



**Universidad Internacional de La Rioja**  
**Facultad de Educación**

**Trabajo fin de máster**

**Adaptación pedagógica del  
modelo de Miguel de  
Guzmán en la resolución  
de problemas de la prueba  
CDI de la ESO**

**Presentado por:** Carmen Calvo Ortega  
**Línea de investigación:** Métodos pedagógicos (Matemáticas)  
**Director/a:** Pedro Viñuela

**Ciudad:** Madrid  
**Fecha:** 15 de mayo de 2014

## RESUMEN

La finalidad del presente trabajo es realizar una propuesta didáctica para aplicar el modelo de Miguel de Guzmán a la resolución de los problemas de matemáticas de la prueba CDI de Secundaria. Para fundamentar la base teórica que sustenta el trabajo se realiza una investigación bibliográfica en la que se recogen y analizan los resultados obtenidos sobre la enseñanza de las matemáticas en España, en diferentes pruebas internacionales como el informe PISA 2012 y la prueba TIMSS así como la legislación educativa vigente relativa a la etapa educativa que nos ocupa. Se observa que las calificaciones obtenidas son inferiores a las conseguidas por otros países del entorno, reflejándose en los cuestionarios la dificultad que encuentran nuestros alumnos en la resolución de los problemas. Estas mismas dificultades se manifiestan en los resultados de la prueba externa CDI, que realiza anualmente la Comunidad de Madrid, cuyo estudio y análisis se ve reflejado en este trabajo. Del mismo modo se analiza en profundidad el modelo que propone Miguel de Guzmán para la resolución de problemas. A continuación se expone el estudio de campo en el que los alumnos, que han realizado la prueba CDI, expresan a través de un cuestionario la misma problemática. Este estudio se completa con la opinión de los profesores reflejada en una entrevista. Posteriormente tras el análisis de los datos y resultados obtenidos se realiza una propuesta didáctica, para la aplicación del modelo de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas de la prueba CDI de la ESO. Finalmente se concluye con la constatación de la importancia que tiene el método de enseñanza en la resolución de problemas matemáticos y se sugiere como línea futura de análisis y estudio la frecuencia con la que se practican los diferentes tipos de problemas.

*Palabras clave:* matemáticas, resolución de problemas, educación secundaria, CDI, Miguel de Guzmán.

## ABSTRACT

The purpose of this paper is to provide an educational proposal to apply the model of Miguel de Guzman to the maths problem solving of the CDI secondary test. In support of the theoretical basis underpinning this paper, a bibliographic research is done in which are collected and analyzed the results on the teaching of mathematics in Spain , in different international tests such as Pisa 2012 and TIMSS report . It is noted that the grades obtained are lower than those achieved by other neighboring countries, being reflected, in the questionnaires, the difficulties that have our students in solving problems. These same difficulties are manifested in the results of the external CDI test, conducted annually by the Community of Madrid, whose study and analysis is reflected in this work. Likewise, the problem solving model proposed by Miguel de Guzmán is discussed. Then the field study in which the students, who have taken the CDI test, express through a questionnaire the same problem is presented. This study is completed with the opinion of the teachers which is reflected in an interview. Subsequently after the analysis of the data and results obtained, a teaching proposal for the implementation of the model Miguel Guzman in solving problems in the ESO CDI test is performed. Finally we conclude with a finding of the importance of the teaching method in solving mathematical problems and it is suggested as a future line of analysis and study, the frequency with which different types of problems are practiced.

*Key words:* mathematics, resolution of problems, secondary school, CDI, Miguel de Guzmán.

# INDICE DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Presentación .....	1
1.2 Justificación del trabajo .....	2
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	3
2.1. Objetivos .....	3
2.2. Fundamentación de la Metodología .....	4
2.3 Justificación de la bibliografía utilizada .....	6
3. MARCO TEÓRICO .....	8
3.1. Marco legal educativo .....	8
3.2. Informe PISA.....	9
3.3. Informe TIMSS.....	10
3.4. Prueba de Conocimientos y Destrezas Indispensables (CDI) .....	11
3.4.1. Normativa .....	11
3.4.2. Objetivos.....	11
3.4.3. Características y estructura de la prueba.....	12
3.4.4. Estudio y análisis de los resultados .....	12
3.5. Modelo de Miguel de Guzmán para la resolución de problemas .....	19
3.5.1. Biografía del autor .....	19
3.5.2. “Para pensar mejor” .....	19
3.5.3. Bloqueos .....	20
3.5.4. Etapas del modelo para la resolución de problemas .....	21
3.5.5. El trabajo en grupo .....	25
4. ESTUDIO DE CAMPO .....	26
4.1. Introducción .....	26
4.2. Objetivos.....	26
4.3. Metodología.....	26
4.3.1. La encuesta .....	27
4.3.2. La entrevista .....	29
4.4. Análisis de los resultados obtenidos .....	30
4.5. Conclusiones generales de los resultados obtenidos .....	34
5. PROPUESTA PRÁCTICA.....	35
5.1. Objetivos .....	35
5.2. Programación de los contenidos .....	35
5.3. Metodología.....	37
5.3.1. Grupos de trabajo .....	37
5.3.2. Desarrollo de la metodología .....	37
5.3.3. Sesión tipo de implementación de la metodología .....	40
6. APORTACIONES DEL TRABAJO .....	43
7. DISCUSION.....	44
8. CONCLUSIONES .....	46
9. LIMITACIONES DEL TRABAJO .....	48
10. LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS .....	49
11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	50
11.1. Referencias .....	50
11.2. Bibliografía complementaria .....	52
12. ANEXOS .....	53

## **INDICE DE GRÁFICAS**

Gráfica N° 1. Nota media por año.....	14
Gráfica N° 2. Media de los tantos por cientos calificados como mal.....	15
Gráfica N° 3. Frecuencia de los bloques en 2008.....	16
Gráfica N° 4. Frecuencia de los bloques en 2009.....	16
Gráfica N° 5. Frecuencia de los bloques en 2010.....	17
Gráfica N° 6. Frecuencia de los bloques en 2011.....	17
Gráfica N° 7. Frecuencia de los bloques en 2012.....	18
Gráfica N° 8. Frecuencia de los bloques en 2013.....	18
Gráfica N° 9. Nota media en Matemáticas.....	30
Gráfica N°10. Horas semanales fuera del horario escolar.....	30
Gráfica N°11. Aspectos de mayor dificultad.....	31
Gráfica N°12. Actitudes ante un problema.....	31
Gráfica N°13. Sección de mayor dificultad.....	32
Gráfica N°14. Sesión de preparación específica.....	32
Gráfica N°15. Utilización de estrategias o modelos.....	33
Gráfica N°16. Esquema de la aplicación pedagógica.....	40

## **INDICE DE TABLAS**

Tabla N° 1. Contenido de los bloques considerados.....	13
Tabla N° 2. Número de preguntas por bloque y año.....	14
Tabla N°3. Preguntas del cuestionario y su justificación.....	28
Tabla N° 4. Contenidos de la entrevista.....	29
Tabla N° 5. Resultados de la entrevista.....	33
Tabla N° 6. Sesiones por Unidades Didácticas y bloques.....	36

## **INDICE DE ESQUEMAS**

Esquema N°1. Aplicación pedagógica.....	39
Esquema N°2. Diagrama.....	41

# **1. INTRODUCCIÓN**

Como señala de Guzmán (2006), “un verdadero problema es un auténtico reto. Sabemos, más o menos, a dónde queremos llegar, pero ignoramos el camino” (p.31). La única actividad necesaria para conseguir ese reto es la de pensar y la efectividad de este proceso vendrá determinada por la práctica y el entrenamiento del sujeto en esta actividad.

## **1.1. Presentación**

Para la mayoría de los alumnos de secundaria la actividad menos atractiva de la asignatura de matemáticas, es realizar el planteamiento necesario que conduzca a la resolución de los problemas. Si los planteamientos no son los adecuados o no están suficientemente bien pensados, se hace imposible la resolución del problema lo que origina en el caso de un examen una mala calificación. La ejecución de un planteamiento correcto está relacionada con la actitud y el posicionamiento previo ante esta actividad.

La metodología de resolución de problemas propone diversas formas de realizar estos planteamientos con éxito. Los pasos necesarios para estructurar un buen planteamiento en la resolución de un problema, han sido tratados por numerosos autores estableciendo diferentes modelos para tal fin. Entre ellos destaca la figura de Miguel de Guzmán en cuyo modelo para la resolución de problemas se manifiesta la solvencia de los planteamientos estratégicos que el autor propone con el fin de conseguir un pensamiento más eficaz y una mayor efectividad en la resolución de los problemas.

En el marco teórico del presente trabajo se analiza el informe TIMSS y los últimos resultados del informe PISA, que ha estado orientado principalmente a las matemáticas en su última convocatoria. Ambos informes reflejan que los resultados obtenidos por nuestros alumnos, en la resolución de problemas, han estado por debajo de la media de los otros países de nuestro entorno, detectando en el origen los malos planteamientos de los problemas.

Estos resultados de las pruebas internacionales están en la misma línea que los obtenidos en la prueba CDI de la Comunidad de Madrid, en la que la media de los resultados obtenidos desde la primera convocatoria ha sido tan sólo de 4,08. Esta prueba CDI va tomando cada vez más importancia y consideración para los centros ya que los resultados obtenidos se comparan unos con otros y para los alumnos puesto que sus calificaciones obtenidas son relevantes para ellos: “[...] deberán

consignarse en su expediente académico y en su historial académico”. (BOCM núm. 20, 2014, p.32) y “[...] se tendrán en cuenta para la concesión de los diplomas y premios extraordinarios de la Educación Secundaria Obligatoria” (p.32). Estas circunstancias les pueden suponer una mayor dificultad para adoptar la actitud adecuada y establecer el planteamiento previo necesarios para conseguir la correcta resolución de los problemas matemáticos.

## **1.2 Justificación del trabajo**

La importancia de esta problemática justificaría, por sí sola, la realización de un estudio para tratar de mejorar, la actitud de los alumnos ante los exámenes y su preparación para resolver con éxito los problemas de matemáticas que los componen. La realización de prácticas en un centro de secundaria durante el periodo de tiempo previo a la celebración de la prueba, proporciona la oportunidad de acercarse a esta realidad, contrastar estas dificultades y tomar una mayor conciencia de ellas.

Todo ello justifica que el objetivo del presente trabajo sea el de realizar una adaptación pedagógica del modelo de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas de la prueba CDI para dar seguridad y confianza a los alumnos. La metodología adoptada en el modelo elegido aporta una extensa gama de puntos de vista y estrategias para guiar el pensamiento de los alumnos en la resolución de problemas. Además propone agrupamientos y diversas formas de implementar esta metodología, reflejados en la propuesta didáctica de este trabajo.

## **2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los malos resultados obtenidos por los alumnos de Secundaria en Matemáticas en la prueba CDI desde su primera convocatoria en 2008, reflejan que no alcanzan las competencias mínimas establecidas en la legislación. Esta tendencia se ve corroborada por las pruebas internacionales realizadas en nuestro país desde hace una década, en la que las puntuaciones obtenidas por nuestros alumnos están por debajo de la media de los países del entorno y en especial en la resolución de problemas. Estos resultados nos obligan a preguntarnos cuál puede ser la razón que nos ha llevado a esta situación. Tomando como muestra la prueba CDI y tras un estudio de los contenidos de las diversas convocatorias, se deduce que el mayor escollo a salvar es el de una actitud que haga peligrar la eficacia con la que los alumnos abordan los problemas matemáticos. A raíz de este razonamiento es necesario pensar si la adaptación de modelos de resolución de problemas, puede ayudar a cambiar esta actitud en los alumnos. Se trata de enseñarles a reflexionar y pensar de una manera más eficaz, para hacerles conscientes de su propio aprendizaje y enseñarles a enfrentarse a los problemas matemáticos.

### **2.1. Objetivos**

El objetivo principal del siguiente trabajo es:

*Presentar y fundamentar una adaptación del modelo de Miguel de Guzmán para enseñar a resolver los problemas de la prueba CDI de Secundaria.*

Los objetivos específicos son:

1. Estudiar y presentar las características de la prueba CDI de ESO de Matemáticas.
2. Averiguar y exponer las principales dificultades a las que se enfrentan los alumnos en la resolución de los problemas de la prueba CDI.
3. Analizar y explicar las características del modelo que establece Miguel de Guzmán para la resolución de problemas de matemáticas en Secundaria.

## **2.2. Fundamentación de la Metodología**

La realización de este trabajo ha supuesto la combinación de dos metodologías, la necesaria para construir la fundamentación teórica, que ha sido aportada por la investigación bibliográfica y la requerida para realizar el estudio de campo basado en un cuestionario y una entrevista.

La investigación bibliográfica se ha nutrido de diversas fuentes, por un lado la Biblioteca de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y la Biblioteca Azcona de la Comunidad de Madrid y por otro se ha rastreado información a través de algunas bibliotecas virtuales como la Biblioteca Virtual de la UNIR, el portal Google Académico y Dialnet como base de datos, procurando seleccionar la información más significativa aportada por autores de prestigio. Así mismo se han adquirido dos libros por medio de la aplicación facilitadora de La Casa del Libro. Igualmente se han consultado a través de internet las páginas web de los organismos oficiales de las Administraciones Públicas donde se pueden obtener los datos relativos a la prueba CDI, datos que resultan imprescindibles para la realización de este trabajo.

Para implementar el estudio de campo, se ha realizado una encuesta a un grupo de alumnas del tercer curso de secundaria que han realizado la prueba CDI. Por medio de esta técnica se recoge la experiencia que han adquirido con la realización de dicha prueba y se completa el estudio con otro punto de vista, el de los profesores a través de una entrevista semi-estructurada a una de ellas.

La realización de este trabajo ha seguido las siguientes fases:

### *1) Primera fase*

Se realiza un periodo previo de reflexión en el que se revisa a grandes rasgos el objeto del trabajo en su totalidad, definiendo las líneas del mismo. Para ello se realiza una consulta bibliográfica general con los medios a nuestro alcance bibliotecas, bibliotecas digitales, internet y prensa.

### *2) Segunda fase*

En primer lugar se analiza la situación actual de la Educación en España, con los datos obtenidos por medio de informes internacionales que son realizados periódicamente con este fin, como PISA Y TIMSS y que publica el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Así mismo se analiza la información aportada por los trabajos que comentan y desarrollan el último informe PISA, también publicados por el mismo ministerio.



### *3) Tercera fase*

Analizamos el marco legislativo de la educación en la actualidad LOMCE y LOE vigente todavía para la Educación Secundaria, así como las disposiciones legislativas de la Comunidad de Madrid con el propósito de recoger el currículo de los alumnos de Secundaria. Para acceder a esta información recurrimos a la página web de la Comunidad de Madrid, dentro de la Consejería de Educación, que nos proporciona esos datos.

### *4) Cuarta Fase*

Se estudia la prueba CDI, la legislación que la sustenta y se analizan los resultados obtenidos en las sucesivas convocatorias en profundidad, analizando los bloques de preguntas que la componen, así como el tipo de problemas en los que se obtienen peores resultados, para ello sólo contamos con los datos que aporta la Comunidad de Madrid en su página web.

### *5) Quinta Fase*

Se desarrolla la búsqueda de la fundamentación teórica del modelo de Miguel de Guzmán, partiendo de su estudio biográfico, se recogen sus publicaciones y se analizan las ideas generales que definen su pensamiento y el modelo que propone para la resolución de problemas. Para realizar esta búsqueda se consultan la biblioteca de la Facultad de Matemáticas de la Complutense y se recogen las publicaciones de las revistas que han desarrollado y trabajado sobre ese modelo. Por otro lado se procede al estudio de los libros adquiridos del autor.

### *6) Sexta fase*

Para la realización del estudio de campo se ha contactado con el Colegio Montealto donde se han realizado las prácticas. Se lleva a cabo a través de una encuesta realizada a un grupo de alumnas de tercer curso de Educación Secundaria. La mayoría de las preguntas que componen el cuestionario son preguntas cerradas, con múltiples opciones y una única respuesta para recabar información sobre el modo en que se enfrentan a un problema matemático y sobre las estrategias que adoptan para solucionarlo. Se realiza también una entrevista semiestructurada a una de las profesoras para conocer el punto de vista de los docentes, para lo que se solicita y obtiene la autorización pertinente para la publicación y difusión de las opiniones vertidas en dicha entrevista.

### 7) *Séptima fase*

Todas las fases anteriores sustentan esta última, en la que se realiza una propuesta de adaptación de la metodología que propone Miguel de Guzmán para la resolución de problemas. Se concreta su aplicación con alumnos de tercero de la ESO y sobre la resolución de problemas matemáticos correspondientes a la prueba CDI.

## **2.3 Justificación de la bibliografía utilizada**

La investigación bibliográfica realizada se ha centrado en buscar la información que sostenga y estructure cada una de las partes que conforman este trabajo. Ha sido realizada indagando en fuentes siempre fiables, descartando páginas de internet desconocidas o publicaciones poco determinadas.

Para encuadrar el *marco legislativo* se han examinado las leyes que conforman la ordenación educativa de nuestro país, recogiendo las siguientes indicadas de mayor a menor rango legislativo:

1. L.O.M.C.E. Ley Orgánica 8/2013 de 9 de diciembre para la mejora de la calidad educativa, que está vigente en la actualidad.
2. L.O.E. Ley Orgánica de Educación 2/2006 de 3 mayo. Hasta que sea implantada la LOMCE en su totalidad sigue vigente el currículo de la Educación Secundaria reglamentado por las siguientes disposiciones:
3. Real Decreto 1631/2006 que recoge las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.
4. Las disposiciones legales que reglamentan la Educación en la Comunidad de Madrid. Estas son el Decreto 23/2007, de 10 de mayo que establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y la Resolución 30 de septiembre 2009 por la que se establecen los conocimientos esenciales en Matemáticas para los tres primeros años de la E.S.O.

Para extraer la *información sobre la prueba CDI* y sobre las concreciones curriculares, que ésta examina, se recurre a la información proporcionada por la Comunidad de Madrid. En su página web, en el apartado Legislación, se remite mediante los correspondientes enlaces, a la totalidad de las leyes educativas generales y de esta autonomía.

Para abordar *la figura y el modelo de Miguel de Guzmán* se ha realizado primeramente una consulta bibliográfica sobre diversas obras publicadas por el autor, entre las que se destacan las siguientes publicaciones:

1. *Para pensar mejor* (2006), es el más representativo de su pensamiento. En él, el autor expone una guía práctica para saber dónde aplicar nuestro esfuerzo para pensar mejor y de una manera más eficaz, aportando estrategias de pensamiento que capacitan a los alumnos para reflexionar sobre su propio modo de pensar, no solamente en la resolución de problemas matemáticos sino a la hora de enfrentarse a problemas de la vida cotidiana. Este libro ha sido de gran ayuda e interés para la realización de este trabajo.

2. *Cómo hablar, demostrar, y resolver en matemáticas* (2003). Este libro está dirigido a los alumnos que tratan de adentrarse en los problemas a nivel universitario. En él se pueden hallar las líneas generales de su teoría y las fases del modelo que propone para la resolución de problemas pero de un modo más sucinto y resumido que en el anterior.

Además se han realizado consultas en revistas que recogen cuestiones relativas a la resolución y al abordaje de los problemas matemáticos como:

1. *La resolución de problemas en la construcción del conocimiento* de Contreras y Carrillo (1997). Este artículo recoge las dificultades que se ponen de manifiesto a la hora de enseñar problemas matemáticos y afirma que la enseñanza de la resolución de problema debe ser un fin en sí mismo de la educación.

2. *Los protocolos de resolución en la enseñanza de las matemáticas* de Chacón (1989). En este artículo se expone una experiencia con alumnos de BUP sobre el proceso de resolución de problemas. En ella utilizan protocolos a modo de fichas para recoger los pasos con los que van solucionando el problema. Es interesante la reflexión final que aportan los alumnos valorando positivamente esta metodología.

Para recoger *información sobre el estudio de campo* se ha consultado la siguiente bibliografía:

1. *Metodología de la Investigación* de Hernández, Fernández y Baptista (2010). Es una obra relevante en la materia de su estudio que recoge todos los pasos que se deben seguir al afrontar una investigación, ilustrando cada uno de ellos con ejemplos. La consulta de este libro ha permitido orientar el estudio de campo hacia una encuesta. Así mismo en ella se exponen los criterios que se deben contemplar al realizar las preguntas del cuestionario

2. *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones* de Sandín (2003). Se ha consultado para definir lo que es una investigación cualitativa. Es un libro que desarrolla ampliamente y en profundidad el término investigación cualitativa frente a otros conceptos.

## **3. MARCO TEÓRICO**

### **3.1. Marco legal educativo**

La capacidad de resolver problemas matemáticos es uno de los objetivos fundamentales de las leyes educativas vigentes.

El marco legislativo en el que nos situamos en la actualidad dentro del Estado Español es la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) recientemente aprobada el 9 de diciembre de 2013. Este objetivo queda reflejado en el preámbulo de esta ley, en el que se refleja la relevancia de los resultados negativos obtenidos por los alumnos de nuestro país en el informe PISA y la necesidad de solventar esta situación. Esta necesidad se concreta, en el Real Decreto 126/2014 por el que se establece el currículo Educación Primaria, donde se concede una especial importancia a la competencia matemática y a la resolución de problemas situándolo como un objetivo básico de la etapa:

Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de la vida cotidiana (BOE núm. 52,2014, p.19354).

La aplicación de esta Ley para la Educación Secundaria queda postergada hasta 2015 /16 por lo que sigue vigente la Ley Orgánica de Educación (LOE) de 3 de mayo de 2006 y sus concreciones correspondientes; el Real Decreto 1631/2006 de 29 de diciembre, por el que se establecieron las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, en el que se definen las ocho competencias básicas especificando la competencia matemática y dentro de ésta:

El desarrollo de la competencia matemática conlleva utilizar espontáneamente -en los ámbitos personal y social- los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones (BOE núm.5, 2007, p.687).

Nos situamos en la Comunidad de Madrid en la que a su vez se publicó el Decreto 23/2007, de 10 de mayo, por el que se establece para la Comunidad de Madrid, el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria, en el que recoge como uno de sus objetivos:

Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de

alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones (BOCM núm.126, 2007, pp. 118-119).

Posteriormente, fue publicada la Resolución de 30 de septiembre de 2009, por la que se establecen los estándares o conocimientos esenciales de la materia de Matemáticas para los tres primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Madrid. En él se especifican, dentro de los diferentes bloques matemáticos, los problemas que deben ser capaces de resolver los alumnos.

### **3.2. Informe PISA**

El Programme for International Student Assessment (PISA) es una prueba externa que tiene lugar cada tres años, de ámbito internacional elaborada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). La finalidad de esta organización, fundada en 1961 y a la que están asociados 34 países, es promover políticas para mejorar el bienestar económico y social de las personas.

Se toma una muestra entre 4.000 y 10.000 alumnos a la edad de 15 años de cada país. Dentro de España participan todas las Comunidades Autónomas a excepción de Canarias, Castilla- La Mancha y la Comunidad Valenciana.

Este informe no mide únicamente conocimientos sino también su asimilación y la aplicación que se hace de ellos en lo referente a tres materias: matemáticas, lengua y ciencias. Cada convocatoria se centra en una de ellas, en el último informe PISA correspondiente al año 2012 se ocupó especialmente de las matemáticas. Además en esta convocatoria se han incluido problemas que surgen en la vida cotidiana y que no están relacionados con un ámbito específico.

Concretamente, la prueba se basa en:

1. Un cuestionario personal, de treinta minutos de duración, sobre cada alumno, su familia o lugar de residencia y su experiencia de aprendizaje.
2. La realización de un examen, de dos horas de duración, con preguntas de múltiple respuesta y otras que deben ser redactadas por el alumno.

Los resultados de este informe en el año 2012 para España, nos indican que el país está por debajo de la media de la OCDE en matemáticas, situándose entre los puestos 31 y 36 de los 65 países que realizaron la prueba. Además se pueden obtener las siguientes conclusiones:

1. El rendimiento en matemáticas ha sido estable desde que se comenzó a realizar la prueba en el año 2003.
2. Los alumnos obtuvieron mejor puntuación que las alumnas, 16 puntos.
3. Existe una menor equidad en los resultados de 2003 ya que los alumnos con mejor nivel económico superaron en 34 puntos a los menos favorecidos.
4. El 47% de las alumnas reconoce ponerse nerviosa resolviendo problemas matemáticos siendo el 41% en el caso de los alumnos.
5. El 80% de las alumnas y el 74% de los alumnos consideran que cuando cometen fallos es porque no se les dan bien las matemáticas.

### **3.3. Informe TIMSS**

Este informe, Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), está desarrollado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo, asociación previa a PISA que desde los años 60 realiza ese tipo de estudios. Se realiza al mismo tiempo que el informe Progress in International Reading Literacy Study (PIRLS).

Examina el rendimiento en matemáticas y ciencias, valorando tanto la dimensión del contenido como la dimensión cognitiva.

Tiene lugar cada cuatro años y se realiza en dos etapas educativas: una correspondiente al cuarto año de escolarización obligatoria que en España corresponde a 4º de Primaria y otro en el octavo curso de escolarización que corresponde a 2º de ESO.

En España el primer estudio TIMSS tuvo lugar en el año 1995. Los últimos resultados que corresponden a la prueba de 2011 se realizaron únicamente a la etapa de 4º de Primaria, de la que se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. España obtuvo 482 puntos por debajo de la media.
2. Nuevamente los alumnos obtuvieron mejor puntuación que las alumnas, 488 y 477 respectivamente.
3. Destacan positivamente países asiáticos como Singapur, Corea, Hong Kong y China.

### **3.4. Prueba de Conocimientos y Destrezas Indispensables (CDI)**

La Comunidad de Madrid realiza una prueba de Conocimientos y Destrezas Indispensables (CDI) cuyo fin es evaluar la competencia lingüística y los conocimientos matemáticos de los alumnos en 6º de Primaria y en 3º de Educación Secundaria Obligatoria.

#### **3.4.1. Normativa**

La prueba CDI de Secundaria se fundamenta legislativamente en el Decreto 23/2007 de la CAM, en el que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria. En este decreto se especifica la posibilidad de realizar evaluaciones externas para valorar la implantación del currículo. “La Consejería de Educación conforme a su propio plan de evaluación, podrá realizar, evaluaciones externas, a todos los alumnos, al finalizar cualquiera de los cursos de la Educación Secundaria Obligatoria” (BOCM núm. 126, 2007, p. 51). El primer año en el que se realizaron las pruebas para Secundaria fue el de 2008 y desde entonces se vienen realizando con una periodicidad anual. La convocatoria del presente curso 2014, a realizar el 29 de abril, está regulada por:

Resolución de 7 de enero de 2014, de las Viceconsejerías de Educación, Juventud y Deporte y de Organización Educativa, por la que se dictan instrucciones para la celebración de la prueba de conocimientos y destrezas indispensables (CDI) de los alumnos del tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria y del primer curso del Programa de Diversificación Curricular de la Comunidad de Madrid, en el curso 2013-2014. (BOCM núm. 20, 2014, pp.28-38).

#### **3.4.2. Objetivos**

La finalidad de esta prueba se concreta en los siguientes objetivos:

1. Verificar el grado de adquisición de competencias en Lengua y Matemáticas y de este modo valorar la eficacia de los planes de estudio vigentes.
2. Informar y orientar a los alumnos y familias en la toma de decisiones sobre los itinerarios y materias a elegir en el cuarto curso.
3. Orientar a los centros en la elaboración de las propuestas o planes de mejora para alcanzar los objetivos competenciales establecidos en el currículo.

### **3.4.3. Características y estructura de la prueba**

La prueba se compone de dos partes, Matemáticas y Lengua Castellana y Literatura, con una duración de 90 minutos cada una. La prueba de Matemáticas está formada por un bloque de diez ejercicios y otro de problemas, valorados con 10 y 5 puntos, respectivamente. La prueba de Lengua Castellana y Literatura consta de un dictado y la realización de un comentario de texto, valorados a su vez, con 5 y 10 puntos.

Debe ser realizada por todos los alumnos de tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria y por los del primer curso del Programa de Diversificación Curricular de todos los centros de la Comunidad de Madrid. Quedan exentos los alumnos con necesidades educativas especiales cuya adaptación curricular difiera significativamente del currículo y los alumnos de las aulas de enlace. Las calificaciones obtenidas son relevantes para el alumno: “[...] deberán consignarse en su expediente académico y en su historial académico”. (p.32) y “[...] se tendrán en cuenta para la concesión de los diplomas y premios extraordinarios de la Educación Secundaria Obligatoria” (p.32).

### **3.4.4. Estudio y análisis de los resultados**

La fuente considerada para la realización de este estudio son los datos oficiales aportados por la Comunidad de Madrid sobre los resultados obtenidos por los alumnos a lo largo de las diferentes convocatorias. Esta información se puede consultar en la página web de la Viceconsejería de Educación, Juventud y Deportes (<http://www.madrid.org>).

#### **3.4.4.1. Consideraciones previas**

A la hora de tratar los datos aparecen varias cuestiones que hay que comentar.

Algunos ejercicios y casi todos los problemas están divididos en varios apartados. Para estos casos, como los resultados que aporta la Comunidad de Madrid se detallan para cada apartado y no para el ejercicio o problema que los comprende, consideramos cada apartado como una pregunta aislada.

Por otro lado, los resultados no se contabilizan uniformemente, dándose tres tipos: uno con tres calificaciones (bien, regular y mal), otro con dos (bien y mal) y un último (solamente mal). Estos resultados están expresados en tanto por ciento. En los dos primeros casos los valores suman 100, sin embargo en el tercer caso el tanto



por ciento sólo corresponde a las preguntas contestadas erróneamente. Este hecho nos obliga, para poder tratar uniformemente todos los datos, a considerar sólo el porcentaje de las preguntas mal contestadas.

Se ha de resaltar que en la actualidad no están publicados los resultados oficiales de la convocatoria de 2013.

Finalmente, dada la diversidad de los ejercicios y de los problemas presentes en las sucesivas convocatorias, se ha procedido a agruparlos en seis bloques temáticos detallados en el siguiente apartado.

### 3.4.4.2. Bloques considerados y sus contenidos

En el contenido de los bloques se han referenciado los tipos de problemas que han aparecido en las diversas convocatorias. Evidentemente, estos contenidos no completan el total de los aspectos que tradicionalmente componen cada bloque

**Tabla Nº 1. Contenido de los bloques considerados.**

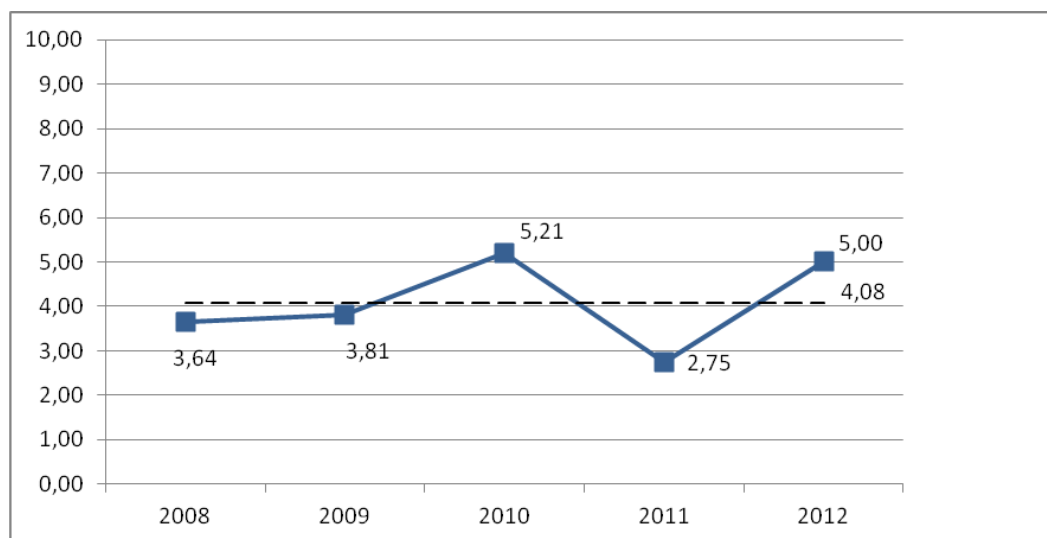
BLOQUE	CONTENIDO
Números y operaciones	Ordenación de números Cálculo de fracciones Operaciones con exponentes Comprobación de expresiones numéricas. Descomposición factorial M.C.D. y m.c.m.
Proporcionalidad	Repartos proporcionales Expresión en porcentaje, fracción y decimal
Álgebra	Ecuaciones y sistemas de ecuaciones: Planteamiento y resolución
Geometría	Ángulos de triángulos Teorema de Pitágoras Áreas y volúmenes Unidades de capacidad
Estadística y probabilidad	Cálculo de probabilidades de un suceso
Medida del tiempo y de la velocidad	Transformación de unidades de velocidad y de tiempo Operaciones con medidas en el sistema sexagesimal

*Nota:* Distribución de contenidos. Fuente: Elaboración propia a partir de Viceconsejería de Educación, Juventud y Deportes-Comunidad de Madrid (2014).

### 3.4.4.3. Estudio de los resultados obtenidos en las diferentes convocatorias

Además de los resultados que proporciona la Comunidad de Madrid para los ejercicios y problemas comentados en el apartado anterior, aporta también la media de las calificaciones obtenidas cada año, que se reflejan en el siguiente gráfico:

**Nota media por año**



Gráfica Nº 1. Nota media por año. Fuente: Elaboración propia a partir de Viceconsejería de Educación, Juventud y Deportes-Comunidad de Madrid (2014).

Se observa que los resultados obtenidos en esta prueba siguen la misma tendencia que en los recogidos en las pruebas internacionales citados anteriormente. La media de estas notas medias por año es de 4,08 .

Para cada año se ha obtenido el número de preguntas que hay de cada bloque pudiéndose calcular a continuación la frecuencia correspondiente de cada bloque para cada año.

**Tabla Nº 2. Número de preguntas por bloque y año.**

BLOQUE	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Total
Números y operaciones	2	4	3	8	6	5	28
Proporcionalidad	6	2	3	3	3	8	25
Álgebra	5	3	5	1	2	2	18

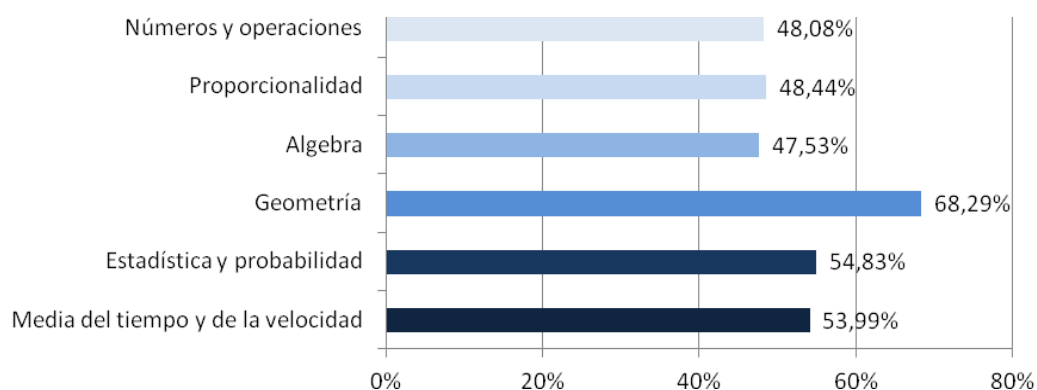
Geometría	4	2	1	8	6	2	23
Estadística y probabilidad	2	0	1	2	0	2	7
Medidas del tiempo y de la velocidad	1	3	2	2	7	5	20
Total	20	14	15	24	24	24	121

*Nota:* Número de preguntas por bloque y año. Fuente: Elaboración propia.

No existe una uniformidad en el número de preguntas de cada bloque en los sucesivos años y se observa que en las primeras convocatorias no ha sido uniforme el número de preguntas planteadas, no siendo así para los tres últimos años.

A continuación pasamos a cuantificar el peso que tienen las respuestas calificadas como mal en cada bloque, con el fin de darnos una orientación sobre el grado de dificultad que les ofrece a los alumnos cada uno de los bloques. Esta cuantificación se ha realizado hallando la media de los valores de los tantos por cientos calificados como mal, representados en el gráfico siguiente:

### Media de los tantos por cientos calificados como mal para cada bloque



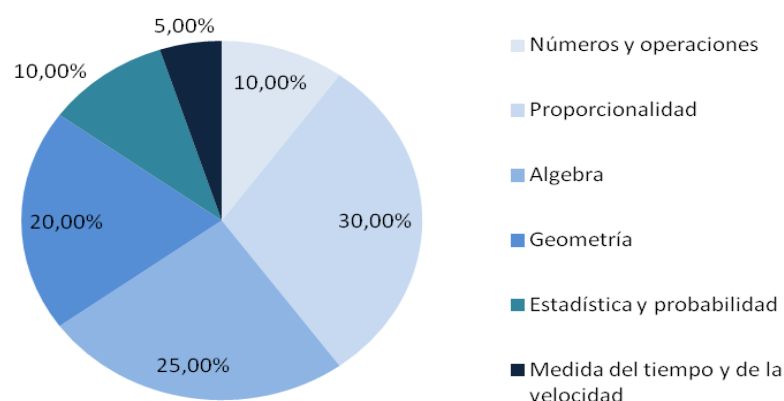
*Gráfica N° 2.* Media de los tantos por cientos calificados como mal para cada bloque. Fuente: Elaboración propia a partir de Viceconsejería de Educación, Juventud y Deportes-Comunidad de Madrid (2014).

Se puede deducir que el bloque que más dificultad les supone, porque es el que cometen más errores al resolver ese tipo de cuestiones, es el de geometría de una manera destacada (68,29%). Con el resto de los bloques se pueden formar dos

grupos en el que los resultados son similares. Estos grupos son por un lado el formado por estadística y probabilidad (54,83%) y el de medida del tiempo y velocidad (53,99%) y por otro el formado por proporcionalidad (48,44%), números y operaciones (48,08%) y el de álgebra (47,53%). Es necesario comentar que no existe ningún bloque en que los porcentajes se encuentren por debajo de la tercera parte.

A continuación se detallan los gráficos de las frecuencias de los bloques en las convocatorias realizadas. Se han obtenido dichas frecuencias dividiendo el número de preguntas de cada bloque por el número total de preguntas del año correspondiente.

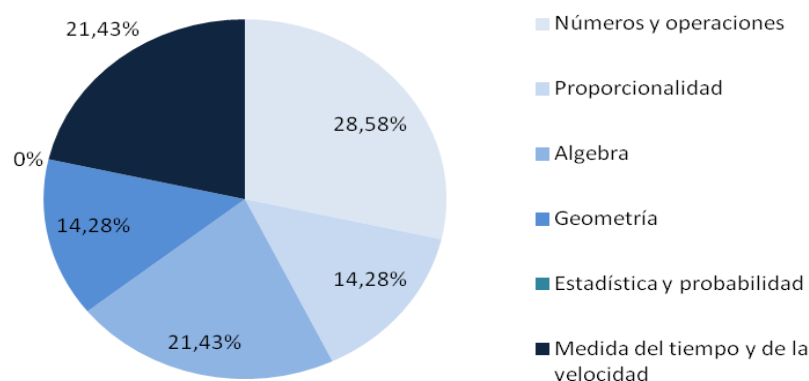
### Frecuencia de los bloques en 2008



Gráfica N° 3. Frecuencia de los bloques en 2008. Fuente: Elaboración propia.

En este año se observa que los bloques de proporcionalidad, álgebra y geometría abarcaron el 75% de los contenidos de la prueba.

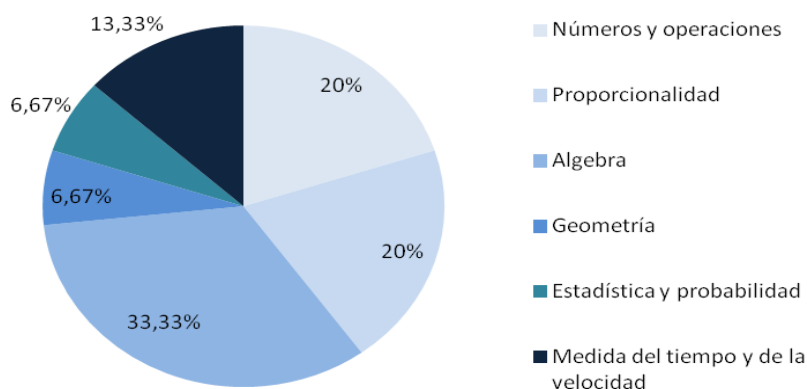
### Frecuencia de los bloques en 2009



Gráfica N° 4. Frecuencia de los bloques en 2009. Fuente: Elaboración propia.

En esta convocatoria no hubo ninguna pregunta relativa al bloque de estadística y probabilidad. Se observa una frecuencia uniforme en el resto de los bloques y que mejoran los resultados con respecto al año anterior.

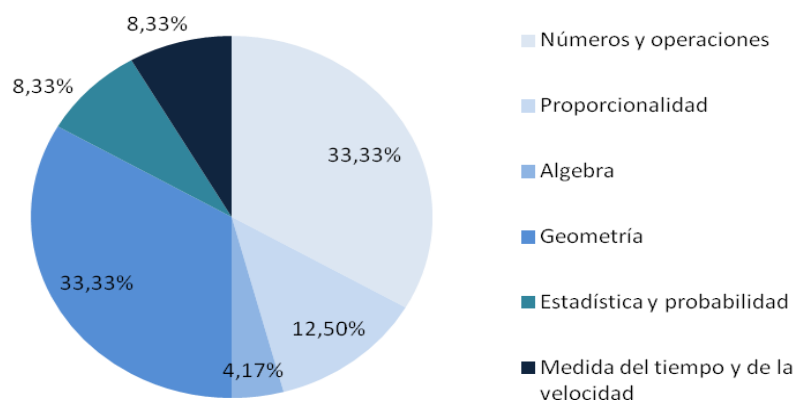
### Frecuencia de los bloques en 2010



Gráfica N° 5. Frecuencia de los bloques en 2010. Fuente: Elaboración propia.

En este año se obtuvo la mejor media (5,21) de todas las convocatorias de la prueba. Puede ser debido al gran peso que tiene el bloque de álgebra (33,33%) y a la poca importancia de la geometría (6,67%).

### Frecuencia de los bloques en 2011

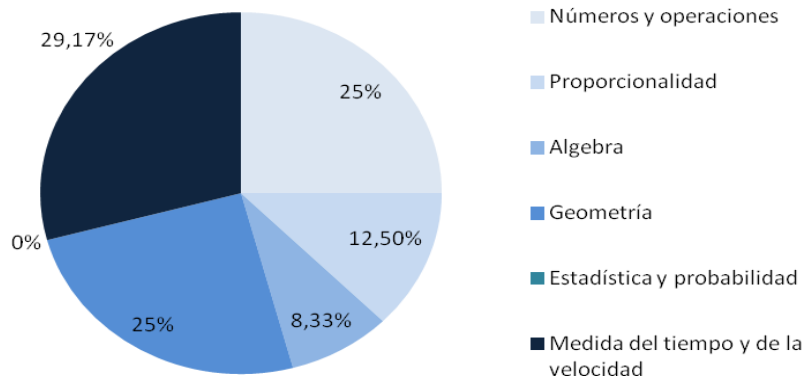


Gráfica N° 6. Frecuencia de los bloques en 2011. Fuente: Elaboración propia.

Al contrario de la convocatoria anterior, en esta se obtuvieron los peores resultados, con una media de 2,75. Nuevamente, se puede inferir que pueda ser

debido a la enorme importancia que tiene el bloque de geometría y al poco que tiene el álgebra.

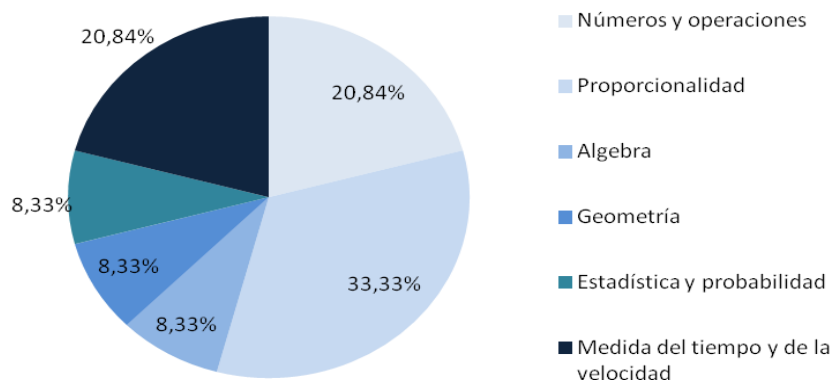
### Frecuencia de los bloques en 2012



Gráfica N° 7. Frecuencia de los bloques en 2012. Fuente: Elaboración propia.

En esta convocatoria no hubo preguntas relativas a estadística y probabilidad. La media obtenida en este año es de 5,00 aunque el peso de la geometría, donde como ya se ha comentado anteriormente se obtienen peores calificaciones, se contrarresta con el bloque de números y operaciones al que se le dedica la misma magnitud en esta convocatoria (25%).

### Frecuencia de los bloques en 2013



Gráfica N° 8. Frecuencia de los bloques en 2013. Fuente: Elaboración propia.

Se puede considerar que la distribución de los bloques es diferente a los años anteriores. Es el año en el que más peso se otorga a la estadística y probabilidad. Será interesante conocer y analizar los resultados cuando sean publicados por la administración educativa.

## **3.5. Modelo de Miguel de Guzmán para la resolución de problemas**

En este apartado se presenta al escritor, catedrático de Análisis Matemático en la Universidad Complutense de Madrid y miembro de la Real Academia de Ciencias, Miguel de Guzmán. También se presenta un estudio del modelo de resolución de problemas que él propone y sobre el que se sustenta la propuesta didáctica presentada en este trabajo, para la resolución de problemas de la prueba CDI.

### **3.5.1. Biografía del autor**

Miguel de Guzmán Ozámiz nace el 12 de Enero de 1936 en la ciudad de Cartagena, Murcia y muere el 14 de Abril de 2004 en Madrid. Tras finalizar el Bachillerato en Bilbao y lograr ingresar en la Escuela de Ingenieros Industriales de Vizcaya, decide entrar en la Compañía de Jesús y estudiar Literatura y Humanidades y Filosofía, cursando esta última en Alemania. A su regreso a Madrid estudia las Licenciaturas de Filosofía y Matemáticas en la Universidad Complutense de Madrid. Realiza la tesis en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Chicago y ejerce como profesor en varias Universidades de Estados Unidos. De vuelta a Madrid a la Universidad Complutense de Madrid continua con la labor docente, se hace seglar y adquiere la cátedra de Análisis Matemático, primeramente en la Universidad Autónoma de Madrid y posteriormente en la Universidad Complutense. Consigue la presidencia del International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) además de ser miembro de la Real Academia de Ciencias. Es autor de numerosas publicaciones y libros dedicados a la docencia y a la divulgación de las matemáticas en el ámbito de la educación secundaria y en la universitaria (Facultad C.C. Matemáticas-Universidad Complutense de Madrid, 2014).

Entre todas sus publicaciones la más idónea y la que mayores aportaciones nos proporciona para este trabajo es, sin duda, la titulada “Para pensar mejor”.

### **3.5.2. “Para pensar mejor”**

De acuerdo a de Guzmán (2006), se van adquiriendo por ósmosis del ambiente familiar y escolar, destrezas de todas las clases y entre ellas la de pensar correctamente ante ciertas tareas. Pero ni en nuestra niñez ni más adelante los procesos mismos de pensamiento suelen ser el objeto central de nuestro aprendizaje. Sin embargo para de Guzmán (2006), “podemos someter nuestros

propios procesos mentales a un entrenamiento que nos capacite para realizarlos de una manera más eficaz” (p.16). Se necesita para ello un programa de acción que pasa por la práctica a fondo del pensamiento. Polya y Szego (1972, citado en de Guzmán, 2006, p.17) afirman que “en el aprendizaje del pensar sólo la práctica del pensar es verdaderamente útil”. La forma ideal de realizar esta práctica es, en principio, bajo la guía cercana de un experto en el ejercicio del pensamiento, para después enfrentarse uno mismo a situaciones análogas a las resueltas con el experto. Pero, puede faltar el experto o que no tenga las condiciones idóneas para desarrollar su labor, en cuyo caso se puede diseñar un programa alternativo. Para diseñar un plan de acción alternativo hay que observar la actitud inicial de los expertos cuando se acercan a los problemas. Esta actitud puede ser estimulada e imbuida en el ánimo del que se ejercita. A falta de un experto podemos acudir a las actas o protocolos de la resolución de problemas por varios expertos con los que podemos confeccionar las estrategias más usuales en los procesos de pensamiento de los expertos. La comparación de nuestro propio modo de proceder en cada problema, con el de los expertos, nos ayuda a realizar las correcciones que nos hubiera indicado el experto en el caso de tenerlo a nuestro lado. Conseguir el hábito de pensar mejor hará que nuestra actividad mental sea más placentera y eficaz. Además nos facilitará resolver nuestros problemas y tomar las decisiones adecuadas. Pero tratar de implantar los hábitos de un pensamiento más eficaz exige un esfuerzo considerable, ya que nuestra mente está llena de hábitos, rutinas buenas o malas y modos de proceder muy peculiares.

### **3.5.3. Bloqueos**

De Guzmán (2006) afirma que nuestra mente está llena de surcos, de hábitos y de modos concretos de proceder. Estos hábitos y rutinas mentales pueden suponer un obstáculo para resolver correctamente un problema. Además de esta circunstancia que puede suponer un tipo bloqueo, pueden existir otros tipos.

Unos son de origen afectivo, entre los que cabe señalar la apatía, abulia, pereza para el comienzo de abordar el problema y los miedos. Entre estos últimos se puede citar el miedo al fracaso, a la equivocación, al ridículo y al examen. Otros bloqueos de tipo afectivo son las ansiedades y repugnancias hacia tareas que consideramos aburridas y opacas.

Como bloqueos de tipo cognoscitivo más importantes podemos señalar la dificultad en la percepción del problema, la incapacidad de desglosarlo, bloquearse en el ataque al problema, tener una visión estereotipada en la que solamente se



aprecia lo que esperamos ver, la tendencia al juicio crítico y tener una rigidez mental.

Por último señala entre los bloqueos culturales y ambientales los ídolos del foro, como son las modas y las formas específicas de pensar en nuestro ambiente, la sabiduría popular y las ideas inertes.

### **3.5.4. Etapas del modelo para la resolución de problemas**

Como señala de Guzmán (2003), “un verdadero problema es una situación que se te presenta en la que sabes, más o menos adónde quieres ir pero no sabes cómo llegar” (p.89). Para facilitar la resolución de problemas, de Guzmán (2003) determina las siguientes etapas:

#### *1. Familiarizarse con la situación*

Antes de comenzar a resolverlo debemos familiarizarnos a fondo con el problema. Leerlo con detenimiento para adquirir un concepto claro de la situación que se plantea, de dónde partimos y a dónde queremos llegar, de los elementos que intervienen y las relaciones entre ellos. Tomarse el tiempo necesario, sin prisas con paz y tranquilidad, hasta lograr entenderlo bien. Se trata de jugar con la situación, perder el miedo al problema.

#### *2. Búsqueda de estrategias*

Una vez entendido el problema se procede a buscar diferentes estrategias para abordar la situación. No se trata de llevar adelante la primera que encontremos, “Si nos lanzamos a realizar la primera que se nos ocurra, muy probablemente descubriremos luego que no era la mejor que se podía hacer, ni la manera más elegante, rápida, bella” (de Guzmán, 2006, p. 147). Tampoco se trata de llevar a cabo todas ellas, sino que lo que se pretende es averiguar diferentes caminos que lleven a la solución, para después elegir el que parezca más apropiado. Entre las diferentes estrategias de resolución de problemas, destacan:

##### *2.1. Buscar semejanzas con otros problemas*

Pocos serán los problemas que no presenten aspectos parecidos a otros ya resueltos con anterioridad en nuestro aprendizaje. La similitud puede tener varios grados y referirse a cuestiones concretas a resolver o a procedimientos generales

aplicables. Recordar estas situaciones parecidas nos proporciona confianza y seguridad ante el problema que se nos plantea y nos facilita su resolución.

### *2.2. Empezar por lo fácil*

Para problemas que contengan muchos elementos que dificulten su resolución, se puede proponer otro similar más simple cuya resolución facilite el problema inicial. Esta estrategia resulta muy útil cuando nos enfrentamos a problemas que por su tamaño o densidad nos dificulten su comprensión. Para esta situación se propone comenzar con la resolución de un problema semejante más sencillo y una vez resuelto proceder a complicarlo más. También podemos dividir el problema en partes más pequeñas e ir las resolviendo por separado.

### *2.3. Experimentar y buscar regularidades*

“La experimentación, la observación, es una de las técnicas más fructíferas para el descubrimiento y para la resolución de problemas” (de Guzmán, 2006, p.161). La experimentación constituye una herramienta eficaz puesta al servicio de la resolución de problemas matemáticos. Puede contemplar aspectos parciales y sencillos, pero de manera que la observación de los resultados obtenidos nos aporte conclusiones claras, para afianzar o corregir el camino emprendido en la resolución del problema.

### *2.4. Hacer figuras, esquemas, diagramas*

“Pensamos mucho mejor con el apoyo de imágenes que con el de palabras, números, símbolos y fórmulas solamente” (de Guzmán, 2006, p.169). Problemas que a priori se nos presentan complejos y de difícil comprensión, se nos vuelven transparentes representando de una manera adecuada los elementos que aparecen en él. Existen diversas formas de dar una representación visual a los elementos que aparecen en el problema, como pueden ser diagramas lógicos, esquemas, figuras geométricas, colores, etc.

### *2.5. Modificar el problema*

El cambiar en algo el enunciado del problema puede, en ocasiones, facilitar un nuevo camino en la resolución. Se trata de considerar varios problemas que surgen al realizar cambios en el enunciado del problema propuesto y cuyas estrategias y soluciones nos facilitan la comprensión y resolución del problema inicial.

## 2.6. Escoger un lenguaje y notación adecuados

Muchos problemas se vuelven más transparentes para su resolución utilizando la notación idónea. Antes de comenzar con la resolución de un problema debemos pararnos a pensar qué lenguaje y notación nos pueden aportar más claridad en el planteamiento de la resolución.

## 2.7. Si se puede, considerar la simetría

En algunos tipos de problemas, como los que tengan contenidos de geometría analítica o conceptos geométricos, es interesante estudiar la existencia de una posible simetría. La consideración de la simetría existente nos facilita la solución del problema y nos puede acortar el tiempo invertido en su resolución.

## 2.8. Método de reducción al absurdo

Esta estrategia es muy habitual en la resolución de problemas matemáticos. Consiste en suponer que el problema no es posible y tras su estudio llegar a una contradicción, a algo absurdo, con lo que se concluye que el problema si es posible.

## 2.9. Suponer el problema resuelto

Miguel de Guzmán sugiere esta estrategia que resulta muy útil en los casos en los que haya que obtener alguna figura o elemento nuevo a partir de una figura inicial y nos lo explica de este modo:

Al imaginarte el problema resuelto, y construyendo de forma aproximada, a ojo, cómo debe de ir la cosa, tienes la oportunidad de explorar las relaciones entre los elementos dados y los que buscas, y así, al aproximarlos, puede saltar la chispa que te haga ver claramente cómo debes proceder a partir de los datos. (de Guzmán, 2003, p. 93).

## 2.10. Pensar en métodos generales

Algunos de estos métodos que describe Miguel de Guzmán son:

### 2.10.1. Principio de Inducción

Esta estrategia se suele utilizar en Matemáticas para demostrar la veracidad de una determinada proposición referida a los números naturales. El modo a proceder es el siguiente: primeramente se demuestra que la proposición es cierta para el número 1,  $n=1$ , a continuación se supone el resultado cierto para  $n$  y se estudia la veracidad de la proposición para  $n+1$ . La estrategia concluye diciendo que si es cierta para  $n+1$  entonces lo será también para  $n$ .

### 2.10.2. Principio del Palomar

También conocido como el principio de Dirichlet, el Principio del Palomar tiene una gran aplicación en la Teoría de Números.

Estás sentado en un banco en el parque. A tu alrededor unas cuantas palomas picotean afanosamente. Las cuentas. Son 10. De repente, un niño las asusta. Salen todas volando y se meten por los 8 agujeros de un palomar próximo. ¿Qué puedes deducir? Es claro que al menos dos se han metido por un mismo agujero. (de Guzmán, 2003, p.117).

De todas las estrategias que han sido pensadas y llevadas a cabo, Miguel de Guzmán aconseja tomar nota de todas ellas para así facilitar la ejecución de la siguiente fase.

### *3. Llevar adelante una estrategia*

De entre todas las ideas y estrategias que han surgido en la fase anterior, se debe elegir la que parezca más viable y tratar de llevarla a cabo con decisión y confianza. No se debe abandonar la estrategia elegida fácilmente, pero si debemos ser conscientes de que pueda haber otra vía que resulte más fácil. Es posible que en la propia ejecución de la estrategia surjan ideas nuevas, estas deberán ser apuntadas en la lista comentada anteriormente.

### *4. Revisar el proceso y sacar conclusiones*

Una vez resuelto el problema se debe reflexionar sobre todo el proceso realizado. De Guzmán (2003) establece una serie de pasos a analizar en esta última fase:

1. Examinar el camino que se ha llevado a cabo para llegar a la solución. Es decir, analizar si la estrategia correcta se eligió desde el principio y si no es así estudiar la causa y el qué es lo que nos llevó a elegir otra. En el caso de no haber llegado a la solución analizar el por qué.

2. Entender la ejecución de la propia estrategia, no conformarse únicamente con llegar a la solución, sino que debemos de estar seguros de que el camino elegido es el adecuado.

3. Estudiar si la resolución del problema se puede hacer de un modo más simple.

4. Analizar si la estrategia escogida puede servirnos para la resolución de otro tipo de problemas y si se podría generalizar.

5. Reflexionar sobre nuestro propio proceso de pensamiento y sacar conclusiones para el futuro. Ello nos puede ayudar a conocer en qué tipo de problemas tenemos una mayor probabilidad de éxito y en cuáles no.

### **3.5.5. El trabajo en grupo**

De Guzmán (2006) nos sugiere que el trabajo en grupo es un modo de acercarnos a los problemas que nos aporta muchas ventajas:

1. Permite enriquecerse unos de otros
2. Facilita la posibilidad de aplicar el modelo de resolución de problemas desde diferentes perspectivas.
3. Estimula y sirve de acicate para todos los alumnos.
4. Hace posible la observación de los progresos que el modelo realiza sobre el modo de pensar de los alumnos.
5. Capacita a los alumnos para ser capaces de ayudarse unos a otros.

Para llevar a cabo esta metodología de agrupamiento, sugiere un esquema de trabajo basado en la participación activa de varios alumnos en cada grupo. Concretamente se definen los roles de secretario y moderador que son los encargados de llevar a cabo el modelo en cada grupo.

## **4. ESTUDIO DE CAMPO**

### **4.1. Introducción**

Una vez analizados y recogidos los resultados relacionados con la resolución de problemas, tanto de las pruebas internacionales como de la prueba CDI y después de analizar las bases teóricas que estudian dicha actividad, se hace necesario realizar un estudio de campo para contrastar con la realidad los resultados y la teoría.

El estudio se lleva a cabo en el centro donde se realizaron las prácticas del Máster de Secundaria, ya que fue precisamente la toma de contacto con la realidad educativa y la dificultad en la resolución de problemas que expresaban las alumnas, la principal motivación para la realización de esta propuesta. Se trata del colegio de Fomento Montealto. Es un centro con educación diferenciada femenino, situado en una zona residencial de Madrid y que cuenta con tres líneas por curso en Educación Secundaria y en Bachillerato. El centro ha colaborado en la realización de este estudio, autorizando y ayudando en todo lo necesario para su consecución.

### **4.2. Objetivos**

El objetivo principal de este estudio es contrastar los datos obtenidos hasta ahora con la realidad, extrayendo al mismo tiempo información sobre la población para la que se realiza la propuesta didáctica.

Se pueden concretar los siguientes objetivos específicos:

1. Obtener información sobre cuáles son las mayores dificultades que encuentran las alumnas de la muestra en esta asignatura.
2. Averiguar cuál es la actitud general con la que se enfrentan habitualmente a los problemas de matemáticas.
3. Indagar sobre el uso o no de estrategias a la hora de enfrentarse a un problema.

### **4.3. Metodología**

Se realiza una aproximación a una investigación cualitativa, no sólo por disponer de un tiempo limitado y de una muestra reducida, sino que de acuerdo a Sandín (2003), la investigación cualitativa es la que se dirige a observar fenómenos educativos y comprenderlos en profundidad. Este es el objetivo principal de nuestro

trabajo; comprender en profundidad como los alumnos se enfrentan a los problemas de la prueba CDI.

Por medio de esta aproximación nos acercamos a la realidad desde dos puntos de vista diferentes, uno el de los alumnos y otro el de los profesores. Para ello realizamos una técnica de investigación distinta en cada caso, utilizando una encuesta para los alumnos y una entrevista semiestructurada en el caso de la profesora. La decisión sobre los instrumentos para llevar a cabo la extracción de datos se ha realizado teniendo en cuenta el tiempo, la disponibilidad del centro y los medios de los que disponemos para recoger la muestra.

#### **4.3.1. La encuesta**

La elaboración de la estructura del cuestionario y la redacción de las preguntas se ha realizado teniendo en cuenta las indicaciones de Hernández, Fernández y Baptista (2010) sobre cuál es la formulación más efectiva de las preguntas. El cuestionario se compone de siete preguntas, las cuatro primeras se refieren a la obtención de datos sobre los sujetos de la muestra, en relación a sus posicionamientos frente a la asignatura de matemáticas en general, especificando su actitud ante la resolución de problemas. Las tres preguntas restantes del cuestionario conciernen directamente con la experiencia obtenida al realizar la prueba CDI. La mayoría de estas preguntas es cerrada, de múltiples opciones y una única respuesta. Los alumnos sujetos de esta muestra son 25 y corresponden a uno de los grupos de 3º de la ESO y la contestan el día siguiente de haber realizado la prueba, con lo que pueden recordar con más exactitud los datos que pretendemos obtener. Se realiza dentro del horario escolar y en su aula habitual. En la siguiente tabla se muestran las preguntas que componen el cuestionario detallando opciones de respuesta y los objetivos que se pretenden para cada una de ellas.

**Tabla N°3. Preguntas del cuestionario y su justificación.**

Ámbito	Preguntas	Opciones dadas de respuesta	Comentario	Justificación de lo que se busca conseguir con la pregunta
<b>Toma de datos de la muestra</b>	¿Qué nota media sueles obtener en la asignatura de Matemáticas?	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Suspenso</li> <li>○ Aprobado</li> <li>○ Notable</li> <li>○ Sobresaliente</li> </ul>	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer los sujetos de la muestra.
	¿Cuánto tiempo semanal dedicas a la asignatura de Matemáticas fuera del horario escolar?	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Menos de 2 horas</li> <li>○ Entre 2-3 horas</li> <li>○ Más de 4 horas</li> </ul>	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Determinar si es eficaz el tiempo que dedica cada alumno al estudio.
	¿Qué te supone una mayor dificultad en la asignatura de Matemáticas?	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Realizar operaciones y cálculos</li> <li>○ Estudiar reglas y fórmulas</li> <li>○ Resolver problemas</li> </ul>	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta	Conocer si la resolución de problemas supone una dificultad para ellos.
	Ante un problema matemático ¿qué actitud sueles adoptar? Puedes señalar varias opciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Nerviosa</li> <li>○ Precipitada</li> <li>○ Intuitiva</li> <li>○ Reflexiva</li> </ul>	Pregunta abierta de múltiples opciones y varias respuestas.	Indagar sobre la actitud que presentan ante problemas matemáticos.
<b>Prueba CDI</b>	¿Qué parte de la prueba te ha resultado más difícil?	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Ejercicios</li> <li>○ Problemas</li> </ul>	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer cuál es la mayor dificultad que les presenta la prueba.
	¿Crees que es necesario dedicar una sesión semanal para preparar específicamente esta prueba?	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ De acuerdo</li> <li>○ Ni de acuerdo ni en desacuerdo</li> <li>○ En desacuerdo</li> </ul>	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Comprobar la necesidad de la propuesta didáctica de este trabajo.
	¿Has utilizado alguna estrategia o modelo para la resolución de problemas de la prueba CDI? En caso afirmativo especificalo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Si</li> <li>○ No</li> <li>○ Especifica: _____</li> </ul>	Pregunta mixta de múltiples opciones y una de las opciones con posibilidad de añadir comentarios	Determinar el conocimiento previo que tienen sobre los modelos de resolución de problemas.

*Nota:* Preguntas del cuestionario y su justificación. Fuente: Elaboración propia.



### 4.3.2. La entrevista

Para conocer el punto de vista docente sobre la actitud que tienen las alumnas en la asignatura de Matemáticas y cómo afrontan la prueba CDI, se ha realizado una entrevista a una profesora del centro que imparte clase de Matemáticas en el tercer curso de Secundaria. Para ello se han seguido las indicaciones de Vilaverde (2006) para preparar el contenido y la estructura de la entrevista. Se han elaborado las preguntas que consideramos más idóneas en función de los objetivos propuestos y durante la entrevista se ha procurado mantener un ambiente cordial y relajado propiciando que la intervención de la entrevistada sea mayor que la nuestra. Se han ido tomando notas de sus respuestas y al final se ha realizado un resumen de sus opiniones. En la siguiente tabla se muestra la estructura de los contenidos de la entrevista.

**Tabla N° 4. Contenidos de la entrevista.**

Aspectos personales	<ul style="list-style-type: none"><li>• Antigüedad en el colegio actual</li><li>• Años dedicados a la docencia</li><li>• Motivación e interés</li></ul>
Grupo-clase de alumnas que realiza el cuestionario	<ul style="list-style-type: none"><li>• Características del grupo</li><li>• Número total de alumnas</li><li>• N° de alumnos con n.e.e.</li><li>• Alumnos de diversificación</li></ul>
Enseñanza de la asignatura de Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"><li>• Nivel de conocimientos de la asignatura</li><li>• Cumplimentación de ejercicios y tareas</li><li>• Dificultades específicas de la asignatura</li><li>• Necesidad de enseñar y aplicar un modelo o estrategia para la resolución de problemas</li><li>• Atención y conducta dentro del aula</li><li>• Grado de Motivación e interés</li></ul>
Prueba CDI	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dificultades que presentan las alumnas ante la prueba</li><li>• Conveniencia de dedicar una sesión semanal a la enseñanza de la resolución de problemas</li></ul>

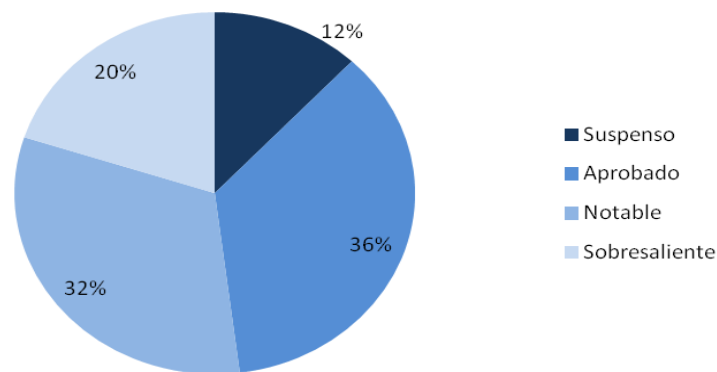
*Nota:* Contenidos de la entrevista. Fuente: Elaboración propia.

#### 4.4. Análisis de los resultados obtenidos

La encuesta se ha realizado a 25 alumnas, número que podemos considerar suficiente para que la muestra sea fiable. A continuación se analiza y estudia los resultados obtenidos en cada una de las preguntas que componen la encuesta.

1. Respecto a la primera pregunta en la que tratamos de saber la calificación que suelen obtener las alumnas en la asignatura de matemáticas, podemos afirmar que la nota media es buena. Una amplia mayoría (68%) obtienen una calificación de aprobado o notable y el número de sobresalientes casi duplica el de suspensos.

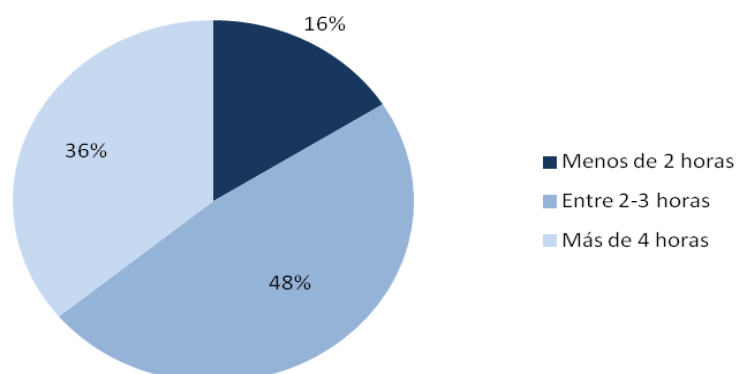
##### Nota media en Matemáticas



Gráfica Nº 9. Nota media en Matemáticas. Fuente: Elaboración propia.

2. Con los resultados de la segunda pregunta que hace referencia a las horas semanales que invierten en la asignatura de matemáticas fuera del horario escolar, se puede apreciar que casi el 50% dedica de 2 a 3 horas.

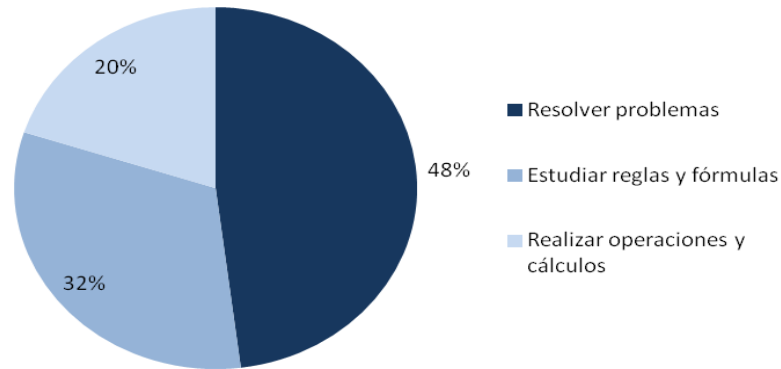
##### Horas semanales fuera del horario escolar



Gráfica Nº10. Horas semanales fuera del horario escolar. Fuente: Elaboración propia.

3. Con la tercera pregunta intentamos averiguar qué aspectos de las matemáticas les presentan mayor dificultad a las alumnas. Es sin duda la resolución de problemas (48%) la que mayor problemática les supone y la realización de operaciones y cálculos la que menos.

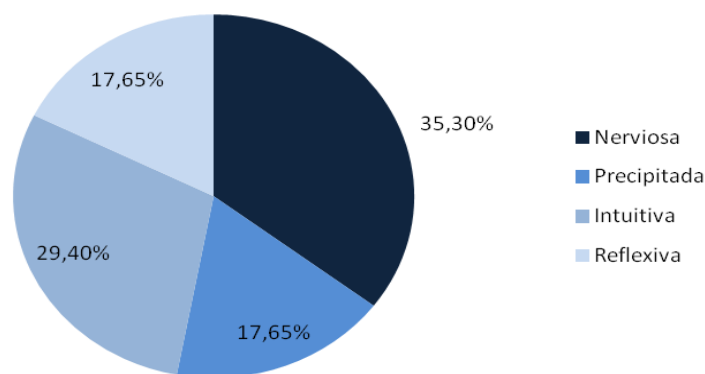
### Aspectos de mayor dificultad



Gráfica N<sup>o</sup>11. Aspectos de mayor dificultad. Fuente: Elaboración propia.

4. La actitud adoptada ante un problema matemático puede condicionar la correcta resolución de dicho problema, como se ha analizado en el presente trabajo. Es por ello la importancia que tiene esta pregunta en la que se refleja el estado nervioso como actitud más frecuente ante un problema matemático (35,30%). Esta circunstancia queda también recogida en el informe PISA, como se ha señalado en el marco teórico.

### Actitudes ante un problema

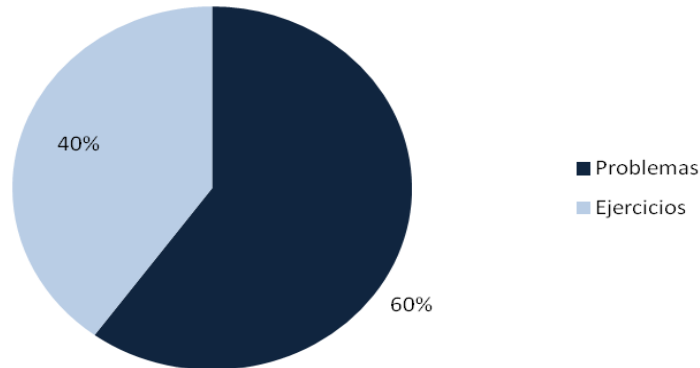


Gráfica N<sup>o</sup>12. Actitudes ante un problema. Fuente: Elaboración propia.

5. Son los problemas (60%) y como podíamos suponer, los que ofrecen mayor dificultad dentro de la prueba. No obstante no ha habido una gran diferencia con la parte de la prueba correspondiente a ejercicios (40%). Esto puede ser debido

a que en esta convocatoria los ejercicios, aunque de enunciado corto, tenían muchos apartados por resolver relacionados entre sí.

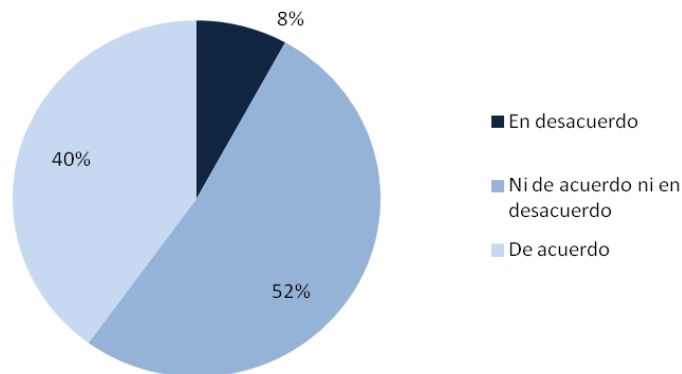
### Sección de mayor dificultad



Gráfica N°13. Sección de mayor dificultad. Fuente: Elaboración propia.

6. Con respecto a si creen conveniente o no recibir una preparación específica para la prueba CDI, la mitad de alumnas (52%) no se define. Esto puede ser por desconocer los condicionantes de la posible clase al no estar estos mencionados (recreo, tiempo escolar).

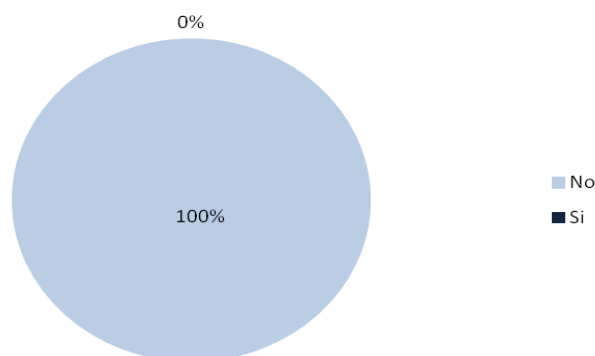
### Sesión de preparación específica



Gráfica N°14. Sesión de preparación específica. Fuente: Elaboración propia.

7. La nula utilización de alguna estrategia o modelo en la resolución de problemas de la prueba CDI, confirma la conveniencia de elaborar una propuesta pedagógica que la contemple. Con la implementación de dicha propuesta podemos suponer que, aunque los resultados en esta prueba son buenos en este centro, mejorarían.

## Utilización de estrategias o modelos



Gráfica N<sup>o</sup>15. Utilización de estrategias o modelos. Fuente: Elaboración propia.

Así mismo, las respuestas obtenidas por la profesora sobre los diferentes contenidos presentados a lo largo de la entrevista, quedan recogidas en la siguiente tabla:

**Tabla N<sup>o</sup> 5. Resultados de la entrevista.**

Aspectos personales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Un año de antigüedad en el centro</li> <li>• Ocho años dedicada a la docencia</li> <li>• Alto grado de motivación e interés</li> </ul>
Grupo-clase de alumnas que realiza el cuestionario	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 25 alumnas componen la clase</li> <li>• Ausencia de alumnas con necesidades educativas especiales y de diversificación.</li> <li>• Grupo tranquilo con un alto grado de compañerismo</li> </ul>
Enseñanza de la asignatura de matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La calificación media obtenida por las alumnas se encuentra por encima del aprobado.</li> <li>• La mayoría tiene una buena predisposición hacia la asignatura aunque detecta la inseguridad que les produce enfrentarse a problemas.</li> <li>• Excepto casos aislados, realizan las tareas que se les encomiendan</li> <li>• Considera la necesidad de dedicar más tiempo a trabajar las estrategias para la resolución de problemas</li> </ul>
Prueba CDI	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Confirma el nerviosismo que presentan las alumnas ante la prueba</li> <li>• Considera la conveniencia de dedicar una sesión semanal a enseñar a las alumnas estrategias y procedimientos para la resolución de problemas pero</li> </ul>

	comenta la escasez de tiempo del que disponen para impartir los contenidos de la asignatura.
--	--

*Nota:* Resultados de la entrevista. Fuente: Elaboración propia.

#### **4.5. Conclusiones generales de los resultados obtenidos**

En primer lugar podemos resaltar que las calificaciones que vienen obteniendo las alumnas en la asignatura de matemáticas son buenas, pues el número de aprobados y notables alcanza un 68%, siendo sin embargo no muy significativo el número de horas que las alumnas dedican a las matemáticas, fuera del horario escolar no sobrepasando éstas las 3 horas semanales. Se puede afirmar que se realiza un buen aprovechamiento del tiempo.

En cuanto a las mayores dificultades que les presenta la asignatura destaca la resolución de problemas 48%, y la actitud ante ellos, que en un porcentaje significativo 35% tienen las alumnas encuestadas. Estas circunstancias coinciden con los datos aportados por PISA en los que los alumnos consideraban que la actitud nerviosa era frecuente a la hora de enfrentarse a un problema matemático.

Si analizamos las respuestas obtenidas sobre la prueba CDI podemos observar que se mantiene la tendencia observada en las respuestas anteriores, sobre la dificultad que les presenta la resolución de problemas, en este caso el porcentaje asciende al 60%.

Es relevante la respuesta dada a la pregunta sobre la aplicación de modelos o estrategias a la hora de enfrentarse a un problema, que ha alcanzado la negación en el 100% de los encuestados. Sin embargo cuando se les solicita la opinión sobre si creen necesaria una preparación sistemática en este sentido la respuesta es positiva en un 42%. Este porcentaje podría ser mayor si la pregunta estuviese definida en términos más concretos relativos a si el tiempo dedicado a esta preparación sería en el horario habitual o les ocuparía tiempo de ocio.

Por tanto todos estos argumentos nos dan pie a pensar que la propuesta didáctica planteada en este trabajo puede tener una buena acogida tanto para las alumnas como para los docentes ya que se les aporta una nueva herramienta para acercarse a los problemas de un modo eficaz.

## **5. PROPUESTA PRÁCTICA**

A continuación se desarrolla una adaptación pedagógica del modelo de Miguel de Guzmán cuyo fin es enseñar, a los alumnos de tercer curso de Secundaria, cómo enfrentarse y resolver los problemas de la prueba CDI. Para lo cual se establecen los objetivos que se pretenden y se plantea para ellos una secuenciación y un desarrollo en el tiempo dentro de las unidades didácticas del curso. Posteriormente se describe la metodología adoptada, que basada en el trabajo en grupos reducidos, facilita la adaptación del modelo al objetivo propuesto.

### **5.1. Objetivos**

El propósito de esta adaptación pedagógica es capacitar a los alumnos de tercer curso de secundaria para afrontar la resolución de los problemas de la prueba CDI. Para alcanzar este propósito se propone la consecución de una serie de objetivos entre los que se destacan los siguientes:

1. Introducir a los alumnos en el conocimiento y en la aplicación del modelo de Miguel de Guzmán.
2. Fomentar una actitud positiva ante la resolución de problemas matemáticos.
3. Potenciar el trabajo en equipo y las actividades cooperativas.
4. Desarrollar la capacidad de reflexionar sobre su propio modo de aprender.
5. Afianzar los contenidos correspondientes al currículo de tercero de Secundaria mediante la resolución de problemas, contemplados en la Resolución de 30 de septiembre de 2009 de la Comunidad de Madrid.

### **5.2. Programación de los contenidos**

La propuesta que se plantea se desarrolla a lo largo de todo el curso escolar, desde septiembre hasta finales de abril (fecha en la que habitualmente se realiza la prueba CDI), utilizando la última sesión semanal de las cuatro correspondientes a la asignatura de Matemáticas. Cada sesión se dedicará a la realización de problemas que se han presentado en otras convocatorias de la prueba, referidos a la unidad didáctica que se está impartiendo. El contenido de las sesiones se realiza en función de las unidades didácticas y de los bloques de problemas de la prueba CDI establecidos en la Tabla N<sup>o</sup>1, recogida en el marco teórico de este trabajo.

Para llevar a cabo la secuenciación de dichos contenidos conviene matizar algunos aspectos. La mayoría de los libros de texto del tercer curso de ESO, sitúan el bloque de Probabilidad y Estadística al final del curso, lo que impide que sea impartido previamente a la prueba CDI, en el caso de que el centro siga el orden establecido en el libro. Esto lleva a que sea uno de los bloques en que peores calificaciones obtienen los alumnos, como hemos visto anteriormente. También cabe mencionar la ausencia de problemas referidos al tema de funciones en la prueba CDI, aunque éste sea impartido normalmente a la mitad del curso. Por ello, se propone romper con la secuenciación típica y adaptarla a los contenidos de la prueba, dejando para el final aquellos temas que no han sido formulados en las convocatorias que han tenido lugar hasta el momento actual.

De acuerdo con los criterios expuestos se dispone la secuenciación de contenidos reflejada en la siguiente tabla:

**Tabla Nº 6. Sesiones por Unidades Didácticas y bloques.**

<b>TRIMESTRE</b>	<b>UNIDAD DIDÁCTICA</b>	<b>BLOQUE</b>	<b>Nº SESIONES</b>
Primero	Números reales	Números y operaciones	3
Primero	Potencias y raíces	Números y operaciones	2
Primero	Proporcionalidad directa e inversa	Proporcionalidad	3
Primero	Polinomios	Álgebra	2
Primero	División de polinomios. Raíces	Álgebra	2
Segundo	Expresiones fraccionarias y radicales	Números y operaciones	2
Segundo	Ecuaciones. Sistema de ecuaciones	Álgebra	2
Segundo	Geometría del plano	Geometría	2
Segundo	Traslaciones, giros y simetrías en el plano	Geometría	2
Segundo	Figuras y cuerpos geométricos	Geometría	2
Segundo	Tablas y gráficos estadísticos	Estadística y probabilidad	2



Tercero	Parámetros estadísticos	Estadística y probabilidad	1
Tercero	Sucesos aleatorios. Probabilidad	Estadística y probabilidad	1

*Nota:* Sesiones por Unidades Didácticas y bloques. Fuente: Elaboración propia a partir de Ánzola et. al. (2010).

Puede observarse que la distribución de las sesiones por trimestres no puede resultar uniforme ya que varían anualmente dependiendo del calendario laboral de la Comunidad de Madrid y de las fiestas correspondientes a cada localidad.

Por último cabe destacar que al no impartirse en el tercer curso de Secundaria los contenidos referidos al bloque de *medida del tiempo y de la velocidad*, estudiados en los dos primeros cursos de Secundaria y dada su importancia en la prueba, se realizará su repaso en la primera Unidad Didáctica.

### **5.3. Metodología**

Para llevar a cabo esta propuesta seguimos las indicaciones de Miguel de Guzmán sobre una aplicación de su modelo para el trabajo en grupo, expuesto en el marco teórico de este trabajo.

#### **5.3.1. Grupos de trabajo**

Al comienzo de la sesión se forman grupos de 5 o 6 alumnos. La composición de estos grupos debe de estar basada en la heterogeneidad de sus componentes. Alumnos con facilidad para la resolución de problemas junto con otros que presenten mayores dificultades para ello, alumnos reflexivos e intuitivos y alumnos participativos e inhibidos. Dentro de cada grupo de trabajo se reparten los roles de secretario y moderador que irán rotando de manera sucesiva en cada sesión. La composición de los grupos se mantendrá estable durante un periodo de tiempo que permita la participación de cada alumno en tres grupos diferentes a lo largo del año.

#### **5.3.2. Desarrollo de la metodología**

Cada sesión se organiza en torno a tres fases diferenciadas:

### 1. *Introducción a la sesión*

En los primeros 15 minutos el profesor recuerda, a toda la clase distribuida en los diferentes grupos, las etapas del modelo de Miguel de Guzmán y realiza un breve repaso de los contenidos de la Unidad Didáctica necesarios para la resolución del problema de la prueba CDI. El profesor al finalizar esta fase entrega a los secretarios de cada grupo una copia del problema a realizar y una ficha en la que deberán recoger las aportaciones realizadas por los miembros de cada grupo en las diferentes etapas.

### 2. *Aplicación del modelo*

En cada uno de los grupos y durante los 30 minutos siguientes se suceden las diferentes etapas que propone Miguel de Guzmán y que han sido tratadas en el marco teórico de este trabajo. La sucesión de éstas es la siguiente:

#### 2.1. *Familiarizarse con la situación*

El secretario hace entrega del problema propuesto al grupo, el cual dedicará 5 minutos a su lectura en silencio y de forma individual por cada uno de los miembros del grupo. Posteriormente se procede a comentar el problema, analizando sus características, los datos que se presentan y la solución que se quiere obtener.

#### 2.2. *Búsqueda de estrategias*

Una vez comprendida la situación del problema por todos los miembros del grupo, se procede a la exposición a modo de *brainstorming*, de posibles estrategias que ayuden a la resolución del problema. Tras debatir y considerar cada una de ellas se deberá optar por la que parezca más efectiva. El moderador en esta etapa es el encargado de estimular el debate entre los diferentes miembros, dando el turno de palabra, procurando la participación de todos y orientando las diferentes aportaciones hacia la solución del problema. A su vez, el secretario deberá recoger cada una de las estrategias propuestas en la ficha entregada por el profesor.

#### 2.3. *Llevar adelante una estrategia*

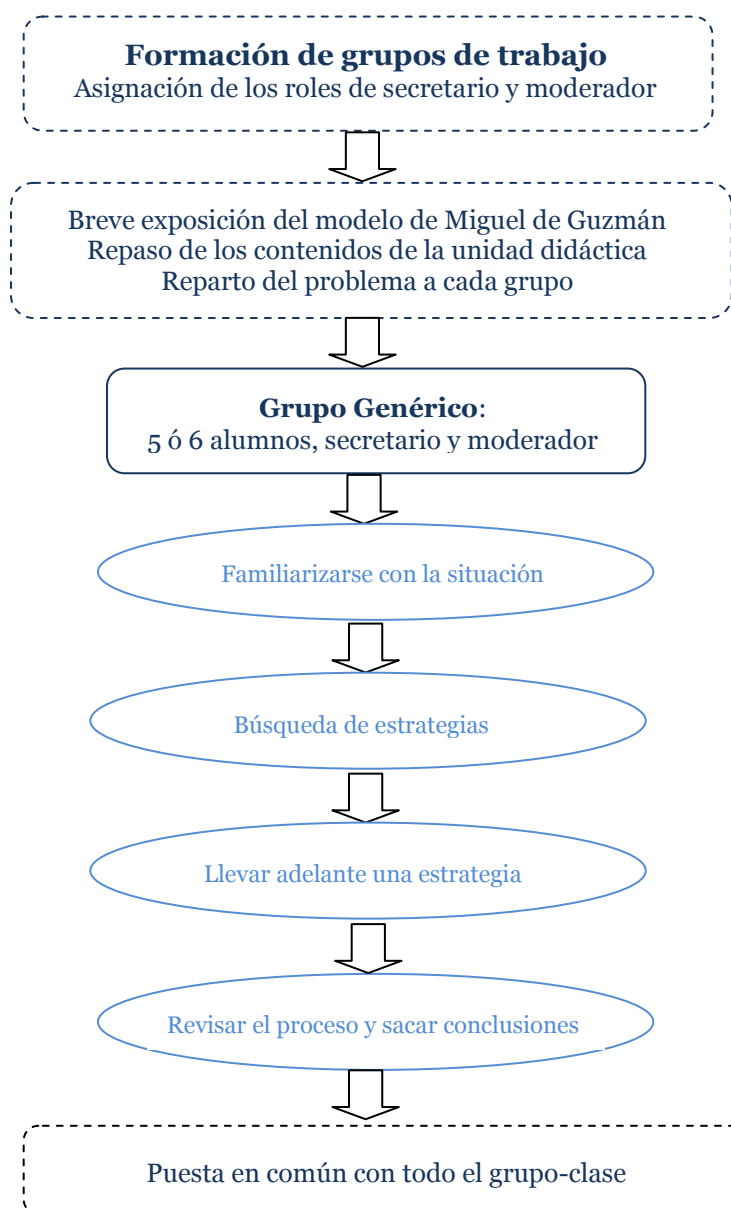
Se procede a llevar a cabo la estrategia elegida de manera rigurosa, firme y que conduzca a la resolución del problema. En el caso de que el grupo observara que la elección no hubiera sido la acertada, se procederá a poner en práctica otra de las estrategias recogidas por el secretario en la etapa anterior.

#### 2.4. Revisar el proceso y sacar conclusiones.

El grupo analiza los pasos realizados y la solución obtenida así como la posibilidad de otro camino más sencillo. El secretario deberá dejar constancia del proceso seguido y de las conclusiones adoptadas en esta etapa.

#### 3. Puesta en común

Los últimos 15 minutos de la clase se dedican a la puesta en común de lo realizado por cada grupo. Para ello el profesor solicita a los diferentes secretarios que expongan la estrategia elegida y las conclusiones obtenidas con el fin de recoger los puntos comunes que presentan y las soluciones diferentes que han ofrecido. Los secretarios proceden a guardar la ficha del problema trabajado durante la sesión en el archivador del aula dedicado a este fin.



Esquema N<sup>o</sup>1. Aplicación pedagógica. Fuente: Elaboración propia.

### 5.3.3. Sesión tipo de implementación de la metodología

Para facilitar la comprensión de esta metodología se detalla a continuación una sesión en la que los alumnos se enfrentan a la resolución de un problema de la prueba CDI perteneciente a la convocatoria de 2013:

El triatlón es un deporte individual que agrupa tres disciplinas deportivas: natación, ciclismo y carrera a pie. Hay diferentes modalidades de triatlón según las distancias de las diferentes partes de la prueba. En la modalidad olímpica el triatleta comienza nadando 1500m. Al salir del agua debe subir a la bicicleta para recorrer 40 km y, finalmente, tiene que cubrir corriendo una distancia de 10 km. El tiempo total de un triatleta se cuenta desde el momento en que se da la salida a la natación hasta que finaliza la carrera a pie. Quedan registrados también los tiempos empleados en cada transición, es decir, el tiempo empleado en pasar de una a otra modalidad. El triatlón fue deporte olímpico por primera vez en los Juegos de Sydney del año 2000. En los Juegos Olímpicos de Londres, un español, Javier Gómez Noya, fue medalla de plata con un tiempo total de 1 hora, 46 minutos y 36 segundos (1 h 46 min 36 s). Supongamos que se ha celebrado en Madrid una competición de triatlón olímpico y Juan, uno de los triatletas participantes, ha conseguido los siguientes resultados parciales:

Natación: 22 min 30 s; 1º transición: 45 s

Bicicleta: 60 min; 2º transición: 15 s

Carrera a pie: 35 min

Se pide:

A- Tiempo total de Juan en horas, minutos y segundos.

B- Diferencia del tiempo de Juan con el conseguido por Javier Gómez Noya en los JJ.OO. de Londres.

C- Calcular la velocidad media, en km por hora, de Juan en la carrera a pie. (Viceconsejería de Educación, Juventud y Deportes-Comunidad de Madrid, 2014).

#### 1. Introducción

Una vez distribuidos los alumnos en grupos y asignados los roles de secretario y moderador en cada uno de ellos, el profesor hace un breve repaso de los contenidos relativos al problema a todo el grupo clase. Para este problema en el que realizan operaciones con medias de tiempo se recuerdan los conceptos del sistema sexagesimal, así como las nociones básicas de la velocidad. También se mencionan las diferentes fases del modelo de Miguel de Guzmán que deberán desarrollar a continuación.

#### 2. Aplicación del modelo

El secretario reparte un ejemplar del problema a cada miembro del grupo dando comienzo la lectura silenciosa del mismo.

### 2.1. Familiarizarse con la situación

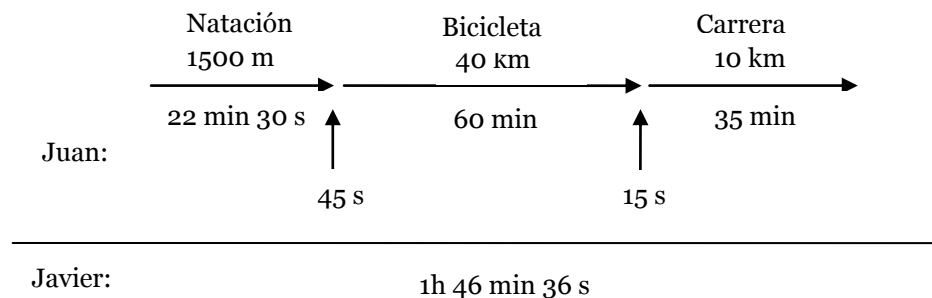
Tras la reflexión individual del problema se realiza una puesta en común en la que se analiza la situación planteada, recogiendo el secretario las conclusiones obtenidas. Se trata de un problema con un enunciado extenso lo que dificulta su comprensión y en el que es necesario operar con medidas de tiempo y de velocidad. Los datos de partida son los tiempos que emplean dos deportistas en una prueba de triatlón. Uno de ellos es el tiempo total y el otro viene descompuesto en los tiempos parciales de cada prueba.

### 2.2. Búsqueda de estrategias

Los alumnos tras contemplar diferentes estrategias que ayuden a la resolución del problema deciden optar por una representación gráfica que facilite su comprensión, siendo el diagrama la más adecuada.

### 2.3. Llevar adelante una estrategia

Uno de los alumnos realiza el diagrama con los datos aportados por el resto del grupo.



Esquema N°2. Diagrama. Fuente: Elaboración propia.

Con este diagrama tenemos más clara la situación que se nos plantea y podemos definir las operaciones necesarias para la resolución del problema.

A- Tiempo total de Juan en horas, minutos y segundos:

$$\left. \begin{aligned}
 22'30'' + 45'' + 60' + 15'' + 35' &= 117'90'' \\
 90'' - 60'' &= 30''
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 118'30'' &\Rightarrow 1 \text{ h } 58 \text{ min } 30 \text{ s} \\
 118' - 60' &= 58'
 \end{aligned}$$

B- Diferencia de tiempo entre Juan y Javier:

$$1 \text{ h } 58'30'' - 1 \text{ h } 46'36'' = 1 \text{ h } 57'90'' - 1 \text{ h } 46'36'' = 11 \text{ min } 54 \text{ s}$$

C- Calcular la velocidad media en Km/h de Juan en la carrera:

$$35' = 35/60 \text{ h}$$

$$\text{Velocidad} = \text{espacio} / \text{tiempo} = 10\text{km} / (35/60\text{h}) = 600/35 \text{ km/h} \implies 17,14 \text{ km/h}$$

#### 2.4. *Revisar el proceso y sacar conclusiones*

Una vez obtenida la solución del problema el grupo recuerda los pasos seguidos para su obtención y se estudia si se puede llegar a la solución desde un modo más sencillo.

El secretario toma nota de los pasos realizados en la ficha de cada problema y se valora si la estrategia adoptada ha sido la más adecuada. Estas reflexiones quedan recogidas del mismo modo.

### 3. *Puesta en común*

Los secretarios de cada grupo exponen a todo la clase la estrategia adoptada, el camino seguido y el resultado obtenido. Se intercambian las experiencias tenidas en cada grupo y se observan las coincidencias que han surgido. Todo este proceso grupal está moderado por el profesor. Los secretarios guardarán la ficha del problema en el fichero común para futuras consultas.

## **6. APORTACIONES DEL TRABAJO**

Una de las aportaciones de este trabajo es detectar, por una parte, las dificultades que presentan los alumnos en el planteamiento de la resolución de los problemas, como queda en evidencia en el estudio de campo y en las pruebas internacionales analizadas, y por otro lado y más importante, que esta dificultad no se intente subsanar con la implantación de modelos que aporten las estrategias adecuadas para resolverlos. El presente trabajo contribuye a poner de relieve la idoneidad de la aplicación del modelo de Miguel de Guzmán a la resolución de problemas.

Del mismo modo la realización de un estudio exhaustivo de las diferentes convocatorias de la prueba CDI, poniendo de manifiesto los bloques de contenidos que son más frecuentes y los tipos de problemas en los que se obtienen peores calificaciones constituye otra de las aportaciones de este trabajo. Hay que considerar el valor, cada vez mayor, que se le está otorgando a dicha prueba, por lo que ésta investigación puede ser de gran ayuda a la hora de preparar a los alumnos para la prueba CDI ya que aporta al docente los datos para incidir en los aspectos en los que presentan más dificultad.

Finalmente la propuesta realizada supone una herramienta metodológica que posibilita y facilita la puesta en marcha en los centros, de la aplicación del modelo de Miguel de Guzmán para la resolución de problemas. Esta metodología eminentemente grupal desarrolla las competencias de lenguaje y expresión necesarias para la exposición de los pasos a seguir y del modo de enfocar los problemas. También desarrolla ampliamente los procesos metacognitivos y la competencia de aprender a aprender que es la base del modelo de Miguel de Guzmán.

## 7. DISCUSION

Al recopilar la legislación educativa vigente para la educación secundaria, ampliamente recogida en el apartado 3.4 del presente trabajo, se puede observar la importancia que la administración educativa viene concediendo a la resolución de problemas matemáticos y que ha quedado patente en sucesivas reglamentaciones, desde la LOMCE hasta la LOE. En la primera de reciente aprobación, en su decreto sobre el currículo de primaria, sitúa la resolución de problemas como un objetivo básico. En la segunda los decretos que la concretan, siguen constatando la importancia que recibe la resolución de problemas en educación secundaria, existiendo además numerosas disposiciones de rango menor en los que se determinan los conocimientos esenciales y se especifican los problemas que deben ser capaces de resolver los alumnos. Sin embargo esa importancia no ha trascendido a la realidad la cual nos depara malos resultados en la resolución de problemas matemáticos.

A pesar de las circunstancias señaladas podemos preguntarnos por qué no se han aplicado medidas correctoras como serían la puesta en marcha de modelos como el de Miguel de Guzmán aquí estudiado y que ha demostrado su idoneidad para resolver esos problemas. Cabría también preguntarse la posibilidad de que estos modelos tuviesen aspectos negativos que diesen lugar a presentar serias objeciones sobre ellos.

Las mayores dificultades que se presentan a la hora de realizar una metodología específica, para la resolución de problemas surgen por parte del profesorado como nos indica Carrillo y Contreras (1997). El papel del profesor que se manifiesta como un factor de máxima importancia en esta metodología, implica un cambio metodológico que les puede crear inseguridades y tener reticencias para su aplicación ya que les obliga a la adopción de nuevos modelos y a ponerse al día sobre su aplicación.

Hay que ser consciente de que el modelo que hemos estudiado como puede verse en su desarrollo y descripción exige que exista por parte de los alumnos una amplia predisposición para colaborar en el proceso, pues como se ha visto son los protagonistas de su aprendizaje. En el caso de que no exista esta colaboración se necesita un esfuerzo extra por parte del profesor para llegar a conseguirla.

Otro de los aspectos que entran en discusión según Carrillo y Contreras (1997) es que a pesar de la bondad de los métodos que desarrollan la enseñanza específica de los problemas, hay que sopesar si la mayor dedicación que requiere su desarrollo



llega a compensar la puesta en práctica de su aplicación. Los autores aconsejan a pesar de todo que se realice su introducción ya que la resolución de problemas se erige como objeto de aprendizaje, como un contenido procedimental aplicable a cualquier situación cotidiana.

## 8. CONCLUSIONES

Como se ha podido observar en el desarrollo del trabajo, los objetivos que inicialmente se establecieron, se han cumplido. Podemos mencionar como conclusiones obtenidas las siguientes:

1. En relación con el primer objetivo específico de *estudiar y presentar las características de la prueba CDI de ESO de Matemáticas*, se concluye resaltando la relevancia que ha alcanzado esta prueba de la Comunidad de Madrid, a lo largo de sus convocatorias. Su estructura no ha cambiado prácticamente a lo largo de los años en los que se ha celebrado. Para los centros educativos se manifiesta como un instrumento de evaluación interna, adquiriendo un carácter orientativo ya que en base a los resultados obtenidos por el centro, se pueden elaborar anualmente planes de mejora. Es destacable la importancia que ha adquirido para los alumnos dado que las calificaciones obtenidas en ella constan en el expediente de cada uno y son tenidas en cuenta a la hora de solicitar becas o premios diversos. Se desconoce si esta prueba va a seguirse celebrando en convocatorias sucesivas al depender de la implantación final de la LOMCE. En cualquier caso se puede señalar la importancia que están recibiendo las pruebas externas a los centros, por la repercusión mediática que obtienen sus resultados y por los cambios educativos que propician.

2. En relación con el segundo objetivo específico de *averiguar y exponer las principales dificultades a las que se enfrentan los alumnos en la resolución de los problemas de la prueba CDI*, se han determinado cuáles son los bloques de contenidos que presentan mayores dificultades, es decir en los que los alumnos han obtenido peores calificaciones y que como se ha visto en el marco teórico son los de *Geometría y Probabilidad y Estadística*. Se ha llegado a esta conclusión debido al estudio realizado sobre las calificaciones obtenidas en las diferentes convocatorias de esta prueba, alcanzándose de esta manera el objetivo propuesto. En este estudio y mediante una agrupación de los contenidos de los problemas en bloques temáticos, se ha podido averiguar en cuales obtienen peores calificaciones. Esta deducción obtenida consideramos que puede ser de gran interés para los docentes que tienen que preparar a los alumnos para esta prueba, ya que se les ofrece datos sobre los problemas en los que presentan más dificultades y sobre los que tienen que incidir más en la preparación de la prueba. Otra de las dificultades que presentan los alumnos en la resolución de problemas es la actitud que adoptan ante ellos en el proceso previo a su resolución. Este hecho queda reflejado en los cuestionarios de

las pruebas internacionales así como en el análisis de campo realizado en este trabajo, en el que se analiza las actitudes tanto psíquicas como estratégicas con las que abordan el problema y muy especialmente la actitud ante una prueba externa como es la prueba CDI.

3. En relación con el tercer objetivo de *analizar y explicar las características del modelo que establece Miguel de Guzmán para la resolución de problemas de matemáticas en Secundaria*, podemos concluir con que el estudio y análisis del modelo ha superado con creces las buenas expectativas que se tenían sobre él al comienzo del trabajo. El estudio y análisis de la biografía del autor nos acerca a una figura científica de primer orden, matemático y humanista que con la aportación de sus teorías sobre cómo pensar y acercarse a los problemas, ha brindado su modelo de resolución de problemas y una aplicación de éste basado en el trabajo cooperativo.

4. Por tanto, podemos concluir que tras haber alcanzado los objetivos anteriormente señalados, el presente trabajo ha sabido armonizar los conocimientos adquiridos sobre la prueba CDI con los fundamentos teóricos del modelo de Miguel de Guzmán, articulando una propuesta didáctica para el tercer curso de la ESO sobre la aplicación del modelo a la resolución de problemas de la prueba CDI. De esta manera se ha logrado una herramienta muy útil para los docentes y para los alumnos y que puede ser implementada en los centros interesados en su aplicación, con lo que podemos afirmar que el objetivo principal de este trabajo, *presentar y fundamentar una adaptación del modelo de Miguel de Guzmán para enseñar a resolver los problemas de la prueba CDI de Secundaria* se ha conseguido.

## **9. LIMITACIONES DEL TRABAJO**

La primera limitación que podemos observar en la realización del trabajo, es la que se deriva de la reducida extensión sobre la que se aplica el estudio de campo. Consideramos que podría ser interesante contrastar los datos obtenidos con una muestra más grande obtenida de varios centros diferentes. La diversidad de la muestra permite confrontar los resultados dependiendo de su titularidad y de la ubicación en la que se encuentran. En el presente trabajo sería interesante contrastar los datos obtenidos con un centro de educación diferenciada masculina, para observar posibles diferencias en los resultados como indican los datos obtenidos en el último informe PISA.

Los datos aportados sobre la visión de la situación desde el punto de vista del profesorado han sido extraídos de una única entrevista y han sido totalmente útiles para la realización del trabajo pero no obstante sería interesante la posibilidad de ampliar la muestra de los profesores enriqueciendo así nuestro estudio.

La implementación de la propuesta didáctica en la realidad sería interesante ya que nos proporcionaría una evaluación de la misma y la posibilidad de incorporar las modificaciones subsiguientes que faciliten su puesta en práctica.

La reciente implantación de la prueba CDI, que se viene celebrando desde 2008, no puede aportar una amplitud de resultados ya que son seis las convocatorias realizadas y de la última no se han publicados los resultados detallados. Esto no ha sido óbice para que no se considere representativa y aceptable la muestra sobre la que se ha trabajado.

## **10. LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS**

1. Una línea de investigación muy interesante sería recoger experiencias de los trabajos que hayan estudiado la resolución de problemas aplicando otros modelos como el de Polya, Mason, Burton y Stacey y la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). La observación de la puesta en práctica de estos modelos nos permitirá contrastarlos con nuestra propuesta y mejorarla con las aportaciones emanadas de su estudio.
2. Sería interesante desarrollar los materiales necesarios para la implementación de este modelo en los centros, partiendo de la elaboración de fichas de recogida de los pasos del problema y con la ayuda de esquemas y gráficos sistematizar los tipos de problemas para facilitar su posterior ordenación y archivo.
3. Otra línea de investigación futura muy atractiva e importante sería aplicar el modelo de Miguel de Guzmán para la prueba CDI de Primaria, tanto es así que podría ser el objeto de un Trabajo Fin de Máster. Además de realizar un estudio exhaustivo de la prueba CDI correspondiente al nivel de primaria, sería necesario realizar una adaptación de las estrategias que propone este modelo a la edad y al desarrollo evolutivo de los alumnos de primaria, ya que el modelo de Miguel de Guzmán está enfocado a alumnos de secundaria y con una edad superior. Las estrategias metodológicas deberían contemplar la capacidad de atención de los alumnos en estas edades y los aspectos organizativos que la tenga en cuenta. Todas estas tareas son importantes y tienen un peso considerable por ir dirigidos a una población de alumnos con gran capacidad para asimilar, desde una edad temprana, hábitos que luego van a poder aplicar en la resolución de problemas matemáticos y en los de la vida cotidiana. Todo esto hace que sea sumamente atrayente como para considerarlo objeto de un Trabajo Fin de Máster.

## 11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### 11.1. Referencias

Contreras, J.C y Carrillo, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción del conocimiento. *Revista Suma*, 24, 21-25.

Gómez, I.M. (1989). Los protocolos de resolución en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Suma*, 3, 55-60.

de Guzmán, M. (2006). *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Madrid: Pirámide.

de Guzmán, M. (2003). *Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas*. Madrid: Anaya.

Decreto 23/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid (29 de mayo de 2008), núm.126, pp.48-139.

Facultad C.C. Matemáticas-Universidad Complutense de Madrid. (2014). *Cátedra UCM Miguel de Guzmán*. Recuperado el 26 de abril de 2014. Disponible en: <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/migueldeguzman/biografia>

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. (5ª ed.). Méjico: Mc Graw Hill.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 de mayo de 2006), núm. 106, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 295, pp.97858-

97921. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2014). *PISA 2012. Resolución de problemas de la vida real*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012-resolucionproblemas/pisa2012cba2web-1-4-2014.pdf?documentId=0901e72b8190478d>

Mullis, V. S., Martin, M. O., Foy, P. y Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. Disponible en: [http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11\\_IR\\_Mathematics\\_Full\\_Book.pdf](http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_Full_Book.pdf)

OCDE (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do - Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. PISA, OECD Publishing. Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf>

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado. Boletín Oficial del Estado (1 de marzo de 2014), núm. 52, pp.19349-19420.

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 de enero de 2007), núm. 5, pp.677-773.

Sandín, M.P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. Madrid: Mc Graw Hill.

Vilaverde, E. (2006). *La entrevista personal*. Madrid: Universidad Internacional de La Rioja.

## 11.2. Bibliografía complementaria

Borrás, E. y Morata, M. (1989). Generación y resolución de problemas: dos ejemplos. *Revista Suma*, 4, 15-20.

Carrasco, J.B. y Calderero, J.F. (2000). *Aprendo a investigar en educación*. Madrid: Rialp.

Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (2001). *Desarrollo psicológico y educación. 2. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza Editorial.

Universidad Internacional de La Rioja (2014a). *Modelos teóricos para la resolución de problemas (Tema 3)*. Documento inédito de la asignatura de “Metodología” del Máster en formación del profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.

Universidad Internacional de La Rioja (2014b). *El trabajo en grupo guiado (Tema 5)*. Documento inédito de la asignatura de “Metodología” del Máster en formación del profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.



## 12. ANEXOS

1. ¿Qué nota media sueles obtener en la asignatura de Matemáticas?
  - Suspenso
  - Aprobado
  - Notable
  - Sobresaliente
  
2. ¿Cuánto tiempo semanal dedicas a la asignatura de Matemáticas fuera del horario escolar?
  - Menos de 2 horas
  - Entre 2-3 horas
  - Más de 4 horas
  
3. ¿Qué te supone una mayor dificultad en la asignatura de Matemáticas?
  - Realizar operaciones y cálculos
  - Estudiar reglas y fórmulas
  - Resolver problemas
  
4. Ante un problema matemático ¿qué actitud sueles adoptar? Puedes señalar varias opciones.
  - Nerviosa
  - Precipitada
  - Intuitiva
  - Reflexiva
  
5. ¿Qué parte de la prueba te ha resultado más difícil?
  - Ejercicios
  - Problemas
  
6. ¿Crees que es necesario dedicar una sesión semanal para preparar específicamente esta prueba?
  - De acuerdo
  - Ni de acuerdo ni en desacuerdo
  - En desacuerdo
  
7. ¿Has utilizado alguna estrategia o modelo para la resolución de problemas de la prueba CDI? En caso afirmativo especifícalo.
  - Sí
  - No
  - Especifica: \_\_\_\_\_