



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Enseñanza de polinomios y ecuaciones en 3º de ESO mediante la plataforma Khan Academy

Presentado por:	LUIS MIGUEL MANZANO SÁNCHEZ
Línea de investigación:	Métodos pedagógicos (Matemáticas) /Recursos educativos (TIC)
Director/a:	Pedro Aurelio Viñuela Villa
Ciudad:	Mérida (Badajoz)
Fecha:	28 de febrero de 2014

RESUMEN

Este trabajo presenta una metodología para enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando como herramienta una plataforma de aprendizaje online de Estados Unidos llamada Khan Academy. Dicho trabajo lo hemos articulado en varios pasos. En primer lugar, hemos partido de una investigación teórica de fuentes bibliográficas reconocidas y de informes internacionales de prestigio para buscar la información vigente en: 1) competencia matemática, 2) problemas con polinomios y ecuaciones de los alumnos, 3) uso de la TIC en matemáticas y 4) aparición de nuevas plataformas de aprendizaje online en estos dos últimos años. Ponemos como ejemplo de una de estas plataformas, la plataforma Khan Academy, como recurso útil hoy en día en clases de matemáticas de secundaria. En segundo lugar, tras esta investigación teórica se ha realizado un estudio de campo 1) entrevistando a responsables del trabajo con la plataforma Khan Academy y 2) encuestando a algunos alumnos de un centro de educación secundaria y bachillerato en Extremadura, la Comunidad Autónoma con peor resultados en matemáticas en PISA 2012 en España. En este estudio de campo hemos identificado las claves que permiten o permitirán sacar el mayor partido a esta plataforma. En tercer lugar, en base a esta información teórica y práctica se ha elaborado y presentado una propuesta didáctica incluyendo la metodología para empezar a enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando como herramienta la plataforma Khan Academy para mejorar el rendimiento y la motivación de los alumnos. Finalmente, se han elaborado unas conclusiones que dan fe de los objetivos alcanzados y resultados obtenidos, así como de los próximos pasos que se podrían dar para continuarla.

Palabras clave: rendimiento, motivación, polinomios y ecuaciones, plataforma Khan Academy, metodología didáctica.

ABSTRACT

This project presents a methodology to teach polynomials and equations in ESO 3rd using as a tool an online learning platform from the United States called Khan Academy. We have followed different steps in this project. Firstly, we have started from a theoretical investigation of recognized bibliographical sources and of renowned international studies to look for current information in: 1) mathematic competence, 2) polynomials and equations problems, 3) ICT use in mathematics and 4) appearance of new online learning platforms in these last two years. We set as an example one of these platforms, the Khan Academy platform, as a useful tool in secondary mathematic classes nowadays. Secondly, after this theoretical investigation we have carried out a field study 1) interviewing a responsible in charge of a Khan Academy implementation, 2) surveying some students, from a secondary school in Extremadura, the “Comunidad Autónoma” with the worst mathematic results in PISA 2012 in Spain. In this field study we have identified the key points that allow or will allow making the best of this platform. Thirdly, based on this theoretical and practical information, we have made and presented a didactical proposal including the methodology to begin teaching polynomials and equations in ESO 3rd using as a tool the Khan Academy platform to improve our students’ performance and motivation. Finally, some conclusions have been made that testify the achieved objectives and results, and also the next steps that could be done to continue it.

Key words: performance, motivation, polynomials and equations, Khan Academy platform, didactical methodology.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN	2
ABSTRACT.....	2
ÍNDICE DE CONTENIDOS	3
ÍNDICE DE TABLAS, ILUSTRACIONES Y GRÁFICAS.....	5
1. INTRODUCCIÓN	7
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
2.1 Objetivos.....	9
2.2 Metodología de este trabajo	10
2.3 Justificación de la bibliografía utilizada	12
3. MARCO TEÓRICO	14
3.1 El currículo de 3º de ESO	14
3.1.1 Ley Orgánica de Educación (LOE)	14
3.1.2 Enseñanzas mínimas en Educación Secundaria Obligatoria en España y en Extremadura.....	15
3.1.3 Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)	16
3.2 La competencia matemática en España.....	17
3.2.1 Informe PIRLS - TIMSS 2011	17
3.2.2 Informe PISA 2012	18
3.3 La enseñanza de polinomios y ecuaciones	19
3.4 Las TIC en matemáticas	20
3.5 La plataforma Khan Academy en matemáticas	22
3.5.1 Estudio de la plataforma Khan Academy respecto a las unidades seleccionadas.....	23
3.5.1.1 Objetivos del estudio de la plataforma Khan Academy.....	23
3.5.1.2 Metodología del estudio de la plataforma Khan Academy	24
3.5.1.3 Resultados del estudio de la plataforma Khan Academy.....	25
3.5.1.4 Consideraciones adicionales del estudio de la plataforma Khan Academy	27
4. ESTUDIO DE CAMPO.....	32
4.1 Justificación.....	32
4.1.1 Justificación del uso de entrevista y encuestas.....	32
4.2 Objetivos	33
4.3 Marco contextual del estudio de campo	34
4.4 Metodología del estudio de campo	35
4.5 Resultados del estudio de campo	40

7.4.1.	Resultado de la entrevista	40
7.4.2.	Resultado de las encuestas.....	42
4.5.2.1	Resultados encuestas 1º de ESO	42
4.5.2.2	Resultados encuestas 3º de ESO	44
4.6	Análisis de resultados del trabajo de campo.....	49
5.	PROPUESTA DIDÁCTICA	51
5.1	Introducción	51
5.2	Contenidos y criterios de evaluación	52
5.3	Objetivos de la propuesta didáctica	54
5.4	Metodología didáctica	55
8.4.1.	Fases de la propuesta	55
5.5	Ejemplo de aplicación de la metodología didáctica	58
6.	APORTACIONES DEL TRABAJO.....	63
7.	DISCUSIÓN.....	64
8.	CONCLUSIONES	65
9.	LIMITACIONES DEL TRABAJO	68
10.	LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS	69
11.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	70
11.1	Referencias	70
11.2	Bibliografía complementaria	74
12.	ANEXOS	75
12.1	Entrevista a profesores	75
12.2	Encuesta a alumnos de 1ºESO.....	76
12.3	Encuesta a alumnos de 3ºESO	78

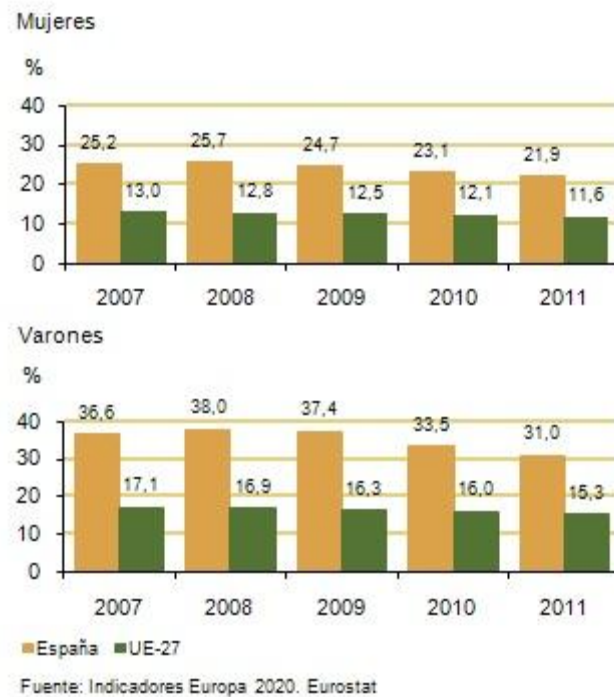
ÍNDICE DE TABLAS, ILUSTRACIONES Y GRÁFICAS

Tabla N° 1. Principales objetivos del sistema educativo en lo relacionado con las distintas etapas educativas.	15
Tabla N° 2. Principales objetivos que persigue la reforma de la LOMCE.	17
Tabla N° 3. Objetivos seleccionados Unidad 3: Polinomios.	24
Tabla N° 4. Objetivos seleccionados Unidad 4: Ecuaciones de primer y segundo grado.	25
Tabla N° 5. Contenido de la sección <i>Resolviendo Ecuaciones</i> del 8º grado en la plataforma Khan Academy (2014).	26
Tabla N° 6. Otras secciones interesantes para los objetivos seleccionados a 20-2-14 en la plataforma Khan Academy.	27
Tabla N° 7. Apreciaciones adicionales a la plataforma Khan Academy en general y a su versión en español en particular.	28
Tabla N° 8. Contenidos seleccionados del currículo mínimo de 3º ESO Bloque 3: Álgebra, con numeración original.	52
Tabla N° 9. Criterios de Evaluación seleccionados del currículo mínimo de 3º ESO Bloque 3: Álgebra, con numeración original.	53
Tabla N° 10. Tabla de temporalización del ejemplo de metodología didáctica.	58
<i>Ilustración N° 1.</i> Índice de contenido de matemáticas.	29
<i>Ilustración N° 2.</i> Mini video con división larga de polinomios.	30
<i>Ilustración N° 3.</i> Mini video con división sintética de polinomios.	30
<i>Ilustración N° 4.</i> Ejercicio de ecuaciones cuadráticas.	31
<i>Ilustración N° 5.</i> Página de Internet de inicio.	59
<i>Ilustración N° 6.</i> Registro para profesores.	59
<i>Ilustración N° 7.</i> Página con todos los alumnos.	60
<i>Ilustración N° 8.</i> Mini video de los orígenes del álgebra.	61
<i>Ilustración N° 9.</i> Ejercicio de ejemplo 3er día.	61
<i>Ilustración N° 10.</i> Material para tutores.	62
<i>Gráfica N° 1.</i> Abandono educativo temprano de España comparado con la UE 27...7	
<i>Gráfica N° 2.</i> Resultados principales encuesta 1º de ESO.	43
<i>Gráfica N° 3.</i> Resultados secundarios encuesta 1º de ESO.	44
<i>Gráfica N° 4.</i> Resultados práctica en casa encuesta 3º de ESO.	45
<i>Gráfica N° 5.</i> Pregunta 2 encuesta 3º de ESO.	46

Gráfica N° 6. Valoraciones de la plataforma Khan Academy, ordenadas de menor a mayor peso. 48

1. INTRODUCCIÓN

La educación en España necesita mejorar, como es reconocido por todos los agentes del sistema educativo. Esta necesidad surge ante datos como los del abandono educativo temprano, según podemos ver en la siguiente comparativa:



Gráfica Nº 1. Abandono educativo temprano de España comparado con la UE 27. Fuente: INE (2013).

Esta misma necesidad de mejora se extrae de otros informes externos, como TIMSS 2011 y PISA 2012.

El presente trabajo pretende contribuir a la mejora de estos resultados, de una manera sencilla, interesante y útil:

- Sencilla porque nos centramos en una pequeña parcela de la asignatura de tercero de ESO: los polinomios y ecuaciones.
- Interesante porque aportamos claves educativas de cómo solucionar los problemas de nuestros alumnos, tras estudiar cómo se imparten estos contenidos en un caso concreto de un aula de 3º de ESO de Extremadura. Estas claves que aportamos están en la línea de las más novedosas tendencias educativas, que se abren camino con fuerza desde hace dos años.
- Útil porque nuestro trabajo incluye una propuesta didáctica con una metodología concreta, que aplica estas tendencias innovadoras –de

las que hablaremos más adelante- en educación secundaria obligatoria.

En este trabajo queremos tener en cuenta a todos los alumnos, no sólo a los alumnos de nivel bajo con riesgo de abandono educativo temprano, sino también a los alumnos con nivel de rendimiento alto en matemáticas, ya que, teniendo en cuenta en informe PISA 2012, el bajo porcentaje de estos últimos en España es especialmente preocupante.

El presente estudio, centrado en las unidades de polinomios y ecuaciones en 3º ESO, lo hemos desarrollado a cabo de la siguiente manera:

- Se estudian los problemas y dificultades de los alumnos de secundaria en clases de matemáticas al abordar el álgebra.
- Se recaba el punto de vista de un profesional de la enseñanza de estas unidades matemáticas este curso 2013-2014, así como de sus alumnos
- Se estudian las soluciones que dicho profesor está implantando, en línea con las últimas tendencia educativas de este nuevo siglo, según comentábamos.

Algunas de estas tendencias se presentan con vocación de seria permanencia desde el área de las TIC. No nos referimos a la tan cacareada panacea de portátiles y pizarras digitales interactivas, sino a la formación digital por Internet que, según describe Cabero (2013), “ha llegado y ha llegado para quedarse” (p. 23). Sí creemos que esta formación digital puede servir para corregir desde distintos frente algunos de nuestros problemas educativos más graves.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Por tanto, identificando los problemas de nuestros alumnos con polinomios y ecuaciones en 3º de ESO, nos planteamos varias preguntas: ¿existirá alguna nueva tendencia educativa que pueda contribuir a solucionar dichos problemas? Si existe, ¿cómo la utilizamos para conseguir solucionarlos? ¿Tendremos que dar los mismos pasos -tantas veces dados desde el área TIC- de *implantación+ formación/capacitación + escaso uso* que da lugar a pobres retornos de la inversión realizada en mejoras educativas, precisamente como consecuencia de ese escaso uso? Por tanto, ¿es posible utilizar la plataforma Khan Academy como herramienta válida para mejorar los resultados en las unidades de polinomios y ecuaciones de un 3º de ESO?

Para tratar de contestar a estas cuestiones, nos plantearemos unos objetivos concretos que intentaremos alcanzar en este trabajo, a través de una metodología apropiada, que incluya todos los pasos necesarios para mejorar los malos resultados educativos que tanto nos preocupan.

2.1 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es presentar una metodología para enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO, utilizando como herramienta la plataforma Khan Academy de Estados Unidos.

Los objetivos específicos que se busca conseguir al mismo tiempo en este trabajo son:

- Conocer los objetivos educativos recogidos en la LOE y en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria
- Conocer el Decreto 83/2007, de 24 de abril (DOE, núm. 51, 2007), que adapta las enseñanzas mínimas al sistema educativo extremeño, decreto que contiene, por tanto, el currículo extremeño para 3º de ESO, que incluye polinomios y ecuaciones.
- Reconocer la necesidad de mejora de nuestro sistema educativo en general y de la competencia matemática en particular.
- Conocer y exponer los problemas y dificultades que tienen los alumnos de 3º de ESO con polinomios y ecuaciones.

- Conocer las características de la plataforma Khan -basada en el sistema educativo americano- que pueden ser útiles en 3º de ESO español en las unidades de polinomios y ecuaciones.
- Analizar el caso práctico de un centro escolar extremeño que trabaje con esta herramienta durante estas unidades.

2.2 Metodología de este trabajo

Para conseguir estos objetivos, este trabajo partirá de una investigación bibliográfica, tanto de la legislación vigente como de bibliografía del mundo matemático, en el área de esta parte del álgebra de polinomios y ecuaciones. En esta investigación bibliográfica identificaremos claves para ayudar a que nuestros alumnos aprendan estos dos aspectos concretos de las matemáticas. Así, aparecen unas nuevas tendencias TIC como claves metodológicas que, como decíamos en la introducción, están dentro de las nuevas plataformas de educación digital por Internet que han surgido en los últimos años. Estudiamos cuáles son y en qué consisten estas plataformas. Además, veremos que, dentro de ellas, existe un caso que trabaja con alumnos de educación secundaria: la plataforma Khan Academy, excepción en ese universo tan centrado en el mundo universitario. Investigaremos si esta plataforma puede ayudarnos en el reto que se nos plantea: conseguir que nuestros alumnos entiendan los polinomios y las ecuaciones.

Para reforzar este estudio, realizaremos también un trabajo de campo, con entrevistas y encuestas en un instituto que se ha decidido por implantar esta plataforma este curso 2013/2014 para trabajar las unidades de polinomios y ecuaciones.

En base a toda esta información, realizaremos una propuesta didáctica que incluya una metodología para ayudar a profesores y alumnos durante estas unidades de polinomios y ecuaciones en 3º de ESO.

Finalizaremos el estudio resumiendo lo aportado por este trabajo, así como las limitaciones que hemos tenido al realizarlo. También reflejaremos unas conclusiones en las que señalaremos el grado de consecución de los objetivos planteados y las líneas de investigación futuras que proponemos.

Como consecuencia de lo anteriormente señalado, la elaboración de este trabajo se ha realizado conforme a las siguientes fases:

1. *Revisión de la legislación vigente.* Hemos analizado la legislación nacional y autonómica en relación a los objetivos, competencias básicas, contenidos y

criterios de evaluación concernientes a polinomios y ecuaciones en 3º de ESO. La legislación autonómica que analizamos es la referida a centros educativos de educación secundaria en Extremadura.

2. *Investigación bibliográfica.* Hemos partido del análisis de fondos de la biblioteca pública estatal de Mérida, capital de Extremadura, así como de fondos de la biblioteca virtual de la Universidad Internacional de La Rioja (UNIR) (<http://bv.unir.net:2057/>), o de diversas plataformas especializadas en Internet como Google Académico o Dialnet. De estos fondos bibliográficos se han consultado los que abordan de modo teórico cuestiones relativas a este trabajo como son: la didáctica de las matemáticas -en especial lo relacionado con polinomios y ecuaciones y las dificultades de los alumnos con estos contenidos-, las últimas tendencias TIC y su empleo didáctico en el aula, o el empleo -en esta línea- de plataformas educativas gratuitas en Internet, como la plataforma Khan Academy.
3. *Realización de un trabajo de campo.* Lo hemos realizado en un instituto situado en Mérida, en Extremadura. Nos hemos centrado en especial en su aula de 3º de ESO bilingüe, por lo actual que resulta la enseñanza del área de matemáticas en inglés. No obstante, también hemos llevado a cabo este estudio en otras aulas. En estas aulas hemos entrevistado a los protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje: el profesor de matemáticas y sus alumnos. En esta entrevista y encuestas hemos consultado su punto de vista sobre las unidades de polinomios y ecuaciones, en especial en su relación con la plataforma Khan Academy.
4. *Elaboración de una propuesta didáctica.* A partir del estudio teórico inicial y de la posterior consulta a los protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje, este trabajo presenta una metodología didáctica para enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando la plataforma Khan Academy.
5. *Presentación de conclusiones.* En ellas indicamos el grado de consecución de los objetivos fijados inicialmente, las limitaciones del trabajo, y cómo se puede mejorar con investigaciones futuras.

2.3 Justificación de la bibliografía utilizada

En cuanto a la legislación educativa vigente, hemos analizado la LOE como ley de educación vigente y la LOMCE como ley promulgada pero a la espera de sustituir a la LOE en un posible futuro. Además, hemos analizado el Real Decreto 1631/2006 de desarrollo de la LOE y el Decreto extremeño 83/2007 para poner en contexto el estudio de campo realizado en esta comunidad.

La competencia matemática la hemos estudiado por medio del libro coordinado por Goñi (2011) titulado *Didáctica Matemática*. Por medio de otro volumen de esa misma colección matemática, *Complementos de Formación Disciplinar* Goñi (2011), también hemos contextualizado lo relativo al álgebra.

La situación de las TIC en la situación actual en España la hemos conocido por medio del libro titulado *Tecnologías y Medios para la Educación en la e-Sociedad*, de Aguaded y Cabero (2013). Los detalles de cómo se desenvuelven los alumnos en medio de las TIC de nuestras aulas hoy la estudiamos usando como herramienta el libro titulado *Psicología de la educación virtual: aprender y enseñar con la Tecnologías de la Información y la Comunicación* de Coll y Monereo (2008).

Además, el punto de vista de los alumnos con sus problemas con las matemáticas lo hemos revisado en el libro titulado *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo* de Miranda, Fortes y Gil (2009).

Junto a estos libros también hemos consultado artículos, informes y materiales de diversa índole, tales como los siguientes:

- Los informes internacionales relativos a la educación como PISA 2012 o TIMSS 2011, donde hemos situado la educación en España en contexto de otros países y hemos identificado qué se entiende por competencia matemática en ellos.
- Monográficos e informes específicos sobre las matemáticas y las TIC o sobre las últimas las plataformas educativas digitales por Internet. Ejemplos de estos monográficos e informes específicos son los elaborados y publicados desde la Universidad de Salamanca y su publicación digital *Scopeo*.
- Revistas de Internet como la *Revista Educación Virtual*. Estas revistas las hemos usado para tener referencia de los últimos movimientos en educación en este medio.
- Material digital tradicional -como puede ser un DVD educativo- para conocer y comparar los primeros pasos en el mundo de la educación digital respecto a

la actual y modernísima educación por Internet. Esto lo hemos hecho con un DVD titulado *Matemáticas Tercero de ESO (Primera parte)* de Tibidabo (2007).

- Otro material de Internet: hemos revisado el estudio de Abrate, Pochulu y Vargas (2006) titulado *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo* (1ª ed.). Gracias a este trabajo hemos obtenido una buena referencia de errores habituales con polinomios y ecuaciones.
- Otro material no publicado, como apuntes de trabajo para los alumnos en el instituto Extremadura de Mérida. Con ellos hemos conocido de primera mano los recursos que se manejan en el centro y que utilizan uno de sus profesores de matemáticas y algunos de sus alumnos.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 El currículo de 3º de ESO

Se han analizado leyes vigentes que amparan el quehacer educativo en el centro objeto de este trabajo, el IES “Extremadura” y, dentro de él, en el aula objeto principal de él, la de 3º ESO A. Además se han analizados los posibles cambios legislativos futuros.

3.1.1 Ley Orgánica de Educación (LOE)

Esta Ley Orgánica de Educación (BOE, núm. 106, 2006) es la que rige en la fecha de realización de este trabajo -febrero de 2014- en el centro seleccionado, el IES Extremadura de Mérida, al igual que en el resto de centros de educación reglada de España. Dentro de esta ley hemos utilizado especialmente lo referente a la asignatura de matemáticas en el curso de 3º de ESO.

Dicha Ley Orgánica recoge, en el capítulo de Educación secundaria obligatoria, unos objetivos. Estos objetivos se concretan en el desarrollo de doce capacidades. Siendo conscientes de que estas capacidades se deben desarrollar desde todas las áreas, consideramos las matemáticas especialmente adecuadas para desarrollar las capacidades recogidas en los apartados a, b, e, f y g:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a

aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades. (BOE, núm. 106, 2006, p.17169).

Esta etapa de educación secundaria obligatoria forma parte del sistema educativo español, al que aludimos a continuación en la siguiente tabla, con contenido extraído de la página web del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte referida al sistema educativo:

Tabla Nº 1. Principales objetivos del sistema educativo en lo relacionado con las distintas etapas educativas.

Mejorar la educación y los resultados escolares
Conseguir el éxito de todos en la educación obligatoria
Aumentar la escolarización en infantil, en bachillerato y en ciclos formativos
Aumentar las titulaciones en bachillerato y en formación profesional
Educar para la ciudadanía democrática
Fomentar el aprendizaje a lo largo de la vida
Reforzar la equidad del sistema educativo
Converger con los países de la UE

Nota: Principales objetivos del sistema educativo en lo relacionado con las distintas etapas educativas. Fuente: Elaboración propia a partir de Ministerio Educación, Cultura y Deporte (2014).

3.1.2 Enseñanzas mínimas en Educación Secundaria Obligatoria en España y en Extremadura

Como base de la Educación Secundaria obligatoria, esta investigación se ha fijado en las ocho competencias básicas identificadas en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, 5 enero 2007, núm. 5). Los objetivos, contenidos y criterios de evaluación mínimos utilizados en la programación de las matemáticas en nuestro 3º de ESO bilingüe se recogen en el arriba citado Real Decreto 1631/2006.

Dicho decreto fue adaptado a la realidad de Extremadura en el Decreto 83/2007, de 24 de abril (DOE, núm. 51, 2007). Este Decreto extremeño contiene, por tanto, el detalle de currículo de 3º de ESO respecto a polinomios y ecuaciones.

Por un lado, en su anexo I, enumera las ocho competencias básicas a desarrollar. Entre ellas cita, en segundo lugar, la competencia matemática.

Además, el citado decreto incluye, entre los contenidos de la asignatura de Matemáticas de 3º ESO, el estudio de polinomios y ecuaciones. Lo hace en el bloque tercero, dedicado al Álgebra.

3.1.3 Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)

Se ha utilizado también como posible referente futuro otra ley orgánica reciente, en concreto la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (BOE, núm. 295, 2013).

Para ilustrar los que se pretende con esta ley citamos a continuación tres párrafos de ella:

Uno de los objetivos de la reforma es introducir nuevos patrones de conducta que ubiquen la educación en el centro de nuestra sociedad y economía. (BOE, núm. 295, 2013, p. 97859).

La Estrategia de la Unión Europea para un crecimiento inteligente, sostenible e integrador ha establecido para el horizonte 2020 cinco ambiciosos objetivos en materia de empleo, innovación, educación, integración social, así como clima y energía y ha cuantificado los objetivos educativos que debe conseguir la Unión Europea para mejorar los niveles de educación. En el año 2020, la Unión Europea deberá reducir el abandono escolar a menos de un 10% y, como mínimo, al menos el 40% de la población de entre 30 y 34 años deberá haber finalizado sus estudios de formación superior o equivalente. (BOE, núm. 295, 2013, p. 97861).

La reforma promovida por la LOMCE se apoya en evidencias y recoge las mejores prácticas comparadas. (BOE, núm. 295, 2013, p. 97862).

Según estos datos, la LOMCE incluye como objetivos de la reforma del sistema educativo los que se incluyen en la siguiente tabla:

Tabla N° 2. Principales objetivos que persigue la reforma de la LOMCE.

1	Reducir la tasa de abandono temprano de la educación
2	Mejorar los resultados educativos de acuerdo con criterios internacionales, tanto en la tasa comparativa de alumnos y alumnas excelentes, como en la de titulados en Educación Secundaria Obligatoria.
3	Mejorar la empleabilidad
4	Estimular el espíritu emprendedor de los estudiantes.

Nota: Principales objetivos que persigue la reforma de la LOMCE. Fuente: Elaboración propia a partir de la LOMCE (BOE, núm. 295, 2013, p. 97862).

3.2 La competencia matemática en España

En el mundo de la educación en España, la competencia matemática es una de las competencias básicas que la educación secundaria busca desarrollar en nuestros jóvenes, como integrantes que somos de la Unión Europea.

Así, nuestro currículo de secundaria define la competencia matemática como “la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral”. (BOE, núm. 5, 2007, pp. 686-687).

El trabajo sobre esta competencia matemática es transversal a todas las asignaturas de nuestro currículum, pero es evidente que las asignaturas de matemáticas de los distintos cursos son especialmente indicadas para desarrollar esta competencia en los alumnos. Toda esta doble faceta competencial y epistemológica la podemos encontrar más desarrollada que aquí en el libro *Didáctica de las Matemáticas* de Goñi (2011, pp. 9-25).

En esta asignatura de matemáticas, el currículo en Extremadura marca, como parte de los contenidos mínimos, el álgebra como obligatorio y dentro de él tanto los polinomios como las ecuaciones de primer y segundo grado sobre los que versa este trabajo.

3.2.1 Informe PIRLS - TIMSS 2011

Estas son las siglas del Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias. Se trata de la versión en español de la original en inglés elaborada también por la IEA (International Association for the Evaluation of

Educational Achievement), organización educativa de Estados Unidos. Este informe internacional se realiza sobre un gran número de países, en total 63. En España, el informe evaluó 151 centros y un total de 4.183 alumnos de cuarto curso de primaria. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013a, p. 107).

Los resultados de nuestro país se recogen en siguiente párrafo correspondiente a las conclusiones del informe TIMSS 2011 en español:

España ha obtenido 482 puntos y, por tanto, se sitúa por debajo del promedio internacional de 491 puntos, e inferior también a la OCDE (522) y a la UE (519). Los resultados más elevados los han logrado Hong Kong-China (602), Irlanda del Norte (562) o la comunidad flamenca de Bélgica (549). La proporción de alumnos rezagados en España en matemáticas es del 13% frente al 7% de la OCDE. La proporción de alumnos excelentes en nuestro país es del 1% por el 5% de la OCDE. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013a, p. 108)

A la vista de estos datos, este informe señala la necesidad de una reforma (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013a, p. 48). Dicho informe alude a la necesidad de esta reforma, con independencia de que nuestra reciente LOMCE satisfaga a unos o a otros.

3.2.2 Informe PISA 2012

Estas son las siglas de la expresión en inglés del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, un programa de la OCDE que evalúa en lectura, matemáticas y ciencias a los alumnos de 15 años de 65 países. Esta evaluación se produce cada 3 años. La última ha sido la de 2012, donde además de participar España como país, participaron varias comunidades autónomas, entre ellas la comunidad autónoma desde donde se realiza este trabajo, Extremadura.

En 2012 el programa PISA se centró en las matemáticas -aunque no sólo-, entendiendo la competencia matemática como sigue:

La capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. 2013b, p. 14).

Por otra parte, los resultados de PISA confirman en parte los obtenidos en TIMSS en el conjunto de España, donde nuestra puntuación como país está por debajo de la media de la OCDE. No obstante, en el siguiente párrafo extraído del

Volumen I de Resultados y Contexto del Informe Español se relativiza la puntuación de España en PISA 2012:

España obtiene una puntuación media de 484 puntos en matemáticas, 10 puntos por debajo del promedio de la OCDE (494) y 5 puntos por debajo del promedio de la UE (489), siendo la diferencia con la OCDE estadísticamente significativa, pero no con la UE. El rendimiento del alumnado de España está, con un 95% de confianza, en el intervalo de 481 a 488 puntos. De modo que los resultados de España no se diferencian significativamente de los del Reino Unido (494), Luxemburgo (490), Noruega (489), Portugal (487), Italia (485), Eslovaquia (482), Estados Unidos (481), Suecia (478) y Hungría (477), ya que los intervalos de confianza de estos países coinciden, al menos en parte, con el de España. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. 2013b, pp. 36-37).

Ahora bien, es justo señalar también que hay diferencias muy notables entre las distintas comunidades autónomas de España. Así, la comunidad autónoma de mayor puntuación, la Comunidad Foral de Navarra, obtiene 527 puntos, estando holgadamente por encima de la media de la UE y la OCDE en el estudio, en el Nivel 3 de 4. Por el contrario, Extremadura es la de menor puntuación, sólo 461, estando holgadamente por debajo de esas medias, en el Nivel 2 de 4. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013b, p. 37).

3.3 La enseñanza de polinomios y ecuaciones

En el análisis de los errores de los alumnos con polinomios y ecuaciones conviene tener en cuenta la consideración de Abrate et al. (2006) cuando dicen:

Creemos que muchos de los errores que los estudiantes cometen en Álgebra no se deben específicamente a este tema, sino a carencias en Aritmética, que, consecuentemente, se trasladan al Álgebra. La posibilidad de realizar el paso al Álgebra requiere que el alumno conozca y reconozca los procedimientos que utiliza en Aritmética, los generalice, y los extienda más allá de las actividades con números concretos. Por esta razón, consideramos que los errores en Álgebra son consecuencias directas de errores en Aritmética. (p. 121).

También Abrate et al. (2006, pp.115-121) advierten del riesgo para los docentes de perderse exclusivamente en operaciones y procedimientos y perder de vista otros aspectos esenciales en el aprendizaje de las matemáticas, como favorecer la capacidad de generalizar y modelar situaciones recurriendo al Álgebra, o ser capaz de estimar una actitud positiva hacia ella. Vuelven a mencionar este riesgo cuando se refieren a que los alumnos se pierden en reglas nemotécnicas del tipo *si está multiplicando se pasa dividiendo*, cuando a lo mejor con una operación sencilla de

dividir ambos términos de una ecuación por un número o una expresión se soluciona el problema.

Por otra parte, nos ha llamado la atención que autores como Fernández y Muñoz (2011) señalan en consideraciones sobre el álgebra lo siguiente:

Creemos que la expresión de regularidades geométricas y de patrones utilizando en un principio el lenguaje cotidiano, para más adelante pasar a la simbolización haciendo uso de variables, es un buen camino para iniciar a los alumnos en el manejo del lenguaje algebraico. (p. 74).

Es oportuno señalar también que en 3º de ESO el nivel de abstracción que exigen los problemas de polinomios y ecuaciones genera dificultades a nuestros alumnos, como señalan por ejemplo artículos como el del Grupo Alquerque (2012). En consecuencia, será oportuno contar con recursos didácticos que expliquen un problema cuantas veces sean necesarias, o que permitan interactuar a los alumnos con diversas operaciones. Además, será un valor añadido si estos recursos cuentan con evaluaciones complementarias.

Por otra parte, Miranda et al. (2009, p.170-171), cuando analizan las dificultades de los alumnos de secundaria, hacen referencia a ecuaciones tan simples como un $\frac{4}{x} = 3$ para evaluar la competencia en esta área, ecuación originaria de Grupo Cero (1984, citado en Miranda et al., 2009, pp.170-171) para evaluaciones criterios. Sin embargo, nos costa que ecuaciones como estas son motivo de queja de los profesores de física a los de matemáticas, porque alumnos de tercero ESO no saben resolverlas en sus problemas de física.

Teniendo en cuenta lo que acabamos de señalar, cualquier medio que proporcione de una manera ágil y ubicua la posibilidad de disponer de material didáctico de forma global a varias áreas de matemáticas de la ESO puede ser muy útil en un buen número de clases y para un buen número de alumnos.

3.4 Las TIC en matemáticas

Existen muchos trabajos específicos sobre las TIC y las matemáticas, como puede ser el de Scopeo (2012), que abogan claramente porque las TIC -con independencia de los contenidos que proporcionen- producen una mejora en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. En esta afirmación coinciden con la Agenda Digital de la Unión Europea y de España.

No vamos a plantear en este trabajo una discusión acerca de la utilidad de la TIC por sí solas. Partiremos de que, entre los medios telemáticos, la tecnología de

Internet propiamente dicha existe en el aula y permite un acceso ágil y ubicuo a contenidos y aplicaciones matemáticas de cualquier parte del mundo y los alumnos pueden interactuar con ellas. Estos contenidos y aplicaciones forman la parte didáctica de los medios telemáticos donde encontramos, por ejemplo, los portales educativos digitales. Nuestro análisis se centrará exclusivamente en estos nuevos portales educativos y no en la tecnología de Internet que los soporta, de la que solo evaluaremos si existe o no en casa de nuestros alumnos.

Por tanto, queremos señalar como útiles en nuestro caso un nuevo tipo de portales educativos que han aparecido con fuerza dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los dos últimos años, aunque en general existen desde antes, como es el caso de la Khan Academy nacida en 2009. Información sobre ellos se puede encontrar en el artículo de Borrero (2014) de título *Educación Virtual, bienvenido el caos!* Resulta que el término MOOC (Cursos Abiertos Masivo en Línea por sus siglas en inglés) del que habla este artículo aparece también por ejemplo en libros específicos sobre tecnología y medios para la educación en la e-Sociedad de España como el de Aguaded y Cabero (2013, p.30) y en revistas específicas de matemáticas y las TIC como en Scopeo (2012, p.66). A partir de esta última referencia, encontramos otra con el mismo origen Scopeo (2013). Se trata de un informe ya específico de esta realidad: portales educativos que ofrecen un entorno de aprendizaje autónomo con cursos online en los que uno puede inscribirse y donde la evaluación la lleva a cabo la institución que lo imparte de forma masiva. El origen exacto del término lo podemos encontrar en Scopeo (2013) de la siguiente manera:

Los Massive Online Open Courses, los MOOC, como los llamaremos a partir de ahora, (aunque en España se conocen con las siglas COMA de Cursos Online Masivos Abiertos) surgieron en la Universidad de Stanford en la que un profesor, Sebastián Thrun (Alemania, 1967), abrió un curso sobre inteligencia artificial para todo el mundo. En él se inscribieron más de 120.000 alumnos y más de la mitad lo finalizaron. Aunque el primer MOOC reconocido como tal fue –Connectivism and Connective Knowledge|| ofrecido por la Universidad de Manitoba (Mackness, Mak & Williams, 2010) (p.10).

Una definición de lo que es un MOOC la podemos encontrar en Scopeo (2013): “Ser un curso sin restricciones en número de alumnos, en línea y gratuito” (p.19). Es importante señalar que el hecho de que sea un “curso” implica que debe existir una evaluación de los alumnos que se inscriben en él.

Como se puede intuir por estos comienzos, los MOOC los imparten fundamentalmente universidades de todo el mundo, existiendo plataformas agregadoras de MOOC donde las principales, según Scopeo (2013), son:

- Coursera
- EdX
- uDacity
- Miriadax

No obstante, no todo este nuevo espectro de alternativas educativas está compuesto por plataformas MOOC universitarias. También existe una nueva plataforma catalogada como MOOC que trabaja desde el ámbito escolar de primaria, secundaria y bachillerato, que es en la que queremos fijarnos en este trabajo. Su nombre original como ya hemos señalado es plataforma Khan Academy, Academia Khan en español. Dentro de ella, estudiaremos la plataforma Khan Academy en matemáticas. Consideramos que esta plataforma es un complemento utilísimo y tremendamente motivador para el estudio de los problemas con polinomios y ecuaciones en nuestros institutos.

3.5 La plataforma Khan Academy en matemáticas

En febrero de 2014, fecha de realización de esta investigación, la plataforma Khan Academy es reconocida en el ámbito de la educación secundaria de España como una herramienta educativa útil en las clases de matemáticas. La gran utilidad de esta plataforma americana en España se corroboró cuando la plataforma Khan Academy fue portada de la revista semanal de prensa escrita líder en España el domingo 15 de abril de 2012, *XL Semanal* N° 1277. Como se puede comprobar al analizar esta plataforma, su contenido en matemáticas se ajusta más al currículo estadounidense que al español. De modo que, como parte de este estudio teórico, este TFM realizará un chequeo de las unidades de polinomios y ecuaciones del aula de 3º de ESO bilingüe del IES Extremadura de Mérida durante el curso 2013-2014, siguiendo lo recomendado por Cabañas (2013). Esta acción nos servirá como referencia de cara a la propuesta didáctica que se presenta en este trabajo.

Por otra parte, el uso constante de esta plataforma desde España y otros países de habla hispana, contribuyó sin duda a que durante 2013 la plataforma Khan Academy sacara a la luz la versión en español de su plataforma.

Desde su fundación en 2009 la gran cantidad de recursos educativos que han ofrecido en Internet está ayudando en su evolución positiva, entre otros recursos podemos encontrar como útil para los alumnos:

- Gran cantidad de mini videos educativos en matemáticas entre otras materias, sencillos pero muy útiles.
- Ejercicios de práctica para los alumnos, con evaluación automática y la posibilidad de ayudas puntuales.
- Aplicaciones de seguimiento de los progresos realizados, con cuadros de mando muy fáciles de interpretar por su contenido visual.
- Otros elementos visuales de motivación con iconos como estrellas o diversos “avatares”, que se pueden, por ejemplo, seleccionar para identificar tu perfil o lo logros alcanzados.
- La posibilidad de contar con uno o varios tutores que supervisen y apoyen estos progresos.

Por otra parte, los tutores pueden ser padres, profesores, o los mismos alumnos, pudiendo conocer asincrónicamente todo lo realizado por sus alumnos o compañeros, con aplicaciones que facilitan el análisis de lo realizado por éstos.

3.5.1 Estudio de la plataforma Khan Academy respecto a las unidades seleccionadas

Este informe ha estudiado la web de la plataforma Khan Academy en febrero de 2014 para identificar actividades de matemáticas correspondientes con la programación en el curso 2013-2014 del aula de 3ºA bilingüe del IES Extremadura de Mérida. Tras este estudio, ha establecido una correspondencia entre lo programado y los recursos útiles para ser utilizados como apoyo.

3.5.1.1 Objetivos del estudio de la plataforma Khan Academy

- Identificar las claves para un uso adecuado de la plataforma Khan Academy en aulas de secundaria con polinomios y ecuaciones en 3º de ESO. Se pretende además identificar claves para un posterior uso con otras unidades.
- Chequear recursos útiles de la plataforma Khan Academy según la programación de polinomios y ecuaciones 3º de ESO bilingüe del IES Extremadura de Mérida.

- Presentar de forma ordenada una relación de recursos útiles de la plataforma Khan Academy para las programación de 3º de ESO del IES Extremadura de Mérida.

3.5.1.2 Metodología del estudio de la plataforma Khan Academy

Analizando la bibliografía disponible sobre la plataforma Khan Academy y trabajando sobre esta plataforma a partir de referencias concretas de qué buscar, es posible avanzar en los objetivos perseguidos. Así, paso a paso, podremos recoger claves significativas para poder posteriormente repetir el proceso con otras unidades.

Las referencias de las que partiremos serán las de los objetivos de la Programación de 3º de ESO de matemáticas del curso 2013-2014 en el IES Extremadura de Mérida. Estos objetivos para las unidades de polinomios y ecuaciones se presentan en sendas tablas a continuación:

Tabla Nº 3. Objetivos seleccionados Unidad 3: Polinomios.

Código del Objetivo	Nombre del Objetivo
O1	Operar con monomios.
O2	Reconocer los polinomios como suma algebraica de monomios.
O3	Determinar el grado de un polinomio.
O4	Reconocer el término independiente y los coeficientes de un polinomio.
O5	Reducir y ordenar polinomios.
O6	Hallar el polinomio opuesto de uno dado.
O7	Obtener el valor numérico de un polinomio.
O8	Sumar, restar y multiplicar polinomios.
O9	Dividir polinomios con el algoritmo usual.
O10	Desarrollar las igualdades notables: cuadrado de una suma, cuadrado de una diferencia y producto de suma por diferencia.
O11	Simplificar fracciones algebraicas sencillas.

Nota: Objetivos seleccionados Unidad 3: Polinomios. Fuente: Elaboración propia a partir de IES Extremadura (2013, p. 47).

Tabla Nº 4. Objetivos seleccionados Unidad 4: Ecuaciones de primer y segundo grado.

Código del Objetivo	Nombre del Objetivo
O12	Distinguir si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.
O13	Reconocer los elementos y el grado de una ecuación.
O14	Determinar si un número es o no solución de una ecuación.
O15	Reconocer si dos ecuaciones son o no equivalentes.
O16	Hallar ecuaciones equivalentes a una dada aplicando la regla de la suma y el producto.
O17	Resolver ecuaciones de primer grado.
O18	Reconocer las ecuaciones de segundo grado.
O19	Resolver ecuaciones de segundo grado completas utilizando la fórmula general.
O20	Resolver ecuaciones de segundo grado incompletas utilizando el método más adecuado.
O21	Determinar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado analizando el valor del discriminante.
O22	Plantear y resolver problemas mediante ecuaciones de primer y segundo grado.

Nota: Objetivos seleccionados Unidad 4: Ecuaciones de primer y segundo grado. Fuente: Elaboración propia a partir de IES Extremadura (2013, p. 49).

3.5.1.3 Resultados del estudio de la plataforma Khan Academy

En base a estos objetivos descritos, la Plataforma Khan Academy dispone de recursos para localizar material didáctico de una manera ágil, por ejemplo mediante su buscador, como se puede comprobar en Khan Academy (2014). De nuestra revisión concluimos que, en la sección de matemáticas, el Grado 8 de Estados Unidos cubre los aspectos base de la programación prevista. En concreto, la sección *Resolviendo ecuaciones* contiene el siguiente contenido que corresponde a los Objetivos de nuestro 3º de ESO del O12 al O17 y parte del O22:

Tabla N° 5. Contenido de la sección *Resolviendo Ecuaciones del 8º grado en la plataforma Khan Academy (2014)*.

Secciones	Ejercicios y Vídeos disponibles
Ecuaciones lineales con una variable.	<ul style="list-style-type: none"> - Variables en ambos lados. - Variables en ambos lados. Ejemplo 1. - Variables en ambos lados. Ejemplo 2. - Ecuaciones con variables en ambos lados.
Resolviendo ecuaciones con distribución	<ul style="list-style-type: none"> - Casos especiales de ecuaciones. - Ecuación de varios pasos. Ejemplo 2.. - Resolviendo ecuaciones con el uso de la propiedad distributiva. - Resolviendo ecuaciones con el uso de la propiedad distributiva 2. - La propiedad distributiva para simplificar. Ejemplo 1. - Utilizando la propiedad distributiva para simplificar. Ejemplo 2. - Utilizando la propiedad distributiva para simplificar. Ejemplo 3. - Ecuaciones de varios pasos con distribución.
Soluciones a ecuaciones lineales	<ul style="list-style-type: none"> - Número de soluciones de las ecuaciones lineales. - Número de soluciones de las ecuaciones lineales ex 2. - Número de soluciones de las ecuaciones lineales ex 3. - Soluciones a ecuaciones lineales.
Problemas verbales sobre ecuaciones lineales.	<ul style="list-style-type: none"> - Suma de números enteros impares consecutivos - Sumas de enteros - Problema verbal sobre la edad. Ejemplo 1 - Problema de edad. Ejemplo 2 - Problema de edad. Ejemplo 3 - Problemas verbales con edades

Nota: Contenido de la sección *Resolviendo Ecuaciones del 8º grado en la plataforma Khan Academy (2014)*. Fuente: Elaboración propia.

Ahora bien, para reformar nuestros anteriores objetivos didácticos y completar los objetivos del O1 al 011 y del O13 al O22 es necesario ampliar la búsqueda, cosa que se puede hacer de forma fácil con el buscador de la plataforma como ya habíamos dicho. Estas búsquedas nos pueden llevar a nuevas secciones como las siguientes:

Tabla N° 6. Otras secciones interesantes para los objetivos seleccionados a 20-2-14 en la plataforma Khan Academy.

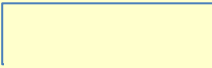
Sección principal	Secciones secundarias
Algebra	<ul style="list-style-type: none"> - Introducción al álgebra - Ecuaciones lineales
Trigonometría y pre-cálculo	<ul style="list-style-type: none"> - Factorizando cuadráticas - Completando cuadráticas y la fórmula cuadrática - Sumando y multiplicando polinomios - División de polinomios - División sintética - Simplificación de expresiones racionales - Funciones racionales

Nota: Otras secciones interesantes para los objetivos seleccionados a 20-2-14 en la plataforma Khan Academy. Fuente: Elaboración propia.

3.5.1.4 Consideraciones adicionales del estudio de la plataforma Khan Academy

Como ya hemos señalado, la plataforma Khan Academy presentó en 2013 su portal web traducido al español (<https://es.khanacademy.org/>) y desde entonces se puede acceder a ella en este idioma desde dicho portal. No obstante, hay que tener en cuenta algunas apreciaciones que se recogen en la siguiente tabla:

Tabla N° 7. Apreciaciones adicionales a la plataforma Khan Academy en general y a su versión en español en particular.

Apreciación	Ejemplo
<p>La plataforma presenta características propias de su continente de origen, América</p>	<ul style="list-style-type: none"> - El idioma español es americano - Algunas nombres matemáticos son diferentes. Por ejemplo, al Método de Ruffini para dividir polinomios lo llaman <i>División sintética</i>, o a nuestras ecuaciones de segundo grado las llaman <i>Ecuaciones cuadráticas</i>. - Algunos símbolos y métodos matemáticos tienen detalles procedimentales diferentes. Por ejemplo, para dividir tradicionalmente -tanto polinomios como números- usan el símbolo: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>El dividendo se coloca dentro el símbolo ajustado a la esquina, el resultado sobre la línea superior del símbolo, el cociente en la parte izquierda del lado lateral y las operaciones bajo el dividendo, tal como como hacemos en España.</p>
<p>No todos los contenidos están traducidos al español</p>	<p>Están en proceso y avanzan cada día.</p>

Nota: Apreciaciones adicionales a la plataforma Khan Academy en general y a su versión en español en particular. Fuente: Elaboración propia.

A continuación, vamos a mostrar algunas imágenes que muestran la presentación de algunos de estos elementos:

- Al acceder al contenido de matemáticas aparece el siguiente menú:

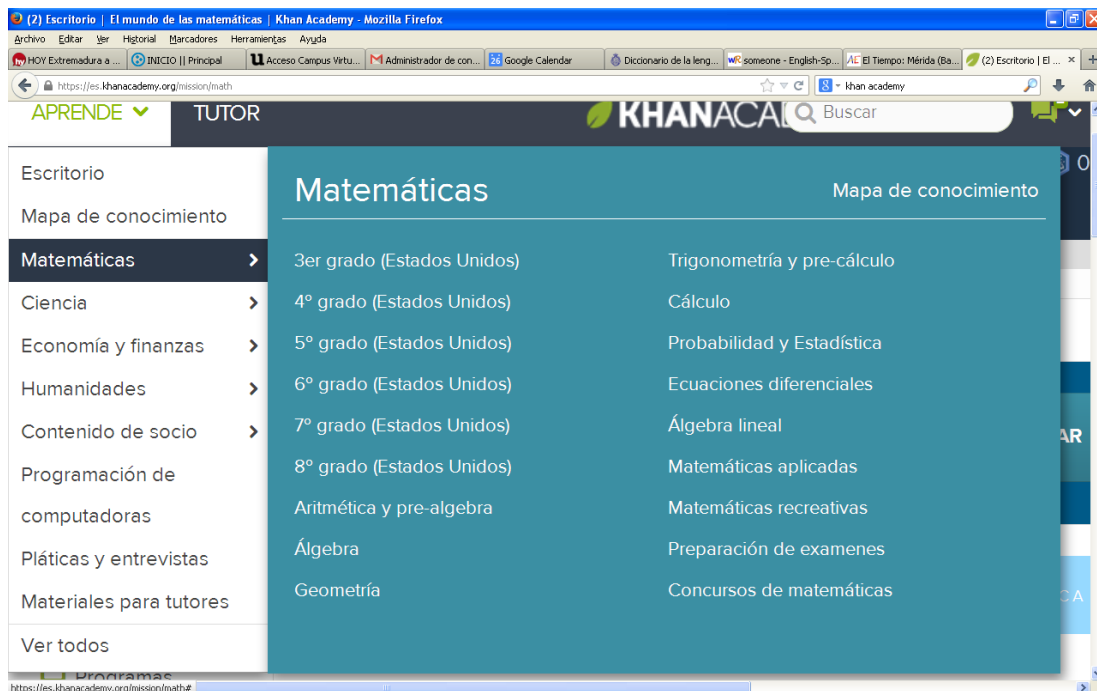


Ilustración N° 1. Índice de contenido de matemáticas. Fuente: Khan Academy (2014).

- Si visitamos la sección principal de Trigonometría y pre-cálculo, dentro de ella encontramos la sección secundaria de Polinomios y funciones racionales. En esta sección podemos encontrar entre otros este mini video:

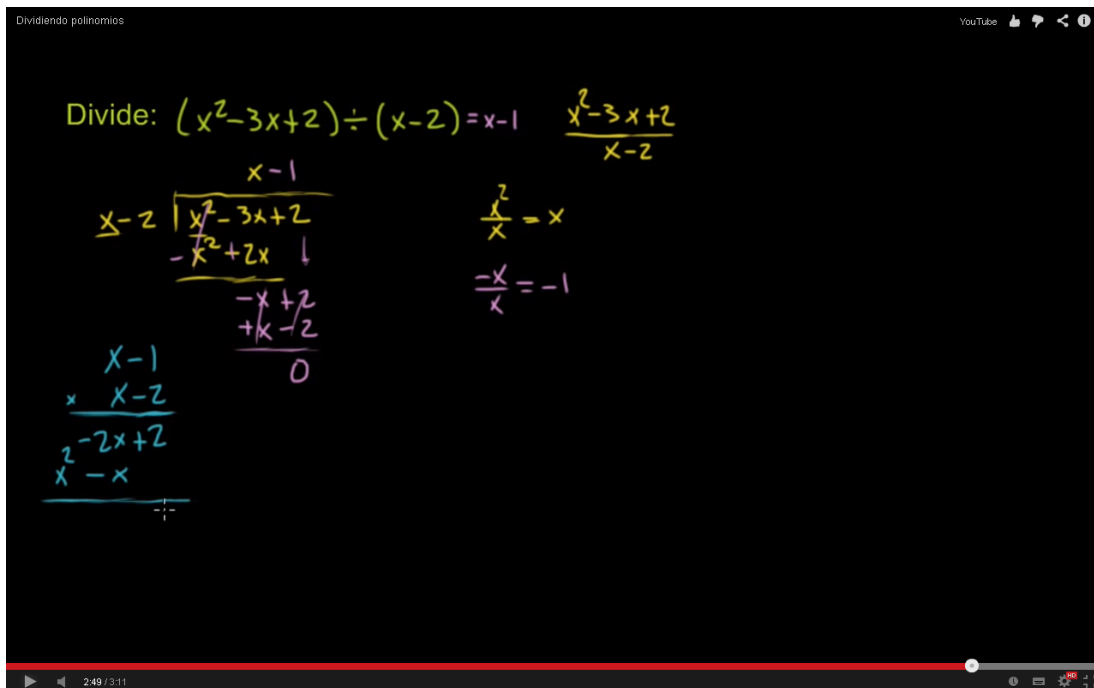


Ilustración N° 2. Mini video con división larga de polinomios. Fuente: Khan Academy (2014).

- En esta misma sección secundaria de Polinomios y funciones racionales podemos encontrar también un vídeo en relación a la división por el método de Ruffini:

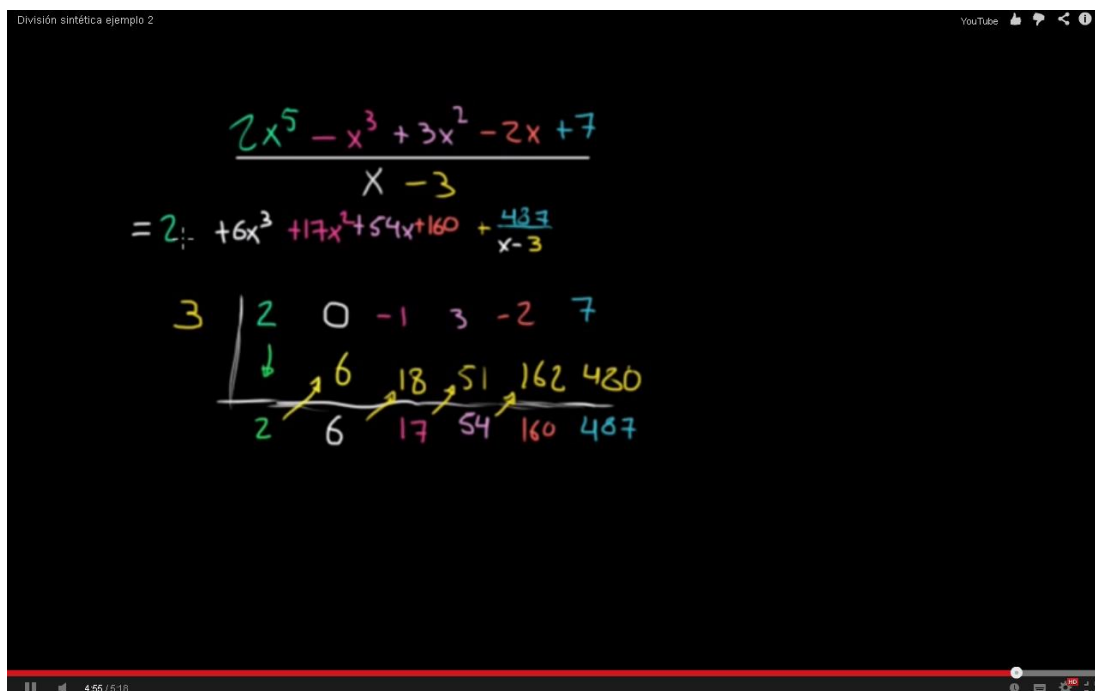
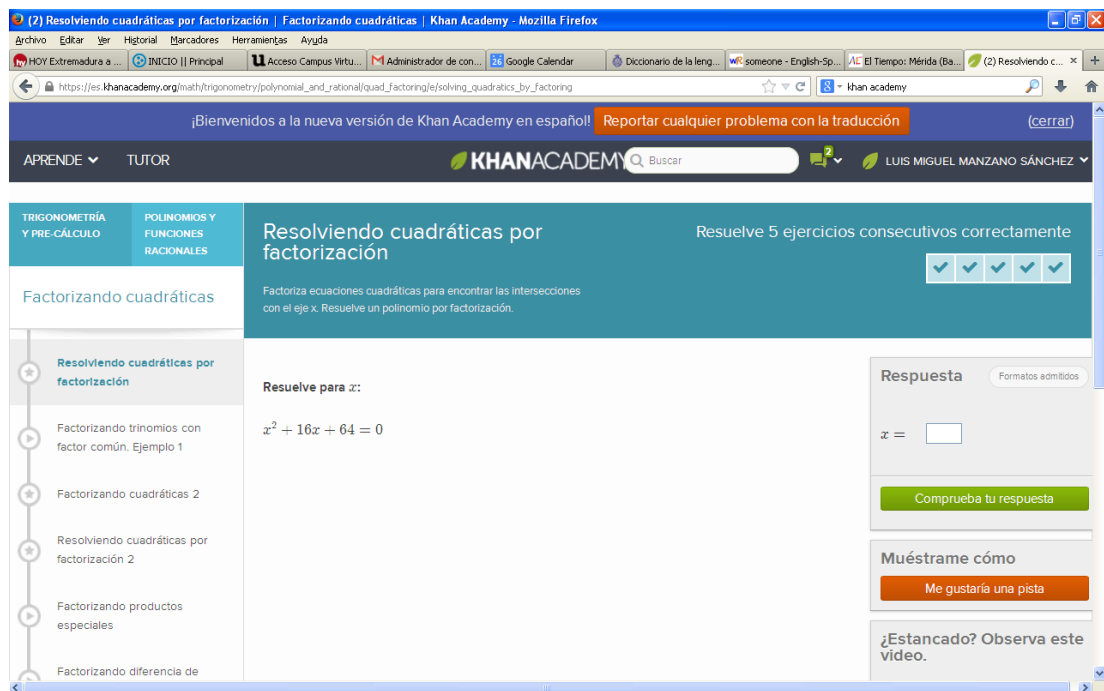


Ilustración N° 3. Mini video con división sintética de polinomios. Fuente: Khan Academy (2014).

- Siguiendo en esta sección, podemos encontrar el siguiente ejercicio de ecuaciones de segundo grado:



The screenshot shows the Khan Academy interface in Spanish. The main heading is "Resolviendo cuadráticas por factorización" (Solving quadratics by factoring). Below the heading, it says "Factoriza ecuaciones cuadráticas para encontrar las intersecciones con el eje x. Resuelve un polinomio por factorización." (Factorize quadratic equations to find the intersections with the x-axis. Solve a polynomial by factoring.)

The exercise asks to solve for x: $x^2 + 16x + 64 = 0$.

On the right side, there is a "Respuesta" (Answer) section with a text input field containing "x =". Below the input field is a green button labeled "Comprueba tu respuesta" (Check your answer). There is also an orange button labeled "Muéstrame cómo" (Show me how) with the subtext "Me gustaría una pista" (I would like a hint). At the bottom right, there is a link for "¿Estancado? Observa este video." (Stuck? Watch this video).

Ilustración N° 4. Ejercicio de ecuaciones cuadráticas. Fuente: Khan Academy (2014).

4. ESTUDIO DE CAMPO

4.1 Justificación

A partir del Prácticum desarrollado por el autor de este trabajo en el IES Extremadura de Mérida dentro de su máster en formación del profesorado, éste conoció la implantación en el centro de la plataforma Khan Academy durante las unidades de polinomios y ecuaciones de un 3º de ESO. A raíz de este dato cobró sentido estudiar si existía justificación para el uso de dicha plataforma, cosa que pretende hacer este trabajo. Para ello, resultaba necesario conocer la opinión del responsable de la implantación y también pareció conveniente conocer datos de los alumnos protagonistas de la implantación mediante encuestas. Toda esta información se presenta en este epígrafe.

4.1.1 Justificación del uso de entrevista y encuestas

Consideramos adecuado realizarle una entrevista al profesor que estaba usando la herramienta en el aula porque supone una información de primerísima mano en varios aspectos:

- Mediante la entrevista averiguamos las claves que él considera importantes para implantarla en el aula, una especie de resumen de buenas prácticas.
- Además, averiguamos los problemas que le está suponiendo una implantación tan novedosa, con lo que podremos prever en cierto modo dichos problemas a la hora de extender la experiencia en un futuro a otras aulas u otros centros.
- Finalmente, tenemos la valiosa comparación del antes y el después. A lo largo de su vida profesional, dicho profesor ha usado otras metodologías para enseñar el aspecto matemático que nos ocupa. Ello nos hace considerar que su opinión en favor del uso de la plataforma Khan tiene bastante validez.

También consideramos las encuestas a los alumnos como una herramienta válida para valorar si esta herramienta es buena para alumnos con el perfil de un aula bilingüe.

Por ello, diseñamos encuestas para alumnos de 1º y 3º ESO.

1. *Encuesta de 1º ESO:*

El objetivo principal de esta encuesta era averiguar la posibilidad de trabajo en casa de los alumnos del primer curso de ESO. Sabemos de las circunstancias socio-económicas de algunos alumnos del centro, y pretendíamos averiguar si el trabajo con la plataforma podía ser sistemático en casa y clase o si el acceso a la plataforma se tenía que plantear básicamente desde el centro con momentos puntuales fuera de él casa, bibliotecas, centros del conocimiento, etc. Nos interesaba conocer este dato en 1º ESO para ser realistas a la hora de diseñar intervenciones futuras a lo largo de toda la etapa y no sólo centradas en un tema concreto de 3º ESO. Aprovechamos la encuesta para averiguar otros aspectos más intuitivos relacionados con la motivación de los alumnos en el uso de Khan Academy.

2. *Encuesta de 3º ESO:*

Con esta encuesta hemos querido sacar conclusiones respecto a ciertos aspectos del uso de esta moderna propuesta metodológica. Estos aspectos que nos han interesado son:

1. Importancia del profesor en su uso.
2. Adaptación de la plataforma a sus necesidades y fácil o difícil manejo.
3. Uso en casa y en clase.
4. Razones por la que les resulta apropiado usarla.

4.2 Objetivos

Los objetivos de este estudio de campo se resumen en:

- Recoger a través de una entrevista la opinión un profesor de matemáticas que haya utilizado la plataforma Khan Academy en clases de matemáticas durante las unidades de polinomios y ecuaciones.
- Recoger a través de una encuesta la opinión de alumnos de ESO que están utilizando la plataforma Khan Academy en su proceso de enseñanza-aprendizaje de polinomios y ecuaciones.
- Presentar un resumen de los resultados de las anteriores encuestas.

4.3 Marco contextual del estudio de campo

El trabajo de campo se ha desarrollado en el IES “Extremadura” de Mérida, en el aula de 3º ESO A, caracterizada por ser el aula bilingüe de ese nivel. Mérida es una ciudad de 60.000 habitantes, capital de la comunidad autónoma de Extremadura. El IES “Extremadura” se encuentra ubicado en una zona de la ciudad que presenta dos perfiles de alumnado perfectamente diferenciados:

a. Alumnos de ESO:

Dentro de este perfil aparecen dos subgrupos claros de alumnos:

- Alumnos que provienen de la zona circundante al propio centro escolar: las familias son de extracción humilde en general, y en algunos casos familias desfavorecidas, con ingresos irregulares o inexistentes, familias monoparentales, etc. También un cierto número de familias de etnia gitana o de otras etnias o inmigrantes. Este perfil se ha acentuado con recientes realojos llevados a cabo en la zona.

- Un elevado porcentaje de alumnos procede de pueblos circundantes adscritos a la zona (Distrito 2: Don Álvaro, Mirandilla, San Pedro de Mérida, Trujillanos, Valverde de Mérida, Aljucén): son alumnos de extracción humilde o de tipo medio.

Con independencia de que sean alumnos del entorno o alumnos de pueblos circundantes, hay en las familias -y en los alumnos- dos actitudes claramente diferenciadas:

- Los que mantienen escolarizados a sus hijos por imperativo legal, sin ningún otro interés.

- Los que apuestan por la educación de sus hijos como la manera de mejorar su formación personal y sus expectativas de futuro. Estas familias son las que componen el perfil de los alumnos de la sección bilingüe del centro, que es donde se ha llevado a cabo el trabajo de campo.

b. Alumnos de Bachillerato:

Tienen una procedencia social de tipo medio-alto, medio o humilde, pero ya tienen claro que optan por su formación.

4.4 Metodología del estudio de campo

Con el fin de contrastar el estudio teórico de este trabajo con un caso real de enseñanza-aprendizaje de polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando la plataforma Khan Academy en un instituto de Extremadura, hemos entrevistado al profesor que tomó la iniciativa de implantar la plataforma en sus clases de matemáticas. Esta iniciativa la desarrolló este curso 2013-2014, obteniendo algunas claves importantes tanto del trabajo con polinomios y ecuaciones de los alumnos como del uso de la plataforma Khan Academy. Las preguntas base de esta entrevista al profesor giraron en torno a los siguientes cinco ejes:

1. ¿Cuáles fueron los problemas principales de los alumnos en las unidades de polinomios y ecuaciones?

Esta pregunta se formula para saber qué tipo de problemas de partida sería preciso observar para saber si el trabajo con la plataforma Kahn Academy ha supuesto una mejora.

2. ¿Cuáles son las claves para haber considerado útil la plataforma Khan Academy en estas unidades de polinomios y ecuaciones?

De la misma manera, con esta pregunta pretendemos conocer las áreas del proceso enseñanza-aprendizaje en las que el responsable entrevistado pretende que incida positivamente esta plataforma.

3. ¿Cuáles son las claves de la implantación que ha realizado de la plataforma Khan Academy en el aula?

Iniciado ya en las aulas seleccionadas el trabajo con la plataforma Khan Academy, con esta pregunta se pretende sacar conclusiones válidas de aspectos a tener en cuenta en futuros usos de la plataforma en otras aulas, etapas o centros. Nos interesa obtener tanto conclusiones útiles como simplemente asuntos a considerar a priori.

4. ¿Tiene conclusiones de la mejora de los alumnos con esta iniciativa?

Esta pregunta busca algo parecido a la anterior, porque nos interesa obtener opiniones, datos o cualquier otra información representativa de los alumnos y las mejoras en su proceso de aprendizaje. No obstante, somos conscientes de que el inicio del uso de esta plataforma ha sido relativamente reciente y puede ser que no haya dado tiempo a sacar muchas conclusiones de este tipo.

5. ¿Representa una mejora para los alumnos con alta motivación y habilidad matemática?

Nos ha parecido adecuado tener en cuenta la parte alta de rendimiento y motivación de la clase, pues parece natural o razonable pensar que la plataforma puede suponer una clara mejora para ellos. Por eso hemos formulado esta pregunta sobre estos alumnos.

Además, siguiendo en cierto modo la recomendación de Taylor Gatto (2007) sobre los alumnos respecto a que podemos tener otra escuela si escucháramos activamente a nuestros alumnos, hemos encuestado a alumnos de 3º de ESO en la clase del profesor entrevistado y también a alumnos de 1º de ESO para comparar el dato del uso en casa de la plataforma Khan Academy.

A. En el caso de la encuesta a 1º de ESO:

Pregunta N° 1:

¿Utilizas la plataforma Khan Academy en casa? Si es así, marca una cruz (x) o rellena donde corresponda:

- Si la he utilizado.*
- Intenté utilizarla pero no he sido capaz*
- No tengo ordenador con Internet en casa.*
- Otro:*

Las preguntas que les hemos realizado a los alumnos de estas clases buscaban inicialmente conocer si utilizan o no la plataforma Khan Academy en casa y si no lo han hecho conocer las razones de ello. Por tanto formulamos la primera pregunta se ha mostrado.

Pregunta N° 2:

- *Si la has utilizado.*
 - a. *¿Te ha ayudado con las matemáticas? ¿Por qué ha sido?*
 - b. *Si no te ha ayudado. ¿Por qué no lo ha hecho?*

Pregunta N° 3:

- *Si no la has utilizado y hay algo que se pueda hacer para ayudarte a hacerlo, dínos qué es:*

Pregunta N° 4:

- *Por último, si quieres decirnos algo más dínoslo:*

Una vez cubierto este objetivo prioritario de las encuestas a alumnos de primero de ESO, formulamos estas otras preguntas para recabar la opinión general de estos alumnos sobre la plataforma.

B. En el caso de 3º de ESO:

Pregunta N° 1:

¿Utilizas la plataforma Khan Academy en casa? Marca una cruz (x) o rellena donde corresponda:

En la primera pregunta volvimos a preguntar -como en 1º ESO- por el uso del ordenador en casa. Ahora incluimos la falta de tiempo como opción, porque entendíamos que en este curso superior ésta podía ser una razón de peso para no utilizar la plataforma en casa. Así, la primera pregunta fue:

- Sí, la he utilizado.*
- Intenté utilizarla pero no he sido capaz*
- No tengo ordenador con Internet en casa.*
- No tengo tiempo.*
- Otro:*

Pregunta N° 2:

Cuando la has utilizado en clase, ¿consideras que la ayuda de tu profesor del instituto ha sido clave o la plataforma por si sola es útil? ¿Por qué es útil para ti?

A continuación, quisimos conocer la participación del profesor en el inicio del trabajo con la plataforma en clase. Nos interesa saber la importancia del profesor en el uso de herramientas supuestamente autosuficientes. Para ello formulamos la segunda pregunta:

Pregunta N° 3:

Con las unidades de ecuaciones y polinomios que estabas dando, ¿encontrabas ejercicios similares a los que te ponía el profesor en clase o eran distintos? ¿Más fáciles, más difíciles?:

Posteriormente, quisimos averiguar si la plataforma era adecuada para el trabajo con las unidades de ecuaciones y polinomios y formulamos la tercera pregunta:

Pregunta N° 4:

Tus dificultades con polinomios y ecuaciones ¿se han resuelto con el uso de la plataforma Khan Academy? ¿Por qué, quizás porque puedes aprender a tu ritmo?

Con la cuarta pregunta pretendíamos saber si la posibilidad de aprender a su ritmo había contribuido a que la plataforma solucionara los problemas de los alumnos en estas unidades. Así, la cuarta pregunta fue:

Pregunta N° 5:

Al buscar ejercicios, ¿te cuesta encontrar lo que buscas?

La quinta pregunta la formulamos para saber si la distribución -algo diferente- de los contenidos de la plataforma Khan Academy y el currículo extremeño habían supuesto algún problema.

Pregunta N° 6:

¿Consideras que utilizar la plataforma Khan Academy en clase al principio es importante para conocerla pero luego es mejor utilizarla en casa o querrías que se utilizara en clase todo el curso?

La sexta pregunta pretendía conocer si al alumno le interesaba o no el uso de la plataforma todo el curso en clase o ya solo en casa. Esta pregunta se enmarca dentro del objetivo de que los alumnos adquieran autonomía en sus aprendizajes, como sería deseable. Su formulación fue:

Pregunta N° 7:

Valora de 1 a 5, siendo 1 poco valorado y 5 muy valorado los siguientes aspectos de la plataforma Khan Academy:

- *Me ayuda a practicar el inglés*
- *Me motiva a practicar matemáticas*
- *Las explicaciones de los ejercicios son buenas*
- *Me gusta el seguimiento que se hace de mis avances*
- *Está adaptada a mi nivel y edad*
- *Otro: _____*

Por último, en la séptima pregunta pedimos una valoración de 5 razones más una razón abierta de por qué la opinión sobre la plataforma Khan Academy era positiva. La selección de las 5 razones se hizo fundamentalmente en base a los resultados de la encuesta de primero.

4.5 Resultados del estudio de campo

Los resultados de la entrevista y de las encuestas se exponen a continuación.

7.4.1. Resultado de la entrevista

La entrevista de este estudio de campo se realizó el martes 18 de febrero de 2014 en la sala de profesores del IES Extremadura de Mérida. Las principales conclusiones basadas en las respuestas dadas por el profesor Cayetano, y que ha autorizado expresamente su publicación en este trabajo, han sido las siguientes:

- ¿Cuáles fueron los problemas principales de los alumnos en las unidades de polinomios y ecuaciones?
 - El principal problema se puede considerar que está en la capacidad de abstracción que se le requiere al alumno para controlar ciertos contenidos como pueden ser las igualdades notables. Otros contenidos más procedimentales les resultan más fáciles, a pesar de tener también una cierta complejidad, como pueden ser:
 - Las divisiones de polinomios en general.
 - El método de Ruffini en particular.
 - Un error que repiten mucho los alumnos son los signos menos delante de una fracción.
 - Un tercer error de los alumnos consiste en el procedimiento de sacar común denominador cuando algún término de la expresión no tiene denominador.
 - Un cuarto error ocurre en ecuaciones de segundo grado cuando el coeficiente de la x^2 no es uno, porque cuando aplican la fórmula de resolución en el denominador de $2a$, olvidan multiplicar el 2 por a .
 - Un quinto error frecuente se produce al operar el discriminante de la raíz de la ecuación de segundo grado cuando el término independiente de la ecuación, " C " , es un número negativo.
- ¿Cuáles son las claves para haber considerado útil la plataforma Khan Academy en estas unidades de polinomios y ecuaciones?
 - La principal razón de su elección fue el ser una plataforma global con buen material didáctico para todos los contenidos matemáticos de la ESO, lo que evita el tener que ir de sitio web en sitio web buscando materiales adecuados en cada caso, cosa que muchas veces hace que el profesor desista.

- Por otra parte, el profesor considera que merece la pena invertir tiempo en clase para que los alumnos puedan trabajar en casa con la plataforma, ampliando el tiempo de práctica con una referencia válida. Esto ayuda a que alumnos con problemas -o sin ellos pero que quieran ampliar su seguridad con los contenidos y procedimientos que estén tratando- puedan fortalecer su formación.
- ¿Cuáles son las claves de la implantación que ha realizado de la plataforma Khan Academy en el aula?
 - En su caso, ha necesitado dos horas de clase para que los alumnos se familiarizaran con la plataforma Khan Academy y se dieran de alta en ella. En la tercera hora ya se sacó trabajo útil adelante, y en la cuarta hora considera que se trabajó bien.
 - Respecto a la implantación en toda la etapa, el profesor considera que:
 - Por las características propias de los cursos de ESO resulta más fácil la implantación en cursos bajos. El, de hecho, empezó por primero de ESO.
 - Considera que para el curso de cuarto de ESO los materiales de la plataforma Khan Academy más fácilmente accesibles son de un nivel básico respecto al nivel que se exige en ese curso.
- ¿Tiene conclusiones de la mejora de los alumnos con esta iniciativa?
 - Ha notado que con la insistencia de ejercicios en estas unidades de polinomios y ecuaciones los alumnos mejoran su competencia en aritmética.
 - Además observa una alta motivación en todos los alumnos durante las clases, pues el uso de herramientas tecnológicas realmente “engancha” a estudiantes que encuentran en la tecnología su hábitat natural.
- Respecto a la diversidad del alumnado, ¿representa la plataforma una mejora para los alumnos con alta motivación y habilidad matemática?
 - Según el profesor que ha trabajado con la plataforma en clase, éste es uno de los puntos claves en los que ha observado una clara mejora en los aprendizajes. Considera que la plataforma aprovecha muy bien la autonomía de trabajo que presentan alumnos con altas habilidades matemáticas y alta motivación, pues les permite trabajar a su ritmo, normalmente superior al del grupo.

- Además incide en que también hay otro grupo de alumnos muy beneficiados: los alumnos con buena motivación pero con ciertas dificultades para aprender. La plataforma les permite reforzar los contenidos en los que presentan dificultades a su ritmo, en ocasiones más lento y necesitado de refuerzo que la media de la clase. Consiguen tener las explicaciones que necesitan al ritmo que requieren y las veces que desean.

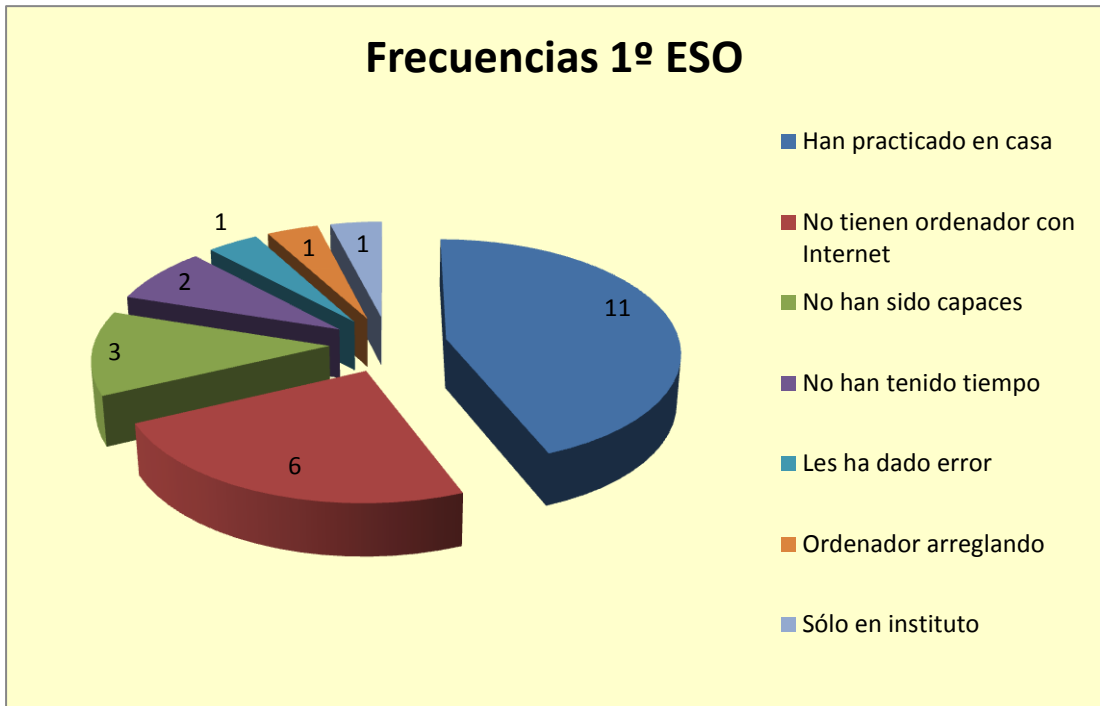
7.4.2. Resultado de las encuestas

Las encuestas previstas se realizaron el lunes 17 de febrero de 2014 en la clase de inglés en el caso de 1º de ESO y el miércoles 19 de febrero de 2014 también en la clase de inglés en el caso de 3º de ESO. Las encuestas las distribuyó y controló la propia profesora de inglés, siendo anónimas y realizadas con el visto bueno de los alumnos.

4.5.2.1 Resultados encuestas 1º de ESO

El objetivo fundamental de esta encuesta era saber si los alumnos practicaban con la plataforma Khan Academy en casa. Los resultados de la encuesta a este respecto fueron (el formulario entregado de esta encuesta se puede encontrar en el Anexo 13.2):

A este respecto los alumnos más números, 11, han practicado en casa, aunque también es significativo el número de los que no pueden hacerlo, 6, por no tener ordenador con Internet en casa. 3 no han sido capaces, 2 no han tenido tiempo y el resto ha tenido problemas individuales. Estos datos se pueden consultar en la siguiente gráfica:



Gráfica Nº 2. Resultados principales encuesta 1º de ESO. Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, esta encuesta también ha permitido confirmar otros datos secundarios en cierta medida esperados. Todos los alumnos que son 25 ha practicado en clase y valoran positivamente la herramienta, 18 porque les ayuda a repasar, 13 porque les ayuda a mejorar, 5 por los puntos y medallas, iguales que lo que consideran que es porque te valoran y ayudan, 3 por el inglés y un significativo único alumno no la utiliza en casa porque no estudia. En la gráfica a continuación aparecen estos mismos datos:



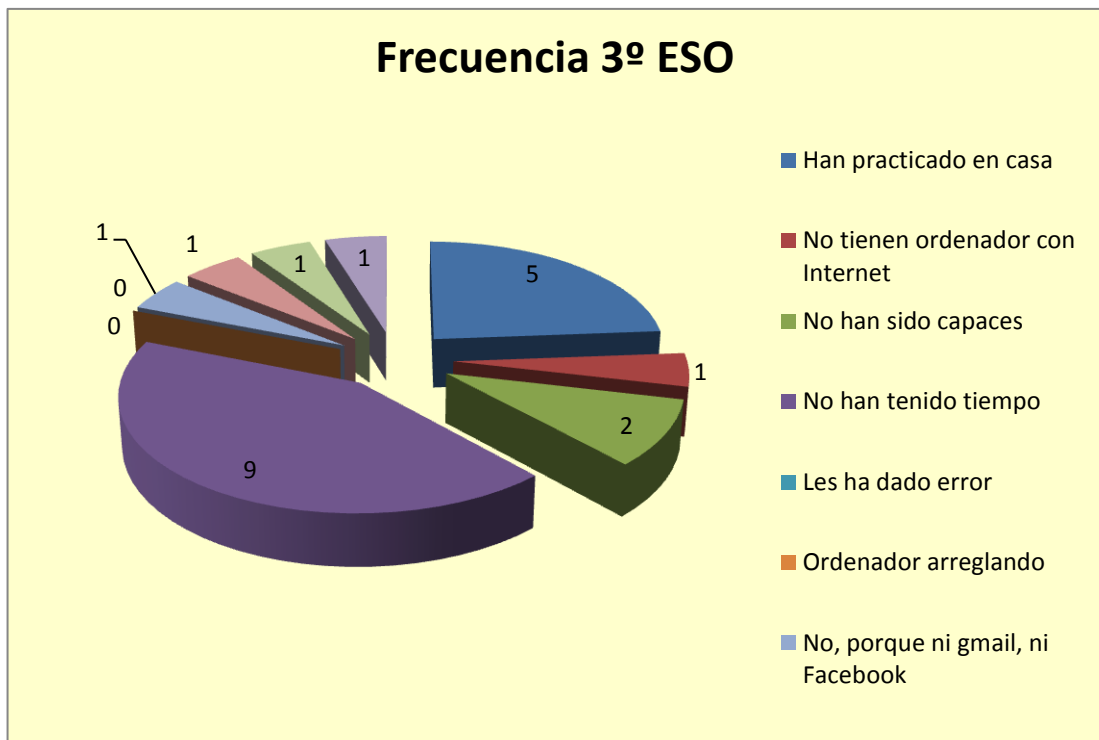
Gráfica N° 3. Resultados secundarios encuesta 1º de ESO. Fuente: Elaboración propia.

4.5.2.2 Resultados encuestas 3º de ESO

Los resultados de esta encuesta fueron los siguientes:

1. Pregunta N° 1. ¿Utilizas la Khan Academy en casa? (el formulario entregado de esta encuesta se puede encontrar en el Anexo 13.3)

En este punto es interesante destacar que el número de alumnos que no tiene acceso a Internet se reduce prácticamente a la 5ª parte –de 24% a 5%-. Pero sube a un 43% lo que no tienen tiempo cuando en primero era un 8%, en consecuencia bajan a la mitad los que han practicado en casa ahora solo 5, las demás casuísticas de porque no lo ha hecho se repiten con primero, 2 no han sido capaces, e individualmente ha habido otros problemas pequeños. En la gráfica siguiente se detallan todos estos datos:

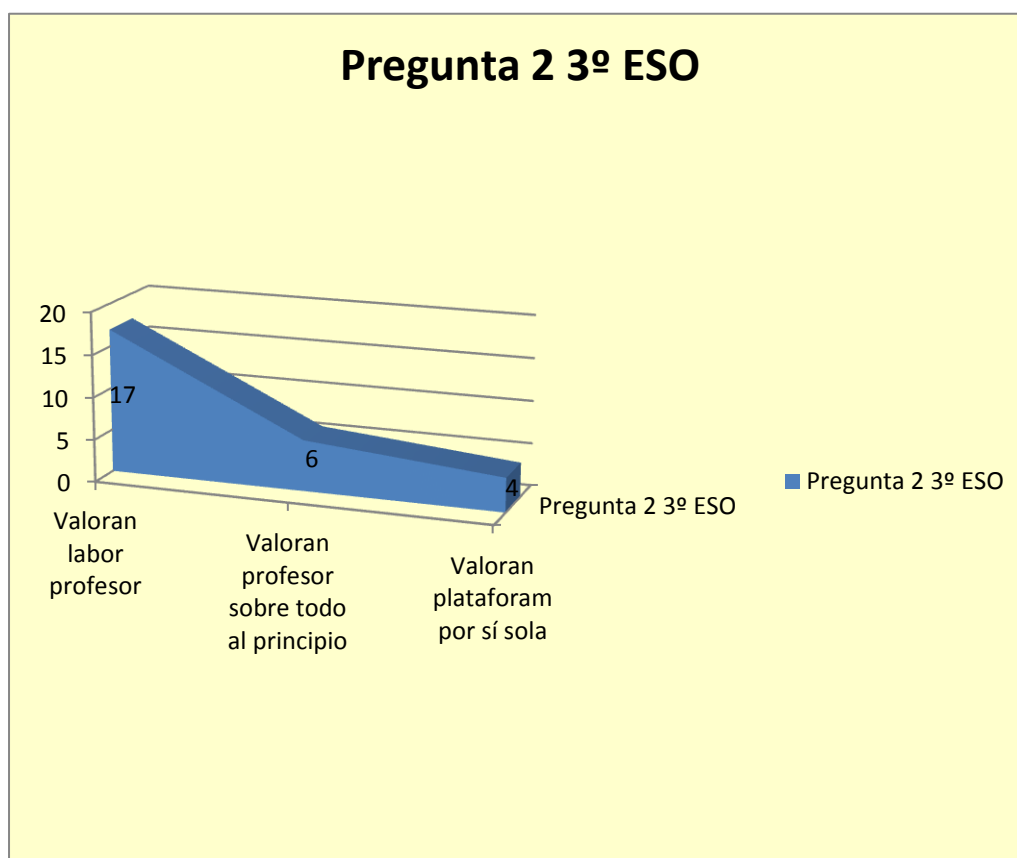


Gráfica N° 4. Resultados práctica en casa encuesta 3º de ESO. Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a los temas adicionales consultados en esta encuesta lo resultados fueron los siguientes:

2. Pregunta N° 2. *Cuando la has utilizado en clase, ¿consideras que la ayuda de tu profesor del instituto ha sido clave o la plataforma por sí sola es útil? ¿Por qué es útil para ti?*

17 alumnos consideran que sí lo ha hecho, de ellos 6 lo valoran sobre todo al principio y 4 valoran la plataforma sola, como se puede ver en la siguiente gráfica:



Gráfica N° 5. Pregunta 2 encuesta 3º de ESO. Fuente: Elaboración propia.

De estos resultados se deduce la importancia del profesor para guiar el proceso.

- Pregunta N° 3. *Con las unidades de ecuaciones y polinomios que estabas dando, ¿encontrabas ejercicios similares a los que te ponía el profesor en clase o eran distintos? ¿Más fáciles, más difíciles?*

En general estos alumnos no encuentran diferencia entre unos ejercicios y otros, aparecen algunos fáciles y otros difíciles, como en clase. También es posible que aún le hayan dedicado poco tiempo relativo a los contenidos disponibles.

- Pregunta N° 4. *Tus dificultades con polinomios y ecuaciones ¿se han resuelto con el uso de la plataforma Khan Academy? ¿Por qué, quizás porque puedes aprender a tu ritmo?*

La mayoría de estos alumnos no ha tenido tiempo aún de sacar partido a la plataforma, varios de estos además prefieren al profesor, aunque bastantes

valoran la plataforma como una buena herramienta de trabajo. Varios alumnos dejaron esta pregunta en blanco.

5. *Pregunta N° 5. Al buscar ejercicios, ¿te cuesta encontrar lo que buscas?*

Para estos alumnos no hay duda de que en esta plataforma es fácil encontrar lo que buscas. Además, ha habido quienes han valorado el trabajo en parejas con apoyos mutuos como útil para empezar a sacar partido de la plataforma. En este caso también hubo varias preguntas en blanco.

6. *Pregunta N° 6. ¿Consideras que utilizar la plataforma Khan Academy en clase al principio es importante para conocerla pero luego es mejor utilizarla en casa o querrías que se utilizara en clase todo el curso?*

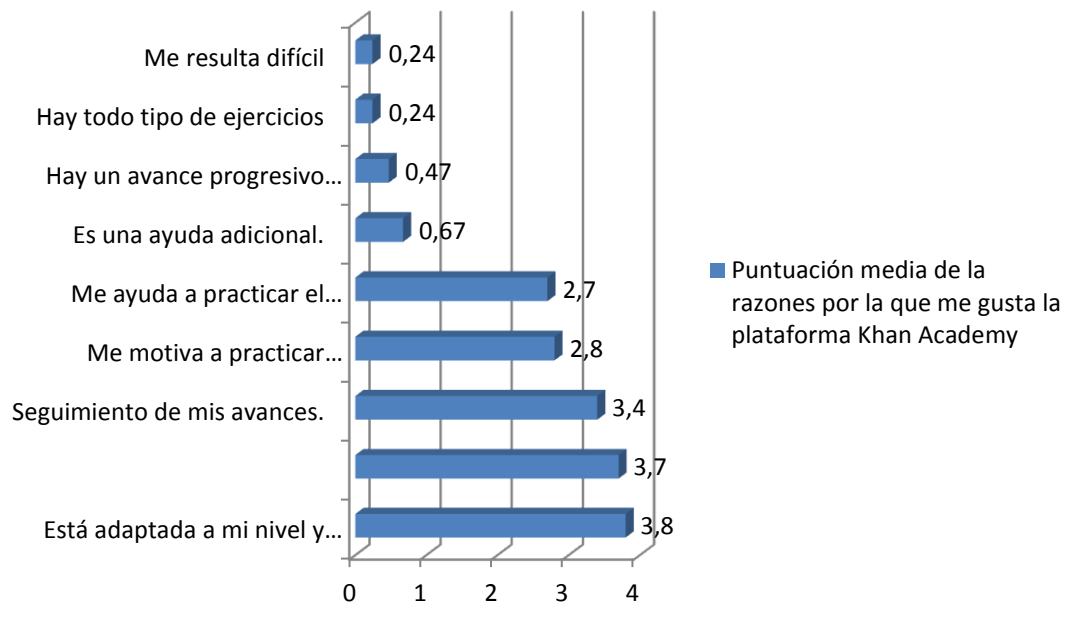
Prácticamente todos opinan que viene bien utilizarla en clase y en casa pero en orden. Por ejemplo, como un alumno respondía, empezar con tu profesor y repasar con la plataforma Khan Academy intercaladamente.

7. *Pregunta N° 7. Valora de 1 a 5, siendo 1 poco valorado y 5 muy valorado los siguientes aspectos de la plataforma Khan Academy:*

- *Me ayuda a practicar el inglés*
- *Me motiva a practicar matemáticas*
- *Las explicaciones de los ejercicios son buenas*
- *Me gusta el seguimiento que se hace de mis avances*
- *Está adaptada a mi nivel y edad*
- *Otros:*

Los alumnos valoran la plataforma principalmente porque se adapta a ti y las explicaciones son buenas, después también valoran el seguimiento que te hace y la motivación que te aporta. Todo esto ayuda a practicar ejercicios de matemáticas. Las medias de estas valoraciones se presentan en la siguiente gráfica:

Puntuación media de la razones por la que me gusta la plataforma Khan Academy



Gráfica N° 6. Valoraciones de la plataforma Khan Academy, ordenadas de menor a mayor peso. Fuente: Elaboración propia.

4.6 Análisis de resultados del trabajo de campo

- El análisis comparativo del uso en casa de la plataforma Khan Academy entre primero y tercero de ESO, muestra que en primero es significativo el número de alumnos que no disponen de ordenador con Internet en casa. De este dato podemos extraer el siguiente análisis: el hecho de que el número de alumnos que no tiene acceso a Internet se reduzca a más de la mitad de 1º a 3º ESO—de 12% a 5%— nos avanza una idea a la hora de una futura expansión de la propuesta metodológica al resto de la etapa: conforme van avanzando los cursos, el acceso a la tecnología fuera de clase se hace más fácil. Ello que nos lleva a pensar que se puede plantear un uso más frecuente en el aula al principio de la etapa con momentos puntuales en casa e ir cambiando este uso puntual por otro más sistemático conforme los cursos avanzan.

- Por otro lado, en 3º ESO se deja ver la falta de tiempo de los alumnos para usar la plataforma en casa: el 43% de ellos no la usan por esta razón, casi el doble que los que sí lo hacen, el 24%. No obstante, el profesor responsable del aula reconoció algo extremadamente importante respecto a este dato: que dedicó más tiempo al uso de esta plataforma en los cursos bajos que en los altos. Esto es importante, pues enlaza con el punto 3 de la encuesta —el papel del profesor— y resalta la importancia del profesor en el acceso a los conocimientos: a pesar de que la plataforma ofrece todas las herramientas para que los alumnos trabajen solos, se pone de manifiesto que el profesor sigue siendo necesario. El gran reto que se les plantea a las actuales generaciones no es el acceso a la información, que les resulta fácil, todo está en Internet, sino cómo entenderla y seleccionarla. Y en estos dos puntos el profesor es pieza clave.

- Además, no cabe duda, después de este estudio de campo, de que un uso adecuado de la plataforma Khan Academy en la enseñanza-aprendizaje de polinomios y ecuaciones puede traer mejores resultados a nuestros alumnos si enlazamos con una cuestión esencial en este proceso: la motivación. Los alumnos se encuentran motivados a trabajar en ella por varias razones, entre las que destacan que la plataforma se adapta a su edad, pueden comprobar sus avances y les ayuda con el inglés, área ésta ante la que los alumnos están muy motivados, pues se encuentran en una sección bilingüe. Además, la plataforma incide también en este aspecto de motivación al estar muy ajustada a los gustos de ocio de los adolescentes, con juegos interactivos en Internet por ejemplo, pero también resulta motivadora,

tanto para profesores como para alumnos, por ser muy completa en cantidad y calidad.

- Por otra parte, se puede también concluir que lo ideal para una implantación adecuada del uso de esta plataforma es realizar una planificación adecuada desde principio de curso, incluyendo su uso dentro de las programaciones, pero ante todo ajustando lo que se prevea en cada aula al perfil de sus alumnos. Este perfil es importante porque pueden aparecer cuestiones, como que los alumnos no tengan Internet en casa, que limiten claramente al profesor a la hora de mandar trabajos en ese medio para casa.

5. PROPUESTA DIDÁCTICA

5.1 Introducción

Tal como ya se ha comentado en este trabajo, la plataforma Khan Academy puede ser útil en clases de matemáticas de 3º de ESO, como también podrían serlo cualquier otra siempre que su uso encaje con los alumnos y profesores concretos de que se trate.

Ahora bien, con esta propuesta pretendemos que esta plataforma sea útil no sólo para los profesores que tienen práctica en las TIC, sino para cualquier otro profesor de nuestros centros. De este modo, la equidad de la que hace gala nuestro sistema educativo será más real -hay que recordar que entre los principales objetivos del sistema educativo en lo relacionado con las enseñanzas está reforzar la equidad como señalábamos en la tabla N° 1 de este trabajo-. Pero, ¿será real esta equidad si recursos tan potentes como los de esta plataforma no son accesibles a todos los alumnos de cada centro?

En esta propuesta veremos, por tanto, una manera concreta de persuadir con esta plataforma a cualquier profesor para enseñar polinomios y ecuaciones.

5.2 Contenidos y criterios de evaluación

Los contenidos a tener en cuenta son:

Tabla Nº 8. Contenidos seleccionados del currículo mínimo de 3º ESO Bloque 3: Álgebra, con numeración original.

4.-	Expresiones algebraicas de uso frecuente, polinomios. Operaciones básicas con expresiones. Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables.
5.-	Utilización de la hoja de cálculo para obtener el valor numérico de expresiones algebraicas.
6.-	Identidades y ecuaciones. Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Soluciones.
7.-	Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado y de sistemas de ecuaciones lineales utilizando diversos métodos: informales, algorítmicos, gráficos... Utilización de la hoja de cálculo.
8.-	Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.
9.-	Formulación y resolución de problemas con enunciados cercanos al alumno en el contexto extremeño mediante ecuaciones de primer y segundo grado, sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y otros métodos personales, valorando si la solución o soluciones obtenidas son coherentes.

Nota: Contenidos seleccionados del currículo mínimo de 3º ESO Bloque 3: Álgebra, con numeración original. Fuente: Elaboración propia a partir de Decreto 83/2007, de 24 de abril (DOE, núm. 51, 2007, p. 8106).

Correspondientes a los anteriores contenidos en este trabajo también se han utilizado una serie de criterios de evaluación mínimos presentes en este mismo Decreto extremeño. En la siguiente tabla se transcribe la información del decreto con los criterios de evaluación seleccionados:

Tabla Nº 9. Criterios de Evaluación seleccionados del currículo mínimo de 3º ESO Bloque 3: Álgebra, con numeración original.

4.-	<p>Expresar mediante el lenguaje algebraico una propiedad o relación dada mediante un enunciado y observar regularidades en secuencias numéricas obtenidas de situaciones reales mediante la obtención de la ley de formación y la fórmula correspondiente, en casos sencillos.</p> <p>A través de este criterio, se pretende comprobar la capacidad de extraer la información relevante de un fenómeno para transformarla en una expresión algebraica. En lo referente al tratamiento de pautas numéricas, se valora si se está capacitado para analizar regularidades y obtener expresiones simbólicas, incluyendo formas iterativas y recursivas.</p> <p>Es básico en este criterio el uso correcto del lenguaje y símbolos algebraicos para expresar relaciones y sintetizar información.</p>
5.-	<p>Construir expresiones algebraicas y ecuaciones sencillas a partir de sucesiones numéricas, tablas o enunciados e interpretar las relaciones numéricas que se dan implícitamente, en una fórmula conocida o en una ecuación.</p> <p>Se pretende en este caso trasladar, organizar e interpretar informaciones y enunciados de unos códigos a otros, expresar algebraicamente el enunciado de un problema y confrontarlo con otros procedimientos de expresión, o buscar una situación que se adecue a una expresión algebraica dada.</p>
6.-	<p>Resolver problemas cercanos al alumno en el contexto extremeño en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado o de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p> <p>Este criterio de aspectos básicos pretende comprobar la capacidad para utilizar ecuaciones y sistemas en situaciones concretas que deben ser previamente traducidas al lenguaje algebraico. Dado que los métodos algebraicos no son los únicos que permiten resolver problemas, aquí se evalúa también la elección del procedimiento más adecuado: numérico, gráfico o algebraico.</p>

Nota: Criterios de Evaluación seleccionados del currículo mínimo de 3º ESO Bloque 3: Álgebra, con numeración original. Fuente: Elaboración propia a partir de Decreto 83/2007, de 24 de abril (DOE, núm. 51, 2007, pp. 8108-8109).

5.3 Objetivos de la propuesta didáctica

El objetivo principal de esta propuesta didáctica coincide con el objetivo principal de este trabajo, esto es:

- Presentar una metodología para enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando como herramienta la plataforma Khan Academy.

Los objetivos específicos son:

- Identificar un método para intentar que cualquier profesor empiece a utilizar esta herramienta en clase en las unidades de polinomios y ecuaciones.
- Explicar los primeros pasos para empezar a utilizarla en estas unidades.
- Identificar un mecanismo de apoyo asíncrono a cualquier profesor para el uso autónomo de esta herramienta durante el desarrollo de estas unidades.

5.4 Metodología didáctica

De lo estudiado en este trabajo concluimos que para utilizar la plataforma Khan Academy por primera vez en una unidad de polinomios y ecuaciones, se necesitan dos horas lectivas para poner en marcha el proceso. Esta puesta en marcha se debe realizar por una persona formada para el uso de la plataforma Khan Academy en el aula y conocedora también de las unidades de polinomios y ecuaciones y sus principales claves didácticas. Hecho esto, en una tercera hora lectiva ya se tendría que sacar bastante trabajo adelante y en una cuarta hora ya se trabajará bien.

Por tanto, consideramos que sería una buena idea para implantar el uso de esta plataforma americana lo siguiente: seguir lo definido en esta propuesta educativa con ayuda del coordinador TIC o con un profesor experto en TIC del centro para empezar a utilizar la plataforma Khan Academy en las unidades de polinomios y ecuaciones de 3º de ESO. La intervención previa del coordinador/profesor experto TIC se hace necesaria cuando el profesor que va a interactuar con los alumnos en el aula no está familiarizado con la herramienta ni se siente seguro para comenzar a usarla por sí solo. El coordinador/profesor experto TIC le resolverá las dudas que surjan y le dará seguridad en el proceso.

8.4.1. Fases de la propuesta

1. *Punto de partida.* Partimos de que en el aula donde se pretenda empezar a utilizar esta herramienta existe la tecnología apropiada para hacerlo. Por ejemplo, deberán existir ordenadores con Internet para profesores y alumnos y un medio para compartir entre todos la pantalla del ordenador de profesor o un alumno concreto, como puede ser una pizarra digital.
2. *Puesta en marcha.* Con anticipación al primer día de uso de la plataforma Khan Academy en el aula se visitará la página de Internet de la Plataforma Khan Academy (<https://es.khanacademy.org/>) y el profesor titular y coordinador/profesor experto TIC del centro se dará de alta en ella como profesor o como padre de alumno, independientemente que sea o no padre de alumno.
3. *Entrenamiento.* También antes de ese primer uso y durante 15 días –o el tiempo que se considere necesario- se navegará por la herramienta siguiendo las ayudas que ella misma ofrece.

4. *Primer día.* El primer día de uso se explicaría cómo se ha estimado que la plataforma Khan Academy puede ayudar a los alumnos, en qué consiste y también se darían de alta los alumnos y el profesor titular, creándose una clase en la Khan Academy con estos alumnos y este profesor como tutor. El día con la plataforma giraría en torno a la sección de *Álgebra* y la subsección de *Introducción al álgebra* por ejemplo. Lo que ese día se haga se habría decidido la quincena previa entre el coordinador/profesor experto TIC y el profesor titular. La herramienta no tiene por qué ser el protagonista principal del aula.
5. *Segundo día.* En el segundo día de uso, por ejemplo, se seguiría trabajando con la plataforma con apoyo de las subsecciones señaladas, pero el coordinador/profesor experto TIC se preocuparía de señalar otros aspectos de la plataforma como por ejemplo las búsquedas, señalaría como encontrar la sección *Trigonometría y pre-cálculo* a título de ejemplo.
6. *Tercer día.* En el tercer día el profesor titular llevaría el peso del trabajo con la plataforma.
7. *Cuarto día.* El cuarto, el coordinador/profesor experto TIC estaría solo disponible por si surge algún inconveniente en el uso que determine el profesor titular.
8. *Refuerzo.* El mes posterior a estos cuatro días el coordinador/profesor experto TIC atenderá dentro de la plataforma como tutor del profesor titular los inconvenientes que éste pueda tener en el proceso.

Los tiempos y plazos de esta propuesta podrían variar en el momento de implantar esta propuesta: sólo la experiencia acumulada en un tiempo prudencial permitiría determinar los plazos adecuados. El plazo utilizado aquí es orientativo, lo que sería deseable como estándar, pero podría haber cambios o excepciones en determinados casos.

Por otra parte, estas actuaciones deberían estar previstas en la programación inicial de la asignatura. Ahora bien, recomendamos que no se programe en una fecha concreta -y menos al comienzo de curso-, sino cuando mejor venga, según la progresión de los alumnos concretos de que se trate.

Además, queremos resaltar una idea en nuestra propuesta: no se trata de que un técnico TIC apoye a los profesores, sino que otros profesores expertos en TIC se dediquen a dar el impulso adecuado a compañeros menos habituados a ellas en un llamémosle “Prácticum inverso” dentro de la normalidad de una clase de secundaria.

Terminamos esta descripción de la metodología de esta propuesta transcribiendo una frase del libro de Coll y Monereo (2008) *Psicología de la educación virtual*:

La simple incorporación o el uso en sí de las TIC no generan de forma inexorable procesos de innovación y mejora de la enseñanza y el aprendizaje; son más bien determinados usos específicos de las TIC los que parecen tener la capacidad de desencadenar estos procesos (p.84).

5.5 Ejemplo de aplicación de la metodología didáctica

Supongamos un aula de matemáticas de un centro en la unidad de polinomios, para la que se ha previsto una determinada temporalización, que puede ser la siguiente:.

Tabla N° 10. Tabla de temporalización del ejemplo de metodología didáctica.

Unidad	Contenido	Sesiones	Fecha fin	Trimestre
5	Operaciones con Polinomios	10+1	17/12	2T

Nota: Tabla de temporalización del ejemplo de metodología didáctica. Fuente: Elaboración propia a partir de Cayetano (2013).

Con esta programación la puesta en práctica de esta propuesta comienza un jueves 27 de noviembre.

A continuación, se seguiría cada una de las fases de esta propuesta:

1. *Punto de partida.*

Igual que si queremos ver una película DVD en casa, lo primero que hacemos es conectar el aparato DVD adecuadamente para poder verla. Es decir, nos aseguramos de que nuestra aula dispone de las tecnologías descritas en la metodología de esta propuesta.

2. *Puesta en marcha.*

La puesta en marcha la haríamos desde la siguiente pantalla:



Ilustración N° 5. Página de Internet de inicio. Fuente: Khan Academy (2014).

Si hacemos clic en *Maestros, pulsar aquí*, nos aparece:

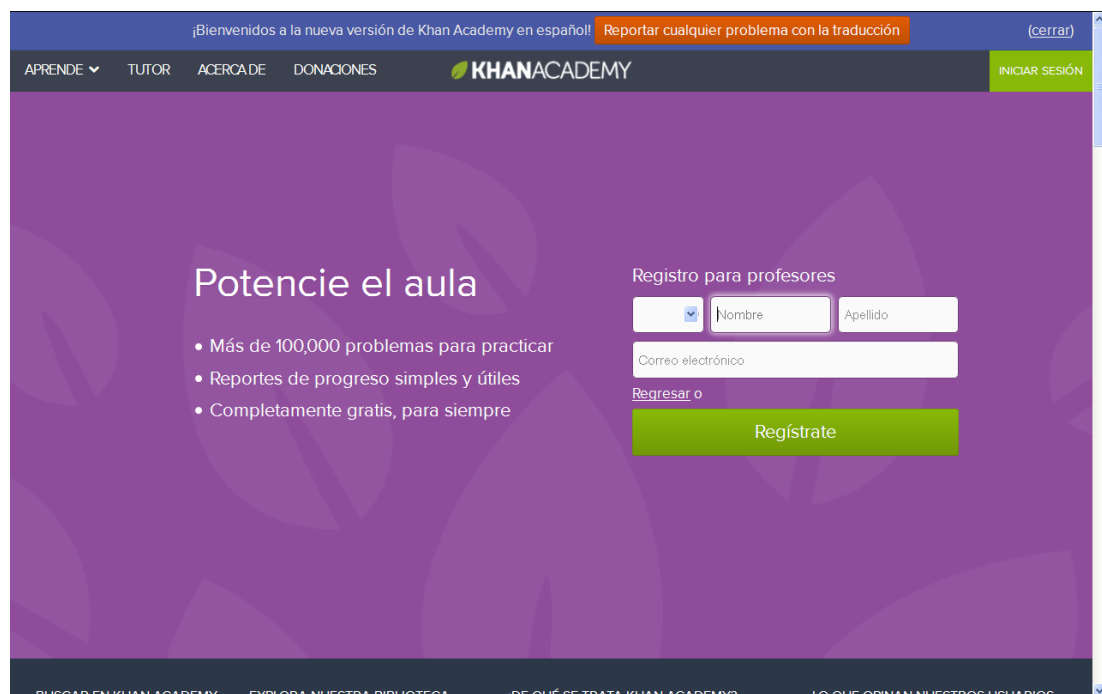


Ilustración N° 6. Registro para profesores. Fuente: Khan Academy (2014).

3. Entrenamiento.

En los días de entrenamiento visitaríamos la plataforma por ejemplo en un recreo, como si estuviéramos conociendo un periódico digital, o navegando en una red social. Nuestra opinión es que la navegación por la plataforma Khan Academy para un profesor de matemáticas es mucho más entretenida –o al menos igual- que cualquiera de esos otros medios.

4. Primer día.

Entre la fase 2 de esta propuesta y este primer día daríamos de alta a los alumnos una vez ellos se hubieran registrado. Una vez dados de alta, aparecería una pantalla como ésta:



Ilustración N° 7. Página con todos los alumnos. Fuente: Khan Academy (2014).

5. Segundo día.

El segundo día seguiríamos el proceso de inicio de los estudiantes, resolviendo los inconvenientes que aún se tuvieran. Por ejemplo, se podría trabajar un mini video como el siguiente:

Ilustración N° 8. Mini video de los orígenes del álgebra. Fuente: Khan Academy (2014).

6. Tercer día.

El profesor titular elegiría como cualquier de los otros días qué hacer pero lo alumnos podía pasar veinte minutos haciendo ejercicios como el siguiente, relativamente fácil:

Ilustración N° 9. Ejercicio de ejemplo 3er día. Fuente: Khan Academy (2014).

Durante estos tres primeros días los alumnos han estado trabajando individualmente o por parejas.

7. Cuarto día.

Este cuarto día las posibilidades son muy amplias, ya que el profesor titular llevaría el peso de la clase y elegiría qué hacer con sus alumnos, que hasta este momento han estado trabajando individualmente o por parejas. En un momento dado se les puede sugerir la posibilidad de que unos sean tutores de otros. En la siguiente ilustración, la plataforma Khan Academy ayuda a entender qué supone ser tutor de otros:



Ilustración N° 10. Material para tutores. Fuente: Khan Academy (2014).

8. Refuerzo.

El apoyo del coordinador/profesor experto TIC durante un mes es una forma de establecer una referencia, porque su disponibilidad en los centros es continua. Pero con esta presencia queremos señalar que el coordinador/profesor experto TIC debería acompañar a los nuevos profesores en todo el proceso de trabajo con la plataforma Khan Academy y los polinomios y ecuaciones.

6. APORTACIONES DEL TRABAJO

Las aportaciones principales de este trabajo consisten en:

1. Se han señalado claves de un caso de enseñanza aprendizaje de polinomios y ecuaciones en un curso de 3º de ESO a través de una entrevista a un profesor involucrado en ello.
2. Al mismo tiempo, se han dado claves de la implantación de una herramienta como la plataforma Khan Academy a mitad de curso en aulas concretas y no en todo el centro, con buena aceptación de alumnos hacia el proceso seguido.
3. Por otra parte, igual que se usa un DVD en casa y casi nadie se lee el manual del aparato DVD, entendemos que se puede utilizar esta plataforma Khan Academy de la misma forma: aprendiendo con la práctica en estas unidades de polinomios y ecuaciones de 3º de ESO, tanto profesores como alumnos.
4. Además, hemos elaborado una propuesta didáctica de lo que se podría hacer para dar el paso de usar la plataforma Khan Academy en unidades de polinomios y ecuaciones de 3º de ESO.
5. Por último, queremos incitar a cuantos más profesores posibles no sólo a usar la plataforma que propone este trabajo, sino a lanzarse a utilizar herramientas parecidas siguiendo dinámicas parecidas.

7. DISCUSIÓN

Con este trabajo queremos proponer utilizar la plataforma Khan Academy en el aula por parte de cualquier profesor individualmente, al menos con las unidades de polinomios y ecuaciones, sin una planificación previa distinta a la que aquí hemos señalado. Otros autores como Cabañas (2013) dan a entender la necesidad de un proceso largo de implantación de esta herramienta en los centros, cuando nosotros hemos comprobado que es posible en pocos días.

Además, a diferencia de Abrate et al. (2006, p. 121) que señalan lo positivo de la aritmética para el álgebra, también queremos remarcar otra característica propia de las matemáticas: un trabajo bien hecho sobre unas unidades didácticas refuerza las unidades básicas previas. Por lo que quizás no sería adecuado dedicar mucho tiempo a esas unidades previas -como pueden ser las de aritmética-, sino dedicarlo a dar más holgadamente unidades como las de polinomios y ecuaciones. Y hacerlo con este enfoque tecnológico justifica la inversión inicial en tiempo: los resultados mejoran por el interés de los alumnos al practicar con la plataforma.

Por otra parte, la autonomía del alumno propia de plataformas como la Khan Academy creemos que no es tal con nuestros alumnos de 3º de ESO, donde el papel del profesor es vital. Tanto en los inicios en la plataforma, como para resolver dudas después a una mayoría de alumnos, como confirman ellos mismos en las encuestas que hemos practicado. Esta autonomía es señalada como algo relevante en el artículo de Borrero (2014), pero creemos que se refieren a alumnos mayores.

Cuando se piensa en la ingente información presente no solo en la plataforma Khan Academy, sino en las agregadoras de MOOC que señalaba Scopeo (2013), se hace evidente que los alumnos de todos los niveles y sitios necesitan tener referencias para saber qué información es válida. Por eso creemos que elementos como las tutorías de la plataforma Khan Academy insisten en ese papel fundamental de los profesores.

8. CONCLUSIONES

A continuación se señalan las principales conclusiones de este trabajo:

El objetivo principal de este trabajo es *presentar una metodología para enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando como herramienta la plataforma Khan Academy de Estados Unidos*. Para conseguir dicho objetivo principal, analizamos los objetivos específicos que contribuyen a su logro:

Respecto al primer objetivo específico, *conocer los objetivos educativos recogidos en la LOE y en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*, se ha estudiado en el marco teórico cuáles son dichos objetivos y las capacidades concretas que se desarrollan de manera especial a través de las matemáticas. Por tanto, damos por conseguido el primer objetivo específico.

Respecto al segundo objetivo específico, *conocer el Decreto 83/2007, de 24 de abril (DOE, núm. 51, 2007), que adapta las enseñanzas mínimas al sistema educativo extremeño, decreto que contiene, por tanto, el currículo extremeño para 3º de ESO, que incluye polinomios y ecuaciones*, hemos comprobado en el marco teórico cómo, efectivamente, dicho decreto extremeño recoge los polinomios y ecuaciones objeto de nuestro estudio en el bloque tercero de Álgebra del curso tercero de educación secundaria obligatoria. Por tanto, también damos por logrado este segundo objetivo específico.

Respecto al tercer objetivo específico, *reconocer la necesidad de mejora de nuestro sistema educativo en general y de la competencia matemática en particular*, hemos comprobado en el marco teórico cómo dicha necesidad aparece en la recientemente aprobada LOMCE. Además, centrándonos en la competencia matemática, esta necesidad de mejora se ve avalada por los pésimos resultados que nuestro sistema educativo consigue en distintas evaluaciones de reconocido prestigio -Informe PIRLS - TIMSS 2011 e Informe PISA 2012. Estos informes los recogemos también en nuestro marco teórico. Por tanto, consideramos alcanzado este tercer objetivo específico.

Respecto al cuarto objetivo específico, *conocer y exponer los problemas y dificultades que tienen los alumnos de 3º de ESO con polinomios y ecuaciones*, en el apartado 4 del marco teórico se han explicado cuáles son los mayores problemas que encuentran los alumnos en estos aspectos del Álgebra. Hemos fundamentado esta explicación con estudios de diversos autores. Por tanto, también podemos afirmar que hemos cumplido con este cuarto objetivo específico.

Respecto al quinto objetivo específico, *conocer las características de la plataforma Khan Academy -basada en el sistema educativo americano- que pueden ser útiles en 3º de ESO español en las unidades de polinomios y ecuaciones*, hemos realizado un análisis de dicha plataforma en el último apartado del marco teórico. El estudio ha constado de una parte más general de análisis de la plataforma en su aspecto matemático y de una parte más concreta centrada en los polinomios y ecuaciones. Por tanto, damos por conseguido este quinto objetivo específico.

Respecto al sexto objetivo específico, *analizar el caso práctico de un centro escolar extremeño que trabaje con esta herramienta durante estas unidades*, hemos llevado a cabo un estudio de campo basado en dos herramientas: una entrevista al profesor que usa la plataforma en su clase y unas encuestas llevadas a cabo en grupos de alumnos que la usan. Con todo ello hemos trabajado con los alumnos cuestiones relacionadas con el acceso a Internet, la importancia del profesor, la adecuación de los ejercicios de la plataforma a sus necesidades y la facilidad para encontrar información en ella, su uso en casa/clase y su motivación para usarla. También hemos investigado el punto de vista del profesor tras su uso, centrándonos en claves de implantación y problemas que surgen, y en mejora de resultados y de motivación. Con todo ello, consideramos alcanzado el objetivo específico sexto.

Por tanto, podemos recoger estos objetivos específicos en una conclusión conjunta: en 3º ESO, hay que estudiar los polinomios y ecuaciones para contribuir al desarrollo de la competencia matemática recogida en la ley. También concluimos que hay que mejorar claramente esta competencia matemática y nuestro sistema educativo en general, y logramos analizar un caso concreto que plantea una vía de mejora en motivación y resultados con el uso de una plataforma digital.

Esta conclusión conjunta -que engloba los objetivos específicos- sienta los fundamentos teóricos y prácticos para nuestra propuesta didáctica: *presentar una metodología para enseñar polinomios y ecuaciones en 3º de ESO utilizando como herramienta la plataforma Khan Academy de Estados Unidos*. Por tanto, consideramos que el objetivo que nos planteábamos se ha conseguido en este trabajo de investigación.

Creemos que el reto existente en la comunidad educativa respecto a enseñar y aprender utilizando herramientas tecnológicas, tan motivadoras para nuestros alumnos, no es tanto acertar cómo hacerlo, sino cómo empezar a hacerlo. El comienzo, en el que se rompen reticencias y se cambian rutinas de aprendizaje, es claramente el paso más complicado. Para el “cómo hacerlo” se abrirán

posteriormente numerosas posibilidades pues, como dice el dicho popular, “cada maestrillo tiene su librillo”.

9. LIMITACIONES DEL TRABAJO

Es oportuno reconocer que este trabajo ha tenido algunas limitaciones que exponemos a continuación.

1. Hemos realizado una identificación y análisis de un solo caso de éxito en nuevas tendencias de la enseñanza aprendizaje, en una sola unidad de polinomios y ecuaciones y en un solo centro. Hablamos de éxito porque ha sido bien recibido por los alumnos y están motivados a practicar polinomios y ecuaciones, tanto en clase como en casa. Pero hay que reconocer que es un éxito relativo.
2. Hemos investigado para intentar presentar por qué lo realizado en este caso tiene sentido a partir de un número limitado de fuentes, ya que en realidad son pocas las fuentes que dan fe de experiencias con la Khan Academy.
3. Las encuestas que hemos hecho han tenido un recorrido limitado, básicamente por dos razones:
 - Se han realizado en un único centro.
 - Se han llevado a cabo en aulas con alumnos seleccionados por su motivación positiva en general.
4. A partir del análisis del éxito de un único profesor, hemos extrapolado como replicable a otros profesores algo que no está fundamentado teórica o experimentalmente, sino que tiene su sentido en base a nuestra experiencia.

10. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

1. Desde nuestro punto de vista, sería positivo investigar nuevos casos de éxito de la implantación de la herramienta Khan Academy, para que ese éxito relativo que señalábamos como limitación se pueda generalizar.
2. Sería interesante ver cómo ha evolucionado en este centro la implantación de esta herramienta, aunque creemos que eso queda en manos de las evaluaciones ordinarias del centro y dentro de la intimidad de sus alumnos, que a nivel personal experimentaran la mejora de sus habilidades matemáticas.
3. Podría ser interesante estudiar la respuesta que dio el profesor entrevistado cuando se le habló de autores que justificaban los problemas en álgebra con problemas previos en aritmética, como Abrate et al. (2006, p. 121). Él afirmó que había notado que el trabajo en estas unidades mejoraba la competencia en aritmética. Por qué no cambiar programaciones en esta línea como señalábamos en nuestra discusión.
4. Resultaría interesante investigar el papel del profesor y sus buenas o malas prácticas en el éxito o fracaso de esta plataforma como herramienta de aprendizaje.
5. Y, finalmente, también cabría experimentar el uso de esta plataforma sin la ayuda de un profesor, para averiguar si los alumnos son capaces de aprender sólo con la ayuda de herramientas tecnológicas, sin los medios humanos que hoy en día consideramos esenciales en la educación.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

11.1 Referencias

Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática Análisis de causas y sugerencias de trabajo* (1ª ed). Buenos Aires: Universidad Nacional de Villamaría. . [Documento en línea]. Disponible en: <http://unvm.galeon.com/Libro1.pdf>

Aguaded, J. Ignacio y Cabero, Julio (coords.) (2013). *Tecnologías y medios para la educación de la e-sociedad*. Madrid: Alianza Editorial.

Asociación de Universidades Populares de Extremadura (AUPEX) (2014). *Nuevos Centros del Conocimiento*. [Página de Internet]. Disponible en: <http://www.nccextremadura.org>

Borrero A., Jorge E. (2014, enero 28). Educación Virtual, bienvenido el caos!. *Revista de Educación Virtual*. Consultado el 18 de febrero de 2014. Disponible en: <http://revistaeducacionvirtual.com/educacion-virtual-bienvenido-el-caos/>

Cabañas Etxebarria, Jon (2013). *La plataforma Khan Academy para la enseñanza de las matemáticas en 1º de ESO*. Trabajo Fin de Máster para obtener el grado de Máster Universitario en Formación del Profesorado en Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato por la Universidad Internacional de la Rioja (UNIR). Disponible en: http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1806/2013_03_27_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Cayetano, Javier (2013). *Programación específica de la asignatura de matemáticas del 3º de ESO bilingüe IES Extremadura curso 2013-2014*. Material no publicado. Mérida: Autor.

Coll, César y Monereo, Carles (Eds.) (2008). *Psicología de la educación virtual: aprender y enseñar con las Tecnologías de la Información y la Comunicación*. Madrid: Ediciones Morata.

- Comisión Europea (1995-2014). *Agenda Digital Europea*. [Página de Internet].
Disponible en: <http://ec.europa.eu/digital-agenda/>
- Decreto 83/2007, de 24 de abril, *por el que se establece el Currículo de Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad Autónoma de Extremadura*.
Diario Oficial de Extremadura (5 mayo 2007), núm. 51, pp. 8097-8106.
Disponible en: <http://doe.gobex.es/pdfs/doede/2007/5100/5100.pdf>
- Fernández Domínguez, Jesús y Muñoz, José (2011). Aritmética y álgebra. En Goñi, Jesús María (coord.). *Matemáticas. Complementos de formación disciplinar* (pp. 57-78). Barcelona: Editorial Graó.
- Gobierno de Extremadura (2014). *Programa Escuela 2.0 en Extremadura*. [Página de Internet]. Disponible en: <http://escuela2punto0.educarex.es/index.php>
- Goñi, Jesús María (coord.) (2011). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Graó.
- Grupo Alquerque (2012). Cifras y letras. *Revista SUMA*, 69. Disponible en: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=15784:febrero-2014-cifras-y-letras-publicado-en-la-revista-suma-no-69-2012&catid=77:juegos-matemcos&directory=67
- IES Extremadura de Mérida (2013). *Proyecto Curricular del Área de Matemáticas Curso 2013-2014*. Material no publicado. Mérida: Departamento de Matemáticas.
- INE (2013). *Publicación gratuita Mujeres y Hombres en España/Educación*. [Documento en línea]. Disponible en: http://www.ine.es/ss/Satellite?L=es_ES&c=INESeccion_C&cid=1259925480602&p=1254735110672&pagename=ProductosYServicios%2FPYSLayout¶m3=1259924822888
- Khan Academy (2014). *Plataforma Khan Academy en español*. [Página de Internet].
Disponible en <https://es.khanacademy.org/>

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, *para la mejora de la calidad educativa*. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 295, pp. 97858-97921. Disponible en:

<https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, *de Educación*. Boletín Oficial del Estado (4 de mayo de 2006), núm. 106, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *Principios y fines del sistema educativo*. [Página de Internet]. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/areas-educacion/sistema-educativo/principios-fines.html>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). PIRLS - TIMSS 2011. *Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias*. IEA. Volumen I: Informe español. Madrid: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Documentación y Publicaciones. Disponible en: http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos_informes/PIRLS-TIMSS.html#PIRLS_vol1_2011

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). PISA 2012. *Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe Español. Volumen I: resultados y contexto*. OCDE. Madrid: Secretaría de Estado de Educación, Formación Profesional y Universidades. Dirección General de Evaluación y Cooperación Territorial. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310>

Ministerio de Hacienda y Administraciones Públicas (2014). *Agenda Digital para España*. [Página de Internet]. Disponible en: <http://www.agendadigital.gob.es/Paginas/Index.aspx>

Miranda, Ana, Fortes, Carmen y Gil, M^a Dolores (2009). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Archidona (Málaga): Ediciones Aljibe.

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

Scopeo (2012). *e-Matemáticas. Scopeo Monográfico No. 4*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://scopeo.usal.es/wp-content/uploads/2013/04/scopeom004.pdf>

Scopeo (2013). *SCOPEO INFORME N°2: MOOC: Estado de la situación actual, posibilidades, retos y futuro*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://scopeo.usal.es/wp-content/uploads/2013/04/scopeom004.pdf>

Taylor Gatto, J. (2007). *Historia secreta del sistema educativo (Underground History of American Education)*. Traducción de Juan Leseduarte. [Documento en línea]. Disponible en: <http://historiasecretadelsistemaeducativo.weebly.com/indicegeneral.html>

Tibidabo Ediciones (2007). *Matemáticas Tercero de ESO (Primera parte)*. [DVD]. Barcelona: Tibidabo.

11.2 Bibliografía complementaria

Álvarez Santonja, Oscar (2013). *Trabajo cooperativo en matemáticas: Enseñanza de sistemas de ecuaciones a alumnos de 4º de ESO mediante una red social*. Trabajo Fin de Máster para obtener el grado de Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato por la Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). Disponible en:
http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1946/2013_07_20_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Calle, David (2014). *Página web de Unicoos*. [Página de Internet]. Disponible en:
<http://unicoos.com/>

12. ANEXOS

12.1 Entrevista a profesores

Esta entrevista se desarrolla dentro de un trabajo fin de máster sobre la enseñanza de polinomios y ecuaciones en 3º de ESO bilingüe mediante la plataforma Khan Academy. Como profesor/a de matemáticas en ESO nos gustaría tratar con usted asuntos similares a los que se exponen en esta hoja. Gracias por anticipado por su colaboración.

1. ¿Conoce la herramienta Khan Academy para la enseñanza aprendizaje de matemáticas?
2. Si es así, ¿qué experiencia tiene con ella?
3. ¿Considera la plataforma Khan Academy como un recurso útil para sus clases?
Indique el nivel en que las imparte y dónde es útil la plataforma Khan Academy.
4. ¿Considera los contenidos de la plataforma Khan Academy ajustados al currículo español?
5. Respecto al alumnado, ¿qué nos puede comentar respecto a su desempeño con la plataforma Khan Academy y punto de vista después de utilizarla?.
6. Si hay algún otro dato significativo del uso de la plataforma Khan Academy que quiera comentarnos, por favor hágalo.

12.2 Encuesta a alumnos de 1ºESO

Esta encuesta se desarrolla dentro de un trabajo fin de máster sobre la enseñanza de polinomios (que son expresiones algebraicas) y ecuaciones en 3º de ESO mediante la plataforma Khan Academy. Como alumno de matemáticas en ESO nos gustaría hacerte algunas preguntas. Esta encuesta es anónima, por tanto no escribas tu nombre, si lo haces la encuesta no será válida y se te devolverá sin analizarla. Gracias por anticipado por tu colaboración.

4. ¿Utilizas la plataforma Khan Academy en casa? Si es así, marca una cruz (x) o rellena donde corresponda:

- Si la he utilizado.
 - Intenté utilizarla pero no he sido capaz
 - No tengo ordenador con Internet en casa.
 - Otro: _____
- .

5. Si la has utilizado.

a. ¿Te ha ayudado con las matemáticas? ¿Por qué ha sido?

----- .

b. Si no te ha ayudado. ¿Por qué no lo ha hecho?

----- .

6. Si no la has utilizado y hay algo que se pueda hacer para ayudarte a hacerlo, dínos qué es:

7. Por último, si quieres decirnos algo más dínoslo:

Gracias de nuevo por tu colaboración.

12.3 Encuesta a alumnos de 3ºESO

Esta encuesta se desarrolla dentro de un trabajo fin de máster sobre la enseñanza de polinomios (que son expresiones algebraicas) y ecuaciones en 3º de ESO mediante la plataforma Khan Academy. Como alumno de matemáticas en ESO nos gustaría hacerte algunas preguntas. Esta encuesta es anónima, por tanto no escribas tu nombre, si lo haces la encuesta no será válida y se te devolverá sin analizarla. Gracias por anticipado por tu colaboración.

1. ¿Utilizas la plataforma Khan Academy en casa? Marca una cruz (x) o rellena donde corresponda:

Sí, la he utilizado.

Intenté utilizarla pero no he sido capaz

No tengo ordenador con Internet en casa.

No tengo tiempo.

Otro: _____

2. Cuando la has utilizado en clase, ¿consideras que la ayuda de tu profesor del instituto ha sido clave o la plataforma por sí sola es útil? ¿Por qué es útil para ti?

3. Con las unidades de ecuaciones y polinomios que estabas dando, ¿encontrabas ejercicios similares a los que te ponía el profesor en clase o eran distintos? ¿Más fáciles, más difíciles?:

4. Tus dificultades con polinomios y ecuaciones ¿se han resuelto con el uso de la plataforma Khan Academy? ¿Por qué, quizás porque puedes aprender a tu ritmo?

5. Al buscar ejercicios, ¿te cuesta encontrar lo que buscas?

6. ¿Consideras que utilizar la plataforma Khan Academy en clase al principio es importante para conocerla pero luego es mejor utilizarla en casa o querrías que se utilizara en clase todo el curso?

7. Valora de 1 a 5, siendo 1 poco valorado y 5 muy valorado los siguientes aspectos de la plataforma Khan Academy:

- Me ayuda a practicar el inglés
- Me motiva a practicar matemáticas
- Las explicaciones de los ejercicios son buenas
- Me gusta el seguimiento que se hace de mis avances
- Está adaptada a mi nivel y edad
- Otro: -----

Gracias de nuevo por tu colaboración.