

UNIVERSIDAD  
INTERNACIONAL  
DE LA RIOJA

**unir**

**Universidad Internacional de La Rioja  
Máster Universitario en Neuropsicología y  
Educación**

# Memoria de trabajo, capacidades matemáticas y rendimiento académico en alumnado de primaria

**Trabajo fin de máster presentado por:** Ana Pilar Sala Galindo

**Titulación:** Licenciada en Psicología

**Línea de investigación:** Procesos de memoria y habilidades de pensamiento

**Directora:** Isabel Martínez Álvarez

Ciudad: Lleida

01/09/2014

Firmado por: Ana Pilar Sala Galindo



## *Resumen*

Estudios recientes han mostrado que el proceso de actualización de la memoria de trabajo es fundamental para las capacidades matemáticas. El objetivo del presente estudio fue investigar las relaciones entre los procesos de actualización lingüística y visoespacial de la memoria de trabajo, las capacidades matemáticas y el rendimiento académico en matemáticas. Para ello se evaluó a 55 alumnos de primaria. Los instrumentos utilizados fueron, una adaptación de la tarea Keep Track Task lingüística y visoespacial, una prueba de capacidades matemáticas básicas y la nota final obtenida en la asignatura de matemáticas. Los resultados mostraron que la magnitud de todas las correlaciones fue moderada, a excepción de la correlación entre el rendimiento académico en matemáticas y el proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, que mostró una correlación más baja. Además se observó que, los dos procesos de actualización, explicaban significativamente un 49% de la varianza de las capacidades matemáticas y un 45% de la varianza del rendimiento académico en matemáticas siendo, en este último caso, únicamente significativo el proceso de actualización lingüística. Por su parte, las capacidades matemáticas explicaron, significativamente, un 27% de la varianza del rendimiento académico. Sin embargo, al realizar el análisis de mediación, se observó que las capacidades matemáticas dejaron de ser significativas mientras que el proceso de actualización lingüística continuaba siendo significativo con respecto al rendimiento académico en matemáticas. Estos datos evidenciaron que el proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo sería fundamental para las capacidades matemáticas básicas y para el rendimiento académico en matemáticas. Por otro lado, el proceso de actualización visoespacial sería importante sólo para las capacidades matemáticas básicas. Finalmente, del estudio se extrajo que las capacidades matemáticas parecían ser relevantes para explicar el rendimiento académico, aunque no serían las únicas.

**Palabras Clave:** Proceso de actualización, memoria de trabajo, funciones ejecutivas, capacidades matemáticas, rendimiento académico en matemáticas.

## ***Abstract***

Recent studies have shown that the updating process of the working memory should be essential for the mathematical capacities. The aim of the present research was to study the relations between the linguistic and visuospatial updating processes of the working memory, the mathematical capacities and the academic achievement. 55 students of primary school were assessed. The instruments used were and adaptation of the linguistic and visuospatial Keep Track Task, a test of the basic mathematical capacities and the final grades obtained in the subject of mathematics. The results showed that the magnitude of the correlations were all moderate, with the exception of the correlation between the academic achievement in mathematics and the visuospatial updating process of the working memory, that was lower. Moreover it was observed that the two updating processes significantly explained the 49% of the mathematical capacities' variance and the 45% of the academic achievement in mathematics' variance. In this last analysis, the only significant process was the linguistic updating one. On the other hand, the mathematical capacities significantly explained the 27% of the academic achievement's variance. However, when the mediation analysis was performed, it was observed that the mathematical capacities were no more significant while the linguistic updating process remained significant in relation to the academic achievement in mathematics. These data showed that the linguistic updating process of the working memory should be basic for the mathematical capacities and for the academic achievement in mathematics. Otherwise, the visuospatial updating process should be only important for the mathematical capacities. Finally, the mathematical capacities should be relevant to explain the academic achievement, although they should not be the only ones.

**Keywords:** Updating process, working memory, executive functions, mathematical capacities, mathematical achievement in mathematics.

# ÍNDICE

<b>Resumen</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
<b>1.1. Justificación y problema</b>	<b>9</b>
<b>1.2. Objetivos generales y específicos</b>	<b>10</b>
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>12</b>
<b>2.1. Introducción</b>	<b>12</b>
<b>2.2. Memoria de trabajo</b>	<b>13</b>
<b>2.2.1. Base neuropsicológica de la memoria de trabajo</b>	<b>15</b>
<b>2.2.2. Base educativa de la memoria de trabajo</b>	<b>17</b>
<b>2.2.3. Memoria de trabajo e intervención en el ámbito educativo</b>	<b>19</b>
<b>2.3. Capacidades matemáticas</b>	<b>21</b>
<b>2.3.1. Base neuropsicológica de las capacidades matemáticas</b>	<b>22</b>
<b>2.3.2. Base educativa de las capacidades matemáticas</b>	<b>23</b>
<b>2.3.3. Capacidades matemáticas e intervención en el ámbito educativo</b>	<b>26</b>
<b>2.4. Relación entre memoria de trabajo y capacidades matemáticas</b>	<b>28</b>
<b>3. Marco Metodológico</b>	<b>30</b>
<b>3.1. Hipótesis de investigación</b>	<b>30</b>
<b>3.2. Diseño</b>	<b>30</b>
<b>3.3. Población y muestra</b>	<b>31</b>
<b>3.4. Variables medidas e instrumentos aplicados</b>	<b>32</b>
<b>3.5. Procedimiento</b>	<b>34</b>
<b>3.6. Plan de análisis de datos</b>	<b>34</b>
<b>4. Resultados</b>	<b>36</b>

<b>4.1. Estadísticos descriptivos</b>	<b>36</b>
<b>4.2. Análisis correlacional</b>	<b>36</b>
<b>4.3. Análisis de regresión para contrastar las hipótesis</b>	<b>37</b>
<b>5. Programa de intervención neuropsicológica</b>	<b>40</b>
<b>5.1. Justificación</b>	<b>40</b>
<b>5.2. Objetivos</b>	<b>40</b>
<b>5.3. Metodología</b>	<b>40</b>
<b>5.4. Actividades</b>	<b>41</b>
<b>5.5. Evaluación</b>	<b>41</b>
<b>5.6. Cronograma</b>	<b>41</b>
<b>6. Discusión y Conclusiones</b>	<b>43</b>
<b>6.1. Discusión</b>	<b>43</b>
<b>6.2. Limitaciones y prospectiva</b>	<b>46</b>
<b>7. Bibliografía</b>	<b>48</b>
<b>8. Anexos</b>	<b>54</b>
<b>8.1. Consentimiento informado</b>	<b>54</b>
<b>8.2. Ejemplo de un ensayo de tarea Keep Track Task Lingüística</b>	<b>57</b>
<b>8.3. Ejemplo de un ensayo de tarea Keep Track Task Visoespacial</b>	<b>58</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1: Descripción de las tres funciones ejecutivas básicas de la memoria de trabajo (Miyake et al., 2000)</b>	<b>15</b>
<b>Tabla 2: Regiones cerebrales relacionadas con la memoria de trabajo (Baddeley, 2003)</b>	<b>16</b>
<b>Tabla 3: Áreas cerebrales relacionadas con las capacidades matemáticas (Ashkenazi et al., 2013)</b>	<b>23</b>
<b>Tabla 4: Criterios diagnósticos del trastorno del aprendizaje específico para las matemáticas (American Psychiatric Association, 2013)</b>	<b>25</b>
<b>Tabla 5: Variables e instrumentos aplicados en una revisión de estudios centrados en el uso de diferentes técnicas instruccionales en niños con trastornos del aprendizaje (Gersten et al., 2009)</b>	<b>27</b>
<b>Tabla 6: Variables medidas e instrumentos aplicados en el estudio</b>	<b>32</b>
<b>Tabla 7: Estadísticos descriptivos</b>	<b>36</b>
<b>Tabla 8: Análisis correlacional</b>	<b>37</b>
<b>Tabla 9: Análisis de regresión lineal de los procesos de actualización de la memoria de trabajo en la predicción de las capacidades matemáticas</b>	<b>37</b>
<b>Tabla 10: Análisis de regresión ordinal entre las diferentes variables en la predicción del rendimiento académico en matemáticas</b>	<b>38</b>
<b>Tabla 11: Cronograma programa de intervención neuropsicológica</b>	<b>42</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1: Modelo de la memoria de trabajo de Baddeley (2000)</b>	<b>14</b>
<b>Figura 2: Escola La Mitjana Lleida</b>	<b>31</b>
<b>Figura 3: Representación del proceso de mediación de Baron y Kenny (1986)</b>	<b>35</b>

# ***1\_Introducción***

## ***1.1\_Justificación y problema***

Del informe PISA (Instituto de Evaluación, 2012) se extrae que, España, en el área de matemáticas, se encuentra por debajo de la media europea. Este hecho constata la necesidad, de la sociedad actual y, en concreto, de nuestro sistema educativo, de encontrar mecanismos efectivos para aumentar la capacidad del alumnado en matemáticas.

Las causas del fracaso y el bajo rendimiento escolar son múltiples, y más aún para las matemáticas. A nivel familiar, el consumo de drogas durante el embarazo (Piper, Gray y Birkett, 2012), el consumo de alcohol y otras drogas durante el crecimiento y desarrollo del menor (Solis, Shadur, Burns y Hussong, 2013; Torvik, Rognmo, Ask, Roysamb y Tambs, 2011) y los estilos educativos negativos de los progenitores (Weiss y Schwarz, 1996) son algunas. A nivel psicológico, las principales variables asociadas son los trastornos psicológicos (Suldo, Thalji y Ferron, 2012; Willcutt et al., 2011), los trastornos del desarrollo (Reigosa-Crespo et al., 2012), el bajo nivel de inteligencia (Geary, Hoard y Nugent, 2012), los rasgos de personalidad (Neuenschwander, Cimeli, Röthlisberger y Roebers, 2013), una elevada ansiedad hacia las matemáticas (Karimi y Venkatesan, 2009) y un bajo autoconcepto (Marsh y Martin, 2011).

Recientemente, Buttherworth y Kovas (2013) han propuesto que, de todos los aspectos psicológicos, entender las características neurocognitivas de los trastornos psicológicos y, más concretamente, del aprendizaje, implica mejorar la educación y, por ende, los indicadores educativos globales. En este sentido, cada vez hay más consistencia para afirmar que las diferencias individuales en distintos procesos psicológicos básicos explican parte de la varianza de las competencias matemáticas, como conocimiento de los números, aritmética, geometría, resolución de problemas, etc. (Lefevre et al., 2013; Van der Ven, Kroesbergen, Boom, y Leseman, 2012; Vukovic y Lesaux, 2013; Zheng, Swanson, y Marcoulides, 2011). En concreto, las funciones ejecutivas son las variables psicológicas que se han relacionado de forma más directa con las capacidades matemáticas fundamentales (Andersson y Lyxell, 2007; Passolunghi y Mammarella, 2012; Passolunghi y Siegel, 2004; Wilson y Swanson, 2001).

La memoria de trabajo es el principal proceso que aglutina la mayoría de las funciones ejecutivas (Friso-van den Bos, Van der Ven, Kroesbergen y Van Luit, 2013) gracias al ejecutivo central. Miyake et al. (2000), proponen que habría tres funciones ejecutivas básicas que se producirían

básicamente gracias a la memoria de trabajo: inhibición, flexibilidad y actualización de la información. Friso-van den Bos et al. (2013) exponen algunos ejemplos de cómo estos tres subprocesos se relacionan con las matemáticas. Por ejemplo, en la resolución de problemas, muchas veces, se ha de ignorar la información irrelevante (inhibición), es necesario ir cambiando entre diferentes operaciones y estrategias (flexibilidad) y, finalmente, hemos de retener los resultados parciales que vamos obteniendo mientras estamos procesando nueva información para integrar después todos los resultados al final del problema (actualización de la información). En su reciente meta-análisis, Friso-van den Bos et al. (2013) han mostrado que los dos principales sistemas y procesos de la memoria de trabajo que se relacionan con las matemáticas son, la actualización de información lingüística y la actualización de información visoespacial.

Así, sería importante saber cuál de los dos procesos de actualización (lingüístico y visoespacial) es el más relevante para las capacidades matemáticas. De esta forma, y según los resultados obtenidos, se podrían plantear metodologías más concretas de intervención para potenciar estos procesos de la memoria de trabajo y, por tanto, las capacidades matemáticas. Además, puede ser relevante demostrar que la memoria de trabajo no solo está relacionada con la capacidad matemática, sino que esta relación predictiva se generaliza al éxito académico en matemáticas.

Para ello se estudiaron las relaciones entre el proceso de actualización lingüística y de actualización visoespacial de la memoria de trabajo (con una tarea *Keep Track Task*), las capacidades matemáticas y en rendimiento académico en matemáticas. Se utilizó una metodología no experimental correlacional. Concretamente, se abordaron aspectos relacionales con el objetivo de analizar la relación entre diferentes variables (proceso de actualización lingüística y de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, capacidades matemáticas y rendimiento académico en matemáticas), y aspectos predictivos con el fin de observar la capacidad predictora de unas variables sobre otras.

## **1.2\_Objetivos generales y específicos**

Los objetivos que persiguió la investigación fueron los siguientes:

### Objetivo general:

Relacionar los procesos de actualización de la memoria de trabajo con las capacidades matemáticas y el rendimiento académico en matemáticas en alumnado de segundo y tercero de primaria.

Objetivos específicos:

Analizar la relación de los procesos de actualización visoespacial y de actualización lingüística de la memoria de trabajo con la capacidad matemática.

Analizar la relación de los procesos de actualización visoespacial y de actualización lingüística con el rendimiento académico en matemáticas.

Estudiar la relación entre la capacidad matemática y el rendimiento académico en matemáticas.

Estudiar la mediación de la capacidad matemática con respecto a la relación entre los procesos de actualización visoespacial y actualización lingüística de la memoria de trabajo con el rendimiento académico en matemáticas

Diseñar una intervención para mejorar los procesos de actualización lingüística y de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, a nivel neuropsicológico y educativo, para favorecer una mayor capacidad matemática y obtener un mejor rendimiento académico en matemáticas.

## ***2\_Marco Teórico***

### ***2.1\_Introducción***

El informe PISA (Instituto de Evaluación, 2012) propone que los pilares de la educación en Europa y, por tanto, en España, son los conocimientos y destrezas en las áreas de matemáticas, lectura y ciencias. Concretamente, PISA 2012, se centra en la evaluación del área de matemáticas, a la cual se destina dos tercios del tiempo de la prueba. Este informe muestra que, en las diferentes áreas de evaluación, y especialmente en matemáticas, España estaría por debajo de la media europea. Por tanto, encontrar mecanismos efectivos para aumentar la capacidad del alumnado en matemáticas es un reto de la actual sociedad en su conjunto y, en concreto, de nuestro sistema educativo.

Las causas del fracaso y el bajo rendimiento escolar son múltiples, y más aún para las matemáticas. Se ha encontrado que, a nivel familiar, el consumo de drogas durante el embarazo (Piper et al., 2012), el consumo de alcohol y otras drogas durante el crecimiento y desarrollo del menor (Solis et al., 2013; Torvik et al., 2011) y los estilos educativos negativos de los progenitores (Weiss y Schwarz, 1996) son algunas de éstas. A nivel psicológico, las principales variables asociadas al fracaso o al bajo rendimiento escolar en matemáticas son los trastornos psicológicos (Suldo et al., 2011; Willcutt et al., 2013), los trastornos del desarrollo (Reigosa-Crespo et al., 2012), el bajo nivel de inteligencia (Geary et al., 2012), los rasgos de personalidad (Neuenschwander et al., 2013), una elevada ansiedad hacia las matemáticas (Karimi y Venkatesan, 2009) y un bajo autoconcepto (Marsh y Martin, 2010).

Recientemente, Buttherworth y Kovas (2013) han propuesto que, de todos los aspectos psicológicos, entender las características neurocognitivas de los trastornos psicológicos y, más concretamente, del aprendizaje, implicaría mejorar la educación y, por ende, los indicadores educativos globales. En este sentido, cada vez hay más consistencia para afirmar que las diferencias individuales en distintos procesos psicológicos básicos explican parte de la varianza de las capacidades matemáticas, como conocimiento de los números, aritmética, geometría, resolución de problemas, etc. (Lefevre et al., 2013; Van der Ven et al., 2012; Vukovic y Lesaux, 2013; Zheng et al., 2011).

En concreto, las funciones ejecutivas son las variables psicológicas que se han relacionado de forma más directa con las capacidades matemáticas fundamentales (Andersson y Lyxell, 2007; Passolunghi y Mammarella, 2012; Passolunghi y Siegel, 2004; Wilson y Swanson, 2001). Estas fun-

ciones las podemos entender como un compendio de procesos cognitivos que incluyen las habilidades para dirigir la conducta hacia un objetivo, la capacidad de inhibir la atención de la información irrelevante, el cambio entre tipologías diferentes de estrategias de respuesta, así como la correcta actualización de la información (Best y Miller, 2010). Este trabajo se centró, fundamentalmente en estudiar los procesos de actualización de la información de la memoria de trabajo.

## **2.2\_Memoria de trabajo**

La memoria de trabajo es el principal proceso que aglutina la mayoría de las funciones ejecutivas (Friso-van den Bos et al., 2013). El modelo de Baddeley (Baddeley y Hitch, 1974; Baddeley, 2000) es el que se ha consolidado como modelo teórico de referencia de la memoria de trabajo. La propuesta básica del modelo de Baddeley (Baddeley y Hitch, 1974) consiste en considerar a la memoria de trabajo como un sistema de múltiples componentes coordinados entre sí y en el que intervienen diferentes procesos psicológicos básicos.

En una primera aproximación a la descripción de la memoria de trabajo, Baddeley y Hitch (1974) proponen que ésta estaría conformada por dos componentes especializados en el almacenamiento de la información y un tercero que tiene la función básica de coordinar a los otros dos. Los dos primeros componentes se diferencian porque están especializados en tipos de información diferente. Uno de ellos, el bucle fonológico, funciona únicamente con información lingüística, tanto auditiva (como escuchar cuando nos dicen alguna cosa) como escrita (cuando leemos). El otro recibe el nombre de agenda visoespacial, y está especializado en el mantenimiento de la información visual y espacial no lingüística. La característica común que tienen estos dos componentes es que únicamente se encargan de mantener la información dentro del almacén para que no se pierda y, por tanto, que no se olvide. Para ello es necesario que se den dos procesos en cada uno de los componentes, el de almacenamiento y el de repaso. El proceso de almacenamiento se encarga de retener la información y, el de repaso, ayuda a mantenerla a través de la repetición de la misma. Finalmente, el tercer componente, el ejecutivo central, es el que se encarga de realizar la tarea de trabajo de procesar la información. Este último se considera, más bien, un elemento atencional (Baddeley y Hitch, 1974). Posteriormente Baddeley (2000) introduce un cuarto componente denominado tampón episódico para explicar el procesamiento de la información episódica (Figura 1)

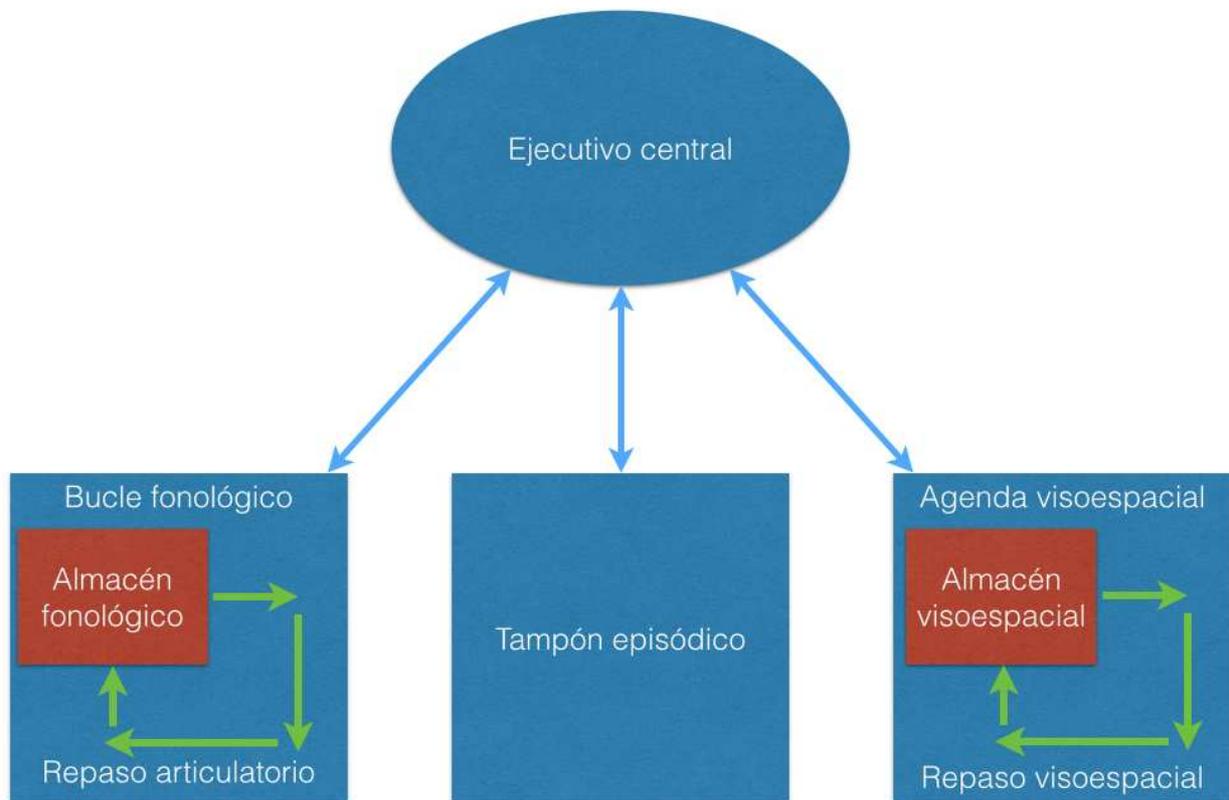


Figura 1. Modelo de la memoria de trabajo de Baddeley (2000)

Miyake et al. (2000), realizan un trabajo seminal en el que se entiende la memoria de trabajo como el principal proceso psicológico que pone en marcha las funciones ejecutivas. Esto es debido a la acción coordinada entre el ejecutivo central y los dos componentes especializados en el almacenamiento de la información. Así, Miyake et al. (2000), proponen que hay tres funciones ejecutivas básicas que se producen gracias a la memoria de trabajo: inhibición, flexibilidad y actualización de la información (Tabla 1).

Tabla 1. Descripción de las tres funciones ejecutivas básicas de la memoria de trabajo (Miyake et al., 2000)

FUNCIÓN EJECUTIVA	DESCRIPCIÓN	TAREAS DE MEDICIÓN
Inhibición	Inhibición consciente de respuestas dominantes o automáticas cuando es necesario realizar un proceso más controlado	<i>Stroop</i> <i>Go-no-go</i>
Flexibilidad	Cambio de un set de respuesta que deja de ser relevante a un set de respuesta que pasa a ser relevante.	Clasificación de tarjetas de Wisconsin <i>Trail Making Test</i>
Actualización de la información	Codificación de información entrante para compararla con la información previa y almacenar la más relevante, que habitualmente es la más actual	<i>N-Back</i> <i>Keep Track Task</i>

Entender estas tres funciones ejecutivas en las que se asienta la memoria de trabajo es importante ya que, según Miyake et al (2000), son la base para desarrollar funciones ejecutivas más complejas, como por ejemplo, la planificación o la toma de decisiones.

### 2.2.1 Base neuropsicológica de la memoria de trabajo

En una revisión publicada en *Nature Reviews Neuroscience* (2003), Baddeley resume los hallazgos encontrados en estudios de neuroimagen y en estudios neuropsicológicos de disociación sobre las bases neuropsicológicas de la memoria de trabajo. Según estos hallazgos, habría una mayor especialización del hemisferio izquierdo con respecto a la información lingüística y del hemisferio derecho con respecto a la información visoespacial. En la Tabla 2 se explicitan las áreas concretas que Baddeley (2003) propone para cada uno de los componentes de su modelo de memoria de trabajo.

Tabla 2. *Regiones cerebrales relacionadas con la memoria de trabajo (Baddeley, 2003)*

COMPONENTE	PROCESO	REGIÓN CEREBRAL
Bucle fonológico	Almacenamiento fonológico	Lóbulo temporoparietal izquierdo (área de Broadman 40)
	Repaso articulatorio	Área de Broca del hemisferio izquierdo (área de Broadman 6/44) y la región parietal medial izquierda (área de Broadman 7/44)
Agenda visoespacial	Almacenamiento visoespacial	Córtex occipital extraestriado anterior del hemisferio derecho (área de Broadman 19)
	Repaso visoespacial	Córtex parietal (área de Broadman 40), el córtex premotor (área de Broadman 6) y el córtex frontal inferior (área de Broadman 47) del hemisferio derecho
Ejecutivo central		Lóbulo frontal de los dos hemisferios cerebrales.

Con respecto al tampón episódico, Baddeley (2003), plantea que su inclusión en el modelo se basa en estudios conductuales y, por tanto, no existe suficiente investigación para proponer bases neuropsicológicas.

Sobre el ejecutivo central, las evidencias que existen son que hay una activación bilateral en tareas de memoria de trabajo que demandan la actividad de este componente. Por ejemplo, en estudios en los que se ha utilizado la tarea N-Back para evaluar la función ejecutiva de actualización de la información lingüística se ha encontrado que, además de activarse el área de Broca del hemisferio izquierdo (área de Broadman 6/44) y la región parietal medial izquierda (área de Broadman 7/44), que son propias del proceso de repaso articulatorio del bucle fonológico, se activa la región prefrontal dorsolateral bilateral (área de Broadman 9/46) (Baddeley, 2003)

Sin embargo, existen investigaciones que muestran que la memoria de trabajo no es un sistema unitario, y que para entender las bases neuropsicológicas de la misma no hay que hablar tanto de regiones específicas sino de redes que incluyen siempre la activación de la corteza prefrontal (D'Esposito, 2007). Por ejemplo, en una reciente investigación Manelis y Reder (2014) encuentran una red formada por 18 regiones cerebrales corticales y subcorticales que incrementan su activación y 17 regiones adicionales, también corticales y subcorticales, que decrecen su activación, en

una tarea de la función ejecutiva de actualización de la información lingüística. Estos datos evidencian la complejidad del funcionamiento del cerebro en la memoria de trabajo.

### *2.2.2 Base educativa de la memoria de trabajo*

Como se ha visto hasta el momento, la memoria de trabajo se define como un sistema de múltiples componentes coordinados entre sí y en el que intervienen diferentes procesos psicológicos básicos. Este hecho se evidencia, además, en la complejidad observada a nivel cerebral. Dicha complejidad parece afectar, a diferentes niveles, en el entorno educativo. Alloway (2006) propone que la importancia de la memoria de trabajo en el aula radica, especialmente, en que es importante para aquellas actividades que requieren almacenar la información y procesarla al mismo tiempo. Por ejemplo, si un profesor pide al alumnado que identifique qué palabras riman después de leer cuatro versos, el alumnado tendrá que ir escuchando atentamente todas las palabras que conforman los versos, tendrá que almacenarlas en la memoria de trabajo, al mismo tiempo que va comparando qué palabras riman entre sí, y tendrá que almacenar la respuesta, también en la memoria de trabajo, para ofrecérsela al profesor cuando la demande. Por tanto, la memoria de trabajo no es tan importante por el almacenaje en sí de la información sino por tener, también, que estar procesándola.

Se trata, pues, de un proceso importante de comprender ya que, al estar interviniendo diferentes procesos psicológicos básicos, puede prestarse a confusión. Tal y como han comprobado Gathercole y Alloway (2004), en un estudio realizado con una muestra de niños en los que se detectaron, específicamente, problemas en la memoria de trabajo verbal, los autores han indicado que el profesorado interpretaba, que este grupo de alumnado, tenía problemas atencionales y motivacionales próximos al TDAH. Sin embargo, se comprobó mediante las escalas pertinentes estándar, que ninguno de estos niños tuviera ningún problema psicopatológico sino dificultades en el procesamiento de la información al mismo tiempo que debían almacenarla. Por tanto, la memoria de trabajo es un componente importante a valorar, ya que puede prestarse a confusión con otros trastornos y afectar en diferentes momentos a diferentes tareas.

Alloway (2006) y Gathercole y Alloway (2007) proponen que los niños que tienen dificultades en la memoria de trabajo, pueden presentar fallos comunes en actividades como:

1. Olvidar instrucciones largas y complejas a pesar de que se repitan.
2. Mostrar errores al tener que utilizar al mismo tiempo almacenamiento y procesamiento de la información.

3. Mostrar dificultades en recordar hechos o procedimientos, como por ejemplo, aprender vocabulario nuevo.
4. Mostrar una lenta recuperación de la información.
5. Mostrar poca atención a los detalles, como por ejemplo, en un dictado, empezar a escribir una frase y quedarse bloqueado porque no se recuerda lo que sigue.
6. Mostrar dificultades a la hora de seguir los pasos de las instrucciones pautadas.
7. Mostrar dificultades para comenzar tareas, debido a la falta de información o de comprensión de la misma.
8. Mostrar dificultades para ejecutar tareas largas y complejas, abandonándolas sin haberlas finalizado.

Según Alloway (2006), existen dos hipótesis que pueden explicar cómo la memoria de trabajo puede dificultar el aprendizaje:

1. La memoria de trabajo proporciona la capacidad de ir integrando información en la memoria a largo plazo al mismo tiempo que se va almacenando y procesando la información a corto plazo. Por tanto si existen dificultades en la memoria de trabajo, se tendrá una limitada habilidad para realizar esta operación en actividades relevantes en el aula.
2. Como la memoria de trabajo es un proceso básico que se necesita para realizar tareas que requieren procesos superiores, funcionaría como un cuello de botella. De tal forma que si no funciona bien, el resto de procesos superiores no pueden funcionar adecuadamente.

Gathercole y Alloway (2007) proponen que los niños con dificultades de aprendizaje pueden tener una baja capacidad en la memoria de trabajo. Por ejemplo, encuentran que el 70% de niños con problemas de aprendizaje de la lectura, tienen puntuaciones bajas en la memoria de trabajo. Y, aunque no todos los niños con necesidades educativas especiales presentan problemas en la memoria de trabajo, se ha visto que existen algunas dificultades de aprendizaje dónde sí se evidencian. Principalmente serían aquellas en las que se observan problemas lingüísticos, en la lectura y en las matemáticas, como en la dislexia y en algunas formas de TDAH.

En resumen, la memoria de trabajo parece estar implicada a diferentes niveles en el aprendizaje. Por tanto sería necesario proponer intervenciones, en el ámbito educativo, que incidan directamente en este proceso psicológico básico.

### *2.2.3 Memoria de trabajo e intervención en el ámbito educativo*

Si, tal y como hemos comentado anteriormente, se asume que la memoria de trabajo es el principal proceso psicológico que pone en marcha las funciones ejecutivas que son la base para desarrollar funciones ejecutivas más complejas, también se debería asumir que entrenándola, se mejoraría no sólo la memoria de trabajo sino también otros componentes que no se han entrenado directamente. Esta presunción se resume en el meta-análisis de Melby-Lervåg y Hulme (2013), donde también se concreta que en este entrenamiento pueden existir dos tipos de trasvase de la mejora:

1. Traslase a habilidades cercanas: mejora de un componente de la memoria de trabajo no entrenado, como por ejemplo, entrenar en actualización de la información lingüística y mejorar en actualización de la información visoespacial.
2. Traslase a habilidades lejanas: mejora de una capacidad no ligada únicamente a la memoria de trabajo, como por ejemplo, entrenar en actualización de la información lingüística y mejorar en capacidades matemáticas.

Además, si se asume que los déficits en la memoria de trabajo pueden ser parte del núcleo de diferentes trastornos evolutivos y del aprendizaje, entonces, mejorando la memoria de trabajo, se deberían de atenuar las dificultades del aprendizaje (Melby-Lervåg y Hulme, 2013).

A nivel empírico, en su meta-análisis, Melby-Lervåg y Hulme (2013), encuentran que existen mejoras a corto plazo en la memoria de trabajo verbal y visoespacial, y un pequeño efecto a largo plazo en la memoria de trabajo visoespacial, cuando se realizan programas de intervención que inciden en la misma. En cuanto al trasvase a habilidades lejanas, no encuentran evidencia de que se produzcan mejoras en otro tipo de competencias no ligadas únicamente a la memoria de trabajo, tanto a corto como a largo plazo.

En base a la literatura existente hasta el 2007, Alloway (2006) y Gathercole y Alloway (2007), consideran que no existía suficiente evidencia empírica de que mejore la memoria de trabajo ni de que exista un trasvase a otras habilidades tras su entrenamiento. Sin embargo, consideran que igualmente existe mucho trabajo por hacer para que los niños con problemas en la memoria de trabajo puedan mejorar en esta faceta. Esta es la razón por la que proponen una serie de recomendaciones que se pueden introducir en el aula y que implican, a nivel general, gestionar la carga de

memoria de trabajo del alumnado para que el procesamiento de la información sea más efectivo. Más específicamente, las recomendaciones son:

1. Entrenar a los profesionales de la educación en el reconocimiento de fallos en la memoria de trabajo. Éstos son los que aparecen listados en el apartado anterior, como por ejemplo, olvidar instrucciones largas y complejas a pesar de que se repitan, mostrar errores al tener que utilizar al mismo tiempo almacenamiento y procesamiento de la información, etc.
2. Monitorizar al alumnado realizando una observación sistemática de su ejecución en las tareas. Si se observan dificultades se debe repetir la información, dividir las instrucciones en componentes más pequeños para minimizar la carga de memoria e instruir y motivar al niño a pedir información cuando la necesite.
3. Evaluar las demandas de la memoria de trabajo de todas las actividades de aprendizaje.
4. Reducir la carga de memoria de trabajo de las actividades, si se considera necesario. Esto puede realizarse teniendo en cuenta diferentes aspectos:
  - a. Reducir la cantidad general de material que se debe memorizar.
  - b. Utilizar materiales significativos y familiares para el alumnado.
  - c. Simplificar las estructuras gramaticales de las frases.
  - d. Reducir las demandas de procesamiento de la información de las actividades.
  - e. Ejecutar las tareas que requieren múltiples pasos en secuencias independientes.
  - f. Enseñar al niño a utilizar recursos materiales externos que le ayuden a memorizar.
5. Considerar en todo momento que las demandas de procesamiento de la información incrementan la carga de trabajo.
6. Repetir la información importante frecuentemente. Además, se puede solicitar al alumnado la verbalización de la misma para asegurarse de que la recuerda.
7. Enseñar a utilizar estrategias de memorización como por ejemplo reglas mnemotécnicas o la repetición de la información para mantenerla en el almacén de memoria.

En resumen, a pesar de que existe escasa evidencia de que entrenar la memoria de trabajo mejora otras capacidades importantes en el entorno educativo, sí existen determinadas acciones que se pueden incluir en el aula y que ayudan a disminuir los problemas de aprendizaje que puedan tener los niños con dificultades en la memoria de trabajo.

### **2.3\_ Capacidades matemáticas**

Según Geary (2007), actualmente existe evidencia de que el ser humano posee unas capacidades cuantitativas básicas que también se pueden encontrar en otras especies animales. Todas ellas suponen una habilidad implícita no consciente y con una carga biológica importante. Estas capacidades quedarían definidas del siguiente modo:

1. Numerosidad (*Numerosity*): habilidad de determinar, sin contar y de forma precisa, un máximo de tres o cuatro elementos presentados.
2. Ordinalidad (*Ordinality*): capacidad para detectar cuál de dos conjuntos, de tres o cuatro elementos a lo sumo, es mayor o menor en número.
3. Cálculo (*Counting*): capacidad para numerar y contar pequeños grupos de ítems mediante un sistema no verbal.
4. Aritmética simple (*Simple Arithmetic*): sensibilidad para detectar incrementos y decrementos en la cantidad de un conjunto formado por pocos elementos.
5. Estimación (*Estimation*): valoración de cantidades, magnitudes y tamaños relativos.
6. Geometría (*Geometry*): comprensión de la forma y de las relaciones espaciales.

Para poder definir las capacidades matemáticas en su globalidad, es necesario, añadir, a estas capacidades innatas, otras que vamos aprendiendo en el transcurso de nuestra vida. Éstas serían la aritmética, la geometría, la resolución de problemas, etc., y se asientan sobre las capacidades matemáticas biológicas que se acaban de comentar.

Según Orrantia (2006), para realizar este aprendizaje más complejo, es necesario desarrollar unas capacidades matemáticas básicas, tal y como describen Gelman y Gallistel (1978; citado en Orrantia, 2006):

1. El conteo verbal: capacidad de recuento consciente y con significado. Para desarrollar esta habilidad es necesario que se den cinco principios:

- a. Principio de correspondencia 1-a-1: saber que un elemento de un conjunto es una unidad y sólo una.
  - b. Principio de orden: ser capaz de situar los objetos secuencialmente de forma coherente.
  - c. Principio de cardinalidad: saber reconocer que la última etiqueta define la cantidad total de elementos que tiene un conjunto.
  - d. Principio de abstracción: ser capaz de aplicar todos los principios mencionados a cualquier tipo de conjunto.
  - e. Principio de irrelevancia: entender que no importa la secuencia de enumeración de un conjunto de elementos para el resultado final.
2. Conocimiento relacional caracterizado por los esquemas protocuantitativos que han sido definidos por Resnick (1989; 1992; citado en Orrantia, 2006):
- a. Esquema protocuantitativo de comparación: expresión lingüística, sin precisión numérica, de cantidades, tamaños y magnitudes, como por ejemplo, “más-menos”.
  - b. Esquema protocuantitativo de incremento-decremento: independientemente de la distribución espacial de los elementos de un conjunto, capacidad de detectar si se le añaden o se le eliminan.
  - c. Esquema protocuantitativo de parte-todo: saber distinguir entre la parte y el todo y saber que una forma parte de la otra.

La unión del conteo verbal y los esquemas protocuantitativos, serán la base para desarrollar las capacidades matemáticas básicas necesarias para ejecutar sumas y restas, y que son la precursoras del desarrollo de capacidades matemáticas más complejas.

### *2.3.1 Base neuropsicológica de las capacidades matemáticas*

En una revisión publicada por Ashkenazi, Black, Abrams, Hoefft y Menon (2013) se resumen los hallazgos encontrados en estudios realizados en niños, adultos y primates no humanos, sobre las bases cerebrales de las capacidades matemáticas. En general, se ha encontrado que las capacidades más básicas implican la activación de regiones del córtex parietal posterior bilateral y del córtex

ventral occipitotemporal del hemisferio izquierdo. Sin embargo, cuando se requieren capacidades matemáticas más complejas, se activan múltiples regiones del córtex prefrontal bilateral que están relacionadas con las funciones ejecutivas. Además, en las tareas aritméticas que requieren el recuerdo de diferentes reglas se activan áreas tradicionalmente asignadas al lenguaje. En la Tabla 3 se explicitan las áreas concretas que se activan cuando realizamos diferentes operaciones relacionadas con las capacidades matemáticas.

Tabla 3. *Áreas cerebrales relacionadas con las capacidades matemáticas (Ashkenazi et al., 2013)*

<b>CAPACIDAD MATEMÁTICA</b>	<b>REGIÓN CEREBRAL</b>
Representación aproximada de cantidades	Surco intraparietal bilateral del córtex parietal posterior
Realización de tareas numéricas simples	Giro fusiforme izquierdo del córtex ventral occipitotemporal
Realización de tareas numéricas que requieren recuerdo de información y atención sostenida	Giro frontal inferior bilateral del córtex prefrontal.
Realización de tareas numéricas en múltiples pasos	Giro frontal medial bilateral del córtex prefrontal
Monitorización de errores en tareas aritméticas	Cortex cingulado anterior bilateral del córtex prefrontal
Recuerdo de reglas matemáticas	Cortex temporoparietal izquierdo y giro frontal inferior izquierdo

A nivel evolutivo no todas las áreas tienen la misma relevancia. Así, por ejemplo, Ashkenazi et al (2013), proponen que, a medida que vamos aprendiendo y practicando los conocimientos matemáticos, hay una menor dependencia de las funciones ejecutivas. Por tanto, la activación de los núcleos frontales decrece con la edad, mientras que la activación de las regiones más posteriores del cerebro, incrementan con la práctica.

### *2.3.2 Base educativa de las capacidades matemáticas*

En la literatura científica de corte neuropsicológico se utiliza el término de capacidades matemáticas para hacer referencia a una serie de procesos mentales que se dan y son necesarios para desarrollar el pensamiento matemático. Éstos son todos los que se han comentado en los apartados

anteriores. Sin embargo, en el ámbito educativo, tanto la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, como los decretos que se derivan de ella en todas las comunidades autónomas y que ordenan las enseñanzas en las diferentes autonomías, hablan de competencias matemáticas para hacer referencia a estas capacidades matemáticas, entre otras.

Concretamente, en Cataluña, donde se desarrolla el presente estudio, el *Departament d'Ensenyament de la Generalitat*, ha editado un documento en el que se establecen las competencias matemáticas básica para la etapa de educación primaria. Se trata de diez competencias que vienen definidas por catorce contenidos clave y que quedan agrupadas en 4 dimensiones: resolución de problemas, razonamiento y prueba, establecimiento de conexiones y comunicación, y representación (Direcció General d'Educació Infantil i Primària, 2013). Lo que se extrae de este documento es que el aprendizaje y consolidación de los contenidos clave repercutirá en la adquisición de las competencias matemáticas necesarias que se establecen en el sistema educativo español. Por tanto, las capacidades matemáticas que se evaluaron en el presente estudio estarían relacionadas con algunos de los contenidos clave de las competencias que se describen en dicho documento, como son: relación entre números, sistema de numeración decimal, cálculo, equivalencias, magnitudes medibles y unidades estándar. Así pues, se puede establecer que el trabajar estas capacidades matemáticas fortalecerá esta relación y repercutirá en el rendimiento académico en matemáticas del alumnado.

Además, hay que considerar que estas capacidades matemáticas básicas son el foco de atención de los criterios a la hora de diagnosticar trastornos del aprendizaje específico para las matemáticas, tal y como se indica en el manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales en su quinta edición (American Psychiatric Association, 2013) (Tabla 4)

Tabla 4. *Criterios diagnósticos del trastorno del aprendizaje específico para las matemáticas (American Psychiatric Association, 2013)*

315.1 (F81.2)_TRASTORNO DEL APRENDIZAJE ESPECÍFICO PARA LAS MATEMÁTICAS
<p>a) Presentar dificultades en la aprendizaje y en el uso de habilidades académicas relacionadas con:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Numerosidad.</li> <li>2. Memorización de hechos aritméticos.</li> <li>3. Cálculo fluido o exacto.</li> <li>4. Razonamiento matemático exacto.</li> </ol> <p>Estas dificultades deben ser persistentes al menos durante seis meses a pesar de las intervenciones que se hayan realizado.</p> <p>b) Las habilidades académicas afectadas tienen que estar sustancial y cuantificablemente por debajo de lo esperado en la edad cronológica del individuo y causar una interferencia significativa académica u ocupacional, o en actividades de la vida diaria.</p> <p>c) Las dificultades del aprendizaje comienzan en los años escolares y puede que no se manifiesten completamente hasta que no haya una demanda que supere las capacidades individuales.</p> <p>d) Las dificultades del aprendizaje no deben ser explicadas por otros trastornos intelectuales, dificultades visuales y/o auditivas, otros trastornos neurológicos o mentales, situaciones de adversidad psicosocial, por la falta de una adquisición adecuada de la lengua de instrucción académica o por una instrucción educativa inadecuada.</p>

Actualmente existen cuatro hipótesis básicas para explicar cuál es el componente nuclear que tienen afectado las personas con trastornos y/o dificultades en las matemáticas. Según Ashkenazi et al (2013), estas son:

1. Existencia de trastornos en las capacidades matemáticas básicas biológicas, como la numerosidad, la ordinalidad, etc.
2. Dificultades en la relación entre las representaciones cuantitativas internas y los símbolos lingüístico-matemáticos.
3. Problemas en funciones ejecutivas básicas como la memoria de trabajo.
4. Una combinación de las anteriores.

Por tanto, estudiar las capacidades matemáticas es importante dentro del sistema educativo, tanto para el aprendizaje normal y la adquisición de competencias matemáticas necesarias, como para la detección, diagnóstico e intervención adecuada en estudiantes con dificultades y/o con trastornos del aprendizaje de las matemáticas.

### *2.3.3\_ Capacidades matemáticas e intervención en el ámbito educativo*

A nivel de intervención, muchos de los estudios que investigan el tratamiento de dichas dificultades, se centran en estudiantes con trastornos del aprendizaje, aunque en algunos casos se plantean también intervenciones en la población general, con el objetivo de potenciar las capacidades matemáticas básicas en todo el alumnado.

Gersten et al. (2009), en su meta-análisis, hace una revisión de estudios centrados en el uso de diferentes técnicas instruccionales en niños con trastornos del aprendizaje. En concreto, agrupan las técnicas instruccionales en tres:

1. Uso de aproximaciones pedagógicas concretas para mejorar la instrucción en matemáticas, como por ejemplo:
  - a. Utilizar instrucciones explícitas.
  - b. Utilizar heurísticos.
  - c. Potenciar la verbalización, por parte del estudiante, de su razonamiento matemático.
  - d. Utilizar representaciones visuales en la resolución de problemas.
  - e. Tener una estrategia adecuada de ejemplos, que implica ir variándolos (de más concretos a más abstractos y utilizar ejemplos familiares y significativos)
2. Uso de diversas estructuras organizativas y de actividades en el aula, como por ejemplo:
  - a. Aprendizaje por pares
  - b. Tutorización entre alumnado de diferentes edades.
3. Uso de evaluaciones formativas para potenciar la instrucción:
  - a. Proveer al profesorado de retroalimentación sobre el progreso del estudiantado.

b. Darle al estudiantado retroalimentación sobre objetivos a alcanzar.

Después de revisar 42 investigaciones, Gersten et al. (2009), encuentran los resultados que se describen en la Tabla 5:

Tabla 5. Variables e instrumentos aplicados en una revisión de estudios centrados en el uso de diferentes técnicas instruccionales en niños con trastornos del aprendizaje (Gersten et al., 2009)

AGRUPACIONES DE TÉCNICAS INSTRUCCIONALES	TÉCNICAS INSTRUCCIONALES	TAMAÑO DEL EFECTO
Uso de aproximaciones pedagógicas concretas para mejorar la instrucción en matemáticas	Uso de instrucciones explícitas	1,22***
	Uso de heurísticos	1,56***
	Potenciación de la verbalización del razonamiento matemático	1,04***
	Uso de representaciones visuales en la resolución de problemas	0,47***
	Uso de una estrategia de ejemplos variados	0,82***
Uso de diversas estructuras organizativas y de actividades en el aula	Aprendizaje por pares	0,14
	Tutorización entre alumnado de diferentes edades	1,02***
Uso de evaluaciones formativas para potenciar la instrucción	Proveer al profesorado de retroalimentación sobre el progreso del estudiantado	0,23**
	Darle al estudiantado retroalimentación sobre objetivos a alcanzar	0,21*

Nota. El tamaño del efecto se interpreta de acuerdo a la propuesta de Cohen (1992) de tal forma que valores entre 0 y 0,20 indican un tamaño del efecto pequeño, valores entre 0,20 y 0,80 indican un tamaño del efecto medio, y valores por encima de 0,80 se consideran un tamaño del efecto alto. \*  $p < 0,05$  \*\*  $p < 0,01$  \*\*\*  $p < 0,001$

Tal y como se observa en la tabla, todas las técnicas instruccionales, excepto una, parecen adecuadas para potenciar las capacidades matemáticas. Sin embargo, algunas de ellas parecen ser especialmente relevantes, como son, el uso de instrucciones explícitas, el uso de heurísticos, la potenciación de la verbalización del razonamiento matemático, el uso de una estrategia de ejemplos variados y la tutorización entre alumnado de diferentes edades.

Además, Gersten et al. (2009), han comprobado la significación que pueden tener estas técnicas instruccionales al usarlas de manera combinada. Lo que han observado es que, en la mayoría de los estudios, aparecen tres técnicas como las más relevantes: el uso de instrucciones explícitas, el uso de heurísticos y la tutorización entre alumnado de diferentes edades.

Por otro lado, también existen otro tipo de aproximaciones pedagógicas que intentan potenciar el aprendizaje de manera general, como son el uso de videojuegos. En su meta-análisis, Vogel et al. (2006), observan que el uso de estas tecnologías promueve el aprendizaje en general de forma significativa, incluyendo el aprendizaje de las matemáticas. Más recientemente, Kebritchi, Hirumi y Bai (2010), aplicando un videojuego específico sobre las matemáticas en estudiantes de la educación obligatoria, han mostrado que el uso de esta tecnología tanto en el aula de informática como en el aula normal, incrementa las capacidades matemáticas y la motivación por las matemáticas. De esta forma, incidiendo en este componente motivacional, se podría esperar que el alumnado adquiriera mejor los conocimientos matemáticos que utilizando estrategias más tradicionales.

## ***2.4\_ Relación entre memoria de trabajo y capacidades matemáticas***

Como se ha apuntado anteriormente, Ashkenazi et al (2013), plantea que una de las posibles hipótesis para explicar las dificultades en matemáticas, puede ser el tener problemas en funciones ejecutivas básicas como la memoria de trabajo. Esta hipótesis tiene relevancia empírica, ya que existen diversos estudios que relacionan la memoria de trabajo con las capacidades matemáticas.

Friso-van den Bos et al. (2013) exponen algunos ejemplos de cómo las tres funciones ejecutivas básicas que se producen gracias a la memoria de trabajo, la inhibición, la flexibilidad y la actualización de la información, se relacionan con las matemáticas. Por ejemplo, en la resolución de problemas, muchas veces, se ha de ignorar la información irrelevante (inhibición), es necesario ir cambiando entre diferentes operaciones y estrategias (flexibilidad) y, finalmente, hemos de retener los resultados parciales que vamos obteniendo mientras estamos procesando nueva información para integrar después todos los resultados al final del problema (actualización de la información). En este reciente meta-análisis, Friso-van den Bos et al. (2013) muestran que las principales relaciones entre memoria de trabajo y matemáticas se encuentran entre los 4 y los 12 años. Además, encuentran que los principales componentes y funciones ejecutivas básicas de la memoria de trabajo que se relacionan con las matemáticas son, en orden de importancia, la actualización de información lingüística, la actualización de información visoespacial, la agenda visoespacial, el bucle fonológico y, finalmente, la inhibición y la flexibilidad. Pero, estos datos, contrastan con la cantidad

de investigaciones que apuntan a que es el componente visoespacial, y no tanto el componente lingüístico de la memoria de trabajo, el que predeciría mejor las capacidades matemáticas (Raghubar, Barnes y Hecht, 2010).

Así, sería importante saber cuál de los dos procesos de actualización de la información (lingüístico o visoespacial) es el más relevante para las capacidades matemáticas. De esta forma, y según los resultados obtenidos, se podrían plantear metodologías más concretas de intervención para potenciar estos procesos de la memoria de trabajo y, por tanto, las capacidades matemáticas.

Además, teniendo en cuenta estos resultados, se podría esperar que, el estudiantado que tuviese más capacidad de memoria de trabajo, además de tener mejor capacidad matemática, mostrara también un mejor rendimiento académico en la asignatura de matemáticas.

Como ya hemos visto, en el ámbito educativo, para adquirir las competencias matemáticas es necesario desarrollar unos conocimientos clave que serían el análogo de las capacidades matemáticas que estamos evaluando. Por tanto, el hecho de tener más conocimientos clave aumentará nuestras competencias matemáticas y por tanto se verá reflejado en el rendimiento académico. Así, puede ser relevante demostrar que la memoria de trabajo no solo está relacionada con la capacidad matemática, sino que esta relación predictiva se generaliza al rendimiento académico en matemáticas.

Sin embargo, sería esperable que la memoria de trabajo no se asocie de igual forma a las capacidades matemáticas y al rendimiento académico en matemáticas. La variable más proximal al rendimiento académico son las capacidades matemáticas básicas. Así, la memoria de trabajo es considerada una variable más distal. De esta forma, sería esperable que la posible relación entre la memoria de trabajo y el rendimiento académico se explique por los efectos que la memoria de trabajo tiene sobre las capacidades matemáticas básicas. Entonces, al evaluar las relaciones entre las tres variables simultáneamente debería resultar en que la relación entre las capacidades matemáticas básicas y el rendimiento académico en matemáticas se mantiene, mientras que la relación entre la memoria de trabajo y el rendimiento académico deja de ser significativa.

Respecto a estos dos últimos resultados hipotetizados, no he encontrado ninguna evidencia científica en estudios anteriores. Por tanto estas hipótesis se basan en la propia lógica que se deriva de la estructura de la normativa en educación y del ejercicio docente, además del propio conocimiento que se tiene de los procesos psicológicos que están a la base de otros componentes más elaborados.

### **3\_Marco Metodológico**

Tal y como se ha comentado anteriormente, en su reciente meta-análisis, Friso-van den Bos et al. (2013) han mostrado que los principales sistemas y procesos de la memoria de trabajo que se relacionan con las matemáticas son, en orden de importancia, la actualización de información lingüística, la actualización de información visoespacial, la agenda visoespacial, el bucle fonológico la inhibición y la flexibilidad.

El presente estudio se centró en comprobar cuál de los dos procesos de actualización de la información (lingüístico y visoespacial) fue el más relevante para las capacidades matemáticas y para el rendimiento académico en la asignatura de matemáticas. Así, se intentó demostrar que la memoria de trabajo no solo estaría relacionada con las capacidades matemáticas, sino que esta relación predictiva se generalizaría al éxito académico en matemáticas.

Por tanto, se estudiaron las relaciones entre las siguientes variables: el proceso de actualización lingüística y el proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, las capacidades matemáticas y en rendimiento académico en matemáticas.

#### **3.1\_Hipótesis de investigación**

Existe una relación predictiva significativa de los procesos de actualización visoespacial y de actualización lingüística de la memoria de trabajo con las capacidades matemáticas.

Existe una relación predictiva significativa de los procesos de actualización visoespacial y de actualización lingüística de la memoria de trabajo con el rendimiento académico en matemáticas.

Existe una relación predictiva significativa de las capacidades matemáticas con el rendimiento académico en matemáticas.

Las capacidades matemáticas median significativamente en la relación de los procesos de actualización visoespacial y actualización lingüística de la memoria de trabajo con el rendimiento académico en matemáticas

#### **3.2\_Diseño**

En cuanto al diseño del presente estudio, se utilizó una metodología no experimental correlacional. Ésta se caracterizaría por la imposibilidad de control de la variable dependiente y la imposibilidad de asignar los sujetos a grupos ni a niveles de variables independientes a éstos.

Los métodos correlacionales permiten estudiar y analizar las relaciones existentes entre diferentes componentes tal y como se producen en la realidad, sin manipular ningún tipo de variable. Concretamente, el presente estudio, abordó aspectos relacionales con el objetivo de analizar la relación entre diferentes variables (proceso de actualización lingüística y de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, capacidades matemáticas y rendimiento académico en matemáticas), y aspectos predictivos con el fin de observar la capacidad predictora de unas variables sobre otras.

### **3.3\_Población y muestra**

Se evaluó, inicialmente, a 104 alumnos del Colegio La Mitjana de Lleida. De estos 104 alumnos sólo se han tenido en consideración los 56 alumnos cuyos padres firmaron el consentimiento informado (Anexo 1). La muestra final estuvo compuesta por 55 alumnos ya que uno de ellos fue eliminado. Éste presentó necesidades educativas especiales y no fue evaluado en el rendimiento académico en matemáticas, por tanto, no se disponía de todas las puntuaciones necesarias para el presente estudio.

Así, de los 55 estudiantes, 29 eran niños de los cuales 12 tenían 7 años, 16 tenían 8 años y 1 tenían 9 años; y 26 eran niñas de las cuales 14 tenían 7 años y 12 tenían 8 años. La media de edad de la muestra fue de 7,55 años con una desviación típica de 0,53 años.

El centro escolar es público (Figura 2) y se encuentra ubicado en una zona de nivel socioeconómico medio. El colegio abarca la enseñanza desde educación infantil hasta tercero de primaria. Este hecho es debido a que se trata de un centro nuevo, por tanto, se van ampliando los cursos conforme la primera promoción va accediendo a cursos superiores. Por tanto, la investigación se llevó a cabo en niños y niñas de segundo y tercero de primaria.



Figura 2. Escola La Mitjana de Lleida. Localización:

<http://hicarquitectura.com/2014/03/mestura-arquitectes-escola-la-mitjana-lleida/>

### 3.4\_ Variables medidas e instrumentos aplicados

Para alcanzar los objetivos planteados en el estudio, se utilizaron diferentes instrumentos para medir diferentes variables, tal y como puede verse en la siguiente tabla.

Tabla 6. Variables medidas e instrumentos aplicados en el estudio

VARIABLE	TIPO DE VARIABLE	INSTRUMENTO APLICADO	OBJETIVO ESPECÍFICO A ALCANZAR
Proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo	Variable Independiente	<i>Keep Track Task</i> : adaptación para niños de primaria de la prueba propuesta por Wilhelm et al. (2013)	1, 2 y 4
Proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo	Variable Independiente	<i>Keep Track Task</i> : adaptación para niños de primaria de la prueba propuesta por Wilhelm et al. (2013)	1,2 y 4
Capacidades matemáticas	Variable Independiente	Adaptación para niños de primaria de la prueba que proponen Alloway y Passolunghi (2011)	3 y 4
	Variable Dependiente		1 y 2
Rendimiento académico	Variable Dependiente	Nota final de la asignatura de matemáticas de cada uno de los alumnos	2, 3 y 4

A continuación se describen, de forma más específica, los instrumentos utilizados:

#### Proceso de actualización lingüística y visoespacial de la memoria de trabajo:

Tanto el proceso de actualización lingüística como el proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, se midieron a través de una tarea *Keep Track Task*. Las dos tareas fueron una adaptación para niños de primaria de la prueba propuesta por Wilhelm, Hildebrandt y Oberauer (2013).

La tarea de actualización lingüística (Anexo 2) constó de 12 ensayos. En cada ensayo se utilizaron estímulos de 2 a 5 categorías semánticas diferentes, dependiendo del nivel de carga de cada ensayo. Las categorías fueron, nombres de persona, animales, frutas y verduras, objetos y países. Se utilizaron palabras que eran familiares para los niños de primaria. Las palabras se presentaban en una pantalla, y permanecían en ella durante 2000ms en los ensayos de nivel de carga 2, 2400ms en los ensayos de nivel de carga 3, 2800ms en los ensayos de nivel de carga 4, y 3000ms en los ensayos de nivel de carga 5. El intervalo de tiempo entre los estímulos fue de 500ms. Los participantes tenían que mirar la pantalla y recordar la última palabra de cada categoría. Después de un número variable e impredecible de momentos de actualización (1-5), se les pedía que escribieran en la hoja de respuestas la última palabra presentada de cada categoría.

La tarea de actualización visoespacial fue similar a la anterior (Anexo 3). Únicamente cambió el tipo de estímulos presentados. En este caso, se proyectaba en la pantalla una matriz de 3x3 posiciones. Cada ensayo consistía en la presentación de caras de diferentes colores. Dependiendo del nivel de carga de cada ensayo, se utilizaron entre 2 y 5 colores diferentes. Al finalizar cada ensayo, el participante tenía que indicar en la hoja de respuestas en qué posición se presenta la última cara de cada color.

#### Capacidades matemáticas y rendimiento académico en matemáticas:

Las capacidades matemáticas básicas se evaluaron utilizando una metodología similar a la que proponen Alloway y Passolunghi (2011). En primer lugar, se evaluó la capacidad para hacer 12 operaciones numéricas básicas (sumas y restas). En segundo lugar, la capacidad de ordenación cuantitativa, en la cual los participantes debían ordenar 8 series de números de mayor a menor. Además, en la tarea de producción numérica se evaluó la capacidad de traducir los números de un tipo de representación a otra (ej., 2 docenas = 24 elementos). En esta tercera tarea se presentaron también 8 producciones. A diferencia de los anteriores autores, y en base a que Friso-van den Bos et al. (2013) muestran que la memoria de trabajo se relaciona de manera más consistente con capacidades matemáticas complejas que con las simples, se añadió una prueba de problemas aritméticos basados en cálculos de similar dificultad a la que se administra a la prueba de operaciones aritméticas simples. En total los participantes tenían que resolver 5 problemas.

Para el rendimiento académico se tuvo en cuenta la nota final de la asignatura de matemáticas de cada uno de los alumnos.

### **3.5\_ Procedimiento**

En primer lugar se administró la hoja de consentimiento informado para que el padre/madre-tutor/a diese la autorización para la participación de su hijo en la investigación. Una vez recibido este documento, se anonimizaron todos los cuestionarios, de tal forma que en ningún documento de investigación conste el nombre de ningún estudiante. Para realizar este paso se asignó un código a cada participante que se añadió a cada hoja de evaluación.

En segundo lugar, la evaluación de los procesos de actualización de la memoria de trabajo y las capacidades matemáticas se realizaron en grupo completo y con la presencia del tutor o tutora del curso. De esta manera se intentó respetar el ambiente de evaluación que el alumnado suele tener cuando en la asignatura de matemáticas se realizan este tipo de pruebas.

El protocolo completo se administró en 75 minutos, realizando tres sesiones de 25 minutos por grupo. Para la obtención de la nota de la asignatura de matemáticas se pidió permiso, tanto a los padres como al centro, para que facilitaran esta información.

### **3.6\_ Plan de análisis de datos**

A través de programa estadístico SPSS se realizaron los análisis descriptivos pertinentes para observar el nivel general del alumnado en las variables medidas y si la muestra cumplía el principio de normalidad. También se utilizó la correlación de Pearson y de Spearman para observar las relaciones existentes entre las diferentes variables. Además se realizó el análisis de regresión lineal y ordinal para observar la capacidad predictora de unas variables sobre otras.

Finalmente se realizó un test de mediación según el protocolo propuesto por Baron y Kenny (1986). Según estos autores, el proceso de mediación estaría formado por una variable dependiente, que en este caso sería el rendimiento académico en matemáticas, una variable/es independientes, que en este caso serían el proceso de actualización lingüística y de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, y una variable mediadora, que en este caso serían las capacidades matemáticas. Para demostrar que existe una mediación significativa se deberían dar las siguientes condiciones realizando análisis de regresión:

- Las variables independientes y la variable mediadora deberían estar relacionadas entre sí. (Figura 3A)
- Las variables independientes deberían predecir significativamente la variable dependiente sin tener en cuenta a la variable mediadora. (Figura 3B)

- La variable mediadora debería predecir significativamente la variable dependiente sin tener en cuenta a las variables independientes (Figura 3C)
- Controlando el efecto de la variable mediadora, las variables independientes dejarían de predecir significativamente la variable dependiente (Figura 3D)

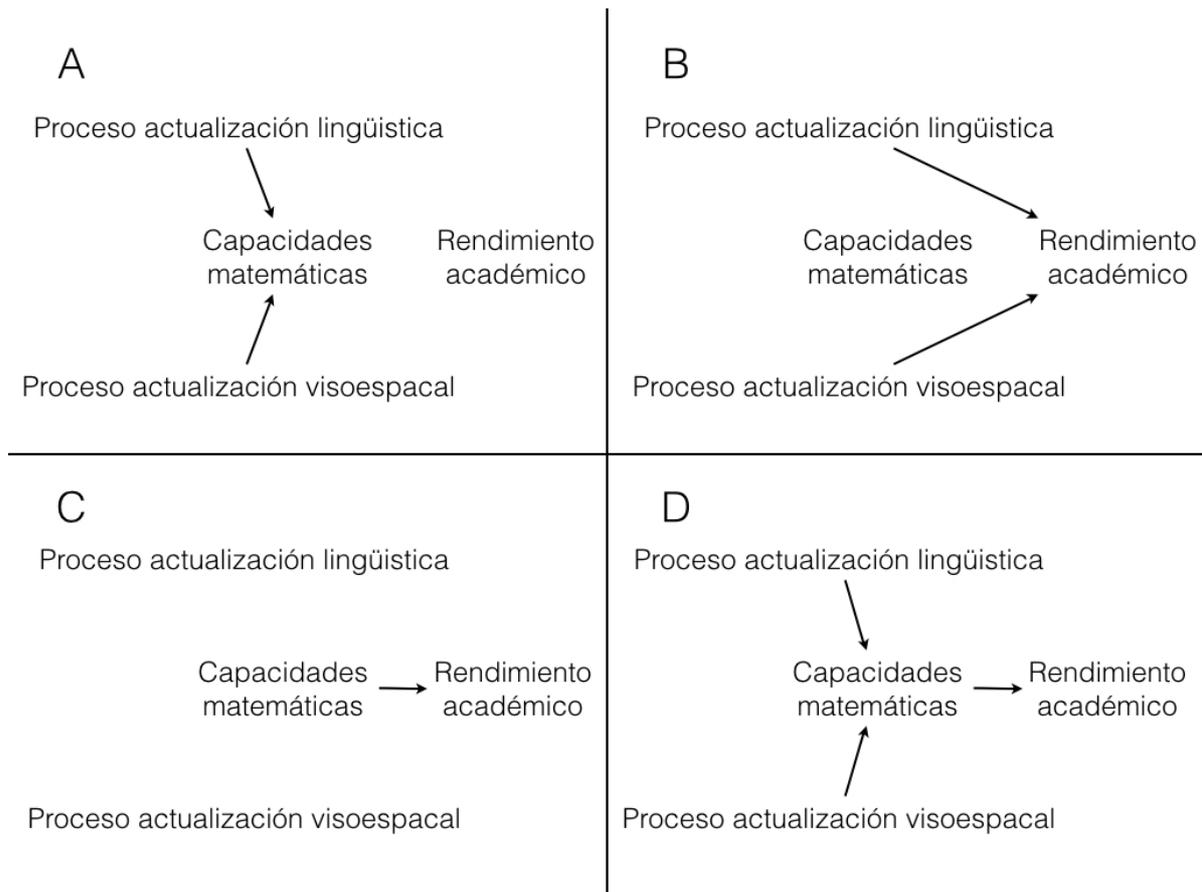


Figura 3. Representación del proceso de mediación de Baron y Kenny (1986)

## 4\_ Resultados

### 4.1\_ Estadísticos descriptivos

En la Tabla 7 se muestran los descriptivos básicos de las variables cuantitativas. Uno de los aspectos más relevantes de cara a los análisis que se realizaron posteriormente, es que las tres variables siguen la distribución normal (K-S Actualización lingüística=0,84, p=0,49; K-S Actualización visoespacial=0,74, p=0,65; K-S Capacidades matemáticas =0,86, p=0,45)

Tabla 7. Estadísticos descriptivos

VARIABLE	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA	ASIMETRÍA	CURTOSIS	KOLMOGOROV-SMIRNOV Z
Proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo	7	30	18,96	4,89	-0,28	0,13	0,84
Proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo	4	35	20,84	7,54	-0,19	-0,20	0,74
Capacidades matemáticas	7	33	24,91	6,44	-0,61	-0,10	0,86

En cuanto a la variable rendimiento académico en matemáticas, al ser una variable ordinal se obtuvo que 3,6% de la muestra tenía un insuficiente, el 5,4% un suficiente, el 14,3% un bien, el 33,9% un notable y el 41,1% un excelente.

### 4.2\_ Análisis correlacional

En la Tabla 8 se muestran las correlaciones entre las variables que se estudiaron. Las correlaciones de las variables cuantitativas se realizaron mediante el estadístico de Pearson, y las correlaciones con la variable ordinal a través del estadístico de Spearman. Como se puede ver en la tabla, la magnitud de todas las correlaciones es moderada, a excepción de la correlación entre el rendimien-

to académico y el proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo, que muestra una más baja ( $r=0,32$ ,  $p=0,02$ ).

Tabla 8. *Análisis correlacional*

	1	2	3	4
1. Proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo	1			
2. Proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo	0,40**	1		
3. Capacidades matemáticas	0,60***	0,57***	1	
4. Rendimiento académico (Spearman)	0,60***	0,32*	0,47***	1

\*  $p < 0,05$  \*\*  $p < 0,01$  \*\*\*  $p < 0,001$

### 4.3\_ *Análisis de regresión para contrastar las hipótesis*

Como se observa en la Tabla 9, se realizó un análisis de regresión lineal entre los procesos de actualización lingüística y actualización visoespacial de la memoria de trabajo y las capacidades matemáticas. Con este análisis se observó que estos dos procesos de actualización de la memoria de trabajo explicaban significativamente un 49% de la varianza de las capacidades matemáticas ( $\beta_{\text{Actualización lingüística}}=0,45$ ,  $p<0,001$ ;  $\beta_{\text{Actualización visoespacial}}=0,40$ ,  $p=0,001$ ).

Tabla 9. *Análisis de regresión lineal de los procesos de actualización de la memoria de trabajo en la predicción de las capacidades matemáticas*

	Capacidades matemáticas (VD)	
	$\beta$	t
Proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo	0,45	4,13***
Proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo	0,40	3,61**
R <sup>2</sup>	0,49	

\*  $p < 0,05$  \*\*  $p < 0,01$  \*\*\*  $p < 0,001$

A continuación, tal y como vemos en la Tabla 10, se realizaron varios análisis de regresión ordinal entre los procesos de actualización lingüística y actualización visoespacial de la memoria de trabajo, las capacidades matemáticas y el rendimiento académico. En el primer análisis (Tabla 10a) se realizó la regresión ordinal entre los dos procesos de actualización de la memoria de trabajo y el rendimiento académico. En este caso se explicó un 45% de la varianza del rendimiento académico. Con respecto a las variables predictoras, únicamente fue significativo el proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo (Wald=17,57,  $p < 0,001$ ). En el segundo análisis (Tabla 10b) se realizó la regresión ordinal entre las capacidades matemáticas y el rendimiento académico. En este caso se explicó, significativamente, un 27% de la varianza del rendimiento académico (Wald=14,87,  $p < 0,001$ ).

Tabla 10. *Análisis de regresión ordinal entre las diferentes variables en la predicción del rendimiento académico en matemáticas*

	a	b	c
	Rendimiento académico (VD)		
	Wald	Wald	Wald
Proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo	17,57***		12,81***
Proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo	0,61		0,10
Capacidades matemáticas		14,87***	1,20
R <sup>2</sup> Nagelkerke	0,45	0,27	0,46

Nota. a. *Análisis de regresión ordinal de los procesos de actualización de la memoria de trabajo en la predicción del rendimiento académico.* b. *Análisis de regresión ordinal de las capacidades matemáticas en la predicción del rendimiento académico.* c. *Análisis de regresión ordinal de los procesos de actualización de la memoria de trabajo y las capacidades matemáticas en la predicción del rendimiento académico.* \*  $p < 0,05$  \*\*  $p < 0,01$  \*\*\*  $p < 0,001$

Tal y como se ha explicado en el plan de análisis de datos, para estudiar la posible mediación de las capacidades matemáticas en la relación con los procesos de actualización lingüística y visoespacial de la memoria de trabajo y el rendimiento académico, se habían de tener en cuenta los análisis de regresión realizados hasta el momento y un último análisis de regresión ordinal tal y como aparece en la tabla 10c. En éste último análisis (Tabla 10c), se observó que las capacidades matemáti-

cas dejaron de ser significativas mientras que el proceso de actualización lingüística continuaba siendo significativo. Por tanto no se cumplieron las condiciones necesarias para demostrar que se estaba dando un proceso de mediación.

## **5\_Programa de intervención neuropsicológica**

### **5.1\_Justificación**

Como se ha apuntado anteriormente, Ashkenazi et al (2013), plantea que una de las posibles hipótesis para explicar las dificultades en matemáticas, puede ser el tener problemas en funciones ejecutivas básicas como la memoria de trabajo. Sin embargo, nivel empírico, Melby-Lervåg y Hulme (2013), encuentran que, cuando se realizan programas de intervención, existen mejoras a corto plazo en la memoria de trabajo verbal y visoespacial, y un pequeño efecto a largo plazo en la memoria de trabajo visoespacial. En cuanto al trasvase a habilidades lejanas, no encuentran evidencia de que se produzcan mejoras en otro tipo de competencias no ligadas únicamente a la memoria de trabajo, tanto a corto como a largo plazo. También Alloway (2006) y Gathercole y Alloway (2007), consideran que no existe suficiente evidencia empírica de que mejore la memoria de trabajo ni de que exista un trasvase a otras habilidades, tras su entrenamiento. Sin embargo, consideran que igualmente existe mucho trabajo por hacer para que los niños con problemas en la memoria de trabajo puedan mejorar en esta faceta. Además, Friso-van den Bos et al. (2013) muestran que las principales relaciones entre memoria de trabajo y matemáticas se inician a partir de los 4 años, y que los dos principales componentes de la memoria de trabajo que se relacionan con las matemáticas son, la actualización de información lingüística y la actualización de información visoespacial. Por tanto, resulta fundamental proyectar programas de intervención, haciendo hincapié en estos dos procesos, estructurados y adaptados para cada uno de los niveles educativos en el aula.

### **5.2\_Objetivos**

#### Objetivo general:

Mejorar las capacidades matemáticas potenciando la memoria de trabajo.

#### Objetivos específicos:

1. Trabajar el proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo.
2. Trabajar el proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo.

### **5.3\_Metodología**

Para alcanzar los objetivos se trabajará a través de diferentes actividades con una metodología significativa y funcional (que resulte útil para el alumnado), adecuada al esfuerzo de cada niño y a

sus experiencias y aprendizajes previos. La intervención va dirigida a niños y niñas de segundo y tercero de primaria. Las actividades se llevarán a cabo en el grupo aula. La temporalidad será de once semanas, realizando 3 horas de trabajo semanal. Los recursos que se necesitarán serán los propios y habituales del aula de trabajo.

## **5.4\_ Actividades**

Las actividades programadas para alcanzar los objetivos son una adaptación del estudio de Witt (2011) y Jaeggi, Buschkuhl, Jonides y Perrig (2008). Algunos ejemplos de estas actividades son las siguientes:

1. Juego de imaginación para recordar objetos: Se les ofrece a los niños una lista de objetos que deben recordar y con los que deben inventar y elaborar una historia en la cual deben interactuar dichos objetos.
2. Actualizar la información: Se lee a los niños un listado de objetos y ellos deben recordar tan solo los tres más pequeños, o los tres más grandes, etc...
3. Juego dual *2-Back*: Recordar una secuencia de letras presentadas oralmente y una secuencia de posiciones de un cuadrado, al mismo tiempo. El alumnado debe ir identificando si coinciden o las letras o las posiciones que van apareciendo con respecto a dos ensayos anteriores.

## **5.5\_ Evaluación**

Se realizará una evaluación de la memoria de trabajo, previa y posterior a la implementación del programa de intervención. De esta manera podremos comparar la ejecución del alumnado antes de administrarle el programa de intervención y después de ello, esperando obtener una mejora en dicha ejecución.

## **5.6\_ Cronograma**

El proyecto se ejecutará en horas de tutorías durante once semanas consecutivas, tal y como queda reflejado en la Tabla 11:

Tabla 11. *Cronograma programa de intervención neuropsicológica*

ACTIVIDAD	SEMANA											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Evaluación inicial												
Actividad 1												
Actividad 2												
Actividad 3												
Actividad 4												
Actividad 5												
Actividad 6												
Evaluación final												

## ***6\_Discusión y conclusiones***

### ***6.1\_Discusión***

El objetivo general de este estudio era entender cómo se asocian los procesos de actualización de la memoria de trabajo con las capacidades matemáticas y el rendimiento académico en matemáticas en alumnado de primaria. Para ello se evaluó a alumnado de segundo y tercer curso de un colegio público representativo de la ciudad de Lleida.

Todas las variables siguieron la distribución normal. Para las dos variables del proceso de actualización de la información de la memoria de trabajo, la ejecución de los participantes fue similar a la que se encuentra en otros estudios en los que se ha utilizado el mismo tipo de prueba (St Clair-Thompson y Gathercole, 2006). Respecto a las diferentes pruebas matemáticas que se han tenido en cuenta, tanto las administradas para evaluar las capacidades matemáticas como las tenidas en cuenta para valorar el rendimiento académico, parecen indicar que la muestra es representativa de la población general.

Centrándonos en las hipótesis del presente estudio, la primera de ellas proponía verificar la existencia de una relación predictiva de los procesos de actualización visoespacial y de actualización lingüística de la memoria de trabajo con la capacidad matemática. Tanto el análisis de correlación como el de regresión lineal, parecen indicar que tanto el proceso de actualización lingüística como el de actualización visoespacial son relevantes para las capacidades matemáticas, debido a que todos los resultados fueron significativos. Por el análisis de regresión lineal, podemos entender que los dos procesos de actualización de la información explican diferente parte de la varianza de las capacidades matemáticas. Aunque el valor de  $\beta$  de las dos variables es muy similar, parece ser sensiblemente superior el proceso de actualización lingüística. Por tanto, esto podría significar que para las capacidades matemáticas estudiadas parece ser más relevante el proceso de actualización lingüística que el visoespacial. Este resultado va en la línea de lo que encontró Friso-van den Bos et al. (2013). Como su estudio es fruto de un meta-análisis, los resultados obtenidos replicarían lo encontrado en muchos otros estudios.

Además es relevante mencionar que mediante estos dos procesos de la memoria de trabajo se explicó un 49% de la varianza de las capacidades matemáticas. Esto puede indicar que uno de los aspectos nucleares para las capacidades matemáticas serían los procesos de actualización de la información de la memoria de trabajo. Tal y como proponían Ashkenazi et al (2013), estos resultados

podrían confirmar, en parte, la hipótesis de que los problemas en funciones ejecutivas básicas podrían explicar una parte importante de las dificultades en las matemáticas. Sin embargo, en este estudio no se disponen de pruebas suficientes para descartar las hipótesis alternativas presentadas por estos autores. Por otro lado, se podría hipotetizar que el resto de varianza que aún queda por explicar de las capacidades matemáticas podría deberse a otras variables psicológicas. Algunas de ellas pueden estar relacionadas con funciones ejecutivas, como la red atencional de alerta (Anobile, Stievenano y Burr, 2013; Askenazi y Henik, 2010) y por los otros componentes que conforman la memoria de trabajo tal y como señalan Friso-van den Bos et al. (2013). Otras variables que también se han encontrado junto con las capacidades matemáticas y que no se consideran funciones ejecutivas serían variables de corte lingüístico (Gelman y Butterworth, 2005; Vukovic y Lesaux, 2013), así como variables de tipo más emocional, como la ansiedad hacia las matemáticas (Ashcraft y Krause, 2007).

Teóricamente, las capacidades matemáticas son el núcleo de lo que se evalúa en la asignatura de matemáticas, y por tanto sería el aspecto más relevante a tener en cuenta al evaluar el rendimiento académico en matemáticas. Por tanto sería lógico esperar que si la memoria de trabajo predice significativamente las capacidades matemáticas, también debería estar relacionada con el rendimiento académico. Ésta fue la segunda hipótesis del estudio. A diferencia de lo que se encontró con las capacidades matemáticas, en esta ocasión, tras realizar los análisis de correlación de Spearman y de regresión ordinal, parece que sólo uno de los dos procesos de actualización de la memoria de trabajo fue relevante para esta variable. Aunque a nivel de correlación los dos procesos de actualización se asociaban significativamente con el rendimiento académico, al hacer el análisis de regresión, la única variable predictora significativa fue el proceso de actualización lingüística. Esto significa que la asociación que se encontró a nivel de correlación entre el proceso de actualización visoespacial y el rendimiento académico, realmente se explicaría por el componente en común que tienen el proceso de actualización lingüística y el visoespacial. Respecto a estos datos, no se encontró evidencia científica anterior. Esto constata el hecho de la necesidad de realizar más investigaciones que pongan en relación el efecto de la memoria de trabajo sobre el rendimiento académico, ya que como se mostró la memoria de trabajo no se relaciona de igual modo con las capacidades matemáticas que con el rendimiento académico. A pesar de que en este análisis la varianza explicada respecto al rendimiento académico es similar a la explicada por las capacidades matemáticas, en esta ocasión, toda la varianza es únicamente explicada por el proceso de actualización lingüística.

Como último paso antes de poder evaluar el hipotético modelo de mediación (Baron y Kenny, 1986), se evaluó la relación entre las capacidades matemáticas y el rendimiento académico. Debido a que la asociación fue significativa tanto a nivel de correlación como de regresión, se puede afir-

mar que se confirmó la hipótesis de que existe una relación predictiva significativa de la capacidad matemática con el rendimiento académico en matemáticas. Sin embargo, el análisis de regresión también mostró que la importancia de las capacidades matemáticas en el rendimiento académico es más reducida de lo que cabría esperar, ya que sólo explicó un 27% de la varianza. Esto podría deberse a diferentes aspectos:

1. Que las capacidades matemáticas, realmente, no sean tan importantes para el rendimiento académico, por tanto habría otras competencias, como por ejemplo las transversales, que podrían explicar cómo se evalúa el rendimiento académico en matemáticas.
2. Que existan otras variables, no directamente ligadas con las matemáticas, que estén influyendo en el rendimiento académico. Algunas podrían ser intrínsecas del alumnado, como por ejemplo, una elevada ansiedad hacia las matemáticas (Karimi y Venkatesan, 2009) y un bajo autoconcepto (Marsh y Martin, 2011), y otras podrían ser extrínsecas, como por ejemplo, la actitud y percepción del profesorado sobre cada alumno (Zhou y Urhahne, 2013). Por tanto, igual el rendimiento académico no es reflejo únicamente de las capacidades matemáticas.
3. Que a nivel metodológico, no se hayan evaluado todas las capacidades matemáticas básicas para el rendimiento académico, como por ejemplo, de la propuesta de Geary (2007), la estimación, y la geometría.

Además, todo esto se vio reforzado por el resultado que se obtuvo al poner a prueba la última hipótesis del presente trabajo: la capacidad matemática media significativamente en la relación de los procesos de actualización visoespacial y actualización lingüística de la memoria de trabajo con el rendimiento académico en matemáticas

Al realizar el análisis de mediación se comprobó que, al tener en cuenta el proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo, la relación entre la capacidad matemática y el rendimiento académico dejó de ser significativa. Hipotéticamente, para confirmar una mediación significativa de las capacidades matemáticas, el patrón de resultados debería de haber sido el contrario. De tal forma que, en esta triple relación, la asociación entre el proceso de actualización lingüística y el rendimiento académico no debería ser significativa mientras que se debería haber mantenido como significativa, la relación entre las capacidades matemáticas y el rendimiento académico.

En la línea de lo expuesto anteriormente, esta mayor importancia del proceso de actualización lingüística sobre el visoespacial y sobre las capacidades matemáticas para el rendimiento académico, podría deberse a dos explicaciones. Por un lado se esté evaluando algo más que capacidades matemáticas básicas en el rendimiento académico. Y por otro lado, que el proceso de actualización lingüística esté actuando en estos otros procesos (por ejemplo, en el seguimiento y comprensión de instrucciones dadas por el profesorado)

En resumen, según los resultados que se extrajeron del estudio se podría afirmar:

1. Que el proceso de actualización lingüística de la memoria de trabajo sería fundamental para las capacidades matemáticas básicas y para el rendimiento académico en matemáticas.
2. Que el proceso de actualización visoespacial de la memoria de trabajo sería fundamental para las capacidades matemáticas básicas, pero no para el rendimiento académico en matemáticas.
3. Que las capacidades matemáticas parecen ser relevantes para explicar el rendimiento académico, aunque no serían las únicas.

## ***6.2 Limitaciones y prospectiva***

Este estudio presentó diversas limitaciones que se explican a continuación:

1. El tamaño de la muestra es pequeño. Se necesitaría un tamaño muestral más grande para confirmar la robustez de los resultados. Para ello, sería necesario replicar el estudio en una muestra más grande.
2. El estudio se ha realizado en muestra sin Trastorno del aprendizaje específico para las matemáticas. En este sentido sería muy interesante comprobar si se replican estos resultados en niños con discalculia y otras dificultades en matemáticas en comparación con un grupo control.
3. No se han evaluado todas las capacidades matemáticas básicas de acuerdo con Geary (2007). En una futura investigación sería interesante evaluar las seis propuestas planteadas por este autor.
4. No se han evaluado todos los procesos y componentes de la memoria de trabajo revisados por Friso-van den Bos et al. (2013). Por tanto, sería importante evaluar, además de la actualización de la información, la agenda visoespacial, el bucle fonológico, el proceso de inhibición y la flexibilidad.

5. No se conocen en profundidad los criterios de evaluación que utilizó cada profesor para guiarse al poner la nota que se tiene en consideración para determinar el rendimiento académico. Un análisis más pormenorizado de este aspecto sería deseable para futuras investigaciones.
6. Como se ha comentado anteriormente, podría haber otras variables que están influyendo tanto en las capacidades matemáticas como en el rendimiento académico y que se deberían tener en cuenta.

Parte de estas limitaciones se debieron a la falta de tiempo concedido para programar y ejecutar el plan de investigación. Aunque me gustaría destacar y agradecer el tiempo, esfuerzo y facilidades ofrecidas por la tutora de fin de Máster, Isabel Martínez Álvarez.

## 7\_Bibliografía

- Alloway, T. P. (2006). How does working memory work in the classroom? *Educational Research*, 1, 134–139. Retrieved from <http://dspace.stir.ac.uk/dspace/handle/1893/786>
- Alloway, T. P., y Passolunghi, M. C. (2011). The relationship between working memory, IQ, and mathematical skills in children. *Learning and Individual Differences*, 21(1), 133–137. doi:10.1016/j.lindif.2010.09.013
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed.)*. Arlington, VA: American Psychiatric Publishing.
- Andersson, U., y Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: a general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology*, 96(3), 197–228. doi:10.1016/j.jecp.2006.10.001
- Anobile, G., Stievano, P., y Burr, D. C. (2013). Visual sustained attention and numerosity sensitivity correlate with math achievement in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116, 380–391. doi:10.1016/j.jecp.2013.06.006
- Ashcraft, M. H., y Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14, 243–248. doi:10.3758/BF03194059
- Ashkenazi, S., y Henik, A. (2010). Attentional networks in developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions: BBF*, 6, 2. doi:10.1186/1744-9081-6-2
- Ashkenazi, S., Black, J. M., Abrams, D. A., Hoeft, F., y Menon, V. (2013). Neurobiological underpinnings of math and reading learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 46(6), 549–69. doi:10.1177/0022219413483174
- Best, J. R., y Miller, P. H. (2010). A Developmental Perspective on Executive Function. *Child Development*, 81(6), 1641–1660.
- Baddeley, A.D. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417–423.
- Baddeley, A. (2003). Working memory: looking back and looking forward. *Nature Reviews. Neuroscience*, 4(10), 829–39. doi:10.1038/nrn1201

- Baddeley, A. D., y Hitch, G. J. (1974). Working memory. In G. A. Bower (Ed.), *Recent Advances in Learning and Motivation* (pp. 47–89). New York: Academic Press.
- Baron, R.M. y Kenny, D.A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research: conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, *51*, 1173-1182.
- Butterworth, B., y Kovas, Y. (2013). Understanding neurocognitive developmental disorders can improve education for all. *Science*, *340(6130)*, 300-305. doi: 10.1126/science.1231022.
- D'Esposito, M. (2007). From cognitive to neural models of working memory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, *362(1481)*, 761–72. doi:10.1098/rstb.2007.2086
- Direcció General d'Educació Infantil i Primària (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Generalitat de Catalunya: Departament d'ensenyament.
- Friso-van den Bos, I., Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., y Van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review*, *10*, 29–44. doi:10.1016/j.edurev.2013.05.003
- Gathercole, S.E., Alloway ,T.P. (2004). Working memory and classroom learning. *Dyslexia Review*, *15*, 4-9.
- Gathercole, S. E., y Alloway, T. P. (2007). *Understanding working memory: a classroom guide*.
- Geary, D. C. (2007). An evolutionary perspective on learning disability in mathematics. *Developmental Neuropsychology*, *32(1)*, 471–519. doi:10.1080/87565640701360924
- Geary, D. C., Hoard, M. K., y Nugent, L. (2012). Independent contributions of the central executive, intelligence, and in-class attentive behavior to developmental change in the strategies used to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, *113(1)*, 49–65. doi:10.1016/j.jecp.2012.03.003
- Gelman, R., y Butterworth, B. (2005). Number and language: how are they related? *Trends in Cognitive Sciences*, *9(1)*, 6–10. doi:10.1016/j.tics.2004.11.004
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., y Flojo, J. (2009). *Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Com-*

ponents. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242. doi:10.3102/0034654309334431

Instituto de Evaluación. (2012). *PISA 2012: Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos, Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación.

Jaeggi, S.M., Buschkuhl, M., Jonides, J. y Perrig, W.J. (2008). Improving fluid intelligence with training on working memory. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. doi: 10.1073/pnas.0801268105

Karimi, A., y Venkatesan, S. (2009). Mathematics Anxiety, Mathematics Performance and Academic Hardiness in High School Students. *International Journal of Educational Sciences*, 1(1), 33–37.

Kebritchi, M., Hirumi, A., y Bai, H. (2010). The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. *Computers & Education*, 55(2), 427–443. doi:10.1016/j.compedu.2010.02.007

Lefevre, J.-A., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S.-L., y Smith-Chant, B. L. (2013). The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in Grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(2), 243–61. doi:10.1016/j.jecp.2012.10.005

Manelis, A., y Reder, L. M. (2014). Effective connectivity among the working memory regions during preparation for and during performance of the n-back task. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8(AUG). doi:10.3389/fnhum.2014.00593

Melby-Lervåg, M., y Hulme, C. (2013). Is working memory training effective? A meta-analytic review. *Developmental Psychology*, 49(2), 270–91. doi:10.1037/a0028228

Miyake, a, Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, a H., Howerter, a, y Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex “Frontal Lobe” tasks: a latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41(1), 49–100. doi:10.1006/cogp.1999.0734

Neuenschwander, R., Cimeli, P., Röthlisberger, M., y Roebers, C. M. (2013). Personality factors in elementary school children: Contributions to academic performance over and above execu-

tive functions? *Learning and Individual Differences*, 25, 118–125. doi:10.1016/j.lindif.2012.12.006

Marsh, H. W., y Martin, A. J. (2011). Academic self-concept and academic achievement: relations and causal ordering. *The British Journal of Educational Psychology*, 81(Pt 1), 59–77. doi:10.1348/000709910X503501

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista de Psicopedagogía*, 23(71), 158–180.

Passolunghi, M. C., y Mammarella, I. C. (2012). Selective spatial working memory impairment in a group of children with mathematics learning disabilities and poor problem-solving skills. *Journal of Learning Disabilities*, 45 (4), 341–50. doi :10.1177/0022219411400746

Passolunghi, M. C., y Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(4), 348–67. doi:10.1016/j.jecp.2004.04.002

Piper, B. J., Gray, H. M., y Birkett, M. A. (2012). Maternal smoking cessation and reduced academic and behavioral problems in offspring. *Drug and Alcohol Dependence*, 121(1-2), 62–7. doi:10.1016/j.drugalcdep.2011.08.004

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., y Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20, 110–122. doi:10.1016/j.lindif.2009.10.005

Reigosa-Crespo, V., Valdés-Sosa, M., Butterworth, B., Estévez, N., Rodríguez, M., Santos, E., ... Lage, A. (2012). Basic numerical capacities and prevalence of developmental dyscalculia: the Havana Survey. *Developmental Psychology*, 48(1), 123–35. doi:10.1037/a0025356

Solis, J. M., Shadur, J. M., Burns, A. R., y Hussong, A. M. (2013). Understanding the diverse needs of children whose parents abuse substances. *Current Drug Abuse Reviews*, 5(2), 135–147.

St Clair-Thompson, H.L. y Gathercole, S.E. (2006). Executive functions and achievements in school: shifting, updating, inhibition, and working memory. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 59 (4), 745-426.

- Suldo, S., Thalji, A., y Ferron, J. (2011). Longitudinal academic outcomes predicted by early adolescents' subjective well-being, psychopathology, and mental health status yielded from a dual factor model. *The Journal of Positive Psychology*. doi:10.1080/17439760.2010.536774
- Torvik, F. A, Rognmo, K., Ask, H., Røysamb, E., y Tambs, K. (2011). Parental alcohol use and adolescent school adjustment in the general population: results from the HUNT study. *BMC Public Health*, 11(1), 706. doi:10.1186/1471-2458-11-706
- Van Der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., Boom, J., y Leseman, P. P. M. (2012). The development of executive functions and early mathematics : A dynamic relationship. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 100–119. doi:10.1111/j.2044-8279.2011.02035.x
- Vogel, J. J., Vogel, D. S., Cannon-Bowers, J., Bowers, C. a., Muse, K., y Wright, M. (2006). Computer Gaming and Interactive Simulations for Learning: a Meta-Analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 34(3), 229–243. doi:10.2190/FLHV-K4WA-WPVQ-HoYM
- Vukovic, R. K., y Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 227–44. doi:10.1016/j.jecp.2013.02.002
- Weiss, L. H., y Schwarz, J. C. (1996). The Relationship between Parenting Types and Older Adolescents' Personality, Academic Achievement, Adjustment, and Substance Use. *Child Development*, 67(5), 2101–2114.
- Wilhelm, O., Hildebrandt, A., y Oberauer, K. (2013). What is working memory capacity, and how can we measure it? *Frontiers in Psychology*, 4(July), 433. doi:10.3389/fpsyg.2013.00433
- Willcutt, E. G., Petrill, S. a, Wu, S., Boada, R., Defries, J. C., Olson, R. K., y Pennington, B. F. (2013). Comorbidity between reading disability and math disability: concurrent psychopathology, functional impairment, and neuropsychological functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 46(6), 500–16. doi:10.1177/0022219413477476
- Wilson, K. M., y Swanson, H. L. (2001). Are Mathematics Disabilities Due to a Domain-General or a Domain-Specific Working Memory Deficit? *Journal of Learning Disabilities*, 34(3), 237–248. doi:10.1177/002221940103400304

- Witt, M. (2011). School based working memory training: Preliminary finding of improvement in children's mathematical performance. *Advances in Cognitive Psychology*, 7, 7-15. doi: 10.2478/v10053-008-0083-3
- Zheng, X., Swanson, H. L., y Marcoulides, G. a. (2011). Working memory components as predictors of children's mathematical word problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(4), 481–98. doi:10.1016/j.jecp.2011.06.001
- Zhou, J. y Urhahne, D. (2013). Teacher judgment , student motivation, and the mediating effect of attributions. *European Journal of Psychology of Education*, 28, 275–295. doi:10.1007/s10212-012-0114-9

## **8\_Anexos**

### **8.1\_Consentimiento informado**

#### **INFORMACIÓN SOBRE EL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: “MEMORIA DE TRABAJO, CAPACIDADES MATEMÁTICAS Y ÉXITO ACADÉMICO EN EL ALUMNADO DE PRIMARIA”**

Le informamos de la posibilidad de participar en un proyecto de investigación enmarcado en un trabajo de fin de máster de neuropsicología y educación de la Universidad Internacional de La Rioja. El principal objetivo de esta investigación es el de relacionar la memoria de trabajo con las capacidades matemáticas y el éxito académico en el alumnado de primaria. Los resultados obtenidos en el estudio en el que sus hijos/as participan permitirán la creación y mejora de instrumentos y metodologías más concretas de intervención en el aula que favorecerán la memoria de trabajo y, por tanto, las capacidades matemáticas. Por ello, y de antemano, le solicitamos y agradecemos la participación y colaboración de sus hijos/as.

En los últimos años han ido apareciendo nuevas investigaciones que muestran la relación existente entre la memoria de trabajo (más específicamente entre los procesos de actualización de la información lingüística y visoespacial) y las capacidades matemáticas. Por ello, nuestra intención es la de administrar 3 pruebas de memoria y matemáticas para comprobar la relación existente entre estos componentes, y realizar una valoración de los resultados junto con la nota media del alumnado en esta área de conocimiento. Por ello, le pedimos también el consentimiento para que el centro escolar nos pueda proporcionar el expediente académico de su hijo/a. En ningún caso se estudiarán otros aspectos que no estén relacionados con la investigación que le presentamos, ni los datos se utilizarán para otro fin que no sea el estrictamente relacionado con la investigación científica. No existen riesgos ni contraindicaciones conocidas asociados a la evaluación y por lo tanto no se anticipa la posibilidad de que aparezca ningún efecto negativo para el/la participante.

La participación es totalmente voluntaria, por lo que cuando lo desee, y sin necesidad de dar explicaciones o notificarlo, usted o su hijo/a puede dejar libremente el estudio sin que ello suponga ningún perjuicio de ningún tipo. Todos los datos de carácter personal, obtenidos en este estudio son confidenciales y se tratarán conforme a la Ley Orgánica de Protección de Datos de Carácter Personal 15/99. La información obtenida se utilizará exclusivamente para los fines específicos de este estudio. Todos los documentos que llene su hijo/a serán anónimos, de tal forma que en ninguno aparecerán sus datos identificativos.

Los datos de contacto que usted cumplimentará, si así lo desea, servirán para poder enviarle a su domicilio información respecto a los resultados obtenidos en la investigación en la que participa su hijo/a.

Atentamente, Ana Pilar Sala Galindo

Profesora Asociada del Área de Psicología Básica de la Universitat de Lleida. Estudiante del Máster de Neuropsicología y Educación de la Universidad Internacional de La Rioja.

Correo electrónico: [asala@pip.udl.es](mailto:asala@pip.udl.es)

---

CONSENTIMIENTO PARA LA PARTICIPACIÓN EN EL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:  
“MEMORIA DE TRABAJO, CAPACIDADES MATEMÁTICAS Y ÉXITO ACADÉMICO EN EL  
ALUMNADO DE PRIMARIA”

Yo ....., con ..... años y DNI .....  
y padre/madre-tutor/a del/de la menor ....., con  
..... años y DNI .....

Que vive en (calle, avenida, plaza) ..... nº ....., piso .....,  
puerta ....., esc. ...., de la población ..... con código postal  
.....

Teléfono fijo ..... Móvil ..... Correo electrónico  
(si lo tiene) .....

He leído el documento informativo que se me ha entregado, y he entendido y estoy conforme con las explicaciones que han sido expuestas.

Comprendo que los datos obtenidos en la investigación son estrictamente **confidenciales** y únicamente serán usados en el marco de la investigación científica.

Comprendo que la participación es **voluntaria**.

Comprendo que puedo retirar a mi hijo/a del estudio cuando quiera, sin tener que dar explicaciones y sin que esto tenga ninguna consecuencia para mí o mi hijo/a.

Por lo que presto libremente mi **conformidad** para que el/la menor de edad del/de la cual soy tutor/a legal pueda participar en el proyecto “Memoria de trabajo, capacidades matemáticas y éxito académico en el alumnado de primaria”.

Asimismo acepto y consiento que el Centro Escolar en el cual estudia el/la menor puede dar información acerca del expediente académico para dicha investigación.

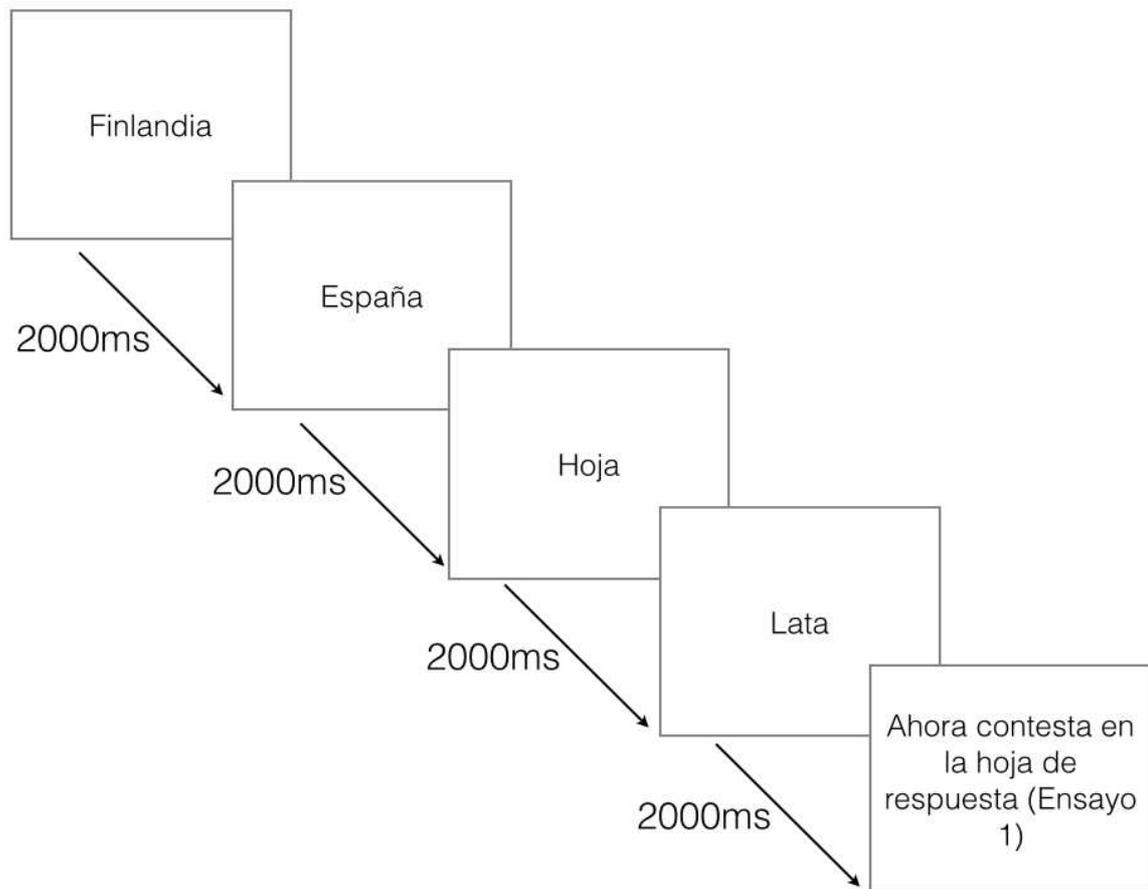
Y para que así conste, sabedor/a y conforme, firmo el presente original,

Firmado: .....

En ....., a ..... de ..... de 2014

## 8.2\_Ejemplo de un ensayo de tarea *Keep Track Task* lingüística

En la siguiente figura se presenta un ejemplo de un ensayo de la tarea *Keep Track Task* lingüística. Este ejemplo mostraría un ensayo de dos categorías, países y objetos, con 1 momento de actualización. En este ensayo, las respuestas correctas serían “España” para la categoría “países” y “Lata” para la categoría “objetos”.



### 8.3\_ Ejemplo de un ensayo de tarea *Keep Track Task visoespacial*

En la siguiente figura se presenta un ejemplo de un ensayo de la tarea *Keep Track Task* visoespacial. Este ejemplo mostraría un ensayo de dos categorías, estímulo rojo y estímulo amarillo, con 1 momento de actualización. En este ensayo, las respuestas correctas serían indicar la celda central para la categoría “estímulo rojo” y la primera celda empezando desde arriba a la izquierda para la categoría “estímulo amarillo”.

