



UNIVERSIDAD
INTERNACIONAL
DE LA RIOJA

Universidad Internacional de La Rioja

Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Metodología para enseñar sistemas de ecuaciones lineales a alumnos de 2º de la ESO basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner

Presentado por: Johana Orbe Kortazar

Línea de investigación: Métodos pedagógicos (Matemáticas)

Director: Pedro Aurelio Viñuela Villa

Ciudad: Bermeo (Vizcaya)

Fecha: 15 de mayo de 2015

Resumen

Este trabajo presenta y fundamenta una propuesta didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales a los alumnos de 2º de la ESO basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner. El marco teórico comienza con objetivos mínimos, contenidos y criterios de evaluación establecidos en la legislación vigente, tanto la estatal como la autonómica, seguido de una revisión de literatura existente respecto al aprendizaje de las matemáticas, las dificultades de la enseñanza-aprendizaje del álgebra en el segundo curso de la ESO. Y un breve resumen de la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner. El estudio de campo consta de un test de las inteligencias múltiples realizado entre alumnos de segundo de la ESO para valorar cuáles son las capacidades e intereses más desarrollados concretamente en el aula, así como entrevistas a los profesores de matemáticas del centro para poder proponer una metodología didáctica adecuada a esos alumnos en concreto, y conseguir una mejora en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales. Como resultados se pretende mejorar la capacidad de los alumnos en la resolución de problemas, potenciar el compañerismo, aumentar la participación y los conocimientos matemáticos basados en la reflexión y la comprensión, así como el desarrollo de las siete inteligencias.

Palabras clave: sistemas de ecuaciones, teoría de Gardner, álgebra, matemáticas.

Abstract

This work presents a methodological approach for the education of the linear equations systems for the pupils of 2nd ESO based in the Gardner's theory of the multiples intelligences. The theoretical frame begins with minimal aims (lenses), contents and evaluation criteria established in the current legislation both state and autonomic, followed by a review of existing literature on learning of mathematics, the difficulties of learning-teaching of algebra in the second level of ESO and a brief summary of the theory of Gardner's multiple intelligences. The field study consists of a multiple intelligences test done among students of 2nd of ESO to assess what skills and interests more specifically developed are in the classroom, interviews with teachers of mathematics from this level to propose a suitable teaching method to these students in particular, and achieve an improvement in learning of linear equations systems. As a result it is intended to improve students' ability to solve problems, enhance cooperation, increase participation and mathematical knowledge based on reflection and understanding, and the development of the seven intelligences.

Keywords: systems of equations, theory of Gardner, algebra, math.

Índice de contenidos

| | |
|---|----|
| Resumen | 1 |
| Índice de contenidos..... | 2 |
| Índice de tablas..... | 4 |
| Índice de imágenes | 4 |
| 1. Introducción y justificación | 5 |
| 2. Planteamiento del problema..... | 8 |
| 2.1. Definición del problema | 8 |
| 2.2. Objetivos | 8 |
| 2.3. Metodología | 9 |
| 2.4. Descripción de los apartados | 11 |
| 3. Marco teórico | 13 |
| 3.1. Legislación vigente aplicable al currículo de matemáticas de secundaria | 13 |
| 3.1.1. El currículo de matemáticas en la normativa estatal | 13 |
| 3.1.2. El currículo de matemáticas en la normativa autonómica del País Vasco | 15 |
| 3.2. El aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria | 16 |
| 3.2.1. Lo conceptual y lo procedural | 17 |
| 3.2.2. La reflexión y la comunicación matemática | 17 |
| 3.2.3. Los procesos de simbolización y representación..... | 18 |
| 3.2.4. Conjeturar, argumentar y procesos de probar en educación secundaria.. | 18 |
| 3.3. Las dificultades en el aprendizaje del álgebra | 19 |
| 3.4. La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner | 22 |
| 4. Estudio de campo | 25 |
| 4.1. Justificación | 25 |
| 4.2. Objetivos del trabajo | 25 |
| 4.3. Metodología y materiales empleados | 26 |
| 4.4. Marco contextual del trabajo de campo..... | 27 |
| 4.4.1. Descripción del contexto del colegio | 27 |
| 4.1.2. Contexto de la entrevista | 27 |
| 4.5. Resultados..... | 28 |
| 4.6. Análisis de los resultados..... | 31 |
| 5. Propuesta práctica..... | 32 |
| 5.1. Introducción | 32 |
| 5.2. Objetivos de la propuesta | 32 |
| 5.2.1. Competencias | 34 |

| | | |
|---------|--|----|
| 5.3. | Metodología | 35 |
| 5.4. | Actividades y temporalización | 37 |
| 5.5. | Evaluación..... | 42 |
| 5.6. | Recursos..... | 43 |
| 6. | Discusión..... | 46 |
| 7. | Conclusiones | 48 |
| 8. | Limitaciones del trabajo | 50 |
| 9. | Prospectiva: líneas de acción futura..... | 51 |
| 10. | Referencias bibliográficas | 52 |
| 11. | Anexos | 54 |
| 11.1. | <i>Anexo I:</i> Test inteligencias múltiples de Gardner..... | 54 |
| 11.2. | <i>Anexo II:</i> Resultados test inteligencias múltiples en el aula de 2º de la ESO. | |
| | 56 | |
| 11.3. | <i>Anexo III:</i> Entrevistas profesoras de matemáticas..... | 58 |
| 11.3.1. | Entrevista docente nº1..... | 58 |
| 11.3.2. | Entrevista docente nº2 | 60 |
| 11.3.3. | Entrevista docente nº3 | 62 |
| 11.3.4. | Entrevista docente nº4 | 64 |
| 11.4. | <i>Anexo IV:</i> Tabla de resumen de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales..... | 66 |
| 11.5. | <i>Anexo V:</i> Ejemplos de actividades en cada sesión..... | 68 |
| 11.6. | <i>Anexo VI:</i> Trabajo individual entregable. | 71 |

Índice de tablas

| | |
|---|----|
| Tabla 1. Contenidos y criterios de evaluación del álgebra..... | 15 |
| Tabla 2. Características de las inteligencias múltiples de Gardner..... | 23 |
| Tabla 3. Respuestas de las entrevistas a distintas profesoras de matemáticas..... | 29 |
| Tabla 4. Objetivos específicos de los sistemas de ecuaciones lineales | 33 |
| Tabla 5. Objetivos concretos de la metodología a plantear | 33 |
| Tabla 6. Objetivos y competencias de los sistemas de ecuaciones lineales..... | 34 |
| Tabla 7. Propuestas de actividades, materiales e instrucciones..... | 35 |
| Tabla 8. Contenidos, actividades e inteligencias relacionadas | 38 |
| Tabla 9. Porcentajes de los criterios de evaluación de la metodología propuesta | 43 |
| Tabla 10. Resultados obtenidos en los alumnos encuestados | 56 |
| Tabla 11. Resumen de resultados..... | 57 |
| Tabla 12. Tabla resumen de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones | 66 |
| Tabla 13. Ejemplos de actividades en cada sesión..... | 68 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1. Puntuaciones de las inteligencias múltiples en el aula de 2º de la ESO del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo. | 28 |
|---|----|

1. Introducción y justificación

Según el informe PISA 2012, el rendimiento educativo de España está por debajo de la media de la OCDE en matemáticas, con una puntuación media de 484 puntos y se sitúa entre los puestos 31 y 36 de los 65 países y economías.

Al hilo de esto, el porcentaje de alumnos excelentes está por debajo de la media, alrededor del 8%. Este porcentaje es capaz de desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas y trabajar de una manera estratégica utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento amplias y bien desarrolladas. Respecto al porcentaje de alumnos rezagados, es similar al de la media OCDE un 24%, esto significa que como mucho, pueden extraer la información relevante de una única fuente y pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas para resolver problemas que incluyan números enteros (PISA 2012).

La Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA) fue fundada en 1958 con el objetivo de llevar a cabo estudios internacionales de evaluación educativa a gran escala. La mayoría de sus estudios se ocupan de evaluar los rendimientos educativos del alumnado en distintas edades y ámbitos del aprendizaje (matemáticas, ciencias, lectura, educación cívica, competencia digital, etc.). PIRLS (*Progress in International Reading Literacy Study*) y TIMSS (*Trends in Mathematics and Science Study*) destacan por ser los más consolidados y los de mayor seguimiento internacional.

En el estudio TIMSS 2011, España ha logrado 482 puntos, por debajo de la media de la OCDE. Rumanía y Polonia son los únicos países europeos que tienen menor puntuación media que España, aunque las diferencias no son significativas. La diferencia con países anglosajones como Inglaterra o Estados Unidos es de unos 60 puntos. La distancia con la puntuación de Hong Kong-China, el país con mayor media, es de 120 puntos. Refiriéndose a estos resultados se puede concluir que España, se acerca más a los resultados de países menos desarrollados que a los países más desarrollados de la OCDE, por lo tanto es necesario una mejora en la labor educativa de las matemáticas del sistema educativo español, ya que son una materia instrumental y fundamental para una buena formación inicial para futuros aprendizajes. Ya que estos estudios aseguran que los países que consiguen puntuaciones superiores al punto de referencia de 500 puntos en TIMSS-matemáticas, son los países con mayor desarrollo económico y cultural.

Respecto al estado de la cuestión en la Comunidad Autónoma de País Vasco, las pruebas de diagnóstico realizadas en la CAPV en 2010 y publicados los resultados a continuación por el Gobierno Vasco, alrededor del 15% del alumnado de 2º de ESO únicamente llega a dominar las habilidades propias del nivel inicial. Más de la mitad del alumnado –el 58,1%- alcanza competencias que le sitúan en el nivel medio de esta competencia, mientras que el 26% logra realizar tareas más complejas que le sitúan en el nivel avanzado de la competencia matemática. El 84,2% del alumnado de 2º de ESO se sitúa en los niveles medio y avanzado de la *competencia matemática*.

Estos datos sugieren la necesidad de estudiar alternativas para la enseñanza de las matemáticas en secundaria, ya que es una necesidad mejorar los resultados obtenidos hasta ahora. Mediante este trabajo, se pretende hacer una propuesta metodológica para la mejora del aprendizaje de los alumnos.

Como explica Castro (1994) en su ponencia *Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar*, el álgebra es una de las ramas con más dificultad de las matemáticas en secundaria y su enseñanza. Dicho esto, es necesario investigar sobre las dificultades y obstáculos en el aprendizaje del álgebra para conseguir realizar una buena propuesta metodológica, ya que es una de las temáticas que más dificultades genera de las matemáticas, y este trabajo tiene como objetivo la enseñanza de una de las unidades didácticas del álgebra, concretamente los sistemas de ecuaciones lineales.

Las dificultades en el aprendizaje del álgebra pueden ser de tres tipos (Wagner y Parker, 1990): las que son intrínsecas al objeto, extrínsecas al objeto, y otras que son consecuencia, involuntaria quizás, de las técnicas de enseñanza. Por tanto, se considera necesario realizar cambios significativos en la enseñanza del álgebra en secundaria (Malara, 2003 y Molina, 2007).

Como indica Booth (1984), el objetivo principal de la enseñanza del álgebra debe ser el que los estudiantes aprendan a representar relaciones generales y procedimientos, porque a través de estas representaciones, se pueden resolver una amplia gama de problemas y pueden desarrollarse nuevas relaciones a partir de las conocidas.

Este trabajo propone una metodología didáctica basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner. La elección de dicha metodología se debe a que Gardner (2012, p.38) considera que “esta teoría se organiza a la luz de orígenes

biológicos de capacidad para resolver problemas”, siendo ésta una de las finalidades de las matemáticas, tal como afirma Goñi (2011, p.16).

El modelo de escuela basado en esta teoría, se funda en la ciencia cognitiva (estudio de la mente) y la neurociencia (el estudio del cerebro), marcando como objetivo el desarrollar las inteligencias y ayudar a los alumnos a alcanzar los fines vocacionales y aficiones que se adecúen a su particular espectro de inteligencia, ya que de esta manera, el alumno que percibe apoyo en este sentido, se siente más implicado y competente, y, por ende, más proclive a servir a la sociedad de forma constructiva (Gardner, 2012). Por lo tanto, el trabajar las capacidades de cada alumno mediante sus propias capacidades e intereses, hace que el proceso de aprendizaje sea mucho más divertido, fácil y productivo, y eso traería consigo la mejora de los resultados de los mismos.

El diseño de la escuela ideal, según Gardner (2012) se basa en dos hipótesis: La primera, es que no todo el mundo tiene los mismos intereses y capacidades; “no todos aprendemos de la misma manera”. La segunda hipótesis, es que en la vida nadie puede llegar a aprender todo lo que hay para aprender, por lo tanto, la elección se hace inevitable, y esta elección debe estar informada, por ello es inevitable que la escuela se centre en la evaluación de las capacidades y las tendencias individuales de los alumnos, así como asociar los individuos con las áreas curriculares y con las formas particulares de impartir esas materias (Gardner, 2012).

Por todo ello, se considera adecuada esta teoría para la mejora de la enseñanza del álgebra, ya que potencia la educación personalizada, la atención a la diversidad, el desarrollo de la creatividad del alumno, y tiene como finalidad la resolución de problemas, siendo ésta el principal objetivo y fin de las matemáticas (Goñi, 2011).

2. Planteamiento del problema

2.1. Definición del problema

El problema principal de este trabajo es que la metodología utilizada en la mayoría de los centros de este país no es la más adecuada, ya que los alumnos no participan ni cooperan entre ellos, siendo el profesor el único protagonista. Por ello, los resultados académicos obtenidos en matemáticas no son los deseados PISA (2012), PIRLS y TIMSS (2011) y los estudios realizados en la CAPV (2010).

Así mismo, a la vista de esta problemática, se plantea la cuestión de si sería adecuada la aplicación de la teoría de Gardner para enseñar sistemas de ecuaciones lineales. Por ello las preguntas que se plantean en este estudio son:

- ¿Se podría desarrollar la inteligencia lógico matemática mediante actividades que fomenten la participación y la colaboración de los alumnos?
- ¿Cuáles son las dificultades más comunes a las que se enfrentan los alumnos del segundo nivel de secundaria en álgebra?
- ¿Cómo se podrían evaluar los intereses y capacidades de cada alumno, para proponer actividades adecuadas y personalizadas que fomenten el máximo potencial intelectual de cada uno?

2.2. Objetivos

El objetivo principal del presente trabajo es:

Proponer y fundamentar una metodología innovadora y personalizada para enseñar el bloque de sistemas de ecuaciones lineales a los alumnos de 2º de la ESO, basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner.

Adicionalmente se pretenden alcanzar los siguientes objetivos específicos:

1. Analizar y exponer los contenidos del bloque de álgebra de segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria.
2. Averiguar y exponer los problemas más comunes con los que se enfrentan los alumnos en el aprendizaje del álgebra en la ESO.

3. Averiguar y exponer las inteligencias más desarrolladas en el aula de 2º de la ESO y poder relacionarlas con actividades que faciliten a los alumnos la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos.
4. Averiguar y exponer las características de la teoría de Gardner de las inteligencias múltiples para el currículo de matemáticas en la ESO.

2.3. Metodología

La metodología específica del trabajo es el resultado de combinar y complementar una investigación bibliográfica y un estudio de campo. En la investigación bibliográfica se estudia en profundidad la teoría de Gardner y se realiza un marco teórico donde se explican las características más relevantes de la teoría de las inteligencias múltiples y sus aplicaciones en el aula y se busca la metodología más adecuada basándose en el marco teórico. En el estudio de campo, se realiza el test de las inteligencias múltiples de Gardner en el aula de 2º de la ESO del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo para conocer las inteligencias más desarrolladas de la clase, así como se realizarán entrevistas a las profesoras de matemáticas del centro para conocer su experiencia.

Una vez conocidos los resultados de las encuestas, se han podido conocer los intereses y capacidades de los alumnos, así como las dificultades y el nivel que tienen en álgebra, lo que se utilizará para la posterior propuesta de actividades didácticas asociando a los individuos con el área curricular de los sistemas de ecuaciones lineales y con las formas particulares de impartir esa materia.

Por lo tanto, la redacción del trabajo se ha repartido en las siguientes fases:

- 1) *Fase primera: análisis del sistema educativo actual.* En esta fase, se ha realizado un análisis bibliográfico de los diferentes informes publicados por organismos e instituciones sobre los resultados del rendimiento académico de las matemáticas en España. En este caso se han obtenido resultados del informe PISA 2012, TIMSS 2011 y los estudios realizados por el Gobierno Vasco en el año 2010.
- 2) *Fase segunda: estudio del marco teórico.* En esta segunda fase, se definen los objetivos y bibliografía, para profundizar en los siguientes aspectos:
 - ✓ Cuáles son los objetivos mínimos incluidos en la legislación vigente para el bloque de álgebra en la educación secundaria y como evaluarlos.

- ✓ Analizar el aprendizaje de las matemáticas en secundaria y los componentes necesarios para su aprendizaje.
- ✓ Estudiar las dificultades más comunes en el aprendizaje del álgebra en la educación secundaria, como requisito previo a la propuesta de metodología didáctica.
- ✓ Breve resumen de la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner y sus aplicaciones en el aula de matemáticas.

Para la realización de esta fase, se ha acudido a bibliotecas públicas como la Universidad de la UPV y la biblioteca municipal de Bermeo, así como bibliotecas privadas, la de la Universidad de Deusto y de la Universidad de Magisterio Begoñako Andra Mari. También se ha utilizado la biblioteca virtual de la UNIR para la búsqueda de bibliografía adecuada para realizar un marco teórico que sustente el trabajo que se escribe. Del resultado de la búsqueda se ha obtenido suficiente información para el desarrollo de los próximos apartados, seleccionando la información de manera rigurosa con el fin de ajustarse lo máximo posible al campo de aplicación existente. La información seleccionada corresponde al aprendizaje de las matemáticas en secundaria, también se han averiguado y analizado los errores y dificultades más comunes de los alumnos en el aprendizaje del álgebra, llegándose a la conclusión de que una de las problemáticas principales del aprendizaje de las matemáticas se da en el aprendizaje de dicha área temática. Se ha elegido el desarrollo de estos temas ya que se consideran esenciales a tener en cuenta para la propuesta que se quiere hacer.

- 3) *Fase tercera: estudio de campo.* En esta fase, se ha contactado con el centro donde se realizaron las prácticas de este máster para realizar un test de las inteligencias múltiples a los alumnos del segundo nivel de secundaria. El objetivo de este test es conocer las capacidades e intereses de los alumnos. Este test será muy relevante para la posterior selección de actividades para la propuesta metodológica, ya que se desea hacer una propuesta que esté personalizada para los alumnos de segundo de la ESO de este centro. Por otro lado, se han realizado entrevistas a cuatro profesoras del centro, concretamente a las de matemáticas, ya que será interesante conocer las dificultades, el nivel y la metodología que utilizan cada una de ellas, y así averiguar los errores y las virtudes desde su experiencia para poder realizar una propuesta acorde con las necesidades del centro.

4) *Fase cuarta: propuesta didáctica.* En esta última fase, se ha propuesto una metodología didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales, teniendo en cuenta los datos del test realizado en el aula y los resultados de las entrevistas a las profesoras del centro, las dificultades más comunes de los alumnos en el aprendizaje del álgebra, así como la inclusión de las nuevas tecnologías de la información y comunicación y la aplicación docente de la teoría de las inteligencias múltiples.

2.4. Descripción de los apartados

En este apartado se realiza una breve descripción de los contenidos que se desarrollan en los próximos apartados empezando por el marco teórico, el estudio de campo realizado, después la propuesta metodológica, la discusión de algunas de las aportaciones del trabajo, para finalizar se ha realizado un apartado de conclusiones relacionándolas con los objetivos planteados al principio de este trabajo, así como las limitaciones del trabajo y las líneas de investigación futura según lo aportado. Para completar el trabajo se halla la bibliografía utilizada y algunos anexos.

El marco teórico de este trabajo comienza con la legislación vigente sobre el currículo de matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Haciendo una comparación entre la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) y las indicaciones dispuestas en la adaptación que la Comunidad Autónoma de País Vasco por el Decreto 175/2007 (BOPV, núm. 218, 2007), de 16 de octubre, y se plantean los contenidos y criterios de evaluación del bloque de álgebra para el segundo nivel de secundaria. A continuación se habla de los componentes necesarios para un buen aprendizaje de las matemáticas, con aportaciones realizadas por Goñi (2011) como son la reflexión, ya que es importante crear nuevas estructuras cognitivas partiendo de las existentes, estableciendo conexiones entre ellas. Es importante enseñar a los alumnos los conceptos de las estructuras del álgebra, construir significados para los símbolos, así como, los sistemas de representación, utilizándolos en la resolución de problemas. Y por último el razonamiento matemático, que debe desarrollarse desde la infancia. Después de esto, se analizan las dificultades que genera el aprendizaje del álgebra en secundaria, ya que es necesario tener en cuenta este apartado para prestar especial atención a esos aspectos y conseguir mejorar el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en secundaria, resumiendo las dificultades más comunes son las relacionadas con la aritmética, las convecciones de notación y el uso de los paréntesis,

la utilización de símbolos y la translación del lenguaje verbal al algebraico, las dificultades relacionadas con el concepto de ecuación, del signo igual o el concepto de variable, etc. En conclusión, muchas son las dificultades asociadas a la rama del álgebra, por ello se debe prestar especial atención a los sistemas de enseñanza e insistir en corregir estos errores desde la enseñanza elemental. Para la propuesta didáctica a realizar en este trabajo, se ha tenido en cuenta este apartado para las actividades a desarrollar. Para terminar con el apartado del marco teórico, se plantea la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner, en la que se explican las hipótesis de Gardner y el modelo de escuela ideal para él, a continuación se hace una breve descripción de las siete inteligencias, ya que Gardner distingue entre la definición de inteligencia desde una visión tradicional, lo que define como la habilidad para responder a las cuestiones de un test de inteligencia, por otro lado, esta teoría pluraliza el concepto de inteligencia, en este caso define inteligencia como la habilidad necesaria para resolver problemas o para elaborar productos que son de importancia en un contexto cultural o en una comunidad determinada.

Seguido de esto, se realiza un estudio de campo para cumplir los objetivos del trabajo, para ello se explican la metodología y los materiales utilizados en este estudio así como, una descripción del contexto en el que se desarrolla para después exponer los datos obtenidos en el mismo.

Respecto a la propuesta metodológica, se basa en los diferentes apartados del marco teórico y los resultados obtenidos en el estudio de campo, en este caso se proponen actividades cooperativas y grupales, fomentando la participación y el encuentro de la vocación de los alumnos para un aprovechamiento máximo del potencial intelectual de cada uno.

Una vez desarrollados todos estos apartados, se ha realizado una discusión sobre los puntos más conflictivos de la propuesta que se ha desarrollado, ya que la puesta en práctica de una metodología personalizada a los alumnos no es fácil por la diversidad de las aulas y la falta de tiempo de los docentes.

Por último, se ha realizado un apartado de conclusiones relacionando los objetivos planteados en el trabajo y lo que realmente se ha hecho en el trabajo. A continuación, se ha elaborado otro apartado con las limitaciones existentes en el trabajo y las futuras líneas de investigación posibles.

3. Marco teórico

En este apartado se desarrollan las bases teóricas donde se apoya el trabajo que se escribe, primeramente se hace un breve resumen de la normativa estatal y autonómica aplicable en el currículo de matemáticas de secundaria, a continuación se explicarán los componentes necesarios para un buen aprendizaje de las matemáticas y las dificultades más comunes que se crean en los alumnos en el aprendizaje del álgebra, y finalmente se cierra este apartado con la explicación de la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner.

3.1. Legislación vigente aplicable al currículo de matemáticas de secundaria

3.1.1. El currículo de matemáticas en la normativa estatal

a) Ley Orgánica de Educación (LOE)

Según el Real Decreto 1631, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (LOE, 2006) y referido a las finalidades de la enseñanza de las Matemáticas en la etapa de educación secundaria obligatoria (ESO), y en particular en el anexo I de este documento, se propone una lista de competencias clave o básicas que es la siguiente:

1. Competencia en comunicación lingüística
2. Competencia matemática
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
4. Tratamiento de la información y competencia digital
5. Competencia social y ciudadana
6. Competencia cultural y artística
7. Competencia para aprender a aprender
8. Autonomía e iniciativa personal

En este trabajo se pretende realizar una propuesta didáctica sobre la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales en el segundo nivel de secundaria, por lo tanto la competencia que se va a desarrollar en dicha propuesta será la competencia matemática entre otras.

Por lo tanto, según la LOE (2006) dicha competencia matemática consiste en:

La habilidad para utilizar y relacionar números, operaciones, símbolos y formas de expresión, saber razonar matemáticamente en la producción e interpretación de distintos tipos de información, para finalmente poder resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. (BOE núm. 293, 2006, p.686).

Según Goñi (2011), en su obra *Didáctica de las matemáticas*, no hay ninguna directriz clara en la legislación respecto a la finalidad de la enseñanza de las matemáticas en la ESO. Por ello explica que este sea el motivo de la sensación de confusión que se observa al abordar este tema entre los profesionales de las matemáticas. De todas maneras, si alguna constante se asemeja dentro de toda la información existente al respecto, ésta se centra en la resolución de problemas, ya que afirma que no existe propuesta alguna que no haga referencia a esta cuestión.

Los tres ejes de finalidad de la enseñanza de las matemáticas que propone Goñi (2011) con objeto de aclarar esta cuestión, son los siguientes:

- ✓ Las matemáticas como conocimiento que desarrolla capacidades cognitivas de alto valor.
- ✓ Las matemáticas como instrumento que sirve para trabajar en otras áreas, sobre todo científicas.
- ✓ La aplicación funcional de las matemáticas, su utilización en los diferentes ámbitos de la vida diaria.

b) Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)

Con la aprobación el 28 de noviembre de 2013, que próximamente se pondrá en vigor la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).

Esta ley, modifica en parte la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), y seis artículos y una disposición adicional de la Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, reguladora del derecho de educación.

Respecto al nivel educativo que se va a desarrollar el trabajo que se escribe, los cambios más significativos serán los de los contenidos, ya que hasta ahora en la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), no se señalaban como contenido de segundo de la ESO, los sistemas de ecuaciones lineales, pero con la entrada en vigor de la LOMCE se ha añadido este contenido al currículo. Repartidos los contenidos de Matemáticas para todos los cursos de ESO en los siguientes cinco bloques:

- Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Bloque 2: Números y álgebra
- Bloque 3: Geometría
- Bloque 4: Funciones
- Bloque 5: Estadística y probabilidad

3.1.2. El currículo de matemáticas en la normativa autonómica del País Vasco

La propuesta didáctica se basa en el trabajo de campo realizado sobre el contexto concreto de un grupo de 2º de la ESO del centro Sagrado Corazón Ikastetxea de Bermeo. Por esta razón se ha considerado también las indicaciones dispuestas en la adaptación que la Comunidad Autónoma de País Vasco ha hecho de dicho documento en el Decreto 175/2007 (BOPV, núm. 218, 2007).

A continuación, en la tabla se muestran los contenidos y criterios de evaluación del bloque de álgebra, para los centros de la comunidad autónoma del País Vasco.

Tabla 1
Contenidos y criterios de evaluación del álgebra.

| | Contenidos | Criterios de evaluación |
|--------------------|--|---|
| LOE, 2006 | <p>El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones.</p> <p>Obtención del valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p>Resolución de ecuaciones de primer grado. Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas. Resolución de estos mismos problemas por métodos no algebraicos: ensayo y error dirigido.</p> | <p>Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.</p> |
| LOMCE, 2013 | <p>Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.</p> <p>Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.</p> <p>Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico).</p> <p>Resolución. Interpretación de las</p> | <p>Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sobre su comportamiento al modificar las variables, y operar con expresiones algebraicas.</p> <p>Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, segundo grado y sistemas de ecuaciones,</p> |

| | | |
|-------------------|---|---|
| | <p>soluciones.</p> <p>Resolución de problemas.</p> <p>Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p> <p>Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.</p> | <p>aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.</p> |
| BOPV, 2007 | <p>El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones.</p> <p>Sustitución de una variable y cálculo del valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p>Ecuación de primer grado. Su significado y sus elementos.</p> <p>Pautas para la resolución de ecuaciones de primer grado.</p> <p>Interpretación de la solución.</p> <p>Aplicación a la resolución de problemas.</p> | <p>Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporarlo al planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado, empleando este conocimiento como una herramienta fundamental con la que abordar y resolver problemas diversos.</p> <p>Realiza cálculos con expresiones algebraicas sencillas.</p> <p>Resuelve una ecuación de primer grado.</p> <p>Traduce al lenguaje algebraico situaciones que se pueden expresar mediante una ecuación de primer grado.</p> <p>Resuelve algunos problemas mediante la utilización del lenguaje algebraico, valorando la coherencia de los resultados obtenidos.</p> |

Nota: Descripción de los contenidos y criterios de evaluación del álgebra de segundo de la ESO según la legislación vigente.

Fuente: Elaboración propia a partir de la LOE, Decreto 175/2007 y LOMCE.

Como se puede ver en la Tabla 1, en los contenidos del álgebra para el segundo nivel de la ESO según la LOE, no se menciona los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, es una de las diferencias que marca la LOMCE para el currículo de segundo de la ESO de matemáticas.

3.2. El aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria

Uno de los objetivos principales de este trabajo, es que los alumnos del segundo nivel de secundaria aprendan los sistemas de ecuaciones lineales, por lo tanto, en este apartado se desarrollarán algunos componentes necesarios para el aprendizaje de las matemáticas, para ello se han utilizado las aportaciones de Goñi (2011) entre otros.

El aprendizaje se puede ver como una construcción individual de uno mismo, pero, según Goñi (2011), el aprendizaje de las matemáticas está determinado por el contexto social en el que se da ese aprendizaje, ya que éste determina la manera de aprender y qué aprender.

En los próximos subapartados, se describen algunos procesos considerados relevantes por Goñi (2011) en el aprendizaje de las matemáticas.

3.2.1. Lo conceptual y lo procedimental

Para un buen aprendizaje es necesario acercar la relación entre lo conceptual y lo procedimental, ya que el conocimiento matemático en la resolución de problemas se basa en la comprensión. El término *comprensión* se conoce como la capacidad de los estudiantes de secundaria para relacionar y conectar lo que conocen para resolver problemas, es decir, el aprendizaje matemático se basa en establecer relaciones. Por ello, cuando los estudiantes memorizan procedimientos sin comprenderlos, luego no son capaces de generalizar esos procedimientos en otro contexto.

Una de las técnicas para favorecer a la comprensión que propone Goñi (2011), es fomentar la posibilidad de reflexionar sobre las estructuras matemáticas, observando patrones y regularidades entre números y generalizar los procedimientos con símbolos.

3.2.2. La reflexión y la comunicación matemática

Uno de los procesos más importantes que realizan los alumnos de secundaria al resolver problemas es la conexión de los elementos matemáticos que conocen y usan para poder resolverlo. Por lo tanto, este proceso obliga a la reflexión de lo que se está haciendo (Goñi, 2011).

Añadiendo a esto, los procesos cognitivos a través de los cuales los estudiantes generan nuevas estructuras cognitivas partiendo de las existentes, se apoyan en el registro de experiencias previas que se crean al resolver diferentes problemas (Llinares, 1994).

Otro de los procesos importantes, es la capacidad de explicar, argumentar y debatir lo que se ha hecho para resolver el problema. Esta capacidad, se asocia a la reflexión de los procedimientos matemáticos (Goñi, 2011). Ya que cuando se pide a un alumno que comunique sus resultados de su pensamiento a otras personas, aprenden a ser convincentes y claros, a su vez los compañeros, tienen oportunidad de desarrollar sus propias interpretaciones al escuchar.

Al principio de este apartado, se ha mencionado que el aprendizaje matemático está relacionado con el contexto social, en este caso, con la relación y comunicación entre los compañeros del aula y la relación alumnos-profesor. Por lo tanto, es importante crear espacios en el aula para que los estudiantes puedan proponer y argumentar ideas cuya discusión pueda favorecer a la conexión de ideas y la reflexión.

3.2.3. Los procesos de simbolización y representación

Este apartado está completamente relacionado con el álgebra ya que Kieran (1992,2006) añade que las operaciones aritméticas se generalizan mediante expresiones algebraicas y empiezan a tratarse como objetos matemáticos sobre los cuales realizar ciertas operaciones estructurales. Por ello, es necesario hacer que los alumnos de secundaria aprendan las relaciones y equivalencias entre las expresiones y ecuaciones que transforman. Otro de los objetivos, desde el punto de vista del aprendizaje, es que los alumnos deben construir significados para los símbolos, mediante la utilización de símbolos en la resolución de problemas (Goñi, 2011).

Por *representación* se entiende en este contexto la acción de dotar de sentido a una gráfica, ecuación funcional o a una situación. Según lo que queramos interpretar, requerirá un modo de representación u otro. Unas actividades clave que propone Goñi (2011) son las siguientes (translaciones en el modo de representación):

- Construir una gráfica a partir de una ecuación.
- Construir una gráfica a partir de una tabla de datos o desde una descripción de una situación.
- Construir una ecuación a partir de una gráfica y/o tabla de datos.

Los objetivos de estas actividades es que los alumnos presten especial atención a los ejes, sus escalas y unidades (Goñi, 2011).

3.2.4. Conjeturar, argumentar y procesos de probar en educación secundaria

Otra de las claves en el aprendizaje de las matemáticas, es el razonamiento matemático. Para su evolución, es necesaria la exploración de fenómenos, la formulación de conjeturas matemáticas y la justificación de resultados mediante una presentación del razonamiento seguido para que pueda ser evaluado por los demás (Goñi, 2011).

Pero considerar las acciones de probar como componentes del proceso de aprendizaje matemático, no es una tarea fácil porque la elección de situaciones de probar tienen que crear “demanda cognitiva” (desafío) entre los alumnos, a su vez, enfocado en el razonamiento matemático más que en la forma escrita de la prueba.

Por ello, el razonamiento matemático debe estar presente en la experiencia de los alumnos desde primaria, ya que razonar de manera matemática es un hábito y se debe desarrollar en uso consistente en muchos contextos.

Resumiendo este apartado, se puede concluir que para un buen aprendizaje de las matemáticas es necesario el desarrollo de diferentes componentes tales como la *comprensión*, es decir, los alumnos deben relacionar los conceptos y los procedimientos en la resolución de problemas; la *reflexión*, ya que es importante crear nuevas estructuras cognitivas partiendo de las existentes, estableciendo conexiones entre ellas; la *simbología y representación*, es importante enseñar a los alumnos los conceptos de las estructuras del álgebra, así como construir significados para los símbolos, utilizándolos en la resolución de problemas; y por último el razonamiento matemático, que debe desarrollarse desde la infancia.

3.3. Las dificultades en el aprendizaje del álgebra

Para hacer una buena propuesta metodológica, primero es esencial conocer y analizar las dificultades que genera el aprendizaje del álgebra en los alumnos de secundaria, para así proponer actividades y procedimientos que mejoren el rendimiento de los alumnos en este aspecto.

En este apartado, se desarrollarán las dificultades que genera el álgebra en los estudiantes de secundaria y consecuentemente en el profesor, ya que la propuesta didáctica de este trabajo consiste en la rama del álgebra titulada sistemas de ecuaciones lineales.

Como se ha mencionado en el apartado de justificación, las dificultades y obstáculos en el aprendizaje del álgebra pueden ser de tres tipos (Wagner y Parker, 1999): intrínsecas al objeto, inherentes al propio sujeto, y las otras consecuencia, involuntaria quizá, de las técnicas de enseñanza.

Algunas de las explicaciones de estas dificultades que genera el álgebra, según Malara y Navarra (2012), son las provocadas por diferentes motivos. El primer motivo, es de tipo cognitivo, se refiere a que la generalización y la utilización de símbolos suponen dificultad. El segundo motivo, es de tipo psicológico, solamente oír la palabra álgebra ya asusta a los estudiantes, mucho más a aquellos que “no se le dan bien” las matemáticas. Una tercera causa es de tipo social, ya que la sociedad caracteriza el álgebra como una de las ramas más complejas de las matemáticas. Y los dos últimos

motivos, son el de tipo pedagógico, ya que los alumnos no están motivados para estudiar y el de tipo didáctico, ya que los métodos de enseñanza del álgebra han quedado un poco anticuados.

3.3.1. El tránsito de la aritmética al álgebra

Un gran número de investigadores (A. Cortés, G. Vergnaud, N. Kavafian) afirman que el aprendizaje del álgebra supone un cambio brusco en su concepción de las matemáticas. Ya que la mayoría de los currículos de educación se enseña primero la aritmética y después el álgebra. Es muy frecuente que sus conocimientos se limiten al manejo de algunas nociones de aritmética y de geometría elemental y, por ello, carecen de experiencias de generalización (Ursini, 1986).

Al hilo de esto, la relación entre aritmética y álgebra lleva a que muchas de las dificultades de los estudiantes que conducen a errores al trabajar en álgebra escolar se justifiquen, ya sea por un error que ya existía en la aritmética o bien porque el conocimiento aritmético supone un obstáculo para el algebraico.

En Quebec, Bernarz (2003) nos dice que en la preparación para transitar al álgebra, los programas establecen la preocupación por favorecer el desarrollo de algunos de los aprendizajes previos al álgebra tales como:

- Favoreciendo la transición de la aritmética al álgebra asegurando el dominio de determinadas habilidades aritméticas, como son el concepto de igualdad o explorar las propiedades de las operaciones que se utilizan con frecuencia en álgebra.
- Hacer resaltar determinadas diferencias entre la aritmética y el álgebra, como por ejemplo las situaciones de generalización.

3.3.2. Las convenciones de notación y los símbolos

Kieran (1980) añade como una de las dificultades del álgebra, *las convenciones de notación*. A veces, al no existir símbolo entre un número y una letra, lo suman, o eliminan la letra, en vez de multiplicarla. A esto añade el *uso de los paréntesis* y el orden de las operaciones, ya que muchos alumnos no consideran importantes los paréntesis para el orden las operaciones y realizan las operaciones de izquierda a derecha según están escritas.

Respecto a las dificultades atribuibles al lenguaje del álgebra, se encuentran las que surgen en la resolución de problemas. Al hacer *translaciones desde las expresiones verbales a las algébicas o viceversa*. Apareciendo la dificultad en la formulación de ecuaciones algebraicas cuando la información se presenta con palabras (MacGregor y Stacey, 1997).

Otra de las dificultades relacionada con los símbolos, es *la falta de habilidad para expresar respuestas algebraicas*. Ya que según Booth (1983), el alumno que es capaz de describir un método, no siempre tiene la habilidad de simbolizar ese método matemáticamente, esto explica que en realidad, conocen el proceso de resolución de un problema, pero no saben expresarlo en el idioma algebraico.

3.3.3. El concepto de ecuación, del signo igual y de variable

Según Skemp (1998, p.250), “resolver una ecuación significa hallar todos los valores de la variable x para los cuales la ecuación es un enunciado verdadero”. Con esta afirmación están relacionados el concepto de ecuación, el concepto del signo igual, y el concepto de variable. A continuación se añaden algunas dificultades de los alumnos de secundaria respecto a estos conceptos.

1. El concepto de *ecuación* lo relacionan con el método que hay que utilizar para su resolución. Entonces, el alumno no aprende a razonar y resolver ecuaciones, sino que ha sido instruido en un método al cual debe ceñirse para lograr resolver la ecuación (Vergnaud y Cortés, 1986).
2. La creencia de los alumnos de que *el signo igual* es la "señal de hacer algo" antes que un símbolo de la equivalencia entre los lados izquierdo y derecho de una ecuación (Kieran, 1980), hace que los estudiantes conciban el signo igual como un separador entre la secuencia de operaciones y el resultado, perdiendo su significado de igualdad.
3. Las *variables*, son otro de los conceptos mal utilizados en el álgebra, ya que en la escuela elemental, las letras se utilizan con fórmulas donde hay que reemplazar las letras por datos u otro uso de las letras de la escuela elemental, son las equivalencias en las unidades de medida, donde este segundo uso, es uno de los que más errores produce en el álgebra, ya que utilizan las letras como etiquetas, en vez de variable. Al hilo de esto, Küchemann (1981) añade que la mayoría de los estudiantes tratan las letras de las ecuaciones como incógnitas concretas, en vez de como variables o números generalizados.

En conclusión, muchas son las dificultades asociadas a la rama del álgebra, por ello se debe prestar especial atención a los sistemas de enseñanza e insistir en corregir estos errores desde la enseñanza elemental. Para la propuesta didáctica a realizar en este trabajo, se tendrá en cuenta este apartado para las actividades a desarrollar.

3.4. La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner

Antes de realizar la propuesta didáctica, se va a desarrollar una breve descripción y una aportación de las características más destacadas de la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner (de ahora en adelante, IM) ya que la propuesta didáctica que se escribe en este trabajo está basada en dicha teoría.

La teoría IM la propuso el estadounidense Howard Gardner en 1983, con el objetivo de mejorar el concepto de inteligencia que se tenía en aquella época. Esta teoría ha servido durante muchos años para defender que las personas con un cociente intelectual alto no son las únicas que son inteligentes. Al hilo de esto, Gardner y Binet (1993) pusieron en cuestión los test de inteligencia que se usaban hasta la fecha añadiendo lo siguiente:

Creo que deberíamos abandonar tanto los test como las correlaciones entre los test, y, en lugar de eso, deberíamos observar fuentes de información más naturales, acerca de cómo la gente en todo el mundo desarrolla capacidades que son importantes para su modo de vida. (p. 24).

Según Gardner, los test de inteligencia solo sirven para evaluar dos tipos de inteligencia: la inteligencia lingüística, y la lógico-matemática. Por ello, defiende su aportación y pone en duda los test de inteligencia, porque según Gardner a parte de las inteligencias mencionadas existen otras cinco inteligencias más. A continuación una mención de Gardner (1993) respecto a este tema:

Queremos ser capaces de observar las habilidades espaciales, las habilidades personales, etcétera, específica y directamente, y no a través del prisma habitual de las inteligencias lingüística y lógico-matemática. Hasta el momento todo ha dependido indirectamente de la medición de esas habilidades. (p. 28).

Por tanto, en su obra *Inteligencias múltiples. La teoría en práctica* (2012), Gardner distingue entre la definición de inteligencia desde una visión tradicional, lo que define como la habilidad para responder a las cuestiones de un test de inteligencia, por otro lado, esta teoría pluraliza el concepto de inteligencia, en este caso define inteligencia como la habilidad necesaria para resolver problemas o para elaborar

productos que son de importancia en un contexto cultural o en una comunidad determinada.

La capacidad para abordar problemas es la que persigue un objetivo, y elige el camino adecuado para conseguir dicho objetivo. La creación de un producto cultural es crucial en funciones como la adquisición y la transmisión del conocimiento o la expresión de las propias opiniones o sentimientos (Gardner, 2012).

La competencia cognitiva del hombre la describe en un conjunto de habilidades, talentos o capacidades mentales, que él denomina *inteligencias*. Añade que todos los individuos poseen todas las inteligencias en un cierto grado, combinándolas para su desarrollo ya que prácticamente todos los roles culturales requieren varias inteligencias, por lo tanto es necesario considerar a los individuos como poseedores de varias aptitudes y no como poseedores de una única capacidad (Gardner, 2012).

A continuación se realiza una descripción de cada una de las inteligencias que Gardner propone:

Tabla 2

Características de las inteligencias múltiples de Gardner.

| | |
|---------------------------------------|---|
| Inteligencia lingüística | Capacidad de utilizar las palabras de manera eficaz, ya sea oralmente o por escrito. Incluye la capacidad de manejar la sintaxis o la estructura del lenguaje, la fonología o los sonidos del lenguaje, la semántica o los significados de las palabras, la dimensión pragmática o usos prácticos del lenguaje. Algunos de estos son la retórica (uso del lenguaje para convencer a otros de que realicen una acción determinada), la mnemotecnia (uso del lenguaje para recordar información), la explicación (uso del lenguaje para informar) y el metalenguaje (uso del lenguaje para hablar del propio lenguaje). |
| Inteligencia lógico-matemática | Capacidad de utilizar los números con eficacia y razonar bien. Incluye la sensibilidad a patrones y relaciones lógicas, afirmaciones y proposiciones (si... entonces, causa-efecto), funciones y otras abstracciones relacionadas. Incluye los procesos de categorización, clasificación, deducción, generalización, cálculo y prueba de hipótesis. |
| Inteligencia espacial | Capacidad de percibir el mundo visoespacial de manera precisa y de llevar a cabo transformaciones basadas en esas percepciones. Implica sensibilidad al color, las líneas, la forma, el espacio y las relaciones entre estos elementos. Incluye la capacidad de visualizar, de representar gráficamente ideas visuales o espaciales y de orientarse correctamente en una matriz espacial. |
| Inteligencia cinético-corporal | Dominio del propio cuerpo para expresar ideas y sentimientos y facilidad para utilizar las manos en la creación o transformación de objetos. Incluye habilidades físicas como la coordinación, el equilibrio, la destreza, la fuerza, la flexibilidad y la velocidad, además de capacidades propioceptivas, táctiles y hápticas. |
| Inteligencia musical | Capacidad de percibir, discriminar, transformar y expresar las formas musicales. Incluye la sensibilidad al ritmo, el tono o la melodía, y al timbre o |

| | |
|-----------------------------------|---|
| | color de una pieza musical. Se puede entender la música desde una perspectiva global e intuitiva, desde una perspectiva analítica o técnica o desde ambas. |
| Inteligencia interpersonal | Capacidad de percibir y distinguir los estados anímicos, las intenciones, las motivaciones y los sentimientos de otras personas. Incluye la sensibilidad hacia las expresiones faciales, voces y gestos; la capacidad de distinguir entre numerosos tipos de señales interpersonales, y la de responder con eficacia y de modo pragmático a esas señales. |
| Inteligencia intrapersonal | Autoconocimiento y capacidad para actuar según ese conocimiento. Incluye la imagen precisa de uno mismo (puntos fuertes y punto débiles), la conciencia de los estados de ánimo, intenciones, motivaciones y deseos interiores y la capacidad de autodisciplina, autocomprensión y autoestima. |

Nota: Características de las inteligencias múltiples de Gardner.

Fuente: Elaboración propia a partir de Armstrong (2006).

Se dice que hay necesidad de una escuela basada en el alumno donde las capacidades, motivaciones, deseos, etc. del alumno se tengan en cuenta para un proceso de enseñanza aprendizaje lo más fructífero posible. “El objetivo de la escuela debería ser el de desarrollar las inteligencias y ayudar a la gente a alcanzar los fines, vocaciones y aficiones que se adecuen a su particular espectro de inteligencias” (Gardner, 2012, p.30). Está claro que cada persona tiene unas características diferentes, y que cada persona se enfrenta a la resolución de problemas de diferente manera, ya sea por las ganas, la motivación, las capacidades, etc. Por lo tanto, el trabajar las capacidades de cada uno mediante sus propias capacidades e intereses, hace que el proceso de aprendizaje sea mucho más divertido, fácil y productivo, y eso traería consigo el mejorar los resultados de los alumnos.

Uno de los puntos clave de esta teoría es que las mentes de los individuos presentan notables diferencias, por lo tanto el sistema educativo debería estar diseñado de tal manera que fuera sensible estas diferencias, intentando asegurar que todo el mundo reciba una educación que maximice su potencial intelectual, descartando la idea de misma educación para todos y que todos aprendan lo mismo de la misma manera (Gardner, 2012).

Por tanto, para que el proceso de aprendizaje de los alumnos sea lo más provechoso posible, se quiere proponer una metodología lo más adecuada y personalizada posible a los alumnos, con el objetivo de que los alumnos se encuentren lo más a gusto posible y poder mejorar los resultados y el rendimiento académico. La metodología propuesta en el trabajo estará basada en la teoría de las IM ya que es considerada como un instrumento idóneo para atender a la diversidad del alumnado y diseñar actividades que respondan a las capacidades de los estudiantes.

4. Estudio de campo

En este apartado, para empezar se realiza una justificación de la necesidad de realizar un estudio de campo para cumplir los objetivos del trabajo, para ello a continuación se explican la metodología y los materiales utilizados en este estudio así como una descripción del contexto en el que se desarrolla, para después exponer los datos obtenidos en el mismo.

4.1. Justificación

La realización del presente trabajo viene motivada por la experiencia llevada a cabo en el periodo de prácticas de este máster universitario en el centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo. Durante las prácticas se pudo observar que la metodología utilizada por los profesores era bastante tradicional y no muy adecuada.

Para la mejora de dicha metodología y con el fin de proponer una metodología adecuada para los alumnos del colegio Sagrado Corazón, es imprescindible, primero, conocer las capacidades e intereses de los alumnos de 2º de la ESO para personalizar la propuesta de actividades al máximo posible, también conocer mediante los propios profesores de matemáticas del centro, las dificultades y conocimientos respecto los sistemas de ecuaciones y álgebra de los alumnos.

El trabajo de campo en este contexto será fundamental para recoger datos relevantes del perfil de los alumnos. Datos acerca de sus inteligencias más desarrolladas para así poder aplicar la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner como se ha ido explicando en los apartados anteriores y proponer unas actividades adecuadas considerando las declaraciones de los profesores del centro.

4.2. Objetivos del trabajo

El objetivo principal del trabajo de campo es recoger información directa de los alumnos a los que vamos a orientar la propuesta didáctica. Para conseguirlo se han perseguido los siguientes objetivos específicos:

- Extraer información de las capacidades más desarrolladas e intereses de los alumnos de 2º de la ESO seleccionado.

- Extraer información de los profesores acerca de las dificultades y conocimientos previos de los alumnos respecto al álgebra y a los sistemas de ecuaciones lineales.

4.3. Metodología y materiales empleados

Para poder realizar la extracción de la información necesaria, se ha optado por la realización de un cuestionario a los alumnos de 2º de la ESO, considerando una alternativa adecuada ya que se podrán recoger los datos por los que se interesa este trabajo en el tiempo disponible.

Para la realización de la encuesta en el campo de aplicación, primero se ha consultado la posibilidad de realizar la encuesta a la tutora de las prácticas mediante un correo electrónico. Una vez aceptada la propuesta, se ha acordado un día y una hora para llevar a cabo la misma. Además se le ha informado el fin de los datos y el tratamiento de las respuestas como anónimas para su total confidencialidad.

El cuestionario que se ha elegido es una propuesta realizada mediante un inventario de rasgos que el propio Gardner sacó a la luz, en él aparecen ítems de las siete inteligencias. Ya que según Gardner, cada inteligencia tiene unos rasgos que se manifiestan en las personas. En el cuestionario que se describe se han añadido 35 rasgos (5 de cada inteligencia), mezclados (Anexo I). Los alumnos debían contestar si, a los rasgos destacables de su persona y no a los que no describía su persona. De esta manera, haciendo un recuento de los rasgos afirmativos, se ha conseguido generalizar los rasgos más destacados de la clase, así como la inteligencia o inteligencias relacionadas con ellos.

Por otro lado, se ha preparado una entrevista basada en el apartado de las dificultades del álgebra en la educación secundaria de este trabajo, proponiendo preguntas a los profesores de matemáticas del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo, para conocer la situación actual de los alumnos y los errores más comunes para la posterior propuesta de actividades y mejora del aprendizaje de los alumnos (Anexo III).

4.4. Marco contextual del trabajo de campo

4.4.1. Descripción del contexto del colegio

El contexto en el que se desarrolla el trabajo de campo es el centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo, concretamente en los alumnos de 2º de la ESO.

El centro se sitúa en la localidad de Bermeo. Bermeo, es un municipio vizcaíno de la comarca de Busturialdea, en la comunidad autónoma del País Vasco. Es una de las localidades más pobladas de la comarca de la Reserva de la Biosfera de Urdaibai, ya que posee más de 17 000 habitantes.

La economía de Bermeo está basada en la tradición marinera, concretamente en la pesca y en las conservas de pescado. Y el nivel socioeconómico de la zona es bajo-medio.

El carácter del centro, es concertado y cristiano, por ello, pertenece a la Diócesis de Bilbao. Las clases del centro se imparten en el modelo D, es decir, la enseñanza se imparte en euskera y hay una asignatura en castellano (lengua y literatura) así como la lengua extranjera (inglés o francés).

Respecto al perfil de los alumnos, en general son nacidos en Bermeo, pero en los últimos años ha crecido la matriculación de inmigrantes, ascendiendo a un 9% los alumnos inmigrantes. Algunos de los nuevos alumnos están integrados en el aula, pero la mayoría no tienen el nivel necesario para seguir la clase o no dominan el idioma (euskeria), por ello acuden a clases de apoyo para realizar actividades adecuadas a sus capacidades y las explicaciones se las dan en castellano. También les enseñan el euskera para que en un futuro puedan seguir las clases ordinarias.

4.1.2. Contexto de la entrevista

La hora y el lugar de la entrevista ha sido fijada según la disponibilidad de los participantes. El entrevistador se ha acercado al centro como interesado de realizar el cuestionario. El cuestionario se ha realizado en el aula convencional, antes de empezar la clase de religión, la tutora de prácticas del centro, concedió unos minutos para la realización de la misma. Una vez que todos la finalizaran, se recogió la encuesta y se agradeció su participación.

Para la ejecución de las entrevistas a los profesores, se enviaron las entrevistas por correo a los profesores de matemáticas del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo para que las realicen voluntariamente, de la misma manera se obtuvo respuesta de las entrevistas.

4.5. Resultados

En el siguiente gráfico se organiza la reducción de los datos obtenidos en el cuestionario realizado el 21/04/2015 a 25 alumnos de 2º de la ESO del colegio Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo.

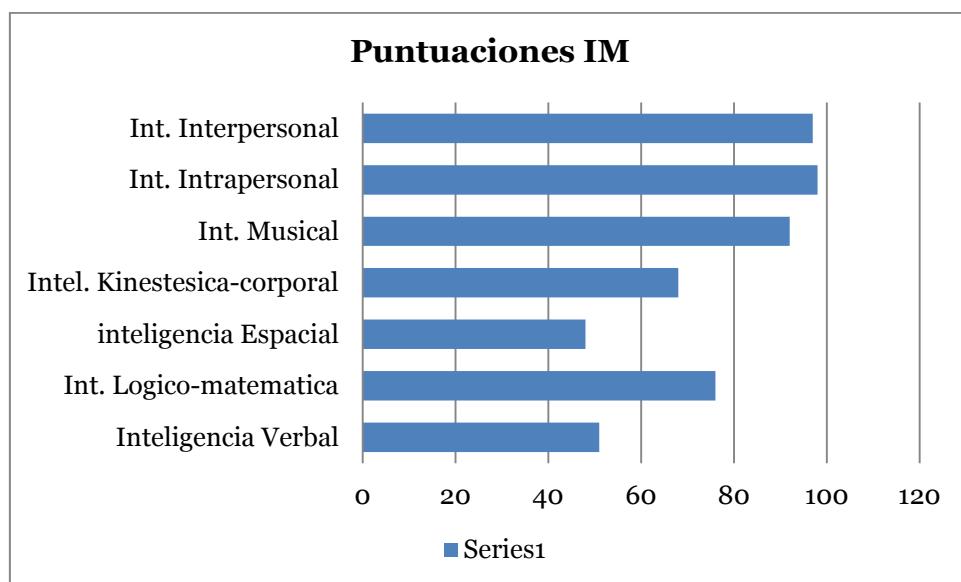


Figura 1. Puntuaciones de las inteligencias múltiples en el aula de 2º de la ESO del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo.

Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados de las encuestas realizados el 21/04/2015.

Haciendo referencia a los datos obtenidos en la encuesta realizada, se puede observar que las inteligencias más desarrolladas en 2º de la ESO del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo, son la inteligencia intrapersonal (19%), la inteligencia interpersonal (18%) y la inteligencia musical (17%). Seguido de estas tres, está la inteligencia lógico-matemática (14%), que será una de las protagonistas en la propuesta didáctica ya que se refiere a sistemas de ecuaciones lineales.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos de las entrevistas realizadas a diferentes docentes de matemáticas del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo.

Tabla 3

Respuestas de las entrevistas a distintas profesoras de matemáticas.

| Preguntas | Docente nº1 | Docente nº2 | Docente nº3 | Docente nº4 |
|---|--|--|--|---|
| ¿En qué niveles imparte clase de matemáticas? | 1º y 2º ESO | 4º ESO | 1, 2y 3º de la ESO. | 1º, 2º, 3º y 4º de la ESO |
| ¿Cuántos años lleva en la enseñanza de matemáticas para secundaria? | 29 años | 18 años | 20 años | 16 años |
| ¿Los alumnos están motivados para estudiar matemáticas en general? | Motivación media | Motivación media | En general, motivados poco, pero como cualquier otra asignatura. | Motivación media |
| ¿Qué bloque de las matemáticas cree que es de mayor dificultad para los alumnos? | Problemas de ecuaciones y la geometría porque a veces no entienden lo que leen y les cuesta el razonar. | Resolución de problemas. Les cuesta aplicar lo visto en la teoría | No hay un bloque concreto, la dificultad la tienen cuando tienen que plantear un problema, les cuesta leer y pensar. | Fracciones, potencias y raíces. |
| ¿Qué metodología emplea en sus clases? | Generalmente tradicional, pero hago que participen en la resolución de los ejercicios para observar si han entendido. | Principalmente tradicional pero incluyendo actividades más participativas. | Intento que sea un poco de todo. | Tradicional, mediante el trabajo diario en clase. |
| ¿Utiliza los recursos TIC en sus clases? ¿Cuáles? | Si, el libro digital. | No. | Utilizamos el libro digital y ordenadores. | Si, pizarra digital. |
| ¿Cree que el aprendizaje del álgebra genera grandes dificultades en los alumnos? ¿Qué unidad didáctica del álgebra cree que es la que más dificultades genera? | Sí genera dificultades, generalmente en la resolución de problemas y también porque no hay un dominio de la unidad didáctica de los números enteros. | Sí genera dificultades. Las tareas que se salen de lo mecánico, es lo más difícil. | Les resulta algo más complicado pero no como para resaltarlo. | No genera grandes dificultades. Los problemas en general son lo que más les cuesta. |
| Mayores dificultades del álgebra: ordenados de mayor a menor dificultad. | - Translaciones del lenguaje verbal al algebraico - Habilidad para expresar | - Uso de las letras y los símbolos - Habilidad para expresar | - Translaciones del lenguaje verbal al | - Translaciones del lenguaje verbal al |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> - respuestas algebraicas - Uso de las letras y los símbolos | <ul style="list-style-type: none"> - respuestas algebraicas - Translaciones del lenguaje verbal al algebraico | <ul style="list-style-type: none"> - algebraico - La estructura de las expresiones algebraicas - Habilidad para expresar respuestas algebraicas | <ul style="list-style-type: none"> - algebraico - Uso de las letras y los símbolos - Habilidad para expresar respuestas algebraicas |
| ¿Cuál es el nivel de conocimientos de los alumnos de 2º de la ESO en sistemas de ecuaciones lineales? | Nivel medio | Nivel medio | Nivel medio | Nivel bajo |
| ¿Qué método de resolución de ecuaciones lineales es el que más dificultades genera? ¿Y el que menos? | Reducción el que más dificultad genera. Igualación el que menos dificultad genera. | Reducción el que más dificultad genera. Igualación el menos dificultoso. | Reducción el que más dificultad genera. Sustitución el que menos dificultad genera. | Reducción el que más dificultad genera. Igualación el que menos dificultad genera. |
| ¿Son capaces de aplicar las ecuaciones lineales en la resolución de problemas? ¿Cuáles son los errores más comunes en este sentido? | Una minoría es capaz, pero a la mayoría de los alumnos les cuesta resolver los problemas porque no entienden el enunciado y si se les pone algo diferente a lo dado en clase se pierden. Les cuesta razonar. | Les cuesta. No interpretan bien el enunciado o se rinden fácilmente. | Les cuesta mucho. Les cuesta relacionar conceptos de un tema con otros | Les cuesta mucho. El mayor error es escribir las ecuaciones. |
| ¿Conoces la teoría de las inteligencias múltiples? ¿La aplicarías para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales? ¿Cómo? | Sí. Sí. Por ejemplo con juegos donde los alumnos están motivados y crean desafío entre ellos, en la resolución de problemas. | Sí. Sí. Una actividad podría ser: partiendo de una ecuación dada, en parejas crear una historia de misterio corta que encaje con la ecuación y una vez resuelta, resaltar el uso de las matemáticas como ayuda “detectivesca”. | Si, hemos trabajado algo con ello. | No conozco. |

Nota: Respuestas obtenidas de las entrevistas realizadas a cuatro docentes del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo.

4.6. Análisis de los resultados

Dentro de los objetivos del trabajo de campo, se propone extraer información sobre las capacidades más desarrolladas de los alumnos de 2º de la ESO del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo, para poder aplicar una metodología didáctica lo más personalizada posible. A la luz de los resultados del test realizado, se puede afirmar que las capacidades más desarrolladas y los intereses de los mismos están relacionados con la inteligencia intrapersonal, la inteligencia interpersonal y la inteligencia musical. En el cuarto lugar, se manifiesta la inteligencia lógico-matemática, la cual estará muy relacionada con el área temática a desarrollar en la propuesta didáctica.

Por lo tanto, interpretando los datos obtenidos se puede definir el grupo de alumnos como un grupo que piensa en sus necesidades, sentimientos y objetivos, pero que a la vez les gusta transmitir sus ideas a otras personas, relacionarse, realizar actividades en grupo, etc. por otro lado, se sienten bien escuchando música, cantando o tocando algún instrumento. Respecto a la inteligencia lógico-matemática, ha quedado en el cuarto puesto, lo que puede ser muy interesante, ya que una gran mayoría piensa razonando, les gusta experimentar, resolver enigmas lógicos, realizar cálculos, etc.

El segundo objetivo específico del estudio de campo es extraer información de los profesores acerca de las dificultades y conocimientos previos de los alumnos respecto al álgebra y a los sistemas de ecuaciones lineales, y a continuación se muestran las conclusiones obtenidas basadas en la experiencia de las mismas:

- Los alumnos en general están motivados para aprender matemáticas.
- No hay ningún bloque en concreto que les cree grandes dificultades, en general, en todos los bloques lo que más les cuesta es la resolución de problemas.
- Las clases se imparten en una metodología tradicional mediante clases magistrales, pero intentando realizar actividades participativas.
- Se utilizan recursos TIC como la pizarra digital o el libro digital.
- En general, en el aprendizaje del álgebra, la mayor dificultad es hacer translaciones del lenguaje verbal al algebraico y a continuación la habilidad para expresar respuestas algebraicas.
- El nivel de los alumnos de 2º de la ESO en sistemas de ecuaciones lineales es un nivel medio y el método que más dificultades genera es el de reducción y el que menos el de igualación.
- En la resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales, los errores más frecuentes vienen al interpretar el enunciado.

5. Propuesta práctica

En este apartado, se realizará la propuesta práctica sobre la que se ha hablado en todo el trabajo. En primer lugar se hará una introducción de los apartados, después se determinarán los objetivos de la propuesta, seguidamente se detallará la metodología que se empleará para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, después se desarrollará un apartado con ejemplos de actividades propuestas para su desarrollo en el aula y por último se hará una estimación de los resultados previstos y la forma de evaluación.

5.1. Introducción

El tema elegido para la propuesta didáctica es *sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas* en segundo de la ESO.

Esta propuesta pretende fomentar el rendimiento académico de los alumnos y mejorar sus resultados. En este caso, se propone una metodología basada en las inteligencias múltiples de Gardner que pueda acercarse a un modelo de escuela donde se presta especial atención a la diversidad y al perfil de los alumnos. Para ello, se van a proponer actividades que puedan ser de interés para los alumnos y a la vez conseguir los objetivos marcados y las competencias. Por otro lado, se pretende orientar al alumnado en su elección de futuros estudios y formación.

Es conveniente aclarar que la intención de esta propuesta es reflejar una metodología posible basada en la teoría y práctica estudiada en este trabajo y no el diseño de una unidad didáctica específica. Por lo tanto, las actividades y temporalizaciones realizadas a continuación pueden servir como ejemplo para entender la metodología que se quiere plantear.

5.2. Objetivos de la propuesta

Los objetivos generales corresponden con los objetivos extraídos del Decreto 175/2007 (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 364):

- Plantear y resolver, de manera individual o en grupo, problemas extraídos de la vida cotidiana.
- Identificar, relacionar, describir y representar los elementos matemáticos presentes en el mundo social como en el científico.

- Utilizar de manera autónoma y creativa, las herramientas propias del lenguaje y la expresión matemática para explicar el propio pensamiento de manera clara y coherente, utilizando los recursos tecnológicos más apropiados.
- Razonar y argumentar, elaborando argumentos y justificaciones sólidas que les permitan justificar y presentar resultados y conclusiones, criticar rebatir otros argumentos o aplicarlos a nuevas situaciones.
- Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos y de la comunicación (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para los cálculos como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones de índole diversa y, así mismo, para ayudar en el aprendizaje de las matemáticas.
- Integrar los conocimientos y modos propios de la actividad matemática para resolver problemas de forma creativa, analítica y crítica.

Los objetivos didácticos se describen como las intenciones educativas de la propuesta didáctica (Goñi, 2011, p.127). En el siguiente cuadro se muestran los objetivos específicos de la propuesta didáctica que se escribe.

Tabla 4

Objetivos específicos de los sistemas de ecuaciones lineales.

- | |
|---|
| 1. Comprender qué es una ecuación de primer grado con dos incógnitas. |
| 2. Verificar y calcular soluciones de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. |
| 3. Comprender qué es un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas y por qué es necesario. |
| 4. Resolver sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. |
| 5. Resolver problemas utilizando sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. |

Nota: Objetivos específicos de los sistemas de ecuaciones lineales de segundo de la ESO.

Además de los objetivos planteados hasta ahora, en el siguiente cuadro se recogen los objetivos propios de la metodología planteada.

Tabla 5

Objetivos concretos de la metodología a plantear.

- | |
|--|
| 1. Plantear actividades que desarrollem las siete inteligencias propuestas por Gardner. |
| 2. Ayudar a los alumnos a alcanzar sus fines vocacionales y aficiones. |

3. Capacitar a los alumnos en la resolución de problemas, teniendo en cuenta las dificultades que ello conlleva.
4. Realizar estudios de supuestos prácticos o bien de casos reales, ya sea de forma individual como en grupo generando debates, intercambio de opiniones e información.
5. Aplicar actividades de adecuadas para los alumnos, basadas en los resultados obtenidos en el estudio de campo; asegurando que todos los alumnos reciban una educación que maximice su potencial intelectual.

Nota: Objetivos de la metodología de enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales en segundo de la ESO.

La metodología que se plantea basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner aporta enormes beneficios tanto para el aprendizaje de contenidos como para el aprendizaje de habilidades, actitudes y valores necesarios para desempeñar un buen papel en la sociedad. Sin embargo, la realidad a que se enfrentan los docentes en la práctica se ve muchas veces limitada por la falta de tiempo, la diversidad de las aulas o el número de alumnos por aula. Sin embargo, como puede verse a través de las aportaciones realizadas en la propuesta didáctica, la metodología propuesta genera beneficios en el proceso de enseñanza aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales.

5.2.1. Competencias

En este trabajo se pretende realizar una propuesta didáctica sobre la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales en el segundo nivel de secundaria, por lo tanto la competencia que se va a desarrollar en dicha propuesta será la competencia matemática entre otras.

En la siguiente tabla, se relacionan los objetivos planteados arriba con las competencias.

Tabla 6
Objetivos y competencias de los sistemas de ecuaciones lineales.

| Objetivos | Competencias |
|--|---|
| Comprender qué es una ecuación de primer grado con dos incógnitas. | Competencia matemática Competencia para aprender a aprender |
| Verificar y calcular soluciones de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. | Competencia matemática Tratamiento de la información y competencia digital |
| Comprender qué es un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas y por qué es necesario. | Competencia matemática Competencia para aprender a aprender |

| | |
|---|---|
| Resolver sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. | Competencia matemática Tratamiento de la información y competencia digital |
| Resolver problemas utilizando sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. | Competencia matemática Competencia en comunicación lingüística Competencia para aprender a aprender |

Nota: objetivos y competencias de los sistemas de ecuaciones lineales en 2º de la ESO.

- *Competencia matemática*: se trabaja en todos los objetivos.
- *Competencia en comunicación lingüística*: mediante la correcta interpretación de los enunciados de los problemas para su posterior traducción al lenguaje algebraico, y en la expresión de resultados.
- *Tratamiento de la información y competencia digital*: mediante la interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de los sistemas, el uso de internet y los programas informáticos necesarios para completar las actividades.
- *Competencia para aprender a aprender*: mediante el conocimiento de técnicas y la mejora de la capacidad de razonar de forma matemática.

5.3. Metodología

La metodología que se utilizará en esta propuesta didáctica estará basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner, para ello se tendrán que llevar los principios de esta teoría a la práctica docente. En la siguiente tabla un resumen de las propuestas realizadas por Armstrong (2006, p.82) y Gilbert (2005) de actividades, materiales e instrucciones para la puesta en práctica docente de dicha teoría.

Tabla 7

Propuestas de actividades, materiales e instrucciones.

| Inteligencias | Armstrong | Gilbert |
|--------------------------|---|--|
| Lógico-matemática | Mediante rompecabezas, pensamiento crítico, resolución de problemas, pensamiento científico, etc. | A través de puzles, tablas, gráficos, análisis, conclusiones, predicciones, previsiones, secuencias, consecuencias, trabajo estadístico, deducción de reglas generales, etc. |
| Interpersonal | Trabajar en grupo, grupos de cooperación, juegos de mesa, hacer simulaciones de un entorno, etc. | Trabajo en grupo (colaborativo), trabajo en equipo (competitivo), entrevistas, teatro, enseñar a los demás, liderazgo de grupo, coordinación de grupo. |

| | | |
|--------------------------|---|---|
| Intrapersonal | Facilitar el estudio independiente, dar tiempo para reflexionar, juegos individuales, sesiones para establecer objetivos realistas, ofrecer opciones a los alumnos, relaciones personales entre el profesor y los alumnos, etc. | Empatía, inteligencia emocional, definición de metas y objetivos, ensoñaciones, afirmaciones y preguntas del estilo «Me pregunto si...», «Me parece que...», «¿Qué te parecería si...?». |
| Visual-espacial | Visualización de ideas imaginarias, utilizar gráficos, diagramas, mapas, señales de colores, bocetos de ideas, símbolos gráficos, etc. | Mapas, posters, redes de conocimientos, colorear, rotuladores, símbolos, iconos, visualización, exposiciones instructivas. |
| Cinético-corporal | Proponer juegos teatrales, objetos para manipular, utilizar el lenguaje corporal, actividades manuales, etc. | Juegos de simulación, hacer maquetas, movimiento, actuar, ejercicios prácticos, personificar el aprendizaje, cortar y pegar rompecabezas, resolverlos, gimnasia cerebral. |
| Musical | A través del rap, ritmos, canciones, poner música en el aula que cree un ambiente adecuado para la lección, etc. | Poemas, ritmos, golpes, cancioncillas, tintineos, canciones, música de fondo. |
| Lingüística | A través de debates, juegos de palabras, la narración, tormenta de ideas, grabaciones de voz, etc. | Debates, cuentos, exposiciones orales, poemas, ensayos, juegos de palabras, sinónimos y antónimos, rimas, anuncios radiofónicos, eslóganes para camisetas, posters comerciales, discursos, diarios. |

Nota: Propuestas de actividades, materiales e instrucciones para poner en práctica la teoría de las inteligencias múltiples en el aula.

Fuente: Elaboración propia a partir de Armstrong (2006, p.82) y Gilbert (2005).

Según los resultados de la encuesta realizada a los alumnos del centro Sagrado Corazón Ikastetxea sobre las inteligencias más desarrolladas del aula se puede ver que los intereses y capacidades de los alumnos están relacionados con las inteligencias intrapersonal, interpersonal, musical y lógico-matemática. Por lo tanto, se intentarán realizar actividades relacionadas con dichas inteligencias en todas las sesiones para mantener a los alumnos motivados y sacar el mayor provecho a sus capacidades y así, mejorar su rendimiento académico.

5.4. Actividades y temporalización

El número de sesiones previsto para impartir la unidad temática de los sistemas de ecuaciones es de 10 sesiones de una hora cada sesión, corresponde a dos semanas y media. En la siguiente tabla se muestran los contenidos, ejemplo de actividades a realizar en cada sesión y las inteligencias relacionadas con las actividades propuestas:

Tabla 8
Contenidos, actividades e inteligencias relacionadas.

| Sesión | Contenidos | Actividades | Inteligencias relacionadas |
|----------|--|--|---|
| 1 | <ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones lineales - Soluciones de una ecuación lineal. - Construcción de la tabla de valores correspondiente a las soluciones de una ecuación lineal. - Representación gráfica. Recta asociada a una ecuación lineal. | <ul style="list-style-type: none"> - Buscar diferentes soluciones para una ecuación lineal. - Realiza una tabla con los valores de la ecuación dada. - Representa gráficamente. | Lógico-matemática Visual-espacial Intrapersonal |
| 2 | <ul style="list-style-type: none"> - Concepto de sistema de ecuaciones. - Interpretación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales. - Solución de un sistema. Sistemas con infinitas soluciones. Sistemas indeterminados. Sistemas incompatibles o sin solución. | - Representa gráficamente y escribe la solución del sistema. | Lógico-matemática Visual-espacial Intrapersonal |
| 3 | Método de sustitución | Resuelve el sistema dado mediante el método de sustitución. | Lógico-matemática Intrapersonal |
| 4 | Método de igualación | Resuelve el sistema dado mediante el método de igualación. | Lógico-matemática Intrapersonal |
| 5 | Método de reducción | Resuelve el sistema dado mediante el método de reducción. | Lógico-matemática Intrapersonal |
| 6 | Método de sustitución Método de igualación Método de reducción | Resuelve el sistema dado con el método más adecuado. | Lógico-matemática Intrapersonal |
| 7 | <ul style="list-style-type: none"> - Resolución de problemas con la ayuda de los sistemas de ecuaciones. - Asignación de las incógnitas. - Codificación algebraica del enunciado (sistema de ecuaciones lineales). | Primer tipo y segundo tipo de problemas. Lectura, clasificación de datos e incógnitas, planteamiento de las ecuaciones, resolución del sistema de ecuaciones e interpretación de la solución. | Lógico-matemática Intrapersonal |

| | | | |
|-----------|--|---|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> - Resolución del sistema. - Resolución. Interpretación y crítica de la solución. | | |
| 8 | <ul style="list-style-type: none"> - Resolución de problemas con la ayuda de los sistemas de ecuaciones. - Asignación de las incógnitas. - Codificación algebraica del enunciado (sistema de ecuaciones lineales). - Resolución del sistema. - Resolución. Interpretación y crítica de la solución. | Tercer tipo de problema (las mezclas). Lectura, clasificación de datos e incógnitas, planteamiento de las ecuaciones, resolución del sistema de ecuaciones e interpretación de la solución. | Lógico-matemática Intrapersonal Interpersonal |
| 9 | <ul style="list-style-type: none"> - Resolución de problemas con la ayuda de los sistemas de ecuaciones. - Asignación de las incógnitas. - Codificación algebraica de la situación. - Resolución del sistema. - Resolución. Interpretación y crítica de la solución. | Lectura, clasificación de datos e incógnitas, planteamiento de las ecuaciones, resolución del sistema de ecuaciones e interpretación de la solución. | Lógico-matemática Intrapersonal |
| 10 | <ul style="list-style-type: none"> - Resolución de situaciones con la ayuda de los sistemas de ecuaciones. - Asignación de las incógnitas. - Codificación algebraica de la situación. - Resolución del sistema. - Resolución. Interpretación y crítica de la solución. | Actividades interactivas mediante el ordenador. (álgebra puzzles) | Lógico-matemática Intrapersonal |

Nota: Contenidos, actividades e inteligencias relacionadas con las actividades propuestas para la unidad didáctica de los sistemas de ecuaciones lineales de 2º de la ESO.

A continuación se explica el desarrollo de cada sesión, teniendo en cuenta el marco teórico y los resultados obtenidos en el estudio de campo. Para ello, se intenta proponer una metodología donde predominen las inteligencias más desarrolladas de la clase y así conseguir que los alumnos se encuentren motivados y mejoren el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

- 1) *Primera sesión:* realizar preguntas como: ¿Qué es una ecuación lineal? ¿Qué forma tiene? ¿Cómo podemos interpretarla? Dar minutos de reflexión individual (inteligencia intrapersonal) (Armstrong, 2006). A continuación intercambio de opiniones con el de al lado (inteligencia interpersonal). Finalmente alguno de los alumnos explica en alto y escribe en la pizarra las respuestas a las preguntas (inteligencia lingüística y cinético-corporal). Esta actividad también desarrolla la reflexión, ya que el alumno debe ser capaz de realizar conexiones entre las estructuras cognitivas existentes y las nuevas (Goñi, 2011). La sesión continúa con la realización de varios ejemplos de actividades en la pizarra y posterior ejecución de unas actividades semejantes, mientras que los alumnos realizan los ejercicios se ambienta el aula con música de fondo adecuada para la situación (Gilbert, 2005) (inteligencia musical). El docente se pasea por la clase para resolver las dudas que puedan tener los alumnos (inteligencia interpersonal).
- 2) *Segunda sesión:* se empieza realizando un repaso de los conceptos de la sesión anterior y se van relacionando con nuevos conceptos. Durante la sesión se envían ejercicios del libro a los alumnos y se realizan en parejas (inteligencia interpersonal) y con música de fondo (inteligencia musical). Al final de la clase se utilizará el ordenador con el proyector y la pizarra digital para la corrección gráfica (inteligencia visual-espacial) de los ejercicios enviados.
- 3) *La tercera, cuarta y quinta sesión:* aprendizaje de los distintos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Como trabajo grupal, deben realizar en grupos de 4 alumnos una presentación. A cada grupo le tocará un método (sustitución, igualación o reducción), que tendrá que realizar para el método que se le ha otorgado, una descripción del procedimiento de resolución y poner un ejemplo práctico mediante Power Point. Los alumnos que expongan tendrán que presentar y explicar a los demás compañeros el método que les ha tocado, así como resolver las dudas y preguntas de éstos, además de realizar las labores del profesor (inteligencia lingüística, viso-espacial, lógico-matemática, interpersonal, intrapersonal y cinético-corporal). Para preparar las presentaciones, el docente guiará a los alumnos, resolverá sus dudas, controlará el ambiente para el buen clima de la clase y evaluará la participación y la labor realizada por los mismos.

Después, de las presentaciones se enviarán ejercicios para poner en práctica lo aprendido y los propios alumnos se ayudarán entre ellos. En la tercera sesión, expondrán los grupos que les haya tocado el método de sustitución, en la cuarta sesión los del método de igualación y en la quinta sesión los del método de reducción.

- 4) *Sexta sesión:* se realizará un debate sobre los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales (Gilbert, 2005). Primero, el profesor repartirá una tabla con los tres métodos resumidos y un ejemplo de cada uno (inteligencia visual-espacial) (Anexo IV). A continuación, el profesor planteará un sistema de ecuaciones lineales en la pizarra. Los alumnos tendrán que opinar sobre el método más adecuado para su resolución, argumentando y defendiendo su decisión de manera coherente, convincente y clara (inteligencia lingüística). El profesor, dirigirá a los alumnos, respetando los turnos y realizando preguntas para guiar su discurso.
- 5) *Séptima sesión:* resolución de problemas (inteligencia lógico-matemática). La actividad que más dificultades crea según el trabajo de campo realizado, es el tránsito del lenguaje verbal al algebraico. Teniendo esto en cuenta se optará por pasar del lenguaje verbal al corporal mediante la simulación de una situación (Armstrong, 2006) y después al algebraico para su posterior resolución mediante sistemas de ecuaciones lineales, esto es, se reparte la clase en grupos de cuatro, cada grupo tendrá un enunciado de problema. El objetivo de esta actividad es conseguir que los alumnos entiendan e interpreten mediante el lenguaje algebraico el enunciado encomendado, para ello se utilizará el juego teatral (inteligencia cinético-corporal e interpersonal).
- 6) *Octava sesión:* resolución de problemas, “las mezclas” (inteligencia lógico-matemática). La situación real es la siguiente: los alumnos de cuarto de la ESO del centro piden ayuda a los de segundo de la ESO. Quieren realizar galletas para vender y conseguir dinero para el viaje de fin de curso, para ello necesitan una cantidad de harina concreta mezclando harina de maíz y harina de centeno. Los alumnos de segundo de la ESO tendrán que calcular las cantidades de harina de cada tipo a mezclar para conseguir una mezcla de un precio concreto. Para ello, tendrán que plantear un sistema de ecuaciones de la situación real que se les propone y resolver el sistema.
- 7) *Novena sesión:* resolución de problemas. Concurso (Gilbert, 2005). Se plantea una competición de problemas de sistemas de ecuaciones lineales. Se preparan equipos nivelados de 4-5 alumnos. Las condiciones de la competición serán las siguientes:
 - ✓ Los alumnos tienen 5 minutos como máximo para resolver el problema propuesto.

- ✓ Si antes del tiempo algún grupo consigue resolver el problema, se para el tiempo y nadie puede seguir escribiendo.
- ✓ Si el resultado es correcto, uno del grupo saldrá a la pizarra a resolver y explicar cómo ha realizado el problema y los miembros del grupo obtienen un punto. De lo contrario, se vuelve a activar el tiempo hasta que otro grupo consiga resolver el problema correctamente.
- ✓ Al final del concurso, el grupo que más puntos obtenga será el ganador y obtendrá un positivo para la nota de la asignatura.

Mediante esta sesión se consigue trabajar la inteligencia interpersonal, ya que el trabajo se realiza en equipos, dentro de los participantes de cada equipo se cooperará para poder resolver el problema antes que los demás equipos, lo que supone una competición entre grupos.

8) *Décima sesión:* en esta sesión se realizarán juegos interactivos mediante el ordenador y la conexión a internet que el centro dispone. La página web a utilizar será Mathplayground (www.mathplaygroung.com) accediendo al primer juego interactivo en el que los alumnos mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones deben hallar incógnitas (http://www.mathplayground.com/algebraic_reasoning.html). Después, se cambiará a otro juego (http://www.mathplayground.com/algebra_puzzle.html el cual también se resolverá aplicando sistemas de ecuaciones lineales). En esta sesión se aplicará lo aprendido en esta unidad didáctica y se desarrollarán la inteligencia lógico-matemática e intrapersonal, ya que las actividades se realizarán individualmente.

En conclusión, se ha intentado realizar una propuesta basada en la resolución de problemas, ya que, según los resultados obtenidos en las entrevistas, es la cuestión que más dificultades les genera. Por otro lado, se ha intentado establecer grupos participativos donde los alumnos realizan las labores de profesor con sus compañeros, ya que los resultados del estudio de campo así lo han definido. Y por último, se ha intentado llevar a cabo una metodología basada en actividades que desarrollan la comprensión y en la reflexión de las matemáticas para un adecuado aprendizaje de las mismas.

5.5. Evaluación

Respecto a la evaluación, Gardner propone un sistema de evaluación sin exámenes, ya que estos se acercan a un concepto de la educación como una colección de piezas de

información que el individuo debe aprenderse y después ser capaz de vomitarlas en un entorno descontextualizado. De lo contrario, en su propuesta valora el desarrollo de las habilidades productivas y reflexivas, cultivadas en proyectos a largo plazo. Según esta visión, la evaluación debería ser lo más discreta posible a lo largo de las actividades diarias, y la información obtenida debería suministrarse a los encargados de efectuar selecciones de forma útil y económica (Gardner, 2012).

El docente tendrá que recoger información para evaluar en todas las sesiones, a veces se evaluará en grupo y otras veces individualmente. Cada sesión los alumnos tendrán que enseñar al profesor el trabajo realizado en la misma, que esto tendrá un valor del 40% de la nota final. El docente no solo evaluará los ejercicios o tareas realizadas en cada sesión, sino también la participación y la actitud colaborativa de los alumnos mediante la observación, siendo esta un 30% de la nota final. Para asemejarse a una evaluación más individual, los alumnos tendrán que desempeñar para el final de la unidad didáctica un trabajo individual de ejercicios y problemas, tendrán que realizarlo individualmente y costará el 30% de la nota final (Anexo VI). Por lo tanto la evaluación se desempeñará de la siguiente manera:

Tabla 9

Porcentajes de los criterios de evaluación de la metodología propuesta.

| Tareas | Valor porcentual |
|--|------------------|
| Observación de la participación, colaboración y actitud de los alumnos al desempeñar las tareas y actividades en las distintas sesiones, faltas de material, faltas de asistencia. | 30% |
| Nota de las tareas enviadas desempeñadas en cada sesión por cada alumno individual o grupalmente mediante la observación de los cuadernos al final de cada sesión. | 40% |
| Trabajo individual desempeñado por cada alumno individualmente. | 30% |

Nota: Criterios de evaluación y valor porcentual de la metodología propuesta.

Para aprobar la asignatura todos los alumnos deberán tener al menos un 6 de 10 en cada una de las tres partes, ya que se trata de una evaluación continua, basada en la observación y en la evolución de los alumnos y la nota final se centrará en el trabajo diario individual y cooperación grupal.

5.6. Recursos

Los recursos utilizados para la metodología que se propone son los siguientes:

- ✓ *Recursos humanos:* En la puesta en marcha de unidad didáctica participará el profesor junto con los propios alumnos.

- ✓ *Recursos materiales:* En lo referente al ámbito teórico, las clases se imparten siguiendo el esquema que definen los libros de la asignatura de la editorial Anaya disponiendo los alumnos de los mismos, también se utilizan fotocopias con ejercicios de refuerzo, así como la calculadora.
Para la preparación de ejercicios de refuerzo y ampliación se utilizará el cuaderno 3 de ejercicios de matemáticas de segundo curso fotocopiable.
- ✓ *Recursos espaciales:* Las clases se llevarán a cabo en el aula convencional que está equipada con ordenador con conexión a internet, pizarra digital y proyector, así como en una sesión se desempeña una actividad con un ordenador portátil por alumno. También se utilizan las pizarras convencionales de tiza.

5.7. Resultados previstos

Como se ha podido observar a través de las investigaciones teóricas como en el estudio de campo, la teoría de Gardner puede ser muy beneficiosa para el aprendizaje de las matemáticas. Ya que esta metodología promueve el trabajo cooperativo de la clase, el compañerismo, valorando el trabajo diario de los alumnos, el desarrollo de sus capacidades y virtudes, así como una mejor aceptación de las matemáticas entre los alumnos de secundaria.

Esta propuesta está pensada para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones para los alumnos de segundo de la ESO, para ello se pretende utilizar una metodología que motive a los alumnos al aprendizaje de las matemáticas. Para ello se han planteado actividades que sean de su gusto, es decir se ha estudiado a priori los intereses de los alumnos, obteniendo resultados sorprendentes como la pasión por la música o las actividades en grupo. Como resultado de la propuesta se pretende potenciar la inteligencia lógico-matemática mediante actividades relacionadas con la inteligencia musical, la inteligencia intrapersonal y la inteligencia interpersonal, es decir, música, reflexión y cooperación.

Con esta propuesta se quiere capacitar a los alumnos a desenvolverse de manera correcta en la resolución de problemas, realizando actividades que ayuden a enfrentarse a problemas de la vida cotidiana con soltura y creatividad, mediante la propuesta de actividades lo más personalizadas posibles para que desarrollen su potencial intelectual, basados en la reflexión y en la comprensión de las matemáticas.

Para poder retroalimentar y mejorar la propuesta se necesita un método de evaluación que mida de alguna manera la evolución y el desarrollo de cada una de las inteligencias de los alumnos. La evaluación de una determinada inteligencia o conjunto de inteligencias debería descubrir los problemas que pueden resolverse con los materiales de esa inteligencia (Gardner, 2012). Por ejemplo, la inteligencia lógico-matemática se evaluará mediante problemas en contextos matemáticos; la musical, mediante la enseñanza de componer una fuga o un rondó a partir de motivos sencillos. Con este proceso, se conseguirá mejorar y seleccionar las actividades que más contribuyan al desarrollo del conocimiento de los alumnos, consiguiendo así aumentar el interés por la escuela y el estudio.

Por otro lado, se persigue mejorar el compañerismo, mediante la realización de trabajos en grupo, presentaciones, *role-playing* donde los alumnos realizan el papel de profesores, para potenciar la inteligencia interpersonal, ya que ésta es muy importante para la vida en general, aportando valores y ayudando a ser mejores personas.

Y por último, se pretende acabar con el típico sistema de evaluación, mediante exámenes donde los alumnos estudian el día anterior cantidad de conceptos sin ningún tipo de reflexión para poder aprobar la asignatura, sin garantizar la comprensión de los contenidos. Para ello, se ha propuesto un sistema de evaluación basado en la observación diaria de los alumnos, valorando su desarrollo intelectual, actitud, participación, trabajo en clase, etc.

6. Discusión

En la didáctica de las matemáticas es importante utilizar metodologías que desarrollen la comprensión, la reflexión, la comunicación matemática, los procesos de simbolización y representación, así como conseguir que los alumnos sean capaces de conjeturar, argumentar y realizar procesos de probar en la educación secundaria (Goñi, 2011). El conseguir un buen desarrollo de todos estos componentes es muy difícil en la práctica, ya que debido a la diversidad de las aulas no hay una metodología concreta que garantice conseguir los objetivos.

La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner pluraliza el concepto de inteligencia, en este caso define inteligencia como la habilidad necesaria para resolver problemas o para elaborar productos que son de importancia en un contexto cultural o en una comunidad determinada. Esta teoría aporta la necesidad de observar las capacidades, intereses y la vocación de los alumnos para la aplicación de una metodología personalizada y garantizar que cada alumno maximice su propio potencial intelectual (Gardner, 2012). Al hilo de esto, Robinson (2011) define *el elemento* como la intersección entre la vocación y el talento, es decir, el docente debe fomentar y descubrir los talentos enterrados de los alumnos para hacer que cada uno busque su potencial. El uso de la teoría en práctica no se puede rebatir ni confirmar puesto que la puesta en práctica de la misma no se ha llevado a cabo, tampoco nos permite deducir su eficacia, a pesar de cumplir los objetivos propuestos en la misma, ya que depende de otros factores contextuales que lo pueden hacer bueno o menos bueno.

Uno de los factores condicionantes a la hora de elegir una metodología es el tiempo. Por ello, el docente tiene la obligación de conseguir un equilibrio entre los contenidos a desarrollar y la manera de desarrollarlos, eligiendo actividades que puedan respetar los tiempos y el cumplimiento de los objetivos propuestos. Esta es una labor de gran dificultad para el docente, quien no debe recaer en metodologías tradicionales por comodidad, y debe aventurarse en la innovación y la creatividad de nuevas experiencias docentes.

Y por último, está el sistema de evaluación de Gardner, ya que es un sistema de evaluación que sale de lo habitual y puede crear muchas líneas de discusión. La primera es la eliminación de los exámenes, ya que hoy día los alumnos solo se preocupan de estudiar para el examen memorizando los conceptos con escasa reflexión de los mismos. En este caso, Gardner propone un sistema de evaluación basado en la observación y la evolución de los alumnos. Esto a veces, puede ser de gran dificultad

para el docente, ya que el número de alumnos en las aulas cada vez es mayor y no es fácil proponer actividades en las que todos participen, por ello se deben estudiar las actividades planteadas y proponer espacio para que todos los alumnos puedan expresarse y reflexionar sobre los conceptos que se abordan.

7. Conclusiones

Este apartado refleja las conclusiones a las que se ha llegado mediante la realización de este trabajo de fin de máster. Se realiza una reflexión de lo conseguido en el trabajo relacionándolo con los objetivos planteados al principio del mismo.

El objetivo principal planteado en este trabajo es *proponer una metodología innovadora y personalizada para enseñar el bloque de sistemas de ecuaciones lineales a los alumnos de 2º de la ESO, basada en las inteligencias múltiples de Gardner*. Para conseguirlo, se ha realizado un estudio de la literatura relacionada con el campo de las matemáticas, del álgebra y concretamente con los sistemas de ecuaciones lineales, a su vez se han obtenido las ideas claves de la teoría de las IM de Gardner y sus aplicaciones en el aula; y por otro lado, se ha realizado un estudio de campo en el que se ha basado la personalización de la propuesta, obteniendo información de las capacidades de los alumnos de 2º de la ESO, así como las dificultades más comunes que genera el álgebra en los mismos y el nivel en sistemas de ecuaciones existente en la actualidad. En base a todo esto se puede afirmar que el objetivo se ha alcanzado. Además, y para cumplir con este objetivo, ha sido necesario conseguir varios objetivos específicos enumerados a continuación.

En relación al primer objetivo específico, *analizar los contenidos del bloque de álgebra de segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria*, en el marco teórico se ha comprobado mediante la legislación vigente tanto en la comunidad autónoma como en la legislación estatal, los contenidos que se desempeñan en el bloque de álgebra y los criterios de evaluación que se deben cumplir para la aplicación de dichos contenidos en el aula. Así como en la propuesta se han relacionado los objetivos del bloque del álgebra los sistemas de ecuaciones lineales con las competencias básicas de las matemáticas. Por lo tanto, se puede afirmar que este objetivo se ha cumplido.

En relación al segundo objetivo específico, *averiguar y exponer los problemas más comunes con los que se enfrentan los alumnos en el aprendizaje del álgebra en la ESO*, se han estudiado y entendido mediante el marco teórico cuáles son los errores más comunes que cometen los alumnos en el aprendizaje del álgebra, prestando especial atención a la transición de la aritmética al álgebra, y a los errores relacionados con la traslación del lenguaje verbal al algebraico, ya que son las actividades con más dificultad para los alumnos, según las entrevistas a las profesoras de matemáticas del centro realizadas en el estudio de campo. Para ello, se han entrevistado a cuatro docentes con un largo recorrido profesional para poder basarnos en su experiencia para

la elaboración de este trabajo. Por lo tanto, se puede afirmar que este objetivo también se ha cumplido.

En relación al tercer objetivo específico, *averiguar y exponer las inteligencias más desarrolladas del aula de 2º de la ESO y poder relacionarlas con actividades que faciliten a los alumnos la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos*, se ha realizado mediante un estudio de campo un test sobre las inteligencias múltiples en el aula. El cuestionario que se ha elegido es una propuesta realizada mediante un inventario de rasgos que el propio Gardner sacó a la luz, en él aparecen ítems de las siete inteligencias. Mediante la interpretación de los resultados se puede ver que los intereses y capacidades de los alumnos están relacionados con las inteligencias intrapersonal, interpersonal, musical y lógico-matemática. Por lo tanto, se han propuesto actividades relacionadas con dichas inteligencias en todas las sesiones para mantener a los alumnos motivados y sacar el mayor provecho a sus capacidades y así, mejorar su rendimiento académico. Por lo tanto, este objetivo también se ha cumplido.

En relación al cuarto y último objetivo específico, *averiguar y exponer las características de la teoría de Gardner de las inteligencias múltiples para el currículo de matemáticas en la ESO*, se han estudiado y comprendido mediante el marco teórico y la propuesta metodológica las actividades docentes que se relacionan con cada una de las siete inteligencias propuestas por Gardner y consecuentemente se ha podido aplicar la teoría de las inteligencias múltiples para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales en el segundo nivel de secundaria. Por lo tanto, este objetivo también se ha cumplido.

A través del cumplimiento de estos cuatro objetivos específicos, se han podido reunir los fundamentos teóricos y prácticos para diseñar una propuesta didáctica que refleje la metodología propuesta. Por tanto podemos afirmar que finalmente se ha cumplido con el objetivo principal de este trabajo.

8. Limitaciones del trabajo

Una vez visto el desarrollo llevado a cabo en este trabajo de investigación, se pueden tener en cuenta una serie de limitaciones que se detallan en este apartado.

1. La propuesta didáctica contribuye a la aplicación en la realidad para poder observar los resultados, las virtudes y los inconvenientes de la misma, pudiendo de esta manera hacer una aportación más concreta y eficaz de las actividades a realizar, pero la implantación de estas ideas en un currículo tradicionalista es muy complicado dado el grado de cambios que se proponen realizar, sobre todo en el sistema de evaluación.
2. El trabajo de campo realizado se ha desarrollado en solamente 25 alumnos de la comunidad educativa, por lo que puede que los resultados obtenidos no puedan representar toda la realidad, los resultados obtenidos en el test no sean representativos y la propuesta de actividades no sea la más adecuada. De todos modos el procedimiento para la elección de actividades ha sido adecuado con los recursos disponibles y las actividades propuestas pretenden fomentar todas las inteligencias, he aquí, uno de los objetivos de este trabajo.
3. El marco teórico del trabajo de investigación se centra en una búsqueda bibliográfica. Siempre no es fácil acceder a todos los documentos, artículos y escritos que sobre la materia en cuestión se conocen, aun así, se ha intentado acceder a gran parte de ellos para poder redactar un marco teórico representativo, debido a esto, se entiende que el marco teórico puede carecer de variedad de puntos de vista de otros autores sobre la teoría de las IM.
4. La propuesta que se ha realizado tiene bastantes limitaciones ya que primero es necesaria la observación y el análisis de las capacidades de los alumnos para el posterior diseño de las actividades que vayan con ellos, y visto en las prácticas como en el trabajo de campo, los docentes carecen de tiempo para realizar este tipo de estudios. Al hilo de esto, el trabajo se ha enfocado a un grupo diverso pero no se han realizado investigaciones de todos los alumnos en concreto, para poder elaborar adaptaciones curriculares individuales en los casos que fuera necesario. Por ello, se debe ampliar la propuesta con las actividades que fueran necesarias para adaptar el currículo a los alumnos concretos en los que se va a aplicar.

9. Prospectiva: líneas de acción futura

De cara a futuras investigaciones, la línea de investigación más interesante sería la puesta en práctica de la metodología que se propone en este trabajo para poder aplicarla y evaluarla. De esta manera, poder valorar la adecuación de la misma en términos de tiempo previsto y real, la dificultad de las actividades, el grado de aprendizaje conseguido, validez de la evaluación planteada, etc. Una vez realizado esto, sería adecuado modificar los apartados de este trabajo que fueran necesarios para garantizar la mejora del aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales en segundo de la ESO.

Otra línea de acción futura sería aplicar esta metodología para la enseñanza de otros bloques de las matemáticas en otros niveles de enseñanza secundaria u otro tipo de materias. Ya que los beneficios que aporta esta metodología y las aplicaciones que posee pueden aprovecharse también en otras materias. En síntesis, es una metodología que se puede amoldar a otras áreas temáticas con facilidad y de esta manera se podría conseguir una ampliación de propuestas didácticas y una ampliación del abanico de actividades aplicables a esta metodología.

Por otro lado, sería conveniente realizar un modelo de evaluación para este tipo de metodología para poder simplificar el trabajo diario del docente, ya que requiere un alto control y observación de cada alumno a diario lo cual es difícil por el número de alumnos por aula y la diversidad de las aulas. Puede quedar para futuros trabajos la puesta en práctica de este sistema de evaluación, y así estudiar de forma empírica sus ventajas e inconvenientes, y poder proponer nuevas líneas de mejora.

10. Referencias bibliográficas

- Armstrong, T. (2006). *Inteligencias múltiples en el aula: Guía práctica para educadores*. Barcelona: Paidós.
- Colera, J. y Gaztelu, I. (2011). *Cuaderno 3 de Ejercicios de matemáticas, segundo curso*. Anaya.
- Colera, J. y Gaztelu, I. (2011). *Matematika. Bigarren Hezkuntza. Bigarren Kurtsoa*. Anaya/Haritza.
- Gardner, H. (2012). *Inteligencias múltiples. La teoría en práctica*. Barcelona: Ediciones Paidós.
- Gilbert, J. (2005). *Catching the Knowledge Wave: the Knowledge Society and the Future of Education*. Wellington, NZ: New Zealand Council for Educational Research.
- Godino, J.D, Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. En Godino, J. D. (Dir.), *Matemáticas y su didáctica para maestros* (pp. 7-154). Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Godino, J. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf.
- Goñi, Jesús María (coord.) (2011). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Graó.
- IVEI (2010). *Evaluación diagnostica. Informe general de resultados y análisis de variables*. Disponible en: http://www.isei-vei.net/cast/pub/ED10_rdosYvariables/ED10_2ESO_resultadosYvariables.pdf
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*, 7(3), 229-240. Disponible en: <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v7n3p229.pdf>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). *Presentación explicativa del Proyecto LOMCE*. [Documento online]. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/servicios-al-ciudadano-mecd/dms/mecd/servicios-al->

ciudadano-mecd/participacion-publica/lomce/20130517-aprobacion-proyecto-de-ley-nota.pdf

Mullis, V. S., Martin, Michael O., Foy, Pierre y Arora, Alka (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. Disponible en: http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf

OCDE (2013). *ESPAÑA—Nota País—Resultados PISA 2012*. Disponible en: <http://estaticos.elmundo.es/documentos/2013/12/03/pisa-espana.pdf>

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

SEIEM (2012). *Investigación en Educación Matemática XVI*. Jaén: Ediciones SEIEM. Disponible en: <https://dl.dropbox.com/u/104572257/Actas/Actas16SEIEM.pdf>

Skemp, R. (1998). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (2^a edición). Madrid: Editorial Morata.

11. Anexos

11.1. Anexo I: Test inteligencias múltiples de Gardner

- 1.....En general, soy capaz de orientarme en un lugar desconocido.
- 2.....Habitualmente dedico tiempo a reflexionar o pensar en cuestiones importantes de la vida.
- 3.....Sé tocar (o antes sabía tocar) un instrumento musical.
- 4.....Con solo escuchar una canción una o dos veces soy capaz de reproducirla con bastante acierto.
- 5.....Soy capaz de calcular operaciones mentalmente sin esfuerzo.
- 6.....Tengo algunos objetivos vitales importantes en los que pienso de forma habitual.
- 7.....Me gustan los juegos y acertijos que exigen pensamiento lógico.
- 8.....Me cuesta permanecer quieto durante mucho tiempo.
- 9.....Me aporta más la radio o cintas grabadas, antes que la televisión o las películas.
- 10.....Los libros son importantes para mí.
- 11.....Me gusta dibujar, garabatear.
- 12.....Prefiero los deportes de equipo que los individuales.
- 13.....Siempre estoy escuchando música.
- 14.....Prefiero el material de lectura con muchas ilustraciones.
- 15.....Me interesan los avances científicos.
- 16.....Practico algún deporte o actividad física de forma regular.
- 17.....Me gusta entretenerte o entretener a los demás con trabalenguas, rimas, etc.
- 18.....Disfruto enseñando a otras personas algo que yo sé hacer.
- 19.....Creo que soy una persona con buen sentido de la coordinación.
- 20.....Me gusta detectar defectos en las cosas que la gente dice y hace en casa y en el trabajo.
- 21.....Necesito tocar las cosas para saber más de ellas.
- 22.....En el colegio asimilo mejor la lengua y literatura, las ciencias sociales y la historia.
- 23.....Habitualmente utilizo una cámara de fotos o una videocámara para captar lo que veo a mi alrededor.

- 24.....Conozco la melodía de numerosas canciones.
- 25.....Me gusta trabajar con números y figuras.
- 26.....Mantengo una visión realista de mis puntos fuertes y débiles.
- 27.....Puedo imaginar sin esfuerzo el aspecto que tendrían las cosas vistas desde arriba.
- 28.....Me gusta tararear, silbar y cantar en la ducha o cuando estoy sola.
- 29.....Me gusta pasar mi tiempo de ocio al aire libre.
- 30.....Me gusta escribir cartas detalladas a mis amigos.
- 31.....Tengo una afición especial o una actividad que guardo para mí.
- 32.....Los demás me suelen pedir opinión o consejo en la escuela.
- 33.....Me mantengo "en contacto" con mis estados de ánimo. No me cuesta identificarlos.
- 34.....Me gusta estar en fiestas animadas.
- 35.....Tengo varios amigos íntimos.

11.2. Anexo II: Resultados test inteligencias múltiples en el aula de 2º de la ESO

Tabla 10
Resultados obtenidos en los alumnos encuestados.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|----|----|
| Ítem 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 6 | |
| Ítem 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 21 |
| Ítem 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 19 | |
| Ítem 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 15 | |
| Ítem 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 15 | |
| Ítem 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 23 | |
| Ítem 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 23 | |
| Ítem 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 9 | |
| Ítem 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 13 | |
| Ítem 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 7 | |
| Ítem 11 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 | |
| Ítem 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 21 | |
| Ítem 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 17 | |
| Ítem 14 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 9 | |
| Ítem 15 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 20 | |
| Ítem 16 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 22 | |
| Ítem 17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 9 | |
| Ítem 18 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 15 | |
| Ítem 19 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 17 | |
| Ítem 20 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 5 | | |
| Ítem 21 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 10 | | |
| Ítem 22 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 17 | |
| Ítem 23 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 15 | | |
| Ítem 24 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 19 | | |
| Ítem 25 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 13 | | |
| Ítem 26 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 19 | | |
| Ítem 27 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 13 | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Ítem 28 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 22 |
| Ítem 29 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| Ítem 30 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 | |
| Ítem 31 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 16 | |
| Ítem 32 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 23 | |
| Ítem 33 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 19 | |
| Ítem 34 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 24 | |
| Ítem 35 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 14 | | |

Nota: resultados de los alumnos de 2º de la ESO encuestados del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo.

Inteligencia Verbal: ítem 9, 10, 17, 22 y 30.

Inteligencia lógico-matemática: ítem 5, 7, 15, 20 y 25.

Inteligencia viso-espacial: ítem 1, 11, 14, 23 y 27.

Inteligencia kinestésica-corporal: ítem 8, 16, 19, 21 y 29.

Inteligencia musical: ítem 3, 4, 13, 24 y 28.

Inteligencia intrapersonal: ítem 2, 6, 26, 31 y 33.

Inteligencia interpersonal: ítem 12, 18, 32, 34 y 35.

Tabla 11
Resumen de resultados.

| | |
|-----------------------------------|----|
| Inteligencia Verbal | 51 |
| Inteligencia Lógico- matemática | 76 |
| Inteligencia Espacial | 48 |
| Inteligencia Kinestésica-corporal | 68 |
| Inteligencia Musical | 92 |
| Inteligencia Intrapersonal | 98 |
| Inteligencia Interpersonal | 97 |

Nota: resumen de los resultados obtenidos en cada inteligencia de los alumnos de 2º de la ESO encuestados del centro Sagrado Corazón Ikastetxea Bermeo.

11.3. Anexo III: Entrevistas profesoras de matemáticas

11.3.1. Entrevista docente nº1

1. Tipo de centro: público, privado o concertado. **Concertado**
2. ¿En qué niveles imparte clase de matemáticas? **1º y 2º ESO**
3. ¿Cuántos años lleva en la enseñanza de matemáticas para secundaria? **29 años**
4. ¿Los alumnos están motivados para estudiar matemáticas en general?
Motivación media
5. ¿Qué bloque de las matemáticas cree que es de mayor dificultad para los alumnos? ¿Por qué? **Problemas de ecuaciones y la geometría porque a veces no entienden lo que leen y les cuesta el razonar.**
6. ¿Qué metodología emplea en sus clases? **tradicional (clases magistrales), participativa, etc.** **Generalmente tradicional, pero hago que participen en la resolución de los ejercicios para observar si han entendido.**
7. ¿Utiliza los recursos TIC en sus clases? ¿Cuáles? **Si, el libro digital.**
8. ¿Cree que el aprendizaje del álgebra genera grandes dificultades en los alumnos? ¿Qué unidad didáctica del álgebra cree que es la que más dificultades genera? **Sí genera dificultades, generalmente en la resolución de problemas y también porque no hay un dominio de la unidad didáctica de los números enteros.**
9. Puntúa las siguientes dificultades del álgebra, según las dificultades que generan en los alumnos de secundaria; de 0 a 5 (*o no generan dificultades y 5 generan muchas dificultades*).
 - Falta de conocimientos de la aritmética.....**3**.....
 - Convecciones de notación y el uso de paréntesis en el orden de las operaciones.....**1**.....
 - Uso de las letras y los símbolos.....**4**.....
 - Translaciones del lenguaje verbal al algebraico.....**5**.....
 - Habilidad para expresar respuestas algebraicas.....**5**.....
 - El concepto de ecuación...**3**.....
 - El concepto del signo igual...**2**.....
 - El concepto de variable y su identificación.....**3**.....
 - La estructura de las expresiones algebraicas...**4**.....
10. ¿Cuál es el nivel de conocimientos de los alumnos de 2º de la ESO en sistemas de ecuaciones lineales? (*Muy bajo, bajo, medio, alto, avanzado*). **Nivel medio**

11. ¿Qué método de resolución de ecuaciones lineales es el que más dificultades genera? ¿Y el que menos? Reducción el que más dificultad genera. Igualación el que menos dificultad genera.
12. ¿Resuelven con el método grafico de resolución? no
13. ¿Son capaces de aplicar las ecuaciones lineales en la resolución de problemas? ¿Cuáles son los errores más comunes en este sentido? Una minoría es capaz, pero a la mayoría de los alumnos les cuesta resolver los problemas porque no entienden el enunciado y si se les pone algo diferente a lo dado en clase se pierden. Les cuesta razonar.
14. ¿Conoces la teoría de las inteligencias múltiples? ¿La aplicarías para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales? ¿Cómo? Sí. Sí. Por ejemplo con juegos donde los alumnos están motivados y crean desafío entre ellos, en la resolución de problemas.
15. Alguna aportación que deseé realizar. La resolución de problemas es una de las dificultades que tienen los alumnos por ello intento hacer la mayor cantidad de problemas.

11.3.2. Entrevista docente nº2

1. Tipo de centro: público, privado o concertado. **Concertado**
2. ¿En qué niveles imparte clase de matemáticas? **4º ESO**
3. ¿Cuántos años lleva en la enseñanza de matemáticas para secundaria? **18 años**
4. ¿Los alumnos están motivados para estudiar matemáticas en general?
Motivación media
5. ¿Qué bloque de las matemáticas cree que es de mayor dificultad para los alumnos? ¿Por qué? **Resolución de problemas. Les cuesta aplicar lo visto en la teoría**
6. ¿Qué metodología emplea en sus clases? **tradicional (clases magistrales), participativa, etc. Principalmente tradicional pero incluyendo actividades más participativas**
7. ¿Utiliza los recursos TIC en sus clases? ¿Cuáles? **No**
8. ¿Cree que el aprendizaje del álgebra genera grandes dificultades en los alumnos? ¿Qué unidad didáctica del álgebra cree que es la que más dificultades genera? **Sí genera dificultades. Las tareas que se salen de lo mecánico, es lo más dificultoso.**
9. Puntúa las siguientes dificultades del álgebra, según las dificultades que generan en los alumnos de secundaria; de 0 a 5 (*o no generan dificultades y 5 generan muchas dificultades*).
 - Falta de conocimientos de la aritmética.....**3**.....
 - Convecciones de notación y el uso de paréntesis en el orden de las operaciones.....**1**.....
 - Uso de las letras y los símbolos.....**4**.....
 - Translaciones del lenguaje verbal al algebraico...**3**.....
 - Habilidad para expresar respuestas algebraicas.....**4**.....
 - El concepto de ecuación...**3**.....
 - El concepto del signo igual...**2**.....
 - El concepto de variable y su identificación.....**2**.....
 - La estructura de las expresiones algebraicas...**3**.....
10. ¿Cuál es el nivel de conocimientos de los alumnos de 2º de la ESO en sistemas de ecuaciones lineales? (*Muy bajo, bajo, medio, alto, avanzado*). **Nivel medio.**
11. ¿Qué método de resolución de ecuaciones lineales es el que más dificultades genera? ¿Y el que menos? **Reducción. Igualación el menos difícil, puntualmente**
12. ¿Resuelven con el método gráfico de resolución? **puntualmente**

13. ¿Son capaces de aplicar las ecuaciones lineales en la resolución de problemas?
¿Cuáles son los errores más comunes en este sentido? [Les cuesta. No interpretan bien el enunciado o se rinden fácilmente.](#)
14. ¿Conoces la teoría de las inteligencias múltiples? ¿La aplicarías para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales? ¿Cómo? [Sí. Sí. Una actividad podría ser: partiendo de una ecuación dada, en parejas crear una historia de misterio corta que encaje con la ecuación y una vez resuelta, resaltar el uso de las matemáticas como ayuda “detectivesca”.](#)
15. Alguna aportación que desee realizar.

11.3.3. Entrevista docente nº3

1. Tipo de centro: público, privado o concertado. **Concertado.**
2. ¿En qué niveles imparte clase de matemáticas? **1, 2 y 3º de la ESO.**
3. ¿Cuántos años lleva en la enseñanza de matemáticas para secundaria? **20 años.**
4. ¿Los alumnos están motivados para estudiar matemáticas en general? **En general, motivados poco, pero como cualquier otra asignatura.**
5. ¿Qué bloque de las matemáticas cree que es de mayor dificultad para los alumnos? ¿Por qué? **No hay un bloque concreto, la dificultad la tienen cuando tienen que plantear un problema, les cuesta leer y pensar.**
6. ¿Qué metodología emplea en sus clases? **tradicional (clases magistrales), participativa, etc. Intento que sea un poco de todo.**
7. ¿Utiliza los recursos TIC en sus clases? ¿Cuáles? **Utilizamos, el libro digital y ordenadores.**
8. ¿Cree que el aprendizaje del álgebra genera grandes dificultades en los alumnos? **Les resulta algo más complicado pero no como para resaltarlo.** ¿Qué unidad didáctica del álgebra cree que es la que más dificultades genera?
9. Puntúa las siguientes dificultades del álgebra, según las dificultades que generan en los alumnos de secundaria; de 0 a 5 (*o no generan dificultades y 5 generan muchas dificultades*).
 - Falta de conocimientos de la aritmética.....**1**.....
 - Convecciones de notación y el uso de paréntesis en el orden de las operaciones.....**3**.....
 - Uso de las letras y los símbolos.....**3**.....
 - Translaciones del lenguaje verbal al algebraico...**5**.....
 - Habilidad para expresar respuestas algebraicas.....**3**.....
 - El concepto de ecuación...**2**.....
 - El concepto del signo igual.....**1**.....
 - El concepto de variable y su identificación.....**2**.....
 - La estructura de las expresiones algebraicas.....**4**.....
10. ¿Cuál es el nivel de conocimientos de los alumnos de 2º de la ESO en sistemas de ecuaciones lineales? (*Muy bajo, bajo, medio, alto, avanzado*). **Medio**
11. ¿Qué método de resolución de ecuaciones lineales es el que más dificultades genera? **El de reducción.** ¿Y el que menos? **Sustitución.**
12. ¿Resuelven con el método grafico de resolución? **En 3º de la ESO sí.**

13. ¿Son capaces de aplicar las ecuaciones lineales en la resolución de problemas?
Les cuesta mucho. ¿Cuáles son los errores más comunes en este sentido? Les
cuesta relacionar conceptos de un tema con otros.
14. ¿Conoces la teoría de las inteligencias múltiples? Si, hemos trabajado algo con
ello. ¿La aplicarías para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales?
¿Cómo?
15. Alguna aportación que deseé realizar.

11.3.4. Entrevista docente nº4

1. Tipo de centro: público, privado o concertado. **Concertado.**
2. ¿En qué niveles imparte clase de matemáticas? **1, 2, 3º y 4º de la ESO.**
3. ¿Cuántos años lleva en la enseñanza de matemáticas para secundaria?**16 años.**
4. ¿Los alumnos están motivados para estudiar matemáticas en general? **Motivación media.**
5. ¿Qué bloque de las matemáticas cree que es de mayor dificultad para los alumnos? ¿Por qué? **Fracciones, potencias y raíces.**
6. ¿Qué metodología emplea en sus clases? **tradicional (clases magistrales), participativa, etc.** **Tradicional, mediante el trabajo diario en clase.**
7. ¿Utiliza los recursos TIC en sus clases? ¿Cuáles? **Si, la pizarra digital.**
8. ¿Cree que el aprendizaje del álgebra genera grandes dificultades en los alumnos? ¿Qué unidad didáctica del álgebra cree que es la que más dificultades genera? **No genera grandes dificultades. Los problemas en general es lo que más les cuesta.**
9. Puntúa las siguientes dificultades del álgebra, según las dificultades que generan en los alumnos de secundaria; de 0 a 5 (*o no generan dificultades y 5 generan muchas dificultades*).
 - Falta de conocimientos de la aritmética.....**3**.....
 - Convecciones de notación y el uso de paréntesis en el orden de las operaciones.....**3**.....
 - Uso de las letras y los símbolos.....**4**.....
 - Translaciones del lenguaje verbal al algebraico...**5**.....
 - Habilidad para expresar respuestas algebraicas.....**3**.....
 - El concepto de ecuación...**0**.....
 - El concepto del signo igual.....**0**.....
 - El concepto de variable y su identificación.....**2**.....
 - La estructura de las expresiones algebraicas.....**3**.....
10. ¿Cuál es el nivel de conocimientos de los alumnos de 2º de la ESO en sistemas de ecuaciones lineales? (*Muy bajo, bajo, medio, alto, avanzado*). **Bajo.**
11. ¿Qué método de resolución de ecuaciones lineales es el que más dificultades genera? **El de reducción.** ¿Y el que menos? **Igualación.**
12. ¿Resuelven con el método grafico de resolución? **Sí.**

13. ¿Son capaces de aplicar las ecuaciones lineales en la resolución de problemas? ¿Cuáles son los errores más comunes en este sentido? [Les cuesta mucho. El error más común es al escribir las ecuaciones.](#)
14. ¿Conoces la teoría de las inteligencias múltiples? ¿La aplicarías para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales? ¿Cómo? [No conozco.](#)
15. Alguna aportación que desee realizar.

11.4. Anexo IV: Tabla de resumen de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales

Tabla 12

Tabla resumen de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.

| Método de sustitución | Método de igualación | Método de reducción |
|--|---|--|
| <p>1 Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.</p> <p>2 Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo un ecuación con una sola incógnita.</p> <p>3 Se resuelve la ecuación.</p> <p>4 El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.</p> <p>5 Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.</p> | <p>1 Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.</p> <p>2 Se igualan las expresiones, con lo que obtenemos una ecuación con una incógnita.</p> <p>3 Se resuelve la ecuación.</p> <p>4 El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.</p> <p>5 Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.</p> | <p>1 Se ordenan las ecuaciones de la manera adecuada: $ax+by=c$</p> <p>2 Se elige la incógnita que se va a reducir.</p> <p>3 Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por los números que convenga.</p> <p>4 La sumamos, y desaparece una de las incógnitas.</p> <p>5 Se resuelve la ecuación resultante.</p> <p>6 Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.</p> |

Ejemplo:

$$\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

De la primera ecuación:

$$x = \frac{10 + 5y}{7}$$

Sustituyendo en la 2º ecuación:

$$2\left(\frac{10 + 5y}{7}\right) - 3y = -5$$

$$\frac{20 + 10y}{7} - \frac{21y}{7} = \frac{-35}{7}$$

$$20 - 11y = -35$$

$$-11y = -55$$

Ejemplo:

$$\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

De la primera ecuación:

$$x = \frac{10 + 5y}{7}$$

De la segunda ecuación:

$$x = \frac{-5 + 3y}{2}$$

Igualamos las dos expresiones:

$$\frac{10 + 5y}{7} = \frac{-5 + 3y}{2}$$

Resolvemos:

$$y = 5$$

Ejemplo:

$$\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

Se multiplica la primera ecuación por (-2) y la segunda por 7, obteniendo:

$$\begin{cases} -14x + 10y = -20 \\ 14x - 21y = -35 \end{cases}$$

Sumando las ecuaciones obtenemos:

$$-11y = -55$$

$$y = 5$$

Sustituyendo el valor de y en cualquiera de las ecuaciones

$$y = 5$$

Sustituimos en cualquiera de las dos ecuaciones:

$$x = \frac{10 + 5y}{7} = \frac{10 + 5 \cdot 5}{7} = \frac{35}{7}$$

$$7x - 5.5 = 10$$

$$7x = 35$$

$$x = 5$$

$$7x - 5.5 = 10$$

$$7x = 35$$

$$x = 5$$

Nota: tabla de resumen de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

11.5. Anexo V: Ejemplos de actividades en cada sesión

Tabla 13

Ejemplos de actividades en cada sesión.

| Nº de sesión | Actividad general | Actividad de refuerzo | Actividad de ampliación |
|--------------|--|---|---|
| 1 | Representa gráficamente: a) $2x-y=1$ b) $2x+y=1$ c) $y=x/2+3$ d) $y=x/2-1$ e) $x+3y=3$ f) $2x-3y-3=0$ | Reduce a la forma general $ax+by=c$ las siguientes ecuaciones: a) $2x-5=y$ b) $2y=x+1$ c) $x-3=2(x+y)$ d) $\frac{x-y}{3} = \frac{x-1}{3}$ | Representa gráficamente y escribe la solución. $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2 + x/2 \\ y = 4 - x/2 \end{cases}$ |
| 2 | Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones gráficamente y clasifica de que tipo son: $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 3y - 6 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$ | Busca tres soluciones diferentes para la ecuación dada: $2x-4y=5$ | |
| 3 | Resuelve mediante el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones: $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$ | Resuelve mediante el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones: $\begin{cases} y = x \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ | Resuelve mediante el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones: $\begin{cases} 5x - 2y = -5 \\ 4x - 3y = \quad \quad \quad \end{cases}$ $\begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$ |
| 4 | Resuelve mediante el método de igualación los siguientes sistemas de ecuaciones: | Resuelve mediante el método de igualación los siguientes sistemas de ecuaciones: | Resuelve mediante el método de igualación los siguientes sistemas de ecuaciones: |

$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x \\ x = 3y - 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 7x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = 5x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

- 5** Resuelve mediante el método de reducción los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = x + 8 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 17 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x - 3) + 1 = \frac{y-1}{2} \\ 3(x - 2) = 4(y + 3) + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

- 6** Resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes:

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2(3x + y) + x = 4(x + 1) \\ 6(x - 2) + y = 2(y - 1) + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(2x + 1) = 4(x - y) - 1 \\ \frac{x-y}{2} = \frac{x+5}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 5y = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} - \frac{y-5}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2x - y \end{cases}$$

- 7** La suma entre dos números es 57, y la resta 9. ¿Cuáles son los números?

En una clase hay 29 alumnos. Las chicas son tres más que los chicos. ¿Cuántas chicas hay en la clase? ¿Y cuántos chicos?

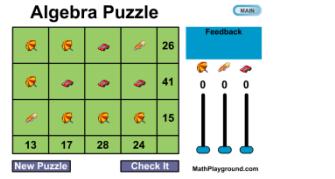
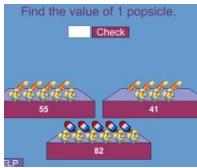
Calcula dos números, sabiendo que la resta entre ellos es 16 y el doble del número pequeño es cinco veces el número mayor.

Chicos --> x

Chicas --> y

$$\begin{cases} \text{chicos} + \text{chicas} = 2 \\ \text{chicas} = \text{chicos} + 3 \end{cases}$$

| | | | |
|----|---|---|--|
| 8 | Mezclamos oro de 8 €/kg con plata de 1.7 €/kg. ¿Qué cantidad de plata tendremos que mezclar para conseguir 1 kg de aleación de 4.22 €/kg? | Tres plumas y un rotulador cuestan 6 euros. Mi amiga Garazi, ha pagado 9.25 euros, dos plumas y tres rotuladores. ¿Cuánto cuesta la pluma? ¿y el rotulador? | Para cerrar un jardín de forma rectangular se han necesitado 210 metros de vallado. De largo tiene 25 metros más que de ancho. Calcula la superficie del jardín. |
| 9 | Dos pantalones y tres camisas valen 120 €. Tres pantalones y dos camisas valen 130 €. ¿Cuánto vale cada pantalón y cada camisa? | La suma de dos números es 20, y el doble del primero más el triple del segundo es 45. Halla el valor de ambos números. | En un garaje, hay 25 vehículos entre coches y motos. El número total de ruedas sin contar las de repuesto es 80. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje? |
| 10 | <i>Mathgames I, algebra puzzles2, level 2</i> | Ejemplo: Encuentra el valor de un lollipop. | Common core, grade 6, algebra puzzle. |



Nota: ejemplos de actividades en cada sesión.

Fuente: elaboración propia a partir de Colera y Gaztelu (2011).

11.6. Anexo VI: Trabajo individual entregable

EJERCICIOS Y PROBLEMAS: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

$$a) \begin{cases} x + 3y = 2 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 5x + y = 10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 3x = 1 + y \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3y}{2} = 5 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$$

PROBLEMAS

1. Elisabeth ha comprado un kilo de lentejas y dos kilos de alubias y ha pagado 6,5 €. En la misma tienda Alberto ha comprado dos kilos de lentejas y un kilo de alubias. ¿Cuánto vale el kilo de alubias? ¿Y el de lentejas?
2. La suma entre dos números es 90 y la resta, 16. ¿Cuáles son los números?
3. El dinero que tiene Koldo es la mitad que el que tiene Mónica más un euro. Y dos veces la cantidad de dinero de Mónica, es igual a tres veces el dinero de Koldo. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?
4. Han pagado 280 euros, 50 botellas de dos tipos de vino; la botella de un tipo de vino cuesta 5 euros y el otro tipo de vino, 7 euros. ¿Cuantas botellas de cada tipo han comprado?
5. Jagoba tiene 26 años más que su hijo, y dentro de 10 años, va a tener el doble de edad que su hijo. ¿Cuántos años tiene cada uno ahora?
6. La base de un rectángulo es 6 cm mayor que la altura y el perímetro es 44 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.
7. Se han necesitado 270 m de vallado para cerrar un jardín rectangular; la largura del jardín es 25 cm mayor que la anchura. ¿Cuál es la superficie del jardín?