

Universidad Internacional de La Rioja  
Facultad de Educación

# Talleres para trabajar la suma y la resta con materiales manipulativos en 1º de Educación Primaria

**Trabajo fin de grado presentado por:** Roser González Górriz  
**Titulación:** Grado de Maestro en Educación Primaria  
**Línea de investigación:** Proyecto didáctico  
**Director/a:** María Luz Diago Egaña

Ciudad: Barcelona

29 de enero de 2016

Firmado por:



**CATEGORÍA TESAURO:** 1.1.8 Métodos pedagógicos, 1.7.1 Recursos didácticos convencionales

## RESUMEN

Las matemáticas forman parte de nuestras vidas, siendo de vital importancia tanto para el mundo de los negocios, el arte, la ciencia y la tecnología como para la resolución problemas y la toma de decisiones en la vida cotidiana (Martínez Padrón ,2005).

Los objetivos generales de este trabajo fueron ahondar en el conocimiento de los principales modelos pedagógicos utilizados en el área de matemáticas empleando materiales manipulativos, y estudiar los beneficios que aporta el trabajo con estos materiales a la adquisición de una buena competencia matemática en los alumnos.

A continuación, realizar un proyecto didáctico dirigido a alumnos de 1º de Primaria para trabajar la suma y la resta con materiales manipulativos.

Los resultados obtenidos muestran que los materiales manipulativos facilitan la comprensión y la abstracción de los conceptos matemáticos, promueven un aprendizaje significativo y contribuyen al logro de una buena competencia en esta área.

### **Palabras clave:**

Matemáticas, materiales manipulativos, aprendizaje significativo, metodología activa, Educación Primaria

## ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN .....	3
1.1.	LA SITUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EL ÁMBITO EDUCATIVO ESPAÑOL.....	3
1.2.	LA METODOLOGÍA UTILIZADA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.....	3
1.3.	JUSTIFICACIÓN DEL TFG .....	5
2.	OBJETIVOS .....	7
2.1.	OBJETIVOS GENERALES .....	7
2.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	7
3.	MARCO TEÓRICO .....	8
3.1.	¿QUÉ ENTENDEMOS POR COMPETENCIA MATEMÁTICA?.....	8
3.2.	MODELOS PRINCIPALES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	9
3.2.1.	<i>El empirismo</i> .....	10
3.2.2.	<i>El constructivismo</i> .....	11
3.3.	LAS MATEMÁTICAS EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.....	13
3.4.	LOS MATERIALES MANIPULATIVOS PARA EL TRABAJO DE LAS MATEMÁTICAS .....	14
3.5.	METODOLOGÍAS RELEVANTES BASADAS EN EL TRABAJO CON MATERIALES MANIPULATIVOS .....	15
3.2.1.	<i>María Montessori</i> .....	15
3.2.2.	<i>Zoltan Paul Dienes</i> .....	16
3.2.3.	<i>Mª Antònia Canals</i> .....	17
3.3.	APLICABILIDAD AL AULA DE PRIMARIA .....	18
4.	CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROPUESTA .....	19
4.1.	CARACTERÍSTICAS DEL ENTORNO.....	19
4.2.	CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO .....	19
5.	PROYECTO DE AULA .....	20
5.1.	METODOLOGÍA DE TRABAJO .....	20
5.2.	PROYECTO DIDÁCTICO.....	20
6.	CONCLUSIONES .....	37
7.	CONSIDERACIONES FINALES.....	38
8.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	40
8.1.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	40
8.2.	BIBLIOGRAFÍA .....	42
9.	ANEXO 1.....	43
10.	ANEXO 2.....	43
11.	ANEXO 3.....	44
12.	ANEXO 4.....	44
13.	ANEXO 5.....	45
14.	ANEXO 6.....	45
15.	ANEXO 7.....	51

## **1. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. LA SITUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EL ÁMBITO EDUCATIVO ESPAÑOL**

Las matemáticas forman parte de nuestras vidas. Esta afirmación es innegable, pues, desde que nacemos, los números nos rodean, las operaciones matemáticas básicas nos ayudan en la vida cotidiana, la lógica nos permite solventar problemas,... Y aunque es una de las áreas más usadas fuera del ámbito escolar y académico, también es de las áreas que crea más miedo o rechazo en los estudiantes. Como afirma Martínez Padrón (2005):

El papel que juega la Matemática en la sociedad actual continúa siendo de vital importancia ... No obstante, cuando esta área del saber es abordada en las aulas de clase donde es enseñada, el panorama resulta casi siempre desalentador debido a que hay quienes creen que ella es misteriosa, aburrida, compleja, no digerible por todos y resulta difícil de aprenderla. Quizás éstas sean algunas de las razones por las que suele gustar a un reducido grupo de estudiantes, tiende a ser aborrecida u odiada por quienes no la entienden generando, en consecuencia, frustración, angustia y aversión casi colectiva, en vez de satisfacciones por los logros obtenidos.

Para muchos alumnos, tanto desde los primeros cursos de Primaria hasta en los cursos de estudios superiores, la asignatura de matemáticas es el área que más problemas les traen, y así se refleja en los últimos estudios PISA realizados en 2012. Según este informe, la competencia matemática de los alumnos españoles, que es de 484 puntos, se encuentra por debajo de la media de la Unión Europea, la cual es de 494 puntos; y también señala que el 24% de los alumnos españoles tiene un nivel bajo de rendimiento en esta área, es decir, que 1 de cada 4 alumnos no tiene un dominio básico de competencia matemática.

### **1.2. LA METODOLOGÍA UTILIZADA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS**

Desde el siglo pasado, con la Revolución Industrial, la sociedad ha evolucionado y cambiado a un ritmo frenético, por no hablar de los avances científicos y tecnológicos, pero parece que el ámbito educativo no ha sabido progresar al mismo ritmo para adaptar la metodología a las necesidades del alumnado actual. En una entrevista emitida en el programa Redes de RTVE en 2011, Sir Ken Robinson afirmaba:

Mi experiencia es que la mayor parte de nuestros sistemas educativos están desfasados. Son anacrónicos. Se crearon en el pasado, en una época distinta, para responder a retos diferentes. Con el tiempo, se han vuelto cada vez más limitados. ... La revolución industrial forjó nuestro mundo, pero también fraguó nuestros sistemas educativos: ¡tenemos un sistema de educación industrial!

En la actualidad hay algunos centros educativos que están aplicando cambios metodológicos importantes e innovadores, orientados a mejorar la formación de sus alumnos, como es el caso de las escuelas Jesuitas de Catalunya con el proyecto Horizonte 2020, en el cual han decidido eliminar asignaturas, horarios y exámenes, y pretenden utilizar una metodología basada en el trabajo por proyectos.

Pero todavía hay escuelas que siguen con una metodología más tradicional, donde la transmisión de conceptos es el objetivo principal y el libro de texto es el único recurso de enseñanza. De esta manera, en las escuelas tradicionales, “si se enseña matemáticas asignando una importancia fundamental a la memorización de conceptos y técnicas, sin preocuparse de que el alumno comprenda las estructuras que justifican estas reglas, se fomenta una visión de las matemáticas de tipo mecánico” (Font, 1994). Según Font (1994), esta manera de enseñar las matemáticas puede llevar a los alumnos que tengan dificultades para el aprendizaje de esta área a frustrarse, a tener un bajo autoconcepto y a perder la motivación, y esto puede llevar a que estos alumnos generen expectativas de fracaso ante nuevos aprendizajes.

Son muchos los que han defendido que las personas aprendemos haciendo. Desde Aristóteles cuando dijo “lo que tenemos que aprender, lo aprendemos haciendo”, ha habido muchos psicólogos y pedagogos que han defendido al largo de los siglos que la mejor forma de aprender es por medio de la experiencia. Uno de los máximos exponentes del “aprender haciendo” es John Dewey, el cual afirmaba: “Cuando el niño llega al aula ya es intensamente activo, y el cometido de la educación consiste en tomar a su cargo esta actividad y orientarla” (Dewey, citado en Pedagogía, 2011). Es importante para el niño, y más en el inicio de su vida escolar, aprender de una manera dinámica y motivadora para ellos, adaptando los saberes a sus capacidades e intereses, y de manera que puedan comprender la utilidad o aplicación de lo que están aprendiendo. Y una buena herramienta para conseguir dichos propósitos son los materiales manipulativos.

### 1.3. JUSTIFICACIÓN DEL TFG

Los motivos principales por los que hemos decidido realizar el TFG centrado en el trabajo de la suma y la resta con materiales manipulativos son los siguientes. Por un lado, se ha escogido el área de las matemáticas por el interés personal de la autora de este TFG por esta materia, así como para diseñar un proyecto didáctico que ayude a promover actitudes positivas en los alumnos acerca esta asignatura. Por otro lado, se ha decidido que el proyecto se centrará en el trabajo de la suma y la resta porque son las dos primeras operaciones básicas que se trabajan en 1º de Primaria y sobre las que se construirán los nuevos conocimientos del área en cursos posteriores. Además, la elección de trabajar con materiales manipulativos para realizar las actividades del proyecto es debido a, en primer lugar, por el interés personal de la autora del TFG por las metodologías activas y participativas en el ámbito educativo, y después por los beneficios que el trabajo con estos materiales nos ofrecen y que comentaremos en apartados posteriores.

En la actualidad, la autora ejerce como maestra de Educación Infantil en un centro educativo en el cual se trabaja, tanto en la etapa de Infantil como en la de Primaria, con una metodología tradicional, en la cual el profesor es el encargado de transmitir conocimientos a los alumnos, que permanecen pasivos, y donde se trabaja únicamente con libros de texto. Entre el alumnado de este centro, hay niños provenientes de otros países y no comprenden nuestro idioma; por esta razón, resulta complicado impartir los contenidos de las diversas áreas del currículo siguiendo una metodología tradicional y que todos los niños alcancen los objetivos mínimos establecidos para el curso. Por eso nos pareció interesante proponer unas actividades en las cuales se aborden los contenidos desde una vertiente más procedimental, para que todos los alumnos sean capaces de participar y aprender, y además aprovechar un lenguaje universal y conocido en todos los países del mundo como son las matemáticas.

Como se comentará en el apartado del marco teórico, hemos optado por seguir una metodología centrada en el uso de materiales manipulativos porque consideramos que son recursos atractivos y motivadores para los niños, fomentan su autonomía, respetan las diferencias individuales, ayudan a consolidar los aprendizajes y facilitan el paso hacia la abstracción de los conceptos matemáticos, y contribuyen a generar en los alumnos una buena actitud hacia las matemáticas.

Hemos decidido dirigir el proyecto educativo del TFG a los alumnos de 1º de Primaria del centro donde trabajamos, porque es el curso en el que se empieza la educación obligatoria y se construyen las bases donde se asentarán los aprendizajes de toda la escolaridad.

Para la realización de este TFG seguimos el siguiente procedimiento metodológico. En primer lugar, se realizó una revisión bibliográfica de los principales modelos teóricos del aprendizaje de las matemáticas y de metodologías centradas en el trabajo de las matemáticas con materiales manipulativos. En segundo lugar, nos centramos en las orientaciones marcadas por el currículo vigente para la etapa de Primaria en el área de matemáticas y seleccionamos los objetivos, las competencias y los contenidos a trabajar en las actividades que diseñamos. En tercer lugar, realizamos una revisión bibliográfica y una posterior selección de los materiales manipulativos que contribuían a la consecución de los objetivos didácticos propuestos. Y finalmente diseñamos una serie de actividades para trabajar la suma y la resta con estos materiales didácticos.

## 2. OBJETIVOS

Los objetivos de este trabajo fueron los siguientes.

### 2.1. OBJETIVOS GENERALES

Los objetivos generales de este trabajo fueron dos. En primer lugar, quisimos profundizar sobre los principales modelos pedagógicos utilizados en el área de matemáticas y de las principales metodologías centradas en el trabajo del área con materiales manipulativos. Para, posteriormente, realizar una propuesta educativa para los alumnos de 1º de Primaria del colegio *Sant Francesc Xavier* en la que, a través de talleres y a partir de materiales manipulativos, se trabajen la suma y la resta para reforzar y consolidar los aprendizajes realizados en el aula ordinaria.

### 2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Los objetivos específicos de este trabajo fueron:

- Realizar una revisión bibliográfica de los principales modelos pedagógicos utilizados en el área de matemáticas y de las principales metodologías centradas en el trabajo del área con materiales manipulativos.
- Seleccionar y diseñar actividades educativas en las que:
  - El niño tenga un papel activo y sea el protagonista de su propio aprendizaje
  - Las actividades planteadas sean motivadoras y significativas para los alumnos
  - Los materiales utilizados ayuden al niño a comprender y reforzar el conocimiento de los conceptos trabajados en cada actividad.
- Diseñar un proyecto educativo para, mediante talleres y utilizando materiales manipulativos, trabajar la suma y la resta con alumnos de 1º de Primaria.



### 3. MARCO TEÓRICO

#### 3.1. ¿QUÉ ENTENDEMOS POR COMPETENCIA MATEMÁTICA?

Como hemos comentado en el apartado anterior, los resultados de las pruebas PISA (2012) han revelado que los alumnos españoles tienen una competencia matemática inferior a la media europea. Pero, ¿qué entendemos por competencia matemática?

Según Llinares (2003), la competencia matemática de los niños se desarrollará a lo largo del tiempo y el grado de competencia dependerá del tipo de actividad matemática realizada. Las diferentes actividades que se plantean a los alumnos en el aula promueven un determinado nivel de exigencia cognitiva y social para llegar a un aprendizaje concreto; en función de la naturaleza de la tarea, el alumno pondrá en marcha unos determinados procedimientos cognitivos para lograr su consecución, los cuales le llevarán a desarrollar unas habilidades y destrezas concretas.

Por ejemplo, si la actividad matemática de los niños se centra en leer el libro de texto y repetir los ejercicios de forma mecánica, los alumnos solamente aprenderán a memorizar algoritmos de cálculo y a entender las matemáticas como una serie de procedimientos a seguir. En cambio, si la tarea exige a los alumnos que, a partir de una situación, desarrollen sus capacidades de formulación, representación y comunicación de problemas matemáticos, Llinares (2003) defiende que así se consigue una competencia matemática más completa.

Para Llinares (2003), existen 5 dimensiones que afectan a la competencia matemática en los alumnos de la etapa de Primaria:

1) La comprensión conceptual

Es la manera en como el niño representa mentalmente los contenidos matemáticos y relaciona las diferentes partes de estos para su uso en la resolución de problemas.

2) El desarrollo de destrezas procedimentales

Las destrezas procedimentales son la manera en que el niño lleva a cabo los procedimientos y los algoritmos matemáticos. El alumno debe conocer

cómo y cuándo utilizarlos de forma eficaz y apropiada, y ser flexible para poder adaptarlos a las diferentes actividades.

El desarrollo de las destrezas procedimentales ha de estar vinculada con la comprensión conceptual de los conceptos que forman parte de estos procedimientos. Si, por ejemplo, los alumnos no comprenden los conceptos en que se basan los algoritmos, deberán memorizar los pasos a seguir para llevarlo a cabo con éxito, de manera que es posible que olviden algún paso a seguir o no puedan adaptar este procedimiento a otras situaciones.

3) Las habilidades de comunicación y argumentación matemática

Son las habilidades del niño de explicar y justificar los procesos que ha seguido para resolver una tarea y los resultados obtenidos. Están relacionadas con la comprensión conceptual y las destrezas procedimentales.

4) El pensamiento estratégico

Es la manera en que el niño formula, representa y resuelve los problemas que se le plantean. Es necesario que el alumno tenga nociones de los tres puntos anteriores para desarrollar el pensamiento estratégico.

5) El desarrollo de actitudes positivas

Es necesario que el niño se vea capaz de resolver las actividades matemáticas y que, al mismo tiempo, considere los contenidos matemáticos que aprenda como útiles y con sentido para su vida.

Para lograr una buena competencia matemática, es necesario que estas dimensiones se desarrollen al mismo tiempo, ya que están interrelacionadas.

### **3.2. MODELOS PRINCIPALES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Existen diversas estrategias para enseñar las matemáticas en la etapa de Primaria, pero todas ellas están englobadas dentro de uno de los dos modelos teóricos más relevantes sobre el aprendizaje matemático de los alumnos: el empirismo y el constructivismo (Ruiz Higuera, 2003).

### 3.2.1. El empirismo

Como dice Ruiz Higuera (2003): “Esta concepción de aprendizaje toma su fundamento en una concepción espontánea que está presente en la mayoría del profesorado: “el alumno aprende lo que el profesor explica en clase y no aprende nada de aquello que no explica”. Según esta concepción, el maestro realiza un transvase de conocimientos al alumno, el cual se considera que no es capaz de crear conocimientos y su acción se limita a absorber los contenidos que se le transmiten. Y el alumno no debe equivocarse, pues el error está relacionado con el fracaso, puesto que le impide tener éxito en su tarea. De este modo, las actividades matemáticas del modelo empirista estarán preparadas de modo que el alumno tenga pocas ocasiones de encontrarse con el error, y en las pruebas deberá demostrar que ha aprendido correctamente los contenidos si no comete errores.

Un ejemplo de estrategia empirista es la del aprendizaje de los algoritmos estándar escritos para las cuatro operaciones aritméticas básicas: la suma, la resta, la multiplicación y la división. Como explica Gómez (Gómez, 1999 citado en Gallardo, 2014), a principios del siglo XIX empezó a enseñarse el cálculo aritmético mediante las “cuatro reglas de cálculo”, puesto que en esta época no había un currículo obligatorio y era el maestro quien debía seleccionar los procedimientos a enseñar según su propio criterio, por lo que había en las escuelas diferentes métodos de cálculo para la misma operación. Cuando se creó un sistema general y público de enseñanza, se llevó a cabo un programa común para todos los estudiantes del mismo nivel educativo con unos contenidos mínimos a aprender, así que se optó por escoger un solo método para realizar cada operación. Y este método, conocido como “las cuatro reglas” ha llegado hasta la actualidad.

Este método de algoritmos estándar escritos para las operaciones matemáticas básicas tiene las siguientes ventajas: son métodos de cálculo muy efectivos; se puede utilizar el mismo procedimiento para resolver una operación, aunque los números sean complejos; y es un tesoro cultural que debemos cuidar, pues forma parte de la historia de la matemática (Hedrán, 1998 citado en Gallardo, 2014).

Pero también tiene detractores que defienden que el cálculo mental, para números pequeños, y la calculadora, para números elevados, pueden sustituir a los algoritmos estándar escritos, los cuales se consideran como unos procedimientos difíciles de comprender y con poca utilidad en la vida diaria (Gómez, 188; Maza, 1991 citados en Gallardo, 2014).

Aunque este modelo empirista está muy extendido entre la comunidad educativa, ha recibido también críticas basadas en que, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, los alumnos deben resolver problemas y estar en contacto con la incertidumbre y el error, pues al conocer el origen de los errores que cometen, los alumnos podrá encontrar los medios para superarlos (Ruiz Higuera, 2003).

### **3.2.2. El constructivismo**

En la actualidad, el modelo teórico utilizado en el ámbito de la educación es el constructivismo. Ruiz Higuera (2003) considera que, según la corriente constructivista, el aprendizaje de conocimientos es una actividad propia del sujeto y, por tanto, “aprender matemáticas significa construir matemáticas”.

El constructivismo se apoya en las siguientes hipótesis:

- 1ª hipótesis: “el aprendizaje se apoya en la acción” (Piaget, 1973 citado por Ruiz Higuera, 2003)

Aunque en muchas ocasiones la palabra “acción” se asocia con “llevar a cabo manipulaciones”, en el ámbito matemático se refiere también a anticipar la acción concreta. Para poder anticipar adecuadamente la acción, es necesario que previamente el alumno haya realizado manipulaciones con objetos reales que le ayuden a comprender el problema planteado y a construir representaciones que, más adelante, podrá evocar mentalmente y con ellas buscar soluciones al problema. Además, con la manipulación el niño podrá comprobar sus soluciones y validar su anticipación sobre una acción concreta.

- 2ª hipótesis: en el proceso de aprendizaje, el niño pasa por estados transitorios de equilibrio y desequilibrio en los cuales los conocimientos previos se ponen en duda. Cuando es superado el desequilibrio, se

reorganizan los conocimientos de modo que los nuevos aprendizajes se integran con los anteriores (Ruiz Higuera, 2003).

De este modo, en la teoría constructivista el aprendizaje no se trata de una simple memorización, sino que para aprender es necesario volver atrás, dudar de lo que sabemos y repetir los nuevos aprendizajes comprendiendo lo que se hace y el por qué.

- 3ª hipótesis: “la utilización y la destrucción de los conocimientos precedentes forman parte del acto de aprender” (Brousseau, 1998 citado por Ruiz Higuera, 2003).

El aprendizaje no se realiza por una simple acumulación de saberes unos sobre otros. Es necesario tener en cuenta los conocimientos previos de los alumnos para construir los nuevos aprendizajes, porque, para aprender, el niño debe adaptar o reestructurar sus conocimientos anteriores.

- 4ª hipótesis: “los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar la adquisición de conocimientos” (Vygotsky, 1978 citado por Ruiz Higuera, 2003). Esta idea viene de la teoría de la Zona de Desarrollo Próximo desarrollada por Vygotsky, en la cual se considera que el aprendizaje que una persona puede realizar con la ayuda de otras personas será mayor que el aprendizaje realizado por una persona sola.

Los conflictos socio-cognitivos provocan un doble desequilibrio: por un lado, un desequilibrio interindividual, a causa de las diferentes respuestas de las personas; por otro lado, un desequilibrio intraindividual, ya que las respuestas distintas proporcionadas por las otras personas hacen que el sujeto dude de su propia respuesta (Guilly, 1994 citado por Ruiz Higuera, 2003). En estos conflictos socio-cognitivos, el maestro actúa como mediador usando las puestas en común entre los alumnos.

En el ámbito del trabajo de las operaciones matemáticas básicas, en contraposición al modelo empirista de los algoritmos estándar escritos mencionados en el apartado anterior, Romero de Ávila (2004) defiende que las matemáticas deben trabajarse mediante la comprensión, el razonamiento y la

construcción personal de los conocimientos, partiendo de la realidad próxima al alumnado y utilizando los recursos que nos ofrece el entorno.

### **3.3. LAS MATEMÁTICAS EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

Para poder desarrollar un proyecto didáctico para 1º de Primaria, debemos revisar qué se dice acerca del trabajo del área de matemáticas en el currículo actual de la etapa de Primaria, es decir, el Real Decreto 126/2014.

Según este Real Decreto, las matemáticas nos permiten conocer, analizar y valorar la realidad, nos da herramientas para abordar una gran variedad de situaciones de la vida cotidiana, nos ayudan a aprender a aprender y contribuyen al desarrollo cognitivo. En la etapa de la Educación Primaria, se pretende lograr una eficaz alfabetización numérica, por lo que es necesario, no solamente dominar los algoritmos de cálculo escrito, sino también tener seguridad para utilizar los números y las cantidades e identificar las relaciones básicas que hay entre ellos.

En el área de matemáticas, los aprendizajes deberán estar basados en la experiencia, partiendo de aquellos contenidos que conocen los alumnos y utilizarlos en contextos funcionales relacionados con la vida diaria de los niños para, progresivamente, ir aumentando la complejidad de dichos conocimientos.

Los objetivos generales del área se centran en desarrollar las competencias matemáticas de los niños e iniciarlos en la resolución de problemas, en los cuales será necesario realizar operaciones elementales de cálculo, aplicar los conocimientos geométricos y realizar estimaciones, además de ser capaces de aplicar estos conocimientos a las situaciones de la vida cotidiana.

Los contenidos del área de matemáticas en la etapa de Primaria se estructuran en cinco bloques:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Bloque 2. Números
- Bloque 3. Medida
- Bloque 4. Geometría
- Bloque 5. Estadística y probabilidad

En el desarrollo de este TFG nos situaremos en el bloque 2, que es donde se enmarca el trabajo de las cuatro operaciones matemáticas básicas. En concreto, para realizar la propuesta de este trabajo nos centraremos en los siguientes contenidos del bloque 2:

- Operaciones con números naturales: adición y sustracción
- Estimación de resultados
- Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas
- Propiedades de las operaciones y relaciones entre ellas utilizando números naturales.

### **3.4. LOS MATERIALES MANIPULATIVOS PARA EL TRABAJO DE LAS MATEMÁTICAS**

Como hemos comentado en el apartado 3.2.2. *El constructivismo*, para poder anticipar la acción matemática, el niño deberá haber realizado previamente manipulaciones con objetos reales que le ayuden a la comprensión, a la representación y a una posterior evocación. Por tanto, entendemos que para llegar a un buen nivel de abstracción, el niño habrá trabajado anteriormente con materiales manipulativos los conceptos a aprender.

Según González Marí (2010), los beneficios del trabajo de las matemáticas con materiales didácticos son:

- Los recursos y materiales didácticos permiten trabajar conceptos e ideas matemáticas, analizando sus propiedades y facilitando el paso hacia su abstracción
- Son recursos atractivos y estimulantes que influyen positivamente en la actitud de los alumnos hacia las matemáticas. Además permiten que la mayoría de los alumnos progresen más y mejor que otros enfoques y procedimientos
- Los materiales didácticos favorecen la autonomía de los niños
- El trabajo con estos materiales proporciona un ambiente adecuado en el cual plantear situaciones-problema

- Con los materiales manipulativos se respetan las diferencias individuales de los niños, pues las actividades son fácilmente adaptables a cualquier nivel y a las necesidades educativas del grupo de alumnos
- Favorecen el trabajo en grupo, de manera que pueda haber colaboración, diálogo y debate entre los niños y con el profesor
- Estos recursos didácticos permiten diagnosticar y evaluar la comprensión que tienen los alumnos acerca de los conocimientos matemáticos trabajados.

González Marí (2010) añade que para que se produzcan estos beneficios, es necesario que se cumplan las siguientes condiciones:

- El profesor debe conocer el material didáctico y sus posibilidades
- El profesor ha de estar convencido de que su uso facilitará el aprendizaje, pero no debe esperar unos resultados a corto plazo, pues sus beneficios se apreciarán a medio y largo plazo
- Es necesario que se utilicen de forma sistemática y planificada, ya que si solamente se utilizan esporádicamente, su influencia en el trabajo de los alumnos será mínima.

### **3.5. METODOLOGÍAS RELEVANTES BASADAS EN EL TRABAJO CON MATERIALES MANIPULATIVOS**

A lo largo de la historia, ha habido grandes pedagogos y personas vinculadas al mundo de la educación que han elaborado y utilizado los materiales manipulativos como parte de su metodología pedagógica. A continuación destacaremos algunos de los más relevantes, centrándonos en especial en aquellos que han diseñado y utilizado materiales manipulativos para el trabajo de las matemáticas.

#### **1.1.1. María Montessori**

María Montessori (1870–1952) es uno de los grandes referentes en el trabajo con materiales manipulativos. Esta mujer italiana fue médica, psicóloga, antropóloga y pedagoga, toda una revolución para su época. Dedicó su vida a defender los derechos de la mujer y el respeto por la infancia. A partir del trabajo que realizaba en clínicas con niños con retraso mental, empezó a



desarrollar una metodología pedagógica para educar a través de los sentidos. En 1907 inauguró su primera “Casa dei Bambini” en la que puso en práctica su pedagogía. Gracias a los grandes progresos que realizaban los niños con esta forma de trabajar, rápidamente se fueron ampliando las “Case dei Bambini” y se fue difundiendo este nuevo enfoque educativo por todo el mundo.

Su método, basado en la observación y en los conocimientos científicos del proceso evolutivo del niño, ofrece una respuesta integral y continua a las exigencias vitales de la persona, y se desarrolla en un ambiente preparado y con materiales específicos adaptados a cada etapa del desarrollo del ser humano. El niño es el centro en este enfoque educativo, y el papel del profesor es el de proporcionar las circunstancias necesarias y guiar a sus alumnos para que ellos, mediante su propia actividad, puedan alcanzar sus potencialidades. En el método Montessori se respeta el ritmo individual de cada niño y se les ofrece libertad para que ellos, en un entorno preparado según sus necesidades particulares, puedan desarrollarse con autonomía y a su propio ritmo. Las diferentes áreas del conocimiento de trabajan de manera integrada, los aprendizajes se apoyan unos con otros y se entiende el error como parte del proceso de aprendizaje, por lo que no es castigado ni señalado. Montessori creó una serie de materiales para atraer la atención de los niños y para favorecer el aprendizaje a través de la experiencia sensorial. Cada material tenía una función específica y permitía el control de errores.

### **1.1.2. Zoltan Paul Dienes**

Zoltan Paul Dienes (1916–2014) fue un matemático húngaro conocido por su contribución al aprendizaje de las matemáticas. Dienes desarrolló teorías sobre cómo las estructuras matemáticas pueden desarrollarse desde los primeros años utilizando materiales manipulativos, juegos, canciones y bailes.

Este matemático fue de los primeros en reconocer la importancia de los conocimientos previos de los niños, así como que el conocimiento y las habilidades se organizan en torno a la experiencia.

Desarrolló una teoría acerca del aprendizaje de las matemáticas basada en 6 etapas, las cuales detallan el proceso de aprendizaje de esta área desde que el niño juega libremente con los materiales, pasando por el descubrimiento de

las relaciones entre los elementos y su abstracción, hasta que el niño es capaz de utilizar los conocimientos aprendidos y de hablar sobre ello.

Dienes también creó los bloques multibase, también conocidos como los bloques Dienes, los bloques lógicos y los materiales algebraicos, los cuales sentaron las bases para el uso de materiales manipulativos en la enseñanza contemporánea de las matemáticas.

### **1.1.3. M<sup>a</sup> Antònia Canals**

M<sup>a</sup> Antònia Canals nació en Barcelona en 1930 y es maestra y licenciada en ciencias exactas. Nacida en una familia de maestros, acudió a la escuela de sus tías, las cuales introdujeron el método Montessori en Cataluña. En 1956 fundó la “Escola Talitha” y llevó a la práctica una renovación pedagógica en la educación infantil de Cataluña, basándose en principios del método Montessori y en la pedagogía de escuela activa de Galí (1924–1939).

En 1962 fundó la “Escola Ton i Guida” en un barracón y comenzó ella sola con 42 niños de entre 4 y 6 años, el 90% de los cuales eran inmigrantes de diferentes zonas de España y se encontraban mal atendidos. Gracias a los donativos económicos de personas que creían en su proyecto, pudieron construir un edificio para la escuela. Posteriormente dejó la escuela para dar clases de didáctica de las matemáticas en diferentes universidades catalanas.

Es una pieza clave de la renovación pedagógica en Cataluña surgida después de la Guerra Civil, la cual defendía la importancia de la educación en la sociedad y estaba centrada en la creación de escuelas con una pedagogía activa. En 1965 fundó, junto a otras personas, la Asociación de Maestros Rosa Sensat de Barcelona con el objetivo de transformar la escuela y mejorar la educación. También participó en las escuelas de verano de esta asociación, desde 1966 hasta 2006, y en otros cursos y seminarios realizados por España; y a su alrededor se crearon grupos de maestros que trabajaban para mejorar la enseñanza de las matemáticas en las escuelas de nuestro país.

Como consecuencia de toda una vida entregada a la educación de las matemáticas desde diferentes ámbitos, ha recibido diversos premios y homenajes. Canals se jubiló en 2001, pero actualmente aún dirige el GAMAR

(Gabinete de Materiales y de Investigación para la Matemática en la escuela) de la Universidad de Girona y sigue formando parte de tareas de innovación en la didáctica de las matemáticas y de formación permanente del profesorado de Infantil y Primaria en Cataluña y España.

Al largo de toda su vida, Canals ha ido creando y diseñando dosieres, cuadernos y materiales manipulativos para trabajar las diferentes áreas de las matemáticas y para todas las etapas educativas. Todos sus materiales tienen el objetivo de ayudar a los niños a crear las nociones y conceptos matemáticos propios de su nivel madurativo, a progresar y consolidar los aprendizajes de las diferentes áreas matemáticas, y a trabajar de una manera lúdica pero seria a la vez, saliendo de la rutina y fomentando el esfuerzo y el placer del descubrimiento.

## **1.2. APLICABILIDAD AL AULA DE PRIMARIA**

Como hemos visto en anteriores apartados, los materiales manipulativos nos aportan grandes beneficios para el trabajo de las matemáticas en la etapa de Educación Primaria, destacando la motivación, la adaptabilidad al ritmo individual de cada niño y la ayuda hacia la abstracción de los conceptos matemáticos. También en el currículo vigente de la etapa de Primaria se defiende que los aprendizajes del área deben trabajarse a partir de la experiencia y han de ser funcionales y aplicables a las situaciones de la vida diaria.

Por eso, nos parece que la propuesta de este TFG para trabajar la suma y la resta con materiales manipulativos es aplicable a 1º de Primaria y creemos que será beneficioso para facilitar la comprensión y el aprendizaje de estos conceptos, y para establecer una base sólida sobre la que se construirán en cursos posteriores conocimientos más complejos. Además pensamos que con el uso de estos materiales aumentaremos la motivación de los alumnos y favoreceremos en ellos una actitud positiva acerca de esta área. Y, en definitiva, contribuiremos a mejorar la competencia matemática de los alumnos.

## **4. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROPUESTA**

### **4.1. CARACTERÍSTICAS DEL ENTORNO**

Este proyecto didáctico va dirigido a los alumnos de 1º de Primaria del colegio *Sant Francesc Xavier*, un centro educativo concertado situado en el barrio de Poble Sec de la ciudad de Barcelona. Las familias de nuestro alumnado tienen un nivel socio-económico bajo y son de procedencias diversas.

Tenemos a pocos alumnos por clase, entre 10 y 20 niños, lo cual nos permite una atención más personalizada y un trato más personal con las familias de los alumnos. La metodología utilizada en todos los cursos de Primaria es de carácter tradicional, basada en el modelo empirista comentado anteriormente, y la herramienta de enseñanza utilizada es el libro de texto.

En nuestro colegio, la lengua vehicular es el catalán: todas las asignaturas, excepto la de lengua castellana, la de lengua inglesa y la plástica que también realizamos en inglés, se imparten en lengua catalana y es el idioma en que están los libros de texto con que trabajamos. Gran parte de nuestro alumnado, al inicio de su escolaridad, no entiende el catalán, y muchos tampoco el castellano, por lo que tenemos en la etapa de Primaria un maestro de refuerzo que se encarga de trabajar 4 horas al día con alumnos que necesitan una atención más personalizada, ya sea por desconocimiento del idioma o por otras necesidades educativas.

### **4.2. CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO**

Este trabajo va dirigido a los alumnos de 1º de Primaria del colegio *Sant Francesc Xavier* de Barcelona.

Este curso está formado por 10 alumnos de 6 años de edad, el 60% son niñas y el 40% niños. Todos han realizado la Educación Infantil en este colegio y tienen un nivel de competencia matemática similar.

## 5. PROYECTO DE AULA

### 5.1. METODOLOGÍA DE TRABAJO

Las actividades de este proyecto didáctico están organizadas en forma de talleres y serán complementarias al trabajo ordinario de la asignatura de matemáticas en el aula. En los talleres nos centraremos en el trabajo de las dos primeras operaciones matemáticas básicas, es decir, la suma y la resta, y utilizaremos materiales manipulativos para mejorar y reforzar la comprensión de estas y conseguir una base sólida sobre la que se construirán los aprendizajes posteriores.

### 5.2. PROYECTO DIDÁCTICO

#### Talleres: trabajamos la suma y la resta con materiales manipulativos

**Índice:** El proyecto didáctico que hemos diseñado consta de los siguientes apartados. En primer lugar, hablaremos de la finalidad didáctica que perseguimos con estos talleres; a continuación, plantearemos el contexto en que se centra el proyecto y explicaremos cuál va a ser su planificación temporal. A continuación, explicaremos las actividades que se han diseñado para la consecución de los objetivos didácticos planteados. Y, finalmente, realizaremos una evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje y del proyecto educativo propuesto.

#### **A. Finalidad didáctica:**

Para la realización de este apartado, vamos a tener en cuenta las orientaciones del currículo de la Educación Primaria de Cataluña, es decir, el *Decret 119/2015*.

Las competencias básicas que se van a trabajar en este proyecto son:

1. Competencia comunicativa lingüística y audiovisual
2. Competencia matemática
6. Competencia de aprender a aprender
8. Competencia de autonomía, iniciativa personal y espíritu emprendedor

Los objetivos didácticos que pretendemos que los alumnos adquieran con este proyecto son:

- Identificar y representar los números ordinales con diferentes lenguajes: verbal, gráfico y simbólico
- Comprender los procedimientos que se utilizan para sumar y restar
- Conocer el procedimiento para sumar y restas con los materiales manipulativos que se utilizarán
- Comparar los procedimientos para sumar y restar de los diferentes materiales manipulativos usados con el procedimiento que se sigue en los algoritmos estándar de estas operaciones
- Comprobar los resultados obtenidos en las sumas y las restas por medio de los materiales manipulativos con los algoritmos estándar correspondientes.

Los contenidos que se trabajarán son:

- Comprensión de los números, sus formas de representación y del sistema de numeración
- Descripción oral, gráfica y escrita de los procesos de conteo y de cálculo
- Uso de los lenguajes verbal, gráfico y simbólico para representar los números
- Diferentes significados de la suma y la resta con números naturales
- Relación que hay entre la suma y la resta con números naturales
- Estimación de los resultados de sumas y restas
- Explicación verbal de las estrategias propias utilizadas

## **B. Contexto**

Este proyecto didáctico va dirigido a los alumnos de 1º de Primaria del colegio *Sant Francesc Xavier* de Barcelona. En este curso hay 10 alumnos de 6 años de edad.

Para ayudar a tener una mejor comprensión y un aprendizaje más significativo de los contenidos del área de matemáticas, se ha decidido que durante el curso se realizaran talleres de matemáticas con materiales manipulativos. Cada semana se va a dedicar una hora de las clases de esta asignatura a realizar estos talleres, y el maestro será el encargado de proporcionar y presentar los materiales, y de proponer las actividades que favorezcan la participación activa del alumnado, la interacción y la cooperación. El proyecto de este TFG se centrará en el primer trimestre, en el cual se va a trabajar la suma y la resta.

Antes de empezar a realizar los talleres, el maestro tendrá en cuenta los conocimientos previos de los niños a la hora de diseñar las actividades de aprendizaje. Igualmente, durante el desarrollo de las actividades, el maestro deberá tener en cuenta y respetar el ritmo de aprendizaje de cada alumno, y adaptar las actividades a las necesidades de los alumnos.

El espacio donde se realizaran los talleres será el aula de 1º, la cual tiene espacio suficiente para reorganizar las mesas según las necesidades de cada actividad.

### **C. Cronograma**

Las actividades de este proyecto se realizarán durante el primer trimestre del curso, y se destinará para ello una hora semanal de la asignatura de matemáticas, concretamente los viernes de 15 a 16h (anexo 1). Los talleres empezarán la primera semana del mes de octubre y se realizarán en el primer trimestre a lo largo de 10 sesiones (anexo 2).

### **D. Actividades de aprendizaje**

Para la realización de los talleres, se utilizarán tres materiales manipulativos concretos: las regletas de Canals, los bloques multibase de Dienes y la tabla perforada de Montessori.

Las actividades para el trabajo con cada material se han diseñado de forma que tengan una estructura similar entre ellas, de manera que los alumnos puedan establecer comparaciones entre los procedimientos utilizados para sumar y restar con los diferentes materiales. El hecho de seguir una estructura parecida en las diferentes sesiones también pensamos que permite un trabajo más autónomo y participativo por parte de los alumnos.

A continuación, realizaremos una descripción general de cada uno de estos materiales y explicaremos qué actividades llevaremos a cabo con los mismos.

#### ➤ *Las regletas de Canals*

Las regletas numéricas son regletas de madera de colores que representan los diez primeros números naturales, sus cuadrados y sus cubos. Canals creó 3 cajas de regletas con materiales diferentes en cada una, divididas en función de las edades de los niños (anexo 3). Para el trabajo que vamos a realizar con



Figura 1. Regletas numéricas M. Antonia Canals. Recuperado de <http://aprendiendomatematicas.com/tienda/numeros-y-operaciones/22-regletas-numericas.html>

los niños de 1º, utilizaremos la caja 1, la cual contiene: 60 regletas del 1 y del 2; 30 del 3, del 4, del 5 y del 6; 10 del 7, del 8 y del 9; y 40 del 10.

Las regletas numéricas no tienen marcadas las unidades que representan, sino que la longitud de cada regleta equivale a los centímetros del número que representa. Cada regleta tiene un color específico en función del número al que equivale (anexo 3). Este material contribuye a familiarizarse con los números naturales, a experimentar sus relaciones, a visualizar las operaciones, a adquirir agilidad en el cálculo mental y a facilitar el paso al lenguaje matemático escrito, entre otros.

En los talleres de este proyecto, vamos a trabajar con las regletas numéricas durante 4 sesiones (anexo 2). A continuación detallaremos qué actividades realizaremos en cada sesión.

SESIÓN 1	Nos familiarizamos con las regletas numéricas	DURACIÓN	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Conocer y familiarizarse con las regletas numéricas</li> <li>○ Comparar y ordenar las regletas según su tamaño</li> <li>○ Identificar cada regleta con el número correspondiente</li> <li>○ Trabajar la descomposición de un número con las regletas</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Caja 1 de regletas numéricas de Canals</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz, goma y colores de cada alumno</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b>			
<p>Formamos parejas y presentamos las regletas numéricas a los alumnos. Repartimos a cada pareja la misma cantidad de regletas de todos los números y les dejamos unos minutos para que las manipulen libremente.</p> <p>Les proponemos algunos ejercicios para familiarizarse con este material:</p>			



- Comparar las regletas y ordenarlas de menor a mayor, es decir, del 1 al 10, y viceversa.
- Uno de la pareja dice un número del 1 al 10 y su compañero ha de buscar la regleta correspondiente.
- Realizar el ejercicio anterior con números superiores a 10, colocando las regletas en hilera.
- Uno de la pareja escoge una regleta hasta el número 10 y su compañero deberá encontrar dos o más regletas que, una al lado de la otra, equivalgan a la primera.
- Realizar el ejercicio anterior con números superiores a 10, colocando las regletas en hilera.

Finalmente, les pedimos que anoten en su cuaderno, de forma individual, la correspondencia de cada regleta con su número. Para hacerlo, pueden repasar el contorno de cada regleta con el lápiz y después pintarlo del color correspondiente. Esto les servirá de ayuda para realizar las actividades en sesiones posteriores.

SESIÓN 2	Trabajamos las sumas con las regletas	DURACIÓN	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Conocer el procedimiento para sumar con las regletas</li> <li>○ Realizar sumas sencillas con las regletas</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> <li>○ Comprobar los resultados por medio del algoritmo estándar de la suma</li> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar las sumas</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Caja 1 de regletas numéricas de Canals</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b>			
<p>Formamos parejas y le repartimos a cada una la misma cantidad de regletas de todos los números. Les recordamos que la suma consiste en una adición, y les explicamos cómo se realizan las sumas con las regletas: representamos los sumandos por separado y luego los unimos en una hilera horizontal; debajo de la hilera deben colocar otras regletas que midan lo mismo que la unión de los sumandos, para ello, deben escoger siempre la regleta más</p>			

grande que puedan e ir completando con otras regletas que encajen. Cuando las dos hileras de regletas tengan la misma longitud, deben contar qué número representan las regletas de la segunda hilera y ese será el resultado de la suma.

Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:

- Anotamos en la pizarra sumas sencillas, con sumandos menores de 10, y cada pareja debe realizarla tal y como se ha explicado anteriormente. Cuando hayan realizado la suma, anotarán la operación en su cuaderno y comprobarán el resultado utilizando el algoritmo estándar de la suma. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las sumas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que surjan.
- Uno de la pareja anota en el cuaderno una suma sencilla y su compañero realiza la suma con las regletas. Después los dos comprueban el resultado utilizando el algoritmo estándar de la suma y toman nota en su cuaderno.

SESIÓN 3	Trabajamos las restas con las regletas	DURACIÓN	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Conocer el procedimiento para restar con las regletas</li> <li>○ Realizar restas sencillas con las regletas</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> <li>○ Comprobar los resultados por medio del algoritmo estándar de la resta</li> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar las restas</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Caja 1 de regletas numéricas de Canals</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b>			
<p>Formamos parejas y le repartimos a cada una la misma cantidad de regletas de todos los números. Les recordamos que la resta consiste en una sustracción, y les explicamos cómo se realizan las restas con las regletas: se representa por separado el minuendo y el sustraendo; deben colocar el minuendo en hilera y debajo de este, poner el sustraendo también en una hilera. Como en estos ejercicios el sustraendo va a ser menor que el</p>			

minuendo, quedará un hueco al lado del sustraendo; para resolver la resta, deben buscar una regleta que encaje en ese hueco hasta igualar la longitud del minuendo, y esa regleta representará el número del resultado.

Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:

- Anotamos en la pizarra restas sencillas, con minuendos y sustraendos menores de 10, y cada pareja debe realizar la resta según la explicación anterior. Cuando hayan realizado la resta con las regletas, anotarán la operación en su cuaderno y comprobarán el resultado utilizando el algoritmo estándar de la resta. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las restas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que puedan surgir.
- Uno de la pareja anota en el cuaderno una resta sencilla y su compañero la realiza con las regletas. Después los dos comprueban el resultado utilizando el algoritmo estándar de la resta y toman nota en su cuaderno.

<b>SESIÓN 4</b>	<b>Más sumas y restas con las regletas</b>	<b>DURACIÓN</b>	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Realizar sumas más complejas con las regletas</li> <li>○ Realizar restas más complejas pero sin llevadas con las regletas</li> <li>○ Comprobar los resultados de las operaciones con el algoritmo estándar correspondiente</li> <li>○ Representar con las regletas una operación matemática dictada oralmente</li> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar una operación matemática</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Caja 1 de regletas numéricas de Canals</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	

**DESARROLLO**

Formamos parejas y le repartimos a cada una la misma cantidad de regletas de todos los números. Entre todo recordamos cómo se realizan las sumas y las restas con las regletas.

Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:

- Anotamos en la pizarra sumas un poco más complejas, con sumandos entre 10 y 20, y cada pareja debe realizar el mismo procedimiento que en la sesión 2, y comprobar el resultado en su cuaderno mediante el algoritmo de la suma. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las restas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que puedan surgir.
- Realizaremos la actividad anterior con restas un poco más complejas, pero sin llevadas. Escogeremos, para eso, minuendos entre 10 y 20 y sustraendos mayores de 10. Cada pareja debe realizar el mismo procedimiento que en la sesión 3, y comprobar el resultado en su cuaderno mediante el algoritmo de la resta. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las restas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que puedan surgir.

A continuación, propondremos algunos retos a los alumnos. Diremos oralmente una operación matemática, por ejemplo: dos veces el cinco, menos cuatro, y cada pareja deberá representar la instrucción oral con las regletas, y realizar posteriormente el cálculo que corresponda. Una de las parejas explicará a sus compañeros cómo ha representado la orden oral con las regletas y qué operaciones matemáticas ha realizado. Y entre todos, escribiremos en la pizarra la operación realizada usando únicamente lenguaje matemático.

➤ *Los bloques multibase de Dienes*

Los bloques multibase de Dienes están formados por un conjunto de cubos, barras, placas y bloques, fabricados con materiales resistentes, como pueden ser la madera o el plástico. Las diferentes piezas ayudan a representar el sistema de numeración decimal (anexo 4).



Figura 2. Bloques en base 10 o bloques de Dienes. Recuperado de <http://motivacionyestimulaciontemporana.blogspot.com.es/2011/12/bloques-en-base-10-o-bloques-de-dienes.html>

Este material permite representar números, realizar diversas operaciones y observar los cambios de unidad de orden, es decir, de unidades a decena, de decenas a centena y de centenas a unidad de millar.

En los talleres de este proyecto, vamos a trabajar con los bloques multibase durante 4 sesiones, que corresponden a la sesiones de la 5 a la 8 de la planificación de las actividades (anexo 2). A continuación detallaremos qué actividades realizaremos en cada sesión.

SESIÓN 5	Conocemos los bloques multibase	DURACIÓN	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Conocer y familiarizarse con los bloques multibase</li> <li>○ Identificar los cubos como las unidades y las barras como las decenas</li> <li>○ Representar números hasta el 99 con los bloques multibase</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Bloques multibase de Dienes (cubos y barras)</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b>			
<p>Formamos parejas y presentamos los bloques multibase a los alumnos. Repartimos a cada pareja la misma cantidad de cubos y barras, y les dejamos unos minutos para que manipulen el material libremente.</p> <p>Les proponemos algunos ejercicios para familiarizarse con este material:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Representar con los bloques los números del 1 al 10. Después, hacerlo del 10 al 20, prestando atención a cambiar los cubos que representan las unidades por las barras de las decenas cuando sea necesario.</li> <li>▪ Anotamos en la pizarra diferentes números hasta el 99 y los han de representar con las piezas correspondientes.</li> <li>▪ Uno de la pareja representa con el material un número, sin decirlo, y la pareja debe interpretar el material y escribir el número correspondiente en su cuaderno.</li> </ul>			

SESIÓN 6	Trabajamos las sumas con los bloques multibase	DURACIÓN	1 hora
OBJETIVOS ESPECÍFICOS		MATERIAL	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Representar números hasta el 99 con los bloques multibase</li> <li>○ Conocer el procedimiento para sumar con los bloques multibase</li> <li>○ Realizar sumas sin transformación en el resultado con el material</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> <li>○ Comprobar los resultados por medio del algoritmo estándar de la suma</li> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar las sumas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Bloques multibase de Dienes (cubos y barras)</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>		
DESARROLLO			
<p>Formamos parejas y le repartimos a cada una la misma cantidad de cubos y barras. Les recordamos que la suma consiste en una adición, y les explicamos cómo se realizan las sumas con este material: se representan por separado los sumandos, luego se unen y se cuentan todas las piezas para conocer el resultado de la suma.</p> <p>Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Anotamos en la pizarra sumas sencillas, con sumandos menores de 100 y en las cuales no haya que hacer transformaciones en el resultado, por ejemplo: <math>4+5</math>, <math>10+6</math>, <math>22+3</math>, etc., y cada pareja debe realizar la suma tal como se ha explicado anteriormente. Cuando hayan realizado la suma con el material, anotarán la operación en su cuaderno y comprobarán el resultado utilizando el algoritmo estándar de la suma. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las sumas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que surjan.</li> <li>▪ Uno de la pareja anota en el cuaderno una suma sencilla y su compañero realiza la suma con las regletas. Después los dos comprueban el resultado utilizando el algoritmo estándar de la suma y toman nota en su cuaderno.</li> </ul>			

SESIÓN 7	Trabajamos las restas con los bloques multibase	DURACIÓN	1 hora
OBJETIVOS ESPECÍFICOS		MATERIAL	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Representar números hasta el 99 con los bloques multibase</li> <li>○ Conocer el procedimiento para restar con los bloques multibase</li> <li>○ Realizar restas sin transformación en el resultado con el material</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> <li>○ Comprobar los resultados por medio del algoritmo estándar de la resta</li> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar las restas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Bloques multibase de Dienes (cubos y barras)</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>		
DESARROLLO			
<p>Formamos parejas y le repartimos a cada una la misma cantidad de cubos y barras. Les recordamos que la resta consiste en una sustracción, y les explicamos cómo se realizan las restas con este material: se representa el minuendo y, a este, se retira la cantidad que representa el sustraendo; se cuentan las piezas que quedan después y ese es el resultado.</p> <p>Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Anotamos en la pizarra restas sencillas, con minuendos menores de 100 y en las cuales no haya que hacer transformaciones en el resultado, por ejemplo: <math>9-3</math>, <math>18-6</math>, <math>27-3</math>, etc., y cada pareja realizar la resta según se ha explicado anteriormente. Cuando hayan realizado la resta con el material, anotarán la operación en su cuaderno y comprobarán el resultado utilizando el algoritmo estándar de la resta. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las restas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que surjan.</li> <li>▪ Uno de la pareja anota en el cuaderno una resta sencilla y su compañero la realiza con el material. Después los dos comprueban el resultado utilizando el algoritmo estándar de la resta y toman nota en su cuaderno</li> </ul>			

<b>SESIÓN 8</b>	<b>Profundizamos en las sumas y restas con los bloques multibase</b>	<b>DURACIÓN</b>	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Realizar sumas y restas con transformación en el resultado con el material</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> <li>○ Comprobar los resultados de las operaciones por medio del algoritmo estándar correspondiente</li> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar las restas</li> <li>○ Representar números hasta el 999 con los bloques multibase</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Bloques multibase de Dienes (cubos, barras y placas)</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	
<b>DESARROLLO</b>			
<p>Formamos parejas y le repartimos a cada una la misma cantidad de cubos y barras. Les recordamos cómo se realizan las sumas y las restas con este material.</p> <p>Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Anotamos en la pizarra sumas sencillas, con sumandos menores de 100, pero en las cuales haya que hacer transformaciones en el resultado, por ejemplo: <math>9+3</math>, <math>18+5</math>, <math>27+3</math>, etc. Cada pareja ha de realizar la suma como en la sesión 6, pero si en el resultado hay 10 cubos o más, deben transformar 10 cubos en 1 barra y dejar sólo la cantidad de cubos menor a 10. Cuando hayan realizado la suma con el material, anotarán la operación en su cuaderno y comprobarán el resultado utilizando el algoritmo estándar de la suma. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las sumas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que surjan.</li> <li>▪ Realizamos la misma actividad con restas con minuendos menores de 100 en las cuales haya que hacer transformaciones en el resultado, por ejemplo: <math>12-5</math>, <math>30-2</math>, etc.</li> </ul>			



Después de estas actividades, iniciaremos a los alumnos a la representación de las centenas con los bloques multibase. Explicaremos que, del mismo modo como ya hemos visto que 10 cubos (unidades) equivalen a 1 barra (decena), 10 barras (decenas) equivalen a 1 placa (centena). Repartiremos a cada pareja el mismo número de placas y anotaremos en la pizarra diversos números mayores a 100 pero menores a 1000. Cada pareja deberá representarlo con el material necesario.

➤ *La tabla perforada de María Montessori*

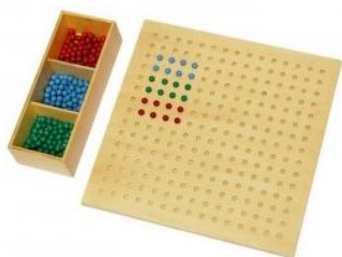


Figura 3. Tablero perforado Montessori. Recuperado de <http://www.jugarijugar.com/es/juegos-de-aprendizajes-concretos/1267-tabla-perforada-.html>

La tabla perforada de Montessori consiste en un tablero cuadrado de madera, de distintos tamaños, con agujeros separados por la misma distancia unos de otros y con forma redondeada. Este material va acompañado con perlas pequeñas de diferentes colores, siguiendo el código de colores utilizado por Montessori (anexo 5). Este material se utiliza para resolver una gran variedad de operaciones matemáticas: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, raíces cuadradas, etc. Es un material manipulativo muy abstracto, ya que las unidades, decenas y centenas

representadas pueden confundirse, por lo que es necesario trabajar previamente dichos conceptos.

En los talleres de este proyecto, vamos a trabajar con la tabla perforada durante 2 sesiones, que corresponden a la sesiones de la 9 a la 10 de la planificación de las actividades (anexo 2). A continuación detallaremos qué actividades realizaremos en cada sesión.

SESIÓN 9	Representamos números con la tabla perforada	DURACIÓN	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Conocer y familiarizarse con la tabla perforada</li> <li>○ Identificar el color de cada perla según corresponda a las unidades, decenas y</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 5 tablas perforadas</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	

centenas ○ Representar números hasta el 999 con el material ○ Trabajar la transformación de unidades a decenas	
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Formamos parejas y presentamos la tabla perforada a los alumnos. Repartimos a cada pareja una tabla perforada y perlas de los tres colores, y les dejamos unos minutos para que manipulen el material libremente.</p> <p>Les proponemos algunos ejercicios para familiarizarse con este material:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Anotamos en la pizarra algunos números menores de 1000 y, entre todos, decimos qué número corresponde a las unidades, cual a las decenas y cual a las centenas. Enseñamos a los niños con un ejemplo cómo se representan los números con este material: cogemos tantas perlas rojas como el número indicado en la centena y las colocamos en la tabla en una hilera vertical; hacemos lo mismo con las decenas, y luego con las unidades. Dejamos tiempo para que cada pareja represente por sí sola los números escritos en la pizarra.</li> <li>▪ Uno de la pareja escribe un número en el cuaderno y su compañero debe representarlo con las perlas en la tabla perforada, y viceversa.</li> <li>▪ Para trabajar el cambio de unidades a decenas, uno de la pareja coge un gran número de perlas de color verde y las coloca en la tabla. Entre los dos niños, deben, en primer lugar, contar todas las perlas y luego ir cambiando 10 perlas de color verde, es decir, 10 unidades, por 1 perla de color azul, 1 decena.</li> </ul>	

<b>SESIÓN 10</b>	<b>Nos iniciamos en la suma y la resta con la tabla perforada</b>	<b>DURACIÓN</b>	1 hora
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>		<b>MATERIAL</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Iniciarse a la realización de sumas y restas con el material</li> <li>○ Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas</li> <li>○ Comprobar los resultados de las</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 5 tablas perforadas</li> <li>○ Cuaderno propio de cada alumno</li> <li>○ Lápiz y goma de cada alumno</li> </ul>	

<p>operaciones por medio del algoritmo estándar correspondiente</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Explicar oralmente el procedimiento realizado para solucionar las restas</li> </ul>	
--	--

### DESARROLLO

Formamos parejas y le repartimos a cada una tabla perforada y perlas de los tres colores. Les explicamos cómo se realizan las sumas con este material: se representan por separado los sumandos y se coloca uno debajo del otro en hileras horizontales, se agrupan debajo las perlas iguales, es decir, unidades con unidades, decenas con decenas y centenas con centenas, y se realizan los cambios necesarios, ya que 10 perlas verdes equivalen a 1 azul, y 10 azules a 1 roja. Finalmente, el resultado se obtiene contando las perlas correspondientes a las centenas, a las decenas y a las unidades.

Les proponemos los siguientes ejercicios a realizar por parejas:

- Anotamos en la pizarra algunas sumas sencillas. Cada pareja debe realizar la suma tal y como se ha explicado anteriormente. Cuando hayan realizado la suma con el material, anotarán la operación en su cuaderno y comprobarán el resultado utilizando el algoritmo estándar de la suma. Pediremos a cada pareja que explique oralmente a sus compañeros cómo han realizado una de las sumas de la pizarra, y entre todos comentaremos y daremos indicaciones para solucionar las posibles dudas que surjan.

A continuación, explicamos cómo se resta con la tabla perforada: se representa el minuendo en una hilera horizontal y debajo se hace lo mismo con el sustraendo; para realizar la resta, quitamos una unidad del sustraendo y una del minuendo, así sucesivamente hasta que no queden unidades en el sustraendo; luego realizamos la misma operación con las decenas, y posteriormente, con las centenas si las hubiera. El resultado de la resta es el número que representan las perlas que han quedado.

- Anotamos en la pizarra algunas restas sencillas. Cada pareja debe realizar la resta tal y como se ha explicado anteriormente. Y realizar el mismo procedimiento que en la actividad anterior pero con el algoritmo estándar de la resta.

## **E. Evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje**

Como el proyecto se va a realizar durante el primer trimestre del curso escolar, es necesario que el maestro realice una evaluación inicial para saber cuáles son los conocimientos previos de los alumnos respecto a los contenidos que se van a trabajar y poder adecuar así las actividades a las necesidades de los alumnos. Para llevar a cabo la evaluación inicial, se realizarán diversos juegos matemáticos y actividades, tanto individuales como grupales, las cuales permitirán al maestro obtener y recoger información sobre los conocimientos iniciales de los niños.

Durante la realización de las actividades en los talleres matemáticos, se realizará una evaluación continua, principalmente mediante la observación directa por parte del maestro, el cual tomará notas en unos cuadros de observación para cada sesión (anexo 6) acerca de proceso de aprendizaje de cada alumno, del grado en que se consiguen los objetivos de las actividades, las dificultades que puedan surgir durante su realización y propuestas de mejora de las mismas. También revisará las operaciones realizadas en los cuadernos y, si es necesario, le pedirá al alumno que vuelva a realizar las operaciones en las que haya tenido errores.

Para la evaluación final se tendrá en cuenta la evolución de cada alumno a lo largo de las sesiones de los talleres, teniendo en cuenta las anotaciones en los cuadros de observación. Como estos talleres están diseñados como un complemento de la asignatura de matemáticas, no se pondrá una nota específica de los talleres, sino que la evaluación de estos servirá como guía para completar la evaluación de la asignatura.

También consideramos necesario tener en cuenta la opinión de los alumnos acerca de los talleres realizados y que ellos mismos puedan darse cuenta de su propio proceso de aprendizaje. Por eso, realizaremos una pequeña encuesta para recoger su opinión sobre los talleres y que realicen una autoevaluación de su proceso de aprendizaje. Para facilitar que todos puedan expresarse de forma autónoma, el test de autoevaluación consistirá en una serie de preguntas, que el maestro leerá en voz alta, y los alumnos deberán poner una cruz debajo de la cara correspondiente al grado de satisfacción (anexo 4).

## **F.Evaluación del proyecto educativo**

Con el fin de comprobar el éxito del proyecto educativo que se ha diseñado, se realizará una comparación entre los conocimientos previos de los alumnos con los resultados obtenidos al finalizar el proyecto. Para ello se tendrán en cuenta los datos de la evaluación inicial y de la evaluación final de cada alumno en relación con los objetivos planteados. Para cada objetivo didáctico, se calculará la media de los resultados obtenidos por todos los alumnos con la evaluación inicial, y lo mismo con los resultados de la evaluación final, y se dispondrán los resultados en un gráfico de barras para poder comparar el grado en que se han mejorado las capacidades al finalizar el proyecto educativo (anexo 7).

También se tendrán en cuenta las observaciones y propuestas que se hayan anotado en los cuadros de observación de las sesiones (anexo 6) para mejorar el proyecto educativo de cara a futuras aplicaciones didácticas del mismo.

## 6. CONCLUSIONES

Las conclusiones de este trabajo fueron las siguientes:

- 1) La metodología utilizada para el proceso de enseñanza del área puede afectar a la competencia matemática del alumno y es el modelo constructivista el que permite a los niños lograr una buena competencia en esta área.
- 2) Los beneficios que aporta el aprendizaje de las matemáticas con materiales manipulativos son los siguientes: son recursos motivadores, facilitan el trabajo de conceptos matemáticos y ayudan a su abstracción, favorecen la autonomía de los niños y el trabajo en grupo, respetan las características individuales de cada alumno, y permiten evaluar si los niños comprenden los conceptos matemáticos que se trabajan.
- 3) Tras revisar los trabajos publicados por tres grandes expertos en el trabajo del área con materiales manipulativos, hemos podido seleccionar tres materiales manipulativos que consideramos de gran utilidad para trabajar la suma y la resta. Estos materiales son: las regletas de Canals, los bloques multibase de Dienes y la tabla perforada de Montessori.
- 4) Las ventajas que presentan estos tres materiales son que son materiales fáciles de utilizar y permiten visualizar el procedimiento que se sigue al realizar estas operaciones matemáticas, lo cual ayudará al niño a comprender y reforzar los conceptos trabajados, y favorecerá un aprendizaje significativo. Además permiten que el niño tenga un papel activo en su proceso de aprendizaje, fomentando así su autonomía y aumentando el interés y la motivación.
- 5) Por último, consideramos que los materiales seleccionados pueden ser un buen recurso a incorporar en la metodología del área, pues además de para sumar y restar, también sirven como apoyo para trabajar operaciones matemáticas más complejas, como la multiplicación, la división, las fracciones, etc.

## 7. CONSIDERACIONES FINALES

Con la realización de este trabajo de Fin de Grado, hemos podido profundizar en un ámbito por el que ya sentíamos un gran interés pero sobre el que todavía no habíamos podido indagar y averiguar más cosas, como es el trabajo con materiales manipulativos del área de las matemáticas. Hemos descubierto el trabajo de Canals que, a pesar de ser un gran exponente en la didáctica de las matemáticas en Cataluña, desconocíamos hasta el momento; hemos encontrado numerosos recursos de Canals que la autora de este trabajo ya utilizaba como maestra de Educación Infantil pero de los que no conocía su origen, y también hemos descubierto materiales diversos que, aunque no los considerábamos lo suficientemente relevantes para lograr los objetivos del proyecto propuesto, pensamos que pueden ser de utilidad en el futuro para desempeñar el papel de maestra de Primaria.

También nos ha servido para conocer motores de búsqueda de información más específicos y para perfeccionar la capacidad de selección y síntesis de la información obtenida. Con ello nos hemos dado cuenta que, aunque la mayoría de metodologías activas para el trabajo de las matemáticas aparecieron a principios del siglo XX y se han comprobado los beneficios que aportan, todavía hay en la actualidad muchas escuelas que optan por una metodología más tradicional para la enseñanza de esta área y esto nos lleva a reflexionar sobre el por qué.

Pensamos que es debido, en gran parte, a que estos materiales concretos suelen tener un precio alto y no todos los centros educativos disponen de los recursos económicos necesarios para invertir en ellos. Una solución para este problema podría ser fabricar nosotros mismos los materiales manipulativos, y aprovechar los objetos de nuestro entorno, adaptarlos y utilizarlos con fines pedagógicos.

Otro motivo podría ser que, para aprovechar las ventajas que nos ofrece el trabajo con estos materiales, es conveniente que haya pocos alumnos en el grupo-clase; y con la ratio de alumnos que hay actualmente en la mayoría de escuelas de nuestro país es complicado poder llevarlo a cabo. Por suerte, hay muchos maestros y personas relacionadas con la educación que son conscientes que es necesario un cambio metodológico en las escuelas de nuestro país, y trabajan para adaptar y mejorar la realidad de cada centro educativo a las necesidades de la sociedad de hoy en día.

Durante la realización del grado de Maestra de Educación Primaria, hemos aprendido nuevas técnicas y estrategias metodológicas que nos permitan ser eficientes en nuestra labor docente, para que podamos ayudar a que nuestros alumnos aprendan los contenidos necesarios, tanto conceptuales, procedimentales como actitudinales, que les permitan desarrollarse como personas y puedan desenvolverse con eficacia en su entorno. Pero también hemos aprendido algo todavía más importante, y es que en nuestra labor como maestros estamos trabajando con personas, que piensan, que sienten y que tienen necesidades diferentes. Y la parte más importante de nuestro trabajo se centra en conocer a nuestros alumnos, en potenciar sus virtudes y averiguar de qué modo les podemos ayudar para mejorar en los aspectos que precisen, en saber ponernos en su lugar y tratarlos como nos gustaría que nos trataran a nosotros, y, en definitiva, en dar lo mejor de nosotros mismos para conseguir que nuestros alumnos saquen lo mejor de ellos.

Finalmente, esperamos que gracias al aprendizaje que nos ha aportado la realización de este TFG, además de los conocimientos adquiridos durante todo el grado, podamos aportar nuestro granito de arena en la mejora de la educación actual.



## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### 8.1. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asociación Montessori Española (s.f.). *María Montessori*. Recuperado el 20 de octubre de 2015 de <http://asociacionmontessori.net/biografia/>
- Associació de Mestres Rosa Sensat (s.f.). *Antecedents*. Recuperado el 20 de octubre de 2015 de <http://www2.rosasensat.org/pagina/antecedents>
- Association Montessori Internationale (s.f.). *Montessori*. Recuperado el 20 de octubre de 2015 de <http://ami-global.org/montessori>
- Decret 119/2015, de 23 de juny, *d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària*. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya, 6900, de 26 de junio de 2015.
- Dienes, Z.P. (1997). Capítulo 1. Principios para una tentativa de renovación de la enseñanza de las matemáticas. En Z.P. Dienes, (1ª ed.), *Propuestas para una renovación de las matemáticas a nivel elemental* (pp.11-18). Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. *Revista Suma*, 17, 10 – 16. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/17/010-016.pdf>
- Gallardo Romero, J. (2014). *Enseñanza y aprendizaje del cálculo aritmético elemental en primaria*. Material no publicado. Recuperado el 18 de octubre de 2015 de <http://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle/10630/7059/Ensen%CC%83anza%20y%20Aprendizaje%20del%20Ca%CC%81lculo%20Aritme%CC%81tico%20Elemental.pdf?sequence=1>
- García-Pérez, F., de-Alba-Fernández, N. (2008). ¿Puede la escuela del siglo XXI educar a los ciudadanos y ciudadanas del siglo XXI?. *Scripta Nova: Revista electrónica de geografía y ciencias sociales*, nº extra 12 (270). Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3161905>
- Gomendio, M. (2013, 3 de diciembre). Resultados de España en PISA 2012. *Nota de prensa, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/prensa-mecd/actualidad/2013/12/20131203-pisa.html>
- González Marí, J.L. (2010). *Recursos. Material Didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales*. Material no publicado. Recuperado el 18 de octubre de 2015 de <https://es.scribd.com/doc/111973791/Materiales-Infantil-Primaria-y-ESO-Consideraciones-Generales>

- Gran enciclopèdia catalana (s.f.). Alexandre Galí i Coll. Recuperado el 20 de octubre de 2015 de <http://www.enciclopedia.cat/EC-GEC-0028742.xml>
- Jesuitas educsi (s.f.). *HORIZONTE 2020, un nuevo modelo pedagógico*. Recuperado el 18 de octubre de 2015 de <http://www.educacionjesuitas.es/noticias/248-horizonte-2020-un-nuevo-modelo-pedagogico>
- Llinares, S. (2003). Capítulo 1: Matemáticas escolares y competencia matemática. En C. Chamorro, (1ª ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 3 - 30). Madrid: Pearson Educación
- Martínez Padrón, O. (2005). Dominio afectivo en Educación Matemática. *Paradigma*, XXIV (2), 7 – 34.
- Ministerio de Educación, cultura y deporte (s.f.). *Maria Antònia Canals i Tolosa. Premio Gonzalo Sánchez Vázquez 2007*. Recuperado el 22 de octubre de 2015 de [http://recursostic.educacion.es/canals/web/creditos\\_macanals.htm](http://recursostic.educacion.es/canals/web/creditos_macanals.htm)
- Pedagogía (2011). *John Dewey*. Recuperado el 18 de octubre de 2015 de <http://pedagogia.mx/john-dewey/>
- PISA 2012, *Informe español*. Boletín de educación, 21, de diciembre de 2013.
- PISA 2012, *Informe internacional*. Boletín de educación, 22, de diciembre de 2013.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Boletín Oficial del Estado, 52, de 1 de marzo de 2014.
- Redes – El sistema educativo es anacrónico*. Punset, E. (Director). (2011). [Video] Recuperado de: <http://www.rtve.es/television/20110304/redes-sistema-educativo-anacronico/413516.shtml>
- Romero de Ávila, S.G. (2004). La enseñanza de las matemáticas y el cálculo vivo. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 58, 99-108. Recuperado de <https://sebastiangertrudix.wordpress.com/2008/12/24/las-matematicas-y-el-calculo-vivo-el-mercadillo-problemas-autocorrectivos/>
- Rosa Sensat (2012). *Els Quaderns i Dossiers de Matemàtiques de la Maria Antònia Canals*. Recuperado el 22 de octubre de 2015 de <http://lesmatematiquesdelamariaantonia.blogspot.com.es>
- Ruiz Higuera, M. (2003). Capítulo 2: Aprendizaje y matemáticas. En C. Chamorro, (1ª ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 31 - 68). Madrid: Pearson Educación
- Zoltan Dienes' Web Site (2010). *About*. Recuperado el 21 de octubre de 2015 de <http://www.zoltandienes.com/about/>

## 8.2. BIBLIOGRAFÍA

- Aula Taller de Matemáticas. Colegio Colombo Británico (s.f.). *Cubos Multibase*. Recuperado el 15 de noviembre de 2015 de <http://aulatallerccb.weebly.com/cubos-multibase.html>
- Canals, M.A. (s.f.). *Regletas numéricas*. Material no publicado. Recuperado el 15 de noviembre de 2015 de <http://www.educacionviva.com/Documents/matematiques/reglets.pdf>
- Cómo sumar con las Regletas de Cuisenaire – Stoks Didactic*. StoksDidacticJuguete (Director). (2015). [Vídeo] YouTube.
- EducaMadrid – Consejería de Educación, Juventud y Deporte (s.f.). *Bloques multibase*. Material no publicado. Recuperado el 15 de noviembre de 2015 de [http://www.educa.madrid.org/web/cp.pedrobrimonis.humanes/enseanzas/ed\\_primaria/bloques\\_multibase.pdf](http://www.educa.madrid.org/web/cp.pedrobrimonis.humanes/enseanzas/ed_primaria/bloques_multibase.pdf)
- El bloc de l'AMPA de l'Escola el Vinyet (2013). *Material matemàtic: la taula perforada*. Recuperado el 17 de noviembre de 2015 de <http://ampavinyet.blogspot.com.es/2013/04/material-matematic-taula-perforada.html>
- Montesory Primary Guide (s.f.). *Introduction to Mathematics*. Recuperado el 17 de noviembre de 2015 de <http://www.infomontessori.com/mathematics/introduction.htm>
- Resta con regletas de Cuisenaire*. Seeducansolos (Director). (2011). [Vídeo] YouTube.
- Seeducansolos (2011). *Qué es la tabla perforada*. Recuperado el 17 de noviembre de 2015 de <https://seeducansolos.wordpress.com/2011/07/26/que-es-la-tabla-perforada/>
- Taula perforada Montessori – Tabla perforada Montessori*. Bello García, A (Director). (2014). [Vídeo] YouTube

## 9. ANEXO 1

Tabla 1. Horario de la asignatura de matemáticas de 1º de Primaria

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
9:00 – 10:00					
10:00 – 11:00	Matemáticas				
11:00 – 12:00				Matemáticas	
12:00 – 13:00					
15:00 – 16:00		Matemáticas			Taller de matemáticas
16:00 – 17:00					

## 10. ANEXO 2

Tabla 2. Distribución temporal de los talleres

OCTUBRE	
Semana 1	Sesión 1: Nos familiarizamos con las regletas numéricas
Semana 2	Sesión 2: Trabajamos las sumas con las regletas
Semana 3	Sesión 3: Trabajamos las restas con las regletas
Semana 4	Sesión 4: Más sumas y restas con las regletas
NOVIEMBRE	
Semana 1	Sesión 5: Conocemos los bloques multibase
Semana 2	Sesión 6: Trabajamos las sumas con los bloques multibase
Semana 3	Sesión 7: Trabajamos las restas con los bloques multibase
Semana 4	Sesión 8: Profundizamos en las sumas y restas con los bloques multibase
DICIEMBRE	
Semana 1	Sesión 9: Representamos números con la tabla perforada
Semana 2	Sesión 10: Nos iniciamos en la suma y la resta con la tabla perforada

## 11. ANEXO 3

*Tabla 3. Cajas de regletas de Canals*

Cajas de regletas de Canals	
Caja 1 (6-14 años)	Contiene regletas numéricas hasta el 10
Caja 2 (8-14 años)	Contiene cuadrados hasta el 10
Caja 1 (10-14 años)	Contiene cubos hasta el 10

*Tabla 4. Código de colores de las regletas de Canals*

Código de colores de las regletas de Canals
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ El número 1 es de color de madera natural</li> <li>○ Los números 2, 4 y 8, al ser de la familia del 2, tienen el color rosa, rojo y granate</li> <li>○ Los números 3 y 9 son de color azul claro y azul oscuro</li> <li>○ El 6, de la familia del 2 y del 3, es de color lila, porque es la mezcla del rosa y el azul claro</li> <li>○ El número 5 es de color verde</li> <li>○ Al 7 le corresponde el amarillo</li> <li>○ El 10 es de color marrón, puesto que 10 es igual a 2x5, el marrón es el resultado de la mezcla de rosa y verde</li> </ul>

## 12. ANEXO 4

*Tabla 5. Equivalencia de los bloques multibase de Dienes*

Bloques multibase de Dienes		
Pieza	Equivalencia	Medida
Cubos	Unidades	1x1x1cm
Barras	Decenas (10 cubos)	10x1x1cm
Placas	Centenas (10 barras)	10x10x1cm
Bloques	Millares (10 placas)	10x10x10cm

### 13. ANEXO 5

Tabla 6. Código de colores de Montessori para la tabla perforada

Código de colores Montessori	
Equivalencia	Color
Unidad	Verde
Decena	Azul
Centena	Rojo
Millar	Verde
Decimal	Son de menor diámetro y siguen el mismo código de color

### 14. ANEXO 6

Tabla 7. Evaluación sesión 1

Sesión 1. Nos familiarizamos con las regletas numéricas						
	Ordenar las regletas según su tamaño	Identificar cada regleta con el número correspondiente	Representar números con las regletas	Descomponer un número con las regletas	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
...						
Observaciones:						
Propuestas de mejora:						

Tabla 8. Evaluación sesión 2

<b>Sesión 2. Trabajamos las sumas con las regletas</b>						
	Realizar sumas sencillas con las regletas	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar el resultado mediante el algoritmo estándar de la suma	Explicar oralmente el procedimiento realizado para resolver las sumas	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
...						
Observaciones:						
Propuestas de mejora:						

Tabla 9. Evaluación sesión 3

<b>Sesión 3. Trabajamos las restas con las regletas</b>						
	Realizar restas sencillas con las regletas	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar el resultado mediante el algoritmo estándar de la resta	Explicar oralmente el procedimiento realizado para resolver las restas	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
...						
Observaciones:						
Propuestas de mejora:						

Tabla 10. Evaluación sesión 4

Sesión 4. Más sumas y restas con las regletas								
	Realizar sumas más complejas con las regletas	Realizar restas más complejas con las regletas	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar el resultado mediante el algoritmo estándar correspondiente	Explicar oralmente el procedimiento realizado para sumar y restar	Representar con las regletas una operación dictada oralmente	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1								
Alumno 2								
...								
Observaciones:								
Propuestas de mejora:								

Tabla 11. Evaluación sesión 5

Sesión 5. Conocemos los bloques multibase						
	Identificar los cubos como las unidades	Identificar las barras como las decenas	Cambiar 10 unidades (cubos) por una decena (barras)	Representar hasta el 99 con los bloques multibase	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
...						
Observaciones:						
Propuestas de mejora:						



Tabla 12. Evaluación sesión 6

<b>Sesión 6. Trabajamos las sumas con los bloques multibase</b>							
	Representar hasta el 99 con los bloques multibase	Realizar sumas sin transformación en el resultado	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar el resultado mediante el algoritmo estándar de la suma	Explicar oralmente el procedimiento realizado para resolver las sumas	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1							
Alumno 2							
...							
Observaciones:							
Propuestas de mejora:							

Tabla 13. Evaluación sesión 7

<b>Sesión 7. Trabajamos las restas con los bloques multibase</b>							
	Representar hasta el 99 con los bloques multibase	Realizar restas sin transformación en el resultado	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar el resultado mediante el algoritmo estándar de la resta	Explicar oralmente el procedimiento realizado para resolver las restas	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1							
Alumno 2							
...							
Observaciones:							
Propuestas de mejora:							

Tabla 14. Evaluación sesión 8

<b>Sesión 8. Profundizamos en las sumas y restas con los bloques multibase</b>								
	Realizar sumas con transformación en el resultado	Realizar restas con transformación en el resultado	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar el resultado mediante el algoritmo estándar correspondiente	Explicar oralmente el procedimiento realizado para sumar y restar	Representar números hasta 999 con los bloques multibase	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1								
Alumno 2								
...								
Observaciones:								
Propuestas de mejora:								

Tabla 15. Evaluación sesión 9

<b>Sesión 9. Representamos números con la tabla perforada</b>						
	Identificar las unidades, decenas y centenas en un número hasta 999	Identificar el color de cada perla con su valor (unidades, decenas, centenas)	Representar números hasta 999 con la tabla perforada	Transformar las unidades a decenas	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1						
Alumno 2						
...						
Observaciones:						
Propuestas de mejora:						

Tabla 16. Evaluación sesión 10

<b>Sesión 10. Nos iniciamos en la suma y la resta con la tabla perforada</b>								
	Realizar sumas sencillas con la tabla	Realizar restas sencillas con la tabla	Realizar las transformaciones necesarias (de unidades a decenas, de decenas a centenas)	Escribir en lenguaje matemático las operaciones realizadas	Comprobar los resultados con el algoritmo estándar correspondiente	Explicar oralmente el procedimiento realizado para sumar y restar	Participar activamente en la actividad	Colaborar con el compañero
Alumno 1								
Alumno 2								
...								
Observaciones:								
Propuestas de mejora:								

## 15. ANEXO 7

Tabla 17. Encuesta de auto-evaluación

PREGUNTAS	 <b>MUCHO</b>	 <b>BASTANTE</b>	 <b>POCO</b>
¿Te has divertido realizando los talleres?			
<p>Acerca de los materiales manipulativos que hemos usado, ¿te parece que son fáciles de entender y utilizar?</p> <p>Si has contestado,  escribe cuál te ha costado más: .....</p> <p>.....</p>			
¿Te ha gustado trabajar por parejas?			
¿Crees que has aprendido cosas nuevas?			
¿Piensas que ahora entiendes mejor las sumas?			
¿Piensas que ahora entiendes mejor las restas?			
¿Te gustaría seguir haciendo talleres de matemáticas?			

Tabla 18. Ejemplo de evaluación del proyecto educativo

