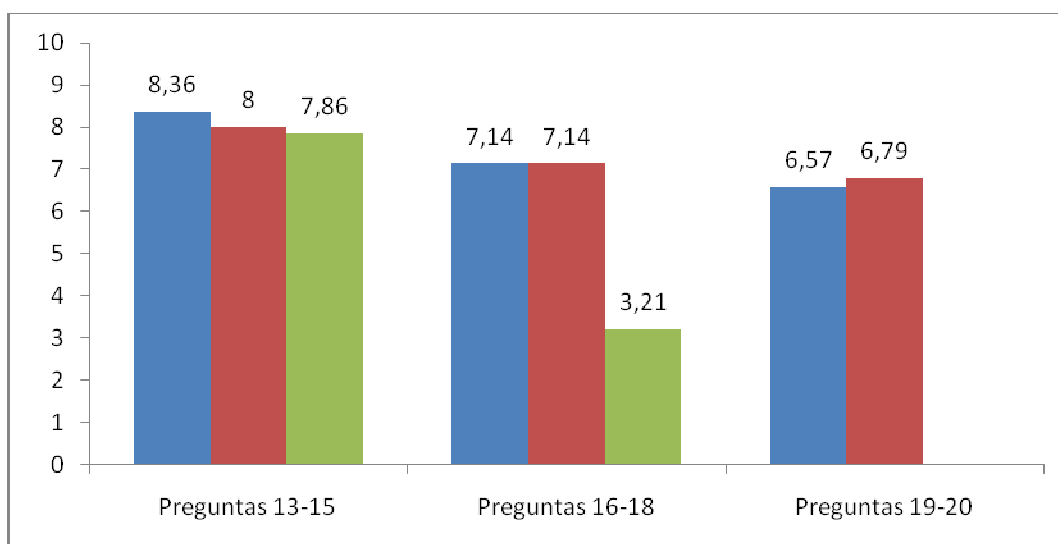
*Figura 57. Resultados Cuestionario 1 Grupo A detallado-1. (Elaboración propia)*



*Figura 58. Resultados Cuestionario 1 Grupo A detallado-2. (Elaboración propia)*

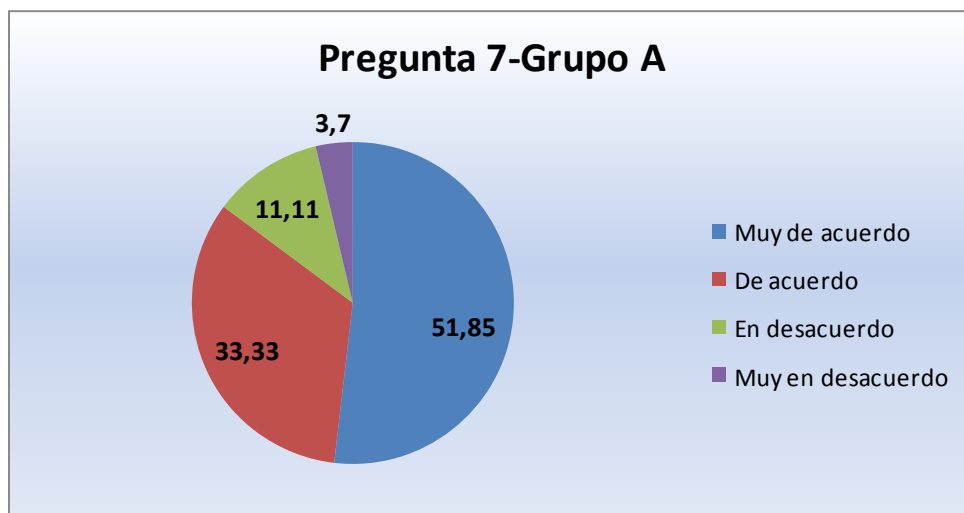
**Cuestionario 1 Grupo B**

*Figura 59. Resultados Cuestionario 1 Grupo B detallado-1. (Elaboración propia)*

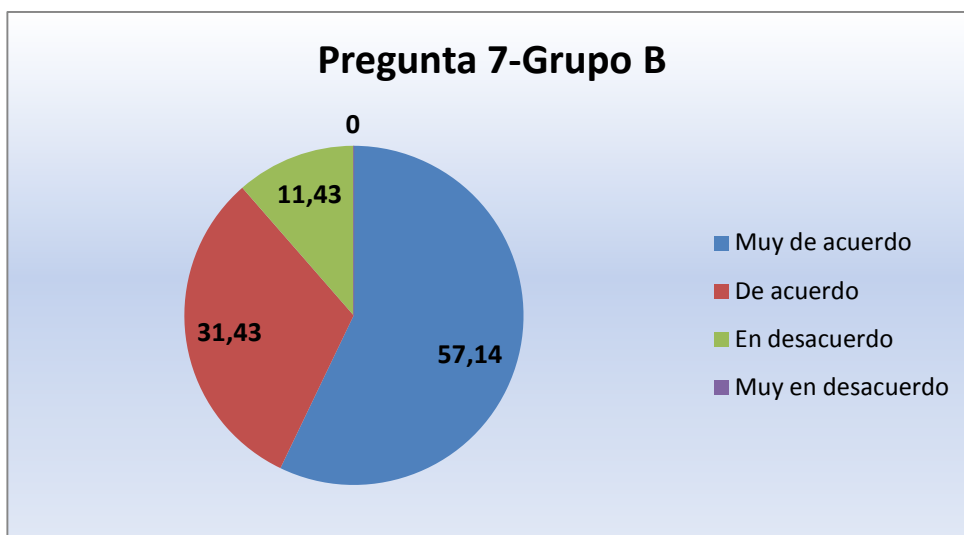


*Figura 60. Resultados Cuestionario 1 Grupo B detallado-2. (Elaboración propia)*

**G) DIAGRAMAS PARA CONTRASTAR LA HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN DEL TRABAJO**



*Figura 61. Resultados Pregunta 7 Grupo A. (Elaboración propia)*



*Figura 62. Resultados Pregunta 7 Grupo B. (Elaboración propia)*

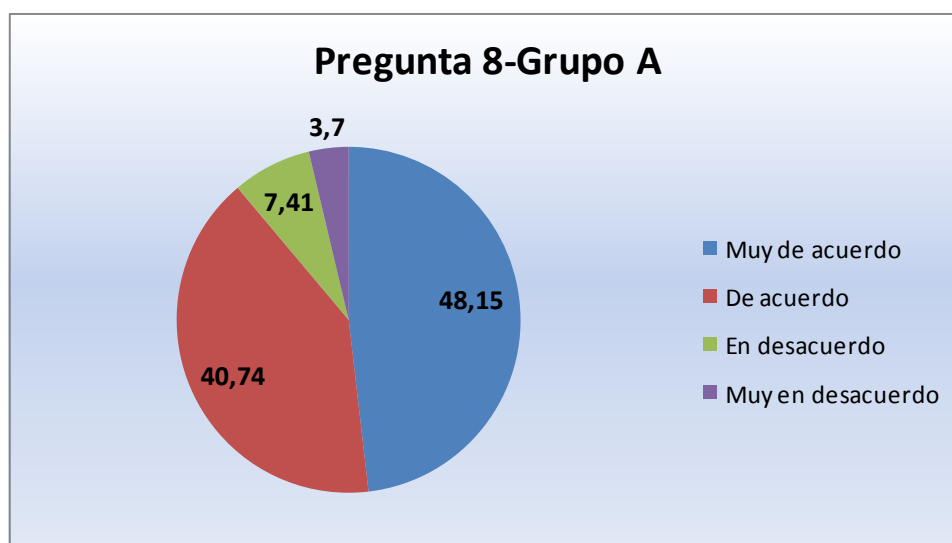


Figura 63. Resultados Pregunta 8 Grupo A. (Elaboración propia)

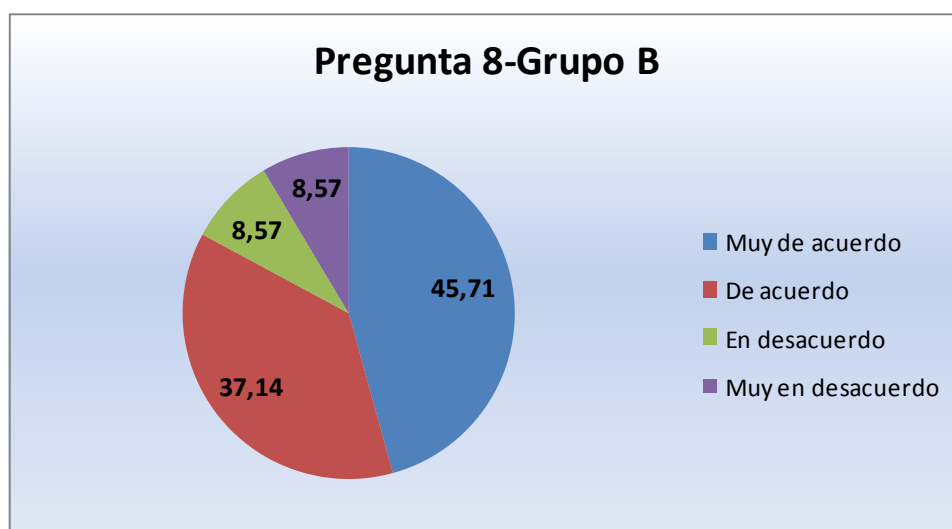


Figura 64. Resultados Pregunta 8 Grupo B. (Elaboración propia)

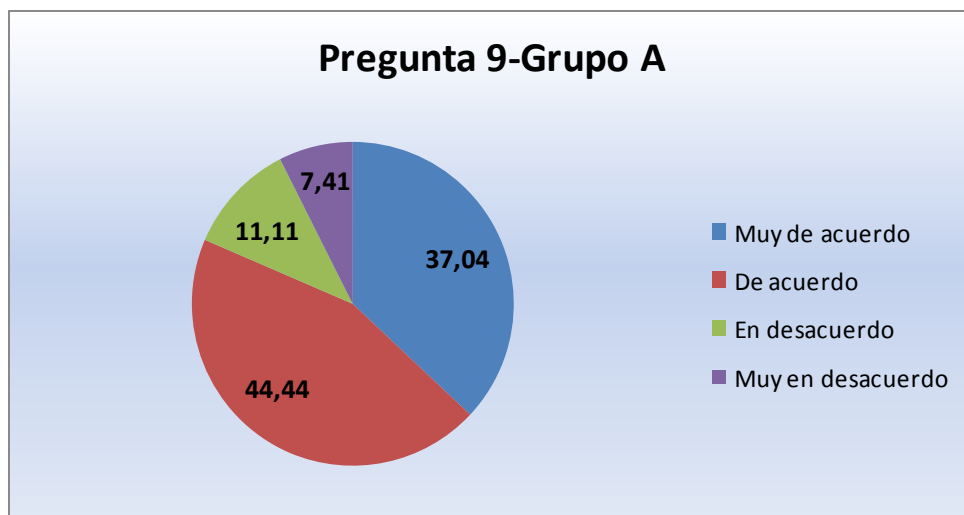


Figura 65. Resultados Pregunta 9 Grupo A. (Elaboración propia)

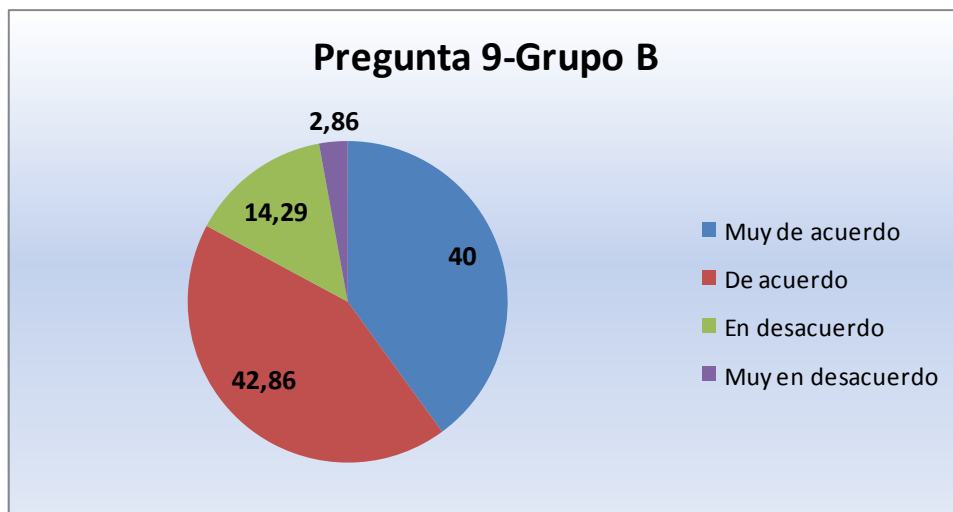


Figura 66. Resultados Pregunta 9 Grupo B. (Elaboración propia)

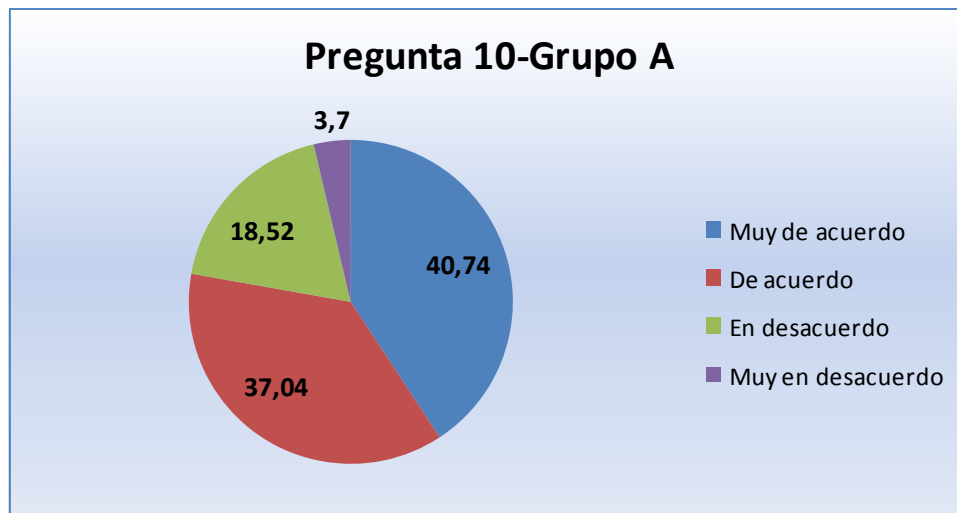


Figura 67. Resultados Pregunta 10 Grupo A. (Elaboración propia)

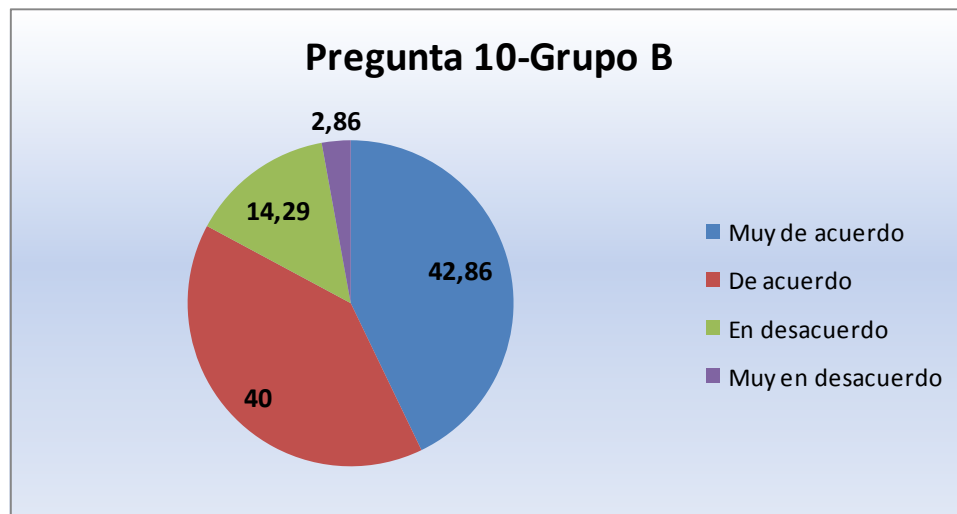


Figura 68. Resultados Pregunta 10 Grupo B. (Elaboración propia)

**H) TABLAS PARA CONTRASTAR LA HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN DEL TRABAJO**

<b>Preguntas</b>	<b>Muy de acuerdo</b>	<b>De acuerdo</b>	<b>En desacuerdo</b>	<b>Muy en desacuerdo</b>	<b>Total</b>
<b>Pregunta 7 Grupo A</b>	14/51,85%	9/33,33%	3/11,11%	1/3,70%	27/100%
<b>Pregunta 7 Grupo B</b>	20/57,14%	11/31,43%	4/11,43%	0/0%	35/100%
<b>Pregunta 8 Grupo A</b>	13/48,15%	11/40,74%	2/7,41%	1/3,70%	27/100%
<b>Pregunta 8 Grupo B</b>	16/45,71%	13/37,14%	3/8,57%	3/8,57%	35/100%
<b>Pregunta 9 Grupo A</b>	10/37,04%	12/44,44%	3/11,11%	2/7,41%	27/100%
<b>Pregunta 9 Grupo B</b>	14/40%	15/42,86%	5/14,29%	1/2,86%	35/100%

Tabla 15. Distribución de alumnos según respuestas y Porcentajes. (Elaboración propia)

<b>Preguntas</b>	<b>% Respuestas Muy de acuerdo o De acuerdo</b>	<b>Porcentaje Medio A-B</b>
<b>Pregunta 7 Grupo A</b>	85,18%	86,88%
<b>Pregunta 7 Grupo B</b>	88,57%	
<b>Pregunta 8 Grupo A</b>	88,89%	85,87%
<b>Pregunta 8 Grupo B</b>	82,86%	
<b>Pregunta 9 Grupo A</b>	81,48%	82,17%
<b>Pregunta 9 Grupo B</b>	82,86%	
<b>Media 7-8-9 Grupo A</b>	85,18%	<b>84,97%</b>
<b>Media 7-8-9 Grupo B</b>	84,76%	

Tabla 16. Porcentajes promedio preguntas 7, 8 y 9 (Elaboración propia)

### 8.3.-Propuesta Práctica

En la primera parte de este apartado se incluye la actividad de la Wequest correspondiente a la sesión 3 del apartado 4 de Propuesta Práctica (página 60) del presente documento, mientras que en el segundo subapartado se adjuntan figuras correspondientes al citado apartado 4 que no pudieron incluirse en el cuerpo principal del trabajo como consecuencia de las limitaciones de extensión.

#### 8.3.1.-Actividad Webquest

Hasta ahora siempre hemos dicho cuando trabajábamos con los números reales, que una ecuación de segundo grado tenía solución si y sólo si el radicando era positivo o nulo, pero muchos matemáticos se preguntaron en su momento el por qué no podía tener solución una ecuación de segundo grado con el radicando negativo.

Por ejemplo, la ecuación de segundo grado  $x^2 + 1 = 0$ . Ya que, hasta el momento, si llegábamos a la expresión  $x^2 = -1$ , no estábamos en condiciones de poder obtener ningún valor de la incógnita en el conjunto  $\mathbb{R}$  de los números reales.

Por ello, se os propone que intentéis resolver, durante la hora de clase, el dilema de las ecuaciones de segundo grado cuyo radicando es negativo, así como repasar algunos conceptos vistos en clase sobre los números complejos.

Deberéis realizar un trabajo colaborativo en los grupos de 4-5 alumnos que han sido ya configurados, y que consistirá en contestar (mediante un documento Word o Writer) a las 8 preguntas cortas que se proponen a continuación, para las cuales se os adjuntan una serie de enlaces que os ayudarán a elaborar las respuestas.

También se propone una "Gran Pregunta" final, cuya contestación adecuada requerirá un mayor esfuerzo de reflexión y síntesis por vuestra parte, a partir de la integración de los conocimientos adquiridos a lo largo del proceso anterior.

Finalmente, se llevará a cabo un debate durante los últimos 15-20 minutos de clase, en el cual cada grupo expondrá sus respuestas y razonará sus conclusiones.

#### **A) PREGUNTAS CORTAS**

- 1) ¿Cómo surgió históricamente el problema de los números complejos?
- 2) ¿Qué significa el número o unidad imaginaria "i"?
- 3) ¿Qué diferencia y relación existe entre los conjuntos  $\mathbb{R}$  y  $\mathbb{C}$ ?
- 4) ¿Se puede operar con los números complejos? ¿Cuáles son las operaciones más importantes que pueden efectuarse con ellos y bajo qué formas?

5) Entre las tres formas de expresar un número complejo que se han visto en clase, ¿cuál es la más fácil de utilizar para operar? ¿Por qué?

6) ¿Podemos hallar raíces de cualquier orden a los números complejos?

7) ¿A qué se le llama “opuesto y conjugado” de un número complejo?

8) ¿Qué relación existe entre los números complejos y la geometría?

Para resolver las cuestiones anteriormente planteadas, podréis utilizar como fuentes de información útil, además de los apuntes de clase y el libro de texto, algunas de las siguientes páginas web y documentos disponibles en la red:

- 1) [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Naturales\\_complejos/index2.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Naturales_complejos/index2.htm)
- 2) <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/O9/matematicas-O9.html>
- 3) <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/lico/Libros/complejos.pdf>
- 4) <http://www.monografias.com/trabajos10/comple/comple.shtml>
- 5) <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/O8/complejos.html>
- 6) <https://rotrujil.webs.ull.es/WebAMVI/HISTORIA.pdf>
- 7) <ftp://ftp.itam.mx/pub/academico/investig/AlgMat2/clase11.pdf>

## **B) LA GRAN PREGUNTA FINAL**

Una vez contestadas las 8 preguntas anteriores y tras haber profundizado sobre el tema en estudio, deberéis responder a la siguiente pregunta:

-¿Qué coordenadas tienen los vértices de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 2? Expresadlos en todas sus formas complejas.

## **C) EVALUACIÓN**

Para evaluar esta actividad, se tendrán en cuenta los siguientes criterios:

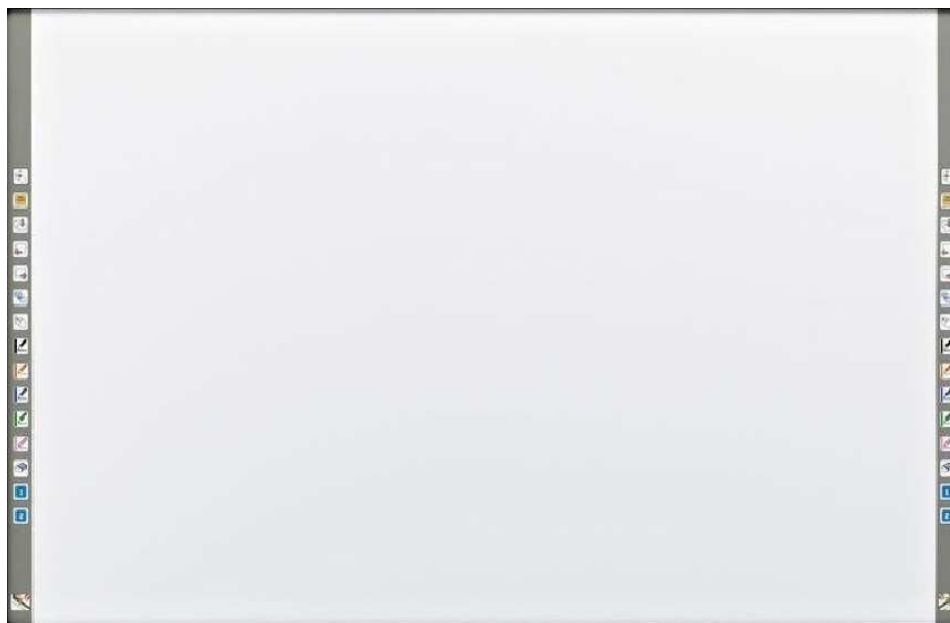
- a) La presentación del trabajo: la claridad y calidad de las respuestas, la forma de expresión, corrección ortográfica y tipográfica, puntuación adecuada, etc.
- b) Las respuestas acertadas y precisas a las preguntas planteadas.
- c) La respuesta correcta a la “Gran Pregunta”.
- d) El trabajo en equipo a nivel de participación, cooperación e interés demostrados individualmente por cada uno de los integrantes del grupo.

- e) La toma de apuntes que se haya elaborado a partir de las fuentes de información, que se pedirá a los distintos grupos para su análisis.
- f) El trabajo realizado en clase por cada uno de los componentes del grupo, demostrando tolerancia y respeto hacia los demás miembros del mismo.

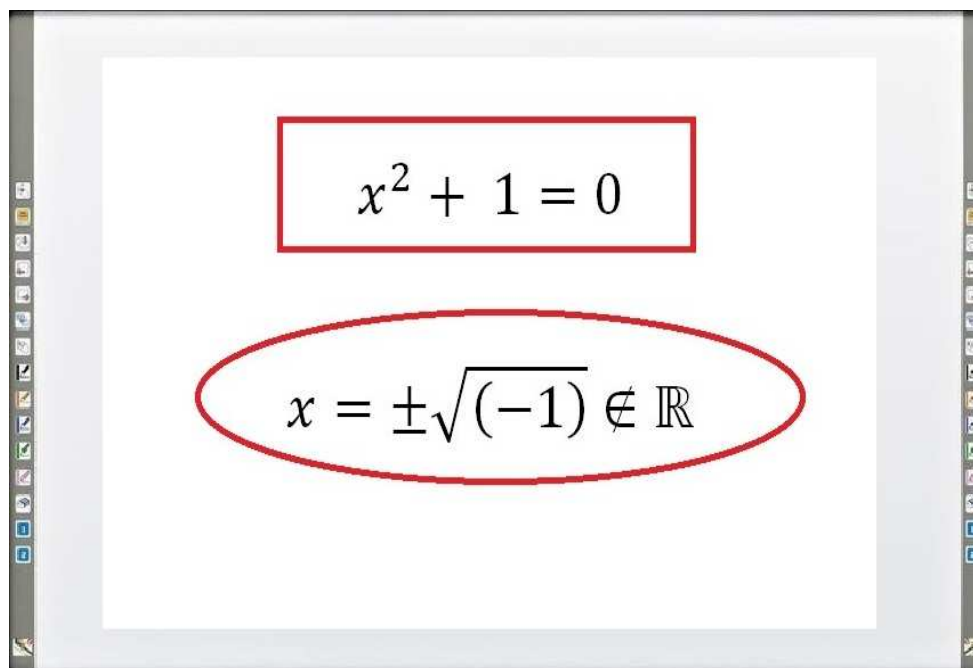
#### **D) CRÉDITOS**

Agradecimientos a las páginas web Aula21.net, PHPWebquest y Rincón Didáctico Matemáticas (Junta de Extremadura), fuentes de información en las que se ha basado principalmente esta Webquest.

#### **8.3.2.-Figuras e imágenes adicionales**

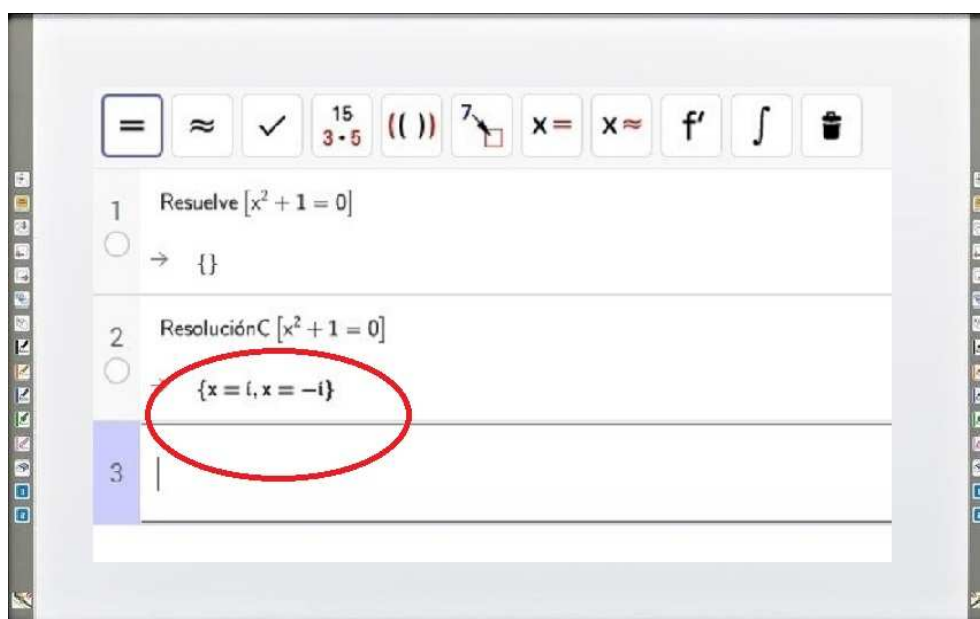


*Figura 69. Ejemplo PDI Hitachi StarBoard. (Imagen de Internet)*



The image shows a presentation slide with a white background. At the top, the equation  $x^2 + 1 = 0$  is enclosed in a red rectangular box. Below it, the solution  $x = \pm\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$  is enclosed in a red oval. The slide is framed by a grey border with small icons on the sides.

Figura 70. Irresolubilidad de la ecuación en  $\mathbb{R}$ . (Elaboración propia)



The image shows the GeoGebra interface. At the top, there is a toolbar with various mathematical symbols and functions. Below the toolbar, there are three input fields. The first field is labeled '1' and contains the text 'Resuelve  $[x^2 + 1 = 0]$ '. The second field is labeled '2' and contains the text 'ResoluciónC  $[x^2 + 1 = 0]$ '. The third field is labeled '3' and contains the text ' $\{x = i, x = -i\}$ '. The result in the third field is circled in red.

Figura 71. Resolución con GeoGebra de una ecuación. (Elaboración propia)

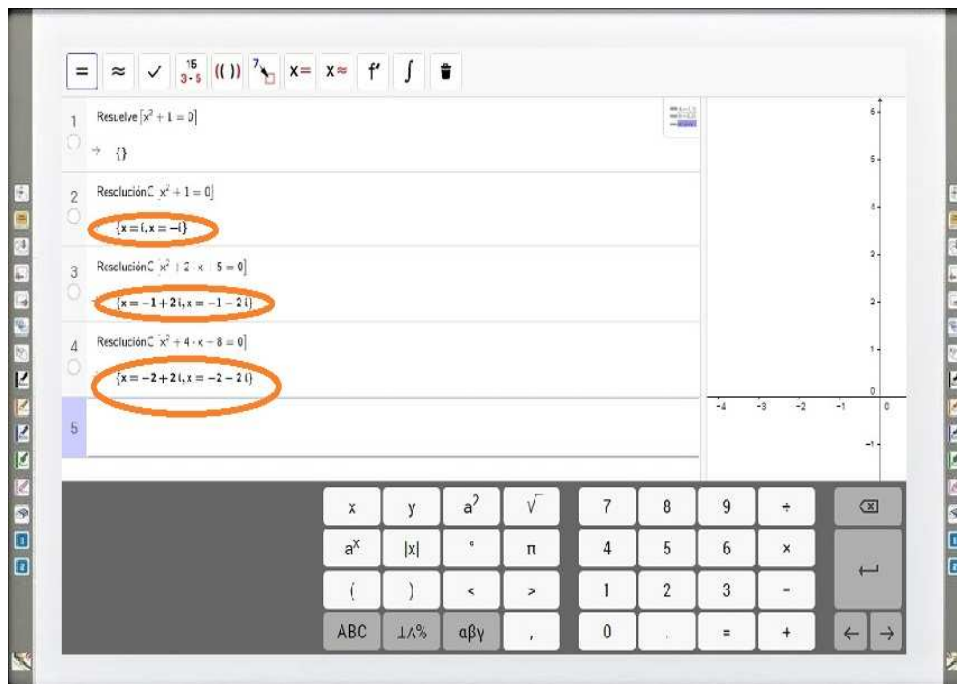


Figura 72. Resolución ecuaciones con GeoGebra. (Elaboración propia)

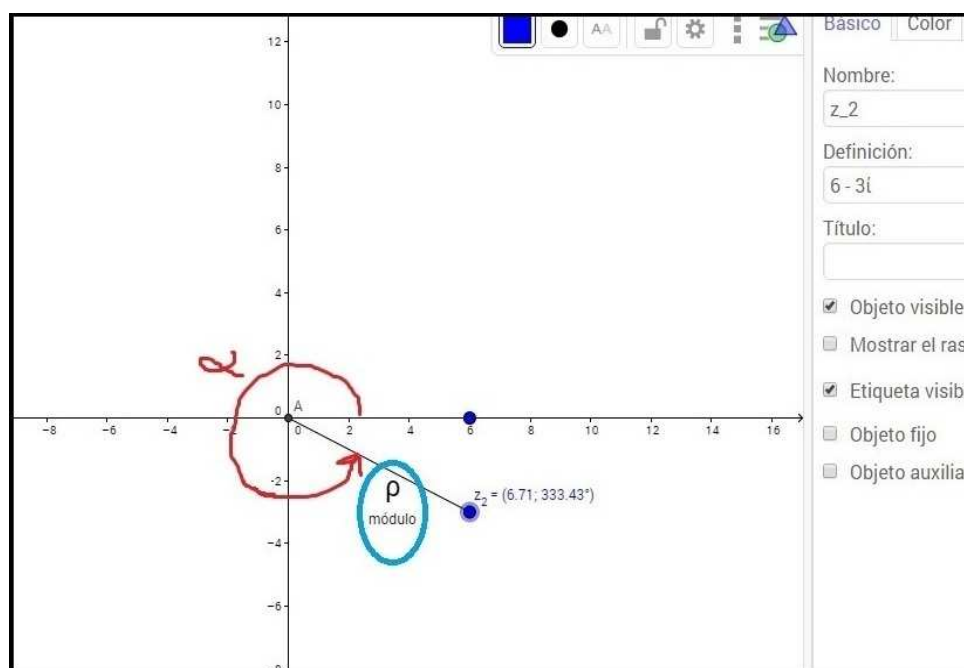


Figura 73. Representación módulo/argumento-GeoGebra. (Elaboración propia)

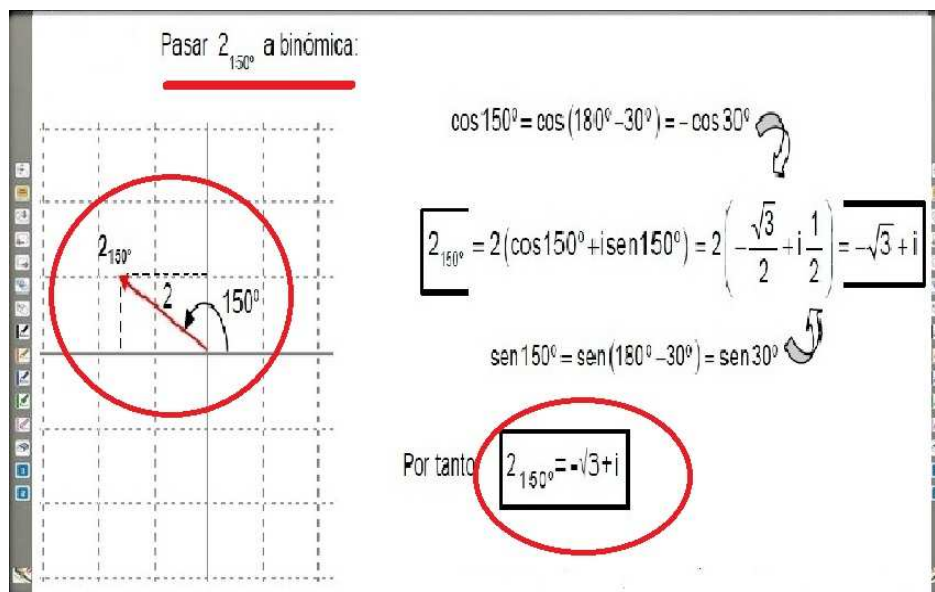


Figura 74. Resolución de ejercicios. (Adaptación de González, s.f., p. 8)

COMPLETAR EN CADA CASO				
COMPLEJO $z$	PARTE REAL $\text{Re}(z)$	PARTE IMAGINARIA $\text{Im}(z)$	OPUESTO $-z$	CONJUGADO $\bar{z}$
$z=2+3i$	$\text{Re}(z)=2$	$\text{Im}(z)=3$	$-z=-2-3i$	$\bar{z}=2-3i$
$z=3-i$				
$z=1+i$				
$z=3-3\sqrt{3}i$				
$z=3$				
$z=-2i$				
$z=i$				

Figura 75. Resolución de ejercicios. (Adaptación de González, s.f., p. 13)



Figura 76. Página de Wikispaces. (Internet)

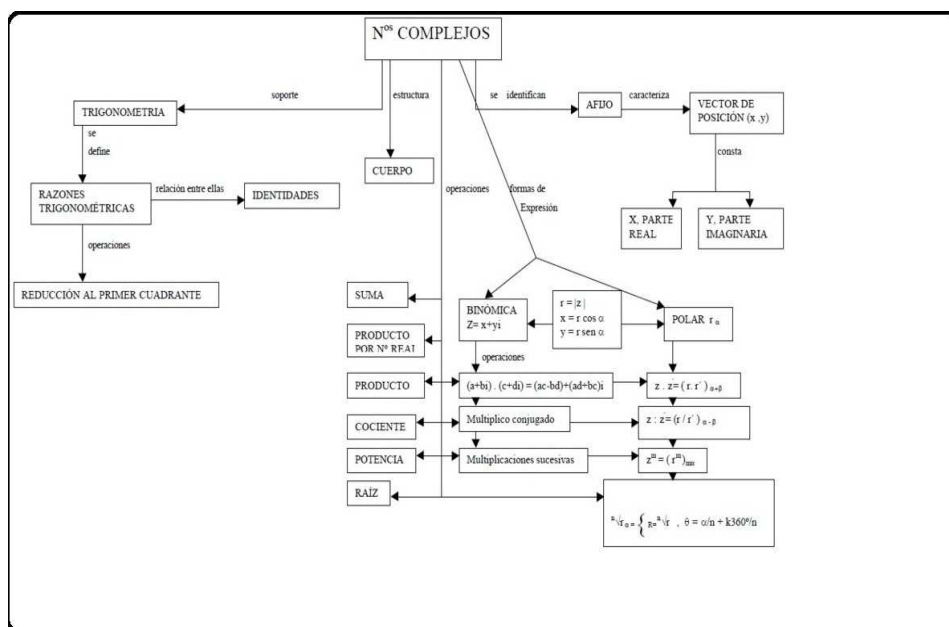


Figura 77. Ejemplo Mapa Conceptual Números Complejos. (Internet)