



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Entorno Personal de Aprendizaje (EPA)
para enseñar geometría en 2º de la ESO

Presentado por: José Luis Saura Dehesa
Línea de investigación: Métodos pedagógicos (Matemáticas)
Recursos educativos (TIC)
Director/a: Dr. Pedro Viñuela
Ciudad: Madrid
Fecha: 21 de Marzo de 2014

RESUMEN

Este trabajo tiene como propósito presentar una propuesta didáctica para enseñar geometría en 2º de la ESO mediante un Entorno Personal de Aprendizaje (EPA). Como fundamento teórico se lleva a cabo, en primer lugar, un análisis de la situación actual de las matemáticas en España y más en concreto de la geometría, haciendo un repaso de las dificultades que los alumnos tienen en el estudio de la geometría en matemáticas en 2º de la ESO. Se hace también un repaso de los contenidos del bloque de geometría en el currículo y la contribución de este bloque al desarrollo de las competencias básicas que marca la ley. La investigación bibliográfica se extiende con una indagación de los entornos personales de aprendizaje, explorándose sus características y la forma de optimizar el uso de unas herramientas TIC, que permitan que los alumnos aprendan con más facilidad la materia de geometría en 2º de secundaria. El estudio de campo correspondiente se centra en un cuestionario dirigido a profesores de varios centros escolares, a fin de recopilar información y experiencias variadas sobre las dificultades, que ellos estiman que hay en la enseñanza de la geometría y qué recursos son empleados habitualmente, y una propuesta didáctica que se materializa en dos sesiones prácticas en las que se enseña geometría en un entorno EPA. Ésta pretende ofrecer un aprendizaje que apoyándose en un entorno virtual de aprendizaje facilite la adquisición de las competencias y contenidos del bloque de geometría de los alumnos de 2º de la ESO. Finalmente se proponen diversas líneas de investigación futura.

Palabras clave: geometría, EPA, enseñanza, aprendizaje, secundaria.

ABSTRACT

The aim of this work is to present a didactic approach to teaching geometry in the 2nd year of “ESO” through a Personal Learning Environment (PLE). The theoretical basis is carried out, firstly by an analysis of the current state of mathematics in Spain and more specifically geometry, reviewing the difficulties that students have in the study of geometry in mathematics of 2nd year of ESO. It is also performed a review of the contents of the geometry module in the curriculum and the contribution of this module to the development of core competencies required by law. The literature review is extended with an investigation of personal learning environments, exploring its features and how to optimize the use of some ICT tools that allow students to learn more easily in the field of geometry in 2nd grade of secondary. The related fieldwork focuses on a questionnaire sent to teachers at several schools in order to gather information and varied experiences related to the difficulties that they estimate there are in teaching geometry and what resources are commonly used, and a didactic proposal materialized in two practical sessions in which geometry is taught in a PLE environment. This aims to provide a learning supported by a virtual learning environment to facilitate the acquisition of skills and contents of the geometry module of the students of 2nd year of ESO. Also future research lines are proposed.

Keywords: geometry, PLE, teaching, learning, secondary.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1.- INTRODUCCIÓN	6
1.1.- Presentación y justificación	6
2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
2.1.- Objetivos	11
2.2.- Metodología	11
2.3.- Justificación de la bibliografía	13
3.- MARCO TEÓRICO.....	15
3.1.- Informes internacionales	15
3.1.1.- PISA 2012	15
3.1.2.- Informe TIMSS 2011	17
3.2.- Geometría de 2º de la ESO	18
3.2.1.- Contenidos de geometría en 2º de la ESO	19
3.2.2.- Contribución a las competencias básicas.....	20
3.2.3.- Dificultades en la enseñanza de la geometría	20
3.2.4.- Dificultades en el aprendizaje de la geometría	22
3.3.- La tecnología en la educación	23
3.4.- Entorno Personal de Aprendizaje (EPA)	25
4.- ESTUDIO DE CAMPO	29
4.1.- Ubicación.....	29
4.2.- Objetivos del estudio de campo	29
4.3.- Metodología	30
4.4.- Resultados del estudio de campo.....	35
4.5.- Conclusiones de los resultados	41
5.- PROPUESTA DIDÁCTICA.....	44
5.1.- Introducción.....	44
5.2.- Objetivos de la propuesta.....	45
5.3.- Competencias básicas	46

5.4.- Estructura del EPA	47
5.5.- Desarrollo de la propuesta	51
6.- APORTACIONES DEL TRABAJO	56
7.- DISCUSIÓN	58
8.- CONCLUSIONES.....	60
9.- LIMITACIONES DEL TRABAJO.....	63
10.- LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA.....	64
11.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65
11.1.- REFERENCIAS	65
11.2- BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA	68
12.- ANEXOS.....	70
12.1.- Cuestionario.....	70

INDICE DE GRÁFICAS, TABLAS Y FIGURAS

<i>Gráfica N° 1. Puntuaciones medias en matemáticas por países y comunidades autónomas.</i>	16
<i>Gráfica N° 2. Puntuaciones medias por países según TIMSS.</i>	18
<i>Gráfica N° 3. Edades de los profesores.</i>	35
<i>Gráfica N° 4. Ubicación de la geometría en el curso escolar.</i>	36
<i>Gráfica N° 5. Dedicación suficiente a la geometría de 2º ESO.</i>	36
<i>Gráfica N° 6. Importancia de la geometría.</i>	37
<i>Gráfica N° 7. Área de las matemáticas más difícil para los alumnos.</i>	38
<i>Gráfica N° 8. Contenidos de geometría más difíciles.</i>	38
<i>Gráfica N° 9. Factores que dificultan la comprensión de la geometría.</i>	39
<i>Gráfica N° 10. Recursos más frecuentemente usados en geometría.</i>	40
<i>Gráfica N° 11. Estrategias más utilizadas para enseñar geometría.</i>	40
<i>Tabla N° 1. Geometría en 2º de la ESO legislación autonómica.</i>	19
<i>Tabla N° 2. Contribución de la geometría a las competencias básicas.</i>	20
<i>Tabla N° 3. Componentes de un EPA.</i>	27
<i>Tabla N° 4. Relación de Centros.</i>	29
<i>Tabla N° 5. Resumen del cuestionario con opciones y justificación.</i>	32
<i>Tabla N° 6. Objetivos relativos a los contenidos curriculares.</i>	45
<i>Tabla N° 7. Habilidades asociadas con las competencias básicas.</i>	46
<i>Tabla N° 8. Temporalización sesiones</i>	51
<i>Figura N° 1. Imagen webmix EPA Geometría 2º ESO.</i>	48
<i>Figura N° 2. Aplicaciones disponibles en Google Drive.</i>	49
<i>Figura N° 3. Actividad preparada por el docente.</i>	50
<i>Figura N° 4. Video introducción histórica del Teorema de Pitágoras.</i>	52
<i>Figura N° 5. Wiki Matemáticas 2º ESO.</i>	53
<i>Figura N° 6. Animación sobre el teorema de Pitágoras.</i>	53
<i>Figura N° 7. Actividad N°1: Averiguar si es un triángulo rectángulo.</i>	54
<i>Figura N° 8. Agregador en tiempo real FriendFeed.</i>	55

1.- INTRODUCCIÓN

1.1.- Presentación y justificación

Hace muchos siglos la geometría surge para llevar a cabo una descripción científica del universo que permite al ser humano entender la realidad en la que vive. Del empirismo egipcio, que posibilitó el cálculo de medidas, se produjo un giro completo que trasladó el saber geométrico hasta la idealización de los entes geométricos y su posterior carácter científico. Con Euclides la geometría adquiere una dimensión universal, y se convierte en una ciencia básica de cualquier aprendizaje académico que perdurará durante milenios. Nuevas geometrías afloran: algébrica, diferencial, probabilística, no euclídea, combinatoria, etc. Incluso a finales del siglo XIX se intenta constituir una geometría unificada de manos de Félix Klein y en el siglo XX destaca el impulso que Hilbert da a esta rama de la matemática.

Pero esta línea imparable y ascendente en el apartado de la investigación de la geometría no ha tenido reflejo en la enseñanza en la escuela, en donde ha habido constantes idas y venidas en temáticas y fines. Ha sido una geometría en la que se destacaban los aspectos métricos, con cálculos de áreas y volúmenes de figuras en el plano o en el espacio, la resolución mecánica de problemas y fundamentalmente un ejercicio memorístico considerable. La llegada de la llamada Matemática Moderna la llevó a alcanzar su mayor desconsideración en el currículo y menor apego entre los alumnos, como afirma de Guzmán (1983), la Matemática Básica de dichos programas estaba constituida por "unos cuantos acertijos aislados cuya relación con la Matemática tal vez consista para los niños en que se pueden expresar con unas palabras mágicas que además tienen su traducción cabalística en símbolos misteriosos" (p.40). Lo que contrasta, en cierto modo con el actual periodo, en el que se combinan una consideración y reconocimiento aceptado por todos, una posición muy retrasada en el currículo, en la que actúa como comodín del docente, y unos resultados académicos mediocres.

Las conclusiones para España del informe PISA (Programme for International Student Assessment) son claras en lo que respecta al rendimiento educativo en matemáticas situándonos por debajo de la media de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos): "España obtiene una puntuación media de 484 puntos en matemáticas, 10 puntos por debajo del promedio de la OCDE (494)" (OCDE, 2013, p.36). Aunque desafortunadamente estos resultados vienen siendo habituales en los últimos años es más negativo el

análisis que se ofrece de la materia de geometría. Así en los resultados en matemáticas se analizan cuatro diferentes subáreas de contenido matemático: cambio y relaciones, incertidumbre y datos, espacio y forma y cantidad (OCDE, 2013). En espacio y forma los examinados obtienen una valoración negativa, poniendo al descubierto que nuestros alumnos comparativamente tienen peores resultados en geometría que en el conjunto de las matemáticas. El informe no deja lugar a dudas:

España presenta mejor rendimiento relativo en las subáreas de cantidad e incertidumbre y datos que en cambio y relaciones y espacio y forma. Por tanto, teniendo margen de mejora en todas las subáreas, el rendimiento relativo es peor en las dos últimas que en las dos primeras, en las que se debería intensificar el proceso de enseñanza aprendizaje. (OCDE, 2013, p.53).

Resulta llamativo comprobar que hay especiales dificultades en comprensión de la perspectiva, la elaboración y lectura de mapas, o la interpretación de vistas de escenas tridimensionales desde distintas perspectivas, tareas que de un modo u otro forman parte de la vida cotidiana y son fundamentales para un adolescente que pretende aspirar a desenvolverse en cualquier ámbito profesional.

El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) evalúa el rendimiento en estas dos materias de los alumnos de cuarto de Educación Primaria y segundo de Secundaria. Aunque España actualmente participa únicamente en Educación Primaria sus resultados son ya indicativos de una situación que viene reafirmandose más tarde en secundaria. El promedio global de nuestros alumnos en «formas y mediciones geométricas» se encuentra por debajo del punto de referencia internacional de 500, con una valoración de 476 (INEE, 2012b).

En definitiva vemos que los alumnos de la ESO en España presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y principalmente los mayores desajustes se producen en geometría. La Comunidad de Madrid no responde al mismo patrón y se sitúa por encima de la media nacional, continuando con una progresión de mejora respecto al anterior informe del año 2009. Los datos que se obtienen del informe PISA del año 2012 nos indican que Madrid obtiene 504 puntos frente a los 484 del Estado, situándose además por encima de la media de la OCDE (OCDE, 2013). Que Madrid presente esta posición más destacada en el aprendizaje de la geometría, no hace más que ahondar en la idoneidad de investigar en nuevos modelos de aprendizaje que puedan ser extrapolados a otras regiones de España y que se obtengan resultados por encima de la media, no nos asegura que se esté

consiguiendo una educación matemática de calidad y es por ello que resulte beneficioso investigar en modelos que contribuyan a mejorar estas calificaciones.

La realidad contrastada que nos ofrecen los diversos informes internacionales nos lleva a plantearnos que algo está fallando con la enseñanza y con el aprendizaje de las matemáticas, y más en concreto con el tema que nos atañe, con la geometría. Nos mantenemos por debajo de la media del resto de países de la OCDE en una posición que se mantiene invariable con el transcurso de los años. Ni más inversiones en educación ni en tiempos parecen ser la solución, pues se constata que países, como por ejemplo, Singapur obtienen buenos resultados educativos estando sus inversiones en este campo por debajo de la gran mayoría de países miembros de la OCDE (McKinsey & Company, 2007).

Su importancia en el currículo es evidente, pues según señalan Barrantes y Balletbo (2012):

Conecta a los alumnos con el mundo en el que se mueven pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana [...] favorece y desarrolla en los alumnos una serie de capacidades como la percepción visual, la expresión verbal, el razonamiento lógico y la aplicación a problemas concretos de otras áreas de Matemáticas. (p. 26).

Por otro lado nuestra sociedad está experimentando en los últimos años cambios muy bruscos, motivados en parte por la incorporación masiva de nuevas tecnologías que están desempeñando un papel fundamental en la transformación, desarrollo y difusión del conocimiento. Se dispone de infinidad de herramientas para que la formación de los alumnos sea más eficiente y eficaz, pero sólo contribuirán positivamente a la formación de los alumnos si se hace desde una organización metódica y sistemática de las mismas. Surge también con fuerza la Web 2.0 que rompe la unidireccionalidad de la información y crea un nuevo panorama de comunicación al que la escuela se asoma tímidamente. Ya no sólo se puede tomar la información, podemos recogerla, transformarla y compartirla, enriqueciéndonos en el proceso. De una forma planificada, orientada y estructurada las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), pueden y deben incorporarse a los procesos de enseñanza, siempre con una orientación didáctica previa basada en la reflexión. Paralelamente los Entornos Personales de Aprendizaje contribuyen ofreciendo una respuesta a esta necesidad, pues se presentan como una forma organizada de aprender, en la que el docente es el experto que orienta, dirige y organiza los conocimientos que los alumnos van recibir y compartir, creando nuevos conocimientos. Surgen como una necesidad de organizar en torno al aprendizaje unas herramientas, unos servicios, dispositivos que pueden facilitarlo, en palabras

de Adell y Castañeda (2010): “[...] conjunto de herramientas, fuentes de información, conexiones y actividades que cada persona utiliza de forma asidua para aprender” (p.23). Así con estas herramientas el docente puede presentar a sus alumnos una información para que la trabajen, la elaboren, la compartan y creen de esta manera nuevo conocimiento, mientras desarrollan su capacidad para aprender. Es también un alejamiento del modelo de aprendizaje en el que únicamente se recurre al libro de texto, promoviendo que los alumnos se abran organizadamente a los múltiples recursos didácticamente interesantes disponibles en internet. Recursos que pueden ser eficaces colaboradores en la motivación de los alumnos hacia una materia denostada, aportando soluciones frente a las dificultades, con las que los docentes y los propios alumnos, se enfrentan durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se ha expuesto en el anterior apartado que los alumnos españoles obtienen en diversos estudios internacionales resultados en matemáticas por debajo de la media de la OCDE, y en concreto en geometría estos son peores. En el alumnado se puede percibir la falta de motivación hacia el aprendizaje de la geometría, sobre todo porque no la entienden y no ven una aplicación sencilla en la vida diaria de esta rama de las Matemáticas.

La geometría en la educación está aparcada, pendiente de una completa rehabilitación que la incorpore de nuevo al aula con fuerza pues se trata de una materia útil y con un marcado carácter formativo (Alsina, Burgués y Fortuny, 1997) y esta situación de indefinición puede que la esté relegando a las últimas posiciones del currículo en las aulas. Académicamente también presenta unas marcadas exigencias en cuanto a capacidad de visualización, razonamiento espacial y modelización geométrica (Godino, Batanero y Font, 2003).

De la propia dificultad inherente de la materia, de las trabas que se plantean para ser correctamente expuesta en tiempo y modo, de los problemas de los alumnos para visualizar y asumir la lógica geométrica, se puede concluir que es una materia complicada para los alumnos que la cursan en 2º de la ESO.

Como docentes debemos preguntarnos sobre qué se puede hacer para que mejore el rendimiento de estos alumnos y también que mejore la enseñanza de la geometría. Por tanto ¿se puede enseñar geometría en el aula de una forma más didáctica y motivadora? ¿Es posible conseguir que de esta forma mejore el rendimiento de los alumnos de 2º de la ESO en geometría?

Pero, ¿por qué utilizar un EPA para enseñar geometría en 2º de la ESO? En primer lugar, entendiendo y asumiendo que un EPA es simplemente una forma de aprender utilizando una tecnología, podemos sentar las bases de una propuesta más ambiciosa. La tecnología existente en la red permite la visualización en tres dimensiones de cualquier forma geométrica o disposición espacial, lo que ofrece indudables ventajas sobre la cuestionable habilidad de un profesor dibujando a mano en una pizarra o gesticulando afanosamente para hacer comprender una regla geométrica a sus alumnos. Internet ofrece múltiples formas de comunicarse con otros usuarios para intercambiar o recabar información sobre determinadas disciplinas de interés para un grupo o comunidad. Son herramientas, recursos, que adecuadamente estructurados y organizados por el docente pueden constituir un aprendizaje motivador para que los alumnos accedan a la geometría, la comprendan y asimilen.

2.1.- Objetivos

El principal objetivo de este trabajo de investigación es:

Presentar una propuesta didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría a los alumnos de 2º de la ESO mediante un EPA.

Para conseguir este objetivo es necesario conseguir los siguientes objetivos específicos:

- a. Conocer los contenidos y competencias de la materia de geometría en 2º de la ESO.*
- b. Conocer la realidad de las matemáticas y la geometría en España, recabando la situación particular de Madrid, en base al análisis de informes internacionales.*
- c. Conocer algunas de las dificultades de los alumnos de 2º de la ESO en el aprendizaje de la geometría y de la enseñanza de la misma.*
- d. Conocer las características de un modelo EPA y su aplicación en el aprendizaje de la geometría de 2º de la ESO.*

2.2.- Metodología

Se lleva a cabo un análisis e investigación bibliográfica sobre la asignatura de geometría en 2º de la ESO, acudiendo a informes internacionales que recaban los resultados de estudios sobre las matemáticas en la legislación educativa vigente a nivel estatal y autonómico. También se ha recogido información sobre la situación educativa de la geometría, sus problemas y peculiaridades, tomando como referencia numerosas publicaciones de prestigio, libros, revistas e información disponible en internet.

Igualmente se han recogido las tendencias y opiniones sobre los entornos EPA. Para este fin se ha consultado en revistas especializadas, en publicaciones digitales sobre educación, en buscadores de internet, revisando obras originales de autores con relevancia en la temática que se trata, en portales bibliográficos como Dialnet, la Biblioteca de Educación del Ministerio de Educación y Ciencia y la Biblioteca Nacional de España.

Por otro lado se hace un estudio de campo en cinco centros escolares en los que con la colaboración de sus docentes se ha recabado información y opiniones sobre las prácticas y experiencias en estas aulas en el aprendizaje y enseñanza del

bloque de geometría de 2º de la ESO. Son en concreto cinco colegios: Colegio Valdefuentes, Colegio Torrevillano, Colegio Montesclaros, Colegio Peñalvento y el Colegio Parque, todos ellos de la provincia de Madrid. Son centros concertados y privados con una media de 300 alumnos en la ESO.

De una forma general la elaboración del trabajo se ha llevado a cabo conforme a las siguientes fases:

1) Fase 1: Investigación bibliográfica

a) Primera parte de investigación bibliográfica

En primer lugar se realiza una investigación sobre la situación de las matemáticas y de la geometría en 2º de la ESO de los alumnos españoles en base a la revisión de los informes internacionales PISA 2012 y TIMSS 2011. Se continúa con un repaso de la normativa educativa legal nacional y autonómica de las matemáticas en el bloque de geometría en 2º de la ESO recogiendo cuáles son los contenidos específicos y las contribuciones de la misma a las competencias básicas. También se lleva a cabo un recorrido por las principales dificultades registradas en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en las aulas.

b) Segunda parte de investigación bibliográfica

Se revisa documentación concerniente a las TIC para estudiar su realidad social y su impacto en las escuelas, para saber qué ocurre realmente en el aula con la tecnología. Se analiza la relevancia de la web 2.0 y en íntima relación con este fenómeno se trabaja en la documentación existente sobre los Entornos Personales de Aprendizaje, que aparecen en la realidad educativa como un complemento más, pero introduciendo notables cambios en las prácticas educativas. Estudiar las reflexiones que sobre los EPA realizan diversos autores así como sus más recientes aplicaciones en el aula, se considera imprescindible para crear una propuesta didáctica que ayude a enseñar geometría en 2º de la ESO.

2) Fase 2: Estudio de campo

En esta fase se lleva a cabo un estudio de campo en el que con la colaboración de varios docentes de la Comunidad de Madrid se recogen sus opiniones sobre la geometría que se enseña en sus aulas. Para ello mediante reuniones previamente

pactadas se han documentado sus experiencias en unos cuestionarios semiestructurados que permitían ampliar sus valoraciones mediante comentarios.

3) Fase 3: Propuesta didáctica

Ambos aportes, el bibliográfico y el de campo dan sustento a una propuesta de metodología para trabajar en el aula mediante dos sesiones de geometría del plano empleando un Entorno Personal de Aprendizaje soportado con la herramienta SymbolooEDU para crear la webmix “EPA Geometría 2º ESO”.

4) Fase 4: Reflexiones finales

En esta última etapa se revisa la consecución efectiva de los objetivos planteados al inicio de la investigación estableciendo unas conclusiones que confirman o rechazan el cumplimiento de los mismos. Se analizan las aportaciones del trabajo y se confrontan los pros y los contras de la propuesta para permitir un análisis crítico de la misma. Se describen las limitaciones que han supuesto impedimentos durante la realización del trabajo y finalmente se presentan nuevas líneas de investigación que puedan complementar o mejorar este trabajo.

2.3.- Justificación de la bibliografía

Para poder desarrollar y redactar este trabajo se ha recabado información para conocer la realidad de las matemáticas en España y su relación con el nivel alcanzado por otros países, accediendo a dos informes internacionales: el PISA 2012 y el TIMSS 2011. En ellos se analiza y detallan los rendimientos de los alumnos españoles, mediante una evaluación de sus capacidades y estableciendo conclusiones sobre su posición en el marco internacional educativo de las matemáticas.

Se han repasado, de acuerdo a la normativa legal vigente, los contenidos de geometría de 2º de la ESO y la contribución de esta área de las matemáticas a las competencias básicas revisándose la legislación educativa vigente en España, la Ley Orgánica de Educación (LOE) y la Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), los Reales Decretos y los Decretos promulgados en la Comunidad de Madrid.

También se han estudiado las facetas de la geometría que los alumnos puedan encontrar más difíciles y para este propósito se ha consultado literatura relacionada con la didáctica de la geometría como *Invitación a la didáctica de la*

geometría (1997) de Claudia Alsina, Carme Burgués y Josep María Fortuny y *Área de conocimiento de didáctica de la matemática* (1999) de Ángel Gutiérrez González. De Susana Abrate, Graciela Isabel Delgado y Marcel David Pochulu se ha examinado la *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática* (2006) para aportar otra visión sobre los aprendizajes de la geometría.

Documentos en línea de profesores de la materia que han aportado con claridad sus impresiones sobre la crisis de la geometría en la educación como *Perspectives en l'ensenyament de la geometria pel segle XXI* (2001) de Vinicio Villani o la tesis doctoral de Afonso Martín *Los niveles de pensamiento geométrico de Van hiele. Un estudio con profesores en ejercicio* (2003).

Reflexiones sobre los objetivos y razones de la incorporación de las TIC en el aula y la colaboración del docente en el aprendizaje virtual del alumno, en los artículos de Javier Onrubia, *Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento* (2005) y de César Coll, *Psicología de la Educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación* (2005). En relación con la educación a distancia se repasan documentos en línea de Mortera como son *Blended learning (aprendizaje combinado), distributed learning (aprendizaje distribuido), online learning (aprendizaje en línea)* (2007) e *Integración y apropiación de las TIC en los profesores y alumnos de educación media superior* (2011).

También se han consultado publicaciones relacionadas con los Entornos Personales de Aprendizaje como son los libros online *Los Entornos Personales de Aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje* y *Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red* de Jordi Adell Segura y Linda Castañedo. Artículos de Vicente Ampudia Rueda y Lourdes Trinidad Delgado como ha sido *Entornos Personales de Aprendizaje: ¿final o futuro de los EVA?* (2012) de la revista *Reencuentros del ámbito educativo*.

Opiniones de expertos como Martin Weller que en el artículo *A pedagogy of abundance* (2011) hacen un repaso de la sociedad del conocimiento y su incidencia en la educación, publicada en la *Revista Española de Pedagogía*. La perspectiva sobre el aprendizaje con PLEs, de Sandra Schaffert y Wolf Hilzensauer en la publicación en línea *On the way towards Personal Learning Environments: Seven crucial aspects* (2008).

3.- MARCO TEÓRICO

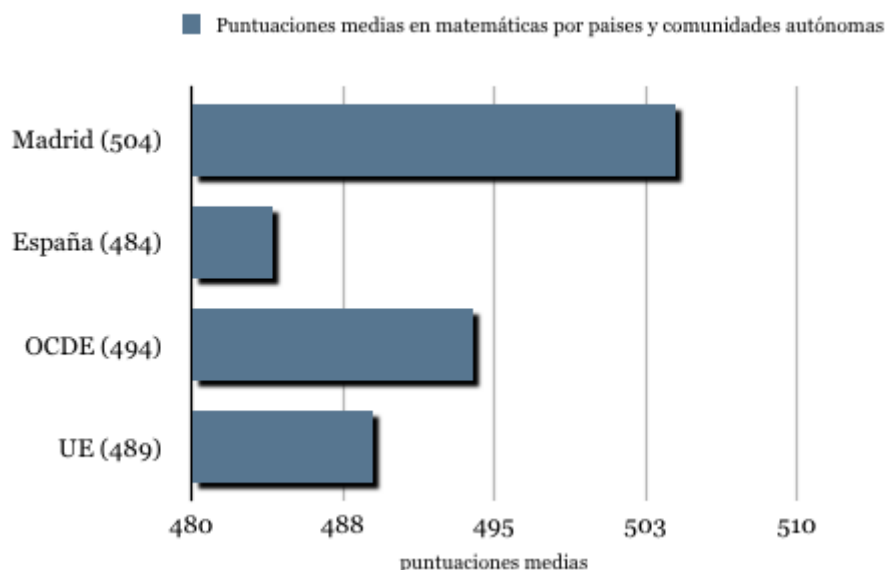
3.1.- Informes internacionales

3.1.1.- PISA 2012

Los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) han apostado por analizar y estudiar los aprendizajes de sus alumnos, con el fin de conocer hasta qué punto están sus jóvenes listos para el futuro, para llevar a cabo tareas que impliquen análisis, razonamiento y capacidad de comunicación; quieren saber si están preparados para aprender a aprender (OCDE, 2000). Para ello se ha puesto en marcha la prueba PISA, iniciada en el año 2000 y que en ciclos trianuales, ha venido desarrollándose, hasta la última que ha tenido lugar en el año 2012, con un total de 65 países participantes: los países miembros de la OCDE más una serie de países asociados en PISA 2012. Han intervenido en esta edición 510.000 alumnos, la mayoría de ellos de 15 años de edad.

España ha participado en todas sus ediciones y “en 2012, además de la muestra estatal, diversas comunidades autónomas han ampliado su muestra regional para poder recabar datos que sean comparables a nivel internacional” (OCDE, 2013, p.10). Otro dato relevante es que en 2012 las matemáticas ha sido el área principal, pues dos tercios del examen se han dedicado a esta competencia, y además, en matemáticas se presenta un análisis por subáreas, esto es números, álgebra, geometría y estadística, interrelacionadas de formas diversas como cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre y datos. Ahora es posible comparar esta última edición con la del 2003 que también fue la principal área de atención y establecer relaciones del rendimiento de los alumnos en todos estos años.

Las puntuaciones más elevadas del estado español en matemáticas corresponden a Navarra (517), Castilla y León (509), País Vasco (505), y la Comunidad de Madrid (504) significativamente superior al promedio de la OCDE (494). España se sitúa próxima al promedio de la Unión Europea (UE) (489) con una puntuación de (484). Con estas puntuaciones España se sitúa en el nivel 3 de rendimiento de 6 niveles posibles que se corresponden con la dificultad de las preguntas. Estos niveles de competencia definen lo que los alumnos son capaces de hacer en función del nivel que alcancen.



Gráfica Nº 1. Puntuaciones medias en matemáticas por países y comunidades autónomas.
Fuente: Elaboración propia a partir de OCDE (2013).

Los resultados de la OCDE en la subárea espacio y forma (490) están significativamente por debajo del resto de las otras subáreas evaluadas, subárea cantidad (495), incertidumbre y datos (493) y cambio y relaciones (493). La información que ofrecen estos resultados permite apreciar la mayor dificultad que también los alumnos de otros países encuentran en la geometría. En España se obtienen unas valoraciones muy similares a las de los países de la OCDE pero con puntuaciones todavía más bajas en espacio y forma lo que indica que se debe mejorar la enseñanza de esta subárea.

En cuanto al nivel de competencia en la subárea espacio y forma se observa que un 27,7% de los alumnos se encuentran en el nivel <1 y nivel 1, el nivel más bajo y que implica que estos alumnos poseen unas capacidades mínimas en geometría. A este respecto la Unión Europea:

Establece como uno de los objetivos estratégicos en educación y formación como objetivo para el 2020 la reducción notable de la proporción del alumnado con bajo rendimiento en matemáticas, lectura y ciencias, hasta conseguir disminuirlo al 15%. En España, en matemáticas este porcentaje no solo no ha disminuido, sino que se ha incrementado en 0,6 puntos porcentuales con respecto a la edición del año 2003. (OCDE, 2013, p.184).

En los niveles más altos, grupo de los excelentes, España también se encuentra por debajo de la OCDE y de la UE en el subgrupo espacio y forma. La Comunidad de Madrid vuelve a obtener unos resultados significativamente mejores situándose en 20 puntos por encima de los resultados de España.

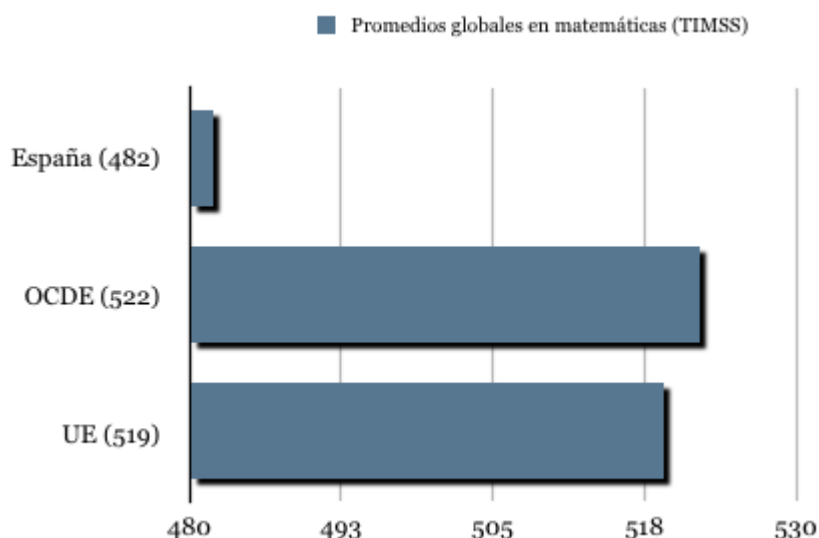
Para España, comparativamente con 2003, la diferencia con la edición 2012 no es estadísticamente significativa y esto supone una estabilidad de sus resultados, un estancamiento de una posición que siempre se mantiene inferior a la media de la OCDE y de la UE. El rendimiento del alumnado entre estas dos ediciones ha sido muy similar, frente a los 485 puntos de 2003 se ha pasado a 484 puntos de 2012. No es posible realizar esta valoración con la Comunidad de Madrid pues en 2003 no participó con ampliación de la muestra de estudiantes. Pero si se puede realizar una comparación a nivel de país entre los años 2009 y 2012 en la que se puede comprobar que el rendimiento académico de los alumnos de secundaria ha mejorado en casi 10 puntos.

3.1.2.- Informe TIMSS 2011

El estudio TIMSS es una prueba desarrollada por la IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) que en el año 2011 ha evaluado los resultados educativos de 63 países en lo que se refiere al rendimiento en matemáticas y ciencias. El Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) se encarga de la coordinación y desarrollo de estos estudios en España, propósito para el que trabaja junto con las comunidades autónomas. En España se evalúa el rendimiento en estas dos materias de los alumnos de cuarto de Educación Primaria.

Los dominios de la evaluación son de contenido, conocimientos de hechos y conceptos, y cognitivos, conocimientos de destrezas o procedimientos. Los de contenido se corresponden con “Números”, “Formas y mediciones geométricas” y “Representación de datos”. El porcentaje de preguntas de “Formas y mediciones geométricas” es del 35%.

Aunque no se corresponda este estudio directamente con los alumnos de 2º de la ESO sí pueden ser indicativos sus resultados como proyección de futuro o como una tendencia a tener en cuenta. España ha logrado en matemáticas (482) puntos encontrándose por debajo de la media de la OCDE (522).



Gráfica Nº 2. Puntuaciones medias por países según TIMSS. Fuente: Elaboración propia a partir de INEE (2012).

En España hay un 13% de alumnos en un nivel muy bajo (por debajo de 400 puntos) en el que se considera que el aprendizaje de las matemáticas no ha sido eficaz. En el extremo opuesto sólo un 1% alcanza la excelencia. Con estos datos INEE (2012b) concluye: “[...] el sistema educativo español debe realizar un esfuerzo para atender de manera adecuada a los alumnos que presentan dificultades desde edades tempranas. También es necesario prestar atención a los alumnos de nivel avanzado para lograr que estos porcentajes se incrementen” (p.60).

La evaluación de matemáticas y ciencias en TIMSS 2011 se llevó a cabo sobre un total de 60 países. En España en TIMSS han participado 4.183 alumnos españoles de 151 centros y un total de más de 261.000 estudiantes en todo el mundo.

3.2.- Geometría de 2º de la ESO

La geometría debe aprenderse manipulando, construyendo, dibujando, modelizando, midiendo y reflexionando para facilitar el proceso de abstracción necesario, y buscando establecer vínculos con otras áreas del saber que contribuyan a enriquecer y al mismo tiempo simplificar su comprensión. Para este fin pueden ser fundamentales los programas de geometría dinámica que permiten esta interacción en base a la cual sea más sencillo crear conjeturas, argumentar y razonar. Estas son, a modo de síntesis, las indicaciones que se nos dan desde la LOE, en cuanto a la asignatura de geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. Probablemente estos aspectos que destaca la ley como útiles para facilitar el aprendizaje de la

geometría, son vitales a la hora de analizar el por qué de los discretos resultados de los estudiantes españoles en geometría.

Fundamental es por otro lado repasar lo que la ley indica que deban ser los contenidos y competencias que los alumnos de 2º de la ESO deban conocer y demostrar capacidad.

3.2.1.- Contenidos de geometría en 2º de la ESO

El currículo de enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria para el ámbito de la Comunidad de Madrid viene recogido en el Decreto 23/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. En lo que respecta a la enseñanza de geometría para el 2º curso de la ESO se define el siguiente temario:

Tabla Nº 1. Geometría en 2º de la ESO legislación autonómica.

Triángulos rectángulos	El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.
Idea de semejanza	Figuras semejantes. Ampliación y reducción de figuras: razón de semejanza y escalas. Razón entre las superficies de figuras semejantes.
Elementos básicos de la geometría del espacio	Puntos, rectas y planos. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.
Poliedros: elementos y clasificación.	Utilización de propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros para resolver problemas del mundo físico.
La esfera	Utilización de la composición, descomposición, truncamiento, movimiento, deformación y desarrollo de los poliedros para analizarlos u obtener otros.
	Descripción y propiedades.
	Resolución de problemas que impliquen la estimación y el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes.

Nota: Geometría en 2º de la ESO legislación autonómica. Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 23/2007 de 10 de mayo.

3.2.2.- Contribución a las competencias básicas

Según se detalla en el Real Decreto 1631/2006 se establecen las contribuciones de las matemáticas a la adquisición de unas competencias que pueden dividirse en seis básicas:

Tabla N° 2. Contribución de la geometría a las competencias básicas.

Competencias	
Matemática	El currículo de matemáticas contribuye a en la adquisición de esta competencia.
En el conocimiento y la interacción con el mundo físico	La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio así como la modelización.
En el tratamiento de la información y competencia digital	La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas de geometría y la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayudan a mejorar esta competencia.
En comunicación lingüística	La geometría contribuye a la competencia en comunicación lingüística pues utiliza continuamente la expresión oral y escrita.
Cultural y artística	La geometría es parte integral de la expresión artística de la humanidad.
En autonomía e iniciativa personal	Los propios procesos de resolución de problemas de geometría contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal.
De aprender a aprender	La geometría ayuda a desarrollar destrezas como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.
Social y ciudadana	Se contribuye a esta competencia enfocando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas de geometría con espíritu constructivo.

Nota: Contribución de la geometría a las competencias básicas. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006.

3.2.3.- Dificultades en la enseñanza de la geometría

La geometría durante siglos ha contribuido a describir el mundo que nos rodea e incluso a interaccionar con él, constituyéndose como una parte de las

matemáticas muy ligada a la realidad, concreta, y a la que incluso se puede abordar desde la intuición (Villani, 2001). A nuestro alrededor hay infinidad de formas, volúmenes y diseños geométricos que forman parte del entorno más cercano. Desde esta sencilla posición intuitiva parecería lógico encontrar en la escuela una mayor afección por esta materia, pero lo paradójico es comprobar que es una materia que no se da suficientemente.

La excesiva extensión de los currículos y que la geometría siempre esté al final del temario son los factores que apuntan hacia esa percepción negativa de la materia. Situada al final del curso académico, es firme candidata a que el docente la elimine de la programación o que en los últimos meses el cansancio acumulado en el aula la relegue a su mínima expresión.

En concreto sobre la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas Barrantes y Zapata (2008) señalan que los errores en la enseñanza de la geometría provienen en muchas ocasiones del uso exclusivo del libro de texto y la no utilización de otros recursos o materiales que permitan ampliar el esquema conceptual del alumno. De aquí se puede derivar una interpretación errónea de imágenes o dibujos insuficientemente explicados o incluso pueden existir elementos que actúen como distracción para los alumnos. Los distractores de orientación pueden ser considerados como uno de los más comunes según indican Vinner y Hershkowitz (1983, citado en Barrantes y Zapata, 2008, p.3). Se refieren a las propiedades visuales, que estando incluidas en el esquema conceptual del alumno, no tienen relación con el concepto tal y cual se define. Los distractores de estructuración hacen que el esquema mental del alumno esté incompleto de manera que ciertos elementos y propiedades del concepto no se presenten completos, probablemente por ideas erróneas que el alumno se forma y que no termina de abandonar (Barrantes y Zapata, 2008).

También parece tener una influencia decisiva, entendida como una dificultad intrínseca de los propios docentes, su escasa preparación para la enseñanza de la geometría. El Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE), que por medio de su sistema estatal de indicadores de la educación ofrece información sobre el sistema educativo, ofrece en su edición 2012 un nuevo indicador sobre la formación del profesorado de Matemáticas en los primeros cursos de Educación secundaria (INEE, 2012a). Se destaca la importancia de la formación del profesorado como uno de los elementos relevantes que podría influir en los resultados del alumnado; si bien es a nivel general de la asignatura de matemáticas, es factible hacer válidos estos resultados a la materia que nos ocupa.

El análisis de los resultados obtenidos por los futuros profesores en conocimientos matemáticos nos dice que en España el 57% de los maestros se sitúa en el nivel intermedio de conocimientos matemáticos y un 26% en el nivel superior. Solo un 18% está en el nivel superior en conocimientos en didáctica de la matemática, con un 82% en el nivel inferior. En resumen en España el rendimiento académico previo de los futuros profesores está en un nivel medio/bajo.

3.2.4.- Dificultades en el aprendizaje de la geometría

Es contradictorio comprobar cómo desde diversas perspectivas se incide en lo rutinario, mecánico, aburrido de la geometría y su falta de conexión con la realidad y por otro, como indica Barrantes (2003):

La principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la geometría es conectar a los alumnos con el mundo en el que se mueven pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana. (p.26).

Por tanto, se observa que hay un desajuste claro entre lo que se pretende alcanzar con el aprendizaje de la geometría y la realidad del aula. “A menudo, los aprendizajes de geometría se han basado, casi exclusivamente, en un estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas” (Afonso, 2003, p.85).

La geometría implica desarrollar, como señalan Abrate, Delgado y Pochulu (2006), distintas capacidades, entre las cuales destacan:

- 1) *La capacidad visual.* Esta capacidad se refiere a la representación mental en formas visuales externas o la representación mental interna de objetos visuales. Considerada como ciencia de los conocimientos espaciales atiende a sus tres dimensiones, lineal, superficial y volumétrica, lo que añade a su aprendizaje la dificultad de una adecuada visión espacial, es decir, el saber ver de distintas maneras una configuración geométrica puede resultar muy complicado para un adolescente.
- 2) *La capacidad de construcción.* Aquella que mediante el uso de dibujos, construcciones pueda idealizar un concepto o imagen.

- 3) *La capacidad de comunicación.* De comunicación ordenada de la información geométrica en distintos lenguajes o registros, pues los alumnos pueden encontrar dificultades a la hora de interpretar los términos técnicos del vocabulario matemático o por la importancia que los alumnos dan al registro figurativo, a pesar de no existir congruencia en la información dada.
- 4) *La capacidad de razonamiento.* Como la habilidad para comparar, clasificar y generalizar propiedades partiendo de lo particular, inferir y deducir, etc.
- 5) *La capacidad de aplicación y transferencia.* Entendida como la capacidad para trasladar al entorno modelos geométricos.

García Peña y López Escudero (2008) destacan que, “las habilidades básicas por desarrollar en las clases de Geometría son: visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas o de razonamiento, de aplicación o transferencia” (p.47). En el aula estas habilidades no se dan por separado, presentándose normalmente dos o más a la vez durante la realización de las actividades de geometría.

Esta conjunción de carencia de destrezas y limitaciones por parte de los alumnos puede llevar a entorpecer el proceso de aprendizaje de la geometría y que los resultados no sean favorables. Como nos dice Alfaro (2003), en su análisis del rendimiento por temas en las pruebas nacionales de matemáticas de los últimos cinco años en Costa Rica, se considera que la geometría constituye una de las mayores dificultades para los estudiantes y es en el que se presentan los rendimientos más bajos.

3.3.- La tecnología en la educación

En los últimos años en España la comunidad educativa intelectual ha mostrado un especial interés por los estudios, las investigaciones y publicaciones sobre las Tecnologías de la Información y Comunicación en las aulas. Existen numerosas experiencias y datos a nivel internacional que vienen a aportar información muy valiosa sobre múltiples aspectos relativos a la incidencia, el uso y calidad de la incorporación de la tecnología a la educación. Toda esta corriente de interés por el estudio de este tema denota, por un lado, la necesaria creación literaria que debe acompañar todo proceso novedoso y por otro, y quizás el más importante, por la obligación intelectual de crear teorías que sustenten una realidad de las aulas

que plantea muchas incógnitas. Como expone Área (2005) es necesario conocer qué ocurre realmente en el aula con la tecnología, qué factores lleva asociados, cuál es la mejora real que lleva implícita. Realmente, ¿se está innovando? ¿se sabe por qué los profesores mantienen reticencias a su incorporación? Son diversas cuestiones que van dando origen a sus respectivas investigaciones y que mantienen, muchas de ellas, una conclusión común: la complejidad del proceso.

Un proceso en el que la relación de las TIC con las prácticas educativas no debe ser considerada de una forma simplista entendiendo que esto traerá como consecuencia una mejora de la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje (Onrrubia, 2005). Así una de las peculiaridades a las que más se hace referencia en los estudios es el hecho de considerar que la simple incorporación de las TIC en el aula no va resultar en una mejora de la práctica educativa. Actualmente en muchos centros educativos se está ligando el deseo de innovar con la automática e imprescindible necesidad de incorporar las TIC. Y no es que esta actuación sea de por sí negativa. Lo inconveniente es que se haga sin unos objetivos y razones claramente estudiadas. Por eso es también muy importante destacar, cuando contemplamos este conjunto de tecnología más educación, que lo relevante no es en sí la tecnología propiamente dicha, sino que lo que da valor a esta dupla es que nos debemos centrar fundamentalmente en su aspecto educativo necesario integrando junto con el avance tecnológico los necesarios enfoques de la pedagogía y didáctica del aprendizaje. Según nos dice Coll (2005):

No es en las TIC, sino en las actividades que llevan a cabo profesores y estudiantes gracias a las posibilidades de comunicación, intercambio, acceso y procesamiento de la información que les ofrecen las TIC, donde hay que buscar las claves para comprender y valorar el alcance de su impacto en la educación escolar, incluido su eventual impacto sobre la mejora de los resultados del aprendizaje. (p.5).

La figura del profesor adquiere para Javier Onrrubia un papel fundamental en el aprendizaje virtual del alumno, pues entiende que tanto en el diseño de los procesos que están en juego como en la ayuda que precisa el alumno, su colaboración es inevitable. “La enseñanza en entornos virtuales tiene un componente necesario de realización conjunta de tareas entre profesor y alumno: sólo a partir de esa realización conjunta se podrá realizar una intervención sensible y contingente” (Onrrubia, 2005, p.5). La ayuda educativa que el docente da al alumno no es únicamente presentarle una información, entregarle unas tareas para que las resuelva, es un seguimiento continuo de apoyo del proceso de aprendizaje que irá cambiando según las necesidades del propio estudiante. Es un modelo que se sustenta en tres pilares íntimamente relacionados: alumno, profesor y contenidos.

Por un lado está la actividad cognoscitiva del alumno que aprende, por otro, la ayuda continuada del que enseña y entre ambos el contenido que se enseña y se aprende.

También se ha producido la inclusión de la educación a distancia en línea como fenómeno diferenciado de la de tipo presencial. Molenda y Boling (2008, citado en Zenteno y Mortera, 2011, p.8) concluyen que en este tipo las actividades se orientan al aprendizaje: lectura, discusión, construcción, expresión, reflexión y actividades de indagación, a diferencia de las tradicionales actividades en el aula que están orientadas a la enseñanza: presentaciones, demostraciones, discusiones e intercambios entre el maestro y el alumno. “Blended learning” es el termino que aparece en la última década para hacer referencia a la educación presencial y a la educación a distancia de una forma combinada, el ordenador, lo multimedia e Internet se añaden a la interacción presente en el aula (Mortera, 2007).

En definitiva la creación de nuevos entornos virtuales de aprendizaje que se apoyan en lo que llamamos la web 2.0, protagonista indiscutible de la sociedad del conocimiento, y las cada vez más novedosas tecnologías, está suponiendo la necesidad de crear nuevas estructuras didácticas sobre las que puedan asentarse. Tal y como nos dicen López y Miranda (2007): “El uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, la gestión de los nuevos entornos de aprendizaje, y el cambio metodológico, necesariamente implican un cambio de mentalidad, de prácticas docentes, y de nuevos roles del profesorado” (p.51).

Torres (2008) considera que en la sociedad de la información actual los profesores y las organizaciones educativas deben hacer un esfuerzo por adaptarse a esta corriente, promoviendo el uso de las redes sociales que faciliten la comunicación de los alumnos. Internet está suponiendo cambios en cómo entender el aprendizaje. Torres (2008) afirma: “Estamos evolucionando hacia un desorden distribuido en el cual se reformula la identidad y el caos se convierte en una nueva forma de organización. La educación debe cambiar radicalmente y adaptarse a la nueva realidad” (p.8).

3.4.- Entorno Personal de Aprendizaje (EPA)

Los Entornos Personales de Aprendizaje no suponen una novedad en tanto que se trata de algo que está desde siempre sujeto al alumno y su aprendizaje, pues alrededor de su proceso de formación se establecían unas fuentes de conocimiento fiables y cercanas, como la familia, los libros, los maestros, la escuela. Una información, un conocimiento, centralizado y cercano, han constituido los EPA desde hace siglos. Con la llegada de la tecnología y su vertiginoso desarrollo nos

encontramos en la era de la abundancia (Weller, 2011), con lo que el acceso a una infinidad de información es posible, desde cualquier lugar, en cualquier momento e incluso se puede interactuar con ella y crear nuevo conocimiento. La consecuencia es que nuestro entorno de aprendizaje se ha transformado y multiplicado exponencialmente generando fuentes de información que antes desconocíamos.

Este es precisamente el valor en el que se apoya un Entorno Personal de Aprendizaje, lo que le da entidad y significado: la enorme cantidad de información disponible. Una información dispersa, fragmentada que precisa una organización para que la enriquezcamos y convirtamos en un nuevo conocimiento.

Los EPA surgen como un concepto, un método, un conjunto de herramientas que nos permiten manipular eficazmente el flujo continuo de información y conocimiento dentro de la web (Ampudia y Trinidad, 2012), o según Schaffert y Hilzensauer (2008), los Personal Learning Environments (PLE) están constituidos por todas las herramientas que se utilizan en la vida diaria para el aprendizaje. Al margen de consideraciones sobre si se puede considerar a los EPA como estructuras tecnológicas, o aquellas que inciden más en sus aspectos pedagógicos, en relación con el aprendizaje de las personas, su auténtica dimensión radica en entender que un Entorno Personal de Aprendizaje es una perspectiva pedagógica que se sustenta en una tecnología.

Castañeda y Adell (2013) describen que las partes de un EPA están formadas por una serie de herramientas y sus estrategias correspondientes. Así distinguen tres grandes grupos:

- 1) *Las fuentes documentales de información.*
- 2) *Los entornos o servicios en los que se transforma la información.*
- 3) *Los entornos donde me relaciono y aprendo de otros y con otros.*

En el primer grupo están los sitios, los mecanismos por los que recibimos, recogemos la información y sus actividades correspondientes. Estos pueden ser newsletters, blogs, canales de video, lista de RSS, etc. Desde un enfoque pedagógico se refieren a actitudes y aptitudes para buscar, mostrar iniciativa, independencia y curiosidad en esas búsquedas de una forma permanente.

En el siguiente grupo se trata de que con las herramientas y espacios habilitados se modifique la información recogida. Hay que poner en marcha procesos mentales que incluyan reflexión, reorganización, reelaboración, priorización, publicación de la información y todas aquellas actitudes que vayan asociadas.

En el tercer grupo se incluye de una forma genérica la interacción que se establece con el entorno, con las personas concebidas como fuentes de información enriquecedoras. Se incorpora el concepto de Red Personal de Aprendizaje (RPA), aunque habitualmente en la mayor parte de la literatura se usa con sus siglas en inglés PLN (Personal Learning Net). Por tanto el PLN se encontrará integrado en el EPA o PLE (Personal Learning Environment). Esta es la parte social del PLE, la que tiene quizás mayor importancia, la que nos permite compartir, reflexionar y reconstruir otros conocimientos. Incluso aglutina los intercambios que pueden llegar a realizarse en forma de encuentros reuniones, conferencias, etc.

En resumen son tres los elementos fundamentales que representan y dan forma a un EPA: *leer, reflexionar-hacer y compartir*. Las estrategias, actividades, mecanismos que se puedan llevar a cabo pueden ser muy variables según el aprendizaje que se realice.

Tabla Nº 3. Componentes de un EPA.

Herramientas, mecanismos y actividades para leer	
Leer, acceder a la información	Herramientas: newsletters, blogs, canales video, lista de RSS, etc.
	Mecanismos: búsqueda, curiosidad, iniciativa, etc.
	Actividades: conferencias, lectura, revisión de titulares, visionado de audiovisuales.
Herramientas, mecanismos y actividades para hacer/reflexionar haciendo	
Hacer / Reflexionar haciendo	Herramientas: nuestros blogs, cuaderno de notas, canal de video, sitio de publicación de presentaciones visuales, página web.
	Mecanismos: síntesis, reflexión, organización, estructuración, etc.
	Actividades: creación de un diario de trabajo, hacer un mapa conceptual, publicar un vídeo propio, etc.
Herramientas, mecanismos y actividades para compartir y reflexionar en comunidad: La PLN (Red Personal de Aprendizaje)	
Compartir	Herramientas: herramientas de software social, seguimiento de la actividad en red, sitios de red social. En general todas las herramientas con una red social subyacente.

	Mecanismos: asertividad, capacidad de consenso, diálogo, decisión, etc.
	Actividades: encuentros, congresos, foros,

Nota: Componentes de un EPA. Fuente: Elaboración propia a partir de Castañeda y Adell (2013, p.16).

El ser conscientes de la existencia de nuestro EPA es el primer paso para abordar su conocimiento profundo y saber cómo tenemos que alimentarlo. No se puede aprender significativamente si no sabemos cómo aprendemos (Carrasco, 1997). No cumplir estas condiciones de conocimiento y mantenimiento de nuestro EPA nos llevará a estar desperdiciando sus posibilidades en las tareas de aprendizaje que abordemos.

La sociedad actual exige que las personas tengan una gran capacidad de adaptación y muy probablemente con mayor intensidad ocurrirá en los futuros entornos sociales, que reclamarán no sólo expertos en disciplinas variadas sino también que sean versátiles a lo largo de su vida profesional, asumiendo nuevos y diferentes retos para los que habrá que estar preparado. Las respuestas las tendrá quién mejor sepa buscarlas, quién mejor las organice y aplique a sus necesidades, en definitiva quién maneje con soltura y fundamento su propio EPA.

4.- ESTUDIO DE CAMPO

4.1.- Ubicación

El estudio de campo tiene lugar en varios centros escolares de la provincia de Madrid. El primero de ellos es el Colegio Valdefuentes situado en el barrio de Sanchinarro. Es un colegio concertado, bastante joven, pues comenzó su andadura hace ocho años. El equipo docente presenta una media de edad de 35 años. Disponen de 280 plazas en secundaria. En el Ensanche de Vallecas se localiza el segundo de los centros: Colegio Torrevillano. Comienza este año su 5º curso escolar con muy pocos alumnos en secundaria y 2 profesores. Se ofrece también Formación Profesional. El Colegio Montesclaros está ubicado en la población de Cerceda a 50 km de Madrid. Se trata también de un colegio muy joven, pues abrió sus puertas en septiembre de 2008. En secundaria hay dos líneas por curso. El Colegio Parque está situado en la localidad de Galapagar y es el único centro privado del grupo. Se fundó en 1976. El Colegio Peñalvento se encuentra en Colmenar Viejo y cuenta con 246 alumnos en secundaria.

Tabla Nº 4. Relación de Centros.

Centro escolar		Antigüedad del centro	Nº de alumnos en secundaria	Nº de profesores matemáticas
Colegio Valdefuentes	Concertado	8	280	4
Colegio Torrevillano	Concertado	6	60	2
Colegio Montesclaros	Concertado	5	110	2
Colegio Peñalvento	Concertado	7	246	5
Colegio Parque	Privado	30	220	5

Nota: Relación de centros. Fuente: Elaboración propia.

4.2.- Objetivos del estudio de campo

Puesto que este trabajo de investigación pretende mejorar la enseñanza de la geometría que se da a los alumnos de 2º de la ESO mediante un EPA, se hace necesario hacer un estudio de campo que permita contrastar diversos aspectos a través de la opinión de los docentes que son parte fundamental implicada.

Para ello los objetivos específicos que se plantean con este estudio de campo son:

- 1) *Caracterizar mínimamente a los docentes mediante tres cuestiones básicas sobre su edad, sexo y el tiempo que llevan dedicados a la enseñanza de esta materia.*
- 2) *Conocer la posición del centro educativo o del profesor respecto a la materia.*
- 3) *Saber la opinión de los profesores respecto a cuáles son las dificultades que ellos detectan en la enseñanza de las matemáticas y de la geometría para poder contrastarla con los informes internacionales y la bibliografía existente.*
- 4) *Conocer qué estrategias, en cuanto a metodología y recursos, son empleados por los profesores en sus clases de geometría.*
- 5) *Saber si los docentes conocen los EPA y cuál es su opinión sobre ellos.*

4.3.- Metodología

Como forma de enriquecer este trabajo de investigación y poder establecer una comparación con lo desarrollado en el marco teórico se ha realizado un estudio de campo en el que se consulta la opinión de docentes que estén impartiendo actualmente la asignatura de matemáticas o la hallan impartido en los últimos tres años en 2º de la ESO. Se ha considerado su participación en la encuesta por ser uno de los protagonistas del proceso de enseñanza y aprendizaje y también por ser guía en el trabajo de los alumnos. Las opiniones que puedan tener sobre la geometría que se da en sus aulas son importantes y pueden añadir información de gran utilidad para este trabajo.

Es sabida, pues la numerosa bibliografía existente nos lo confirma, las dificultades que tienen los alumnos para afrontar la materia de la geometría y la posición de los profesores y centros educativos que normalmente suelen desplazarla a finales del curso escolar. Igualmente los docentes encuentran problemas en explicar en las aulas determinados aspectos de geometría. Preguntar a los profesores sobre estas cuestiones se hace necesario para poder comparar el trabajo desarrollado con sus propias experiencias en el aula.

Se han utilizado cuestionarios semiestructurados que recogen preguntas mixtas de tipo cerrado y abierto que permitan conocer en más extensión la opinión de los encuestados.

Para facilitar el trabajo de los profesores se han enviado los cuestionarios a través de diferentes medios como han sido el correo electrónico, servicios web de encuestación y mensajes a móvil. También se ha realizado *in situ* alguna de las encuestas.

Las preguntas realizadas han sido elaboradas intentando cubrir todos los aspectos que este trabajo plantea y así mismo intentando concentrarla en el mínimo número de preguntas posible para motivar a los encuestados en su realización.

Se han elaborado un total de once preguntas. La primera de ellas pretende situar y caracterizar la muestra. El resto son preguntas que buscan dar respuesta a las cuestiones planteadas en este estudio.

En la siguiente tabla se especifican los bloques de preguntas con las opciones de respuestas, el tipo de pregunta y sus respectivas justificaciones.

Tabla Nº 5. Resumen del cuestionario con opciones y justificación.

Preguntas	Opciones	Tipo	Justificación
Pregunta Nº 1. Indique su nombre y sexo. Especifique cuántos años lleva impartiendo la asignatura.	Edad Sexo Años impartiendo la asignatura	Se combinan dos preguntas con casilla de respuesta y una pregunta de dos opciones y una respuesta.	Para caracterizar mínimamente la muestra.
Pregunta Nº 2. ¿En qué trimestre está ubicada la unidad didáctica de geometría de 2º ESO?	Primer trimestre Segundo trimestre Tercer trimestre	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Determinar la posición del centro/profesor respecto a la materia y poder compararlo con lo expuesto en el marco teórico.
Pregunta Nº 3. ¿Cree que en 2º de la ESO se dedica el tiempo suficiente a impartir el bloque de geometría?	Sí No	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer la importancia que el profesor da a la geometría en cuanto al tiempo que se le dedica.
Pregunta Nº 4. ¿Qué importancia le da a la geometría dentro de la signatura de matemáticas?	a. Igual que las demás b. Más que a las demás c. Menos que a las demás	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer la importancia que el profesor da a la geometría en comparación con las demás materias de las matemáticas.
Pregunta Nº 5. ¿Qué área de las matemáticas de 2º de la ESO opina que supone mayor dificultad a sus alumnos?	a. Contenidos comunes. b. Números. c. Álgebra. d. Geometría. e. Funciones y gráficas. f. Estadística y probabilidad.	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Concretar las dificultades en un área concreta de las matemáticas para saber si es la geometría de las más difíciles, tal y como afirman, informes internacionales y diversos autores.
Pregunta Nº 6. ¿En qué contenidos del currículo de 2º de la ESO de geometría opina que sus alumnos presentan mayores dificultades?	a. Semejanza y proporcionalidad de figuras. b. Triángulos: Teorema del cateto, de la altura, Teorema de Pitágoras. c. Polígonos, poliedros, cuerpos de revolución. d. Áreas y volúmenes. e. Rectas y planos.	Pregunta mixta de múltiples opciones y una respuesta con posibilidad de añadir comentarios.	Concretar las materias de la geometría que ofrecen más dificultades a los alumnos de 2º de ESO para poder orientar y establecer una relación con los factores que provocan esas dificultades.

Pregunta N° 7. ¿Cuáles considera que son los principales factores que dificultan a sus alumnos la comprensión de los contenidos de la geometría?	a. Falta de visualización espacial b. Escasa argumentación matemática. c. Conocimientos previos insuficientes. d. Poca motivación. e. Poca capacidad de abstracción matemática. Añadir comentarios.	Pregunta mixta de múltiples opciones y una respuesta con posibilidad de añadir comentarios.	Para delimitar los principales factores que provocan que la materia de geometría en 2º ESO sea difícil y poder establecer una relación con los que se indican en la bibliografía revisada.
Pregunta N° 8. ¿Qué recursos utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?	a. Uso tradicional de la pizarra. b. Libros de texto. c. Cartulinas,... d. TIC	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Determinar los recursos que se emplean en el aula, para poder establecer su relación con los resultados de los alumnos.
Pregunta N° 9. ¿Cuáles son las estrategias de clase que utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?	a. Explicación del tema conceptual y ejercicios. b. Preguntas que permiten afianzar conocimientos. c. Actividades relacionadas con la vida cotidiana y visual. d. Trabajo en grupo. e. Conocer los conocimientos previos. f. Actividades lúdicas y de autoaprendizaje.	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Determinar las estrategias empleadas para comprobar si están orientadas a superar los factores que crean problemas a los alumnos.
Pregunta N° 10. ¿Conoce los Entornos Personales de Aprendizaje (EPA)?	Sí No	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer si el profesor está familiarizado con los EPA.
Pregunta N° 11. ¿Cree que el uso en el aula de los Entornos Personales de Aprendizaje (EPA) puede facilitar la enseñanza de la geometría?	Sí No	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer su posición sobre los Entornos Personales de Aprendizaje (EPA), para comprobar si lo contemplan como una solución que

			favorezca la enseñanza de la geometría.
--	--	--	---

Nota: Resumen del cuestionario con opciones y justificación. Fuente: Elaboración propia.

En el capítulo de Anexos se encuentra disponible el cuestionario completo.

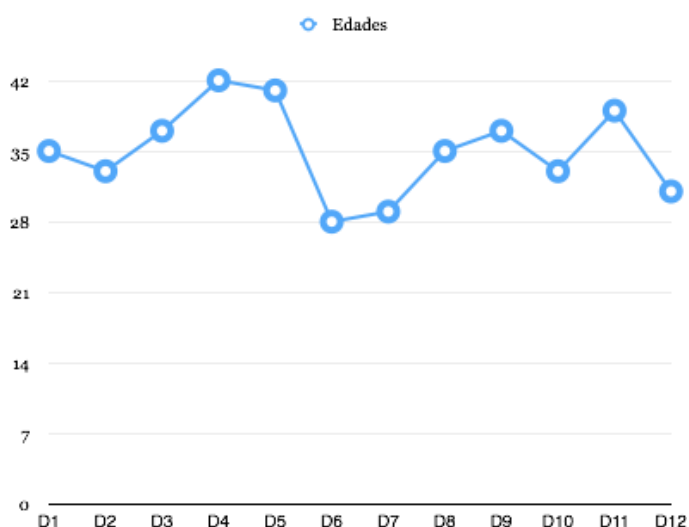
Por otro lado, y en virtud de la Ley Orgánica 15/1999, de 13 de diciembre, de Protección de Datos, se ha informado a los docentes que para poder hacer públicos los cuestionarios con sus nombres es necesario su consentimiento expreso. La mayoría de ellos ha manifestado su preferencia por no figurar en este trabajo, por lo que finalmente se ha decidido no proporcionar información que mencione expresamente sus nombres.

4.4.- Resultados del estudio de campo

El tamaño del grupo objeto de estudio en este caso es de 12 docentes. Para la población de profesores que enseñan geometría en 2º de ESO en Madrid, la muestra conseguida es realmente pequeña, pero el condicionante del escaso tiempo disponible ha sido determinante. La muestra está formada por docentes de determinados colegios de Madrid que dan o han dado geometría en los últimos tres años. Se considera que su conocimiento de la materia y del curso es suficientemente significativo para poder dar respuesta fundada a las preguntas que se les plantean.

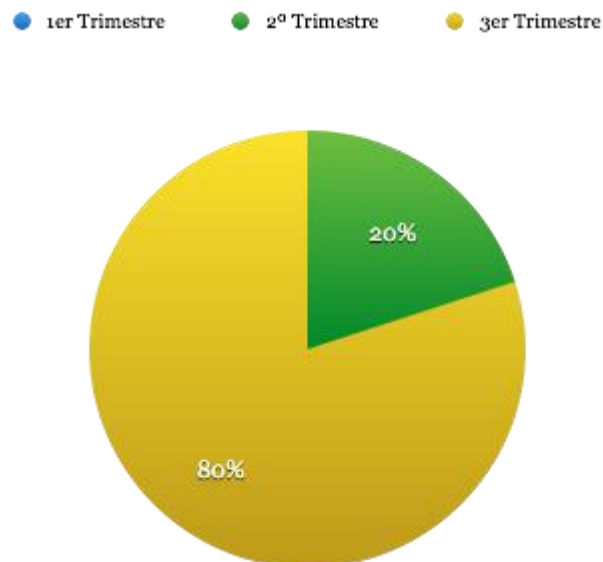
Para analizar los resultados de la encuesta realizada se procede en primer lugar a hacer una valoración de cada una de las preguntas para finalmente establecer unas conclusiones de carácter más general.

En la *pregunta N° 1* del cuestionario se recopila información para caracterizar al docente. Así tenemos que el 67% de los encuestados son mujeres y los hombres representan, por tanto, el 33%. La media de edad es de 35 años, llevando un promedio de 6 años impartiendo clases.



Gráfica N° 3. Edades de los profesores. Fuente: Elaboración propia.

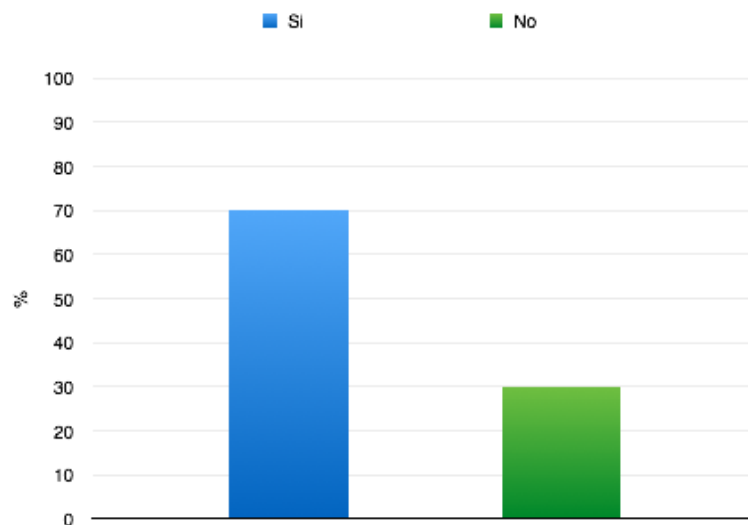
La pregunta N° 2 *¿En qué trimestre está ubicada la unidad didáctica de geometría de 2º ESO?* es contestada por los docentes según se indica en la siguiente gráfica.



Gráfica N° 4. Ubicación de la geometría en el curso escolar. Fuente: Elaboración propia.

Se observa una clara tendencia a elegir el último trimestre del curso para impartir la materia, no eligiéndose en ningún caso el 1º trimestre.

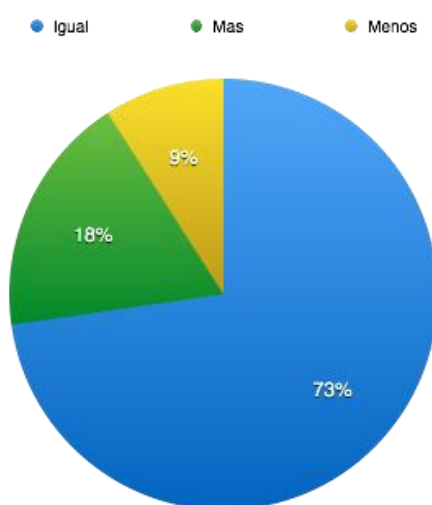
La pregunta N° 3: *¿Cree que en 2º de la ESO se dedica el tiempo suficiente a impartir el bloque de geometría?*



Gráfica N° 5. Dedicación suficiente a la geometría de 2º ESO. Fuente: Elaboración propia.

El 70% de los encuestados opina que a la geometría se le dedica el suficiente tiempo.

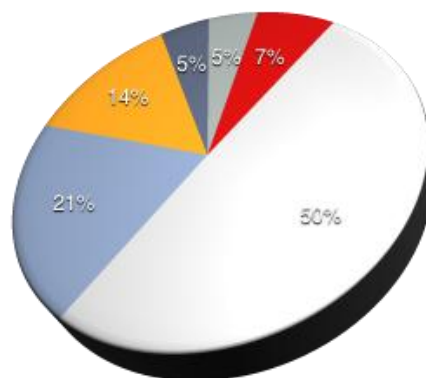
Respecto a la *pregunta N° 4: ¿Qué importancia le da a la geometría dentro de la signatura de matemáticas?* La gran mayoría de los profesores encuestados responden que le atribuyen la misma importancia que a otras materias de la asignatura de matemáticas. Esta posición contrasta con lo manifestado en la primera pregunta, relativa a la posición de la geometría en el curso escolar, pero está claro que sí le confieren una posición de equidad aunque no la sitúen en la mejor época del año.



Gráfica N° 6. Importancia de la geometría. Fuente: Elaboración propia.

En la *pregunta N° 5: ¿Qué área de las matemáticas de 2º de la ESO opina que supone mayor dificultad a sus alumnos?* El 73% de los profesores encuestados responden que es el álgebra la materia más difícil para sus alumnos. A continuación le siguen geometría (21%) y funciones (14%). Las restantes materias ofrecen una escasa y similar dificultad a sus alumnos.

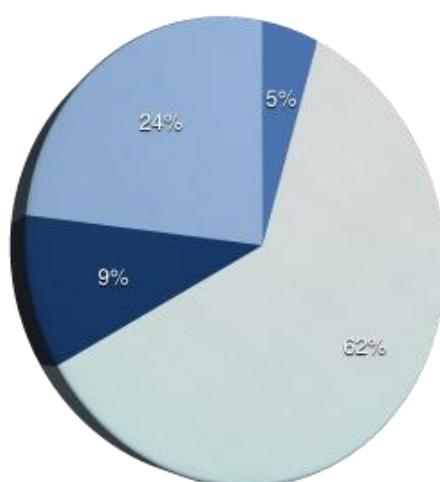
Comunes Números Algebra Geometria Funciones
Estadística



Gráfica N° 7. Área de las matemáticas más difícil para los alumnos. Fuente: Elaboración propia.

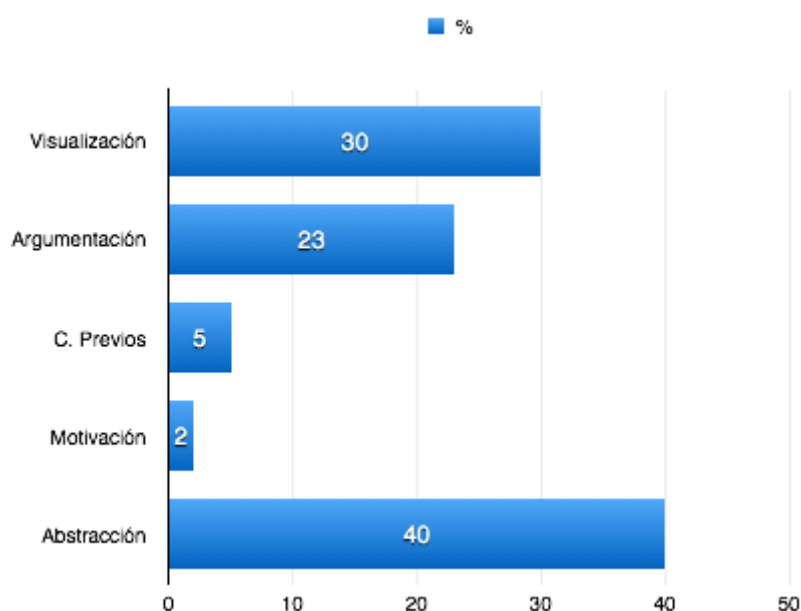
La pregunta N° 6: *¿En qué contenidos del currículo de 2° de la ESO de geometría opina que sus alumnos presentan mayores dificultades?* En esta pregunta destaca con una gran mayoría que las mayores dificultades se dan en los temas relacionados con polígonos, poliedros, cuerpos de revolución y cálculo de áreas y volúmenes, con un porcentaje del 62%. A una significativa distancia, el 24% se sitúan los temas relacionados con rectas y planos. Con un porcentaje muy similar se encuentran semejanza (5%) y proporcionalidad y triángulos (9%).

Semejanza Poligonos Triangulos Rectas y Planos



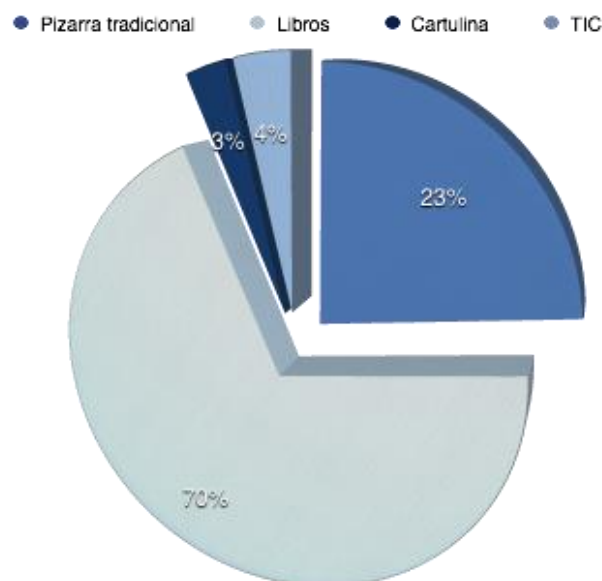
Gráfica N° 8. Contenidos de geometría más difíciles. Fuente: Elaboración propia.

Para la *pregunta N° 7: ¿Cuáles considera que son los principales factores que dificultan a sus alumnos la comprensión de los contenidos de la geometría?* Se destacan tres aspectos frente a los demás, en cuanto a aquellos elementos que dificultan el aprendizaje de la geometría. Son la abstracción matemática que requieren los conceptos geométricos, con un 40%, las dificultades en la visualización de los conceptos y elementos geométricos, con un 30% y la argumentación matemática con un 23%.



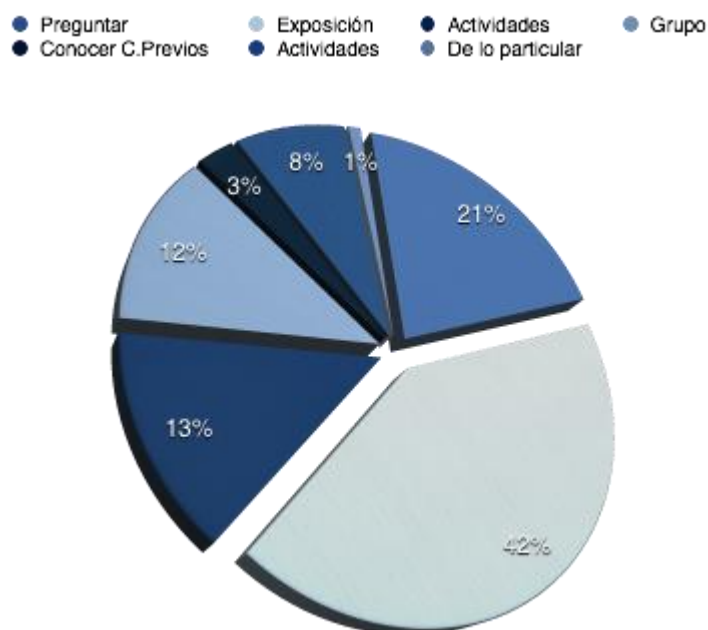
Gráfica N° 9. Factores que dificultan la comprensión de la geometría. Fuente: Elaboración propia.

En la *pregunta N° 8: ¿Qué recursos utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?* Los profesores encuestados reconocen que el recurso más utilizado es el tradicional empleo de la pizarra (70%). Le siguen los libros con un 23%. Con unos porcentajes muy bajos se encuentran las TIC (3%) y la cartulina y tijeras (4%).



Gráfica N° 10. Recursos más frecuentemente usados en geometría. Fuente: Elaboración propia.

En la pregunta N° 9: *¿Cuáles son las estrategias de clase que utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?* La explicación del tema conceptual y la realización de ejercicios es la opción más elegida con un 42%. Con un porcentaje del 21% la siguiente estrategia elegida es realizar preguntas que permitan afianzar los conocimientos. A continuación le siguen prácticamente equiparadas las actividades y el trabajo en grupo con un 12% y 13% respectivamente.



Gráfica N° 11. Estrategias más utilizadas para enseñar geometría. Fuente: Elaboración propia.

Para la *pregunta N° 10: ¿Conoce los Entornos Personales de Aprendizaje (EPA)?* De los 12 encuestados sólo uno afirma conocer los EPA, el resto dice desconocerlos.

Para la *pregunta N° 11: ¿Cree que el uso en el aula de los EPA puede facilitar la enseñanza de la geometría?* Puesto que se ha producido una única respuesta afirmativa en la anterior pregunta, se produce ahora una única respuesta. Expone que ve muy difícil poder integrarlo en el aula en los próximos años. Quizás a largo plazo.

4.5.- Conclusiones de los resultados

Observando los resultados obtenidos se comprueba que la primera evidencia que se encuentra es que los profesores mantienen la geometría en las últimas posiciones del calendario escolar lo que está en consonancia con lo desarrollado en el marco teórico en este sentido. Los profesores aun siendo conscientes de que en el último trimestre la motivación de los alumnos es baja, optan por elegir esta época poco favorecedora para la materia.

A continuación manifiestan que dedican un tiempo suficiente a la materia, lo que permite conjeturar que los alumnos han aprendido de una forma óptima, y por otro, como también veremos más adelante, se afirma que es de las asignaturas que resultan más difíciles para estos alumnos, con lo que es muy probable que no se estén obteniendo buenos resultados. Esta aparente contradicción no es posible contrastarla fehacientemente, pues no se tiene datos sobre los resultados académicos, pero sí nos sugieren un cierto desinterés hacia la materia, ya que la conjunción de que sea una materia compleja y situarla al final del curso, no parece la mejor combinación. Esta situación está en sintonía con los datos reseñados en el marco teórico de los informes internacionales PISA 2012 y TIMSS 2011 para España, que destacan unos resultados negativos en geometría, aunque cabe también recordar que para la Comunidad de Madrid estas valoraciones eran sustancialmente mejores.

En la siguiente pregunta, relativa a la importancia dada a la geometría, se observa una coherencia en las respuestas que se mantienen en la misma línea de atención prestada a la asignatura a pesar de que la hayan situado en los últimos meses del curso, dando la impresión, como señalan Abrate et al. (2006), que los docentes van relegando la geometría hasta llegar incluso a no impartirla.

Mayoritariamente los docentes opinan que es el álgebra la asignatura más difícil para sus alumnos, y eligen la geometría como la segunda más difícil. Este resultado viene a coincidir con lo que se nos indica en el informe PISA 2012 respecto

a que España presenta un peor rendimiento relativo en cambio y relaciones, y espacio y forma. Se observa que, aunque los propios docentes consideran que le dedican el suficiente tiempo a la geometría, están también aceptando que está dentro del grupo de las más difíciles para sus alumnos. Y esto podría indicar que no se está empleando lo suficientemente bien el tiempo disponible y también que la metodología empleada en el aula no está siendo la correcta.

En la encuesta realizada los docentes indican que la mayor dificultad la encuentran sus alumnos en los temas relacionados con polígonos, poliedros, cuerpos de revolución y cálculo de áreas y volúmenes. Estas dificultades se relacionan en la bibliografía existente con los problemas que presentan los alumnos con su percepción viso-espacial y capacidad de abstracción. Lo que viene a coincidir con las valoraciones que hacen los profesores en la siguiente pregunta sobre los factores que dificultan más el aprendizaje. Estos son la capacidad de abstracción (40%) y la visión espacial (30%).

Sobre los recursos más usados en el aula para enseñar geometría hay bastante unanimidad pues utilizan la pizarra en su forma tradicional un 70% de los encuestados. Le siguen el uso de libros (23%) y a bastante distancia cartulina y tijeras, para crear formas y modelos geométricos, y TIC. Es llamativo que los alumnos encuentren problemas con la visualización espacial y que por otro lado uno de los recursos más empleado sea la pizarra en su uso tradicional. No se usan prácticamente las TIC para explicar la materia de geometría, lo que cierra las puertas a que los alumnos puedan visualizar objetos, volúmenes, en tres dimensiones para su mejor comprensión. En la mayoría de los centros encuestados los medios tecnológicos disponibles son conexión a internet y pizarra digital. Incluso en uno de ellos la conexión a internet es complicada debido a cuestiones logísticas de los proveedores de estos servicios y sólo disponen de conexión wifi, para determinados servicios de secretaría y de dirección. Por tanto no son centros que apuesten por las TIC con decisión y eso se refleja en las estrategias de enseñanza de sus docentes.

Los profesores opinan que la mejor estrategia para enseñar geometría es la exposición apoyada en ejercicios (42%) junto con realizar preguntas en el aula para así afianzar los conocimientos de los alumnos (21%). El trabajo en grupo y las actividades relacionadas con la vida cotidiana y visual obtienen un 12% y 13% respectivamente. En general se opta por las formas más tradicionales de enseñanza.

En las preguntas relacionadas con los Entornos Personales de aprendizaje los resultados indican que los profesores desconocen en su gran mayoría los EPA. Sólo uno responde afirmativamente, distanciándose de su posible utilidad hasta que no transcurran unos años, pues entiende que ahora no se dan las condiciones para su

implantación. El desconocimiento mayoritario de lo que son los EPA nos indica un no muy elevado interés de estos docentes por la indagación de nuevas tendencias en educación.

5.- PROPUESTA DIDÁCTICA

5.1.- Introducción

En este capítulo se va a proponer una metodología didáctica que sirva para facilitar la enseñanza y aprendizaje de la geometría en 2º de la ESO mediante el uso de un Entorno Personal de Aprendizaje. Se ha diseñado de manera que pueda ser aplicado en el aula y poder comprobar si contribuye a superar las dificultades de los docentes y alumnos, y en consecuencia poder valorar sus ventajas e inconvenientes.

Como se ha indicado en el marco teórico, y se ha evidenciado en el trabajo de campo, la enseñanza y aprendizaje de la geometría se encuentra relegada en las aulas, pues los centros y los profesores no le dan la importancia que sí le dan diversos autores de prestigio mencionados en este trabajo. Además es una materia que presenta múltiples dificultades tanto en su enseñanza como en su aprendizaje, y así se ha podido constatar en el estudio de campo, en los estudios internacionales PISA 2012 y TIMSS 2011 y en la bibliografía revisada. Contrasta especialmente el auge que se vive hoy día respecto a las tecnologías y el interés de los investigadores por abordar su estudio en las aulas, con las reticencias que muestran los docentes a utilizarlas en la enseñanza de la geometría, tal y como se ha comprobado.

Hay que ser conscientes de que el orden y el control, propios de Primaria, puede dar paso a un torrente de información sin estructurar ni organizar que al llegar a la ESO puede abocar a los alumnos al fracaso en sus primeras evaluaciones. El mismo docente, en su afán por incorporar lo que descubre día a día en la “nube”, puede contribuir inconscientemente a este desorden. Los alumnos con 12 y 13 años ya disponen, en su gran mayoría, de tabletas, ordenadores, portátiles, móviles que les dan acceso a multitud de información, aunque siendo cierto que ellos incorporan la tecnología como medio de ocio, lo importante sería canalizar esta capacidad para aprender lo que les interesa hacia aquello que sea relevante para su futuro, sus vidas.

Por todo lo anteriormente expuesto la propuesta didáctica se va a concretar en ofrecer soluciones a estos problemas mediante dos sesiones de trabajo en el aula. Es una propuesta didáctica que busca que los alumnos puedan superar la idea de que la geometría es aburrida y está separada de la vida real, de que es complicado visualizar figuras y crear modelos geométricos, pues estas habilidades pueden ser potenciadas con herramientas TIC, bien planificadas y organizadas para que los alumnos puedan acceder a la información de una forma sencilla, puedan crear conocimiento, y quieran y sepan compartirlo, para así terminar creando su propia

red de aprendizaje. En la primera de estas sesiones se va a enseñar el Teorema de Pitágoras junto con una serie de actividades y tareas para casa, y en la segunda se van a realizar diversas reflexiones que contribuyan a interiorizar el teorema y sus aplicaciones. Ambas van a llevarse a cabo en el marco de un EPA configurado por el profesor para sus alumnos.

La elección concreta del teorema de Pitágoras se debe a que permite que los alumnos accedan a unos conceptos que son difíciles para ellos, pero que presentados en un entorno motivador, y que junto con unas herramientas adecuadas, les van a permitir acceder de una forma sencilla a una información. Podrán entonces leerla, visualizarla, reflexionar y trabajar con ella, para producir y compartir, con su profesor y compañeros del aula, el teorema y sus aplicaciones.

5.2.- Objetivos de la propuesta

El propósito de esta propuesta es *ofrecer al docente una metodología de trabajo en el uso de las TIC que le permita generar, organizar y presentar mediante un EPA unos contenidos que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de una determinada materia de geometría de 2º de la ESO.*

Se pueden distinguir dos tipos de propósitos subyacentes a esta propuesta:

1) *Objetivos curriculares*

Se refiere a los contenidos que se van a trabajar en estas dos sesiones. Según el currículo de la Educación secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid el bloque 4 de geometría incluye el teorema de Pitágoras. La concreción curricular del aula termina por definir estos contenidos a tratar y sus objetivos.

Tabla Nº 6. Objetivos relativos a los contenidos curriculares.

Contenidos	Objetivos
Teorema de Pitágoras y aplicaciones.	Conocer y aplicar el teorema de Pitágoras. Calcular la longitud de un lado cualquiera de un triángulo conocidas las longitudes de los otros dos lados. Determinar si un triángulo es rectángulo. Calcular la diagonal de un cuadrado o rectángulo. Calcular la altura de un triángulo isósceles. Calcular la apotema de un polígono regular.

Nota: Objetivos relativos a los contenidos curriculares. Fuente: Elaboración propia.

2) Objetivos pedagógicos del modelo metodológico planteado

- a. *Reforzar la capacidad visual* de los alumnos en su percepción de los objetos geométricos.
- b. Integrar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos cierta *capacidad de autoaprendizaje y autonomía* que les sirva de modelo para su futura vida profesional.
- c. *Contribuir a la motivación del alumno* mediante la inclusión de unas herramientas que faciliten su aprendizaje.
- d. *Incorporar el uso de las TIC* en el aula entendidas como un recurso didáctico más para aprender.
- e. *Facilitar la atención personalizada* en el aula gracias a la capacidad de adaptación de los EPA a las diferentes realidades y diversidades de los alumnos.
- f. *Validar el trabajo cooperativo* entre los alumnos como modelo para crecer aprendiendo de los demás y con los demás.

5.3.- Competencias básicas

En consonancia con las competencias básicas se destacan unas habilidades, cuyo desarrollo efectivo supondrá la consecución de dichas competencias a alcanzar durante las dos sesiones propuestas.

Tabla Nº 7. Habilidades asociadas con las competencias básicas.

Habilidades	Competencias básicas
Interpretar y expresar el teorema de Pitágoras de una forma razonada y en relación con otros conocimientos, contribuyendo al aprendizaje a lo largo de la vida.	Matemática
Conocer y manejar sus aplicaciones geométricas en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.	
Expresar opiniones, saber dialogar, generar ideas, leer y escribir para encontrar información nueva, ampliar conocimientos o generar nuevo conocimiento sobre lo aprendido.	Comunicación lingüística
Desarrollar la iniciativa personal, la autonomía, la responsabilidad y la comprensión del trabajo que desarrollan y las actividades en las que intervienen.	Conocimiento e interacción con el mundo físico
Incorporar las herramientas TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje comprendiendo que son un recurso más del aula.	Tratamiento de la información y competencia digital

Desarrollar habilidades de alfabetización digital que les permitan aprender a configurar y crear sus propios EPA.	
Aprender a usar críticamente la información disponible en los medios de comunicación, en especial de internet.	
Aprender a usar la información existente respetando los derechos de autor y la autoría de los conocimientos asumiendo la responsabilidad que conlleva.	Social y ciudadana
Aprender a trabajar cooperativamente participando y compartiendo en sus redes personales de aprendizaje.	
Comprender lo que hace en el aula, reflexionando sobre su aprendizaje e incorporando nuevas formas de aprender.	Aprender a aprender
Aprender de otros y que otros aprendan de mí.	
Aprender a llevar a cabo estrategias de planteamiento de problemas geométricos con criterio propio.	Autonomía e iniciativa personal

Nota: Habilidades asociadas con las competencias básicas. Fuente: Elaboración propia.

5.4.- Estructura del EPA

Tal y como se describía en el marco teórico los componentes de un EPA están formados por una serie de herramientas y sus estrategias correspondientes. Para poder disponer en el aula de esas herramientas se va a usar SymbalooEDU. Básicamente es una página de inicio, denominada *webmix*, que permite organizar el acceso a internet desde la escuela mediante enlaces a páginas de interés, seleccionadas o creadas previamente por el profesor. Su presentación es visualmente atractiva y facilita la composición y organización de aquellos recursos que se haya decidido incluir. El nombre elegido para la *webmix* es *EPA Geometría 2º ESO*. Para los alumnos el primer contacto con esta aplicación es fundamental, pues deben sentir confianza en que lo que se les presenta es sencillo y cómodo de manejar. De ahí el trabajo previo del profesor para el momento de la puesta en escena. Los alumnos deben visualizarlo como un recurso metódico y organizado que les introduce en la red, en su red de aprendizaje. Esta debe ser su puerta de entrada a internet en el aula, no debe haber otra forma de acceder que no sea esta.

Otras ventajas de la aplicación SymbalooEDU son que permite que en cualquier momento se puedan ir agregando nuevos recursos digitales, que terminen constituyendo un repositorio de contenidos útiles para el aprendizaje. Ahorra tiempo al no tener que copiar enlaces o tener que escribirlos, evita errores por abrir páginas equivocadas y permite que se comparta todo con el grupo.

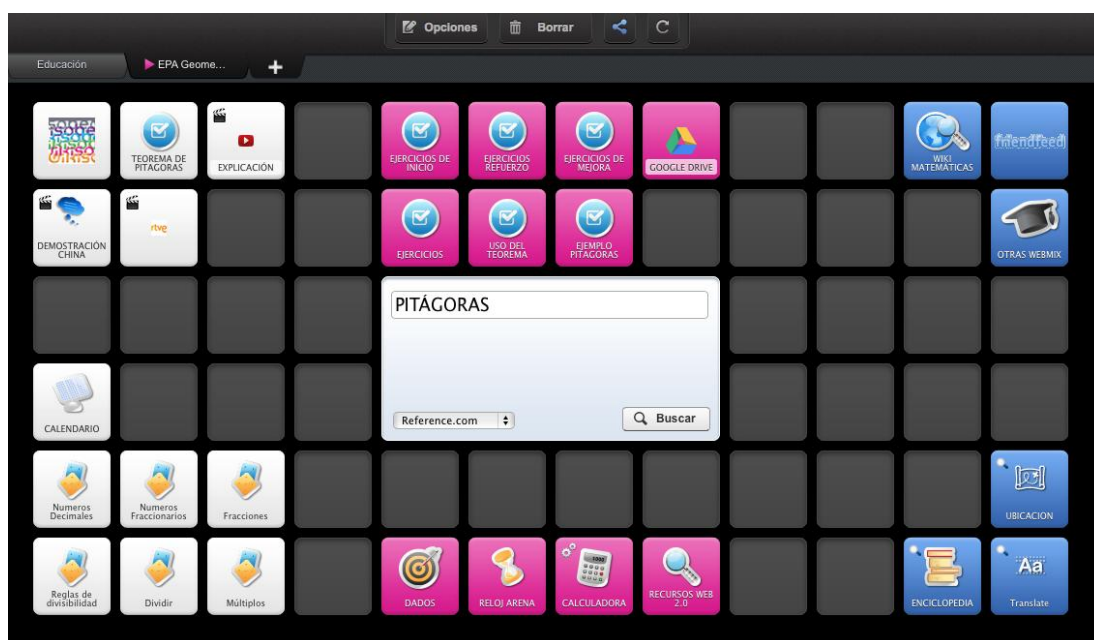


Figura Nº 1. Imagen webmix EPA Geometría 2º ESO. Fuente: Elaboración propia.

Desde la *webmix EPA Geometría 2º ESO* se accede a diferentes tipos de herramientas que se han dispuesto en tres grupos de color blanco, rosa o azul, atendiendo a los componentes de un EPA. Esto es:

- 1) Grupo blanco: *Leer/ Acceder a la información.*
- 2) Grupo rosa: *Hacer/ Reflexionar haciendo.*
- 3) Grupo azul: *Compartir/ Red de aprendizaje.*

1) Bloques del grupo blanco

En estos bloques se encuentran, por un lado, una guía de la asignatura, que en el caso que nos ocupa se trata de los contenidos de las dos sesiones, y por otro, enlaces que muestran contenidos informativos, de apoyo a la sesión. Se presentan en diversos formatos y archivos: texto, video y audio. Son expositivos y buscan ofrecer una información variada y amena sobre el tema.

El propio alumno podrá incorporar aquellos contenidos que considere pueden aportar valor a esa información y así estar también disponibles para sus compañeros. En este aspecto es más importante considerar la labor de búsqueda, la habilidad técnica y el compromiso del alumno con el grupo, que la validez en sí de la información.

En este mismo bloque hay disponibles una serie de enlaces que no están directamente relacionadas con la materia pero son contenidos de matemáticas que

pueden servirles como apoyo o repaso de determinados conocimientos previos necesarios.

2) Bloques del grupo rosa

Principalmente son herramientas que permiten la interconectividad entre los alumnos y de los alumnos con el profesor, bidireccionalmente. Para ello, en primer lugar, hay un bloque que enlaza con las herramientas de productividad de *Google Drive*. Estas permiten compartir los archivos con otras personas, ya sea desde un PC, Mac o dispositivo móvil y editarlos en tiempo real. Incluye *Dibujo*, para la creación de formas y diagramas; *Documentos*, para crear hojas de cálculo y documentos; *Presentación*, para realizar presentaciones; *Formulario* permite planificar eventos, enviar una encuesta, hacer preguntas a los estudiantes o recopilar otro tipo de información y *Cloud Convert* que es una aplicación que sirve para la conversión de distintos formatos de archivo.

Aquellos archivos que se quiera compartir, enviar al profesor o a otros alumnos, se arrastran hasta la ventana de *Google Drive* y ya están disponibles para los demás, de una manera muy sencilla y eficaz.

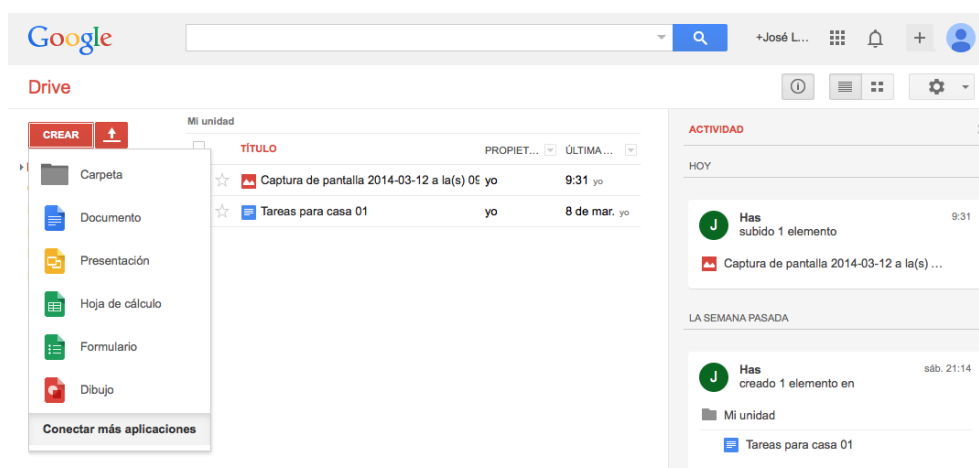


Figura N° 2. Aplicaciones disponibles en *Google Drive*. Fuente: Elaboración propia.

A continuación en otro conjunto de bloques de color rosa se encuentran las actividades recopiladas, y también las diseñadas por el docente, disponibles para que sean realizadas por los alumnos. Estas actividades permiten el control y revisión posterior del profesor para poder llevar un seguimiento de los avances y resultados de los alumnos.

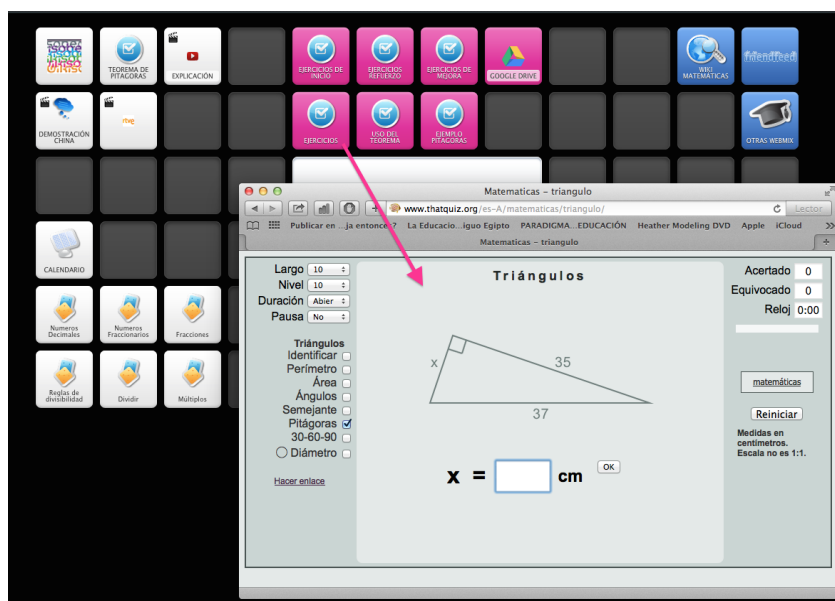


Figura N° 3. Actividad preparada por el docente. Fuente: Elaboración propia.

Son, en definitiva, un conjunto de recursos que facilitan a los alumnos la realización de sus trabajos y tareas y que posteriormente podrán ser evaluadas por el profesor. También hay disponibles unas herramientas de apoyo al trabajo de los alumnos como pueden ser una calculadora trigonométrica, utilidades para la creación de mapas conceptuales, recursos web 2.0.

3) Bloques del grupo azul

Constituyen la Red Personal de Aprendizaje del alumno donde va fundamentalmente a compartir. Para ello se utiliza el servicio de life-streaming *FriendFeed*. Este es un recopilador en tiempo real que permite ver en un solo lugar las actualizaciones de noticias de medios y redes sociales, blogs y microblogs, así como de cualquier fuente de noticias en formatos RSS y Atom. De esta forma se integran en un solo servicio web otros servicios como Flickr, Facebook, YouTube, Twitter. Puede incorporarse tanto en los ordenadores del aula como en los móviles de los alumnos. El docente puede crear un canal específico personalizado de manera que todo lo que los alumnos publiquen en estos servicios podrán visualizarlo el resto de compañeros y el profesor.

En este grupo se encuentra un bloque que enlaza con la wiki *Matemáticas de 2º de la ESO*. Dispone de una entrada relativa a estas dos sesiones, y es también una ventana de enlace entre alumnos y profesor. Cumple las características de los tres

grupos, pues en ella se puede visualizar información que el profesor ha colgado, se puede revisar el calendario de clases, se pueden descargar ejercicios, tareas y volver a subir una vez realizadas para que el profesor las corrija, se interactúa sincrónicamente por medio de un chat entre alumnos y con el profesor. Su uso, como todo en la webmix es de libre acceso, pero siempre coordinado por el profesor.

Se han dispuesto aquí una serie de widgets cuya funcionalidad es ayudar en la comunicación que los alumnos mantengan con su entorno, es decir con otros alumnos y con el profesor. Una de ellas permite ubicar la situación de su interlocutor en ese momento, otra es una utilidad que redirige a diversos diccionarios disponibles en la red y la última, es un traductor.

5.5.- Desarrollo de la propuesta

Para el desarrollo de la propuesta se llevan a cabo dos sesiones de 50 minutos cada una con la siguiente temporalización:

Tabla Nº 8. Temporalización sesiones

1ª sesión	Teorema de Pitágoras. Introducción y enunciado
2ª sesión	Reflexiones sobre el teorema y sus aplicaciones

Nota: Temporalización sesiones. Fuente: Elaboración propia.

1) 1ª Sesión

El profesor inicia la sesión ofreciendo a los alumnos una breve introducción histórica del teorema de Pitágoras. Para ello desde la webmix “EPA Geometría 2º ESO”, que cada uno tiene implementada en sus portátiles, visualizan un video, previamente editado por el profesor para reducirlo a una duración de 10 minutos. En el mismo los alumnos pueden comprobar el grado de popularidad de Pitágoras, y de su teorema, en la sociedad actual. Es el que cuenta con mayor número de demostraciones distintas llegando a reunir 367 diferentes. Se hace también en el video una exposición de cómo los egipcios resolvían los problemas de medidas de sus tierras. Muchos campos próximos al río Nilo se inundaban en las crecidas y los recaudadores de impuestos tenían que establecer la parte inundada para determinar la cuantía del impuesto. Disponían de un artilugio que les permitía trazar ángulos rectos. Era una cuerda unida por sus extremos y dividida en intervalos iguales en 12

partes. Formando un triángulo de 3, 4 y 5 unidades obtenían un triángulo rectángulo, consiguiendo así la dirección de dos de los lados del cuadrado. Este sistema fue también de gran ayuda en la construcción de sus templos y pirámides.

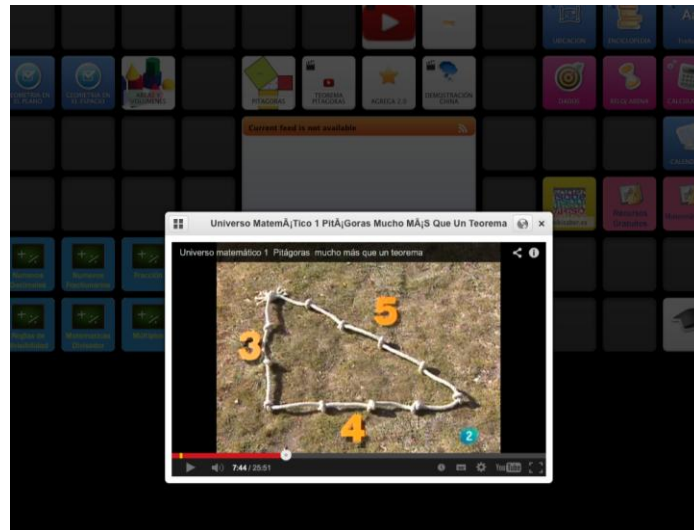


Figura N° 4. Video introducción histórica del Teorema de Pitágoras. Fuente: Elaboración propia.

Se está buscando, con este video, enlazar las matemáticas con la realidad que nos rodea, destacando su utilidad, no tan solo en la antigüedad, sino también hoy día. Es fundamental hacerles reflexionar sobre las relaciones existentes entre los lados del triángulo rectángulo que los egipcios empleaban para sus medidas.

A continuación el profesor realiza una exposición en la que enuncia el teorema de Pitágoras y lo escribe en la pizarra. Como apoyo al contenido teórico se llevan a cabo tres ejercicios del cálculo de la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo. Esta explicación teórica y los ejercicios se encuentran disponibles en la wiki *Matemáticas 2º ESO*.

Se recuerda a los alumnos que tienen disponible en la citada wiki tres tareas que deben realizar y presentar en el plazo indicado. Esta tarea se corrige online individualmente con las anotaciones y correcciones correspondientes. Pasa a formar parte de la evaluación de cada alumno.

Con esta sesión se contribuye a que la geometría no les resulte aburrida, que tenga una conexión con el mundo real y que los alumnos puedan incluso usarla en su vida cotidiana.

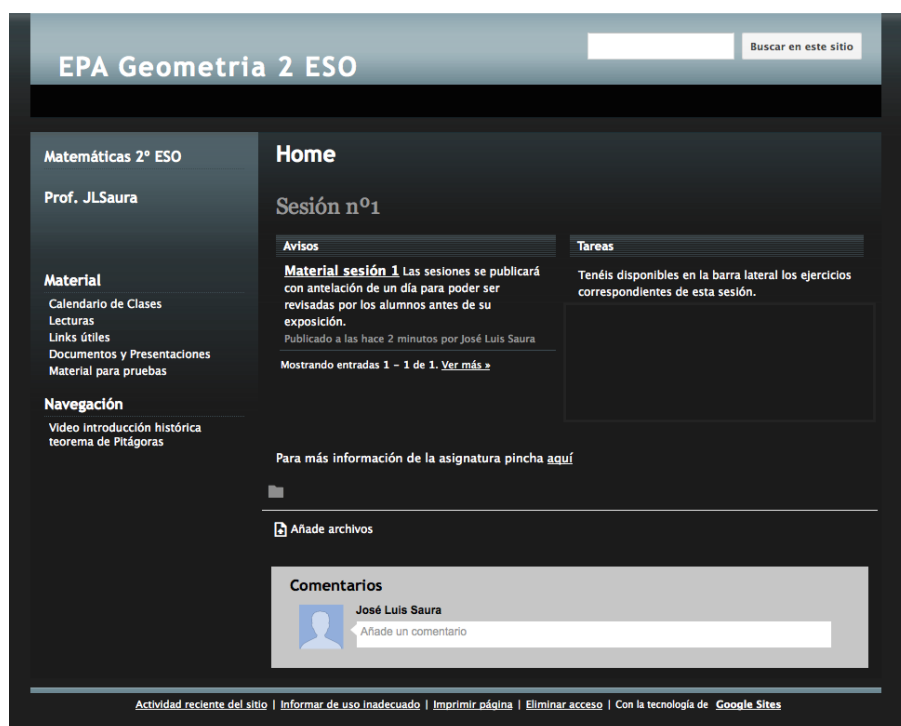


Figura Nº 5. Wiki Matemáticas 2º ESO. Fuente: Elaboración propia.

2) 2ª sesión

En esta sesión el profesor realiza una serie de reflexiones sobre el teorema de Pitágoras que permitan que los alumnos profundicen en el mismo y en sus aplicaciones. Se inicia con la visualización de unas animaciones, disponibles en la *webmix EPA Geometría 2º ESO*, donde se relaciona la expresión del teorema con las áreas de los cuadrados correspondientes. El alumno puede de esta manera ser consciente de que una expresión matemática se corresponde con una realidad geométrica.

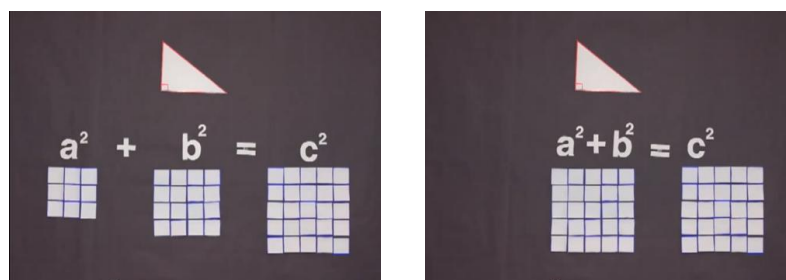


Figura Nº 6. Animación sobre el teorema de Pitágoras. Fuente: Elaboración propia.

A continuación el profesor hace una serie de preguntas al grupo encaminadas, en primer lugar, a que los alumnos entiendan que el teorema de Pitágoras permite calcular la longitud de un lado cualquiera de un triángulo rectángulo conocidas las longitudes de los otros lados. Esta conclusión puede también ser extrapolada por los alumnos a través de las tareas que ya han resuelto en casa.

Otra serie de preguntas deberán permitir que los alumnos sean capaces de determinar cuándo un triángulo es rectángulo, pues deben aprender que el teorema de Pitágoras sólo es aplicable a triángulos rectángulos. A tal efecto se llevará a cabo la *Actividad N° 1* accesible desde la webmix. El profesor podrá acceder a cada documento para su corrección a medida que los alumnos vuelven a subir el archivo. Con esta actividad se pretende que el alumno razone sobre lo expuesto por el profesor anteriormente. Sus conclusiones pueden ser subidas de nuevo a la wiki y así la reflexión se comparte y se traslada a sus compañeros.

The screenshot shows a web interface for a session titled "Sesión n°1". On the left, there are navigation links for "Avisos", "Tareas", and "Actividad 1 (1 página)". The main content area displays the task "Actividad 1" which asks the user to determine if three given side lengths (b, c, a) form a right triangle. The task lists three sets of side lengths: 1) b=8 m, c=6 m, a=10 m; 2) b=3 m, c=4 m, a=5 m; 3) b=2 m, c=6 m, a=8 m. Below the task, there is a diagram of a triangle with vertices A, B, and C. The side opposite vertex A is labeled 'a', the side opposite vertex B is labeled 'b', and the side opposite vertex C is labeled 'c'. The Pythagorean theorem formula $a^2 = b^2 + c^2$ is also displayed.

Figura N° 7. Actividad N°1: Averiguar si es un triángulo rectángulo. Fuente: Elaboración propia.

Finalmente el profesor divide el aula en grupos de 5 alumnos. A cada grupo se le encarga una actividad distinta para realizar en casa, de manera que los miembros de cada grupo trabajen por medio del servicio FriendFeed que permite que compartan comentarios y diferentes tipos de archivos entre ellos. Una vez alcance cada grupo un resultado y conclusión común se publica en la wiki para compartirlo con la totalidad del aula.

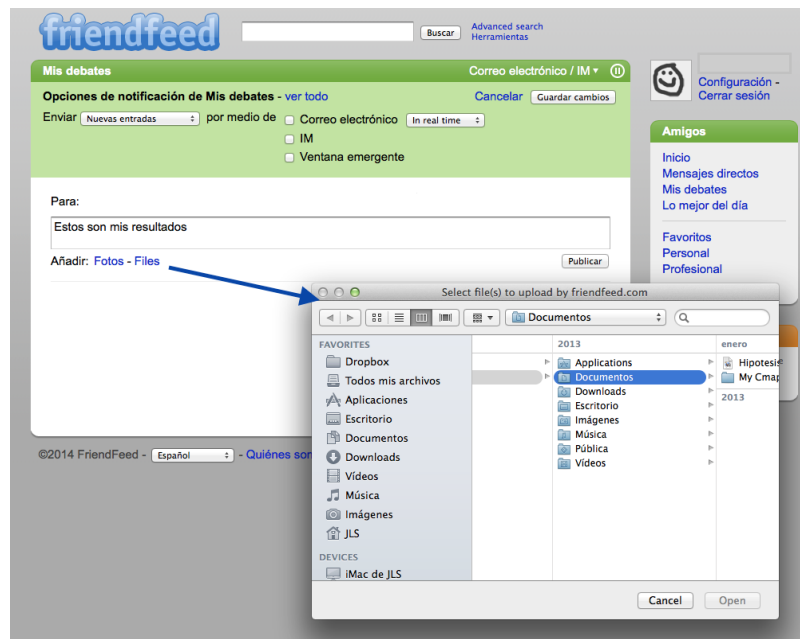


Figura N° 8. Agregador en tiempo real FriendFeed. Fuente: Elaboración propia.

Las animaciones del inicio de esta sesión ayudan a que los alumnos superen algunas de las dificultades que se daban en el aprendizaje de la geometría. Dificultades, por ejemplo, que se dan con la visualización y abstracción de objetos. Con una recreación en movimiento de las imágenes se puede contribuir a facilitar su comprensión y razonamiento, eliminando alguno de los distractores existentes.

También se contribuye a que los alumnos realicen una comunicación coherente de la información geométrica en diversos lenguajes, pues tienen que compartir sus resultados, su información con los demás. La guía del profesor resulta aquí fundamental para mostrar a los alumnos modelos que ellos puedan seguir en sus comunicaciones.

6.- APORTACIONES DEL TRABAJO

En este trabajo la aportación principal es poner de relieve y manifiesto el beneficio, la utilidad y la aplicabilidad de un EPA mediante una determinada metodología de enseñanza de un bloque específico de contenidos. Un EPA que tiene que ir ligado incondicionalmente con una tecnología, con internet, que permita que el alumno guiado por el profesor, establezca su red de conocimiento, leyendo, reflexionando, creando y compartiendo. Que aprenda a dirigir su propio aprendizaje y que termine siendo capaz de resolver problemas por sí mismo.

Todos estos aspectos de desarrollo de determinadas actitudes están en clara consonancia con las competencias básicas que establece la legislación educativa nacional en el Real Decreto 1631/2006 en su Anexo I. Más en concreto con las competencias de aprender a aprender, social y ciudadana, matemática, de tratamiento de la información y competencia digital. El currículo oficial nos dice que los alumnos de ESO deben ser ciudadanos que puedan realizarse profesionalmente dando respuesta a los problemas que se les planteen y que puedan llevar cabo un aprendizaje permanente. Que sean capaces de utilizar los recursos tecnológicos, buscando, procesando y transformando la información mediante estrategias orales, escritas.

Además la ley indica claramente que la escuela está obligada a formar alumnos digitales competentes, que sean entonces capaces de comunicarse con otros y generar conocimiento, y aquí los EPA adquieren su papel fundamental para indicarnos cómo podemos aprender en internet.

Así mismo las instrucciones que se dan en los informes internacionales reseñados en este trabajo hacen alusión a que la inclusión de la conectividad en las aulas puede tener un efecto positivo sobre el rendimiento escolar de los estudiantes en España.

Es interesante comprobar que la bibliografía existente aboga por la inclusión de los EPA en paralelo con el desarrollo de las tecnologías y más en concreto con la irrupción de la web 2.0 como un fenómeno imparable y necesario para mejorar la calidad del aprendizaje. Y también se encuentran referencias, como la de Miguel de Guzmán que era claramente partidario del uso de las tecnologías para resolver problemas de geometría.

En la propuesta didáctica se ofrece una posibilidad de trabajo que facilite la enseñanza del teorema de Pitágoras y algunas de sus aplicaciones. Es una opción más para que un docente motive a sus alumnos hacia una materia, la geometría, que como se vio en los informes internacionales y en la bibliografía aportada, no obtiene

resultados positivos. También se presenta como una forma de familiarizar a los alumnos en el uso de la tecnología enfocada hacia el aprendizaje y no solamente hacia el ocio. Que sea un entorno de aprendizaje sencillo, fiable, útil y versátil para que el alumno lo pueda acomodar hacia su futuro profesional, y en general, para su vida de aprendizaje continuo. Que permita que el alumno comparta para aprender y que otros aprendan de él, siendo así más responsable de su aprendizaje.

7.- DISCUSIÓN

Los Entornos Personales de Aprendizaje llevan un camino recorrido de unos diez años, principalmente en el mundo anglosajón. En España su incorporación es más reciente y, aunque su aceptación y seguimiento es cada vez mayor, resulta evidente que la escuela no los ha asumido ni siquiera mínimamente. Las TIC se incorporan con fuerza a la escuela en España a través de iniciativas gubernamentales como son la Escuela 2.0 o múltiples iniciativas privadas. Pero estas innovaciones no han sido siempre acompañadas de un uso eficiente y de una planificación detallada. En esta planificación puede no haberse tenido en cuenta la formación del profesorado en el manejo de TIC, de lo que resulta que el principal gestor de la misma en el aula puede ser inoperante. Así nos lo confirma Peña (2010):

El profesorado de Matemáticas utiliza fundamentalmente las TIC a nivel personal, para actividades relacionadas con la gestión de la materia y usa Internet para buscar información y recursos, pero escasamente para la docencia de las Matemáticas y, en particular, de la Geometría. (p.534).

Estas dificultades hacen que el uso de un EPA para aprender geometría en el aula no tenga mucho sentido, si de entrada no existe una cultura de uso de internet y de las redes sociales que se apoye en un docente firmemente preparado y convencido de sus bondades.

Sin embargo existen experiencias de cursos no presenciales sobre Entornos Personales de Aprendizaje, realizados por docentes, en los que se muestran que la valoración que hacen estos alumnos de los recursos, herramientas y servicios de la web 2.0 es positiva de una forma unánime, lo que nos indica que existen profesionales del sector de la enseñanza que sí abogan por las TIC y por su uso mediante un EPA (Álvarez, Sánchez y Fernández, 2013).

En el aula el alumno no siempre es partidario de abandonar el tradicional método expositivo del profesor y estudio de un libro con sus correspondientes ejercicios. Es lo que ellos conocen y manejan hace años, desde Primaria, y el salto a un aprendizaje más autónomo en el que busquen, descubran y reflexionen sobre la información y la elaboren, transformen y compartan con otros se les hace difícil. Tal y como manifiesta García (2013), los alumnos mantienen claras reticencias a cambiar sus hábitos pedagógicos y prefieren conservar la memorización como pilar de su aprendizaje.

Visiones mucho más positivas, y quizás altamente optimistas, como la de Atwell (2007) que defienden y sostienen que los EPA serán fundamentales para el

aprendizaje en el futuro, son la antítesis de la postura de los docentes que no adivinan ese futuro educativo, pues descartan cualquier tipo de innovación que les aleje del libro de texto y la clase magistral. Hay que aceptar que la creación, el seguimiento y mantenimiento de un EPA requieren profesores y alumnos con una capacidad tecnológica notable, por lo que no es una opción que pueda ser implementada en cualquier entorno, y como ya se ha comentado también requiere una infraestructura informática y de comunicaciones en los centros educativos. Es también una realidad que los avances en educación son muy lentos, nunca suceden al ritmo de los progresos sociales o tecnológicos, y además requieren del respaldo político necesario para iniciar su inclusión.

No obstante los EPA presentan la ventaja de que en cierto modo son atemporales, y pueden implantarse y modificarse según las necesidades del usuario, o incluso se pueden desarrollar en paralelo a los cambios tecnológicos. Esto los convierte en un recurso muy versátil, haciendo que sea posible la creación de modelos EPA con relativa facilidad, y que por tanto puedan contribuir a conformar una base experimental sobre la que sustentar su futuro.

Diversos autores como Cabero y Marín (2011), Castañeda y Adell (2013), abogan por un modelo de EPA en el que el alumno toma el control de su propio proceso de aprendizaje determinando los contenidos y sus objetivos, es decir una autorregulación de lo que aprende y como lo aprende. O incluso, siendo protagonista de sus estrategias de aprendizaje, en las que será capaz de asumir los retos que esto significa. Desde nuestra perspectiva, este planteamiento no se contempla como viable en el marco de 2º ESO, ni tampoco en cualquiera de sus niveles, pues no están los estudiantes lo suficientemente formados para afrontar su propio aprendizaje. El papel del docente es aquí fundamental, para orientar y servir de modelo, para que los alumnos tengan unas pautas de actuación claras y fiables. Incluso en la etapa universitaria no parece muy verosímil pretender una autoformación que desligue al alumno de un tutor, que con su experiencia y saber, sea el que construya las bases necesarias de esa formación.

Desde nuestro punto de vista un EPA en el entorno de la ESO cumple una doble función. Por un lado son una plataforma de acceso a internet, que estando correctamente organizada y estructurada por el profesor, puede facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos. Y por otro, es una muy buena oportunidad para que los alumnos comiencen a desarrollar paulatinamente competencias en su propio aprendizaje, que se inicien en la búsqueda crítica de la información, que se familiaricen con las herramientas que la tecnología aporta y que aprendan a trabajar cooperando y compartiendo.

8.- CONCLUSIONES

Las conclusiones se establecen en función de los objetivos específicos planteados al comienzo de esta investigación y se detallan a continuación en el mismo orden que fueron planteados:

- a. Respecto al objetivo concreto de *conocer los contenidos y competencias de la materia de geometría en 2º de la ESO* se han revisado los aspectos legislativos actuales sobre la geometría en dicho curso escolar tanto a nivel de contenidos como de su contribución a las competencias básicas. Para ello se han consultado el Real Decreto 1631/2006 en el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria y el Decreto 23/2007 del Consejo de Gobierno por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Se considera por tanto cumplido este objetivo.
- b. En relación a *conocer la realidad de las matemáticas y la geometría en España, recabando la situación particular de Madrid, en base al análisis de informes internacionales* se han consultado los informes PISA 2012 y TIMSS 2011 comprobando que los resultados de España en matemáticas se sitúan por debajo de la media europea y que en geometría, en la subárea de espacio y forma, las valoraciones son incluso más negativas que el resto de países de la OCDE. Incluso se observa que en cuanto al nivel de competencia, una proporción significativa de los alumnos se encuentran en niveles muy bajos y, por el contrario, en los niveles más altos hay muy pocos alumnos comparativamente. También se destaca que los resultados de Madrid son significativamente mejores que los de España, tanto en matemáticas como en geometría. En ambos informes se insta a que en España se reduzca el número de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas y a mejorar el porcentaje de alumnos avanzados (INEE, 2012) y (OCDE, 2013). Por tanto se considera alcanzado este objetivo.
- c. Para *conocer algunas de las dificultades de los alumnos de 2º de la ESO en el aprendizaje de la geometría y de los docentes en su enseñanza* se ha revisado diversa bibliografía relacionada con la temática como libros y

documentación online. Se han recogido, como factores que influyen negativamente, la excesiva extensión de los currículos y que la geometría se desplace normalmente al final del temario. Se han detectado también dificultades relacionadas con el empleo de una metodología tradicional, centrada en el uso del libro y la pizarra, que dan cabida a distractores de orientación y estructuración. El papel de los docentes se recoge en informes del INEE, en tanto que su preparación es un factor de incidencia en los resultados de los alumnos y se destaca la importancia de una formación adecuada que mejore su rendimiento. La geometría requiere una adecuada visión espacial que puede resultar una dificultad añadida para un adolescente así como el ejercicio de modelización de conceptos o ideas. También el estudio de campo realizado ha ayudado a conocer las dificultades que los docentes de cinco centros educativos de Madrid encuentran en la enseñanza de la geometría. Mediante un cuestionario se ha recabado esta información, y se ha concluido que los docentes que han participado en el estudio de campo, consideran la geometría como una materia difícil para enseñar y que sus alumnos también presentan dificultades durante su aprendizaje. Es por lo tanto que se considera cumplido este objetivo.

- d. Para poder *conocer las características de un modelo EPA y su aplicación en el aprendizaje de la geometría de 2º de la ESO* se ha hecho un recorrido por diversos autores que describen y explican los Entornos Personales de Aprendizaje y su utilidad en la sociedad actual. Una sociedad que genera, apoyándose en internet, una cantidad ingente de información, dispersa y fragmentada, que precisa ser organizada para facilitar la labor de enseñanza del docente y de aprendizaje del alumno. De ahí surgen los EPA, como una idea que contribuye a que el alumno aprenda a aprender, leyendo, reflexionando, creando y compartiendo. Se incide en la importancia de trabajar en los alumnos aquellas capacidades que les preparen para un futuro profesional que les exigirá adaptación y versatilidad. Que les posibilite buscar respuestas por ellos mismos para ser competitivos. Así en un EPA la geometría puede ser aprendida de una forma eficaz y altamente motivadora para los alumnos. Enfocar el aprendizaje de la geometría desde un EPA, teniendo como referente al docente que guía, instruye y dirige a sus alumnos en la creación de su propio aprendizaje, resulta tener una implicación muy positiva, y es que

se crean las bases para que estos alumnos sean capaces de diseñar en el futuro sus propios EPA que les faculten para un aprendizaje continuo a lo largo de su vida. El estudio de campo llevado a cabo ha permitido conocer cuál es el conocimiento que los docentes de cinco centros escolares tienen de los EPA y su opinión sobre ellos como facilitadores de la enseñanza de la geometría. Del análisis de los datos recogidos en los cuestionarios que los docentes han cumplimentado se sabe que la gran mayoría desconoce lo que son los EPA y por tanto no existe una valoración sobre los mismos. De todas maneras esto no ha sido óbice para que sí se pueda considerar cumplido el objetivo planteado.

- e. La consecución de cada uno de estos objetivos específicos nos lleva a que el propósito fundamental de este trabajo: *presentar una propuesta didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría a los alumnos de 2º de la ESO mediante un EPA* se haya también alcanzado. Las sucesivas fases que se han desarrollado a lo largo de esta investigación han contribuido a la consecución del objetivo planteado. Comenzando por la investigación bibliográfica en la que se ha enmarcado la realidad educativa de la geometría en España, y más en concreto en Madrid, junto con la revisión de la legislación actual y de aquellas dificultades en su enseñanza y aprendizaje que observan autores de renombre. El repaso que se ha realizado de las TIC y su relación con la educación, entendidas como un complemento que puede ayudar a enseñar y a aprender. La descripción que se ha llevado cabo de los EPA y sus aplicaciones en el aula como un enfoque sobre cómo usar la tecnología para la enseñanza y el aprendizaje. El estudio de campo que ha aportado datos sobre las experiencias y opiniones de los profesores de unos centros educativos concretos. Y finalmente una propuesta didáctica que ofrece una forma de aprender una materia de la geometría, el teorema de Pitágoras, empleando un EPA.

9.- LIMITACIONES DEL TRABAJO

Es fundamental percatarse de los impedimentos que pueden existir antes de iniciar un trabajo de investigación, y en los comienzos de esta investigación ya se ha sido consciente de la limitación de tiempo y recursos para poder completar el trabajo adecuadamente. El periodo limitado de tiempo ha afectado a las distintas fases del trabajo en una u otra medida, de modo que la investigación bibliográfica, el estudio de campo o la propuesta educativa han visto reducido su alcance por el corto espacio de tiempo que ha podido emplearse.

El estudio de campo se basa en encuestas realizadas a docentes y estos han de manifestar su conformidad con la ejecución de la misma y disponer del tiempo necesario. En principio se estimó la posibilidad de contar con la colaboración de más docentes y de distintos centros educativos pero la escasa o nula participación hizo que se desistiese de ese planteamiento. Finalmente se optó por cinco colegios que podrían aportar la información requerida. El tamaño de muestra obtenido ha sido pequeño por lo que no parece razonable extrapolar sin más los resultados a otras poblaciones. Únicamente pueden ser útiles para establecer discretas comparaciones con el modelo teórico que afirmen o desmientan lo expuesto, pero sin poder asignarles un grado muy elevado de verosimilitud.

Otra consecuencia ha sido el no poder llevar al aula la propuesta didáctica que se presenta en este trabajo, por la poca disponibilidad de los centros escolares a estas alturas del curso.

La propia propuesta realizada en este trabajo de investigación *Presentar una propuesta didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría a los alumnos de 2º de la ESO mediante un EPA* contiene su propia limitación pues, en primer lugar, se hace fundamental contar con un aula que permita la conectividad con internet y también debe contar con la implicación y participación del docente y de los alumnos en cuanto que implica un cambio en la forma de enseñar y aprender.

En España es una práctica que lleva pocos años, y por otro lado, su implantación en el aula está supeditada a una real y efectiva introducción de las TIC, lo que hace que se conozcan pocas experiencias reales a nivel de centros educativos.

10.- LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA

Con este trabajo se ha presentado una propuesta didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría en 2º de la ESO mediante un Entorno Personal de Aprendizaje (EPA). De este trabajo podría surgir un estudio que abordase la posibilidad de crear un entorno de aprendizaje virtual para alumnos de ESO y Bachillerato. Similar a las plataformas virtuales de enseñanza que conocemos, pero con la peculiaridad de que cada grupo de trabajo tendría su EPA propio ajustado a sus intereses y necesidades.

Por otro lado sería interesante y muy útil poder llevar al aula la propuesta planteada en este trabajo de investigación, para poder conocer las ventajas y dificultades reales que implicaría su puesta en práctica. Llevándolo a la realidad educativa se conocería si realmente se mejora la enseñanza del bloque de geometría en 2º de la ESO, detectando sus puntos fuertes y débiles.

Igualmente podría estudiarse su extrapolación a cualquier otro ámbito de la asignatura y detectar si la propuesta didáctica también actúa como elemento motivador en los alumnos y mejora su rendimiento.

El trabajo realizado también puede servir como base para otros trabajos en los que, estudiando las dificultades que los alumnos y docentes encuentran en la enseñanza y aprendizaje de otras materias de las matemáticas, se pueda proponer su mejora mediante modelos de aprendizaje del tipo EPA, tanto en la ESO como en el Bachillerato.

En línea con propuestas de investigación ya existentes podrían hacerse estudios que indagasen en cómo se están llevando a cabo proyectos de EPA para el aprendizaje en general. Proyectos que se marquen como objetivo el buscar nuevas formas de educar y facilitar el aprendizaje.

11.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

11.1.- REFERENCIAS

- Abrate, R., Delgado G. y Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*. Disponible en: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>
- Adell, J. y Castañeda, L. (2010). *Los Entornos Personales de Aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje*. Alcoy: Marfil. Disponible en: <http://www.edutec.es/sites/default/files/publicaciones/castanedayadelllibrole.pdf>
- Afonso, M. C. (2003). *Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio*. Tesis de Doctorado no publicada. Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna. Disponible en: <ftp://tesis.bbt.ull.es/ccpytec/cp157.pdf>
- Alfaro, A. (2003). *Rendimiento por temas en las pruebas nacionales de matemáticas en Tercer Ciclo y Bachillerato*. Disponible en: <http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen1/Parte7/articulo13.html>
- Alsina, C. (s.f.). *Geometría y realidad*. Disponible en: http://www.upc.edu/ea-smi/personal/claudi/documents/geometria_realidad.pdf
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M^a. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Álvarez, D., Sánchez, J. y Fernández, F. (2013). PLEs en formación continua del profesorado. En Castañeda, L. y Adell, J. (Ed.), *Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red* (pp. 135-140). Alcoy: Marfil. Disponible en: <http://www.um.es/ple/libro/>
- Ampudia, V., Trinidad, L. (2012). Entornos Personales de Aprendizaje: ¿final o futuro de los EVA?. *Reencuentro*, 63, 32-40.
- Área, Manuel (2005). Las tecnologías de la información y comunicación en el sistema escolar. Una revisión de las líneas de investigación. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 11(1), 3-25. Disponible en: http://www.uv.es/RELIEVE/v11n1/RELIEVEv11n1_1.htm

- Atwell, G. (2007). The Personal Learning Environments - the future of eLearning? *eLearning Papers*, 2(1). Disponible en: <http://www.openeducationeuropa.eu/en/article/Personal-Learning-Environments---the-future-of-eLearning%3F>
- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza aprendizaje de la geometría en primaria y secundaria. *Campo abierto*, 24, 15-36.
- Barrantes-López, M. y Balletbo-Fernández, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8 (1), 25-42.
- Barrantes-López, M. y Zapata, M. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 27 (1), 55-71.
- Cabero, J. y Marín, V. (2011). Creación de un entorno personal para el aprendizaje: Desarrollo de una experiencia. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 38. Disponible en: http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec38/creacion_entorno_personal_aprendizaje_desarrollo_experiencia.html
- Carrasco, J.B. (1997). *Hacia una enseñanza eficaz*. Madrid: Rialp.
- Castañeda, L. y Adell, J. (2013). *Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red*. Alcoy: Marfil. Disponible en: <http://www.um.es/ple/libro/>
- Coll, C. (2005). Psicología de la Educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación: Una mirada constructivista. *Revista Electrónica Sinéctica*, 25, 1-24. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99815899016>
- Decreto 23/2007, de 10 de mayo, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid (29 mayo 2007), núm. 126, pp. 48-139.
- De Guzmán, M. (1983). Sobre la educación matemática. *Revista de Occidente*, 26, 37-48.
- García, J.D. (2013). PLE en el aula: Historias sobre tutorías en secundaria. En Castañeda, L. y Adell, J. (Ed.), *Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red* (pp. 117-121). Alcoy: Marfil. Disponible en: <http://www.um.es/ple/libro/>
- García Peña, S. y López Escudero, O.L. (2008). *La enseñanza de la Geometría*. Disponible en: <http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>

- Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. En Godino, J.D. (Dir.), *Matemáticas y su didáctica para maestros* (pp. 7-154). Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- INEE (2012a). *Sistema estatal de indicadores de la educación*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/indicadores-educativos/seie2012.pdf?documentId=0901e72b81477552>
- INEE (2012b). *PIRLS-TIMSS 2011. Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias. IEA. Volumen I*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pirlstimss2011vol1-1.pdf?documentId=0901e72b81825be4>
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 295, pp. 97858-97921.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 de mayo de 2006), núm. 106, pp. 17158-17207.
- López, E. y Miranda, M. J. (2007). Influencia de la tecnología de la información en el rol del profesorado y en los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Ried: Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 10(1), 51-60.
- McKinsey & Company (2007). *Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos*. Disponible en: http://mckinseysociety.com/downloads/reports/Education/Como_hicieron_los_sistemas_educativos.pdf
- Mortera, F. J. (2007). *Blended learning (aprendizaje combinado), distributed learning (aprendizaje distribuido), online learning (aprendizaje en línea)*. Disponible en: <http://innovatedocente.webnode.es/news/blended-learning-aprendizaje-combinado-distributed-learning-aprendizaje-distribuido-online-learning-aprendizaje-en-linea-/>
- OCDE (2000). *PISA 2000. La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos. La evaluación de la lectura, las matemáticas y las ciencias en el Proyecto Pisa 2000*. Disponible en: <http://thales.cica.es/~epsilon/debate/PISA2004/pisa2000assessment.pdf>
- OCDE (2013). *PISA 2012. Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe español*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310>

- Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. *RED. Revista de Educación a Distancia*, número monográfico II. Disponible en: <http://www.um.es/ead/red/M2/>
- Peña, A. (2010). *Enseñanza de la geometría con TIC en educación secundaria obligatoria*. Tesis de Doctorado no publicada. Departamento de Didáctica, Organización escolar y Didácticas especiales, Universidad Nacional de educación a Distancia. Disponible en: <http://e-spacio.uned.es:8080/fedora/get/tesisuned:Educacion-Apena/Documento1.pdf>
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773.
- Schaffert, S. y Hilzensauer, W. (2008). On the way towards Personal Learning Environments: Seven crucial aspects. *eLearning Papers*, (9). Disponible en: http://www.researchgate.net/publication/28264175_On_the_way_towards_Personal_Learning_Environments_Seven_crucial_aspects
- Torres, L. (2008). *Procesos de aprendizaje colaborativo en una red de entornos personales de aprendizaje (repa) para aprendientes de ele*. Tesis de Doctorado no publicada. Departamento Didáctica de Lengua y Literatura, Universidad de Barcelona. Disponible en: <http://hdl.handle.net/2445/17043>
- Villani, V. (2001). *Perspectivas sobre la Enseñanza de la Geometría para el siglo XXI*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Weller, M. (2011). A pedagogy of abundance. *Revista Española de Pedagogía*, 249, 223-235.
- Zenteno, A. y Mortera, F.J. (2011). Integración y apropiación de las TIC en los profesores y alumnos de educación media superior. *Apertura, Revista de Innovación Educativa*, 14. Disponible en: <http://catedra.ruv.itesm.mx/bitstream/987654321/672/1/Integracion%20y%20apropiacion%20de%20las%20TIC%20en%20los%20profesores%20y%20alumnos%20de%20educacion%20media%20superior.pdf>

11.2- BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- Aparicio, G. (2013). *La motivación en el aula de matemáticas a través del uso de las TIC*. Trabajo fin de Máster no publicado. Universidad de Almería.

Recuperado el 2 de diciembre de 2013 de
<http://repositorio.ual.es:8080/jspui/handle/10835/1990#.UtBIIs95PFA>

España, F., Pacheco, M., Bracho, R., y Luque, C. M. (2008). *Del lápiz al ratón: Guía práctica para la utilización de las nuevas tecnologías en la enseñanza*. Córdoba: Toro Mítico.

12.- ANEXOS

12.1.- Cuestionario

Cuestionario dirigido a profesores de ESO que imparten matemáticas en 2º y 3º de la ESO. Forma parte de un estudio de campo que se lleva a cabo en diversos centros educativos de Madrid en el que se investigan las dificultades de la geometría en 2º de la ESO y la posibilidad de mejorar su enseñanza mediante el uso de Entornos Personales de Aprendizaje (EPA).

Leer detenida y reflexivamente. Elegir la respuesta que mejor refleje la propia realidad de cada profesor y de su aula.

1. Indique su nombre y sexo. Especifique cuántos años lleva impartiendo la asignatura.

Edad

Sexo (Femenino: F; Masculino: M)

Años impartiendo matemáticas

2. ¿En qué trimestre está ubicada la unidad didáctica de geometría de 2º ESO?

a. Primer trimestre

b. Segundo trimestre

c. Tercer trimestre

3. ¿Cree que en 2º de la ESO se dedica el tiempo suficiente a impartir el bloque de geometría?

a. Si

b. No

4. ¿Qué importancia le da a la geometría dentro de la signatura de matemáticas?

a. Igual que las demás

b. Más que a las demás

c. Menos que a las demás

5. ¿Qué área de las matemáticas de 2º de la ESO opina que supone mayor dificultad a sus alumnos?

- a. Contenidos comunes ☐
- b. Números ☐
- c. Álgebra ☐
- d. Geometría ☐
- e. Funciones y gráficas ☐
- f. Estadística y probabilidad ☐

6. ¿En qué contenidos del currículo de 2º de la ESO de geometría opina que sus alumnos presentan mayores dificultades?

- a. Semejanza y proporcionalidad de figuras ☐
- b. Triángulos: Teorema del cateto, ☐
de la altura, Teorema de Pitágoras.
- c. Polígonos, poliedros, cuerpos de revolución. ☐
Áreas y volúmenes
- d. Rectas y planos ☐

Añadir comentarios:

7. ¿Cuáles considera que son los principales factores que dificultan a sus alumnos la comprensión de los contenidos de la geometría?

- a. Falta de visualización espacial ☐
- b. Escasa argumentación matemática ☐
- c. Conocimientos previos insuficientes ☐
- d. Poca motivación ☐
- e. Poca capacidad de abstracción matemática ☐

Añadir comentarios:

8. ¿Qué recursos utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?

- a. Pizarra, tiza ☐
- b. Libros de texto ☐
- c. Cartulinas, tijeras, pegamento... ☐
- d. TIC ☐

9. ¿Cuáles son las estrategias de clase que utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?

- a. Explicación del tema conceptual y ejercicios ☐
- b. Preguntas que permiten afianzar conocimientos ☐
- c. Actividades relacionadas con la vida cotidiana y visual ☐
- d. Trabajo en grupo ☐
- e. Conocer los conocimientos previos ☐
- f. Actividades lúdicas y de autoaprendizaje ☐

10. ¿Conoce los Entornos Personales de Aprendizaje (EPA)?

- a. Si ☐
- b. No ☐

11. ¿Cree que el uso en el aula de los EPA puede facilitar la enseñanza de la geometría?

- a. Si ☐
- b. No ☐

Añadir comentarios: