



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

**Aprendizaje de estadística y
probabilidad en 4º ESO
mediante la metodología
basada en proyectos**

Presentado por: Martin Sagarribai Sesma
Línea de investigación: Métodos pedagógicos
Director/a: Pedro Viñuela Villa
Ciudad: Vitoria-Gasteiz
Fecha: 15 de mayo del 2015

Resumen

El presente trabajo propone una metodología basada en proyectos para el aprendizaje de la estadística en 4º de la ESO. En el marco teórico, se han recogido y analizado datos provenientes de estudios de evaluación realizados por instituciones externas que ayudan a mostrar la calidad del sistema educativo. Posteriormente, se ha introducido la fundamentación teórica del aprendizaje basado en proyectos (ABP) y se han consultado los distintos decretos curriculares para el desarrollo de la competencia matemática a través de la enseñanza-aprendizaje del bloque de estadística y probabilidad. Para la contextualización se ha realizado un estudio de campo que permite recoger las opiniones del alumnado de 4º de ESO del instituto Koldo Mitxelena de Vitoria en lo relacionado con el aprendizaje de la matemática en aspectos generales, así como alguna particularidad sobre el bloque de estadística y probabilidad. Así mismo, se ha entrevistado a un profesor del departamento de matemáticas. El trabajo se ha completado con una propuesta didáctica basada en la metodología de proyectos para ser implementada en 4º de la ESO trabajando los contenidos correspondientes a la estadística. Este trabajo pretende facilitar el aprendizaje del análisis de datos (recogida, organización, interpretación y presentación). La comprensión de la estadística en la ESO puede proveer al alumnado de herramientas que amplíen su modo de pensar sobre una serie de cuestiones con implicaciones sociales importantes, a las cuales podrán acceder desde el acceso a los datos y su análisis argumentado. La conclusión principal del presente trabajo tiene como base el desarrollo de la comprensión de la matemática a partir de su utilización en contextos que necesiten el uso del saber adquirido. La metodología basada en proyectos permite un trabajo interdisciplinar donde los conocimientos deben relacionarse porque en la vida los problemas reales son complejos, contribuyendo al desarrollo de las competencias básicas.

Palabras clave: 4º ESO, Matemáticas, Estadística, ABP, Metodología.

Abstract

This paper proposes a methodology for project-based learning of statistics in 4th of ESO. In the theoretical framework, information from evaluation studies have been collected and analyzed. These evaluations have been carried out by external institutions through the publication of statistics help show the quality of the education system. After the evaluations, the theoretical foundation of project-based learning (PBL) has been introduced and various curricular and decrees have been viewed to develop mathematical competence through the teaching and learning of statistics and probability block. For contextualization a field study has been made to collect the opinions of students in 4th year high school Koldo Mitxelena in Vitoria in relation to the learning of mathematics in general aspects and some particularity on the block of statistics and probability. Likewise, a professor of mathematics has been interviewed. The Work is completed with a didactic proposal based on the methodology of projects to be implemented in 4 of the ESO working the corresponding statistical content. This work aims to facilitate learning from data analysis, from collection to their interpretation through the organization and presentation of them. The compression of statistics in the final stage of compulsory secondary education can provide the students with tools that expand their thinking about a number of issues that have important social implications, to which can be accessed from the access to data analysis. The main conclusion of this study is based on the development of understanding of mathematics from its use in situations that require the use of acquired knowledge. The interconnection of different content, even from different areas, provides students with different interests to access curricula with different levels of knowledge. The project-based methodology enables an interdisciplinary work in which knowledge must relate because in life's real problems are complex, contributing to the development of basic skills.

Key Words: 4º ESO, Mathematics, Statistics, PBL, Methodology.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Resumen.....	1
Abstract	1
1- Introducción	4
2.- Planteamiento del problema	6
2.1.- Definición del problema	6
2.2.- Objetivos	7
2.3.- Metodología	7
2.4.- Descripción de los apartados	9
3.- Marco Teórico.....	11
3.1.- PISA 2012 País Vasco	11
3.2.- Competencia matemática	12
3.3.- Fundamento teórico de la Aprendizaje Basada en Proyectos.....	17
3.4.- Elementos clave del Aprendizaje Basado en Proyectos.....	18
4.- Estudio de campo	20
4.1.- Introducción.....	20
4.2.- Objetivos del estudio de campo	20
4.3.- Encuesta	21
4.3.1.- Planteamiento de la encuesta.....	21
4.3.2.- Interpretación de los resultados.....	21
4.4.- Entrevista al docente.....	29
4.4.1.- Planteamiento de la entrevista.....	29
4.4.2.- Análisis de la entrevista	29
4.5.- Conclusiones del estudio de campo.....	30
5.- Propuesta didáctica.....	32
5.1.- Introducción.....	32
5.2.- Objetivos	33
5.2.1.- Objetivos generales de etapa relacionados con la estadística.....	33
5.2.2.-Objetivos específicos de la propuesta didáctica	34
5.3.- Destinatarios.....	34
5.4.- Contenidos	35
5.5.- Metodología	36
5.6.- Ejemplo de sesiones	38
5.7.- Evaluación.....	40
5.8.- Resultados previstos.....	41
6.- Discusión	42
7.- Conclusiones	44
8.- Limitaciones del trabajo	46
9.- Prospectiva.....	47
10.- Referencias bibliográficas	49
11.- Anexos	51
11.1.- Anexo I. Cuestionario realizado a los alumnos de 4º de ESO	51
Encuesta sobre tu opinión de las matemáticas.....	51
11.2.- Anexo II. Entrevista realizada a la profesora de Matemáticas.....	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Procesos de la competencia matemática.....	13
Figura 2. Resumen de respuestas.....	22
Figura 3. Resumen de respuestas.....	23
Figura 4. Resumen de respuestas.....	23
Figura 5. Resumen de respuestas.....	24
Figura 6. Resumen de respuestas.....	27
Figura 7. Resumen de respuestas.....	27
Figura 8. Resumen de respuestas.....	28
Figura 9. Resumen de respuestas.....	28

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Metodología usada según los objetivos planteados.....	9
Tabla 2. Desarrollo de las competencias desde la asignatura de las matemáticas	14
Tabla 3. Estrategias y reflexiones para mejorar la enseñanza de la competencia matemática	16
Tabla 4. Preguntas planteadas al profesor	29
Tabla 5. Bloques de contenidos.....	33
Tabla 6. Objetivos generales de la propuesta didáctica	34
Tabla 7. Objetivos específicos de la propuesta didáctica	34
Tabla 8. Bloque 5 Estadística y probabilidad.....	35
Tabla 9. Objetivos, actividades y recursos a utilizar por el profesor en cada sesión...	39

ÍNDICE DE GRÁFICO

Gráfica 1. Competencia matemática en el País Vasco y en la OCDE.	12
Gráfica 2. Resultados por procesos matemáticos en el País Vasco y en la OCDE.	12
Gráfica 3. Resultados primera pregunta.	22
Gráfica 4. Resultados segunda pregunta.	22
Gráfica 5. Resultados tercera pregunta.	23
Gráfica 6. Resultados cuarta pregunta.	24
Gráfica 7. Resultados quinta pregunta.	25
Gráfica 8. Resultados sexta pregunta.	26
Gráfica 9. Resultados séptima pregunta.....	27
Gráfica 10. Resultados octava pregunta.	27

1- Introducción

El fracaso escolar y la atención a la diversidad, entre otras problemáticas, reclaman un proceso de reorganización de la matemática. A pesar de las valiosas aportaciones hechas por un gran número de profesionales del mundo educativo, todavía falta calidad en la educación matemática actual. En las clases de matemáticas, la actividad mecánica, repetitiva, el "hacer por hacer" acostumbra a ganar la batalla. Muchos educadores usan métodos centrados en la memorización por delante de la comprensión (Alsina y Planas, 2008). Este hecho dificulta que los aprendizajes sirvan para ser aplicados en la vida real y por lo tanto el alumnado carezca de motivación para el esfuerzo que supone el acto de aprender.

La enseñanza basada en exposiciones "monologadas", donde quien habla es mayoritariamente el docente, teniendo delante a un grupo silencioso, lejos está del aprendizaje activo donde el protagonista es el propio alumno.

El profesorado formado en la escuela del siglo anterior se enfrenta al hecho educativo de formar alumnado en las competencias. Ya no solo es suficiente adquirir unos conocimientos o dominar unas técnicas, aunque sean de una forma comprensiva y funcional, es necesario que aquello que se aprenda sirva para poder actuar de forma eficiente. Enseñar competencias implica utilizar formas de enseñanza consistentes en dar respuesta a situaciones, conflictos y problemas cercanos a la vida real, en un complejo proceso de construcción personal con ejercitaciones de progresiva dificultad y ayudas contingentes según las características diferenciales del alumnado (Zabala y Arnau, 2008).

Por otro lado, el profesorado debe guiar al alumnado a que se responsabilice de su aprendizaje, adoptando como se ha mencionado anteriormente un papel activo. Así mismo, le ofrecerá criterios para distinguir entre lo que tiene que memorizar y lo que tiene que comprender. El educador le planteará situaciones para que practique la toma de decisiones y se sienta seguro de su aprendizaje.

No obstante, aunque de los resultados de las diferentes evaluaciones externas que se realizan al sistema educativo se deriva la necesidad de realizar cambios metodológicos en la enseñanza de las diferentes asignaturas, no es fácil introducir en profundidad modificaciones significativas en el binomio enseñanza-aprendizaje. Informes como los de PISA 2003, 2006 y 2012 indican que los resultados en el área de las Matemáticas dejan todavía mucho margen de mejora.

La enseñanza de las competencias no está ligada a una metodología específica, pero sí a unas condiciones generales sobre cómo deben de ser las distintas estrategias metodológicas. En el repertorio de estrategias metodológicas para atender a la diversidad, junto con el trabajo cooperativo, dos profesores en el aula, tutoría entre

iguales, agrupamientos flexibles, etc. se encuentra el aprendizaje basado en proyectos. Se trata de una metodología docente de creciente interés en el mundo educativo, no sólo por las cada vez más abundantes evidencias de su eficacia, sino también porque esta metodología permite abordar de manera integral varios de los retos que plantea la sociedad hoy en día, un método para trabajar diferentes competencias básicas curriculares.

No obstante, el aprendizaje basado en proyectos no es fácil de implantar, puesto que incluso en su formato más modesto (un pequeño proyecto, con duración de una o dos clases, lo que se puede llamar aprendizaje basado en problemas) es necesario hacer un cambio profundo y complejo en la organización de la docencia.

Teniendo en cuenta por una parte las observaciones realizadas durante el periodo de prácticas (estilo docente y respuesta del alumnado en las clases de matemáticas) y basándose, además, en los contenidos trabajados en la fase teórica del máster, se ha optado por establecer como eje de este trabajo el estudio de la metodología basada en proyectos para trabajar los conceptos matemáticos de estadística y probabilidad.

En lo referente al contenido matemático elegido para realizar la propuesta didáctica se quiere resaltar la potencialidad del tema. La estadística es una de las ramas de la ciencia matemática que se centra en el trabajo con datos e informaciones, tiene una repercusión directa en cuestiones sociales por lo cual su utilidad práctica es mucho más comprensible que lo que sucede normalmente con otras ciencias exactas como la matemática.

De esta forma definen la estadística Estrella y del Pino (2012, p. 1):

La estadística es una disciplina científica cuyo propósito es favorecer o facilitar la realización de inferencias inductivas basadas en datos mediante: i) el resumen de la información contenida en los datos (a efectos de que los usuarios puedan realizar sus inferencias a base de tal resumen) y ii) el dimensionamiento o cuantificación o control del error inherente a toda inferencia inductiva.

La comprensión de los datos y su transformación en información útil hacen necesaria la formulación de preguntas que tengan como respuesta esos datos. La metodología basada en proyectos es un marco adecuado para conectar la información de las situaciones reales con los conceptos estadísticos curriculares.

Este trabajo parte de la dificultad que tiene el alumnado en los temas relacionados con la estadística: comprender tablas y gráficos, pasar de datos aislados a datos grupales, etc. Por ello, se pretende que los alumnos partiendo de situaciones cercanas reflexionen y desarrollen el pensamiento estadístico para dar significado a los datos numéricos y convertirlos en información relevante.

2.- Planteamiento del problema

2.1.- Definición del problema

Un gran porcentaje de los trabajos de hoy en día consisten en elaborar proyectos con los que alcanzar unos objetivos anteriormente planteados. Para ello los trabajadores deben saber comunicarse, trabajar en equipo, cooperar y solucionar conflictos que puedan aparecer durante la fase de elaboración del proyecto.

Con la metodología imperante en las aulas de hoy en día los alumnos aprenden los contenidos empaquetados en temas con el objetivo de aprobar la asignatura. De esta manera no consiguen desarrollar las necesidades que la sociedad de hoy en día exige.

Mediante este trabajo se pretende desarrollar una propuesta didáctica con la que trabajar el bloque de estadística y probabilidad en 4º de la ESO mediante la metodología del aprendizaje basado en proyectos.

Como se ha observado en el informe PISA, la asignatura de las matemáticas es una de las que más dificultades presenta y una de las más suspendidas. Después de haber contrastado esta situación con los alumnos de 4º de la ESO mediante una encuesta sobre la visión de la matemática, se ha estimado importante buscar una posible solución por lo menos en el bloque mencionado.

Para poder incorporar esta metodología, los docentes deben percibir la utilidad que se le da a la estadística y probabilidad en la sociedad de hoy en día. En esta propuesta didáctica se ha desarrollado la temática de la energía para trabajar la estadística pero los profesores deben tener claro que existen muchos temas de diferentes temáticas con las que hacer el bloque 5 (estadística y probabilidad) de matemáticas de 4º significativo y motivador para el alumnado.

Esta propuesta tiene como objetivo mejorar las metodología docente, para de esa forma motivar al alumno y que sea él el que lleve el peso del proceso enseñanza-aprendizaje. Por ello, trabajando con temáticas significativas, se espera que el problema de la desmotivación disminuya.

La utilidad del aprendizaje basado en proyectos ha sido reconocida por autores como Morales Socorro (2011) quien metafóricamente menciona que un aprendizaje por temas es como enseñar las propiedades de los ingredientes de un plato pero sin saber cómo cocinarlo, en cambio en el aprendizaje basado en proyectos se enseña a cocinar los platos conociendo los ingredientes. En resumen, se pretende que los alumnos obtengan nuevos métodos de trabajo con los que satisfacen las exigencias de hoy en día y además desarrollar el bloque de estadística y probabilidad de una forma útil, significativa y motivadora.

2.2.- Objetivos

El objetivo principal del trabajo es presentar y justificar una propuesta didáctica que, basándose en la metodología del aprendizaje por proyectos, mejore y facilite el aprendizaje y comprensión de la estadística y la probabilidad en matemáticas de 4º de ESO.

Los objetivos específicos que se pretenden conseguir son los siguientes:

- Describir la situación de los alumnos y alumnas de 4º de la ESO respecto a determinados aspectos referidos a la asignatura de Matemáticas.
- Recabar la opinión de los protagonistas de la acción educativa, alumnado y profesor, sobre la metodología utilizada en la enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas en 4º de la ESO del centro Koldo Mitxelena.
- Analizar y exponer las principales características y posibilidades de la estrategia metodológica del aprendizaje basado en proyectos en la asignatura de matemáticas en 4º de la ESO.
- Favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos estadísticos para el desarrollo de la competencia matemática en la ESO mediante la propuesta didáctica presentada en este trabajo.

2.3.- Metodología

Para llevar a cabo los objetivos anteriormente citados, se ha planteado la siguiente metodología:

Primeramente, se ha analizado el contenido curricular que la actual Ley de Educación (LOE) determina sobre el bloque de estadística y probabilidad correspondiente a la asignatura de Matemáticas en 4º de la ESO. Así mismo, dado que todavía la LOMCE no se ha aplicado, se ha considerado necesario consultar Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria y a nivel autonómico el Decreto 175/2007 de la Comunidad Autónoma Vasca por el que se establece el currículum de la Educación Básica.

En el análisis del currículum, además de los contenidos y criterios de evaluación, se ha hecho especial hincapié en la lectura de los estándares de aprendizaje evaluables, ya que pueden servir de referencia en el diseño de actividades de la propuesta didáctica. Tales estándares, que aparecen en el Real Decreto 1105/2014, hasta ahora denominados indicadores de evaluación, expresan las respuestas observables y medibles que el alumnado dará en la situación de aplicación que se le presente. En lo que se refiere a la búsqueda bibliográfica, se ha indagado además de en la biblioteca virtual de la UNIR, donde se han consultado trabajos con temáticas

similares, se han realizado búsquedas en internet sobre artículos relacionados con la metodología de proyectos. Una referencia importante ha sido disponer del documento "Principios y Estándares para la Educación Matemática" publicada por la National Council of Teachers of Mathematics y de otras publicaciones pioneras en la investigación sobre la metodología de proyectos como Hernández y Ventura (1992), así como libros sobre la matemática en general siendo uno de ellos el copublicado por Addison-Wesley y la Universidad Autónoma de Madrid.

Para el estudio sobre el tema de las competencias y su desarrollo en las leyes educativas de los últimos tiempos, se ha utilizado la documentación existente en el Centro de innovación pedagógica (Berritzegune), fondo constituido por material bibliográfico de pedagogía y recursos más específicos relacionados con las diferentes competencias.

Seguidamente se han consultados informes PISA de los años 2006 y 2012 y se han tomado en cuenta la noción que sobre la competencia matemática tiene la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE, 2007), así como los instrumentos, contenidos matemáticos y situaciones y contextos que se tienen en cuenta al preparar las pruebas. Para desarrollar este apartado, se ha consultado en el ISEI-IVEI (Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa).

A continuación, se han analizado algunas pruebas liberadas que tienen relación con el contenido que nos atañe, denominado Incertidumbre en los informes PISA.

Paralelamente, se ha realizado un estudio con el alumnado de 4º de la ESO del instituto público Koldo Mitxelena donde se ha analizado la visión de los estudiantes hacia la asignatura de las matemáticas. Así mismo, se ha mantenido una entrevista con un profesor representante del departamento de Matemáticas del citado instituto para de esa forma poder analizar y tener en cuenta la visión del docente en la implantación de las innovaciones metodológicas.

La lectura y análisis de las fuentes bibliográficas sobre la estrategia metodológica del aprendizaje basado en proyectos ha servido como cimiento para el diseño de la propuesta didáctica. En ella, se han recogido tanto los contenidos curriculares como la estructura metodológica recogida tras el análisis del estudio conceptual.

Para la consecución de los diferentes objetivos se ha empleado una serie de metodología específica.

Tabla 1*Metodología usada según los objetivos planteados*

Objetivo específico	Metodología empleada
Describir la situación de los alumnos y alumnas de 4º de la ESO respecto a determinados aspectos referidos a la asignatura de Matemáticas.	Consulta de los estudios internacionales PISA de los años 2006 y 2012 y realizar una encuesta de opinión.
Recabar la opinión de los protagonistas de la acción educativa sobre la metodología utilizada en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.	Encuesta de opinión a los alumnos y entrevista al profesor del departamento de matemáticas.
Analizar las características y posibilidades de la estrategia metodológica del aprendizaje basado en proyectos.	Estudio y análisis bibliográfico en profundidad.
Favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos estadísticos para el desarrollo de la competencia matemática en la ESO mediante la propuesta didáctica presentada en este trabajo.	Análisis del currículum de matemáticas y diseño de una propuesta didáctica.

Nota: Metodología utilizada para trabajar los diferentes objetivos específicos propuestos.

2.4.- Descripción de los apartados

El presente trabajo comienza introduciendo la temática de la metodología a trabajar. En dicha introducción se justifica la problemática encontrada y la posible solución que se le ha buscado.

En el *planteamiento del problema* se ha planteado más específicamente el problema, delimitando cuáles son los objetivos y la metodología que se pretende llevar a cabo para desarrollar los objetivos.

El *marco teórico* se ha dividido en tres bloques principales. En el primero, se exponen los resultados de la Comunidad Autónoma Vasca en la competencia matemática. Para ello, se ha tomado como referencia diferentes gráficas en las que se puede observar los resultados comparativos entre la CAV y la OCDE. Por otro lado, se ha tomado como referencia la concepción del término competencia y se han mencionado todas junto a la competencia matemática. Respecto a esta última se ha profundizado en su significado y en la aportación que ella hace al resto de las competencias. Por último se ha realizado una fundamentación teórica donde se han explicado las principales características que el ABP presenta.

En el *estudio de campo* se ha realizado por una parte una encuesta a los alumnos de 4º de la ESO sobre su punto de vista de las matemáticas. Para ello, se han encuestado a 40 jóvenes que han respondido a 9 preguntas anónimamente. Por otro lado, se ha entrevistado a un profesor del departamento de matemáticas del

Instituto Koldo Mitxelena para que pudiera expresar su punto de vista sobre la situación de la asignatura y de los posibles avances metodológicos que puede haber.

En el *diseño de la propuesta* se encuentra la propuesta didáctica para trabajar la estadística mediante el aprendizaje basado en proyectos. En dicho apartado se han diferenciado los puntos más significativos que se deben seguir a la hora de diseñar una innovación metodológica concreta. De esta forma, después de hacer una introducción sobre la propuesta y la temática, se han concretado los objetivos que se pretenden conseguir. Por una parte se han resumido los objetivos propios del bloque de estadística y por otro lado los objetivos específicos de la propuesta didáctica. A continuación se ha explicado cuáles son los destinatarios de la propuesta y la metodología (definida paso a paso) que se llevaría con estos alumnos. Junto con la metodología se han definido las sesiones que se llevarán a cabo y la temporalización de estas. Por último se han indicado los criterios de evaluación y los resultados previstos antes de implementar la propuesta.

A continuación se ha realizado una *discusión* sobre la temática, se han enunciado las conclusiones obtenidas, se ha expresado las limitaciones encontradas en el desarrollo del trabajo y se han propuesto las líneas de trabajo futuras para completar el trabajo en el futuro.

Después de presentar la bibliografía se encuentran los anexos correspondientes.

3.- Marco Teórico

En el desarrollo del marco teórico se han tenido en cuenta dos aspectos. En primer lugar, se hace referencia a la enseñanza basada en competencias, fundamento de la legislación educativa actual (nivel estatal y autonómico) y los diferentes estudios PISA sobre la situación de la competencia matemática. En segundo lugar, se ha ahondado en el estudio de la enseñanza basada en proyectos como estrategia metodológica para responder a la diversidad.

3.1.- PISA 2012 País Vasco

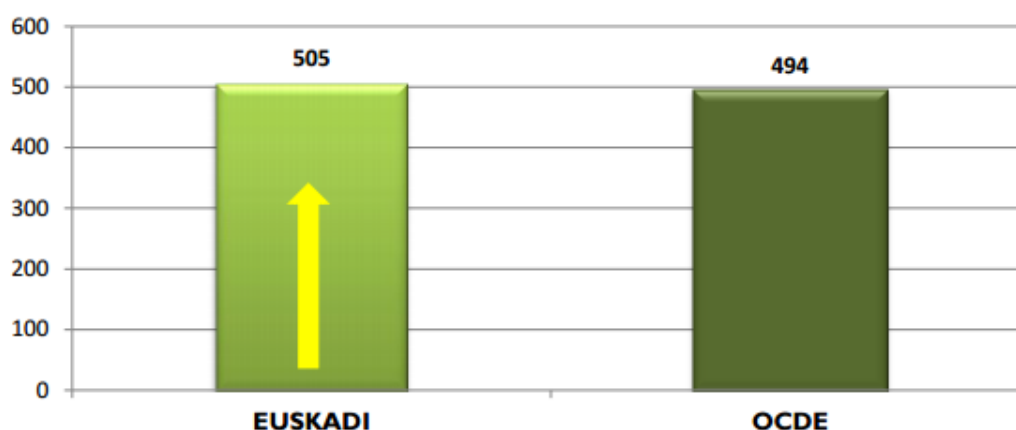
A través de la evaluación PISA los países que utilizan este programa de evaluación internacional quieren obtener una información objetiva sobre el nivel de formación y preparación de los jóvenes de 15 años. Una de las características de esta evaluación es que no mide esencialmente conocimientos curriculares, sino que mide competencias en las que el contenido curricular ha de utilizarse en contextos reales.

Matemáticas, lectura y ciencias son las áreas que se evalúan, tanto a nivel de conocimiento como de actitud y disposición del alumnado. Las escalas que se toman como referencia para organizar las competencias del alumnado son 6 y responden a diferentes grados de dificultad. Los niveles de rendimiento están establecidas de forma que entre un nivel y otro hay una distancia de 72,7 puntos. Para establecer el nivel de un alumno ha de superar como mínimo el 50% de los ítems planteados, situándose así en un nivel determinado.

La Comunidad Autónoma Vasca (CAV) ha participado en la evaluación PISA en 4 ediciones desde el 2003, periodo suficiente como para tener una visión adecuada de la preparación de los alumnos y observar la evolución. En estos momentos se está realizando la prueba del año 2015.

Respecto a los resultados obtenidos en la Comunidad Autónoma Vasca se puede decir que en el informe PISA 2012 la puntuación fue de 505 puntos. Esta puntuación es significativamente más alta que la media de los países de la OCDE que se encuentra en 494 puntos y también del resto de España en los que la puntuación de PISA 2012 fue de 484 puntos. Haciendo una similitud entre resultados se puede concluir que el País Vasco obtuvo resultados parecidos a los de países como Alemania, Australia, Eslovenia o Nueva Zelanda.

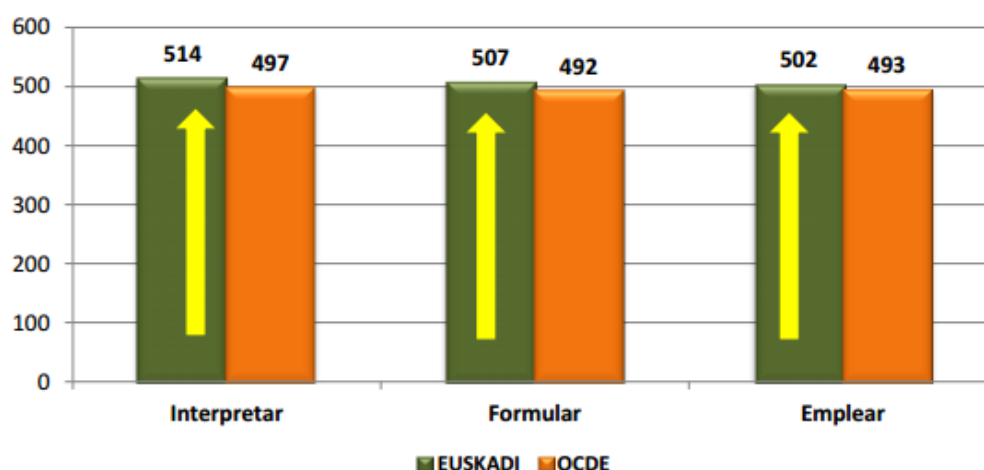
En la tabla siguiente se pueden observar los datos de la CAV y de la OCDE en lo referido a la competencia matemática en el informe PISA del 2012.



Gráfica 1. Competencia matemática en el País Vasco y en la OCDE.

Fuente: ISEI-IVEI (2014, p. 25).

Ha sido en el 2012 cuando se ha evaluado por primera vez de forma separada los procesos matemáticos la capacidad de formular, utilizar y comprender las Matemáticas en distintas situaciones. He aquí la distribución en la siguiente gráfica:



Gráfica 2. Resultados por procesos matemáticos en el País Vasco y en la OCDE.

Fuente: ISEI-IVEI (2014, p.30)

3.2.- Competencia matemática

La Ley Orgánica, 8/2013 (LOMCE), en su artículo 2 del capítulo I define el término *competencia* como "capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos" (BOE núm. 52., 2014, p. 19352).

En el punto dos del mismo artículo se detallan cuáles serán las competencias a desarrollar en el currículum:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.

De esta forma define la competencia matemática el informe PISA (2012, p. 19):

La capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que necesitan los ciudadanos y ciudadanas constructivas, comprometidas y reflexivas.

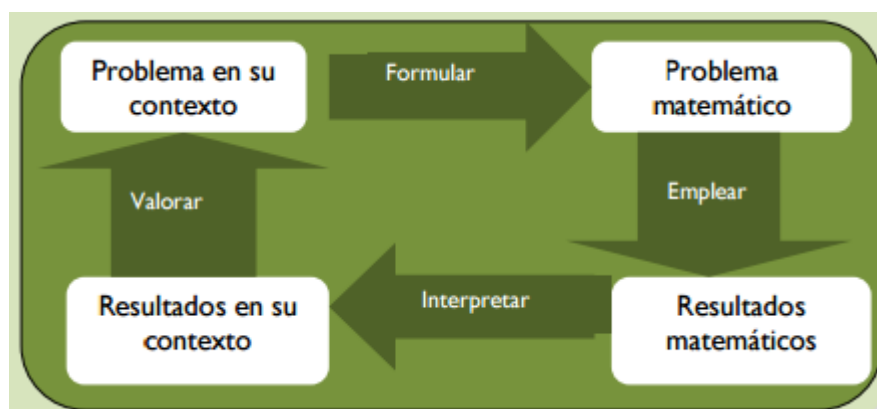


Figura 1. Procesos de la competencia matemática.
Fuente: Informe Euskadi PISA (2012, p.20).

La enseñanza de la matemática en la Etapa Secundaria Obligatoria se debe entender no sólo como un aprendizaje instrumental, sino como un aprendizaje que ayude al desarrollo intelectual, que fomente capacidades como el razonamiento lógico, la abstracción y la generalización. Para todo ello es necesaria una buena alfabetización matemática para conseguir que los estudiantes sean capaces de analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos. El objetivo que se pretende es que los estudiantes se atrevan a pensar con ideas matemáticas y que además las empleen en todos los contextos de su vida cotidiana.

En la siguiente tabla se recogen las aportaciones que el desarrollo del área de las matemáticas hace al resto de las competencias para poder asegurar una educación integral.

Tabla 2

Desarrollo de las competencias desde la asignatura de las matemáticas

Competencias	Matemáticas
Competencia en comunicación lingüística y audiovisual	<ul style="list-style-type: none"> - Incorporar el lenguaje matemático y la precisión de su uso en la expresión habitual para mejorar las destrezas comunicativas - Describir verbalmente razonamientos y procesos de resolución propios y escuchar explicaciones de los otros para fomentar la comprensión y espíritu crítico
Competencia matemática	<ul style="list-style-type: none"> - Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático representado por medio de lenguaje visual. - Realizar hechos matemáticos y estructuras conceptuales básicas con propiedades del plano y del espacio. - Realizar deducciones e inducciones, particularizar y generalizar, argumentar decisiones y elegir procesos para aprender a razonar. - Utilizar técnicas matemáticas básicas (contar, localizar, medir, diseñar, regular, razonar, etc.) para hacer matemáticas. - Diferenciar situaciones problemáticas complejas de tareas rutinarias donde se reproducen situaciones desproblemáticas. - Trabajar la comprensión de enunciados, la búsqueda de técnicas y estrategias y verbalizar procesos y resultados para aprender a resolver problemas. - Construir conocimientos matemáticos a partir de situaciones diversas en las que estos conocimientos se sugieran con sentido. - Experimentar, intuir, relacionar conceptos y realizar abstracciones para aprender a pensar matemáticamente. - Representar e interpretar procesos y resultados matemáticos a través de palabras, dibujos, materiales, símbolos, etc. - Comunicar oralmente y por escrito tareas matemáticas usando de manera progresiva y apropiada el lenguaje matemático
Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico	<ul style="list-style-type: none"> - Construir y manipular mentalmente figuras planas y cuerpos tridimensionales para mejorar la visualización (de utilidad en el empleo de mapas, planificación de rutas, diseño de planos, elaboración de dibujos, etc.) - Medir en situaciones usando progresivamente diferentes unidades (corporales, arbitrarias, normalizadas) para lograr un mejor conocimiento de la realidad, aumentar las posibilidades de interacción con ella y transmitir información cada vez más precisa sobre los aspectos cuantificables. - Representar e interpretar gráficos para conocer y analizar mejor la realidad.
Competencia digital y en el tratamiento de la información	<ul style="list-style-type: none"> - Relacionar formas de expresar los números para facilitar la comprensión de información que incorpora cantidades o medidas. - Utilizar los lenguajes gráfico y estadístico para interpretar la información sobre la realidad. - Usar calculadoras y otras herramientas tecnológicas para facilitar la comprensión de contenidos matemáticos.
Competencia social y ciudadana	<ul style="list-style-type: none"> - Trabajar cooperativamente en la realización de cálculos, medidas, resolución de problemas, etc. para aprender a aceptar ideas y puntos de vista de los otros.
Competencia cultural y artística	<ul style="list-style-type: none"> - Plantear actividades matemáticas básicas como contar, localizar, medir, diseñar, regular y explicar desde el punto de vista de su valor universal para dar a conocer su contribución al desarrollo cultural de la humanidad - Reconocer y relacionar formas geométricas (líneas, figuras y cuerpos) para analizar y generar producciones artísticas a partir del conocimiento geométrico.

Competencia para aprender a aprender	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizar capacidades logicomatemáticas elementales (relacionar, transformar, etc.) para aprender contenidos no matemáticos. - Tomar decisiones, esforzarse, perseverar, etc. para resolver situaciones con estructura matemática. - Verbalizar el proceso seguido en el aprendizaje de las matemáticas para ayudar a regular y autorregular el propio conocimiento
Competencia de autonomía e iniciativa personal	<ul style="list-style-type: none"> - Trabajar la comprensión de situaciones problemáticas para facilitar el diseño de planes de resolución. -Fomentar el uso de estrategias propias (dibujos, esquemas, etc.) para aprender a gestionar recursos disponibles -Evaluar periódicamente procesos de resolución de resolución para transferir y generalizar

Nota: Desarrollo de las competencias desde la asignatura de las matemáticas

Dentro de los bloques de contenido del currículum de matemáticas de la Enseñanza Secundaria Obligatoria encontramos el bloque de estadística y probabilidad objeto de nuestro estudio. En este bloque se incluyen aquellos elementos que pueden describirse mediante relaciones sencillas y que en algún caso pueden ser formuladas por medio de funciones matemáticas elementales.

En los estudios PISA, en cambio, donde no se estructura el estudio por bloques curriculares, la componente relativa a la estadística es la incertidumbre que a su vez está ligada a los datos y al azar, dos elementos objeto de estudio matemático, a los que se responde desde la estadística y la probabilidad, respectivamente.

La aportación de la estadística a la formación matemática abre la posibilidad de razonar partiendo de datos empíricos e inciertos. Los elementos clave de la estadística son los siguientes (PISA, 2006):

- La omnipresencia de la variación en los procesos
- La necesidad de contar con datos sobre los procesos
- El diseño de la elaboración de datos teniendo en mente la variación
- La cuantificación de la variación
- La explicación de la variación

A continuación se expone la aportación sobre el análisis de datos y probabilidad que se recoge en uno de los materiales más significativos para la formación de profesionales especialistas en educación matemática.

De esta forma recoge el documento Principios y Estándares para la Educación Matemática (2000, p. 328):

Los programas de enseñanza deberían capacitar a todos los estudiantes para: Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas. Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos. Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos. Comprender y aplicar conceptos básicos de Probabilidad.

Ahora bien si uno de los mayores obstáculos a los que ha de hacer frente el desarrollo de la competencia matemática es la dificultad del alumnado en la

comprensión de los conocimientos matemáticos por su a veces alto nivel de abstracción (demanda cognitiva), así como en la transferencia y aplicación de los mismos a las situaciones de la vida cotidiana.

Pero ante dicha cuestión surgen diferentes incógnitas: ¿qué deberá hacer la escuela para formar alumnado verdaderamente competente? Y por otra parte, si no hay una metodología específica para el trabajo de competencias, ¿en qué parámetros habrá que fijarse para poder desarrollar el objetivo?

Las bases teóricas indican que el desarrollo de competencias necesita un aprendizaje de tipo activo, que prepare al alumnado para saber ser, para saber hacer y para saber aplicar el conocimiento. Por lo cual se tomarán en cuenta las siguientes estrategias y reflexiones para mejorar la enseñanza de la competencia matemática, (Gobierno Vasco, 2007):

Tabla 3

Estrategias y reflexiones para mejorar la enseñanza de la competencia matemática

ESTRATEGIAS Y REFLEXIONES
Un objetivo de la enseñanza de las matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen y alcancen una cierta competencia matemática.
La resolución de problemas es el núcleo central del currículo matemático, que fomenta el desarrollo de la competencia matemática.
Trabajar desde la competencia matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación.
Las matemáticas no son un conjunto de temas aislados, sino más bien un todo bien integrado e interconectado.
Discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas profundiza el entendimiento en esta área y ayuda a los estudiantes a ser más competentes; para ello son necesarias muchas oportunidades para poder usar el lenguaje matemático.
El apropiarse de las ideas matemáticas es mucho más importante que el número de habilidades y procedimientos matemáticos que puedan adquirir.
El razonamiento y la argumentación son necesarios para saber y hacer matemáticas.
Los conceptos sobre números, operaciones, y cálculos deben de estar integrados en la resolución de situaciones cotidianas.
Los conceptos de geometría y medición se aprenden mejor mediante experiencias que involucren la experimentación y el descubrimiento de relaciones con materiales concretos.
La comprensión y manejo de estadísticas, datos, azar y probabilidad se aprenden mejor en contextos de aplicaciones del mundo real.
Las tecnologías de la información y comunicación son recursos de primer orden y deben ser utilizados en el aula.
Uno de los mayores propósitos de la evaluación es ayudar a los maestros a entender mejor qué saben los estudiantes y a tomar decisiones significativas sobre actividades de enseñanza y aprendizaje.

Nota: Estrategias y reflexiones para mejorar la enseñanza de la competencia matemática.
Fuente: Departamento de Educación, Universidades e Investigación (2008, p. 19).

3.3.- Fundamento teórico de la Aprendizaje Basada en Proyectos

Así define el aprendizaje basado en proyectos en el blog personal del profesor Laya de la Universidad Fermín Toro de Venezuela (2011, párr. 1):

El aprendizaje basado en proyectos es una metodología enmarcada en experiencias colaborativas que motivan a los alumnos a hacer investigación para la resolución de problemas, convirtiéndose en investigadores y recopiladores de información al servicio de objetivos educativos.

La enseñanza basada en los temas se afianza en la concepción de transmitir el "saber" empaquetado en tomos, fruto de una visión bastante jerarquizada de la enseñanza y del conocimiento; una visión de la educación centrada en los contenidos, no en los aprendizajes.

Como se menciona en el trabajo sobre el aprendizaje basado en proyectos de la NorthWest Regional Educational Laboratory (2006, p.2):

Las estrategia de instrucción basada en proyectos tienen sus raíces en la aproximación constructivista que evolucionó a partir de los trabajos de psicólogos y educadores tales como Lev Vygotsky, Jerome Bruner, Jean Piaget y John Dewey. El constructivismo mira el aprendizaje como el resultado de construcciones mentales; esto es, que los niños, aprenden construyendo nuevas ideas o conceptos, basándose en sus conocimientos actuales y previos (Karlin & Vianni, 2001).

Hoy en día los contenidos hay que saber identificarlos, aplicarlos, integrarlos, adaptarlos y, por encima de todo, hay que preparar al alumnado para que pueda sobrevivir en una sociedad vertiginosamente cambiante (Morales, 2006).

Durante el trabajo en el aula se movilizan acciones, por lo tanto lo que se aprende no es lo que tradicionalmente llamamos contenidos, sino que tiene más que ver con los recursos que una persona emplea para afrontar un reto de conocimiento. De alguna manera nos queremos acercar al saber en situación, es decir, qué debo saber, qué necesito haber aprendido para solucionar con éxito la situación presente, que se parece a una anterior pero que nunca es igual.

Se necesita romper la idea de que todos los alumnos hacen siempre las mismas actividades. Se debe imaginar un aula donde pasan cosas distintas al mismo tiempo y donde las personas realizan tareas diversas en función de su objetivo de trabajo, de sus necesidades, de sus recursos y de sus carencias (Canelles, 2009).

La metodología basada en proyectos pretende dar una respuesta a la necesidad de organizar los contenidos educativos desde una perspectiva globalizadora, creando situaciones de trabajo con el alumnado a partir de un planteamiento inicial y de sus conocimientos previos. Así mismo, se incentivan los procesos de investigación que suponen buscar, seleccionar e interpretar la información a través de fuentes diversas y relacionarlos con lo que ya saben.

El trabajo por proyectos pide que el aula se convierta en una comunidad de investigación donde todos deciden qué quieren hacer y de qué manera lo harán. Es decir, las decisiones serán compartidas y por tanto la responsabilidad de los procesos que se generen en el aula también será compartida. Atención que no quiere decir que las relaciones maestro-alumno sean en condiciones de simetría. El responsable del acto educativo sigue siendo el adulto, ahora bien, el alumno aquí toma un papel que no le exime de su responsabilidad de aprender, de comprometerse ante el resto de compañeros. Por lo tanto habrá que tomar acuerdos conjuntamente y públicamente (Canelles, 2009).

Se pretende que el alumno se convierta en protagonista de su trabajo y aprendizaje, que se interese por el trabajo que se va a desarrollar. La agrupación del alumnado en pequeños grupos favorece la comunicación, es decir, compartir ideas, llegar a conclusiones y exponerlas en el gran grupo.

Este tipo de agrupamiento da cabida a la presencia de lo que cada individuo tiene para ofrecer y les permite satisfacer sus intereses dentro de un marco curricular establecido.

3.4.- Elementos clave del Aprendizaje Basado en Proyectos

Como se definió en la investigación de Jones, Rasmussen y Moffit (1997, p. 8):

El aprendizaje basado en proyectos es un conjunto de tareas de aprendizaje basada en la resolución de preguntas y/o problemas, que implica al alumno en el diseño y planificación del aprendizaje, en la toma de decisiones y en procesos de investigación, dándoles la oportunidad para trabajar de manera relativamente autónoma durante la mayor parte del tiempo, que culmina en la realización de un producto final presentado ante los demás.

Son varios los elementos esenciales del aprendizaje basado en proyectos (Buck Institute for Education, 2015):

- *Contenidos significativos*: Los proyectos deben introducir situaciones de la vida cotidiana, que haga al alumnado obtener conocimientos y habilidades de una forma motivadora llevándoles eso a adquirir las competencias básicas que marca el currículum. Estos objetivos específicos estarán relacionados tanto con el Proyecto Educativo del Centro como con los estándares del currículum.

- *Competencias del siglo XXI*: El aprendizaje basado en proyectos facilita a los alumnos la obtención de las competencias de hoy en día, como por ejemplo, la capacidad de solucionar problemas, pensamiento crítico, colaboración, comunicación, creatividad, innovación, emprendimiento, etc. Todo ello, estableciendo conexiones entre lo académico y las competencias para la vida.

- *Investigación en profundidad*: Los estudiantes cuando se incorporan a un proyecto de este tipo, comienzan un riguroso y complicado proceso de investigación, donde se realizan preguntas, se formulan hipótesis, se realizan análisis y se desarrollan respuestas a las hipótesis planteadas.

- *Preguntas que ayudan a pensar*: Muchos proyectos tienen una temática amplia y ello hace que pueda ser enfocado desde muchos puntos de vista. Ante esa característica, es el profesor quien mediante preguntas pensadas intencionadamente, debe tutorizar al alumnado sobre el camino a coger para que de esta forma lleguen al obtener los conocimientos y competencias programadas.

- *Necesidad de saber*: Si al alumnado se les presenta un reto motivador, si se siente atraído por la curiosidad de la temática, les surgirá la necesidad de conocer, adquirir conocimientos y habilidades para después aplicarlos desarrollando los proyectos con la ayuda de las preguntas formuladas por el profesor.

- *Poder de elección*: Si bien el alumnado es tutorizado y guiado por el docente, tiene la libertad de elegir ciertos aspectos (en función de la edad del alumnos y la experiencia en la metodología) como la manera de gestionar el tiempo, cómo repartir el trabajo, las hipótesis planteadas... Ello hace que el alumnado se implique más y cumpla con el compromiso adoptado.

- *Evaluación continua*: Mediante procesos de corrección y autoevaluación el alumnado tiene más oportunidades para la reflexión y la modificación del proyecto. Para ello se realizarán intervenciones puntuales para analizar la calidad del trabajo, se comprobarán los resultados, etc.

- *Puesta en común*: El aprendizaje basado en proyectos tiene como final la exposición de lo realizado en el grupo de trabajo. Para ello, los diferentes grupos deben elaborar informes, paneles expositivos o presentaciones para presentar ante sus compañeros y profesores lo que han elaborado.

Después de haber desarrollado qué es la metodología de proyectos conviene evitar posibles confusiones que el profesorado en su afán práctico puede cometer. El ABP no son aquellos proyectos en los que los estudiantes aprenden cosas que no están en el currículum (proyectos de enriquecimiento), independientemente de lo atractivos o motivadores que resulten para los alumnos.

El ABP es el método a través del cual los alumnos pueden aprender los contenidos de una manera diferente a la instrucción tradicional. En relación a esto, Larmer y Ross (2009) aclaran que un proyecto no es el "postre" sino "el plato principal". No se trata de aquellas tareas que se hacen al final de la unidad para permitir a los alumnos pasar un buen rato.

4.- Estudio de campo

Primeramente se presenta la encuesta aplicada al alumnado de 4º de la ESO en la que se pretenden recoger sus aportaciones sobre el área de matemática, las clases que reciben en esta materia, estilo docente, y por último la conexión o no que perciben entre lo que aprenden y su utilización práctica en la vida real.

Seguidamente, a través de una entrevista, se recoge la opinión de un profesor de matemática experimentado. Con ello se pretende conocer qué piensan y opinan los docentes sobre el aprendizaje basado en proyectos y la situación de la metodología que se usa en las aulas. No se trata de poner un contrapunto a las opiniones del alumnado, sino de conocer otra visión que complete la información que se pretende recoger en el presente estudio de campo.

Para finalizar, se ha diseñado una programación tipo en la que se trabajan los contenidos matemáticos del bloque de estadística y probabilidad utilizando la metodología basada en proyectos.

4.1.- Introducción

Para poder realizar el estudio de campo se ha contado con la participación de 40 alumnos y alumnas, muestra obtenida del alumnado de 4º de la ESO, del Instituto Koldo Mitxelena de Vitoria- Gasteiz, centro donde se han realizado las prácticas del Máster.

Se ha considerado necesario partir de la recogida de opiniones sobre la manera de aprender y enseñar las matemáticas ya que una de las tesis de este trabajo es que al utilizar las metodología basada en proyectos se facilita la conexión entre lo que el alumnado ha de aprender y su utilización en la vida real, es decir la funcionalidad del aprendizaje. Con todo, el objetivo final es conseguir alumnos y alumnas competentes matemáticamente hablando. Se trata de conseguir que sepan utilizar sus conocimientos matemáticos en aquellas situaciones de su vida ordinaria en las que sea necesario, no solamente en las escolares.

4.2.- Objetivos del estudio de campo

Mediante las dos estrategias de búsqueda de información que se han planteado para realizar el estudio de campo se han buscado dos objetivos principales. La encuesta al alumnado se ha realizado con el fin de analizar la visión de los estudiantes hacia la asignatura. Por otro lado, mediante la entrevista al profesor se ha estudiado el punto de vista del docente respecto a las estrategias metodológicas utilizadas.

Estos son los objetivos específicos a alcanzar:

- Estudiar la visión del alumnado sobre la asignatura de matemáticas, haciendo hincapié en la metodología utilizada.

- Realizar una búsqueda de temas significativos para poder trabajar el bloque de estadística y probabilidad mediante el aprendizaje basado en proyectos.
- Analizar las ventajas e inconvenientes que observar los docentes a la hora de implantar una innovación metodológica.
- Buscar la información sobre la formación de los docentes sobre el aprendizaje basado en proyectos.

4.3.- Encuesta

4.3.1.- Planteamiento de la encuesta

La encuesta está formada por 10 preguntas y se ha empleado la plataforma la plataforma de hacer formularios de Google. Las preguntas concretas, así como las opciones de respuestas planteadas se presentan en el Anexo I del apartado 11 de este trabajo.

Haciendo un pequeño análisis de las preguntas que se han planteado a los alumnos se pueden hacer 4 grupos principales. De la 1ª a la 4ª el alumnado ha de elegir de entre cinco opciones la respuesta que más le satisface, por lo tanto se tratan de respuestas cerradas, en las que se ha intentado caracterizar mínimamente la muestra. En las preguntas 5ª y 6ª han de elegir a la vez que graduar entre las opciones que se les ofrecen, en ellas se ha intentado determinar la opinión de los alumnos respecto a la posición del profesor, cómo explica y cuáles son las características que debe tener un buen profesor.

Las preguntas 7ª y 8ª vuelven a ser de la misma manera que las cuatro primeras, con la singularidad que se ha intentado consultar de forma indirecta si los alumnos estarían de acuerdo con la manera de trabajar y evaluar de la metodología basada en proyectos. Para finalizar, las preguntas 9ª y 10ª proponen elegir tres opciones de entre cinco. En estas dos últimas preguntas se ha intentado generar una reflexión entre los alumnos sobre las relaciones que pueden tener lo impartido en las sesiones de matemáticas en el bloque de estadística y probabilidad, con situaciones del día a día.

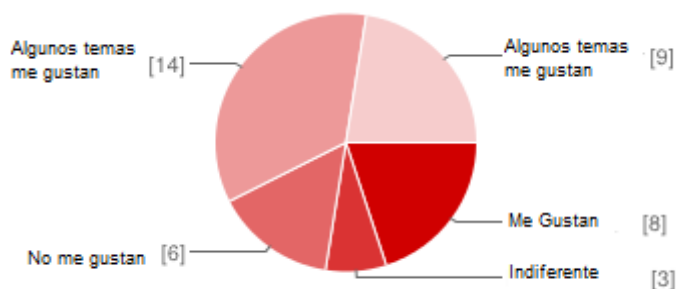
4.3.2.- Interpretación de los resultados

Tal como se ha mencionado en el apartado de Introducción, la encuesta ha sido realizada a 40 alumnos de Koldo Mitxelena. Como la finalidad de la encuesta es poder crear una idea general de la situación de la Matemática desde el punto de vista del alumnado, la encuesta ha sido respondida por 20 chicos y 20 chicas, en edades comprendidas entre los 15 y 16 años.

Para la puesta en común de los resultados, se ha respetado la Ley Orgánica 15/1999, de 13 de diciembre, de protección de datos de carácter personal.

A continuación se realizará un resumen de las respuestas y un pequeño análisis de las mismas:

1) Primera pregunta: ¿Qué opinas de las matemáticas?



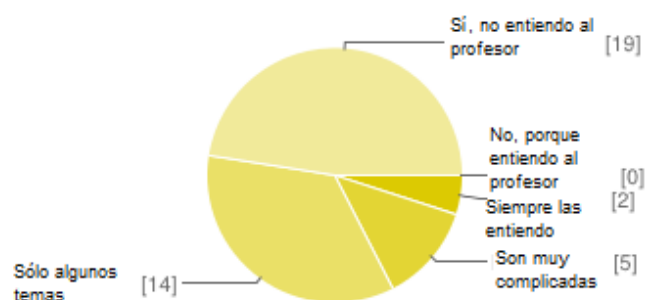
Gráfica 3 Resultados primera pregunta.

Gustoko ditut/Me gustan.	8	20%
Ez gustoko ezta gorroto/Ni me gustan ni me disgustan.	3	7.5%
Ez zaizkit gustatzen/No me gustan.	6	15%
Zenbait gai gustoko ditut/Algunos temas me gustan.	14	35%
Beste aukerarik ez dudalako ikasten ditut /Las estudio porque no tengo otra opción.	9	22.5%

Figura 2. Resumen de respuestas.

Si analizamos los resultados de la opinión general sobre las matemáticas podemos afirmar que a priori el problema de las matemáticas no está en que los alumnos la odien. Al 20% le gusta lo que estudian y del 35% podemos decir que si bien no todos los temas les resultan igual de atractivos, hay ciertos puntos que le gustan. Por el contrario, un 37.5% de los alumnos tienen una visión más negativa de la asignatura con un 22.5% que la estudian por obligación.

2) Segunda pregunta ¿Se te hacen difíciles las matemáticas?



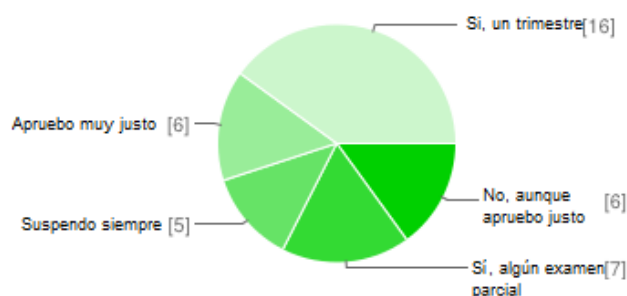
Gráfica 4 Resultados segunda pregunta.

Ez, beti ulertzen ditut/No, siempre las he entendido.	2	5%
Bai, oso zaila da/Si, son muy complicadas	5	12.5%
Gaiaren arabera/Sólo algunos temas.	14	35%
Bai, ez dut irakaslea ulertzen/Si, no le entiendo al profesor.	19	47.5%
Ez, irakaslea ulertzen dudalako/No, si le entiendo al profesor.	0	0%

Figura 3. Resumen de respuestas.

Preguntados sobre la dificultad que ven los alumnos a la asignatura de Matemáticas es reseñable que solo el 5% cree que la asignatura es fácil. Por su parte el 35% de los alumnos creen que la dificultad varía en función de la temática que se está impartiendo. El 60% restante cree que las Matemáticas son complicadas, y achacan esta razón normalmente al profesor. Esta respuesta sería alarmante de no ser por la cuestión de que los adolescentes ante las dificultades echan la culpa a factores externos.

3) Tercera pregunta ¿Has suspendido alguna vez la asignatura de matemáticas?



Gráfica 5 Resultados tercera pregunta.

Ez, beti soberan gainditzen dut/No, siempre paso bien.	6	15%
Bai, baina azterketa partzialen bat soilik/Si, algún examen parcial.	7	17.5%
Bai, hiruhilabetero/Sí, todos los trimestres.	5	12.5%
Ez, baina justu justu gainditzen dut/No, aunque apruebo muy justo.	6	15%
Bai, hiruhilabete bat suspenditu dut/Si, un trimestre.	16	40%

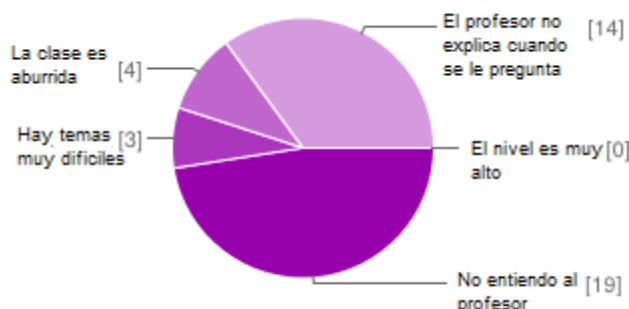
Figura 4. Resumen de respuestas.

El alumnado, al ser preguntado sobre sus calificaciones en el área de las Matemáticas, admite que en un 40% han suspendido alguna vez un trimestre de la asignatura. A priori no es un dato alarmante aunque sí refleja que hay un déficit de

aprobados. Por otra parte, el porcentaje de los alumnos que siempre aprueban la asignatura se eleva hasta un 30%, lo cual es un nivel bastante alto para la media estatal.

En conclusión, se puede decir que los alumnos preguntados pertenecen a todos los niveles de aprendizaje; es decir, que las notas se ajustan a unos resultados estándares.

4) Cuarta pregunta ¿Qué dificultades identificas en el aprendizaje de las matemáticas?



Gráfica 6 Resultados cuarta pregunta.

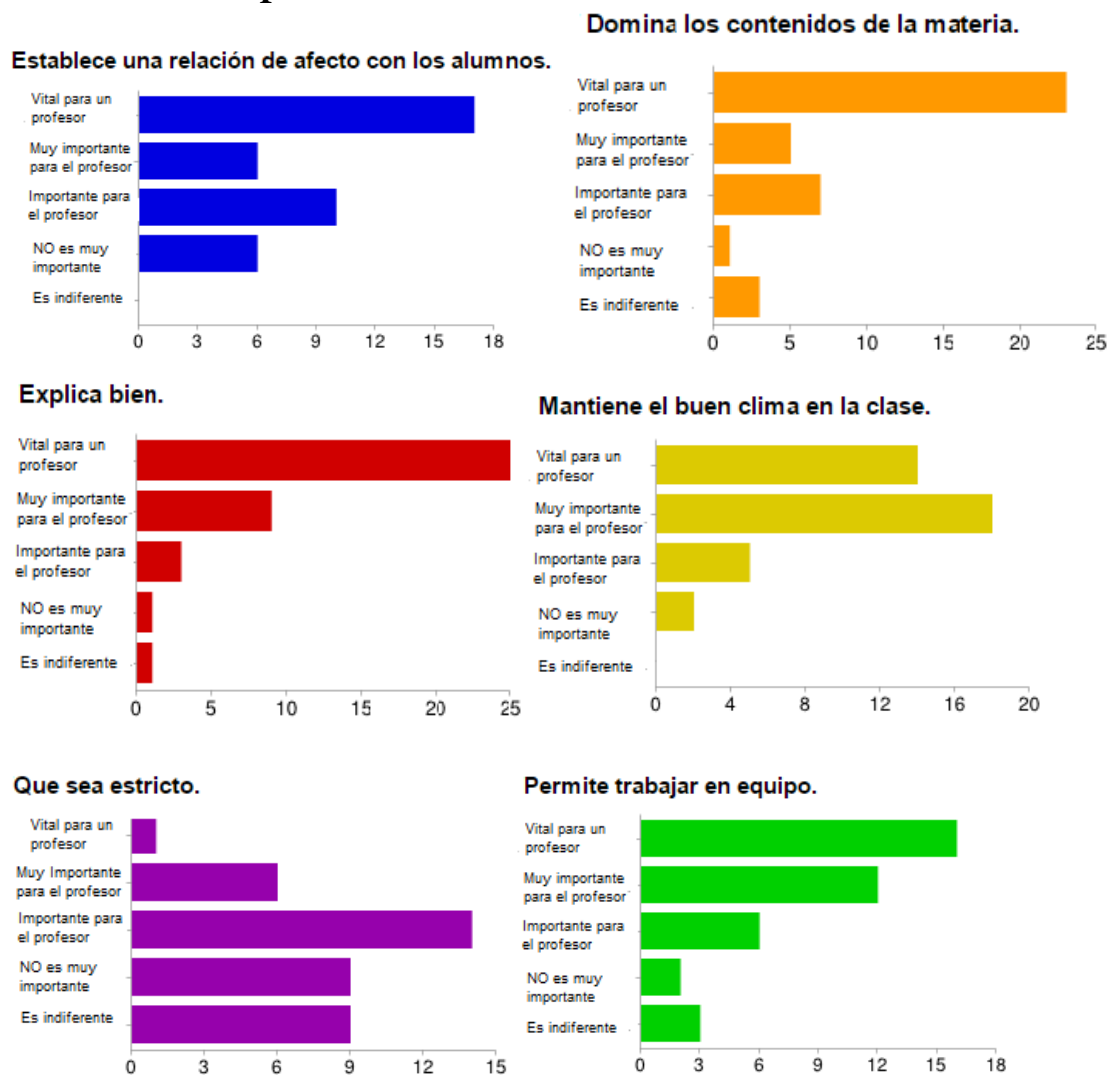
Ez dut irakaslea ulertzen/No le entiendo al maestro.	19	47.5%
Gai oso zailak dira/Hay temas muy difíciles.	3	7.5%
Arlo oso aspergarria da/Es una clase muy aburrida.	4	10%
Irakasleak ez du ondo azaltzen galdetzen zaionean/El profesor no explica cuando se le pregunta.	14	35%
Ikastetxean matematika arloko maila oso altua da/La asignatura es muy difícil en el centro.	0	0%

Figura 5. Resumen de respuestas.

Culpar de la dificultad de la asignatura al profesor es algo habitual en la adolescencia, por ello, casi un 83% de los alumnos atribuyen la complejidad de las Matemáticas a los métodos de docencia del profesorado. Personalmente, es reseñable que ninguna respuesta ha unido la dificultad de la asignatura con el nivel matemático del centro.

En la siguiente pregunta se ha pedido que se valorara las cualidades que debe tener un buen profesor de matemáticas.

5) Quinta pregunta. Ordena del 1 al 5 las características que debe reunir un buen profesor de matemáticas.



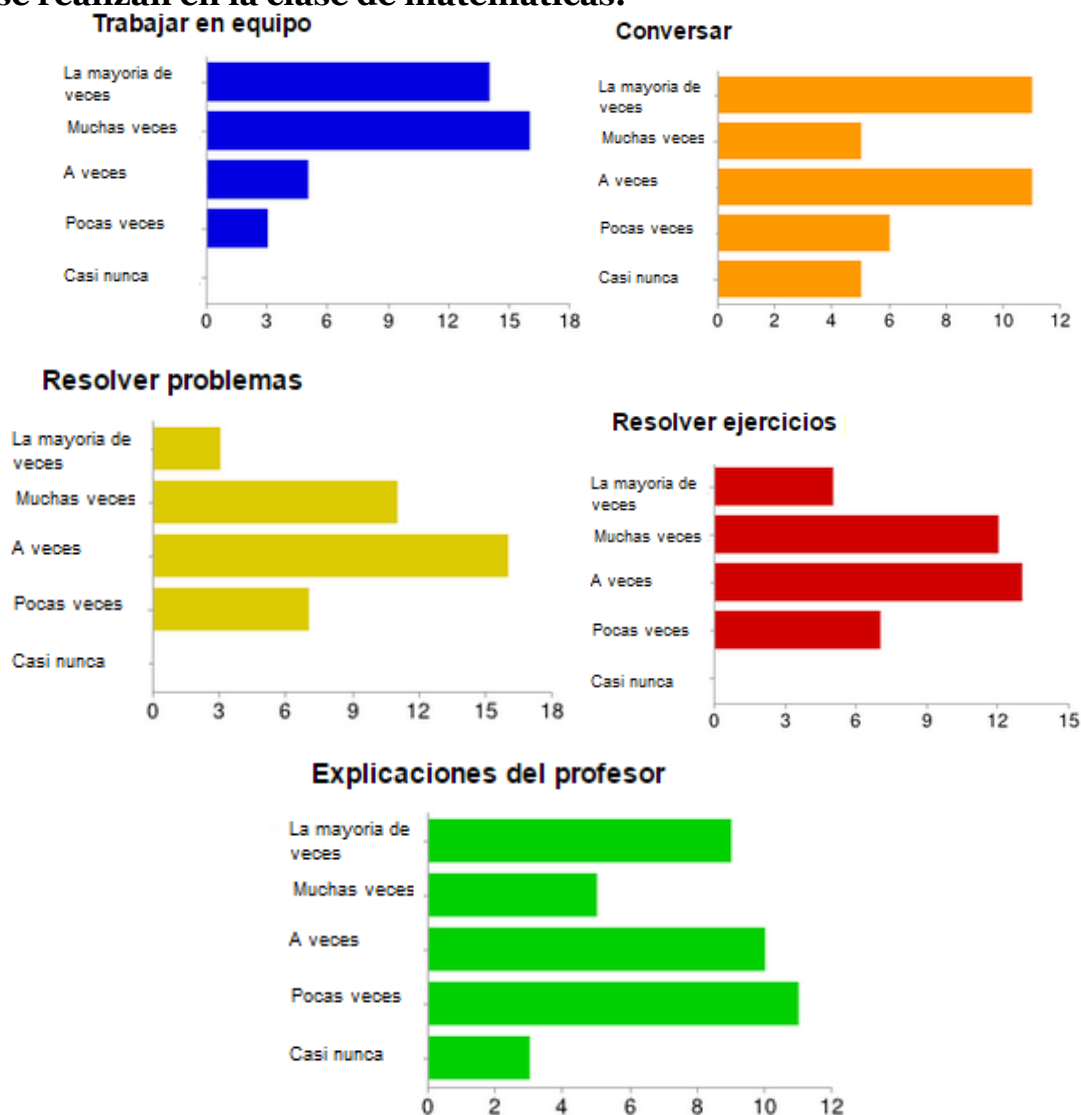
Gráfica 7 Resultados quinta pregunta.

Haciendo un análisis de las respuestas obtenidas los alumnos se puede decir que ven claro que un profesor debe dominar los contenidos y explicar bien ya que 25 personas en cada pregunta de un total de 40 personas han indicado que es vital esta característica para un docente.

Por otro lado, la opción de poder trabajar en equipo y la posibilidad de mantener un buen clima en el aula está bien visto entre el alumnado. Casi el 75% de los estudiantes opinan que trabajar en equipo es importante, esto es más significativo aun cuando en muchas de las asignaturas no han tenido ni la oportunidad de trabajar esta metodología. Por ello, se podría decir que los alumnos demandan este tipo de metodología si bien no conocen a ciencia cierta las ventajas que tienen.

Por último, también cabe decir que los alumnos no ven con buenos ojos que los profesores sean estrictos y por ello prefieren un buen clima en el aula y que el profesor tenga una relación afectiva con los alumnos.

6) Sexta pregunta. Ordena las actividades que más frecuentemente se realizan en la clase de matemáticas.



Gráfica 8 Resultados sexta pregunta.

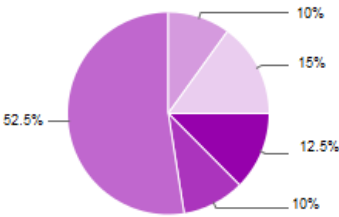
A continuación, los alumnos han sido preguntados sobre cuál es la actividad que más repiten durante las sesiones de matemáticas, con ello se ha intentado indagar sobre cuál es la metodología imperante en las sesiones de la asignatura.

Con las respuestas ofrecidas por los estudiantes se puede decir que los profesores de matemáticas del centro no tienen una metodología concreta sino que van intercalando las explicaciones expositivas con la resolución de ejercicios y de problemas. A su vez, el profesor da pie al trabajo en grupo ya que 30 de los 40 alumnos

encuestados afirman que la mayoría de las sesiones o en muchas sesiones existen actividades de trabajo en grupo.

Por último, cabe destacar la circunstancia de la conversación. El hablar sobre las matemáticas, sobre los errores cometidos y sobre lo que se pretende conseguir ayuda a desarrollar un aprendizaje metacognitivo fundamental en la interiorización de los conceptos. Según las respuestas, se entiende que los alumnos sí detectan este tipo de actividades en sus sesiones.

7) Séptima pregunta. ¿Crees que la asignatura de matemáticas relaciona los contenidos que se aprenden con su aplicación en la vida real?

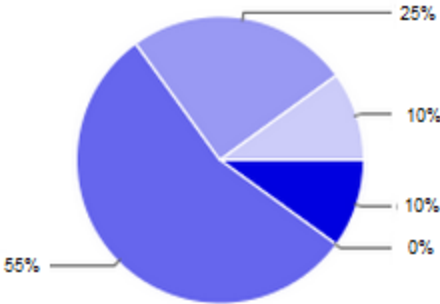


Gráfica 9 Resultados séptima pregunta.

Ez, ez dut ulertzen zertarako balio duen matematikak/No, no entiendo para qué sirven las matemáticas	5	12.5%
Printzipioz ez, erabileraz azaldu behar didate/ A priori no, me tienen que explicar la utilidad.	4	10%
Batzutan, nahiz eta askotan erabileraz ez dudana ulertzen/A veces, aunque no entienda la utilidad de muchos temas	21	52.5%
Gai gehien erabileraz ulertzen dut/Suelo ver la utilidad de la mayor parte de los temas.	4	10%
Gai gehien erabileraz ulertzen dut/Suelo ver la utilidad de la mayor parte de los conceptos que aprendemos sabemos para qué sirve	6	15%

Figura 6. Resumen de respuestas.

8) Octava pregunta. ¿Qué crees tú que se tendría que valorar en la asignatura de matemáticas?



Gráfica 10 Resultados octava pregunta.

Gai bakoitzeko azterketa kontutan hartzea/Examen en cada tema y solo valorar el resultado	4	10%
Hiruhilabete amaieran azterketako kalifikazioa soilik hartzea kontutan /Examen final de trimestre y solo valorar el resultado	0	0%
Azterketa eta klasean/etxean egindako ariketak kontutan hartzea/Examen y ejercicios trabajados	22	55%
Taldean egindako proiektua kontutan hartzea/Proyecto grupal realizado sobre el tema	10	25%
Aurrekoetatik bat ere ez/Ninguno de los anteriores	4	10%

Figura 7. Resumen de respuestas.

En las preguntas 7 y 8 se ha intentado analizar si los alumnos detectan las necesidades que este trabajo ha intentado satisfacer. Para empezar los alumnos han sido preguntados sobre la relación que observan entre la asignatura y la vida real. La mayoría de los alumnos (52.5%) solamente detectan los nexos en ciertos temas por lo que en los demás no saben para qué les servirá lo que están estudiando y con ello se encuentran en el riesgo de perder la motivación.

Seguidamente, se ha preguntado cuáles serían para los alumnos las maneras más justas para evaluar el trabajo que realizan. De esta forma se intentaba esbozar sobre si una metodología por proyectos encajaría bien en lo deseado por los alumnos.

La respuesta mayoritaria ha sido que no desean ser sólo evaluados por el examen y que también quieren que se les reconozca el trabajo realizado. Es reseñable que aunque no sea una metodología utilizada y por ello no la conozcan un 25% de los encuestados ha afirmado que les gustaría que fueran evaluados por la realización de proyectos.

Por último, intentando buscar temas relacionados con la estadística y probabilidad para poder desarrollarlos con la metodología basada en proyectos, se han planteado 5 temáticas diferentes con las que poder analizar las conexiones que ven entre matemáticas y vida real. Las respuestas que se pueden observar a continuación dejan claro que el tema de la energía es identificable para los estudiantes.

Argi-indarraren faktura/La factura de la luz	34	85%
Liga Endesa ACB-ko sailkapena/Tabla de clasificación de la Liga Endesa ACB	27	67.5%
Merkatal lokal bat kuadrillaren elkartze puntuan bihurtzea/Adecuación de un local comercial en el lugar de encuentro de una cuadrilla.	21	52.5%
Gurasoein eztabaida asteko eskupekoaren inguruan "Paga"/Discusión con los padres sobre la asignación semanal de dinero (Paga)	15	37.5%
Ikasbidaia nora egin erabakitze bilerak/Reunión para decidir el destino del viaje de estudios	9	22.5%

Figura 8. Resumen de respuestas.

Con la temática de la probabilidad por su parte los estudiantes identifican los juegos de cartas como posibilidad de desarrollar lo aprendido en la vida real, seguido por la posibilidad en un lanzamiento de penaltis y que te toque plaza en un sorteo en las colonias de verano.

Penalti jaurtiketa bateko jaurtitzailak erabakitze/Elección de lanzadores para una tanda de penaltis	22	55%
Gazte udalekuek plaza zozketatzeko/Sorteo de las plazas para los campamentos juveniles	28	70%
Matxuratutako bizikleta baten konponketarako/Arreglo de una bicicleta averiada	8	20%
Las Vegaseko kasino batean poker partida/Partida de póker en un casino de Las Vegas	33	82.5%
Klaseko afaria non egingo den erabakitzea/Decisión sobre dónde se celebrará la cena de clase.	9	22.5%

Figura 9. Resumen de respuestas.

4.4.- Entrevista al docente

4.4.1.- Planteamiento de la entrevista

La segunda vía aparte de la encuesta que se ha planteado como trabajo de campo ha sido concertar una entrevista con un profesor de la asignatura de Matemáticas en el instituto Koldo Mitxelena.

El profesor seleccionado pertenece al departamento de Matemáticas porque es el área donde se pretende desempeñar la propuesta didáctica del Aprendizaje Basado en Proyectos. Se ha elegido a este profesor en particular porque, aparte de ser un docente con amplia experiencia tanto en el centro como en la docencia de las Matemáticas, es el responsable TIC del centro.

La duración de la entrevista ha sido de unos 15 minutos y en ella se ha intentado profundizar en la temática de las diferentes estrategias metodológicas.

Estas son las preguntas que se han planteado, aunque la entrevista se ha planteado de forma semiabierta.

Tabla 4

Preguntas planteadas al profesor

1.- Presentación.	¿Qué estudios tiene? ¿Cuántos años de experiencia tiene? ¿Dónde ha trabajado? ¿Qué asignaturas ha impartido?
2.- Metodología.	¿Qué metodología usa normalmente en el aula? ¿De qué manera ha evolucionado con el paso de los años?
3.- Aprendizaje basado en proyectos:	¿Conoce el ABP? ¿Recibió en su momento formación sobre esta metodología? ¿Los profesores disponen de formación suficiente como para usar esta metodología?
4.- Ventajas del ABP.	¿Cree que se puede trabajar un currículum integro con esta metodología?
5.- Desventajas del ABP	
6.- Futuro	¿Hacia dónde cree que se está dirigiendo la educación del siglo XXI? ¿Cuál es la tendencia dentro de las estrategias metodológicas?

Nota: Preguntas planteadas al profesor ordenadas por temática.

4.4.2.- Análisis de la entrevista

Una vez realizada la entrevista al profesor se han podido sacar varias conclusiones. (La entrevista con las respuestas del profesor se puede encontrar en el Anexo II).

Aunque el entrevistado es un profesor amante de la innovación metodológica, responsable TIC del centro y precursor del cambio en la docencia dentro del centro, asume que, todavía, la metodología más utilizada en el centro es la clase magistral

combinado con el trabajo grupal. Él hace una distinción entre el Bachillerato y la Educación Secundaria Obligatoria. Esto es debido a que en el bachillerato el calendario apretado le lleva a decantarse a trabajar mediante clases magistrales mientras que en la ESO, sin el excesivo peso del calendario, aboga por utilizar el trabajo cooperativo, las clases invertidas y otras metodologías innovadoras.

Centrándose en el aprendizaje basado en proyectos, el profesor admite que conoce la metodología. Cuando fue preguntado sobre cómo se formó en esta metodología, el profesor admite que al principio fue su propia curiosidad quien le llevó a informarse personalmente; es decir, sin que nadie le obligara a ello, sobre los centros que comenzaban a incorporar esta metodología en sus clases. Debido a aquella experiencia, planteó al equipo directivo formar a los demás profesores para poder implantar la metodología en el centro y por ello, en los dos últimos cursos el claustro íntegro ha tenido sesiones formativas en nuevas estrategias metodológicas, entre ellas el aprendizaje basado en proyectos.

Respecto a las ventajas que ve él en la metodología basada en proyectos, resalta que con esta metodología se evita la monotonía de los temas, se pueden enfocar de distintas maneras la asignatura y hacerla más atractiva y motivadora. Además, se pueden introducir las TIC, el trabajo cooperativo, así como desarrollar trabajos interdisciplinares.

La principal desventaja se centra por el contrario en el tiempo, ya que los alumnos al no estar habituados a esta metodología pierden mucho tiempo en poder trabajar de manera eficiente. A su vez, les cuesta trabajar en grupo y tienden a repartirse el trabajo, en vez de trabajar conjuntamente, lo que dinamita las opciones de éxito de la actividad.

Por último, y a modo de reflexión, se le pidió al profesor que opinara sobre cuál va a ser el camino que van a tomar las estrategias metodológicas de aquí en adelante. El profesor puso énfasis en la atención a la diversidad, esa diversidad que existe en todas las aulas y que enriquece nuestra sociedad. De esa forma, y a modo de conclusión, el entrevistado admitió que los docentes debemos buscar estrategias metodológicas con las que conectar los contenidos con la vida real, plantear tareas significativas que sirvan para desarrollar capacidades cognitivas de nivel alto, etc.

4.5.- Conclusiones del estudio de campo

Después de haber realizado un estudio de campo centrado en dos ejes principales (la encuesta al alumnado y la entrevista al profesor experimentado), son varias las conclusiones que se pueden sacar.

Por una parte, queda claro que los alumnos atribuyen la responsabilidad de su fracaso en las matemáticas a la relación con el profesor, el nivel de las explicaciones que da el profesor o la dificultad de la asignatura. Haciendo un análisis con más profundidad puede llegar a entender que el profesor solamente imparte los contenidos y que como no les son significativos, no entienden la asignatura y ello les lleva a suspender. Por ello, un cambio metodológico como el que puede ser meter el aprendizaje basado en proyectos, haría que el profesor cambiara de rol, ya no fuera el que llevara el peso de la clase sino un simple guía. Además, el profesor tan solo debería dar las explicaciones iniciales y durante el proyecto servir como apoyo ante las dificultades.

Por otro lado, de la entrevista mantenida con el profesor de matemáticas, responsable de las TIC del centro Koldo Mitxelena, se puede concluir que a pesar de que la metodología haya cambiado en la docencia de la asignatura durante los más de treinta años que lleva en la profesión, todavía existe un recelo a aceptar más cambios. Debido a la multitud de contenidos y a la falta de tiempo o quizá también porque los profesores no tienen la formación suficiente como para saber manejar un grupo con la metodología basada en proyectos, muchos de los docentes son reticentes a implantar el cambio metodológico en sus aulas.

5.- Propuesta didáctica

5.1.- Introducción

El estudio PISA recoge la evaluación de la competencia matemática como uno de los pilares para el desarrollo de las capacidades cognitivas imprescindibles en el desarrollo humano. Así mismo en la historia del sistema educativo la matemática ha sido y sigue siendo uno de los aprendizajes denominados instrumentales.

¿Pero qué es lo que se desarrolla al trabajar esta disciplina? La habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas, que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinares en contextos reales. Ahora bien, este desarrollo no se puede establecer al margen de otras competencias, ya que para que una se desarrolle necesita la complementariedad de otras. Al leer de forma comprensiva el enunciado de un problema o comunicar los resultados se trabaja la competencia lingüística. Si se introducen determinadas herramientas para tratar la información se estará entrelazando la competencia digital, y así con otras competencias.

Estas son las principales leyes y decretos que regulan actualmente el sistema educativo:

- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Publicada en el BOE núm. 295, el 10 de diciembre de 2013.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Publicada en el BOE núm. 5, el 05 de enero de 2007.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Publicada en el BOE núm. 37, el 3 de enero de 2015.
- Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Publicado en el BOPV núm. 218, el 13 de noviembre de 2007.

En el desarrollo del currículo de esta asignatura los conocimientos, las competencias y los valores estén integrados y se ha organizado en función de cinco grandes bloques.

Tabla 5

Bloques de contenidos

Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	Bloque 5
Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	Números y Álgebra	Geometría	Funciones	Estadística y probabilidad

Nota: Bloques de contenidos en la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas.

Un currículum basado en la enseñanza por competencias hace necesario un cambio en la manera de enseñar, en el modo de organizar y diseñar la situación de enseñanza-aprendizaje. Del mismo modo las autoridades académicas, tanto a nivel estatal como a nivel autonómico, insisten en mirar hacia los países que lideran el ranking de nivel competencial de matemáticas para importar, y por qué no decirlo, copiar las estrategias metodológicas que facilitan el éxito.

De todo esto se deriva el auge que la metodología basada en proyectos está teniendo en los últimos tiempos, ya que esta estrategia coincide plenamente con uno de los ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

La legislación en vigor ya tiene en cuenta el trabajo por problemas o por proyectos, de hecho se habla de ello en el Real Decreto 1105/2014 (BOE núm. 3, 2015, p. 389):

La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen los ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Una de las capacidades esenciales que se desarrollan con la actividad matemática es la habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas, ya que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinares en contextos reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico.

5.2.- Objetivos

5.2.1.- Objetivos generales de etapa relacionados con la estadística

La propuesta didáctica para trabajar la estadística con alumnado con 4º de la ESO toma como referencia los objetivos generales del currículum de matemática del Decreto 175/2007.

Tabla 6*Objetivos generales de la propuesta didáctica*

OBJETIVOS GENERALES
Plantear y resolver, de manera individual o en grupo, problemas extraídos de la vida cotidiana, de otras ciencias o de las propias matemáticas, eligiendo y utilizando diferentes estrategias.
Identificar, relacionar, describir y representar los elementos matemáticos presentes tanto en el mundo social como en el científico, analizando críticamente las funciones que desempeñan.
Utilizar, de manera autónoma y creativa, las herramientas propias del lenguaje y la expresión matemática para explicitar el propio pensamiento de manera clara y coherente.
Razonar y argumentar, elaborando argumentos y justificaciones sólidas que les permitan justificar y presentar resultados y conclusiones, criticar rebatir otros argumentos o aplicarlos a nuevas situaciones.
Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos y de la comunicación para ayudar en el aprendizaje de las matemáticas.
Integrar los conocimientos y modos propios de la actividad matemática en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse para resolver problemas de forma creativa, analítica y crítica.

Nota: Objetivos generales de la propuesta didáctica.

Fuente: Decreto 175/2007.

5.2.2.-Objetivos específicos de la propuesta didáctica

Una vez que se han analizado los objetivos generales que se quieren conseguir con esta propuesta didáctica, se van a analizar los objetivos más específicos, los propios de la temática que se va a trabajar; es decir, la estadística.

Tabla 7*Objetivos específicos de la propuesta didáctica*

OBJETIVOS ESPECÍFICOS
Elaborar e interpretar un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.
Aprender a usar distintos tipo de gráficas estadísticas.
Aprender a realizar análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.
Comprender los conceptos estadísticos: Media y desviación típica.
Utilizar hojas de cálculo en la organización de los datos, realización de cálculos y generación de gráficos.
Aprender a utilizar la estadística en otros contextos matemáticos.
Utilizar las TIC en las diferentes fases de la elaboración del proyecto.

Nota: Objetivos específicos de la propuesta didáctica. Fuente: Decreto 175/2007.

5.3.- Destinatarios

Esta propuesta didáctica está programada para realizarla con alumnado de 4º de la ESO. Se pretende dar una propuesta de cómo enseñar la estadística a los alumnos. Además de tener en cuenta la competencia lingüística bilingüe (euskara-castellano) el diseño de la propuesta pretende responder a la diversidad existente, bien sea a nivel de capacidad, interés, ritmo de aprendizaje, etc.

5.4.- Contenidos

De entre los cinco bloques en los que se organiza el currículum matemático se ha elegido el quinto para el trabajo de la propuesta didáctica que se quiere desarrollar.

Como mencionan Corbalán y Sanz miembros del Departamento de Métodos Estadísticos de la Universidad de Zaragoza (2013), en esta sociedad de la información, rodeados de datos que llegan por medios distintos cada vez más complejos, no muy coincidentes y a veces contradictorios los alumnos deben saber que los datos nos acercan al conocimiento de todas las facetas humanas y sociales. Sin haber realizado un estudio estadístico serio, podemos tener opiniones o intuiciones sobre cualquier tema; después de haberlo hecho, podemos empezar a hablar del tema con conocimiento de causa.

A continuación se exponen los contenidos matemáticos extraídos de la normativa vigente, que se han tomado de referencia

Tabla 8

Bloque 5 Estadística y probabilidad

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Estadística y Probabilidad		
<p>Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.</p> <p>Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización y dispersión</p> <p>Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.</p> <p>Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.</p>	<p>Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación.</p> <p>Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>	<p>Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p> <p>Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones.</p> <p>Emplea el vocabulario adecuado para interpretar y comentar tablas de datos, gráficos estadísticos y parámetros estadísticos.</p> <p>Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>Discrimina si los datos recogidos en un estudio estadístico corresponden a una variable discreta o continua.</p> <p>Elabora tablas de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.</p> <p>Calcula los parámetros estadísticos (media aritmética, recorrido, desviación típica, cuartiles,...), en variables discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora o de una hoja de cálculo.</p> <p>Representa gráficamente datos estadísticos recogidos en tablas de frecuencias, mediante diagramas de barras e histogramas.</p> <p>Comprueba la solución y reflexiona respecto al proceso seguido, sacando conclusiones que le puedan servir en la resolución de problemas nuevos.</p>

Nota: Bloque 5 de matemáticas orientadas a la enseñanza académica

Fuente: LOMCE.

5.5.- Metodología

Es necesario dejar claro desde el principio que las fases del proyecto son tres; la *investigación y planificación*, el *desarrollo del producto final* y por último la *exposición del producto*. Los alumnos deben conocer la secuenciación de estas fases, con las fechas y contenidos a desarrollar en cada fase.

El aprendizaje en base a competencias y no de contenidos únicamente, valora en gran medida el proceso de trabajo que se realiza para la consecución del objetivo, no el producto final exclusivamente. Por lo tanto será a través de todo el proceso en los que se habilitarán mecanismos de autoevaluación y coevaluación para que en la medida de los resultados que se vayan obteniendo, introducir correcciones y modificaciones, tanto en las respuestas como en las propuestas. Una respuesta inadecuada puede dejar al descubierto además de un fallo en el proceso de aprendizaje, un error o inadecuación en la tarea propuesta por el profesor.

A continuación se detallan las fases del método que el profesorado deberá tener en cuenta en la implementación de la estrategia con el alumnado, si bien el planteamiento se pueda realizar de varias formas, siempre tiene que contener ciertos elementos (Bottoms y Webb, 1988):

1.- *Situación o problema*: Una o dos frases con las que se describa el tema o problema que el proyecto busca atender o resolver.

2.- *Descripción y propósito del proyecto*: Una explicación concisa del objetivo último del proyecto y de qué manera atiende este la situación o el problema.

3.- *Especificaciones de desempeño*: Lista de criterios o estándares de calidad que el proyecto debe cumplir.

4.- *Reglas*: Guías o instrucciones para desarrollar el proyecto. Incluyen tiempo presupuestado y metas a corto plazo.

5.- *Listado de los participantes en el proyecto y de los roles que se les asignaron*: Incluyendo los miembros del equipo, miembros de la comunidad, personal de la institución educativa y padres de familia.

6.- *Evaluación*: Cómo se va a valorar el desempeño de los estudiantes. En el aprendizaje por proyectos, se evalúan tanto el proceso de aprendizaje como el producto final.

Una vez expuestas y analizados los procesos el alumnado podrá comenzar a trabajar en el propio proyecto. Durante la elaboración del proyecto el profesor debe orientar al alumnado en la obtención de las competencias planificadas. Para ello, el profesor deberá elaborar cuestiones que encaminen al alumno a la consecución de los objetivos. La utilización de listas de control en las que por medio de indicadores que

recuerden los elementos del trabajo que se han de ir cumpliendo, es una técnica que desarrolla la autonomía y la responsabilidad sobre el trabajo.

El proyecto finalizará con una exposición pública bien en la propia clase, o bien delante de compañeros de otras aulas. Será en este momento cuando se proporcione al alumnado una evaluación final sobre sus resultados de aprendizaje. Exponer el trabajo ante los demás motiva a los alumnos a obtener un resultado positivo y mostrar lo mejor de sí mismos.

La propuesta didáctica está planificada para poder ser implementada en 11 sesiones, suponiendo que el bloque 5 de la asignatura de matemáticas se imparte al final del curso, se podría trabajar durante un mes en sesiones de 50 minutos.

Una vez explicada la secuencia metodológica se deben mencionar que el profesor responsable de la elección metodológica, junto con sus compañeros de departamento, o de equipo docente de nivel, tiene la responsabilidad de guiar, marcar, ajustar, modificar y modelar todo el proceso de aprendizaje. Es él o ella quien tras analizar las características de su grupo de alumnos y alumnas y las necesidades educativas decide qué estrategia utilizar para conseguir el objetivo propuesto: aprendizaje de calidad.

Esta responsabilidad conlleva todo un ejercicio de planificación, una programación donde además de planificar qué trabajar, cómo, cuándo, etc. deberá anticipar cuáles serán sus actuaciones para ejemplificar, modelar, en qué consiste la metodología basada en proyectos y así crear una estructura, un andamio, en el cual pueda apoyarse el alumnado en la construcción de su aprendizaje. Esta tarea de andamiaje se realizará utilizando cuantas estrategias didácticas sean necesarias, desde la exposiciones orales, uso de herramientas digitales, hasta variedad de agrupamientos del alumnado (grupos, homogéneos, heterogéneos, agrupamientos flexibles, etc.)

Es necesario subrayar la necesidad de trabajar las estrategias metacognitivas, para que desde el comienzo de la unidad o proyecto el alumnado conozca cuál es su punto de partida ¿Qué sé yo sobre...? ¿Qué es lo que quiero saber? ¿Qué debo hacer para...? Para todo ello el profesor ha de facilitar la motivación, la involucración del alumno como protagonista, sujeto activo dentro del proceso de aprendizaje, bien con la técnica del modelaje, bien por medio de preguntas que ayuden a pensar, o a través de cuantas estrategias le parezcan necesarias.

5.6.- Ejemplo de sesiones

Las sesiones que han sido propuestas van a tener lugar en un aula de informática con el fin de poder acceder a la información en cualquier momento. Además, se pretende que para desarrollar el trabajo cooperativo los alumnos trabajen por parejas en el mismo ordenador.

El aula dispondrá de una pizarra digital para dar explicaciones. Esa pizarra es importante ya que se pretende que en partes de las sesiones el grupo al completo reflexione sobre ciertas situaciones y para ello el profesor fomentará la participación y dará la posibilidad a los alumnos de participar usando PDI.

Tabla 9

Objetivos, actividades y recursos a utilizar por el profesor en cada sesión.

SESIÓN	OBJETIVOS DIDÁCTICOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
1	Contestar una encuesta de manera responsable.	Recoger en casa información sobre la utilización de energía. Con los datos recogidos rellenar la encuesta	Google Drive: Encuesta.
2	Visionar videos con criterio –visión crítica	Visionado de videos cortos sobre el consumo de energía, el consumismo y el trabajo en equipo. Proponer a nivel individual alguna medida para rebajar el consumo de energía	Pizarra digital. Drive: Encuesta sencilla.
3	Clasificar los datos obtenidos en la encuesta para poder realizar el estudio comparativo.	Encuesta: Conocer las diferentes variables estadísticas, así como la confección de tablas de frecuencia. Realización de ejercicios para el afianzamiento del aprendizaje (trabajo sistemático)	Pizarra digital. Drive: Encuesta sencilla
4	Diferenciar diferentes variables estadísticas y aprender a cumplimentar las tablas de frecuencia.	Realizar ejercicios para afianzar el aprendizaje (trabajo sistemático) Posteriormente en grupo tabular los datos.	Video tutoriales Listado fotocopiado de ejercicios Drive: Hoja de cálculo.
5-6	Conocer diferentes gráficas estadísticas y teniendo los datos pertinentes, saber crear cada uno de ellos.	Exposición explicativa: Gráficas estadísticas. Realizar trabajo sistemático con los datos obtenidos de los grupos de 4º ESO para realizar gráficos estadísticos.	Video tutoriales Listado fotocopiado de ejercicios Drive: Hoja de cálculo.
7-8	Conocer el uso estadístico de la media y la varianza de manera crítica. Ser capaz de usar la calculadora para ejercicios estadísticos	Cálculo de parámetros.	Video tutoriales Listado de ejercicios en un hoja Drive: Hoja de cálculo.
9	Medidas de posición. Identificar medianas, cuartiles y percentiles.	Calcular medidas de posición	Video tutoriales Listado de ejercicios en una hoja Drive: Hoja de cálculo
10-11	Analizar críticamente noticia planteada en soporte informático.	Análisis de la política energética que existe en la Comunidad Autónoma Vasca. Comparar informaciones. “Fracking, una apuesta peligrosa” sacado de una revista y análisis del resumen energético del año 2012 de la C.A.V. (con tablas y gráficos) Sacar conclusiones de las tablas	Información sacada de internet y revistas. Resumen energético del año 2012 de la C.A.V. (a partir de la página 6)

Nota: Objetivos, actividades y recursos a utilizar por el profesor en cada sesión.

5.7.- Evaluación

A lo largo del desarrollo de la propuesta didáctica la observación y la información que el profesor va a ir obteniendo del proceso de aprendizaje y elaboración por parte del alumnado va a ser continua.

Desde el comienzo de la secuencia a partir de las preguntas para conocer los conocimientos previos, el profesor va a conocer el punto de partida del alumnado en general y de cada uno de ellos en particular. De la misma forma, cuando cada alumno colabore con sus aportaciones en la elaboración de las respuestas a la pregunta "¿Qué sabemos sobre el tema...?" estará haciendo una pequeña autoevaluación inicial, bien de forma oral o de forma escrita.

Así mismo, durante la elaboración del proyecto el profesor facilitará listados de control de los diferentes pasos a realizar y de los elementos que ha de recoger cada paso. La recogida de información respecto al tema a trabajar se realizará mediante una encuesta que se recogerá a través del Google Drive.

Las tareas dentro del proyecto que se vayan haciendo se guardarán y compartirán con el profesor al final de las sesiones para que éste pueda llevar un seguimiento del proceso de cada alumno y ejecutar una evaluación continua. Durante las sesiones de clase el profesor observará las dinámicas de cada grupo, pudiendo recoger los datos de la observación.

El alumnado guardará las muestras más significativas del proyecto elaborando un portfolio. Será a partir de todo el proceso de elaboración y todas las muestras recogidas las que conducirán a realizar una presentación donde los alumnos expongan las conclusiones obtenidas.

El profesor tal y como lo señaló en la primera sesión de la propuesta didáctica, calificará a cada alumno según el peso establecida, respecto a los contenidos conceptuales (30%), procedimentales (50%) y actitudinales (20%).

Todo el proceso de evaluación va a facilitar información sobre lo que el alumnado ha aprendido respecto al contenido temático en cuestión y sobre el procedimiento para desarrollar y adquirir el citado contenido. El aprendizaje basado en proyectos si bien pretende resolver situaciones en contextos reales, pretende también aprender a utilizar un procedimiento de trabajo concreto. Por lo tanto, la información que se obtenga de la evaluación final tendrá que dar paso a posteriores reajustes; los relacionados con el contenido matemático específico, para aquel alumnado que necesite refuerzo en su aprendizaje y los relacionados con las fases que han de llevarse para sistematizar la propia metodología.

5.8.- Resultados previstos

A pesar de que no se ha podido implementar la propuesta metodológica en un aula en particular, por lo que no se tienen resultados exactos, se han establecido conjeturas en base al estudio de campo realizado, al marco teórico que se ha tomado como base y a la metodología definida para llevar a la práctica la propuesta. Estos son los principales resultados que se pretenden obtener cuando se implemente la propuesta didáctica:

- Los centros y los profesores que están más acostumbrados a las innovaciones educativas son también los que mejor manejo de las TIC suelen tener, es por ello que un centro con docentes con una amplia experiencia en el manejo de las nuevas tecnologías tendrán facilidad a incorporar en la metodología basada en proyectos estas TAC. Por lo cual se pretende que la calificación media de la clase en el desarrollo del bloque de estadística mediante el aprendizaje basado en proyectos mejore un 20% respecto a los obtenidos en cursos anteriores con una metodología expositiva.

- Después de haber analizado las respuestas en las que los alumnos atribuyen buena parte de la dificultad en la comprensión de las matemáticas a las explicaciones del profesor, se han planteado videotutoriales para que el alumnado pueda, cuantas veces quiera, visualizar la explicación con el fin de que adapte a su ritmo el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Se recogerá en un listado el número de alumnos que han visualizado los videotutoriales y se valorará este elemento como recurso didáctico en la fase de comprensión del tema.

- Todos los cambios metodológicos necesitan procesos que se vayan dando paso a paso. Por lo cual el comienzo de la innovación estará lleno de incertidumbre y dificultades. Como se puede comprobar en la entrevista al profesor, la dificultad que ven los estudiantes es que el peso del proceso de aprendizaje recae sobre ellos y eso hace que en muchos momentos haya problemas de gestión del tiempo. Aun así, hay que buscar que se sistematice el aprendizaje basado en proyectos para que esta metodología se generalice. Se pretende que a partir del tercer tema en el que se aplique la nueva metodología el alumnado mejore la optimización del tiempo en la organización del trabajo consiguiendo así más autonomía. Se espera que esto se refleje en un aumento del 15% en la calificación final de la asignatura de Matemáticas.

6.- Discusión

Si bien parece que todo va encaminado hacia al éxito de esta estrategia metodológica, a la hora de llevarlo a la práctica surgen varios problemas. Y es que como menciona el doctor de la Universidad de Granada Fernando Trujillo (2013) existe entre los docentes un miedo a que los contenidos de la materia se desvirtúen. Esa desconfianza se basa en el pensamiento de que el ABP no contribuye a trabajar el núcleo conceptual de la materia. Objetivamente mediante el ABP existe una demora en el tiempo ya que antes de trabajar los conceptos matemáticos a estudiar, se debe introducir la contextualización del proyecto. Sin embargo, en el aprendizaje mediante clases expositivas, los profesores explican los conceptos de manera inductiva, explicando el contenido matemático más allá de que los alumnos entiendan o no lo expuesto.

Pero como se concluyó en el seminario federal sobre *autoevaluación del profesor e indicadores de calidad en la enseñanza de las matemáticas* de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2010), los nuevos conocimientos deben ser apoyados sobre los aprendizajes que el alumno ya posee, relacionándolos con la experiencia y presentando los nuevos contenidos en un contexto de resolución de problemas. De esta manera, el aprendizaje toma una forma competencial, ya que además de conocer el concepto, el alumno decide cómo utilizarlo en función del contexto en el que ha de aplicarlo para de esta manera resolver el problema del proyecto que tiene que llevar a cabo.

El factor más trascendente para introducir esta metodología en las sesiones de un aula ordinaria es el papel del docente. Tiene que ser el profesor quien tenga la certeza de poder implementar la innovación metodológica y dar el paso hacia el cambio de rol. Y es que como muestra Instituto Tecnológico y de Estudios superiores de Monterrey (2010, adaptando el Problem-Based Learning de la Universidad de Queen) la innovación trae consigo un cambio de rol donde el profesor deja de ser el experto de contenidos para convertirse en un guía que ayuda a los alumnos a encontrar las formas de aprender en las distintas áreas.

Los docentes deben actuar como orientadores del aprendizaje y dejar que los estudiantes adquieran autonomía y responsabilidad en su aprendizaje (Johari y Bradshaw, 2008). El rol del profesor es más mediador o guía, y su labor se centra en encaminar al estudiante para que encuentre la mejor solución al problema (Reverte, Gallego, Molina & Satorre, 2006).

En referencia al uso de las nuevas tecnologías, se ha observado que tanto en la entrevista realizada al profesor de matemáticas como en la propuesta didáctica, el uso de las TIC como herramienta educativa, no se limita al uso parcialmente profesional

(preparación de clases) sino que es un instrumento para la innovación didáctica y metodológica. La propuesta de utilización de las herramientas Google Apps para la recogida, tratamiento, colaboración y difusión de las tareas que componen el proyecto didáctica verifica que las TIC se han transformado en TAC.

7.- Conclusiones

En general, se puede afirmar que en el trabajo se ha logrado el principal objetivo que no era otro *que presentar y justificar una propuesta didáctica que, basándose en la metodología del aprendizaje por proyectos, mejore y facilite el aprendizaje y comprensión de la estadística en matemáticas de 4º de ESO*. El contexto real que se ha tomado como referencia ha venido dado por el estudio de campo en el que se ha recogido la aportación del profesor a través de la entrevista realizada y por medio de la encuesta que se ha pasado a una muestra de 40 alumnos y alumnas. Conviene mencionar que la propuesta didáctica ha quedado en una fase de diseño y programación, no se ha implementado debido a la limitación del periodo de prácticas.

Con respecto al primer objetivo propuesto, *describir la situación de los alumnos y alumnas de 4º de la ESO respecto a determinados aspectos referidos a la asignatura de Matemáticas* se puede concluir que a priori los alumnos no rechazan las matemáticas, sino que la dificultad radica en la temática y la falta de comprensión de las explicaciones del profesor. Esta conclusión se ha obtenido cotejando las respuestas a las siguientes preguntas de la encuesta: 1 (opinión general sobre las matemáticas), 2 (dificultad respecto al área de las matemáticas) y 4 (motivos de la dificultad). El ítem quinto recoge la opinión del alumnado respecto a las características que para ellos un buen profesor de matemáticas debería tener.

En referencia al segundo objetivo, *recabar la opinión de los protagonistas de la acción educativa sobre la metodología utilizada en la enseñanza-aprendizaje de la matemática*, los alumnos respondiendo a la sexta pregunta, opinan que los profesores de matemáticas del centro no tienen una metodología concreta sino que van intercalando las explicaciones expositivas con la resolución de ejercicios y de problemas. El profesor entrevistado por su parte ha expresado la presión que el tiempo ejerce sobre el profesorado. Ello hace que muchas veces opten por la vía aparentemente más rápida sin que ello garantice el aprendizaje de la mayoría del alumnado. En las aportaciones realizadas en la propuesta didáctica, se ha pretendido superar la dificultad mediante la contextualización del tema en una situación más cercana para el alumnado. Por lo tanto, la dificultad de aprendizaje quedará minimizada ya que aumentará la significatividad del aprendizaje.

En cuanto al tercer objetivo *analizar y exponer las principales características y posibilidades de la estrategia metodológica del aprendizaje basado en proyectos en la asignatura de matemáticas en 4º de la ESO*, se ha construido un marco teórico tomando como referencia reflexiones, estudios y prácticas tanto de teóricos del ámbito de la formación, evaluación y desarrollo de competencias profesionales como de

profesores de áreas de institutos de enseñanza media. Se puede concluir que se han definido y marcado las bases de la ABP.

Finalmente para la consecución del cuarto objetivo *favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos estadísticos para el desarrollo de la competencia matemática en la ESO mediante la propuesta didáctica presentada en este trabajo*, se ha realizado una búsqueda bibliográfica sobre la importancia de la estadística en el currículo de las matemáticas. En la *propuesta didáctica* se ha partido de un contexto real y se han planteado los objetivos principales para poder aplicar los conocimientos que se vayan desarrollando a lo largo de la misma. A partir de tareas que sobrepasan el mero ejercicio de aprendizaje mecánico y que se sirven de las TIC para organizar y compartir la información, se ha llegado a diseñar una propuesta que conecte con el interés del alumnado y desarrolle estrategias metodológicas que conduzcan a un verdadero aprendizaje de la estadística. Por lo cual, se puede concluir que el objetivo propuesto se ha cumplido.

8.- Limitaciones del trabajo

La aceptación de la metodología ABP como sostén para el aprendizaje de las matemáticas necesita de su aplicación en un gran período de tiempo. El estudio en base a una investigación de pequeña muestra, tanto en el tiempo de implementación como en los contenidos curriculares a desarrollar puede ser insuficiente. Por otra parte la propia investigación exige que haya un grupo de referencia en el que se lleve una metodología diferente que sirva para contrastar los resultados que se quieren comparar.

Por otro lado, la propuesta didáctica se ha centrado únicamente en uno de los bloques de Matemáticas de 4º de la ESO. Como se ha comentado durante todo el trabajo, el aprendizaje basado en proyectos es una forma de hacer más significativa el proceso enseñanza aprendizaje, dejando al alumno el peso del proceso y siendo el docente un simple guía. Por ello, no solo se debe centrar en trabajar el bloque de estadística y probabilidad sino que habiendo más tiempo se deberían planificar programaciones didácticas para trabajar todos los contenidos con esta metodología.

El presente trabajo trata la estadística mediante el aprendizaje basado en proyectos. Esta metodología posibilita la creación proyectos interdisciplinares trabajando otros conceptos de otras asignaturas, pero englobándolas en el tema de la energía que se ha planteado para 4º de la ESO. Por ello, el trabajo se ha limitado a una materia pudiendo ser mucho más significativa y atractiva para los alumnos si se trabajara la misma temática desde diferentes asignaturas.

La encuesta del estudio de campo se ha limitado a 40 jóvenes de 15 y 16 años, ello ha repercutido en que los resultados sean más bien homogéneos. Con disponibilidad de tiempo y recursos, la encuesta habría tenido más sentido habiéndola pasado a alumnos de diferentes colegios, con diferente titularidad, en distintas provincias. Con esa variedad de respuestas, las conclusiones serían mucho más válidas y se podrían observar mejor las necesidades de los estudiantes de matemáticas.

Por último, después de haber comentado que el aprendizaje basado en proyectos da al docente la posibilidad de atender las distintas diversidades que se le plantean en el aula (ritmo, capacidad, motivación), en la propuesta se han planteado ejercicios y sesiones donde no se cita la atención a la diversidad. Por ello, el profesor que lleve a la práctica esta propuesta debe saber que se va a encontrar la limitación de una referencia más o menos estándar que tendrá que adaptar a las características de su grupo-aula.

9.- Prospectiva

Seguidamente, se proponen las líneas de trabajo posibles para dar continuidad al presente TFM.

- Ampliación del marco teórico sobre el estudio de la estadística y probabilidad.
- Recabar información sobre el conocimiento que tiene el profesorado de una etapa, sobre la estrategia metodológica ABP.
- Aumentar la presencia de herramientas digitales en las situaciones de enseñanza-aprendizaje.
- Elaborar propuestas didácticas interdisciplinares.

En lo relacionado con la *ampliación del marco teórico sobre el estudio de la estadística y probabilidad*, sería recomendable profundizar en la adecuación del estudio de los contenidos temáticos citados adaptándolos a las investigaciones más recientes en el apartado del *marco teórico*. La estadística continúa siendo el pariente pobre en la enseñanza de las matemáticas, en cuyos programas está siempre al final, y en los centros, cuando se llega, se hace con prisas y poco tiempo. El reconocimiento de la importancia de la estadística en la enseñanza continúa siendo una asignatura pendiente de nuestro sistema educativo, a pesar de que proporciona, posiblemente, el mejor marco de aplicación de las matemáticas a situaciones cotidianas.

Conocer la información sobre el conocimiento que tiene el profesorado de una etapa a cerca de la estrategia metodológica ABP. Disponer de una información real sobre la actualización metodológica del profesorado facilitará el diseño de la formación necesaria que garantice un buen conocimiento sobre las características del ABP y sus posibilidades de aplicación en el diseño de propuestas didácticas.

Aumentar la presencia de herramientas digitales en las situaciones de enseñanza-aprendizaje, incorporando herramientas como las wikis, blogs, Web-Quest con el análisis de las ventajas de cada una y la manera de implementarlas en el aula, haría que el profesor tuviera este recurso para mejorar la motivación del alumnado y proveerle de diferentes estrategias para el tratamiento de la información. Esta valoración sobre las herramientas podría llevar a cabo en sesiones de formación o bien consultando las diferentes plataformas educativas existentes, en las que se recogen experiencias de otros profesores y profesoras.

Para *elaborar propuestas didácticas interdisciplinares* la metodología basada en proyectos ofrece la posibilidad de enlazar los contenidos de distintas asignaturas, como se ha mencionado en las conclusiones. Las líneas de investigación futuras podrían estar encaminadas a concretar alrededor de un tema los distintos contenidos de diferentes asignaturas. Esta tarea se debería hacer hablando con el jefe de estudios y

con los distintos jefes de departamento, pero tendría la ventaja de que el alumno iría construyendo una relación de contenidos entre asignaturas. Para esta labor, se debería profundizar en la formación de los profesores sobre los proyectos interdisciplinarios. Esta cuestión suele ser tema de discrepancias entre los docentes y muchos de ellos piensan que enlazar temáticas con otras asignaturas repercutiría en el ritmo con el que se trabaja su propia asignatura.

10.- Referencias bibliográficas

Alsina, A. y Planas, N. (2008). *Matemática Inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.

Ambrós, A. (2009). Aula de Innovación Educativa. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 180, 26-31. Disponible en: <http://www.grao.com/revistas/aula/180-programar-y-evaluar-competencias/programar-y-evaluar-las-competencias>

Aramendi Jauregi, P. Las competencias en el currículum. *Jornadas sobre el cambio de marco educativo*. (2009, San Sebastián).

Arreguín, L.E., Alfaro, J.A. y Soledad Ramirez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 10(4), 1-21. Disponible en: dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4134063.pdf

Barragués, J.I. (2011). Estadística y probabilidad. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 57,71-83.

Biniés Lanceta, P. (2008). *Conversaciones matemáticas con Maria Antònia Canals o cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante*. (2. ed.). Barcelona: Graó.

Borrás Veses, E. (1995). Procedimientos y recursos para trabajar la estadística y probabilidad en la enseñanza obligatoria. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 3, 39-48.

Corbalán, F., Sanz, G. (2013). Entre datos complejos y dispersos. *Cuadernos de Pedagogía* 438,1-6.

Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Publicado en el BOPV núm. 218, el 13 de noviembre de 2007.

Goñi Zabala, J.M. (2009). El desarrollo de la competencia matemática en el currículo escolar de la Educación básica. *Educatio Siglo XXI*, 27,24-25. Disponible en: <http://revistas.um.es/educatio/article/view/71091>

Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa. (2014). *PISA 2012 EUSKADI. Informe de resultados y análisis de variables*. Recuperado el 3 de mayo de 2015 de http://www.isei-ivei.net/cast/pub/PISA2012/PISA2012_cast.pdf

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 295, pp. 97858-97921. Disponible en: <https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 de mayo de 2006), núm. 106, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2012). *Ítems liberados PISA. Ejemplos por niveles*. Recuperado el (03/05/2015) de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/itemsliberadospisa.pdf?documentId=0901e72b8178650a>

Morales Socorro, C. (2011). *El Aprendizaje basado en Proyectos en la Educación Matemática del siglo XXI. Cuaderno de bitácora*. 15 Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas del 2011 (15 JAEM). Disponible en: <http://www.oei.es/salactsi/carlosmoralessocorro.pdf>

National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. (1. ed.) Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

OCDE. (2006). La competencia matemática. En OCDE. *PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimiento y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*, (pp. 73-120). Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado (3 de enero de 2015), núm. 3, pp. 169-546. Disponible en: <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

Zabala, A. y Arnau, L. (2007). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias* (3. ed.). Barcelona: Graó.

11.- Anexos

11.1.- Anexo I. Cuestionario realizado a los alumnos de 4º de ESO

Encuesta sobre tu opinión de las matemáticas

Por favor, responde la respuesta sinceramente, tu respuesta va a servir para realizar una investigación y por supuesto, serán anónimas.

Edad

- ☐ 14
- ☐ 15
- ☐ 16
- ☐ 17

Sexo

- ☐ Hombre
- ☐ Mujer

1. ¿Qué opinas de las matemáticas?

- ☐ Ni me gustan ni me disgustan.
- ☐ No me gustan.
- ☐ Algunos temas me gustan.
- ☐ Las estudio porque no tengo otra opción.
- ☐ Me gustan.
- ☐ Comentarios: _____

2. ¿Se te hacen difíciles las matemáticas?

- ☐ No, siempre las he entendido.
- ☐ Sí, son muy complicadas
- ☐ Sólo algunos temas.
- ☐ Sí, no le entiendo al profesor.
- ☐ No, si le entiendo al profesor.
- ☐ Comentarios: _____

3. ¿Has suspendido matemáticas?

- ☐ No, siempre paso bien.
- ☐ Sí, algún examen parcial.
- ☐ Sí, todos los trimestres.
- ☐ No, aunque apruebo muy justo.
- ☐ Sí, un trimestre.
- ☐ Comentarios: _____

4. ¿Qué dificultades identificas en la aprendizaje de las matemáticas?

- ☐ No le entiendo al maestro.

- Hay temas muy difíciles.
- Es una clase muy aburrida.
- El profesor no explica cuando se le pregunta.
- La asignatura es muy difícil en el centro.
- Comentarios: _____

5. Ordena del 1 al 5 las características que debe reunir un buen profesor de matemáticas.

ELIJA UNA RESPUESTA DE CADA COLUMNA, PARA QUE SE ORDENEN LAS RESPUESTAS

	Es vital que el profesor tenga esta característica	Muy importante que el profesor tenga esta característica	Es importante que el profesor tenga esta característica	NO es muy importante que el profesor tenga esta característica	Da igual que el profesor tenga esta característica
Establece una relación de afecto con los alumnos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Domina los contenidos de la materia.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Explica bien.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Mantiene el buen clima en la clase.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Permite trabajar en equipo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Que sea estricto.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6. Ordena las actividades que más frecuentemente se realizan en la clase de matemáticas.

ELIJA UNA RESPUESTA DE CADA COLUMNA, PARA QUE SE ORDENEN LAS RESPUESTAS

	La mayoría de las veces	Muchas veces	A veces	Pocas veces	Casi nunca
Trabajar en equipo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Conversar	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Resolver ejercicios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Resolver problemas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Explicaciones del profesor	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7. Crees que la asignatura de matemáticas relaciona los contenidos que se aprenden con su aplicación en la vida real.

- No, no entiendo para qué sirven las matemáticas
- A priori no, me tienen que explicar la utilidad.
- A veces, aunque no entienda la utilidad de muchos temas

- Suelo ver la utilidad de la mayor parte de los temas.
- Suelo ver la utilidad de la mayor parte de los concepto que aprendemos sabemos para qué sirve
- Comentarios:_____

8. Qué crees tú que se tendría que valorar en la asignatura de matemáticas?

- Examen en cada tema y solo valorar el resultado
- Examen final de trimestre y solo valorar el resultado
- Examen y ejercicios trabajados
- Proyecto grupal realizado sobre el tema
- Ninguno de los anteriores
- Comentarios:_____

9.- Elige de entre las siguientes situaciones tres en la que creas que el concepto matemático estadística se utiliza:

- La factura de la luz
- Tabla de clasificación de la Liga Endesa ACB
- Adecuación de un local comercial en el lugar de encuentro de una cuadrilla.
- Discusión con los padres sobre la asignación semanal de dinero (Paga)
- Reunión para decidir el destino del viaje de estudios

10. Elige de entre las siguientes situaciones tres en la que creas que el concepto matemático probabilidad se utiliza:

- Elección de lanzadores para una tanda de penaltis
- Arreglo de una bicicleta averiada
- Partida de póker en un casino de Las Vegas
- Decisión sobre dónde se celebrará la cena de clase.
- Sorteo de las plazas para los campamentos juveniles

11.2.- Anexo II. Entrevista realizada a la profesora de Matemáticas

En este anexo, se pretende mostrar los fragmentos más interesantes de la entrevista mantenida con un profesor de Matemáticas el día 17/04/2015 en el centro Koldo Mitxelena de Vitoria-Gasteiz. Los extractos de la entrevista no se han recogido literalmente sino que han sido redactados según las notas que se han tomado durante la misma.

1) Presentación

"Soy licenciado de matemáticas, tengo 32 años de experiencia y he impartido siempre la asignatura de matemáticas a jóvenes de entre 14 y 18 años en 4 centros diferentes repartidos en las 3 provincias de la Comunidad Autónoma Vasca."

"De los 32 años, 26 han sido en centros de titularidad pública"

2) ¿Qué metodología usa en el aula normalmente?

"Yo personalmente hago una diferenciación clara entre las sesiones que doy en Bachillerato y las que doy en la Educación Secundaria Obligatoria. En bachillerato normalmente suelen ser clases magistrales, si bien es cierto que de vez en cuando solemos ir al aula de informática a hacer ejercicios o consultas puntuales, pero principalmente suelo ser yo el que lleva el peso de la clase.

En la educación secundaria por su parte suelo optar por el trabajo en grupo. Prefiero realizar una pequeña introducción teórica y luego ayudar a los alumnos con su trabajo, de esta forma trato de fomentar el trabajo cooperativo entre los alumnos de 3º y 4º de la ESO. Como particularidad, este año he comenzado con la experiencia de implantar la metodología del "aula invertida", donde los alumnos ven videos de la teoría de los contenidos que se van a trabajar en clase. Toman las notas necesarias en sus cuadernos y llevan esas notas a clase, yo compruebo que han trabajado el tema, y a partir de ahí toda la sesión se dedica al trabajo en grupo del concepto anteriormente explicado en los videos."

3) ¿Qué cambios metodológicos has observado desde que comenzó a dar clases?

"Yo siempre he tratado de innovar y salirme lo máximo posible de la clase magistral que tanto aburre a los alumnos. Siempre me ha gustado el trabajo en grupo, el trabajo cooperativo, pero claro, muchas veces nos atrasamos en el calendario y aunque muchas veces duela, hay que volver a la clase magistral y meter un acelerón para llegar a tiempo a lo que marca el currículum. Esto

normalmente ocurre en Bachillerato, donde debido a los exámenes de selectividad el tiempo es muy justo; en cambio, en la ESO, no estamos tan condicionados por el tiempo y trato de que a los alumnos les atraiga esta asignatura."

4) ¿Conoces el aprendizaje basado en proyectos?

"Sí, siempre me ha llamado la atención, he estudiado la experiencia de algunos centros pioneros en aplicar esta metodología, también he acudido a charlas formativas sobre el tema y de esa manera he aprendido, por ejemplo, cómo debe estar organizado un centro para poder trabajar con esta metodología"

5) ¿Los profesores habéis tenidos formación específica sobre el ABP?

"Sí, todos los años tenemos sesiones de formación sobre nuevas metodologías y este año por ejemplo hemos tenidos 16 horas de formación y los dos años anteriores unas 20 horas de formación. Ahora mismo no se decirte cuánto de ese tiempo se ha dedicado específicamente al aprendizaje basado en proyectos pero sí sé que ha tenido un peso considerable."

6) ¿Qué ventajas le ves al aprendizaje basado en proyectos?

"Da a la sesión vida, te sales de la monotonía de los temas, pueden enfocar de distintas maneras la asignatura y hacerla más atractiva. Además, pueden introducir las TIC, mejorar la expresión oral, el trabajo cooperativo, así como desarrollar trabajos interdisciplinares."

7) ¿Y qué desventajas?

"Para mí personalmente no es una desventaja pero muchos profesores achacan que al no tener los alumnos el hábito de trabajar con estas metodologías, la sesiones son muy poco productivas. Además los alumnos no cooperan sino que se reparten el trabajo y funcionan como si fuera un trabajo individual, luego con eso surgen las desigualdades de "yo he trabajado más que tu", pero bueno nada que con el hábito en esta metodología no se pueda solucionar."

8) ¿Se puede trabajar todo un currículum con esta metodología?

"Sí, totalmente, los profesores siempre estamos mirando a la programación que ya está fijada, las sesiones que hay que trabajar y solo hacemos pruebas, nunca nos tomamos en serio este cambio metodológico. Pero si de verdad quisiéramos

cambiar la metodología no habría ningún problema de desarrollar todo el currículum."

9) ¿Hacia dónde se encamina las estrategias metodológicas?

"Yo creo que uno de los grandes retos que tenemos es el de la atención a la diversidad, el éxito escolar para todos. No es fácil, porque no existen caminos únicos y certeros. Los profesores vivimos o debemos aprender a vivir en la incertidumbre. Sin embargo, parece que las estrategias metodológicas a seguir tienden hacia las siguientes claves: conectar los aprendizajes con la vida, plantear tareas significativas que sirvan para desarrollar capacidades cognitivas de nivel alto, es decir, no reproducciones memorísticas, utilizar diferentes formas de acercar la información al alumnado, agrupamientos flexibles, etc.