



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Utilización del juego como un recurso
didáctico en 2º de la ESO para
facilitar el aprendizaje del Álgebra

Presentado por: Elena Salido Monzú

Línea de investigación: Propuesta de intervención

Directora: María del Carmen Romero García

Ciudad: Madrid

Fecha: 7 de julio de 2015

Resumen

Este trabajo presenta una propuesta didáctica basada en el uso del juego como recurso para la enseñanza del Álgebra a alumnos de 2º de la Educación Secundaria Obligatoria. Numerosos informes de educación, tanto nacionales como internacionales, muestran resultados poco esperanzadores en las pruebas de Matemáticas. En concreto, en el área del Álgebra, los resultados son especialmente bajos pese a ser este uno de los bloques más relevantes dentro del currículum de la asignatura. Parece obvia, por tanto, la necesidad de buscar nuevas metodologías para la enseñanza-aprendizaje del Álgebra. Actualmente se reconoce la importancia de la actividad de los alumnos para la consecución de su aprendizaje, y numerosos autores apoyan el uso del juego en el aula como un recurso facilitador de este. Por ello, en este trabajo se desarrolla una propuesta para la introducción de un juego didáctico en el bloque de Álgebra y se analizan la mejora de las habilidades en esta área de un grupo de alumnos de 2º de la Educación Secundaria Obligatoria, así como la actitud mostrada hacia este tipo de actividad en el aula. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que se mejora la actitud de los alumnos hacia las Matemáticas y una buena acogida del juego dentro de la dinámica de la clase, además de una mejora en la resolución de los ejercicios y problemas.

Palabras clave: educación secundaria obligatoria, álgebra, juegos matemáticos.

Abstract

A methodological proposal based on the use of games for teaching is presented in this work. The proposal aims to provide a different approach to the teaching of Algebra for students of 2nd year of secondary school. Several education reports, both national and international, show low results on the Mathematical tests. More specifically, the ones from the Algebra area are remarkably low, despite of being one of the most important parts of the curriculum of the course. Consequently, the need to find new teaching-learning methods for Algebra is clear. The importance of the students' activity in their learning process is nowadays widely recognized, and several relevant authors have shown support for the use of games inside the classroom as a facilitator resource. Thus a proposal of an educational game to help teach the Algebra contents block is developed in this work. The improvements in the abilities of a group of 2nd year students in this area has been analyzed, together with their attitude towards the activity. The results show an increase in the attitude of the students towards Mathematics and a high acceptance of the game into the class dynamics, as well as noticeable improvements in their problem resolution capacity.

Keywords: secondary education, algebra, mathematical games.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1.	INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	1
2.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	2
2.1.	Objetivos	2
3.	MARCO TEÓRICO	4
3.1.	<i>Legislación</i>	4
3.1.1.	LOE.....	4
3.1.2.	LOMCE	5
3.1.3.	Real Decreto 1631/2006.....	5
3.1.4.	Real Decreto 1105/2014	6
3.1.5.	Decreto 23/2007 de la Comunidad de Madrid.....	6
3.2.	<i>Informes de educación</i>	7
3.2.1.	PISA 2012.....	7
3.2.2.	EGD 2010	8
3.2.3.	CDI 2014	10
3.3.	<i>El Álgebra</i>	11
3.3.1.	Importancia del Álgebra.....	11
3.3.2.	Dificultades en el aprendizaje del Álgebra	12
3.4.	<i>El juego en el aula</i>	14
3.4.1.	El juego como facilitador del aprendizaje.....	14
3.4.2.	Tipos de juegos y características	17
4.	PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	22
4.1.	<i>Análisis de la situación educativa</i>	22
4.2.	<i>Estudio de la enseñanza del álgebra en 2º de la ESO</i>	23
4.3.	<i>Destinatarios</i>	25
4.4.	<i>Cronograma de la actividad realizada</i>	27
4.4.1.	Cuestionario inicial.....	27
4.4.2.	El juego.....	28

4.4.3.	Cuestionario final.....	30
4.5.	<i>Evaluación de la actividad y resultados obtenidos</i>	32
4.6.	<i>Propuesta de mejora</i>	34
4.6.1.	La Cárcel Matemática.....	35
5.	DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	39
6.	CONCLUSIONES	41
7.	LIMITACIONES DEL TRABAJO	43
8.	LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS	44
9.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45
10.	ANEXOS.....	48
10.1.	<i>Cuestionario para los docentes</i>	48
10.2.	<i>Tablero del juego</i>	50
10.3.	<i>Comentarios de los alumnos</i>	51

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo pretende mostrar un recurso didáctico muy conocido pero escasamente utilizado como es el caso de los juegos en el campo de las Matemáticas.

Los últimos informes sobre los niveles en educación, como el informe internacional PISA 2012, la Evaluación General de Diagnóstico 2010 o las pruebas CDI 2014, muestran que el nivel de los alumnos en el área de las Matemáticas es bastante bajo. Concretando más aun los resultados, el área del Álgebra junto con el de Geometría son los que presentan mayores dificultades a los alumnos.

Por este motivo, parece necesario buscar diferentes metodologías que permitan a los profesores adaptarse a sus alumnos para lograr aprendizajes más significativos. De esta necesidad surge la propuesta desarrollada en este trabajo, que se basa en gran medida en la lectura de autores destacados en este campo, como Guzmán (1989) o Gairín (1990), que defienden el uso de los juegos para la enseñanza de las Matemáticas. Guzmán (1989) expone específicamente que “posiblemente ningún otro método acercará a una persona más a lo que constituye un quehacer interno de la Matemática como un juego bien escogido” (p. 64).

Por otro lado, la propia experiencia personal de la autora de este trabajo ha permitido observar de primera mano la repercusión en los alumnos del uso de los juegos en el aula para la didáctica del Álgebra. Se ha comprobado que suponen una fuente de motivación para estos y que se muestran más interesados y participativos cuando se les propone trabajar con juegos. También se ha observado que los estudiantes no solo mejoran sus procesos de aprendizaje, sino que, además, son conscientes de su mejora y se percatan y agradecen positivamente el esfuerzo invertido por el profesor en la preparación de las actividades.

En base a lo expuesto anteriormente se ha desarrollado el presente trabajo, que analiza el uso de los juegos para la didáctica del Álgebra en 2º de la ESO y en el que se realiza una propuesta de mejora incluyendo este recurso.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La comprensión del Álgebra supone un gran reto para los alumnos de 2º de la ESO. Este bloque de contenidos se ven por primera vez en 1º de la ESO, aunque se realiza solo una introducción. Es en el 2º curso cuando empiezan a profundizar en este campo y se encuentran con un gran número de dificultades a la hora de abordar los distintos ejercicios y problemas. Además, los alumnos no comprenden la utilidad del álgebra y acaban percibiéndolo como una simple complicación sin motivación alguna. Por esta causa se genera en ellos un rechazo y una mala actitud hacia esta rama de las matemáticas desde el principio. De esta forma, su progreso en la comprensión de los nuevos contenidos se ve dificultado, lo que les produce una fuerte desmotivación en esta área.

Por todo ello, con este proyecto se pretende desarrollar una actividad para llevar a cabo una clase de repaso del bloque de álgebra, empleando una metodología activa, participativa y basada en el uso del juego como recurso didáctico. De esta forma, se espera ayudar a los alumnos en la comprensión del álgebra y desarrollar una actitud positiva hacia la misma, para facilitar la consecución de los objetivos curriculares, el aprendizaje de los contenidos y la adquisición de las competencias básicas.

2.1. *Objetivos*

En base a lo expuesto anteriormente, el objetivo principal que se plantea en este trabajo es:

Presentar una propuesta didáctica basada en el juego como recurso para facilitar a los alumnos el aprendizaje de los contenidos y la adquisición de las competencias básicas asociadas al bloque de Álgebra, así como fomentar que tengan una actitud positiva hacia el aprendizaje de las Matemáticas.

Para la consecución de este objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Analizar la situación actual de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.
- Estudiar las principales dificultades de los alumnos de 2º de la ESO en el aprendizaje y la comprensión del álgebra.

- Exponer las ventajas del uso de juegos en la didáctica de las matemáticas.
- Diseñar una propuesta didáctica para enseñar el bloque de Álgebra mediante la introducción de un juego.
- Valorar la preferencia de los alumnos de trabajar de forma individual o en equipo.

La metodología utilizada para llevar a cabo el presente trabajo ha sido el resultado de la revisión e investigación bibliográfica, el diseño de un cuestionario para recabar información del profesorado sobre la enseñanza-aprendizaje del Álgebra y el diseño posterior de una propuesta didáctica para enseñar contenidos de Álgebra mediante la introducción del juego.

De la revisión bibliográfica se ha logrado una visión global de la didáctica del Álgebra, conociendo cuáles son las principales dificultades y problemas a los que se enfrentan los alumnos. Esta revisión se ha llevado a cabo empleando recursos como la Biblioteca Virtual de la UNIR, la Biblioteca de la Universidad Autónoma de Madrid y Google Académico, que ha permitido recuperar numerosos artículos para profundizar en el tema de investigación. Además, en una primera aproximación a esta bibliografía, se han detectado las principales obras y autores de referencia en relación al juego como recurso didáctico y, a partir de ellos, se ha ampliado el listado de fuentes consultadas. Por otro lado, se han consultado también todas las legislaciones vigentes, tanto estatales como de la Comunidad de Madrid, para conocer cuáles son los contenidos concretos que se imparten en 2º de la ESO y las competencias que deberán adquirir los alumnos en este curso. Por último, se ha realizado un análisis de varios informes internacionales de educación para tratar de evaluar el nivel actual de los alumnos en el área de las Matemáticas.

Para recabar información sobre dónde están realmente los problemas de aprendizaje en el álgebra en 2º de la ESO se han realizado entrevistas a dos profesores usando un cuestionario. En base a los resultados obtenidos, se ha realizado una propuesta que incluye el diseño de una actividad empleando juegos para un grupo de alumnos de 2º de la ESO. Se pretende realizar un repaso de los contenidos que aprendieron en el bloque de Álgebra y determinar si la actitud de los alumnos se ve favorecida o no por este tipo de dinámica en el aula. Además, se comprobará si ha supuesto o no, una mejora en sus conocimientos y habilidades en esta rama de las Matemáticas.

3. MARCO TEÓRICO

Con el fin de adquirir una idea global de la situación actual de la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra, se realizará en esta sección un análisis de la legislación vigente y de los resultados obtenidos en informes de educación internacionales como el Informe PISA de 2012, o nacionales como la Evaluación General de Diagnóstico de 2010 o las pruebas CDI de 2014. Además, para situar las ventajas y desventajas del empleo de juegos en el aula, se desarrollará la revisión bibliográfica.

3.1. *Legislación*

Cabe comenzar este apartado de legislación haciendo referencia a las dos leyes estatales de educación: la LOE y la LOMCE, así como a los dos Reales Decretos correspondientes y al Decreto de la Comunidad de Madrid.

3.1.1. LOE

En la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE) se establecen los principios generales y los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria y “se adoptará la atención a la diversidad como principio fundamental” (BOE, núm. 106, p. 17166). Se especifica, entre otros, la finalidad de esta etapa educativa, que pretende lograr que los alumnos adquieran los conocimientos básicos de la cultura en los ámbitos humanístico, artístico, científico y tecnológico. Además, supone una etapa de preparación tanto para su incorporación al mundo laboral o la continuación con sus estudios, como para el ejercicio de sus derechos y obligaciones como ciudadanos.

Se establece además en la LOE la organización de los distintos cursos de la ESO, donde se fijan las Matemáticas como una asignatura obligatoria en los cuatro cursos. Además, se establecen los principios pedagógicos “desde la consideración de la atención a la diversidad y del acceso de todo el alumnado a la educación común” (BOE, núm. 106, p. 17170). Por último, se especifica cómo se llevará a cabo la evaluación y la promoción del alumnado.

Conviene añadir, además, la definición de currículo que expone la LOE, con el fin de que no exista confusión en un término tan fundamental para un trabajo de investigación en el ámbito de la educación. Así, “a los efectos de lo dispuesto en esta Ley, se entiende por currículo el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley” (BOE, núm. 106, p. 17166).

3.1.2. LOMCE

Los cambios que plantea la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre de 2013, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) buscan, por una parte, que el sistema educativo se asemeje a aquellos sistemas de países con mejores resultados. Por otro lado, se pretende “reducir la tasa de abandono temprano de la educación, mejorar los resultados educativos de acuerdo con criterios internacionales [...], mejorar la empleabilidad, y estimular el espíritu emprendedor de los estudiantes” (BOE, núm. 295, p. 97862).

Además, se enfatiza el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y se introducen algunos cambios en el currículo y la organización de la ESO. Sin embargo, las Matemáticas siguen considerándose una asignatura troncal a lo largo de toda la etapa, si bien en el segundo ciclo (3º y 4º de la ESO) existen dos modalidades diferentes dentro de la misma.

3.1.3. Real Decreto 1631/2006

El Real Decreto 1631/2006 fija las enseñanzas mínimas para la ESO, estableciendo las competencias básicas, los objetivos, los contenidos y los criterios de evaluación. Se establecen en este documento, por tanto, los contenidos de la asignatura de Matemáticas, que estarán divididos en seis bloques:

- Bloque 1. Contenidos comunes
- Bloque 2. Números
- Bloque 3. Álgebra
- Bloque 4. Geometría

- Bloque 5. Funciones y gráficas
- Bloque 6. Estadística y probabilidad

Para cada uno de estos se puntualizan los contenidos específicos y los objetivos, siendo en el caso del álgebra: el empleo del lenguaje algebraico como una herramienta más para resolver problemas, la obtención de fórmulas generales buscando pautas o de soluciones numéricas de expresiones algebraicas, la resolución de ecuaciones de primer grado y la transformación de ecuaciones en otras equivalentes. Así mismo, “se pretende comprobar la capacidad de utilizar el lenguaje algebraico para generalizar propiedades sencillas y simbolizar relaciones” (BOE, núm. 5, p. 754).

3.1.4. Real Decreto 1105/2014

En el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se varía ligeramente la organización de los contenidos en la asignatura de Matemáticas, estableciéndose cinco bloques:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Bloque 2. Números y Álgebra
- Bloque 3. Geometría
- Bloque 4. Funciones
- Bloque 5. Estadística y probabilidad

Por otra parte, en cuanto a los contenidos apenas existe diferencia, si bien en este decreto se añaden a los contenidos la resolución de ecuaciones de segundo grado y de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

3.1.5. Decreto 23/2007 de la Comunidad de Madrid

En el Decreto 23/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria, se organizan los contenidos siguiendo los seis bloques que establecía el Real Decreto 1631/2006.

De la misma forma, los contenidos específicos, los objetivos y los criterios de evaluación se ajustan a los de este Real Decreto, como por ejemplo “identificar y describir regularidades, pautas y relaciones en conjuntos de números, utilizar letras para simbolizar distintas cantidades y obtener expresiones algebraicas como síntesis en secuencias numéricas, así como el valor numérico de fórmulas sencillas” (BOCM, núm. 126, p. 120).

3.2. *Informes de educación*

En esta sección se revisarán brevemente los resultados obtenidos en España, y en concreto en la Comunidad de Madrid, en los últimos informes tanto internacionales, como el informe PISA 2012, como nacionales, como la EGD 2010 o las pruebas CDI 2014.

3.2.1. PISA 2012

El Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA), realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), pretende evaluar el nivel en que los estudiantes de 15 años han adquirido ciertos conocimientos fundamentales, examinando también su capacidad para extrapolar lo aprendido a situaciones desconocidas. De forma que esta evaluación internacional sirva para que cada país participante pueda fijar metas de políticas educativas.

Este estudio se comenzó a realizar en 1997 y desde entonces el número de países participantes ha ido en aumento. Se realiza cada tres años, centrándose principalmente en cada ocasión en una de las tres competencias que consideran claves: la lectora, la matemática y la científica. En el estudio PISA realizado en 2012 se evaluaron principalmente las Matemáticas, aunque en un segundo plano también la lectura, las ciencias y la resolución de problemas.

En la figura 1 se representan los resultados obtenidos en las pruebas PISA de España y Madrid (solo en las dos últimas ediciones por falta de datos), comparados con las puntuaciones medias de la OCDE, desde 2003 a 2012, en el ámbito de las Matemáticas. Como puede observarse, en 2012, España obtuvo 484 puntos, 10 puntos por debajo de la media de la OCDE, que se estableció en 494 puntos. Sin embargo,

observando más detalladamente los resultados, la puntuación obtenida por los alumnos de la Comunidad de Madrid es de 504 puntos, que si bien está por encima de la media de la OCDE, todavía está muy por debajo de la mejor puntuación obtenida en el estudio de 2012: Shanghái-China con 613 puntos.

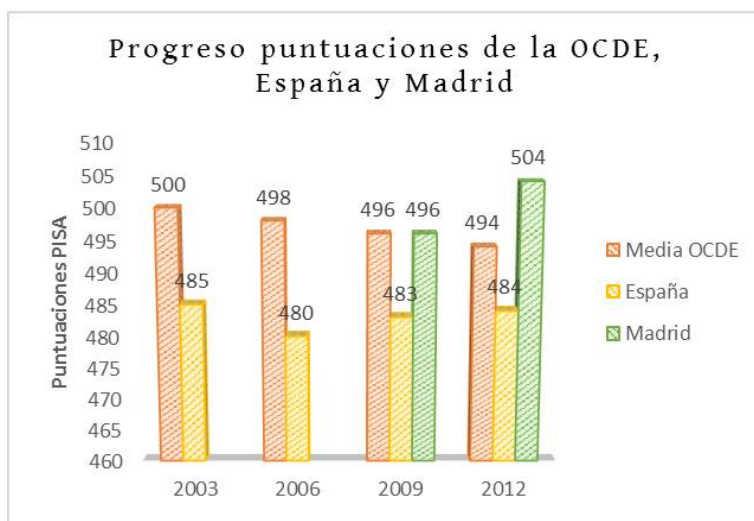


Figura 1. Puntuaciones PISA de la OCDE, España y Madrid
(Elaboración propia a partir de los datos de la OCDE, 2013)

Conviene fijarse además en que el 44% de los estudiantes españoles que realizó la prueba admitió haber faltado a clases sueltas o días enteros. Obteniendo estos alumnos unos 35 puntos menos de media.

3.2.2. EGD 2010

En la Evaluación General de Diagnóstico (EGD) se busca contribuir a la mejora de la calidad educativa partiendo de los resultados que se obtienen en este informe, que facilita el conocimiento de la situación del sistema. Además, tiene como finalidad “la equidad de la educación, orientar las políticas educativas, aumentar la transparencia y eficacia del sistema educativo y ofrecer información sobre el grado de adquisición de las competencias básicas” (EGD, 2010, p. 18). Para ello, se evalúan cuatro de las ocho competencias básicas que establece la LOE:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia matemática
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

- Competencia social y ciudadana.

Entre los resultados de este informe cabe destacar que a la edad de 14 años un 68% de los alumnos se encuentra escolarizado en el curso que le corresponde, por lo que un 32% sufre un retraso en su formación. Además, en 2º de la ESO en la Comunidad de Madrid, un 11.6% de los alumnos repiten curso y un 74.5% de los estudiantes consiguen graduarse en Educación Secundaria Obligatoria.

Centrando la atención en la competencia matemática, como se observa en la figura 2, diez de las diecisiete comunidades autónomas se encuentran entre los 480 y los 520 puntos, estando la media española en los 500 puntos. Además, cinco comunidades se encuentran en los 520 puntos o ligeramente por encima, una comunidad autónoma y las dos ciudades autónomas se encuentran por debajo de los 480 puntos y una comunidad autónoma se encuentra significativamente por encima de los 520 puntos. La Comunidad de Madrid en concreto, se encuentra por encima de la media, con algo más de 520 puntos.

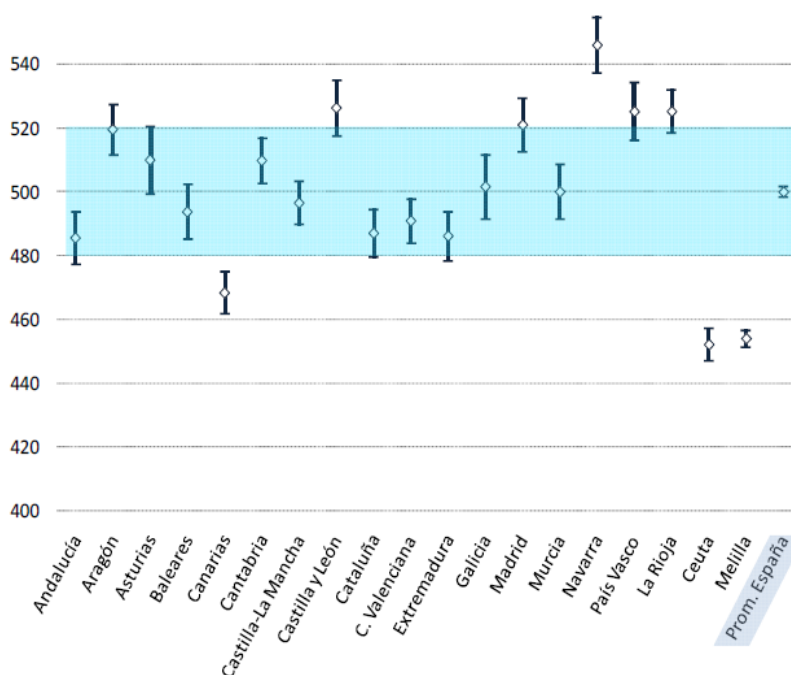


Figura 2. Resultados promedio en Competencia Matemática.

(Ministerio de Educación, 2011, p. 70)

En cuanto a los bloques de contenidos concretos dentro de la disciplina de las Matemáticas, como se puede ver en la figura 3, los que “han resultado con mayor dificultad son el álgebra y la geometría, aspectos esenciales del aprendizaje, cuyo dominio asegura un éxito posterior en esta competencia” (Ministerio de Educación, 2011, p. 86).

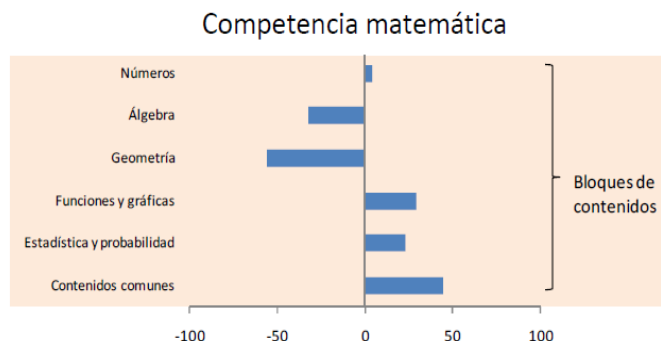


Figura 3. Resultados EGD por bloques de contenidos.
(Ministerio de Educación, 2011, p.86)

3.2.3. CDI 2014

Las pruebas de Conocimientos y Destrezas Indispensables (CDI) son realizadas por la Comunidad de Madrid todos los años a alumnos de 6º de Primaria y de 3º de la ESO, con el fin de realizar un seguimiento del grado de adquisición de ciertos conocimientos y destrezas básicas para cada etapa. Consisten en dos pruebas que evalúan el nivel en la asignatura de Lengua castellana y literatura y en la de Matemáticas.

Los resultados que se obtuvieron el pasado curso para la asignatura de Matemáticas sitúan la nota media de la Comunidad en un 5.15 (sobre 10). Pese a no ser una calificación demasiado alta, se obtuvo también que el 54.4% de los alumnos superaron la prueba y que un 12.1% obtuvo una calificación de sobresaliente.

En la figura 4 se presentan las notas medias de los alumnos en Matemáticas desde 2008 a 2014, donde puede observarse cómo ha ido aumentando en los últimos años. Por otro lado, en la figura 5 se muestra el porcentaje de alumnos que superaron la prueba desde 2008 a 2014.

Aunque en 2010 la nota y el porcentaje de aprobados mejoraron notablemente y, después, en 2011 bajaron drásticamente, parece existir una pequeña tendencia de mejora.

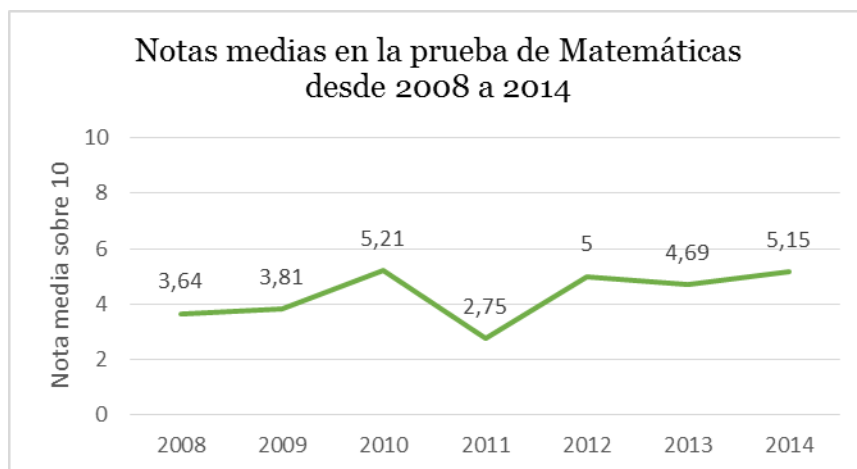


Figura 4. Notas medias en la prueba CDI de Matemáticas.
(Elaboración propia a partir de los datos de Arribas, 2014, p. 30)

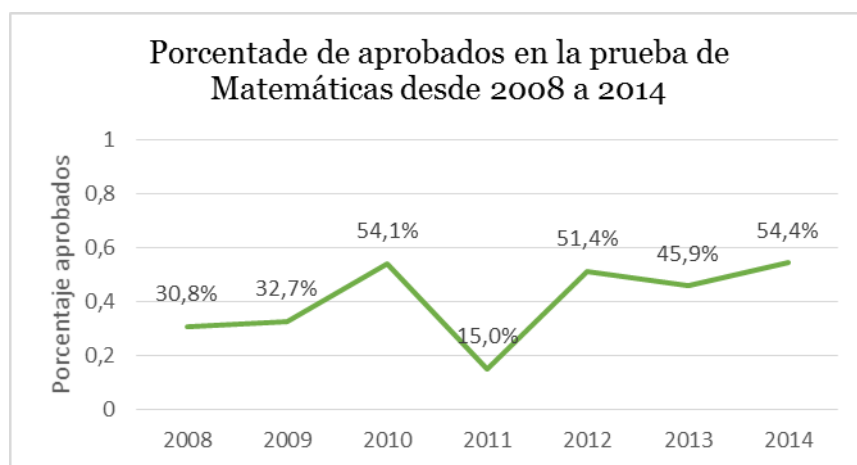


Figura 5. Porcentaje de aprobados en la prueba CDI de Matemáticas.
(Elaboración propia a partir de los datos de Arribas, 2014, p. 30)

3.3. El Álgebra

3.3.1. Importancia del Álgebra

A partir del siglo XVIII se comenzó la “algebratización de las matemáticas” y, aunque el Álgebra y la Aritmética han estado siempre muy unidas, como indica Sierra (2010) podría definirse el Álgebra como “la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos” (p. 1). Prosigue Sierra (2010), que es gracias a autores como Euler, que “se generalizan las reglas de la resolución de problemas aritméticos; se desarrolla el aparato simbólico-literal [...] Y con todos estos resultados se ve como el

álgebra es una disciplina indispensable para el resto de disciplinas de las matemáticas” (p. 2). Y continua reiterando que “sino [sic] manejan el álgebra, tampoco podrán adquirir unas competencias necesarias para el análisis, estadística, geometría, además de otras áreas como en ciencias, economía, etcétera” (p. 2).

Tras haber tratado, además, en el apartado 3.1 la legislación relativa al nivel educativo en que se desarrolla este proyecto, se deduce claramente la importancia del Álgebra. Esta rama de las Matemáticas no solo se nombra específicamente en la legislación, sino que se asigna a su estudio uno de los seis bloques de contenidos en que se divide la asignatura. En concreto, en todos los cursos de la ESO, se le asigna el tercer (o el segundo en la LOMCE) bloque de contenidos, después de un primer bloque de repaso y del de números. Esto se debe a la importancia del álgebra para la consecución de los contenidos posteriores, así como para lograr una buena competencia matemática, tal como se hacía explícito en el informe de la EGD de 2010.

3.3.2. Dificultades en el aprendizaje del Álgebra

Como se ha mostrado en el apartado 3.2 y como indican Ruano, Socas y Palarea (2008) “muchos alumnos, incluso algunos de los que se consideran más capacitados para las matemáticas, encuentran grandes dificultades cuando inician su aprendizaje del álgebra” (p. 61). Por ello, se han realizado numerosas investigaciones sobre la mejor forma de aproximarse a este bloque de contenidos, desde la generalización, la sustitución formal o a través de la modelización.

Dado que los alumnos se aproximan al álgebra con un cierto conocimiento previo, que considerarán suficiente, no se adquirirá conocimiento nuevo hasta que este no cree un conflicto con el conocimiento anterior que provoque una reestructuración en su mente. De ahí que los errores tengan lugar cuando los alumnos adquieren nuevos conocimientos que les obligan a hacer esta reestructuración de lo que saben. Matz (1980) define los errores como “intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación” (p.94).

Ruano et al. (2008) distinguen tres orígenes distintos que causan que los alumnos cometan errores:

- Obstáculo
- Ausencia de sentido
- Actitudes afectivas y emocionales

El obstáculo supone un conocimiento adquirido que ha funcionado a los alumnos en ciertas circunstancias, pero al emplearlo fuera de esos contextos, genera respuestas no válidas.

Por otra parte, los errores debidos a una ausencia de sentido se pueden diferenciar en tres:

- Errores originados en la aritmética, ya que para comprender las generalizaciones, deben haber asimilado esos procesos en el contexto aritmético.
- Errores de procedimiento, por emplear fórmulas o reglas de manera incorrecta.
- Errores debidos a las características del lenguaje algebraico, como errores en el sentido del signo igual.

Por otro lado, “los errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales tienen distinta naturaleza: faltas de concentración (excesiva confianza), bloqueos, olvidos, etc.” (Ruano et al., 2008, p. 64).

En el estudio realizado por Ruano et al. (2008) concluyeron que, aunque los errores suelen depender de los contenidos que se vayan a trabajar y de los procesos que se lleven a cabo, había ciertos errores que se repetían independientemente del proceso desarrollado, como por ejemplo el uso incorrecto de los paréntesis o confundir la multiplicación con la potencia. Detectaron también errores debidos a la ausencia de sentido, es decir, relacionados con dudas o cuestiones sin resolver en la parte de Aritmética.

De nuevo, en palabras de Ruano et al. (2008), indican que:

Para dar sentido a un objeto matemático no es suficiente con mostrar un contraejemplo [...]. Por eso parece razonable recurrir también a otras situaciones que creen esquemas fáciles de recuperar, por estar apoyados en distintos sistemas de representación y no solamente en argumentos formales (p. 73).

Por último, enfatizan que la superación de obstáculos, que se dificulta por la aparición de conocimientos previos en los alumnos, supone al final la adquisición de mejores conocimientos. Además, “independientemente del origen del error, la superación del mismo requiere una participación activa del estudiante” (Ruano et al., 2008, p. 73).

3.4. *El juego en el aula*

Tras haber analizado la situación actual de las Matemáticas y los bajos resultados que obtienen los alumnos en esta asignatura, haber enmarcado el Álgebra en la legislación y haber profundizado en las dificultades de esta rama, especialmente tras las últimas conclusiones del apartado anterior, parece lógico proseguir ahora este trabajo considerando los juegos en matemáticas como un posible recurso didáctico. Específicamente, por qué se consideran un recurso facilitador del aprendizaje y qué tipos de juegos hay.

3.4.1. El juego como facilitador del aprendizaje

Una de las mayores dificultades a la que se enfrentan los alumnos en la asignatura de Matemáticas viene dada, no por la dificultad que presenta esta materia, sino por las concepciones previas que poseen los propios alumnos. Torres (2001) manifiesta que “el disgusto por la matemática tiene como uno de sus pilares un mito: el de la materia aburrida, difícil y reservada para unos pocos” (p. 23). Sin embargo, personas formadas en este campo, no podrían considerar estas concepciones menos acertadas, ya que, como expone Gairín (1990), “la mayor parte de los matemáticos consideran que, además de otras cosas, la Matemática es un apasionante juego” (p. 111).

Como profesores de matemáticas, han de tenerse muy en cuenta estas concepciones erróneas que en general poseerán los alumnos, ya que este tipo de creencias les predispondrán en una actitud negativa hacia la asignatura. La importancia de este problema recae, como indica Gairín (1990), en que “es un hecho comprobado la existencia de una correlación entre las actitudes y el rendimiento en matemáticas” (p.107).

En consecuencia, y considerando la opinión de Johnson (según Gairín, 1990), se puede concluir que la tarea principal de un profesor de matemáticas será lograr que los alumnos desarrollen actitudes positivas hacia estas. Por lo tanto, será tarea del profesor romper con esos mitos y presentar las Matemáticas como una ciencia atractiva, introduciendo, por ejemplo, los juegos para su enseñanza.

Este recurso, como expone Guzmán (1989), ha sido utilizado desde la antigüedad por los matemáticos, indicando que “la lista de objetos matemáticos que han venido motivados por el espíritu de los juegos sería interminable. Baste señalar algunos de los nombres de matemáticos famosos que se podrían destacar en este contexto: Fibonacci, Fermat, Pascal, Leibniz, Euler, Bernouilli...” (p. 62). Sin embargo, más relevante es el hecho de que este pasatiempo ha sido, y sigue siendo, muy popular entre personas sin formación matemática y que una gran cantidad de ellas, de distintas edades, se entretienen con juegos y muchas incluso emplean las llamadas matemáticas recreativas (Gairín, 1990).

Además, en palabras de Guzmán (1989) es curioso considerar que:

Es un hecho frecuente que muchas personas que se declaran incapaces de toda la vida para la matemática, disfrutan intensamente de puzzles y juegos cuya estructura en poco difiere de la matemática. Existen en ellas claros bloqueos psicológicos que nublan su mente cuando se percatan de que la cuestión que se les propone, mucho más sencilla tal vez que el juego que practican, tiene que ver con el Teorema de Pitágoras (p.11).

Por tanto, la relevancia del uso de este recurso didáctico no solo recae en el hecho de que el pensamiento que se desarrolla con ciertos juegos sea prácticamente el mismo que el necesario para las matemáticas, sino que también es importante considerar las actitudes tan distintas que presentan los alumnos frente al juego y frente a esta ciencia. Así, Gairín (1990) deducía que “la utilización de los juegos favorecerá el aprendizaje de las matemáticas” (p. 107). Es decir, el profesor podría beneficiarse de las actitudes positivas provocadas en los alumnos al jugar, para mejorar sus actitudes respecto a las matemáticas y conseguir que se produzca un acercamiento a esta materia.

Señala Guzmán (1989) además, que un juego matemático bien seleccionado ayudará a cualquier estudiante de cualquier nivel a mejorar su habilidad de observación y en una primera aproximación a los temas de estudio a los que se tendrá que enfrentar.

Considera que los beneficios del uso de esta actividad son innumerables, señalando: “apertura, desbloqueo, motivación, interés, diversión, entusiasmo...” (p. 64).

En este sentido, Villabrille (2005) también aporta una serie de razones a favor del uso de los juegos en la enseñanza, ya que indica que sirven para:

- Motivar al alumno con situaciones atractivas y recreativas.
- Desarrollar habilidades y destrezas.
- Invitar e inspirar al alumno en la búsqueda de nuevos caminos.
- Romper con la rutina de los ejercicios mecánicos. [...]
- Incluir en el proceso de enseñanza-aprendizaje a alumnos con capacidades diferentes.
- Desarrollar hábitos y actitudes positivas frente al trabajo escolar.
- Estimular las cualidades individuales como autoestima, autovaloración, confianza, el reconocimiento de los éxitos de los compañeros, dado que, en algunos casos, la situación de juego ofrece la oportunidad de ganar y perder (p. 16).

Parece por tanto claro el beneficio del empleo de los juegos en el aula como un recurso didáctico. Opinión que se ve apoyada por las conclusiones a las que llega Gairín (1990) tras su investigación, exponiéndose a continuación las principales, dada su importancia.

- Generalmente los estudiantes adquieren por lo menos iguales conocimientos y destrezas que las que obtendrían en otras situaciones de aprendizaje.
- La información es aprendida más deprisa que en otras metodologías, aunque la cantidad aprendida no es significativamente mayor que en otros métodos. [...]
- Los juegos mantienen las habilidades matemáticas durante largo tiempo. [...]
- Algunos resultados observados al utilizar juegos con alumnos de bajo rendimiento escolar.
 - El uso de juegos matemáticos es una estrategia exitosa para la enseñanza.
 - Los juegos de estrategia producen una sustancial mejora en actitud. Y esto se debe más al tipo de actividad que a las características de los juegos particulares usados.
 - Los alumnos de pequeña capacidad académica mejoran con frecuencia el rendimiento a causa de un mayor interés (p. 113).

Gairín (1990) indica, además, que “una primera impresión que hemos recogido al practicar juegos con alumnos de diferentes edades ha sido expectación inicial (por lo novedoso) y satisfacción posterior (por el aspecto recreativo)” (p. 112). Estas impresiones parecen coincidir en todos los profesores que emplean juegos, y apoyan la opinión de Martin Gardner (1975), un autor muy prestigioso en el campo, que expone: “siempre he creído que el mejor camino para hacer las Matemáticas interesante a los alumnos y

profanos es acercase a ellas en son de juego” (p. 8). Añadiendo posteriormente otra consideración: “con seguridad el mejor modo de despertar a un estudiante consiste en presentarle un juego matemático intrigante [...] o cualquiera otra de entre una veintena de posibilidades que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas” (p. 8).

Sin embargo, tras todos estos argumentos a favor de uso del juego en el aula para la enseñanza de las matemáticas, no conviene concluir este apartado sin mencionar también que Gairín (1990) indica al final de su trabajo que “lo que parece más conveniente es mantener un equilibrio entre la matemática lúdica (que mantiene el interés) y la matemática seria” (p. 116). Es decir, el juego puede ser un recurso didáctico muy útil, pero no debe ser el único recurso a utilizar.

3.4.2. Tipos de juegos y características

Gairín (1990) y Corbalán (1996) clasifican los juegos en dos tipos: los juegos de conocimiento y los de estrategia.

Los juegos que suponen que los alumnos al jugar empleen conceptos o algoritmos típicos de los programas de Matemáticas, como resolver una ecuación o realizar una multiplicación, serán los que denominaré juegos de conocimiento. Estos, indica Gairín (1990), pueden ser empleados en distintas etapas de aprendizaje, diferenciando entre:

- Pre-instruccional: ya que el alumno no posee conocimiento previo de un concepto y lo descubre a través del juego.
- Co-instruccional: ya que el juego sería un recurso más que emplea el profesor.
- Post-instruccional: ya que los alumnos habrían realizado el aprendizaje de un tema, por ejemplo, y el juego sirve para reforzar lo aprendido.

Por otro lado, los juegos que exigen emplear habilidades y razonamientos relacionados con la forma de proceder de las Matemáticas, los denominaré juegos de estrategia. Que podrán ser personales o solitarios, en los que el jugador deberá encontrar la manera de resolverlos, o multipersonales, donde cada jugador debe buscar la estrategia ganadora.

Corbalán (1996) indica cinco cualidades que habrá que tener en cuenta a la hora de caracterizar los juegos:

1. Comprensibilidad: que supone la facilidad para entender el proceso del juego.
2. Facilidad: que se refiere a la dificultad de obtener una estrategia ganadora en juegos de varios jugadores, o de obtener la solución en los solitarios.
3. Posibilidad de descripción: que se refiere a la comunicación de la manera de actuar o de los procesos para alcanzar la solución.
4. Posibilidad de análisis del juego: que supone el uso de estrategias adecuadas en el análisis del juego.
5. Estrategias utilizadas: que supone comparar las hipótesis de las distintas estrategias usadas para encontrar las soluciones.

Además, Contreras (2004) señala unos requisitos concretos que deberían reunir los juegos didácticos, para que sean más fácilmente aplicables:

- Ser sencillos, adecuados al nivel de los alumnos.
- Tener una finalidad específica.
- Ser atractivos y motivadores.
- Que incorporen, siempre que se pueda, estructuras de juegos ya conocidos.
- Que haya juegos individuales que faciliten la interiorización de conceptos y juegos colectivos.
- Ser asequibles, económicamente, dedicando especial atención a los juegos que el profesor y los alumnos sean capaces de construir (p. 1).

Por último, en cuanto a los tipos de juegos, exponen Olfos y Villagrán (2001) que los juegos tradicionales pueden favorecer el aprendizaje matemático y tienen la ventaja de generar en los alumnos deseos lúdicos de forma espontánea. Como por ejemplo la Escoba, el Dominó, el Ajedrez, el Tetrix..., o juegos de estrategia tradicionales, como las Torres de Hanoi, el Juego de los barcos o el Tangram.

A continuación se van a realizar cuatro propuestas de juegos diferentes que se podrían incluir en las unidades didácticas a la hora de impartir el Álgebra:

- Adivina el número que pienso
- Los Cuadrados Mágicos
- El Bingo Algebraico

- El Dominó de Ecuaciones

Todos estos juegos son nombrados por numerosos autores y han sido escogidos por cumplir las características expuestas anteriormente. Además, los distintos juegos requieren formas de trabajo diferentes, por lo que resulta conveniente combinarlos para poder adaptarse y ayudar al aprendizaje de todos los alumnos.

Adivina el número que pienso

Este tipo de juegos consisten en pedir a una persona que piense un número, darle una serie de instrucciones sobre distintas operaciones con ese número y, a partir del resultado que diga, adivinar cuál era el número en que había pensado.

Por ejemplo, Contreras (2004) facilita varios ejemplos como el siguiente:

1. Piensa un número
2. Súmale 2
3. Eleva el resultado al cuadrado
4. Réstale cuatro veces tu número inicial
5. Dime lo que te sale y te diré, rápidamente, tu número inicial (p. 2).

Estos juegos podrían facilitarse a los alumnos como deberes o ejercicios voluntarios, para que trabajasen individualmente, y buscasen encontrar la solución, es decir, la forma de adivinar el número. Esto supone que deberán trabajar sus habilidades para pasar de lenguaje natural a lenguaje algebraico, que suele ser la mayor dificultad que tienen a la hora de resolver problemas.

Además, este tipo de juegos pueden inventárselos también los alumnos y podría ser una buena actividad proponerles que le planteasen ejercicios de ese tipo a sus compañeros.

Los cuadrados mágicos

Los cuadrados mágicos consisten en una cuadrícula cuadrada con el mismo número de casillas en las filas que en las columnas, donde todas las filas, todas las columnas y todas las diagonales suman la misma cantidad. Así, empleándolo en álgebra supone encontrar el valor de “x” que permite que esto ocurra.

Por tanto, la tarea de los alumnos es escribir las sumas de un par de filas, columnas o diagonales, igualar dos y resolver la ecuación, comprobando que el cuadrado final es realmente un cuadrado mágico que cumple la condición.

Contreras (2004) da también un par de ejemplos de este tipo de juegos, como el de la figura 6.

$2X+2$	X	$X+1$
$X-2$	$X+2$	$5X-6$
$3X-3$	$2X+1$	$X-1$

Figura 6. Ejemplo de cuadrado mágico (Contreras, 2004, p. 18)

Este juego, una vez que los alumnos saben cómo se llega a la solución, podría perder interés. Por ello, sería conveniente que los estudiantes creasen sus propios cuadrados mágicos.

Los cuadrados mágicos junto con el juego anterior de “Adivina el número que pienso”, podrían utilizarse en hojas de ejercicios voluntarios. Dada la facilidad para crear juegos de estos dos tipos de diferentes dificultades, podrían emplearse desde el comienzo de la unidad didáctica en estos entregables voluntarios mencionados, dejando 1 semana a los alumnos para resolverlos.

El Bingo Algebraico

La dinámica de este juego es la misma que la del Bingo clásico. Se reparten a los alumnos unos cartones con números (por ejemplo de 3 filas y 6 columnas, para que no sea demasiado largo el juego), se extraen bolas, como en el Bingo normal, pero en vez de tener números, contienen ecuaciones. Los alumnos deberán resolverlas para saber qué número han de tachar en el cartón y, para facilitar la tarea, se escribirán las ecuaciones en la pizarra.

Cuando un alumno consiga tachar todos los números de una fila gritará LINEA y el profesor deberá comprobar que no se ha equivocado en ningún número. Para ello, tendrá que llevar una hoja de control donde tachará todos los números que vayan saliendo. Después se continuará la partida hasta que un alumno grite BINGO. Si el profesor comprueba el cartón y es correcto, se acabará el juego. Si por el contrario hay algún fallo, se continuará jugando.

Este juego puede complicarse tanto como se quiera, complicando las ecuaciones. Además, se podría por ejemplo organizar un juego con sistemas de ecuaciones, donde los alumnos tuviesen dos cartones, uno para las soluciones de la “x” y otro para las de la “y”. También, al igual que en los juegos anteriores, los alumnos podrían participar en la creación de nuevas bolas para el Bingo.

El Dominó de Ecuaciones

Al igual que el caso anterior, la dinámica de este juego es idéntica a la del Dominó clásico. La diferencia se encuentra en que en vez de casar dos números iguales, habrá que unir una ecuación con su solución o con otra ecuación equivalente.

Este juego se llevará a cabo en grupos pequeños de alumnos, de hasta 4 jugadores, y habrá de disponerse de piezas suficientes para todos los alumnos, es decir, tantos juegos de piezas completos, como grupos de alumnos haya en la clase.

Por otro lado, la ventaja que tiene, al igual que todos los juegos nombrados hasta ahora, es que podría trabajarse con los alumnos en la creación de las piezas. Así mismo, dependiendo del nivel de los alumnos, o de lo avanzados que estemos en el tema, las ecuaciones podrán ser más o menos difíciles. Contreras (2004) facilita un ejemplo de las 28 piezas que podrían formar un juego completo de Dominó de Ecuaciones.

4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

4.1. *Análisis de la situación educativa*

Como se ha visto en el apartado 3.2, los resultados que obtienen los alumnos en los informes nacionales e internacionales, en las pruebas de matemáticas, no son demasiado alentadores. Además, se observa que el nivel en esta asignatura no solo no mejora, sino que parece ir a peor. Por tanto, parece obvia la necesidad de cambiar de metodología y buscar distintos métodos que se ajusten mejor a las necesidades de los alumnos de hoy en día.

Resulta conveniente comenzar mencionando, como indican Olfos, Soto y Silva (2005), que “típicamente los alumnos aprenden a operar expresiones algebraicas y resolver ecuaciones de primer grado, sin que estas tareas tengan significación para ellos o las vinculen a problemas de contexto real” (p. 82). De lo cual deducen que el aprendizaje tradicional y, por tanto, los métodos de enseñanza del álgebra tradicionales, donde el profesor explica un tema y los ejercicios correspondientes usando un ejemplo tipo, que los alumnos deben memorizar y practicar, no sirven para la sociedad actual.

Olfos et al. (2005), consideran que en la parte del lenguaje algebraico, “las letras son presentadas como incógnitas, como números generalizados, como magnitudes arbitrarias y finalmente como variables”. Prosiguen que estas letras deben poder emplearse como magnitudes en fórmulas y no solo como cantidades discretas, “poniendo de manifiesto la convivencia de que el profesor incorpore la visualización para facilitar al alumno la comprensión y ofrecerle un contexto significativo con respecto al lenguaje algebraico” (p. 82). Por lo que podría ser una buena aproximación emplear juegos para acercar al alumno a esta rama de las Matemáticas y facilitar su comprensión.

También, Olfos et al. (2005) señalan en su trabajo que la falta de implicación de los estudiantes podría verse influida también por las creencias o expectativas de los profesores hacia ellos, así como por el gran número de alumnos en clase. De lo que podría deducirse que una mayor implicación del profesor, que en su trabajo incluye distintas formas de acercamiento a los conocimientos y que dedica tiempo a organizar sus clases y preparar actividades motivadoras para sus alumnos, como podrían ser los juegos, repercutirá directamente en la actitud de sus alumnos y en su implicación.

Sierra (2010) indica, además, la importancia de mostrar la utilidad de las Matemáticas a los alumnos, así “debemos mostrarles el álgebra como una herramienta muy útil para resolver problemas de la vida cotidiana”. Además, enfatiza que los enunciados de los problemas deben tratar temas cercanos a los alumnos para que estos se impliquen más, aunque esto no será lo único necesario para lograr su motivación.

Para llevar a cabo este proyecto se realizó, además de una revisión bibliográfica, una investigación previa en un centro público de la Comunidad de Madrid. Se trabajó con dos de los profesores de Matemáticas del centro que imparten clase en los grupos de 2º de la ESO y se les realizó un cuestionario para saber su opinión sobre este tema. También, se llevó a cabo una actividad en uno de los grupos de 2º de la ESO empleando un juego para repasar el bloque de Álgebra, y se pasó a los alumnos un cuestionario inicial, previo a la actividad, y otro final, posterior.

4.2. *Estudio de la enseñanza del álgebra en 2º de la ESO*

En el Anexo, figura 21, se encuentra disponible el cuestionario realizado a los dos profesores. Las 6 primeras preguntas buscaban conocer su opinión sobre la situación del Álgebra, mientras que las 3 siguientes se referían a los juegos en concreto.

En las 2 primeras preguntas se les pedía información sobre el trimestre en que se impartía el bloque de Álgebra y si consideraban que el tiempo dedicado a este bloque era suficiente. Ambos coincidieron en que, dado que el bloque del Álgebra se imparte en el 2º trimestre del curso, este recurso no supone un problema para estos contenidos, ya que todavía pueden dedicarle el tiempo que consideren necesario.

En las preguntas 3 y 4, se les consultó además sobre los contenidos concretos del bloque, que se extrajeron del Real Decreto 1631/2006 (BOE, núm. 5, p. 754). La pregunta 3 buscaba información sobre el tiempo dedicado a trabajar unos contenidos frente a otros. Mientras que la 4 buscaba que clasificasen los contenidos según supusiesen una mayor o menor dificultad para los alumnos. Las respuestas a ambas cuestiones fueron:

- Ambos coincidieron en que la obtención del valor numérico de expresiones algebraicas era la parte a la que menos tiempo dedicaban y, así mismo, la que menos costaba a los alumnos. Deduciéndose por tanto que es una parte “fácil” del bloque.
- Coincidieron también en que la parte a la que más tiempo dedicaban era la de resolución de ecuaciones de primer grado y transformación de ecuaciones en otras equivalentes. Siendo por otro lado esta parte la segunda en que los alumnos mostraban menos dificultades. Quizá por haberle dedicado más tiempo a su trabajo en clase.
- Por último, coincidían en que la utilización de ecuaciones para la resolución de problemas supone bastante dificultad para los alumnos y que lo que les resulta más complicado es el uso del lenguaje algebraico para generalizar propiedades y la obtención de fórmulas generales basándose en la observación de pautas.

Se les preguntó específicamente en la cuestión 5, cuáles consideraban que eran las principales dificultades que detectaban en sus alumnos. A lo que ambos respondieron que el planteamiento de ecuaciones para la resolución de problemas y el cálculo de expresiones algebraicas con: paréntesis, igualdades notables y signos negativos delante de una fracción. Así como tener que quitar denominadores.

Por otra parte, se les preguntó sobre el uso de los juegos en el aula. En la pregunta 6, donde se les preguntaba si empleaban el juego como un recurso didáctico, ambos respondieron que sí los usan y nombraron como ejemplos: los juegos de ingenio, las pirámides de edades, los cuadrados mágicos y los problemas de adivinar edades o números.

En las cuestiones 7 y 8 se preguntaba sobre la utilidad de los juegos en cuanto a facilitadores del proceso de enseñanza-aprendizaje y la adquisición de competencias. Ambos respondieron que estaban de acuerdo en que el uso de los juegos matemáticos es propicio para el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra y que ayudan a adquirir las competencias básicas.

4.3. *Destinatarios*

El centro en el que se ha desarrollado el proyecto es el Instituto Marqués de Suanzes, un centro público situado en un barrio de la periferia de Madrid. El instituto se encuentra situado en una zona de nivel económico medio. Se construyó en lo que era una antigua urbanización del INI (Instituto Nacional de Industria) y, actualmente, el barrio de Suanzes se ha convertido en una zona residencial de nivel económico medio.

Sin embargo, el centro acoge a alumnos de los barrios de alrededor (como Ciudad Lineal, Canillejas, San Blas o Ciudad Pegaso), que son barrios más humildes y con un gran porcentaje de población inmigrante.

Por tanto, el perfil de los alumnos de este centro es variado, desde estudiantes de familias con nivel económico medio a otros de familias de inmigrantes muy humildes. Además, la diversidad cultural existente es importante, habiendo alumnos de diferentes nacionalidades: peruanos, colombianos, venezolanos, chinos (tanto adoptados como inmigrantes), indios, japoneses, rusos... Por ejemplo, la clase de Matemáticas de 1ºD de la ESO está formada por 16 alumnos de los cuales: 7 son españoles, 5 latinoamericanos (colombianos, peruanos o venezolanos), 2 chinos, 1 ruso y 1 búlgaro.

De la misma manera, hay niños cuyas familias se ocupan y preocupan por ellos, estando pendientes e implicados en su educación; otros que se ven presionados en casa para sacar buenas notas, hasta puntos algo extremos y que perjudican a los niños, y muchos otros cuyas familias no se implican y que terminan por no esforzarse ni motivarse por su propia educación, repitiendo curso, pasando a grupos de diversificación, etc. Además, hay alumnos con Necesidades Educativas Especiales, tanto de tipo psicológico como de tipo motor, aunque en este segundo caso, son dificultades motoras leves (no hay niños con sillas de ruedas, por ejemplo).

En cuanto al instituto, es un centro relativamente grande. Este año cuenta con 671 alumnos, cifra que ha aumentado notablemente respecto al año pasado, que rondaba los 500. El claustro de profesores está formado actualmente por 44 docentes, con profesores veteranos que llevan tiempo en él y bastantes profesores jóvenes, recién llegados al centro.

En cuanto a la Junta Directiva, está formada por el Director, la Jefa de Estudios (que trata con profesores, alumnos y padres, organizando horarios por ejemplo), una Jefa de Estudios Adjunta (que ayuda en la labor con los alumnos del primer ciclo de la ESO) y la Secretaria (que se dedica a las labores administrativas, económicas y de mantenimiento). Además, existen dos cargos más, la Jefa de la Sección Bilingüe de Francés y la Jefa de Actividades Extraescolares.

El centro tiene 4 líneas por curso a lo largo del primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria y, además, consiguió la acreditación de Centro Bilingüe en Francés hace ya 7 años, con 2 líneas por curso durante toda la ESO.

Cabe señalar, sobre el nivel de los alumnos, que, en general, los dos grupos de la sección bilingüe obtienen mejores resultados, son grupos más fáciles de llevar y más cooperadores, suelen ser alumnos más aplicados y con expectativas de continuar sus estudios, y con padres más implicados en su educación. Mientras que en los dos grupos ordinarios la diversidad del alumnado es mucho mayor y se encuentran bastantes alumnos, ya en los primeros cursos, que no quieren continuar con sus estudios y abandonan las asignaturas desde el principio de curso. Además, en general el número de alumnos de familias de inmigrantes es notablemente más bajo.

El centro dispone también de un grupo de integración para 1º y 2º de la ESO, con alumnos con Necesidades Educativas Especiales que salen de sus grupos ordinarios en las horas de Lengua y Matemáticas para trabajar con una pedagoga en una clase de apoyo.

Hace al menos 4 o 5 años, empezaron a emplear los agrupamientos flexibles en los dos grupos ordinarios (sin sección bilingüe) de 1º y 2º de la ESO. Así, se divide a principio de curso a los alumnos de los dos grupos en tres, de unos 16-18 alumnos por clase. En 2º de la ESO se realizan estos desdobles para las asignaturas de Matemáticas, Lengua y Ciencias de la Naturaleza.

Durante la estancia en el centro tuvieron lugar las pruebas CDI en 3º de la ESO, donde los resultados obtenidos se encuentran por debajo de la media, siendo un 4.59 la media de centro y un 5.34 la de la Comunidad de Madrid.

En cuanto a las actividades extraordinarias, el departamento de Matemáticas organiza para los primeros cursos de la ESO distintas pruebas y concursos, como los

Ingenios, las Olimpiadas Matemáticas o el Concurso de Primavera, en el que el centro lleva participando más de 10 años.

Finalmente, las aulas no disponen de una gran dotación tecnológica, aunque tienen un ordenador portátil fijo en cada clase para uso del profesor. Además, todas las aulas desde 2º de la ESO en adelante y las de Bachillerato disponen de un cañón proyector y de altavoces.

El grupo en que se han llevado a cabo las actividades para este proyecto es el de 2ºB de la ESO. Este es uno de los dos grupos que cursan sus estudios de la ESO de manera bilingüe en Francés y está formado por 31 alumnos, de los que participaron en la actividad 30. Es un grupo bueno, donde ninguno de los alumnos tiene faltas graves y donde la mayoría se preocupan por sus estudios y promocionarán a 3º de la ESO sin problemas. En concreto en la asignatura de Matemáticas, los resultados obtenidos son muy buenos, habiendo aprobado al final de curso 29 de los 31 alumnos, es decir, un 93.5% de los alumnos.

4.4. *Cronograma de la actividad realizada*

La actividad que se llevó a cabo en el instituto consistió en un repaso del bloque de Álgebra de cara al examen final que se realizó una semana después. Para llevar a cabo este repaso se disponía de 2 sesiones de 55 minutos en las que, además de llevar a cabo la actividad, había que realizar un cuestionario inicial (al comienzo de la primera sesión) y un cuestionario final (al final de la segunda sesión).

4.4.1. Cuestionario inicial

Para conocer el nivel de conocimientos de partida en la resolución de ecuaciones de los alumnos con los que se iba a trabajar, y para evaluar si las habilidades de estos para resolver ecuaciones mejoraban con el juego, se realizó un cuestionario inicial.

En la figura 7 se puede ver que este consistía simplemente en la resolución de dos ecuaciones. La primera sencilla, sin fracciones ni paréntesis, para comprobar si recordaban los contenidos básicos del bloque. La segunda, una ecuación más difícil, con denominadores y signos negativos delante de fracciones. Esta se ha seleccionado porque

los profesores manifestaron que los alumnos tenían dificultades en estos dos conceptos y por considerarse importantes antes de introducirse en la resolución de ecuaciones más complejas. Posteriormente, en el cuestionario final, se volverá a incidir en ellos para valorar si tras la actividad desarrollada se observa una mejora.

CUESTIONARIO ALUMNOS INICIAL	03/06/2015
Nombre:..... Número:	
Resuelve las siguientes ecuaciones:	
1. $2x - 3 + 7x = 3x - 5$	
2. $\frac{x-2}{2} - \frac{8x-7}{4} = \frac{-3x+9}{3} - \frac{2+5x}{6}$	

Figura 7. Cuestionario inicial para los alumnos (Elaboración propia)

4.4.2. El juego

El juego que se preparó para llevar a cabo el repaso fue de elaboración propia y se llamó “La Cárcel Matemática”. Consistía en pasar una serie de pruebas, 4 en cada sesión (concretamente, 3 más un “BONUS” para poder ajustar mejor los tiempos a la clase concreta). El tablero del juego se encuentra disponible en el Anexo, figura 22.

Además, el juego presentaba una parte de trabajo individual, ya que cada prueba la resolvían solos, y otra de trabajo cooperativo, ya que los alumnos podían y debían ayudarse unos a otros para superar el mismo. Esto se organizó así, para poder observar si los alumnos preferían o no el trabajo en grupo y si les resultaba beneficioso o no.

En cuanto a la dinámica del juego, se les entregaron las instrucciones, se leyeron en voz alta y se les entregó la primera prueba. A continuación, en la figura 8, se pueden observar estas, junto con las pruebas entregadas.

La Cárcel Matemática

Instrucciones:

Estáis encerrados en la prisión de los niños que no estudian Matemáticas. Al director de este centro penitenciario le encanta el Álgebra, así que, si queréis escapar, tendréis que resolver todas las ecuaciones necesarias para llegar a la puerta de salida. Tendréis que conseguir resolver ecuaciones para abrir la puerta de vuestra celda y para poder llegar a los distintos escondites hasta que alcancéis la salida. Además, la puerta final tiene un código que deberéis introducir para poder escapar, así que ¡¡guardad los resultados de todas las ecuaciones!! ¿Creéis que conseguiréis escapar?

Reglas del juego:

- Recibirás la primera prueba, cuando la resuelvas, podrás pasar al siguiente escondite y el profesor te entregará la segunda prueba. Así sucesivamente.
- En la primera clase podréis llegar hasta la Enfermería, donde podréis refugiarnos para continuar con la escapada en la segunda clase. ¡Ojo! Si no llegáis todos a la enfermería, deberéis empezar desde el último escondite que hayáis logrado alcanzar TODOS, así que ¡¡ayudaos!!
- Lo mismo ocurre en la segunda clase, ¡para conseguir escapar deberéis estar todos al lado de la puerta, para poder introducir el código final! ¡Así que aseguraos de que nadie se queda atrás!

Prueba 1: Resuelve la siguiente ecuación para abrir la puerta de la celda y obtener las primeras cifras del código necesario para escapar: $3x + 2 - 5x = 9x + 6x - 5$

Prueba 2: ¿Podrás conseguir la siguiente parte del código? Resuelve:

$$3(2x - 2) - 4 = 2(3x - 5) - 4(2x - 3)$$

Prueba 3: Esto se complica... Llegarás a la Enfermería para esconderte con todos tus compañeros:

$$\frac{2x+5}{3} + \frac{3x-9}{6} - \frac{8(x-1)}{9} = \frac{4}{3}$$

BONUS: Pasaréis la noche en la Enfermería, pero necesitaréis comida, ¿la conseguiréis?

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

Prueba 4: ¿Serás capaz de llegar al siguiente escondite? Consigue la siguiente parte del código resolviendo este sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$$

Prueba 5: Ya casi lo has logrado, ¡pero todavía falta parte del código! ¿Sabrás resolver el sistema usando un método distinto al de la prueba anterior?

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 5 \\ 3x - y = 5y \end{cases}$$

Prueba 6: Los guardias de la prisión recorren todo el edificio muchas veces al día. Si en cada turno de 8 horas recorren la prisión 9 veces y les da tiempo a hacer tres pausas de 10 minutos. ¿Cuántos minutos tardan en recorrer la prisión?

BONUS: Juan tiene 400 € y Rosa tiene 350 €. Después de sobornar entre los dos al mismo guardia de la prisión, a Rosa le queda un $\frac{1}{2}$ de lo que le queda a Juan. ¿Cuánto le han pagado al guardia cada uno?

A medida que iban resolviendo la primera prueba, el profesor comprobaba que la solución era correcta y les entregaba la segunda prueba, y así en adelante. Una vez que resolvían correctamente la tercera prueba, debían ayudar a sus compañeros, pues no podrían “guardar” la partida si no habían llegado todos a resolver las tres pruebas cuando sonase el timbre. Además, una vez que todos los alumnos lograron resolver correctamente las tres pruebas de la sesión, se les entregó el bonus. De la misma manera que antes, no obtendrían el “premio” si no lo resolvían todos.

En la segunda sesión la dinámica del juego fue la misma, pero cambiando las pruebas y, en este caso, el objetivo era llegar al final del tablero (que se encuentra en el Anexo) y escapar de la cárcel. Para lo cual, además de resolver las seis pruebas (y los dos bonus, si había tiempo), debían introducir un código en el ordenador de la clase.

Los objetivos del juego eran, por un lado, que recordasen y practicasen la resolución de distintos tipos de ecuaciones: de primer grado con paréntesis, denominadores, signos negativos delante de fracciones y de segundo grado. Además, que recordasen la resolución de sistemas por distintos métodos y, por último, que trabajasen en la resolución de problemas, para que repasasen cómo transformar el lenguaje natural al algebraico. Por otro lado, se quería observar si los alumnos, dada la opción, elegían o no el trabajo colaborativo y si observaban una mejora en su propio aprendizaje.

La última parte del juego, el código, buscaba simplemente darles una motivación final extra para que llegasen al final de la partida y fuesen más cuidadosos con los papeles de todos los ejercicios que resolvían (que podrían usar para repasar para el examen final). Así, el código se lograba con los resultados de todas las pruebas escritos en orden, y lo debían introducir al abrir un fichero ZIP con una foto, que les pedía una contraseña.

4.4.3. Cuestionario final

Se pretendía lograr con esta actividad comprobar si el trabajo con juegos suponía una mejora en los resultados de los alumnos, así como ver si suponía una motivación y si los alumnos apreciaban o no este tipo de trabajo, con juegos y colaborativo. Por eso, se realizaron los cuestionarios.

Así, después de terminar la actividad, se realizó un cuestionario final, figura 9, consistente también en la resolución dos ecuaciones, ambas muy parecidas a las del cuestionario inicial, y de tres preguntas de tipo cualitativo. La primera ecuación era sencilla, sin paréntesis o fracciones, y la segunda más complicada incluyendo fracciones y signos negativos, por tanto, similar al cuestionario inicial.

CUESTIONARIO ALUMNOS FINAL	05/06/2015
Nombre:..... Número:	
Resuelve las siguientes ecuaciones:	
<p>1. $12x + 13x + 4 - 8x = 9 - 4x + 6x - 2 - 5x$</p> <p>2. $-7 + \frac{1-x}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{-3x-5}{14} - \frac{2-3x}{35}$ (Ayuda: m.c.m.= 210)</p>	
3. ¿Has aprendido o reforzado lo que ya sabías con la actividad?	
<input type="checkbox"/> Sí	<input type="checkbox"/> No
4. Durante la actividad, ¿has trabajado solo o con tus compañeros?	
<input type="checkbox"/> Yo solo	<input type="checkbox"/> Me han ayudado mis compañeros
<input type="checkbox"/> He ayudado a mis compañeros	<input type="checkbox"/> Me han ayudado y también he ayudado
5. ¿Te ha gustado esta forma de aprender y practicar las Matemáticas?	
<input type="checkbox"/> Sí	<input type="checkbox"/> No
6. ¿Quieres dejar algún comentario? (Cuéntame si te ha gustado la actividad, que ha sido lo mejor, lo peor, si te has aburrido... ¡Lo que quieras!) :)	
<hr/> <hr/> <hr/>	

Figura 9. Cuestionario final para los alumnos. (Elaboración propia)

Al igual que en el cuestionario inicial, se esperaba ver si los alumnos tenían el concepto de denominador y de cómo quitarlo bien asimilado, y si operaban bien con un signo menos delante de la fracción.

Además, las preguntas de tipo cualitativo, la 3, la 5 y la 6, del cuestionario final (figura 9), buscaban permitir al alumno que diese su opinión acerca de la actividad, para obtener información sobre la acogida del juego por parte de los estudiantes. También, con la pregunta 4, se pretendía recoger información sobre cómo prefieren trabajar los alumnos, si de forma individual o en grupo.

4.5. *Evaluación de la actividad y resultados obtenidos*

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos en los cuestionarios inicial y final, al llevar a cabo el juego de “La Cárcel Matemática” en las dos sesiones de repaso del bloque de Álgebra en el grupo de 2ºB de la ESO.

En las figuras 10 y 11 se muestran los resultados de la pregunta 1 del cuestionario inicial y final. La resolución de la primera ecuación, por tanto, se esperaba que la obtuviesen bien en ambos cuestionarios la mayoría de los alumnos. Los resultados logrados fueron idénticos en ambos casos, ya que la resolvieron bien 26 alumnos y mal tan solo 4 de los 30 estudiantes.

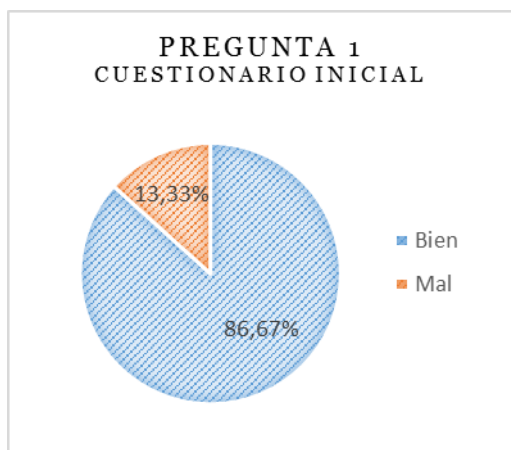


Figura 10. Resultados Pregunta 1 Cuestionario Inicial. (Elaboración propia)

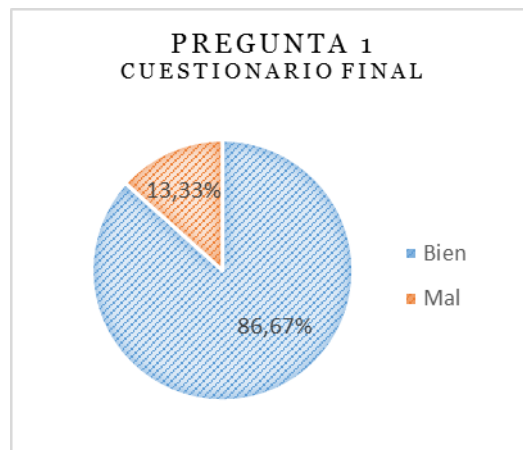


Figura 11. Resultados Pregunta 1 Cuestionario Final. (Elaboración propia)

Por otro lado, la segunda ecuación que debían resolver era más complicada y se esperaba que los resultados fuesen peores, aunque se pretendía observar una mejora tras haber empleado el juego. Esta suposición parece concordar con los resultados, como se observa en las figuras 12 y 13, ya que en el primer cuestionario 23 alumnos fallaron y en el final, fueron 18 los que se equivocaron.

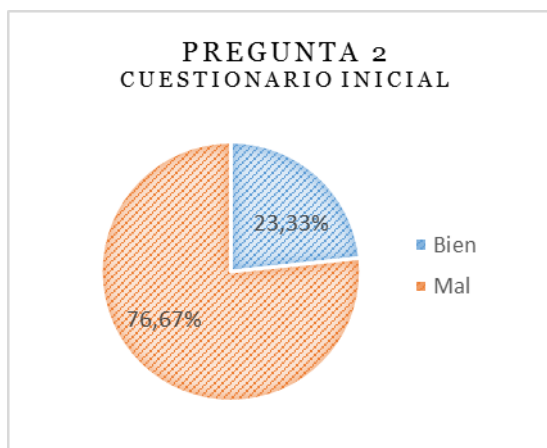


Figura 12. Resultados Pregunta 2 Cuestionario Inicial (Elaboración propia)

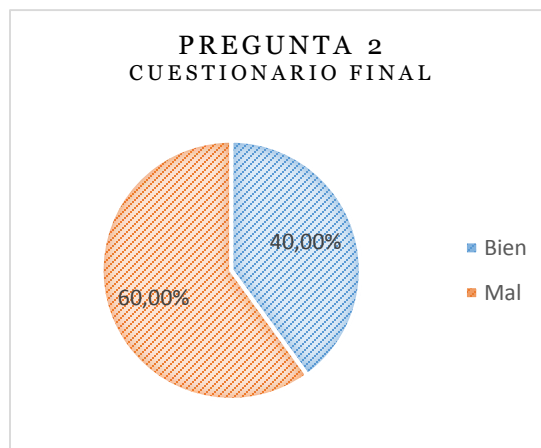


Figura 13. Resultados Pregunta 2 Cuestionario Final. (Elaboración propia)

Además, los principales errores que se detectaron, como ya se esperaba, fueron en su mayoría por no saber bien cómo quitar el denominador (porque en general lo intentaban, pero se confundían a la mitad) y en equivocarse al operar cuando había un signo negativo delante de una fracción. Sin embargo, también se detectaron muchos errores de cálculo.

En el cuestionario final, como se comentó en el apartado anterior, se añadieron también tres preguntas para que opinasen sobre la actividad de manera cualitativa y se les dejó un espacio para que realizasen comentarios. En las cuestiones de tipo cualitativo estas fueron las preguntas dadas y los resultados obtenidos:

1. A la pregunta de si consideraban que habían aprendido o reforzado lo que ya sabían con la actividad, un 96.7% de los alumnos, es decir, 29 de 30, respondieron que sí.
2. A la cuestión sobre cómo habían trabajado durante la actividad (solo o con sus compañeros), como se muestra en la figura 14, respondieron: 3 de los 30 alumnos que habían trabajado solos, a 3 les habían ayudado sus compañeros, 5 ayudaron a sus compañeros y 19 habían ayudado y les habían ayudado también.
3. Por último, el 100% de los alumnos respondió que le había gustado esta forma de aprender y practicar las Matemáticas.

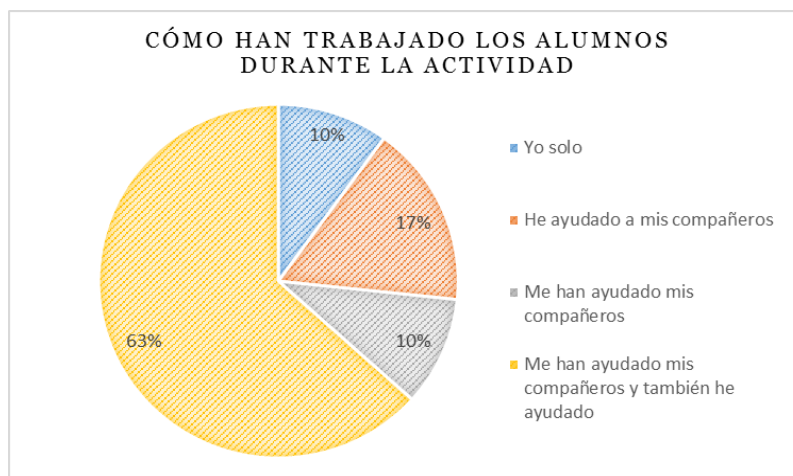


Figura 14. Representación de cómo han trabajado los alumnos durante la actividad (Elaboración propia)

Además, 15 de los 30 alumnos añadieron algún comentario final al cuestionario, como se pueden ver en el anexo en las figuras 23 a 26, y fueron todos positivos. Agradeciendo que se hubiese hecho la actividad, indicando que les había servido de repaso para el examen final, que les había resultado entretenida y divertida (también que les recordaba a sus videojuegos), y que les había ayudado el trabajar en equipo.

4.6. Propuesta de mejora

Tras los buenos resultados obtenidos al realizar la actividad descrita en el apartado 4.4.2, se propone a continuación el mismo juego de “La Cárcel Matemática” mejorado en algunos aspectos. Por tanto, una propuesta original para emplear en el aula al explicar Álgebra, aunque podría adaptarse también para otros bloques.

La dinámica del juego es prácticamente la misma que en el que se llevó a cabo, aunque se proponen algunas variaciones. El juego se ha adaptado para poder realizarlo mejor en 1 sesión, es decir, 55 minutos. Por eso, el número de pruebas será menor, 4 pruebas más 2 Bonus. Aunque se podrá adaptar según el tipo de pruebas que se propongan y según el nivel de los alumnos, por ejemplo, si a nuestros estudiantes se les da muy bien este bloque, quizá podríamos poner alguna prueba más, o si no se les da demasiado bien, reducir el número de estas. En cualquier caso, los Bonus sirven para ajustarse mejor a los tiempos de trabajo de todos los alumnos, por lo que podría haber 1 o 2, según las diferencias de nivel entre los alumnos dentro de la misma clase.

Además, la mayor diferencia será que en este caso se realizará el juego en equipos de 4 personas. De esta forma será más sencillo organizar el aula y a los alumnos. Por ejemplo, en las aulas que están organizadas las mesas de dos en dos en tres filas, bastaría con que los dos alumnos de delante se girasen en su silla y trabajasen con los dos de detrás. Por tanto, tendríamos tantos equipos como grupos de 4 alumnos haya en la clase.

A cada equipo se le asignara una ficha de un color y todos empezarán desde la casilla de salida. En este caso, el juego no consistirá en que todos los alumnos consigan llegar a resolver todas las pruebas, sino que cada equipo se tiene que preocupar de sus 4 miembros. Además, habrá pruebas que se repartirán a todos los alumnos iguales (como en el juego que se llevó a cabo) y otras que serán diferentes para cada miembro del equipo.

4.6.1. La Cárcel Matemática

Para comenzar el juego: se organizan los equipos, se designa un portavoz de cada equipo, se les asigna una ficha de un color a cada uno y se reparten las instrucciones, figura 15. Se leerán en voz alta, para que no haya dudas, y se empezará a jugar, como se explica a continuación.

La Cárcel Matemática

Instrucciones:

Estáis encerrados en la prisión de los niños que no estudian Matemáticas. Al director de este centro penitenciario le encanta el Álgebra, así que, si queréis escapar, tendréis que resolver todas las ecuaciones necesarias para llegar a la puerta de salida.

Jugaréis en equipos de 4 personas y tendréis que conseguir resolver ecuaciones para abrir la puerta de vuestra celda y para poder llegar a los distintos escondites hasta que alcancéis la salida. Además, la puerta final tiene un código que deberéis introducir para poder escapar, así que ¡¡guardad los resultados de todas las ecuaciones!! ¿Creéis que lo conseguiréis?

Reglas del juego:

- Formad equipos de 4 personas y elegid un portavoz del equipo.
- El portavoz es la única persona que puede levantarse a enseñarle las pruebas al profesor. Los equipos en los que se levanten más miembros, serán penalizados.
- Recibiréis la primera prueba, cuando la resolváis correctamente, el portavoz se la enseñará al profesor, podréis pasar al siguiente escondite y se os entregará la segunda prueba. Así sucesivamente.
- Sois un equipo y como tal deberéis ayudaros unos a otros para resolver todas las pruebas. Además, competís contra todos los demás equipos de la clase... ¿Cuántos conseguirán escapar?

Figura 15. Instrucciones del juego mejorado (Elaboración propia)

Se repartirá la Prueba 1, como la de la figura 16, que será la misma para todos los miembros del equipo. Esta la resolverán todos los jugadores, compararán resultados y, cuando estén todos de acuerdo y crean tener la solución correcta, el portavoz se la llevará al profesor para que la corrija. Si estuviese bien, se les repartiría la siguiente prueba.

Prueba 1: Resolved todos la siguiente ecuación para abrir la puerta de la celda, comparad vuestros resultados y, cuando estéis de acuerdo, mostrárselo al profesor. Así, obtendréis las primeras cifras del código necesario para escapar.

$$3(2x - 2) - 4 = 2(3x - 5) - 4(2x - 3)$$

Figura 16. Prueba 1 del juego (Elaboración propia)

La Prueba 2 consistirá en resolver 5 ecuaciones, como se muestra en la figura 17. Cada miembro del equipo tendrá que resolver una ecuación y las soluciones de estas 4 ecuaciones, permitirán resolver la quinta. Cuando tengan las soluciones de las 4 ecuaciones, el profesor comprobará los resultados y, si estuviesen bien, proseguirán con la resolución de la última. Al acabar, el portavoz se la mostrará al profesor y si la solución fuese correcta, este le entregará la siguiente prueba.

Prueba 2: Esto se complica... Para superar esta prueba deberéis resolver 5 ecuaciones. Cada miembro del equipo deberá resolver una de las 4 primeras ecuaciones, cuando estén todas resultas correctamente y el profesor os haya dado el visto bueno, deberéis resolver la 5ª ecuación todos juntos, usando los resultados de las 4 anteriores.

$$1) \frac{2a+5}{3} + \frac{3a-9}{6} - \frac{8(a-1)}{9} = \frac{4}{3}$$

$$2) \frac{-b+1}{4} - \frac{b-5}{36} = -\frac{b-5}{9}$$

$$3) \frac{3c+5}{2} - \frac{4c-5}{3} = \frac{7c+1}{6} - 5$$

$$4) 5d - \frac{2d+1}{2} = 3d + \frac{15d-2}{4}$$

Ecuación final en equipo: $ax^2 - bx - 7 - c + d = 0$

Figura 17. Prueba 2 del juego (Elaboración propia)

* Es posible que el uso de distintas incógnitas (a, b, c, d) confunda a los alumnos o suponga más dificultades. En tal caso, se cambiarían todas por “x” y en la ecuación final se nombrarían como “Solución 1”, “Solución 2”, etc.

La Prueba 3 consiste en la resolución de 2 sistemas de ecuaciones. En este caso, como se explica en la figura 18, trabajarán por parejas dentro del equipo y tendrán que resolver cada par uno de los sistemas, pero cada uno por un método diferente. Cuando tengan la solución de ambos sistemas, el portavoz se la enseñará al profesor y, si la solución es correcta, se les entregará la última prueba para lograr escapar de la Cárcel.

Prueba 3: Conseguiréis superar esta prueba si trabajáis por parejas. Tenéis que resolver 2 sistemas de ecuaciones, pero cada uno por un método diferente (sustitución, igualación, reducción).

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x+y}{2} = 5 \\ 3x - y = 5y \end{cases}$$

Figura 18. Prueba 3 del juego (Elaboración propia)

La Prueba 4 consistirá en la resolución de un problema, figura 19. En este caso, de nuevo, todos los miembros del equipo recibirán la misma prueba, la solucionarán, comprobarán resultados y el portavoz se la enseñará al profesor. Si la solución fuese correcta, el equipo habría conseguido escapar de la Cárcel Matemática y superar el juego.

Prueba 4: Parece que casi lo habéis conseguido, pero ahora tenemos un problema...

Juan tiene 400 € y Rosa tiene 350 €. Después de sobornar entre los dos al mismo guardia de la prisión, a Rosa le queda un 1/2 de lo que le queda a Juan. ¿Cuánto le han pagado al guardia cada uno?

Figura 19. Prueba 4 del juego (Elaboración propia)

Sin embargo, es posible que para algunos equipos sobre mucho tiempo todavía, por lo que se tendrán preparadas 2 pruebas extra, los bonus, como por ejemplo los de la figura 20. Estos seguirán la misma dinámica: se entrega el primero, lo resuelven, se lo enseñan al profesor y si está bien, reciben el segundo.

BONUS 1: Enhorabuena, habéis logrado escapar de la Cárcel. Aunque vestidos de presidiarios no creo que aguantéis mucho... Resolved esta ecuación y ¡conseguiréis ropa para cambiaros!

$$-7 + \frac{1-x}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{-3x-5}{14} - \frac{2-3x}{35}$$

BONUS 2: Ahora pasáis desapercibidos, pero a pie no llegaréis lejos... Si resolvéis el siguiente problema (de manera algebraica), conseguiréis un transporte para alejaros de La Cárcel Matemática y ¡no volver nunca!

Los guardias de la prisión recorren todo el edificio muchas veces al día. Si en cada turno de 8 horas recorren la prisión 9 veces y les da tiempo a hacer tres pausas de 10 minutos. ¿Cuántos minutos tardan en recorrer la prisión?

Figura 20. Bonus, pruebas extras del juego (Elaboración propia)

El código, del que se habla en las instrucciones del juego y que se menciona en alguna de las pruebas, se conseguiría simplemente con todos los resultados obtenidos en todas las pruebas (menos en los bonus) colocados en orden: solución 1, solución final 2, solución 3 (x_1, y_1, x_2, y_2), solución 4. Al finalizar el juego, el equipo ganador lo introduciría, por ejemplo, en una imagen con contraseña, donde el profesor podría tener preparada desde una imagen graciosa a una foto suya.

Esta parte del juego podría eliminarse, aunque, como se explicó en el apartado 4.4.2, pretende obligarles a ser más cuidadosos con los papeles donde resuelven todas las pruebas, ya que podrían servirles para repasar. Además, la curiosidad por averiguar que ocurre al introducir el código, supondrá una fuente extra de motivación para participar en el juego.

Con la puesta en marcha del juego propuesto, se espera conseguir una mejora en la actitud de los alumnos hacia el Álgebra, así como un aprendizaje más profundo de los contenidos. Por esto, cabe esperar que estas mejoras se traduzcan en la consecución de mejores resultados por parte de los alumnos, tanto en los ejercicios en clase o en los deberes, como en los exámenes. Es decir, se espera una mejor comprensión de este bloque de las Matemáticas.

Como se vio en la actividad realizada en el grupo de 2ºB de la ESO, existe una clara preferencia de los alumnos por el trabajo en grupo frente al trabajo individual. Por ello, con esta actividad, se pretendía también fomentar este tipo de trabajo colaborativo.

Por otro lado, hay que tener en cuenta además que este juego permite la posibilidad de adaptarlo fácilmente a otros bloques de la asignatura de Matemáticas, simplemente creando nuevas pruebas con distintos contenidos. Incluso, podrían ayudar los alumnos en este proceso.

5. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En el apartado 4.5 se han expuesto los resultados obtenidos con la actividad llevada a cabo en el grupo de 2º de la ESO. De la primera pregunta de los dos cuestionarios realizados a los alumnos, y como se observaba en las figuras 10 y 11, se deduce que el porcentaje de alumnos que han asimilado los contenidos mínimos del bloque de Álgebra es bastante alto, un 86.67%.

Por otra parte, se observa que la segunda pregunta del cuestionario inicial, cuya ecuación era más complicada, incluyendo restas de fracciones por ejemplo, el porcentaje de alumnos que la superaron fue mucho menor, tan solo un 23.33%. Tras realizar la actividad y repasar todo tipo de ecuaciones y problemas, el porcentaje de alumnos que la resolvieron correctamente en el cuestionario final, aumentó al 40%. Es decir, si bien la actividad ha sido probablemente demasiado corta para lograr un porcentaje de mejora más alto, con solo dos sesiones (incompletas además, por necesitar dedicar tiempo a realizar los cuestionarios) el número de alumnos que han conseguido resolver la segunda ecuación bien ha aumentado. Esto concuerda tanto con las afirmaciones de Guzmán (1989), sobre cómo los juegos pueden ayudar a cualquier estudiante, como con las conclusiones obtenidas por Gairín (1990), que defiende los juegos como una estrategia de enseñanza exitosa.

Además, prestando atención a las preguntas de tipo cualitativo, podría considerarse que la actividad llevada a cabo ha tenido un impacto positivo en los alumnos. De acuerdo con lo que exponía Gairín (1990) respecto a la correlación entre actitudes y rendimiento, prácticamente el total de ellos consideró que la actividad le había sido de utilidad para repasar y recordar el bloque de álgebra, y todos los alumnos respondieron que les había gustado trabajar mediante juegos las matemáticas. Por lo que podría deducirse que este tipo de actividades resulta motivador para los alumnos en general, ya que hay que tener en cuenta que cada grupo de alumnos se caracteriza por la diversidad existente en él, no solo de conocimientos o aptitudes, sino también de actitudes hacia las Matemáticas. Así, que el 100% de los alumnos responda positivamente a la actividad, muestra que es un buen método para adaptarse a todos los estudiantes y a sus ritmos de aprendizaje y trabajo. Lo que apoya las razones que exponía Villabrille (2005) a favor del uso de los juegos en la enseñanza.

Por otro lado, hay que tener en cuenta también que tan solo el 10% de los alumnos (3 estudiantes) trabajó solo durante la actividad, es decir, un 90% aprovechó la oportunidad de realizar trabajo colaborativo. Además, parece importante destacar que un 80% de los alumnos ayudó a sus compañeros. Ciertamente el 63% también recibió ayuda, pero es importante considerar que, aun habiendo terminado sus ejercicios, la mayoría de los alumnos siguió trabajando ayudando a sus compañeros.

Podría considerarse que estos resultados sustentan la idea de que el trabajo colaborativo beneficia a los alumnos, ya que una gran mayoría ha optado por esta opción y alguno de los alumnos lo ha expresado específicamente en los comentarios del Cuestionario Final.

Hay que tener en cuenta, sin embargo, que este tipo de actividades podrían considerarse por ciertos profesores más una pérdida de tiempo que una actividad útil, como indicaba Gardner (1975). Ciertamente es que requieren mucho trabajo inicial y una gran planificación, pero una vez realizado el trabajo la primera vez, conseguidos todos los materiales necesarios para el juego o preparadas todas las pruebas, solo queda después emplearlas en clase y se podrán reutilizar. Además, como mencionaban Olfos et al. (2005) sobre las creencias y expectativas de los profesores hacia los alumnos, el simple hecho de que estos perciban que el profesor se implica y les dedica su tiempo, supondrá por si solo una gran fuente de motivación para ellos.

6. CONCLUSIONES

Para finalizar este trabajo resulta relevante destacar que se han logrado alcanzar todos los objetivos específicos que se plantearon al comienzo de la investigación. Además, conviene hacer un repaso de las conclusiones alcanzadas en el mismo:

1. Respecto al primer objetivo, referente a la situación actual de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, se ha observado en los distintos informes de educación que los resultados en esta disciplina no mejoran. Por ello, parece pertinente la propuesta de realizar un cambio metodológico.
2. En cuanto al segundo objetivo, las principales dificultades de los alumnos de 2º de la ESO que los profesores encontraban en el bloque de Álgebra estaban relacionadas con el uso del lenguaje algebraico. Sin embargo, en la resolución de ecuaciones, donde se esperaba que no tuviesen demasiados problemas, se han observado muchos errores al quitar denominadores y al operar con signos negativos delante de las fracciones.
3. Por otro lado, se ha desarrollado ampliamente el tercer objetivo, sobre las ventajas del uso de juegos en la didáctica de las Matemáticas, ya que, como se ha visto en el Marco Teórico, lo han apoyado numerosos autores de referencia, como Corbalán, Gairín o Guzmán. Además, existen numerosos juegos que se pueden emplear en el aula, incluyendo los mencionados en el apartado 3.4.2 de este trabajo. Por ello, no es difícil encontrar uno que se adapte y sirva a la mayoría de los alumnos y, además, motive a los profesores.
4. También se ha diseñado una propuesta didáctica, que después ha sido mejorada, y que sirve de apoyo al objetivo anterior con los resultados que se obtuvieron en el juego llevado a cabo. De esta se concluye que:
 - El uso de juegos para trabajar el bloque de álgebra en 2º de la ESO resulta positivo, detectándose una mejora en los resultados obtenidos por los alumnos, incluso en tan solo dos sesiones.
 - Los alumnos presentan una actitud positiva hacia el uso de los juegos en el aula, considerándolos útiles para su aprendizaje.

- Disfrutaban, además, de esta forma de trabajo, resultándoles más motivadora que una metodología tradicional.
- 5.** Por último, el objetivo final buscaba valorar la preferencia de los alumnos por el trabajo en equipo frente al trabajo individual en el aula. A partir de los resultados obtenidos en el cuestionario final tras de la actividad realizada, se ha observado que la mayoría de los alumnos, dada la opción, opta por el trabajo colaborativo frente al trabajo individual, apreciando explícitamente sus beneficios.

7. LIMITACIONES DEL TRABAJO

Cabe señalar, por último, las limitaciones que se han tenido a la hora de realizar el trabajo. El mayor problema, como cabría esperar, ha sido el tiempo. Aunque finalmente se ha podido lograr el objetivo principal del trabajo, que buscaba realizar una propuesta metodológica empleando juegos, el factor tiempo ha supuesto un impedimento para llevar a cabo una investigación empírica más completa y en mayor profundidad sobre el uso de los juegos en clase.

Si bien organizar una actividad en un grupo de 2º de la ESO durante dos sesiones ha permitido realizar una primera aproximación a la metodología planteada, resulta un poco escaso a la hora de obtener resultados más generalizables. Hubiese sido más útil alargar la actividad alguna sesión más, haber tenido más tiempo para realizar unos cuestionarios mejor estructurados y de los que se obtuviese más información, poder ampliar la muestra de alumnos o, incluso, haber comparado los resultados con los de otro grupo que siguiese una metodología tradicional.

Además, dado el corto periodo de tiempo disponible para la realización de Trabajo de Fin de Máster, no ha sido posible llevar a cabo todas las mejoras pensadas en la propuesta didáctica planteada, por lo que se desconoce la viabilidad de todas estas nuevas pruebas y si beneficiarán a los resultados y al aprendizaje de los alumnos.

Por otro lado, la escasez de tiempo ha supuesto también que el proyecto de investigación se centrase únicamente en una parte de las matemáticas, el bloque de Álgebra, y para un curso concreto, 2º de la ESO. Por lo que, aunque los resultados obtenidos han sido positivos, no ha podido generalizarse la utilidad del uso de los juegos en otros bloques de las Matemáticas o para otros niveles educativos. Así como no ha sido posible investigar sobre otros tipos de juegos que resultasen convenientes para los demás bloques de la asignatura.

8. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

Por tanto, como líneas de investigación futuras, sería conveniente llevar a la práctica alguna de las actividades propuestas en este trabajo y realizar un análisis estadístico en mayor profundidad sobre los resultados obtenidos. También convendría emplear el juego de La Cárcel Matemática propuesto y analizar su utilidad.

Por otro lado, sería beneficioso ampliar el campo de investigación en busca de la generalización del uso de los juegos en otros bloques de las matemáticas, a parte del de Álgebra. Así, podrían realizarse investigaciones concretas para los distintos bloques y, posteriormente, buscar si es posible aunar todas esas metodologías o nuevas actividades, para crear una didáctica general que emplee juegos.

Además, sería conveniente realizar varios estudios iguales en distintos institutos, variando el nivel social y económico de los alumnos. Así se podrían realizar comparaciones de los resultados obtenidos y se podría determinar si esta metodología puede generalizarse como positiva para el aprendizaje de los alumnos atendiendo a su diversidad.

Dado que en este trabajo solo se ha realizado una valoración de las preferencias de los alumnos del trabajo en equipo frente al trabajo individual, sería conveniente realizar un estudio en profundidad en el que se analizase el beneficio del aprendizaje colaborativo a través de los juegos.

Por último, sería interesante realizar una investigación que aunase el uso de los juegos con el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Los recursos TIC han demostrado ser de gran utilidad en los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo que resultaría conveniente emplear estas herramientas a la hora de diseñar juegos con los que trabajar con los alumnos en el aula.

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arribas, D. (2014). *Informe Prensa: Conocimientos y Destrezas Indispensables: CDI 3º ESO*. Disponible en: http://www.madrid.org/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername1=Content-Disposition&blobheadervalue1=filename%3DInformePrensaCDI3ESO_2014.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1352862200786&ssbinary=true

Contreras, M. (2004). Las matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos. Disponible en: <http://www.semcv.org/mauriciocontreras/JUEGOS4.pdf>

Corbalán, F. (1996). Estrategias utilizadas por los alumnos de secundaria en la resolución de juegos. *Suma*, 23, 21–32. Disponible en: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/23/021-032.pdf>

DECRETO 23/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que *se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria*. Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid, 126, de 29 de mayo de 2007. Disponible en: http://www.madrid.org/dat_capital/loe/pdf/curriculo_secundaria_madrid.pdf

Gairín, J.M. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación*, 17, 105-118. Disponible en: <http://www.raco.cat/index.php/Educación/article/viewFile/42235/90184>

Gardner, M. (1975). *Carnaval Matemático*. Madrid: Alianza Editorial.

Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV JAEM Tenerife*. Disponible en: <http://sectormatematica.cl/articulos/juegosmaten.pdf>

Guzmán, M. (1989). Juegos y matemática?'. *Suma*, 4, 61–64. Disponible en: <http://www.fespm.es/sites/revistasuma.es/IMG/pdf/4/061-064.pdf>

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de *Educación*. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo de 2006. Disponible en: <http://www.boe.es/buscar/pdf/2006/BOE-A-2006-7899-consolidado.pdf>

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, *para la mejora de la calidad educativa*. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2013. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>

Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 3(1), 93-166.

Ministerio de Educación, (2011). *Evaluación General de Diagnóstico 2010. Educación Secundaria Obligatoria. Segundo curso. Informe de Resultados*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/informe-egd-2010.pdf?documentId=0901e72b80d5ad3e>

OCDE, (2013). *Resultados de PISA 2012 en foco: lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben*, 2014. Disponible en: http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

Olfos, R., Soto, D. y Silva, H. (2007). Renovación de la enseñanza del álgebra elemental: un aporte desde la didáctica. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 33(2), 81-100. Disponible en: <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v33n2/art05.pdf>

Olfos, R. y Villagrán, E. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. *Integra*, 5. Disponible en: <http://matclase.pbworks.com/f/JUEGO2.pdf>

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que *se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Boletín Oficial del Estado, 5, de 5 de enero de 2007. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que *se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Boletín Oficial del Estado, 3, de 3 de enero de 2015. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

Ruano, R.M., Socas, M.M. y Palarea, M.M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización. *PNA* 2(2), 61-74. Recuperado de: http://www.usc.es/dmle/pdf/PNA_2008_2_2_02.pdf

Torres, M. (2001). El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional. *Suma*, 38, 23-29. Disponible en: https://revistasuma.es/sites/revistasuma.es/IMG/pdf/38/SUMA_38.pdf#page=25

10. ANEXOS

10.1. Cuestionario para los docentes

CUESTIONARIO DOCENTES

1. ¿En qué trimestre se imparte en su centro el bloque de álgebra en 2º de la ESO?
☐ 1º ☐ 2º ☐ 3º
2. Considero que el tiempo dedicado a impartir el bloque de Álgebra es suficiente. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?
☐ Totalmente de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo
☐ Bastante de acuerdo ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
☐ Bastante en desacuerdo

Comentarios: _____

3. ¿Qué contenidos del bloque de Álgebra trabaja más en su clase? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 = el que más se trabaja y 1 = el que menos.
☐ Uso del lenguaje algebraico para generalizar propiedades y la obtención de fórmulas generales basándose en la observación de pautas
☐ Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas
☐ Resolución de ecuaciones de primer grado y la transformación de ecuaciones en otras equivalentes
☐ Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas
4. ¿Qué contenidos del bloque de Álgebra les cuesta más comprender a los alumnos? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 = el que más les cuesta y 1 = el que menos.
☐ Uso del lenguaje algebraico para generalizar propiedades y la obtención de fórmulas generales basándose en la observación de pautas
☐ Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas
☐ Resolución de ecuaciones de primer grado y la transformación de ecuaciones en otras equivalentes
☐ Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas
5. ¿Cuáles son las principales dificultades que detecta en sus alumnos de 2º de la ESO en el bloque de Álgebra?

6. ¿Emplea los juegos como un recurso didáctico en el aula para el bloque de Álgebra?
- ☐ Sí ☐ No

En caso afirmativo, ¿qué tipo de juego o qué juegos concretos utiliza?

7. Opino que los juegos matemáticos son propicios para el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque de Álgebra. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo | <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo |
| <input type="checkbox"/> Bastante de acuerdo | <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo |
| <input type="checkbox"/> Bastante en desacuerdo | |

8. Considero que los juegos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo | <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo |
| <input type="checkbox"/> Bastante de acuerdo | <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo |
| <input type="checkbox"/> Bastante en desacuerdo | |

Figura 21. Cuestionario para los docentes (Elaboración propia)

10.2. Tablero del juego

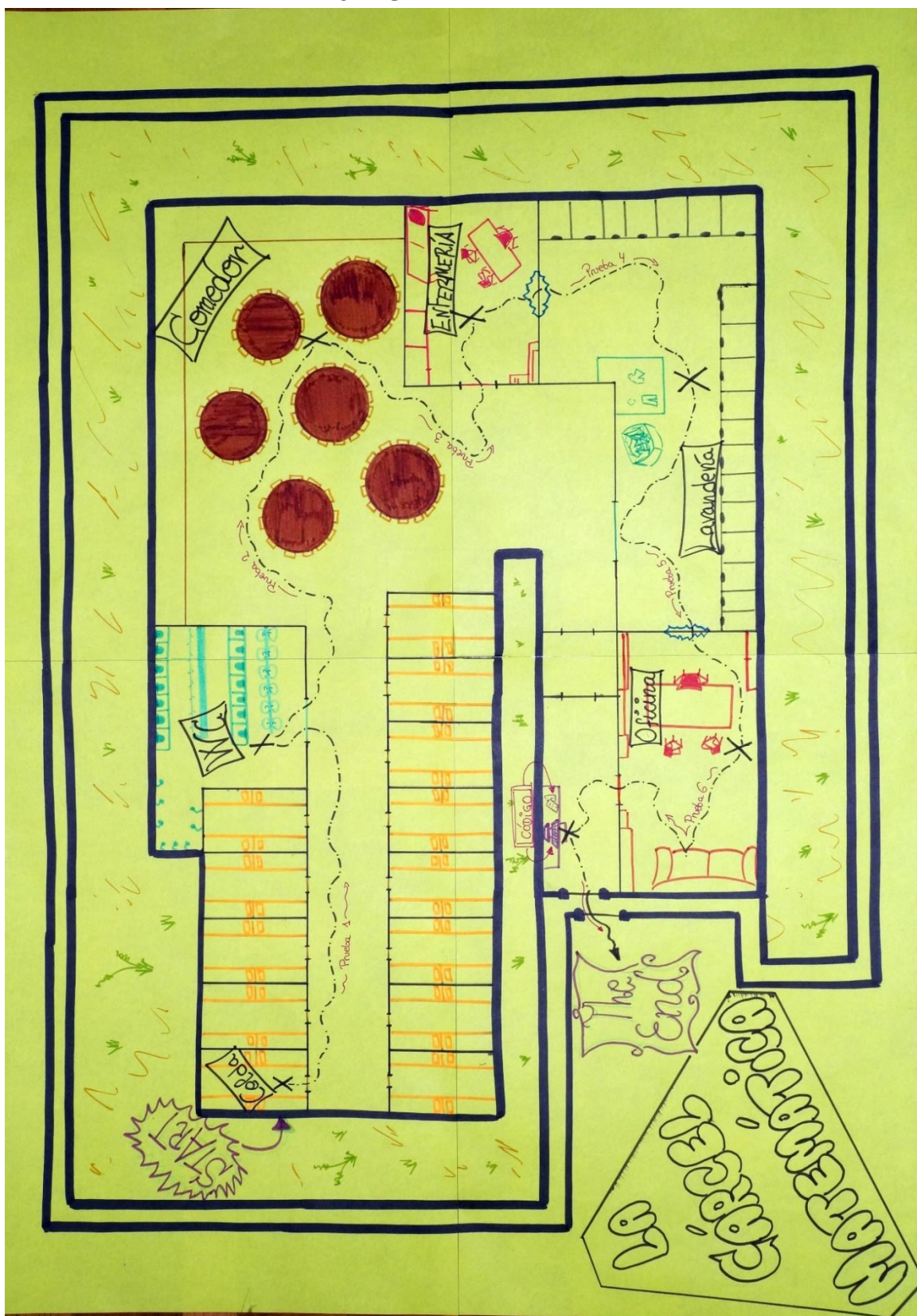


Figura 22. Tablero del juego La Cárcel Matemática (Elaboración propia)

10.3. Comentarios de los alumnos

6. ¿Quieres dejar algún comentario? (Cuéntame si te ha gustado la actividad, que ha sido lo mejor, lo peor, si te has aburrido... ¡Lo que quieras!) :)

Me ha encantado aunque solo haya venido un día y me ha parecido una muy buena idea. Y gracias por habernoslo hecho porque seguro que te ha llevado mucho tiempo y lo has invertido en nosotros. 😊

Figura 23. Comentario de un alumno sobre el juego realizado (Elaboración propia)

6. ¿Quieres dejar algún comentario? (Cuéntame si te ha gustado la actividad, que ha sido lo mejor, lo peor, si te has aburrido... ¡Lo que quieras!) :)

Muy chula la actividad, se aprende y repuezas y recuerdas lo que ya sabías.
Muy buena. 😊

Figura 24. Comentario de un alumno sobre el juego realizado (Elaboración propia)

6. ¿Quieres dejar algún comentario? (Cuéntame si te ha gustado la actividad, que ha sido lo mejor, lo peor, si te has aburrido... ¡Lo que quieras!) :)

Me ha gustado mucho, porque se parece a uno de mis videojuegos!! ¡) XD

Figura 25. Comentario de un alumno sobre el juego realizado (Elaboración propia)

6. ¿Quieres dejar algún comentario? (Cuéntame si te ha gustado la actividad, que ha sido lo mejor, lo peor, si te has aburrido... ¡Lo que quieras!) :)

Trabajar en equipo ayuda a comprender y entender nuevas ideas,
siempre que sea organizado y con ganas

Figura 26. Comentario de un alumno sobre el juego realizado (Elaboración propia)