



**Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación**

Trabajo fin de máster

**Enseñanza de Geometría en 3º de ESO
mediante la utilización de *Cabri 3D* para
su aplicación como herramienta didáctica**

Presentado por: Oihane Colomo Gurbindo
Línea de investigación: Métodos pedagógicos (Matemáticas)
Recursos Didácticos (TIC)
Director/a: Pedro Aurelio Viñuela Villa
Ciudad: Pamplona
Fecha: 5 de junio de 2014

RESUMEN

El presente Trabajo fin de Máster pretende presentar una propuesta didáctica para enseñar el bloque de Geometría en la asignatura de Matemáticas en el aula de 3º de la ESO, mediante la utilización del software *Cabri 3D*. Mediante esta propuesta se pretende que los alumnos se apoyen en el uso del software *Cabri 3D* para construir y relacionar las distintas figuras geométricas. Por este motivo se ha comenzado realizando una revisión bibliográfica para establecer el marco teórico. Para ello se han consultado varios artículos, informes y libros relacionados con las dificultades de aprendizaje de los alumnos en geometría, dentro de la asignatura de matemáticas. Estas dificultades han llevado a investigar un nuevo rumbo en la metodología basada en las TIC, concretamente en el software de geometría dinámica *Cabri 3D*. Posteriormente se ha llevado a cabo un estudio de campo en el que se han realizado varios cuestionarios a profesores de matemáticas del segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria, ubicados en el centro concertado *Lizarra Ikastola* de Estella (Navarra) y el centro público *IESO de Berriozar* (Navarra). Para finalizar el trabajo, se han propuesto diversas actividades basados en figuras volumétricas mediante el empleo de *Cabri 3D* que se han llevado a cabo en el aula de 3º de la ESO. La principal conclusión de este trabajo es que se requiere un cambio de metodología en el bloque de geometría mediante el uso de las TIC, utilizando esta propuesta didáctica como recurso para el curso de 3º de la ESO. Como posibles vías de investigación futuras, la propuesta práctica puede servir para mejorar la metodología en el aula mediante el uso de *Cabri 3D*.

Palabras clave: matemáticas, geometría, dificultades de aprendizaje, TIC, *Cabri 3D*

ABSTRACT

The main purpose of this document is to present a didactical proposal in order to use the digital software *Cabri 3D* as an educational resource to teach Geometry in a Mathematics class with students in the third year of ESO. With this proposal, students support in the use of *Cabri 3D* software to construct and link different geometrical figures. The troubles found by students in Mathematics and Geometry have been studied in several articles, reports and books. These difficulties have led to investigate a new course of the teaching methodology based on ICTs, specifically in the *Cabri 3D* dynamic geometry software. In the second part of the document, there can be found several surveys made to Mathematics teachers from second cycle of secondary education, located in the centers *Ikastola Lizarra* in Estella (Navarra) and in *IESO Berriozar* (Navarra). At last, all this knowledge is used to develop the didactical proposal. Some activities about volumetric figures with *Cabri 3D* have been also proposed and executed by students. The main conclusion of this work is that new attitudes toward Mathematics and Geometry and new methodologies involving the use of ICT are needed. As a possible future research path, the didactical proposal can serve to improve the methodology in the classroom through the use of *Cabri 3D*.

Keywords: mathematics, geometry, learning difficulties, ICT, *Cabri 3D*

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. PLANTEAMIENTO DE PROBLEMA	7
2.1. Definición de problema	7
2.2. Objetivos.....	7
2.3. Metodología.....	8
2.3.1. Fases de la elaboración del trabajo.....	9
2.4. Justificación de la bibliografía utilizada	10
3. MARCO TEÓRICO	13
3.1. Estudios sobre las matemáticas	13
3.1.1. Informe PISA	13
3.2. Marco legal	15
3.2.1. Ley Orgánica de Educación (LOE).....	16
3.2.2. Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).....	16
3.2.3. Real Decreto 1631/2006 del 29 de diciembre	17
3.2.4. Decreto Foral 25/2007, del 19 de marzo.....	17
3.3. Geometría en 3º de la ESO	18
3.3.1. Contenidos y criterios de evaluación de geometría.....	18
3.3.2. Dificultades en el aprendizaje de geometría	19
3.3.3. Recursos didácticos en geometría: software de geometría dinámica.	20
3.4. Cabri 3D.....	21
3.4.1. Principales características de Cabri 3D.....	22
3.4.3. Cabri 3D para enseñanza de la geometría	23
4. ESTUDIO DE CAMPO	25
4.1. Introducción	25
4.2. Marco contextual	25
4.3. Metodología	26
4.4. Análisis de los resultados obtenidos	28
4.4.1. Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente a la asignatura de Matemáticas.....	29
4.4.2. Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente al bloque de geometría, conocidas por los docentes	31
4.4.3. Cambio en la metodología de geometría. Pensamiento hacia nuevos recursos didácticos	32
4.4.4. Empleo de las TIC en el aula, en particular el software de geometría dinámica Cabri 3D	34
4.5. Interpretación global de los resultados	36
5. PROPUESTA DIDÁCTICA	38
5.1. Introducción	38
5.2. Objetivos	38
5.2.1. Objetivos curriculares	38
5.2.2. Objetivos específicos de la metodología.....	39
5.4.1. Recursos didácticos	40
5.4.2. Actividades.....	41
5.5.1. Sesión Nº 5	43
5.5.2. Sesión Nº 8.....	47
6. APORTACIONES DEL TRABAJO	51
7. DISCUSIÓN	52

8. CONCLUSIONES.....	53
9. LIMITACIONES DEL TRABAJO	55
10. LÍNEAS DE INVESTIGACIONES FUTURAS.....	56
11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
9.1. Referencias.....	57
9.2. Bibliografía complementaria	59
12. ANEXOS	60
12.1. Anexo N°1. Cuestionario	60
12.2. Anexo N°2. Ejercicios del bloque de geometría	63

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro N° 1. Criterios de evaluación del bloque de geometría de Matemáticas de 3º de ESO.	20
Cuadro N° 2. Contenidos del bloque de geometría de Matemáticas de 3º de ESO.	21
Cuadro N° 3. Habilidades específicas a desarrollar en la enseñanza de la Geometría.	22
Cuadro N° 4. Características de <i>Cabri 3D</i> para profesor y alumnos	24
Cuadro N° 5. Herramientas disponibles en los iconos de <i>Cabri 3D</i>	26
Cuadro N° 6. Resumen del cuestionario con opciones y justificación.....	29-30
Cuadro N° 7. Contenidos y objetivos curriculares de la propuesta didáctica	40
Cuadro N° 8. Objetivos específicos de la metodología.....	40
Cuadro N° 9. Competencias básicas y su forma de contribución a su desarrollo en la propuesta didáctica	41
Cuadro N° 10. Descripción de la elaboración de la propuesta didáctica	43
Cuadro N° 11. Recursos y objetivos de la sesión N° 5	44
Cuadro N° 11. Recursos y objetivos de la sesión N° 8	47

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica N° 1. Resultados del Informe PISA 2012 por Comunidades Autónomas.	16
Gráfica N° 2. Resultados del Informe PISA 2009 por Comunidades Autónomas	16
Gráfica N° 3. Dificultades de aprendizaje en Matemáticas.....	31
Gráfica N° 4. Principales dificultades en el área de Geometría.	32
Gráfica N° 5. Problemas más reales a los que se enfrentan los alumnos en geometría.	33
Gráfica N° 6. Contenidos del área de Geometría de 3º de la ESO que supone mayor dificultad para los alumnos.	33
Gráfica N° 7. Recursos didácticos que más se emplean en la enseñanza de geometría.	34
Gráfica N° 8. Estrategias de aprendizaje más aplicadas para enseñar geometría.....	35
Gráfica N° 9. Consideraciones sobre un cambio en la metodología actual para geometría..	35
Gráfica N° 10. Uso de las TIC en el aula para facilitar el aprendizaje de geometría.....	36
Gráfica N° 11. Conocimiento sobre el software de geometría dinámica <i>Cabri 3D</i>	37

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura N° 1. Barra de herramientas desde las que se accede a las herramientas principales.	25
Figura N° 2. Construcción de un prisma hexagonal mediante <i>Cabri 3D</i>	45
Figura N° 3. Construcción de una pirámide de base cuadrada mediante <i>Cabri 3D</i>	46
Figura N° 4. Desarrollo de una pirámide de base cuadrada.	46
Figura N° 5. Construcción de un cilindro mediante <i>Cabri 3D</i>	47
Figura N° 6. Construcción del triángulo indicador para la realización del cono de revolución en <i>Cabri 3D</i>	48
Figura N° 7. Construcción del cono de revolución en <i>Cabri 3D</i>	48
Figura N° 8. Construcción de una esfera mediante <i>Cabri 3D</i>	49

1. INTRODUCCIÓN

El currículo de Matemáticas tiene especiales complicaciones para los alumnos de educación secundaria. Este hecho queda reflejado en el informe PISA 2012, al igual que en los informes de los años anteriores. Pues España se sitúa con una puntuación de 484 frente a los 500 en los que se encuentra el promedio de la OCDE. Es la razón por la que ha surgido la investigación del presente trabajo.

En la actualidad, la LOMCE ha sido aprobada para mejorar la calidad educativa española. Entre sus objetivos está la mejora de dichos resultados internacionales, por lo que se ha decidido aumentar las horas lectivas de la asignatura de Matemáticas. Habrá que esperar a los próximos resultados de PISA para verificar una mejora en Matemáticas.

Según el informe PISA, estos pésimos resultados en matemáticas empeoran concretamente con el bloque de Geometría, donde la mayoría de los alumnos presenta grandes dificultades. Este problema viene dado por la falta de comprensión de los objetos, la falta de visualización de los objetos y la carencia de argumentaciones geométricas.

La Geometría ha sido considerada como uno de los pilares de formación académica y cultural del hombre, dada su aplicación en diversos contextos. Es parte fundamental de la cultura del hombre. La contribución en el desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, deducir mediante la razón y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración (Jones, 2002).

Es por ello que el aprendizaje de geometría se considera imprescindible. Sin embargo, además de los problemas sobre el aprendizaje de geometría, existen más argumentos que hacen que sea más difícil su aprendizaje. Hoy en día, la geometría se desplaza a la última etapa del curso, por lo que los docentes le dedican menos horas que al resto, como es el caso del bloque de álgebra. En referencia al curso de 3º de la ESO, los alumnos deberían tener conocimientos suficientes para desenvolverse en la resolución de problemas geométricos. Sin embargo, la mayoría de los jóvenes no tienen la base suficiente necesaria para esta práctica.

En cuanto a los profesores de matemáticas, varios estudios evidencian que los docentes desconocen los aspectos disciplinares y la importancia de la geometría, por lo que tienden a no enseñar geometría (Báez & Iglesias, 2007). De acuerdo con Barrante & Blanco (2006), queda reflejada la pobre formación en geometría que ha tenido la mayoría de los profesores jóvenes, tanto en primaria como en secundaria.

Del mismo modo, otro problema en la enseñanza de la geometría son los recursos didácticos empleados. Ya que la mayoría de los docentes utilizan la pizarra tradicional, libros de texto y fichas de actividades. Esto no ayuda a aclarar los conceptos geométricos, además de que estos recursos influyen en los alumnos negativamente.

Como comenta Lastra (2005), dentro de asignaturas del área matemática, podríamos citar como un tipo de ambiente de aprendizaje, aquel en donde se utiliza la tecnología para el desarrollo de la misma, ya que los recursos informáticos han sido un apoyo significativo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Como señala Adell (2007), se debe replantear el rol del docente, así mismo como el del alumno quienes deberán de participar de una manera más activa en su proceso de aprendizaje al utilizar entornos tecnológicos.

De acuerdo con esto, es evidente que con el paso del tiempo es necesario un cambio metodológico en la enseñanza educativa, concretamente en la enseñanza de geometría de la educación secundaria. En este sentido, el uso de programas de geometría dinámica es un nuevo recurso tecnológico y didáctico que puede solucionar o mejorar el presente problema en la enseñanza de geometría. Es por ello que el uso del software *Cabri 3D* como apoyo de herramienta didáctica puede significar un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje de geometría.

2. PLANTEAMIENTO DE PROBLEMA

2.1. Definición de problema

Tal y como queda expuesto anteriormente, las matemáticas son una de las mayores dificultades a las que los alumnos se enfrentan a lo largo de su escolarización. Como más adelante se señalará, en particular la geometría es una de las áreas de contenidos que peores resultados da en los estudios realizados. Los problemas más frecuentes son la carencia de visualización en el espacio, la dificultad de la aplicación de fórmulas y la falta de razonamiento geométrica. Por tanto, estas cuestiones hacen que se planteen varias preguntas: ¿Es posible solventar este problema? ¿Puede haber alternativas que posibiliten mejorar los resultados obtenidos?

El concreto, el área de geometría en 3º de la ESO presenta múltiples dificultades pues los alumnos deben enfrentarse a la geometría espacial. Tras la realización de diferentes metodologías de trabajo para la asignatura, y en concreto para el bloque de geometría, existen varias cuestiones que se pretenden aclarar: ¿Cómo pueden los estudiantes desarrollar su capacidad de visualización espacial? ¿Qué herramientas existen para mejorar esta carencia?

En este sentido, se ha buscado una alternativa como recurso didáctico para 3º de la ESO: el uso de las TIC como metodología idónea, en concreto el software de geometría dinámica *Cabri 3D*. Este programa informático tiene como finalidad la construcción de figuras geométricas, así como la relación y el cálculo de las mismas. Mediante este trabajo se quiere responder a las siguientes preguntas: ¿son los programas de geometría dinámica útiles para la enseñanza de geometría en 3º de la ESO?, ¿puede *Cabri* mejorar la adquisición de habilidades espaciales?

En cuanto a los docentes, existe otro problema que está presente en la asignatura de matemáticas, debido a las dificultades que geometría ofrece a la hora de impartir la clase. ¿Es consciente el profesor de las dificultades que el bloque de geometría acarrea?, ¿es necesario plantear una nueva metodología en el aprendizaje de contenidos geométricos mediante el uso de las TIC?

El presente trabajo va a tratar de profundizar en estos aspectos del aprendizaje de geometría, buscando alternativas para disminuir los problemas descritos.

2.2. Objetivos

El objetivo principal del presente trabajo es:

Proponer y fundamentar una metodología didáctica para enseñar Geometría en 3º de la ESO, basada en la aplicación del software Cabri 3D como herramienta didáctica.

Por otra parte, en el siguiente apartado se enuncian los objetivos específicos para el desarrollo de la investigación:

1. Estudiar la situación actual de la enseñanza de las matemáticas en 3º de la ESO para un consiguiente cambio de metodología para su aprendizaje.
2. Investigar y analizar las principales dificultades que enfrentan los alumnos en el aprendizaje de Geometría en el tercer ciclo de la ESO.
3. Averiguar los programas de geometría dinámica para la Educación Secundaria Obligatoria, y más en concreto para el bloque de geometría del tercer curso.
4. Investigar y exponer las principales características y las ventajas del programa *Cabri 3D* para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.
5. Realizar y exponer un estudio de campo para recabar información relativa al uso de *Cabri 3D* por parte de los docentes de los centros educativos *Lizarra Ikastola* y el *IESO de Berriozar*.

2.3. Metodología

La metodología específica del trabajo es el resultado de combinar y complementar una investigación bibliográfica y un estudio de campo.

La ejecución de la investigación bibliográfica se ha hecho en bibliotecas públicas cercanas, como la biblioteca municipal de Pamplona o la Universidad Pública de Navarra, mediante diversos artículos y libros. Además de esta búsqueda, se ha consultado información a través de internet en *Dialnet*, *biblioteca de la UNIR* y *Google Académico*, analizando y seleccionando la información más relevante de autores de conocido reconocimiento para la temática estudiada. Para ello, el listado bibliográfico inicial se ha ido ampliando a medida que se han investigado más obras de información relevante para la elaboración del trabajo. En primer lugar se ha investigado la situación actual de las matemáticas en informes internacionales. Después se ha analizado la normativa educativa actual de las matemáticas de 3º de la ESO. Luego, se han analizado las dificultades en la enseñanza de geometría. Por último, se ha realizado una investigación del programa *Cabri 3D*, analizando sus principales características.

En el estudio de campo se ha realizado una serie de encuestas a varios alumnos y docentes de los centros Lizarra Ikastola y IESO de Berriozar (Navarra) con la finalidad de conseguir datos reales para confirmar el problema del que aborda el trabajo. En las encuestas se plantean cuestiones sobre las dificultades de los alumnos a la hora de enfrentarse a las matemáticas, y a la geometría en concreto, además del planteamiento de cuestiones sobre el uso del software en geometría dinámica. La elección de los centros tiene que ver con la cercanía de su ubicación, la familiaridad con esos centros y con sus docentes de matemáticas. Dichos cuestionarios fueron enviados por correo electrónico a los centros, tras informar a los docentes del motivo de las encuestas.

2.3.1. Fases de la elaboración del trabajo

La elaboración del trabajo se divide en las siguientes fases:

1) Primera fase: Inicio del marco teórico, informes internacionales y estudio del marco legal.

En esta primera fase, se ha hecho un estudio sobre los conocimientos reales de los alumnos en la asignatura de matemáticas. Para ello se han estudiado informes internacionales como el informe PISA del año 2012. También se ha realizado un estudio sobre el currículo de matemáticas, en concreto de geometría en 3º de ESO. Para ello se han investigado la LOE, la LOMCE, el Real Decreto 1631/2006 y el Decreto Foral 25/2007 de Navarra.

2) Segunda fase: Finalización del marco teórico, estudio de las dificultades de aprendizaje de geometría y del uso de las TIC en educación.

La siguiente fase una vez profundizado en los informes internacionales y en el marco legal, se han estudiado las dificultades que se encuentran a la hora de aprender geometría en el segundo ciclo de la ESO y también el uso de las TIC en la práctica docente. Para ello se han consultado diferentes artículos de internet, entre otras mediante *Dialnet*, y libros de bibliotecas públicas de Pamplona. Mediante esta consulta se ha analizado una gran cantidad de información de autores de prestigio en la didáctica de las matemáticas, y otros artículos sobre el empleo de las TIC en el aula.

3) Tercera fase: Estudio en profundidad sobre el uso del software de geometría dinámica Cabri 3D.

En esta tercera fase se ha profundizado en el uso de Cabri 3D, escogida dentro de los múltiples recursos didácticos, entre las diferentes TIC. Se ha estudiado su uso, sus características y su aplicación en geometría, dentro de la práctica docente.

4) Cuarta fase: Estudio de campo.

Para complementar la información obtenida en el marco teórico, se ha realizado esta cuarta fase. Se ha conseguido información de 8 docentes de matemáticas de dos centros, para la que se han realizado varios cuestionarios enviados vía email. En estos cuestionarios se han consultado los problemas a los que los alumnos se enfrentan en matemáticas, en particular en el bloque de geometría. Dicho cuestionario también incluye preguntas sobre el uso de las TIC en el aula, donde en particular se han hecho cuestiones sobre el uso de software en geometría dinámica.

5) Propuesta didáctica.

Para finalizar, la última fase del trabajo ha tratado de la realización de una propuesta didáctica donde se elaboran actividades mediante el uso del software de geometría dinámica *Cabri 3D*, para los alumnos de 3º de la ESO. La finalidad es que mediante este recurso, los alumnos comprendan mejor los conceptos, ya que el software empleado ayuda a mejorar la visión de las figuras geométricas en el espacio. *Cabri 3D* sirve de ayuda para la construcción de figuras.

2.4. Justificación de la bibliografía utilizada

Para el desarrollo y redacción del presente trabajo se ha empleado bibliografía relacionada con cada uno de los objetivos propuestos en el trabajo. Para ello se ha consultado información relacionada con las dificultades encontradas en la enseñanza de matemáticas, y en particular en la enseñanza de geometría. Además, se ha recopilado información sobre el uso del software en geometría dinámica en el aula. Y en concreto se ha hecho un análisis sobre el software *Cabri 3D*.

Para la elaboración del estudio sobre la situación global de informes oficiales recientes, se ha consultado el informe internacional PISA 2012, elaborado por diferentes organismos nacionales e internacionales oficiales. También se ha hecho una consulta de informes de otros años y distribuidos por comunidades autónomas, con la finalidad de conseguir información más amplia y detallada.

Para la realización del marco legal se ha tenido en cuenta por una parte la normativa estatal, y por otra la normativa autonómica de la Comunidad Foral de Navarra. Para ello, se han consultado las siguientes referencias: Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo,

de Educación (BOE, núm. 106, 2006), el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre por el que se establecen las enseñanzas mínimas para la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, núm. 5, 2007) y el Decreto Foral 27/2007 de 29 de marzo (BON, núm. 65, 2007). Por otro lado, se ha realizado un breve análisis sobre la nueva Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), aprobada el 17 de mayo del 2013.

Para estudiar la enseñanza de la geometría en educación secundaria se ha hecho una investigación de varios autores. Para empezar, se ha estudiado la tesis de Jones (2002), que habla sobre la importancia de la geometría tanto en la vida real como su importancia en el currículo de matemáticas.

Por su parte, García y Escudero (2008) en su libro *Materiales para apoyar la práctica educativa* destacan la relevancia que se le da a la enseñanza de la geometría en la educación. Dedican una parte a señalar los problemas que existen en la enseñanza de la geometría. Además, describen los consejos y actividades que los docentes deberían tomar como guía para el correcto proceso de enseñanza aprendizaje. Siguiendo con este tema, Báez & Iglesias (2007) hablan sobre la perspectiva de los estudiantes de la geometría. Ellos tratan los problemas existentes en la enseñanza de la geometría. En cuanto al autor Holffer (1981), hace un estudio sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje por parte del profesor en un aula de Secundaria de un instituto de Shangai. La finalidad es ver los resultados de dicho estudio.

Por otro lado, se ha investigado la publicación Lorenzo J. Blanco y Manuel Barrantes (2003), cuyo título es *Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje*. Esta publicación ha sido considerada en el trabajo, porque ofrece una visión actual de los docentes a la hora de impartir geometría. Por último, en cuanto a geometría, se ha estudiado al autor Florencio Villarroya (1994), con el libro *El empleo de materiales en la enseñanza geométrica*. Debido al problema existente en la enseñanza de geometría, este libro ofrece una alternativa para mejorar el aprendizaje de los alumnos, mediante la manipulación de objetos para su utilización en geometría.

A la hora de hacer la consulta sobre el uso de las nuevas tecnologías en el aula, se ha estudiado la tesis realizada por Lastra (2005), con el título *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. Contiene citas interesantes sobre la necesidad de una nueva metodología didáctica. También se ha hecho referencia a *Tendencias en educación en la sociedad de las tecnologías de la información*, cuya autora es Adell (1997). Trata de la evolución de las nuevas tecnologías, para después hacer un estudio en su aplicación a la educación.

Por su parte, Manuel Area (2005) hace una investigación sobre la influencia de las TIC en la educación, en la revista *Las tecnologías de la información y comunicación en el sistema escolar*. Y concluye que no se pueden aplicar buenas a primeras en el aula, sino que su implantación debe ir paulatinamente. Tras esta investigación, Manuel Area (2008) realizó un estudio sobre el uso de las TIC en el aula, que se ha cogido como referencia para el presente trabajo, cuyo título es *Innovación Pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales*.

Además de ello, se ha analizado el impacto que las nuevas tecnologías han tenido en la educación, de la mano del grupo Ramboll Management (2012).

Para finalizar, se ha investigado el software de geometría dinámica *Cabri 3D*. Para ello, se ha conocido la opinión de varios docentes que han usado el software en el aula.

Por su parte, Bazzinni & Morselli (2007) en su tesis hacen referencia a la geometría dinámica entre las que destaca el programa *Cabri 3D* como apoyo para el docente. También habla sobre *Cabri 3D* Hugot (2005), en su memoria para la *Université Joseph Fourier Grenoble I*. Él hace dos estudios sobre el uso del software, en los que compara *Cabri 3D* con otros software en geometría dinámica y hace pruebas de construcciones de figuras, mediante el programa mencionado. Para finalizar, la tesis de Molero y Salvador (s.f.), trata de la necesidad de las nuevas tecnologías en el aula. Entre ellas, destacan *Cabri 3D* como apoyo para la enseñanza de la geometría.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Estudios sobre las matemáticas

3.1.1. Informe PISA

En este apartado se van a analizar los estudios realizados durante los últimos años sobre los resultados de los alumnos en Matemáticas, a nivel mundial.

El Programa para la Evaluación Internacional (PISA: Programme for International Student Assessment) es un estudio realizado por la OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico). Este informe sirve para evaluar la adquisición de los conocimientos y habilidades necesarias para la participación acabada en sociedades modernas en alumnos de 15 años. En ella se evalúan las competencias consideradas más importantes: la competencia de comprensión lectora, competencia matemática y competencia científica.

Con el fin de poder identificar los factores asociados a los resultados educativos, además de las pruebas de conocimiento y competencias sobre las materias señaladas, en el informe PISA también se recoge información sobre el origen social, el contexto de aprendizaje y la organización de la enseñanza, para así, poder identificar los factores asociados a los resultados educativos.

Al analizar los resultados en matemáticas del informe PISA de 2012, se puede observar que el rendimiento educativo de España está por debajo de la media de la OCDE, ya que el promedio está fijado en 500 puntos. España se sitúa con una puntuación media de 484 puntos, entre los puestos 31 y 36 de los 65 países que participaron en la evaluación PISA 2012.

En la evaluación del año 2003, los alumnos de 15 años también obtuvieron una puntuación de 485 puntos. Por tanto, se puede observar que el rendimiento en matemáticas se ha mantenido estable entre 2003 y 2012 (disminuyendo de 485 a 484 puntos, lo cual no supone un cambio significativo).

En la gráfica N°1 se muestran los resultados del informe PISA 2012, mostrando los puntos obtenidos por Comunidades Autónomas.

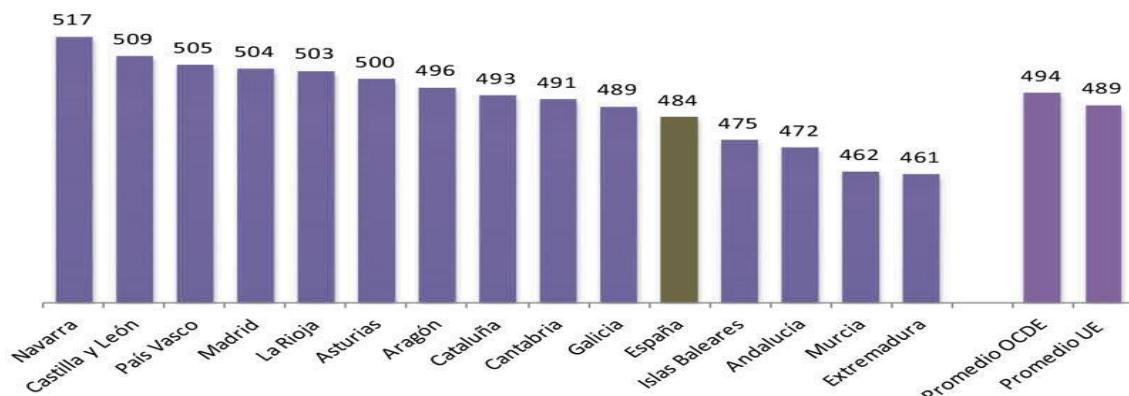


Gráfico N°1. Resultados del Informe PISA 2012 por Comunidades Autónomas. Fuente: Elaboración propia a partir de OCDE/PISA (2012).

Tal y como se ha comentado, los resultados de España en Matemáticas están por debajo de la media de OCDE. De todas maneras, la Comunidad Foral de Navarra (517), Castilla y León (509) y País Vasco (505) presentan los mejores resultados, los cuales se sitúan por encima del promedio de la OCDE (494).

A continuación se muestran los resultados obtenidos en años anteriores en el informe PISA, también mostrando los resultados distribuidos por Comunidades Autónomas:



Gráfico N°2. Resultados del Informe PISA 2009 por Comunidades Autónomas. Fuente: Elaboración propia a partir de OCDE (2003).

Tal y como se puede apreciar, haciendo una comparación entre los años 2006, 2009 y 2012, las Comunidades Autónomas de España presentan unos resultados similares. Es decir, que seis años atrás, los resultados obtenidos eran similares, estando en primeros puestos Castilla y León, Navarra y País Vasco.

Dentro de la competencia matemática, se va a realizar una comparación entre las cuatro áreas de contenido que se evalúan, para ver el nivel del área relacionada con la geometría. Las cuatro áreas son: Cantidad (Aritmética), Incertidumbre y datos (Estadística), Cambio y relaciones (Álgebra) y Espacio y forma (Geometría).

A la hora de hacer la comparación, se observa que los alumnos obtienen mejores resultados en Cantidad (7 puntos por encima de su puntuación media de España en matemáticas); en el área de contenidos Incertidumbre y datos, los resultados fueron similares (2 puntos por encima). En cambio, en el área Cambio y relaciones la media del alumnado se quedó 3 puntos por debajo de la media. Y todavía peores resultados se obtuvieron en el área Espacio y forma (7 puntos por debajo).

En cuanto al análisis de datos del informe PISA en el año 2003, se observa que los datos son similares, ya que los alumnos obtuvieron puntuaciones más bajas en las áreas de Espacio y forma y Cambio y relaciones. Al igual que en el último informe del año 2012, entre estas dos áreas, destacó la baja puntuación del área Espacio y forma.

Como conclusión de los informes estudiados, se puede destacar en la competencia Matemática, el nivel es más bajo comparando con el resto de los países de la OCDE. En especial donde mayores dificultades se perciben son en los problemas de Geometría, que tienen que ver con el área espacio y forma.

3.2. Marco legal

El marco legal es necesario para entender las necesidades educativas de la Educación Secundaria Obligatoria. Debido al tema de este trabajo, se analizará la legislación educativa vigente referida a las matemáticas y el uso de las TIC en matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria. Para ello, la ley vigente es la LOE, por lo que se marcarán los principales objetivos de esta ley, además de destacar las características más importantes de la LOMCE, futura ley que aún no ha entrado en vigor.

Navarra es el lugar donde se ha realizado el presente trabajo, por lo que se aplicarán el Real Decreto 1631/2006 y el Decreto Foral 25/2007, que es el Real Decreto aplicado en la Comunidad Foral de Navarra.

3.2.1. Ley Orgánica de Educación (LOE)

El principal objetivo de la Ley Orgánica 2/2006, 3 de mayo, de Educación fue la mejora educativa, debido a los malos resultados obtenidos hasta el momento, en los estudios internacionales. Para lograr estos objetivos, la LOE se basa en tres principios fundamentales.

Por una parte, proporcionar a todos el alumnado una educación de calidad en todos los niveles, independientemente de sus condiciones y circunstancias. El segundo principio trata de la equidad, de la igualdad de oportunidades para todos y todas, sin tener en cuenta las diferencias culturales, económicas, sociales y las discapacidades. El tercer principio fundamental de la LOE trata del compromiso de preparar a los alumnos para convivir en una sociedad del conocimiento.

En cuanto al currículo, la ley dice: “Se entiende por currículo el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley” (BOE núm. 106, 2006, p. 17166).

3.2.2. Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)

La LOMCE fue aprobada el 28 de noviembre de 2013, con la intención de mejorar la calidad educativa actual, por el abandono escolar y por los pésimos resultados obtenidos en los informes internacionales realizados hasta el momento.

El mayor de los cambios es el cambio de competencias en materia educativa de las comunidades autónomas. A partir de la LOMCE, el Gobierno de España podrá fijar el 75% de los contenidos de las enseñanzas mínimas del currículo, exceptuando las comunidades autónomas que tengan un idioma cooficial (entre los que entran Navarra y el País Vasco). En estas comunidades el gobierno podrá fijar el 65% de los contenidos.

Debido a los pésimos resultados en Matemáticas analizados anteriormente, esta reforma pretende fortalecer la asignatura. Por un lado, se aumentarán las horas lectivas de Matemáticas en toda la ESO; en 4º de la ESO se eliminarán las opciones A y B de matemáticas. Por otro lado, en Bachillerato será obligatorio cursar Matemáticas en la modalidad de Ciencias Sociales.

3.2.3. Real Decreto 1631/2006 del 29 de diciembre

El Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, establece las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. El presente documento presta especial atención a las competencias básicas.

Dentro del Real Decreto, las competencias que destacan para analizar el presente trabajo son la competencia matemática y la competencia del tratamiento de la información y competencia digital. La competencia matemática según el Real Decreto 1631/2006:

Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. (BOE, núm. 5, 2006, pp. 686-687).

Según el Real Decreto 1631/2006 del 29 de diciembre, la competencia en tratamiento de la información y competencia digital queda reflejada de la siguiente forma en:

La competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas a medida que van apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos. (BOE, núm. 5, 2006, p. 688).

El Anexo II del documento informa de los contenidos y criterios de evaluación de cada curso dentro de la asignatura de matemáticas. La asignatura de matemáticas se divide en 6 bloques: Contenidos comunes, Números, Álgebra, Geometría, Funciones y gráficas y Estadísticas y probabilidad. El bloque de Geometría es el número 4.

3.2.4. Decreto Foral 25/2007, del 19 de marzo

El documento Decreto Foral 25/2007, del 19 de marzo, hace referencia al currículo de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra. La definición para las competencias básicas según el Decreto Foral es similar al del Real Decreto 1631/2006, y es la siguiente:

La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. De ahí su carácter básico. Son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida. (BON, núm. 65, 2007, p. 14).

3.3. Geometría en 3º de la ESO

Este apartado está dedicado a la enseñanza de geometría en 3º de la ESO, donde se van a analizar los contenidos del bloque y su relación con las competencias básicas, relevantes para este trabajo. También se investigarán las dificultades que encuentran los alumnos en el aprendizaje de la geometría, confirmados por el informe PISA 2012.

3.3.1. Contenidos y criterios de evaluación de geometría

A continuación se ofrece el cuadro que resume los criterios de evaluación regulados por el Real Decreto y el Decreto Foral para el curso de 3º de la ESO en el bloque de geometría dentro de la asignatura de Matemáticas. Las diferencias entre los dos decretos son insignificantes.

Cuadro Nº 1. Criterios de evaluación del bloque de geometría de Matemáticas de 3º de ESO.

Real Decreto 1631/2006	Decreto Foral 27/2007
4.- Reconocer las transformaciones que llevan de una figura geométrica a otra mediante los movimientos en el plano y utilizar dichos movimientos para crear sus propias composiciones y analizar, desde un punto de vista geométrico, diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. Con este criterio se pretende valorar la comprensión de los movimientos en el plano, para que puedan ser utilizados como un recurso más de análisis en una formación natural o en una creación artística. El reconocimiento de los movimientos lleva consigo la identificación de sus elementos característicos: ejes de simetría, centro y amplitud de giro, etc. Igualmente los lugares geométricos se reconocerán por sus propiedades, no por su expresión algebraica. Se trata de evaluar, además, la creatividad y capacidad para manipular objetos y componer movimientos para generar creaciones propias.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Obtener las características de un poliedro. En particular, comprobar la fórmula de Euler. 2. Nombrar los distintos tipos de prismas y pirámides y sus características. 3. Calcular medidas de elementos de poliedros mediante el teorema de Pitágoras. 4. Hallar áreas y volúmenes de poliedros. 5. Estudiar planos de simetría y ejes de rotación en poliedros. 6. Representar e identificar cuerpos de revolución. 7. Calcular el área y volumen de los cuerpos de revolución. 8. Hallar los elementos de simetría de cuerpos de revolución.

Nota: Criterios de del bloque de geometría de Matemáticas de 3º de ESO. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006 (BOE, núm. 5, 2006, p. 757) y Decreto Foral 27/2007 (BON, núm. 65, 2007, p. 124).

Los contenidos de geometría de la asignatura de Matemáticas son los siguientes, tanto para el Real Decreto 1631/2006, como para el Decreto Foral 25/2007:

Cuadro Nº 2. Contenidos del bloque de geometría de Matemáticas de 3º de ESO.

Real Decreto 1631/2006

- Determinación de figuras a partir de ciertas propiedades. Lugar geométrico.
- Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras a la resolución de problemas geométricos y del medio físico.
- Traslaciones, simetrías y giros en el plano. Elementos invariantes de cada movimiento.
- Uso de los movimientos para el análisis y representación de figuras y configuraciones geométricas.
- Planos de simetría en los poliedros.
- Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza, en el arte y en otras construcciones humanas.
- Coordenadas geográficas y husos horarios. Interpretación de mapas y resolución de problemas asociados.

Nota: Contenidos del bloque de geometría de Matemáticas de 3º de ESO. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006 (BOE, núm. 5, 2006, p. 756).

3.3.2. Dificultades en el aprendizaje de geometría

Tal y como se señala en los informes, la enseñanza de geometría, junto con el bloque de álgebra, es el área en el que más dificultades tienen los alumnos de Educación Secundaria, dentro de la asignatura de Matemáticas. Tal y como indican García Peña y López Escudero (2008), la Geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento, la parte de las Matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Sin embargo, a su vez la geometría requiere rigor, abstracción y generalidad. En este proceso es donde los alumnos encuentran mayores dificultades.

Por su parte, Hugot (2005) analiza los problemas que los alumnos tienen con la geometría, entre los que menciona: el problema ligado a los movimientos del punto de vista y de los objetos en el espacio y el problema ligado a las representaciones.

El bloque de geometría está muy unido a la realidad, a los objetos de la realidad. Tal y como señala Villarroya (1994):

La Geometría es una de las mejores oportunidades que existen para aprender a matematizar la realidad. Los descubrimientos realizados por uno mismo, con las propias manos y con los propios ojos, son más convincentes y sorprendentes. Hasta que de alguna forma se puede prescindir de ellas, las figuras espaciales son una guía indispensable para la investigación y el descubrimiento. (p. 95).

García Peña y López Escudero (2008) mencionan que si el maestro tiene claro la razón de enseñar Geometría, estará en condiciones de tomar decisiones más acertadas acerca de su enseñanza. Ya que según ellas cada docente se preocupa de diferente forma para dar el bloque: algunos se limitan a las cuestiones métricas tales como perímetros, superficies y volúmenes, y otros simplemente se centran en dar a conocer las figuras y relaciones geométricas con dibujos.

Es por ello que los docentes deberían conseguir que la Geometría se oriente al desarrollo de varias habilidades específicas Hoffer (1981), las cuales se recogen en el siguiente cuadro:

Cuadro Nº 3. Habilidades específicas a desarrollar en la enseñanza de la Geometría.

Habilidades visuales	Para visualizar los objetos adecuadamente, los alumnos deben captar las representaciones visuales externas y procesar las imágenes internas.
Habilidades de comunicación	Hace referencia a la competencia del alumno para leer, interpretar y explicar el lenguaje matemático de forma oral y escrita.
Habilidades de dibujo y construcción	Se trata de relacionar la imagen interna con la escritura, el símbolo, el dibujo o la construcción que ayude a representar la visualización interna.
Habilidades de comunicación	El razonamiento lógico es importante en matemáticas, más así en geometría, pues cada individuo lo construye mediante la abstracción lógica: el alumno relaciona los objetos o conceptos geométricos con la experiencia.
Habilidades de aplicación	Hace referencia a la relación entre el mundo físico y el contexto geométrico. Los alumnos deben preguntarse el porqué de la forma de los objetos, donde deben relacionarlo de forma visual, verbal y simbólica.

Nota: Habilidades específicas a desarrollar en la enseñanza de la Geometría. Fuente:
Elaboración propia a partir de Hoffer (1981, pp. 11-18).

Con estas habilidades, los docentes deben abordar el bloque de geometría mediante otra perspectiva a la actual.

3.3.3. Recursos didácticos en geometría: software de geometría dinámica

Tal y como se ha dicho, la implantación de las nuevas tecnologías en el aula es un recurso didáctico, y una necesidad hoy en día. Sin embargo, como indica Area (2005):

Este proceso de uso e integración de los ordenadores en las prácticas docentes de aula no se produce de forma automática, sino que existe un *continuum* que va desde incorporar la tecnología como un elemento *ad hoc* y extraño a las formas habituales de enseñanza de la clase, hasta integrarse y diluirse como un elemento estratégico más de la metodología desarrollada. (p.54).

Por tanto, la incorporación de un software de geometría dinámica como se pretende implantar en el presente trabajo, debe formar parte de un recurso didáctico. Pues en el estudio que Area (2008) ha hecho actividades con el uso de las TIC, queda comprobado

que el profesorado utiliza las TIC para reforzar un contenido previamente explicado en la clase, o bien las utiliza como recurso didáctico en la explicación de algún contenido.

Tal y como indican Molero y Salvador (2012), los programas de geometría dinámica permiten acercar las Matemáticas a la realidad transformando un teorema matemático en una realidad observable. También comentan que la introducción de las nuevas tecnologías en la educación está imponiendo una reforma del currículo tanto en contenidos como en lo que se refiere a los cambios metodológicos y didácticos que hay que realizar para encontrar el lugar apropiado de los medios informáticos en el proceso de aprendizaje.

Entre los programas de geometría dinámica que los docentes han empleado en enseñanza están: *Cabri 2D*, *Cabri 3D*, *GeoGebra*, *Cinderella*, *Geonext* o *Sketchpad*. Dentro de estos programas de geometría dinámica, los más usados en la enseñanza de geometría son *Cabri 3D* y *GeoGebra*. Las ventajas que *Cabri 3D* ofrece en comparación con *GeoGebra* se describen a continuación. Por un lado, dentro de los bloques de matemáticas, *Cabri 3D* tiene su uso exclusivo en geometría, por lo que no es necesario tener conocimientos de álgebra para su uso. Ya que *Cabri 3D* ofrece el cálculo de las figuras geométricas. Por otro lado, el entorno visual que el programa ofrece es más sencillo. Por último, *Cabri 3D* es mejor para la enseñanza de la geometría sintética (propia del modelo euclíadiano) que *GeoGebra*.

3.4. ***Cabri 3D***

Cabri 3D es una herramienta pedagógica que permite el aprendizaje por parte de los alumnos mediante una amplia gama de formas geométricas, desde las más simples hasta las más complejas y elaboradas. El programa *Cabri Géomètre* permite construir entornos de aprendizaje convenientes para vivir auténticas experiencias matemáticas y puede estimular una actitud de exploración, de investigación activa y de búsqueda (Bazzini, 2007).

El software de geometría dinámica *Cabri 3D* fue desarrollado por Jean-Marie Laborde y su grupo de investigación (asociado a la Universidad Joseph Fourier, en Grenoble, Francia). De acuerdo con Hugot (2005), su desarrollo se basa en los principios de manipulación directa, donde el usuario se encuentra en una posición central en el proceso de concepción de la herramienta.

Mediante este software dinámico, los profesores encuentran una herramienta fundamental para plantear sesiones de geometría, pueden elaborar actividades relacionadas con la materia, pueden facilitar el aprendizaje de teoremas y modelizar situaciones reales. De acuerdo con Bazzini & Marselli (2007), con el uso de tecnológicas

como *Cabri*, es seguro que a través de su conocimiento, el alumno adquirirá habilidad para dar solución a algunos problemas que se le presenten.

Las razones por la que se ha escogido esta herramienta en lugar de otros programas. Primero, porque *Cabri 3D* tiene una amplia gama de posibilidades de uso mediante sus múltiples herramientas. Segundo, por su facilidad de aprendizaje, lo cual es una ventaja para que los alumnos aprendan en un tiempo determinado. Por último, porque permite crear figuras en 3D, algo que es apropiado para el tema de poliedros y cuerpos de revolución en el curso de 3º de la ESO.

Sin embargo, una de las principales desventajas de *Cabri 3D* es que es necesario tener licencia para adquirir el programa, por lo que no es gratuito.

3.4.1. Principales características de *Cabri 3D*

A continuación se ofrecen las ventajas y características que *Cabri 3D* ofrece tanto para el alumno como para el profesor:

Cuadro Nº 4. Características de *Cabri 3D* para profesor y alumnos.

Características para el alumno	<ol style="list-style-type: none"> 1. Construir figuras geométricas en el plano o el espacio, desde las más simples a las más complejas, combinando los objetos fundamentales de la geometría: el punto, la recta y el plano. 2. Formar expresiones algebraicas tales como números, variables o parámetros. 3. Conectar geometría y álgebra, mediante la medición de longitudes, ángulos, áreas y volúmenes. Después se accede a los datos numéricos directamente sobre la figura para utilizarlos en cálculos o en expresiones algebraicas. 4. Explorar las propiedades de una figura actuando sobre sus elementos variables. 5. Observar los efectos de las deformaciones, reducciones y ampliaciones dinámicas. 6. Hacer conjeturas sobre las propiedades geométricas y algebraicas, y después poder verificar las relaciones entre los objetos de la figura.
Características para el profesor	<ol style="list-style-type: none"> 1. Preparar el material didáctico, gracias a las funcionalidades del programa: inserción de textos o imágenes en la figura, modificación de los aspectos gráficos, copiar/pegar hacia otros softwares. 2. Presentar las actividades, con la opción de manipular, observar y acompañarles en la tarea. Mediante <i>Cabri 3D</i>, el profesor evalúa mejor el grado de comprensión de cada uno. 3. Difundir figuras a páginas Web, Espacios Numéricos de Trabajo (ENT) o documentos Microsoft Office.

Nota: Características de *Cabri 3D* para profesor y alumnos. Fuente: Elaboración propia.

3.4.2. *Cabri 3D* para enseñanza de la geometría

Tal y como se puede ver en la página web oficial de *Cabri 3D*, son múltiples las herramientas geométricas y numéricas, que el programa ofrece. Por un lado, el diseño de construcciones elementales (planos, rectas, volúmenes). Por otro lado, ofrece el estudio de los sólidos: pirámides, prismas, cilindros, esferas y conos de revolución. Además, se puede visualizar la sección de sólidos, donde el alumno puede representar y determinar las secciones planas de polígonos; es el caso de los troncos de pirámides que entran dentro de la unidad didáctica de 3º de la ESO que se va a desarrollar en el presente trabajo. Por otra parte, para el cálculo de áreas laterales de las figuras, la herramienta *Cabri 3D* ofrece el despliegue de los volúmenes geométricos. Por último, otra herramienta es el cálculo y medida de los objetos presentes: longitudes, áreas, volúmenes y ángulos.

Además de estas características, dentro de las herramientas de visualización 3D únicas, el software ofrece herramientas que facilitan la visualización de las figuras: se puede girar alrededor de la escena y también se aprecia el efecto de profundidad de la escena. La herramienta de animación es adecuada para los alumnos: mediante esta herramienta, se pueden poner en movimiento simultáneamente varios elementos de una construcción. También ofrece diferentes perspectivas en las que se puede ver una figura: planta, alzado y lateral; perspectivas tales como isométrico y caballero. Por último, también se ofrece la reproducción de la construcción que el alumno haya construido.

Las herramientas que *Cabri 3D* ofrece vienen dadas desde la siguiente barra de herramientas:

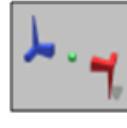


Figura N° 1. Barra de herramientas desde las que se accede a las herramientas principales.
Fuente: Elaboración propia.

Estas son las herramientas que *Cabri 3D* ofrece al pinchar en el triángulo dentro de la barra de herramientas. A partir de estos iconos hay múltiples opciones de construcciones de figuras planas y tridimensionales. En este caso, se va a desarrollar la tercera dimensión, debido a las exigencias del currículo de 3º de la ESO.

A continuación se ofrece una tabla con los iconos que *Cabri 3D* ofrece:

Cuadro Nº 5. Herramientas disponibles en los iconos de *Cabri 3D*.

	Manipulación. Redefinición.
	Puntos. Puntos de intersección. Recta. Segmento. Vector. Círculo. Cónica.
	Plano. Polígono. Sector. Cilindro. Cono. Esfera.
	Perpendicular. Paralelo. Plano. Medio.
	Planos de simetría. Eje de rotación.
	Polígonos: Triángulo equilátero. Pentágono regular. Hexágono regular. Octágono regular. Decágono regular. Dodecágono regular.
	Poliedros. Tetraedro. Ortoedro. Prisma. Pirámide. Poliedro convexo. Manipulación de poliedros: abrir, cortar, etc.
	Poliedros regulares. Tetraedro regular. Cubo. Octaedro regular. Dodecaedro regulares. Icosaedro.

Nota: Herramientas disponibles en los iconos de *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

4. ESTUDIO DE CAMPO

4.1. Introducción

Tras el análisis del marco teórico, se ha realizado un estudio de campo para más adelante poder realizar la propuesta práctica del trabajo. Para ello, mediante el presente estudio de campo, se pretende confirmar las suposiciones sobre las dificultades que el bloque de geometría ofrece en el curso de 3º de la ESO.

A su vez, el estudio de campo tiene como finalidad conocer la metodología de los profesores a la hora de enfrentarse al bloque de geometría, las dificultades que se encuentran y su uso y conocimiento sobre las TIC.

4.2. Marco contextual

El centro *Lizarra Ikastola* está ubicado en la localidad de Estella (Navarra). La elección de dicho centro viene motivada por la cercanía y la familiaridad que supone. Se trata de un centro de carácter concertado en euskera. El centro dispone de múltiples instalaciones tales como biblioteca, laboratorios o instalaciones deportivas, además de recursos informáticos y telemáticos: salas de informática, pizarra digital para cada aula, salas multimedia, etc.

Este centro cuenta con Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria. Próximamente está prevista la apertura del ciclo de Bachillerato. Recientemente, el centro *Lizarra Ikastola* ha sido seleccionado para representar a Navarra en un encuentro nacional sobre éxito escolar, mediante un proyecto innovador del centro.

El perfil del alumnado tiene un nivel socio-económico medio-alto. El idioma materno de los alumnos varía: el 75% del alumnado tiene como lengua maternal el castellano, siendo el del 25% restante el euskera. El porcentaje de alumnado de nacionalidad extranjera es muy bajo.

Por su parte, la elección del centro *IESO de Berriozar* se ha hecho por la cercanía que supone, y también por la familiaridad con sus docentes de matemáticas, tras haber realizado las prácticas de profesorado en dicho centro. El *IESO de Berriozar* es un centro de carácter público, y a su vez bilingüe, en el que se imparten clases tanto en castellano como en euskera. En el centro se imparte solamente la etapa de Educación Secundaria Obligatoria.

El centro cuenta con instalaciones tales como tres aulas de informática, aula de música con cañón, aula multimedia con cañón, aula de plástica con cañón, dos talleres de tecnología, dos laboratorios (una de ellas con PD), cuatro aulas con pizarra digital, un salón de actos con cañón, gimnasio y una biblioteca con pizarra digital.

El perfil del alumnado es muy distinto del centro *Lizarra Ikastola*. El nivel económico del alumnado es medio, habiendo una minoría del alumnado con nivel económico bajo. En este caso, el porcentaje del alumnado de origen extranjero es del 24%. Esto implica que el idioma materno del 93% del alumnado sea el castellano. Entre las excepciones están las familias nacionalizadas de origen extranjero.

La información recopilada en el centro es fundamental para la recogida de datos en la realización del estudio de campo. Los datos recopilados serán la base en la que se fundamente la propuesta práctica del presente trabajo.

4.3. Metodología

Para la recogida de datos se ha optado por hacer cuestionarios a varios profesores de los centros educativos mencionados. Los cuestionarios incluyen por una parte preguntas cerradas, para poder recoger información inmediata, ampliando algunas preguntas donde los docentes tienen la opción de añadir comentarios relevantes a alguna de esas preguntas.

El cuestionario se divide en varias partes. Por un lado, las características generales de los docentes, entre los cuales se ha querido saber la experiencia de cada profesor.

Por otro lado, se trata de tener un conocimiento de los docentes sobre las dificultades que los alumnos presentan en la asignatura de Matemáticas. A partir de ahí, el cuestionario se centra en conocer las dificultades de los alumnos en el bloque de Geometría, que es a donde se dirige el presente trabajo.

Por último, el cuestionario se refiere a una nueva metodología mediante el uso de las TIC: el empleo del software en geometría dinámica en el aula y el conocimiento de cada docente respecto a *Cabri 3D*. A continuación se ofrece el cuadro con la encuesta realizada.

Cuadro Nº 6. Resumen del cuestionario con opciones y justificación.

Preguntas	Opciones dadas de respuesta	Comentario	Objetivo de la pregunta
<i>Pregunta Nº 1.</i> Indique su nombre, edad y sexo. Especifique los años que lleva impartiendo la asignatura.	Edad. Sexo. Años impartiendo la asignatura.	Se combinan dos preguntas con casilla de respuesta y una pregunta de dos opciones y una respuesta.	Caracterizar mínimamente la muestra.
<i>Pregunta Nº 2.</i> ¿Cuáles son las dificultades a las que se enfrentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas?	a) Base insuficiente en matemáticas. b) Problemas de comprensión. c) Memorización. d) Abstracción matemática. e) Falta de motivación.	Pregunta mixta con múltiples opciones de respuesta.	Conocer los factores que provocan que la asignatura de matemáticas sea difícil y poder establecer una relación con los informes de la bibliografía revisada.
<i>Pregunta Nº 3.</i> ¿Qué área de las matemáticas de 3º de la ESO opina que supone mayor dificultad a sus alumnos?	a) Contenidos comunes. b) Números. c) Álgebra. d) Geometría. e) Funciones y gráficas. f) Estadística y probabilidad.	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Concretar las dificultades en un área concreta de las matemáticas para saber si es la geometría de las más difíciles, tal y como afirman, informes internacionales y diversos autores.
<i>Pregunta Nº 4.</i> ¿Cuáles considera que son las principales dificultades con las que se enfrentan los estudiantes a la hora de estudiar y comprender los contenidos de la geometría?	a) Visualización espacial. b) Memorización. c) Habilidades matemáticas. d) Comprensión de los objetos matemáticos. e) Relación entre cuerpos matemáticos. f) Resolución de problemas.	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.	Conocer los principales factores que provocan que la materia de geometría en 3º ESO sea difícil y poder establecer una relación con los que se indican en la bibliografía revisada.
<i>Pregunta Nº 5.</i> ¿Cuáles son los contenidos de geometría estudiados en tercero de la ESO que supone mayor dificultad a la hora de impartir la clase para los docentes?	a) Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras. b) Simetrías y giros en el plano. c) Movimientos para la representación de figuras. d) Simetría en los poliedros. e) Movimientos en la vida cotidiana. f) Coordenadas geográficas. g) Relaciones geométricas. Añadir comentarios.	Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta con posibilidad de añadir tras respuestas.	Concretar las materias de la geometría que ofrecen mayores dificultades a los docentes a la hora de impartir la clase a los alumnos de 3º de ESO, para poder orientar y establecer una relación con los factores que provocan esas dificultades.

<p><i>Pregunta Nº 6. ¿Qué recursos utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?</i></p>	<p>a) Uso de la pizarra tradicional. b) Libros de texto. c) Fotocopias y fichas. d) Material para manualidades (cartulinas, papel, tijeras...). e) TIC Otros.</p>	<p>Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta con posibilidad de añadir tras respuestas.</p>	<p>Determinar los recursos que se emplean en el aula, para poder establecer su relación con los resultados de los alumnos.</p>
<p><i>Pregunta Nº 7. ¿Cuáles son las estrategias de clase que utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?</i></p>	<p>a) Explicación del tema y realización de ejercicios. b) Actividades relacionadas con la vida cotidiana. c) Actividades de visualización. d) Trabajo en grupo. e) Autoaprendizaje.</p>	<p>Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta con posibilidad de añadir tras respuestas.</p>	<p>Determinar las estrategias empleadas para comprobar si están orientadas a superar los factores que crean problemas a los alumnos.</p>
<p><i>Pregunta Nº 8. ¿Considera adecuado un cambio metodológico en la enseñanza de la geometría?</i></p>	<p>Sí, está de acuerdo. Ni de acuerdo, ni en desacuerdo. No, está en desacuerdo.</p>	<p>Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.</p>	<p>Conocer la posición del profesor ante un cambio en la metodología a la hora de impartir la clase de geometría.</p>
<p><i>Pregunta Nº 9. ¿Cree que el uso de las TIC en el aula puede facilitar la enseñanza de la geometría?</i></p>	<p>Sí No</p>	<p>Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.</p>	<p>Conocer su posición sobre el uso de las TIC en el aula para comprobar si lo contemplan como una solución que favorezca la enseñanza de la geometría.</p>
<p><i>Pregunta Nº 10. ¿Dispone de ordenador con proyector y acceso a internet en el aula?</i></p>	<p>Sí No</p>	<p>Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.</p>	<p>Determinar los recursos del que el profesor dispone en el aula, para el posterior uso del software dinámico.</p>
<p><i>Pregunta Nº 11. ¿Conoces el Software de geometría dinámico Cabri 3D?</i></p>	<p>Sí, lo he utilizado. Sí, pero nunca lo he utilizado. No, pero me gustaría utilizarlo. No, ni se utilizarlo ni tengo interés en aprender.</p>	<p>Pregunta cerrada de múltiples opciones y una respuesta.</p>	<p>Conocer la opinión y el interés sobre el Software <i>Cabri 3D</i> para su uso en el aula.</p>

Nota: Resumen del cuestionario con opciones y justificación. Fuente: Elaboración propia.

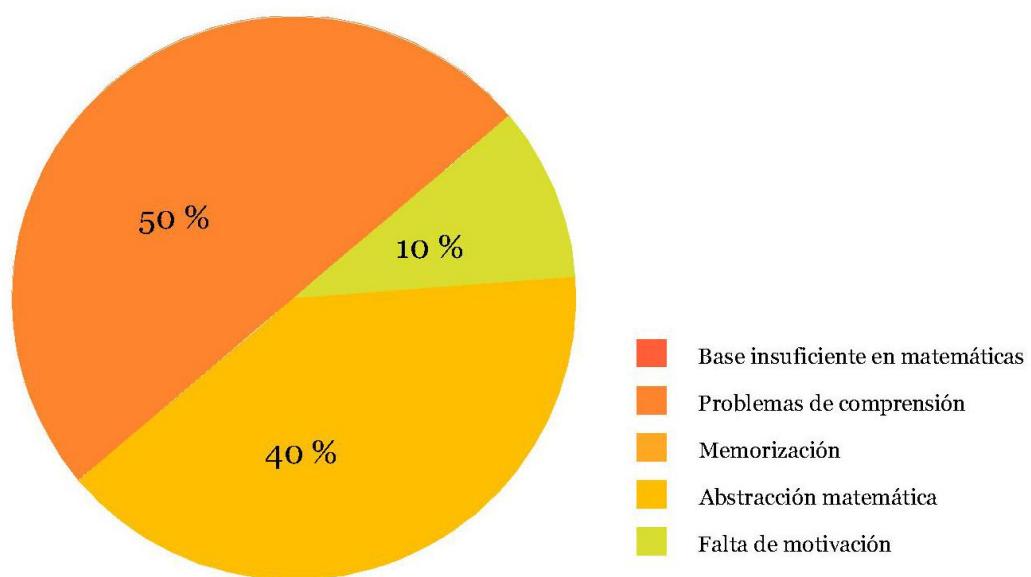
4.4. Análisis de los resultados obtenidos

Entre los profesores que se han encuestado, el 50 % son mujeres, y la otra mitad hombres. La edad varía, siendo el 50% entre profesores de entre 25 y 35 años. Todos ellos tienen experiencia de entre 1 y 10 años. Entre 36 y 45 años está el 37,5% de los docentes, siendo su experiencia en la docencia de 11 a 20 años. El resto de profesores tiene más de 46 años, con más de 21 años de experiencia.

4.4.1. Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente a la asignatura de Matemáticas

En este bloque de preguntas, los docentes de matemáticas son preguntados por las dificultades en la asignatura de matemáticas, y en concreto en geometría. De esta manera se quiere conocer su opinión desde la experiencia. Para empezar, la Pregunta Nº 2 hace referencia a las matemáticas en general, y luego se irá acercando al tema de geometría en particular.

Pregunta Nº 2. ¿Cuáles son las dificultades a las que se enfrentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas?

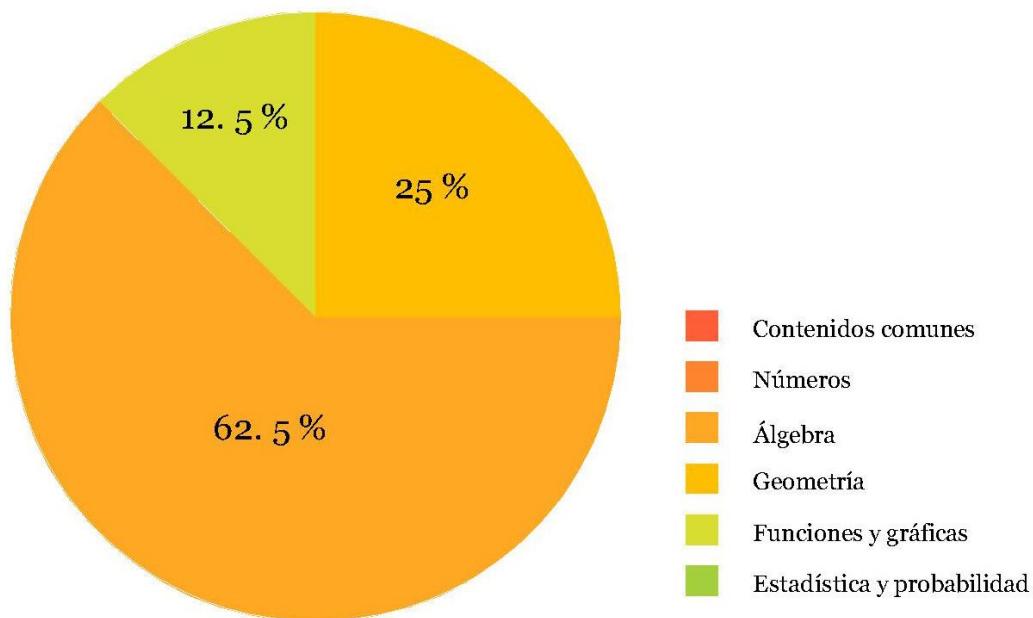


Gráfica Nº 3. Dificultades de aprendizaje en Matemáticas. Fuente: Elaboración propia.

En la Pregunta Nº 2, la mayoría de los encuestados consideran que los problemas de comprensión son la razón por la que los alumnos tienen mayores problemas, (50%). Además, la abstracción matemática supone otro de los problemas para la comprensión

de los conceptos matemáticos, con un 40% de respuesta. Sólo el 10 % de los docentes vio como el problema la falta de motivación de sus alumnos.

Pregunta N° 3. ¿Qué área de las matemáticas de 3º de la ESO opina que supone mayor dificultad a sus alumnos?



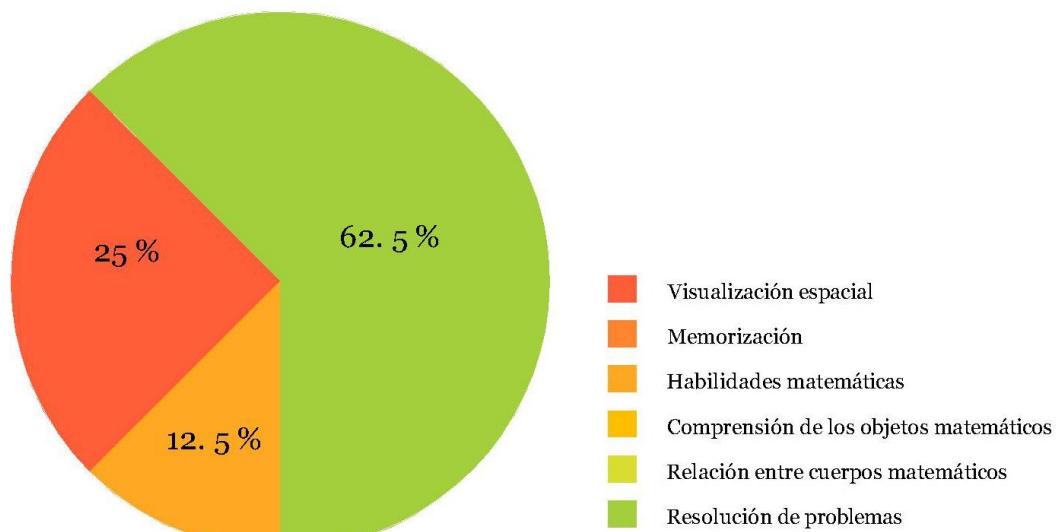
Gráfica N° 4. Principales dificultades en el área de Geometría. Fuente: Elaboración propia.

En la Pregunta N° 3 la mayoría de los encuestados considera que el álgebra es el área donde los alumnos presentan mayor dificultad (62,5%). En segundo lugar se encuentran el bloque de geometría con un 25% y en tercer lugar funciones, con un porcentaje de botos de un 12,5%.

4.4.2. Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente al bloque de geometría, conocidas por los docentes

En este bloque de preguntas se pretende analizar las dificultades de comprensión que tienen los alumnos en el área de geometría.

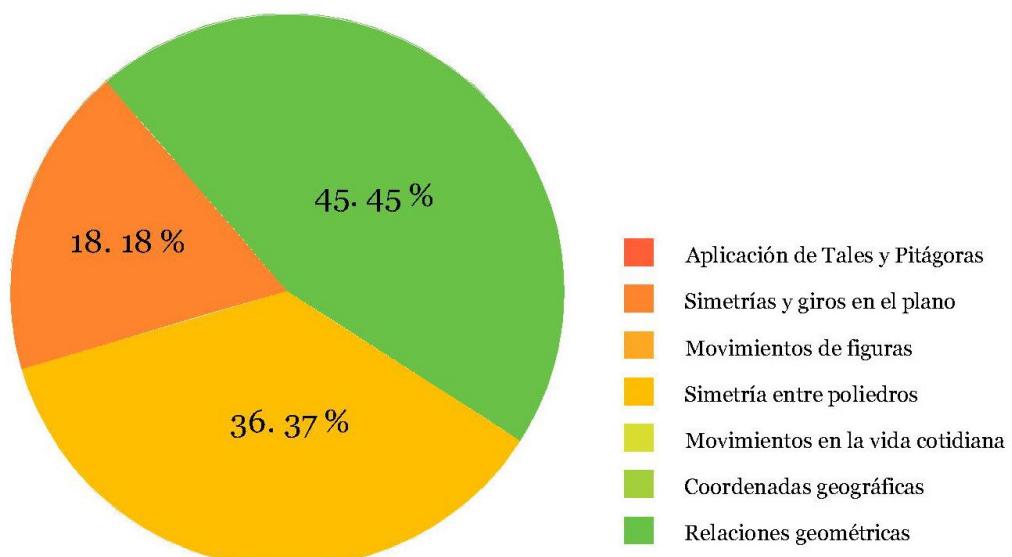
Pregunta N° 4. ¿Cuáles considera que son las principales dificultades con las que se enfrentan los estudiantes a la hora de estudiar y comprender los contenidos de la geometría?



Gráfica Nº 5. Problemas más reales a los que se enfrentan los alumnos en geometría.
Fuente: Elaboración propia.

En esta Pregunta Nº 4 se ha querido conocer la opinión de los profesores con respecto a los problemas más frecuentes a la hora de dar la clase de geometría. La resolución de problemas, con un 62,5% dicen que es la parte que ofrece más problemas. Por su parte, la visualización espacial (25%) y las habilidades matemáticas (12,5%) también preocupan a los profesores.

Pregunta Nº 5. ¿Cuáles son los contenidos de geometría estudiados en tercero de la ESO que supone mayor dificultad a la hora de impartir la clase para los docentes?

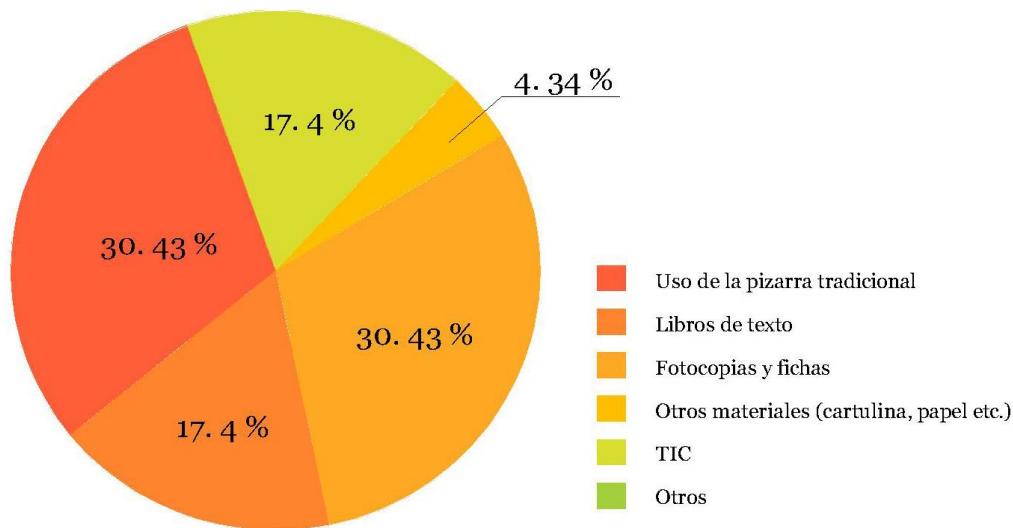


Gráfica Nº 6. Contenidos del área de Geometría de 3º de la ESO que supone mayor dificultad para los alumnos. Fuente: Elaboración propia.

Entre los resultados a la Pregunta N° 5, los docentes indican que los contenidos de 3º de la ESO con mayor dificultad son las relaciones geométricas (45,45 %), simetría entre poliedros (36,37 %) y simetría y giros en el plano (18,18%).

4.4.3. Cambio en la metodología de geometría. Pensamiento hacia nuevos recursos didácticos.

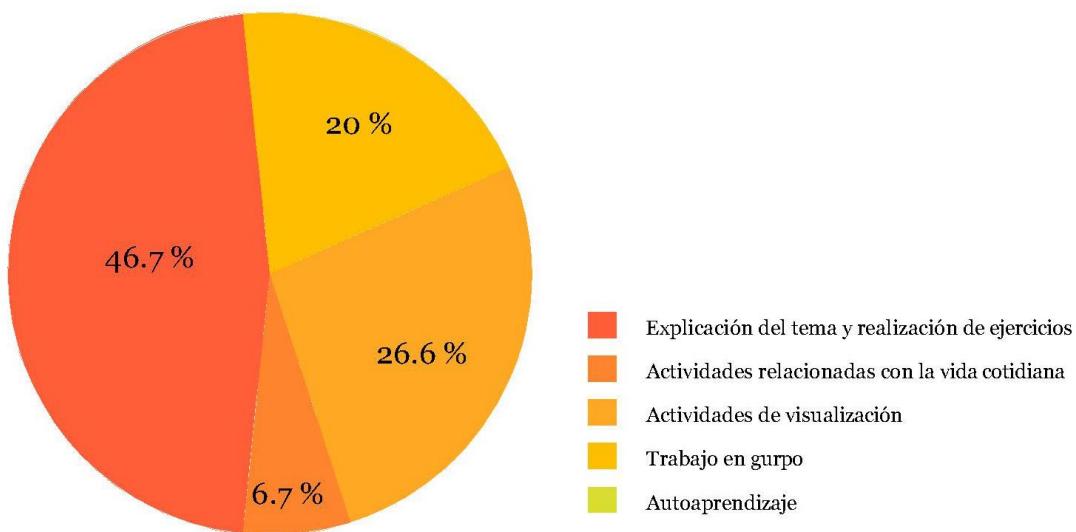
Pregunta N° 6. ¿Qué recursos utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?



Gráfica N° 7. Recursos didácticos que más se emplean en la enseñanza de geometría.
Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos en la Pregunta N° 6 son los esperados, ya que la mayoría de los docentes emplean la pizarra tradicional (30,34 %), el libro de texto (17,4 %) y fichas o fotocopias (30,34 %). Se ha observado que con un 17,4 %, los docentes emplean las TIC como recurso didáctico. En cambio, sólo el 4,34% hace uso de otros materiales como cartulina o papel para realizar actividades.

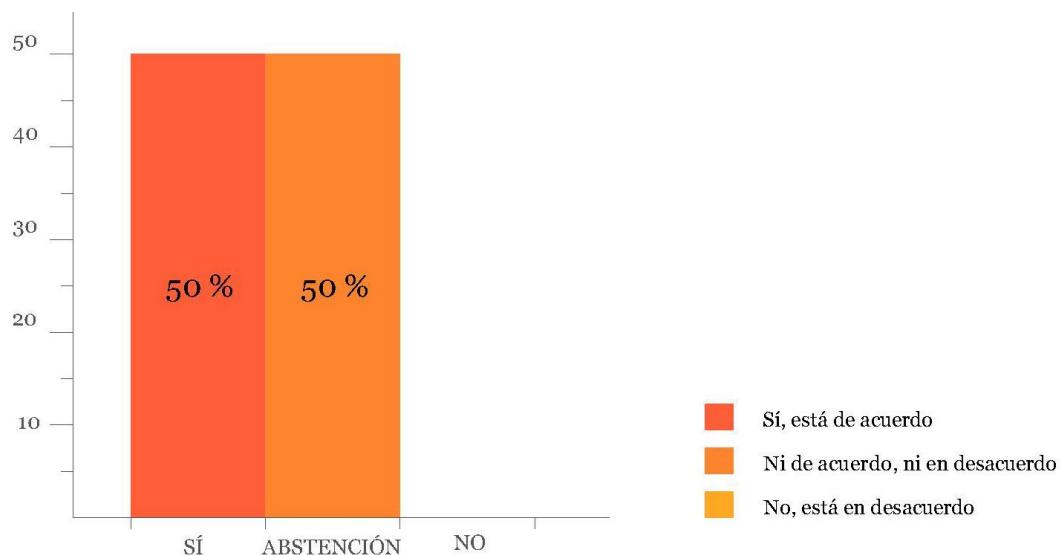
Pregunta N° 7. ¿Cuáles son las estrategias de clase que utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?



Gráfica N° 8. Estrategias de aprendizaje más aplicadas para enseñar geometría.
Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a los resultados obtenidos en la Pregunta N° 7, la mayoría de los docentes suelen explicar el tema y realizar ejercicios, como estrategia de trabajo (46,7 %). El 26,6 % hace actividades de visualización y el 20 % hace trabajos en grupo. Sólo el 6,7 % realiza actividades en el aula relacionados con la vida cotidiana, y ningún docente hace actividades de autoaprendizaje.

Pregunta N° 8. ¿Considera adecuado un cambio metodológico en la enseñanza de la geometría?

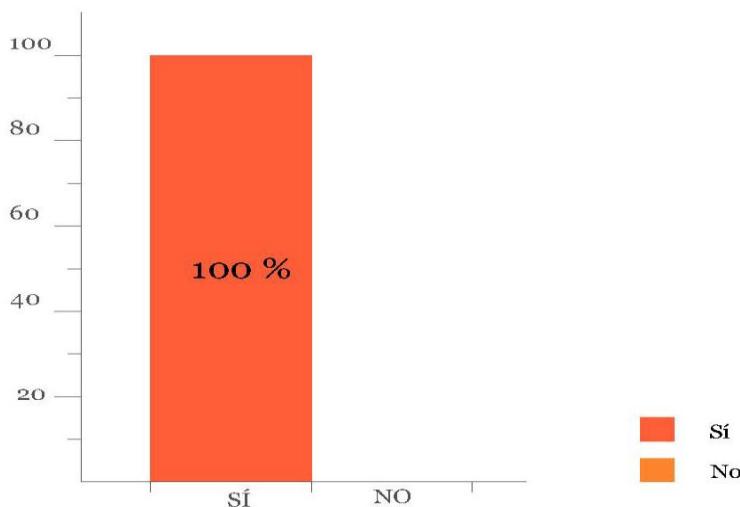


Gráfica N° 9. Consideraciones sobre un cambio en la metodología actual para geometría.
Fuente: Elaboración propia.

La mitad de los encuestados considera necesario un cambio en la metodología para la enseñanza de geometría, mientras que la otra mitad ni está de acuerdo, ni en desacuerdo.

4.4.4. Empleo de las TIC en el aula, en particular el software de geometría dinámica *Cabri 3D*

Pregunta N° 9. ¿Cree que el uso de las TIC en el aula puede facilitar la enseñanza de la geometría?

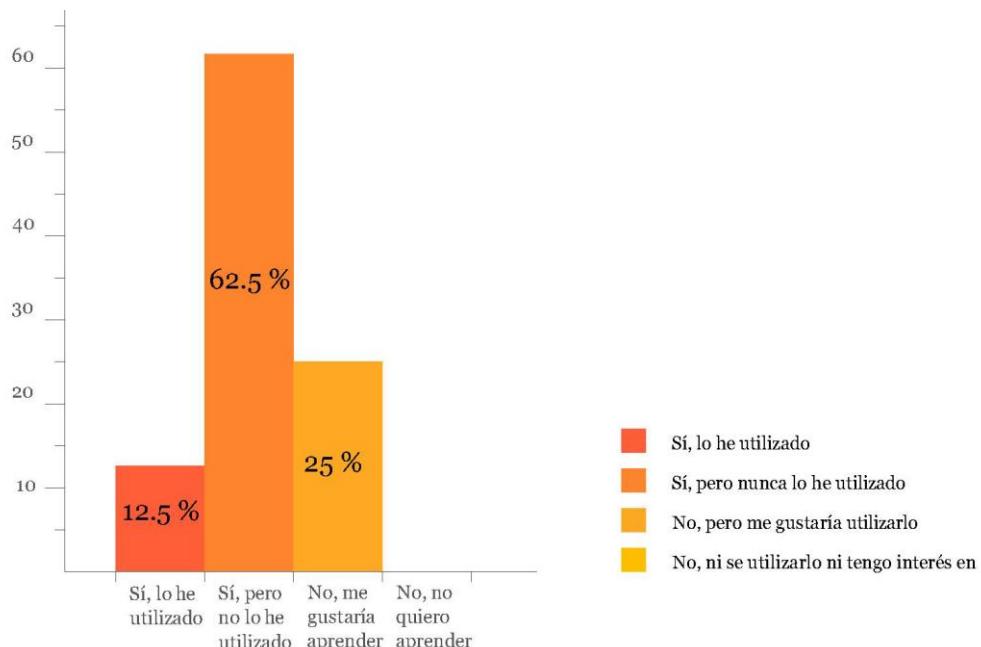


Gráfica N° 10. Uso de las TIC en el aula para facilitar el aprendizaje de geometría. Fuente: Elaboración propia.

Pregunta N° 10. ¿Dispone de ordenador con proyector y acceso a internet en el aula?

En la Pregunta N° 10, al igual que en la Pregunta N° 9, todos los docentes contestaron que en los dos centros donde trabajan no tienen problemas para usar las TIC en el aula, ya que disponen de sala de ordenador, proyector y acceso a internet.

Pregunta N° 11. ¿Conoces el Software de geometría dinámico Cabri 3D?



Gráfica N° 11. Conocimiento sobre el software de geometría dinámica Cabri 3D. Fuente: Elaboración propia.

La mayoría de los docentes conoce el software *Cabri 3D*, pero el 62,5 % de los encuestados no lo ha usado nunca. El 12,5 % sí que lo ha utilizado. En cambio, el 25 % restante de los docentes no conocen *Cabri 3D*, aunque les gustaría aprender a utilizarlo.

4.5. Interpretación global de los resultados

A partir de los datos obtenidos, se puede confirmar que el aula real, la mayoría de los docentes es consciente del problema que existe en el aula de matemáticas, y en particular en el aula de geometría.

Los resultados han confirmado la afirmación formulada sobre el bloque de geometría, que los docentes la dejan para el final del curso. A esta área no le dan tanta importancia como a otras, tal y como se ha podido observar por el 62,5 % de las respuestas, donde afirman que el área con mayores dificultades es el álgebra. Como indican Ballesteros & Gamboa (2010), la enseñanza de la geometría con este enfoque ha provocado que esta sea considerada como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría estudiantil.

Dentro de geometría, la resolución de problemas sigue siendo lo que más problemas les lleva dando a los alumnos, probablemente por varios motivos como son la falta de

comprensión de los conceptos o las dificultades que encuentran al aplicar la teoría a la práctica.

En cuanto a los contenidos específicos del bloque de geometría, lo que más les cuesta son las relaciones geométricas y la simetría entre poliedros. Las relaciones geométricas son muy importantes pues los alumnos deben aprender a visualizar el espacio, cosa que no hacen. La mayoría de los alumnos no se imagina figuras en su mente para luego desarrollar las actividades. Los alumnos necesitan técnicas para visualizar, identificar y reconocer figuras.

Por su parte, dentro del apartado *Cambio en la metodología de geometría. Pensamiento hacia nuevos recursos didácticos* también se ha confirmado lo que se comentaba sobre los recursos que los docentes utilizan en la actualidad: libros de texto, pizarra digital y fotocopias. Esto confirma la teoría que aunque los profesores sean nuevos o tengan 30 años de experiencia, la mayoría sigue utilizando métodos tradicionales. Para impulsar este cambio en la enseñanza de geometría, es necesario empezar por el uso de las TIC como recurso didáctico.

Son muchos los factores positivos para el uso de las nuevas tecnologías. Como indica Molero (s.f.), facilita a la adquisición de conceptos, permite el tratamiento de la diversidad, fomenta el trabajo en grupo y que es un elemento motivador son varias de las muchas ventajas que ofrecen las TIC.

Por su parte, al preguntarles a los docentes si ven necesario el uso de las TIC para enseñar geometría, todos han estado de acuerdo con ello. Sin embargo, al aplicarlo a la práctica no se cumple.

Dentro de las nuevas tecnologías, al analizar si los docentes tienen recursos disponibles en el centro se ha visto que sí, que ningún docente puede no hacer uso de las TIC en el aula.

Por último, se ha querido saber el grado de conocimiento de los docentes sobre el programa de geometría dinámica *Cabri 3D*. Era de esperar que casi ninguno de los encuestados lo hubiese usado, ya que si no hacen uso de las TIC en el aula, menos todavía el programa de geometría dinámica *Cabri 3D*.

5. PROPUESTA DIDÁCTICA

5.1. Introducción

A continuación se propone el diseño de una metodología didáctica para la enseñanza de la geometría en 3º de la ESO a través del software de geometría dinámica *Cabri 3D*. El diseño de la propuesta tiene como finalidad la aplicación del programa para mejorar la comprensión de los alumnos de las figuras geométricas, para posteriormente construir y relacionar distintos elementos geométricos para su aplicación a problemas.

Para poder definir y acotar la propuesta, se han tenido en cuenta los aspectos del marco teórico y el estudio de campo. Respecto a los contenidos geométricos, en la propuesta se han trabajado los siguientes: la aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras, los poliedros y los cuerpos de revolución. Ya que para poder desarrollar propiedades de los poliedros, es necesario conocer y saber aplicar bien el teorema de Pitágoras.

Es necesario comentar que esta propuesta no tiene la finalidad de diseñar una unidad didáctica, sino la de proponer una metodología adecuada conforme a todo lo estudiado en los puntos anteriores.

Los destinatarios de la propuesta metodológica para enseñar geometría son los alumnos de matemáticas de 3º de la ESO. Son alumnos cuyo nivel debería ser medio, ya que se da por hecho que han alcanzado el nivel básico del primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria.

5.2. Objetivos

Los objetivos de la propuesta se dividen en dos. Por una parte se describen los objetivos curriculares, propios del currículo. Por otro lado se describen los objetivos didácticos, que hacen referencia a esta propuesta didáctica.

5.2.1. Objetivos curriculares

El documento Decreto Foral 25/2007, del 19 de marzo, hace referencia al currículo de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra. A continuación se refleja en el cuadro los contenidos a desarrollar en el trabajo, relacionados con sus correspondientes objetivos curriculares:

Cuadro N° 7. Contenidos y objetivos curriculares de la propuesta didáctica.

Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer polígonos semejantes. 2. Comprender el significado geométrico y numérico del teorema de Tales. 3. Aplicar el teorema de Tales en la determinación geométrica y numérica de medidas. 4. Aplicar el método de proyección en la construcción de figuras semejantes. 5. Aplicar la semejanza en el cálculo de medidas en planos y maquetas.
Poliedros	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar poliedros y sus características. 2. Utilizar correctamente la fórmula de Euler. 3. Identificar prismas y pirámides y sus características. 4. Utilizar el teorema de Pitágoras para hallar medidas en poliedros. 5. Determinar las áreas de prismas, pirámides y troncos de pirámide. 6. Determinar los volúmenes de prismas, pirámides y troncos de pirámide. 7. Identificar planos de simetría y ejes de rotación de poliedros.
Cuerpos de revolución	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer cuerpos de revolución y cómo se generan. 2. Determinar el área y el volumen de los cuerpos de revolución. 3. Identificar ejes de giro y planos de simetría. 4. Interpretar las coordenadas geográficas de un punto. 5. Localizar poblaciones a partir de sus coordenadas geográficas. 6. Hallar diferencias horarias entre poblaciones. 7. Interpretar mapas.

Nota: Contenidos y objetivos curriculares de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006 y Decreto Foral 25/2007.

5.2.2. Objetivos específicos de la metodología

Además de los objetivos planteados, en el siguiente cuadro se reflejan los objetivos propios para la metodología planteada.

Cuadro N° 8. Objetivos específicos de la metodología.

	Objetivo específicos de la metodología
1.	Comunicar al alumno los objetivos de la actividad mediante el uso de <i>Cabri 3D</i> .
2.	Explicar y guiar el uso del software <i>Cabri 3D</i> en su aplicación a actividades y problemas.
3.	Exponer las ventajas de la aplicación de <i>Cabri 3D</i> .
4.	Transmitir la simplicidad del software dinámico <i>Cabri 3D</i> .

Nota: Objetivos específicos de la metodología. Fuente: Elaboración propia.

5.3. Competencias básicas

La propuesta didáctica planteada contribuye a desarrollar las competencias básicas de este modo:

Cuadro Nº 9. Competencias básicas y su forma de contribución a su desarrollo en la propuesta didáctica.

Competencia matemática	Mediante el uso del pensamiento matemático para interpretar y describir la realidad, aplicar destrezas y desarrollar actitudes para actuar sobre ella. A través de la comprensión de la argumentación matemática.
Competencias en el conocimiento e interacción con el mundo físico	Relacionando las formas, estructuras geométricas. A su vez, transfiriendo formas y representaciones entre el plano y el espacio e identificando modelos para extraer conclusiones.
Tratamiento de la información y competencia digital	Mediante el uso del software de geometría dinámica <i>Cabri 3D</i> que se desarrollará durante toda la propuesta.
Competencia en comunicación lingüística	Mediante la resolución de problemas geométricos, en su mayoría mediante la comunicación escrita.
Competencia en expresión cultural y artística	A través de la utilización de la geometría para describir y comprender el mundo del que los alumnos se rodean.
Autonomía e iniciativa personal	Mediante la aplicación de procesos de resolución de problemas para planificar estrategias, asumir riesgos y controlar los procesos de toma de decisiones.
Competencia de aprender a aprender	Las actividades geométricas realizadas permiten que el alumno desarrolle la autonomía, la reflexión crítica y la capacidad de resolver los problemas.

Nota: Competencia básicas y su forma de contribución a su desarrollo en la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006.

5.4. Metodología

A continuación se describe la propuesta didáctica para desarrollar los contenidos de Geometría en 3º de la ESO. Para ello, se describirán los recursos necesarios para su elaboración y las actividades planteadas.

5.4.1. Recursos didácticos

Los siguientes recursos son los que serán necesario utilizar para la propuesta:

- *Proyector*: El docente lo empleará para plantear las actividades y para servir de guía en el uso del programa.
- *Aula de informática*: Donde los alumnos realizarán las actividades con los ordenadores disponibles.

5.4.2. Actividades

En el curso de 3º de ESO, los alumnos deben poseer suficientes conocimientos para relacionar las figuras geométricas con fórmulas algebraicas. Deben saber relacionar los conceptos con la imagen y los símbolos que les corresponde. Teniendo todo esto claro, la propuesta se ha centrado en la construcción de figuras geométricas para luego poder calcular el área lateral y el volumen de cada poliedro.

Este sistema ayuda al alumno a explorar la geometría por sí mismo, fomenta la creatividad, y también ayuda a deducir los conceptos necesarios para comprender las actividades. Por tanto, el sistema propuesto ayuda a visualizar los objetos del espacio.

Las actividades quedarán divididas en cuatro fases:

1º Fase: Introducción. Sesión explicativa. Primer contacto de los alumnos con el software *Cabri 3D*. Para empezar, el profesor explica el uso de *Cabri 3D* en el proyector, mientras los alumnos cogen apuntes para empezar a comprender su uso. Esta explicación se realiza mediante actividades sencillas relacionadas con los poliedros más simples. La temporalización para esta fase es de una sesión.

2º Fase: Iniciación de actividades. Realización de las primeras actividades grupales (2 o 3 personas) mediante *Cabri 3D*. El profesor actúa como guía del proceso, resolviendo las dudas que surgen a cada alumno y a cada grupo. Temporalización: 2ª, 3ª, 4ª y 5ª sesión.

3º Fase: Desarrollo de las actividades. Realización de las últimas actividades del tema. Cada alumno debe saber manejarse con soltura con la herramienta *Cabri 3D*. El profesor realiza un seguimiento y control en el aula. Temporalización: desde la 6ª sesión hasta la 9ª sesión.

4º Fase: Evaluación de los resultados. En la evaluación se tienen en cuenta dos cuestiones. La primera, el examen que al profesor le parezca más conveniente para sus alumnos, donde se incluye la actitud de cada alumno, así como la resolución de las actividades propuestas con *Cabri*. La segunda parte de la evaluación se trata de un cuestionario para cada alumno, donde se harán cuestiones acerca de sus impresiones respecto a la herramienta *Cabri 3D*. Temporalización: sesión número 10.

A continuación se presenta un cuadro donde se describe la temporalización y una descripción necesaria para la realización de la propuesta. En total se dedicarán 10 sesiones para desarrollar los contenidos de la unidad. Cada sesión cuenta con 50 minutos, donde cada una se distribuirá de diferente manera.

Cuadro Nº 10. Descripción de la elaboración de la propuesta práctica.

TEMPORALIZACIÓN	OBJETIVOS	PAPEL DE CABRI 3D
SESIÓN Nº 1	Tener conocimiento de la herramienta <i>Cabri 3D</i> . Aprender las principales características.	El profesor relaciona el tema de geometría con la utilización de la herramienta <i>Cabri 3D</i> .
SESIÓN Nº 2	Identificar poliedros y sus características. Utilizar correctamente la fórmula de <i>Euler</i> .	Introducir <i>Cabri 3D</i> en la elaboración de distintas figuras.
SESIÓN Nº 3	Identificar prismas y pirámides y sus características.	Realización de prismas y pirámides de diferentes bases mediante <i>Cabri 3D</i> .
SESIÓN Nº 4	Identificar prismas y pirámides y sus características.	Sesión explicativa del profesor de la realización de prismas y pirámides de diferentes bases mediante <i>Cabri 3D</i> . Despues aplicación de la explicación por parte de los alumnos.
SESIÓN Nº 5	Determinar las áreas y volúmenes de prismas, pirámides y troncos de pirámide.	Hacer uso de la herramienta mediante diferentes medidas de las figuras. El programa determina las propiedades y calcula el área y volumen de las figuras.
SESIÓN Nº 6	Identificar planos de simetría y ejes de rotación de poliedros.	Aplicar planos de simetría a los poliedros construidos por parte de cada alumno en <i>Cabri 3D</i> .
SESIÓN Nº 7	Reconocer los planos de simetría de los poliedros. Utilizar el teorema de Pitágoras para hallar medidas de poliedros.	Realizar actividades que el profesor manda sobre ejes de simetría en figuras, mediante la herramienta <i>Cabri 3D</i> .
SESIÓN Nº 8	Reconocer cuerpos de revolución y cómo se generan.	Dibujar cuerpos de revolución en <i>Cabri 3D</i> .
SESIÓN Nº 9	Determinar el área y volumen de los cuerpos de revolución.	Realizar actividades de cálculo de áreas y volúmenes con el apoyo de <i>Cabri 3D</i> .
SESIÓN Nº 10	Evaluar los resultados obtenidos.	Conocer y evaluar los conocimientos adquiridos por parte de los alumnos, de la herramienta <i>Cabri 3D</i> .

Nota: Descripción de la elaboración de la propuesta práctica. Fuente: Elaboración propia.

5.5. Dos sesiones de ejemplo

A continuación se describe un ejemplo del diseño de dos sesiones, que se llevan a cabo para trabajar las fases de la propuesta didáctica planteada anteriormente. Para

ello, se ha optado por las sesiones Nº 5 y Nº 8, para ver diversas formas de metodología.

5.5.1. Sesión Nº 5

En el siguiente cuadro se muestran los recursos necesarios para realizar la sesión, así como los objetivos a cumplir:

Cuadro Nº 11. Recursos y objetivos de la sesión Nº 5.

RECURSOS	OBJETIVOS
Ordenador con <i>Cabri 3D</i> y conexión a internet. Proyector. Cuaderno de clase (papel milimetrado). Útiles de dibujo.	Determinar las áreas y volúmenes de prismas, pirámides y troncos de pirámide.

Nota: Recursos y objetivos de la sesión Nº 5. Fuente: Elaboración propia.

A) Actividad Nº1. Halla el volumen de un prisma de base hexagonal de lado 4 cm y altura 10 cm.

En la sala de informática, los alumnos abrirán la herramienta *Cabri 3D*. El profesor servirá de guía y ayuda para los alumnos que lo requieran. Para la realización de esta actividad los alumnos se distribuirán en grupos de dos personas. De esta manera les resultará más fácil el manejo del programa.

El primer paso será elegir la perspectiva en la que se van a desarrollar las figuras (*Caballera*). A continuación deberán construir el prisma hexagonal de la actividad:

1. Construir un polígono (hexágono) con la herramienta *Polígono*.
2. Construir un vector con la herramienta *Vector*, en otro plano al del polígono.
3. Con la herramienta *Prisma*, construir el prisma mediante el polígono y el vector.
4. Después se escriben los números correspondientes a las longitudes de la base y la altura del prisma (4cm y 10 cm respectivamente). Así, fácilmente se calcula el volumen del prisma: se aplica la fórmula del volumen del prisma mediante estas medidas.

Después de esto, el profesor se encarga de corregir los ejercicios que cada pareja haya realizado.

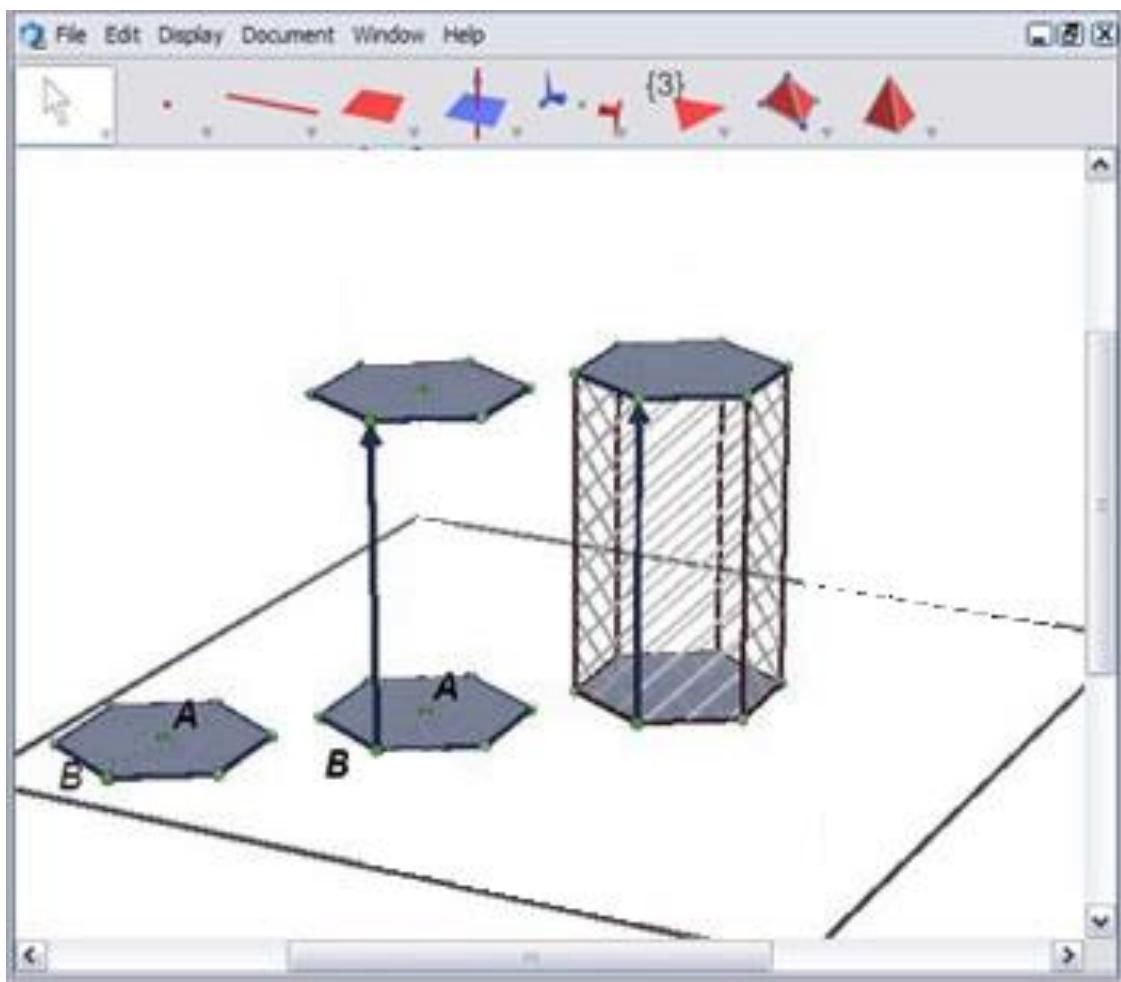


Figura Nº 2. Construcción de un prisma hexagonal mediante *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

B) Actividad 2. Calcula el área lateral de una pirámide de base cuadrada, cuya diagonal mide 10 cm y la altura total sea de 15 cm.

Siguiendo en la sala de informática, los alumnos seguirán las mismas instrucciones del programa. El profesor una vez más servirá de guía y ayuda para los alumnos que lo requieran. Los alumnos seguirán en los mismos grupos de dos personas.

Seguirán en la misma perspectiva: la perspectiva *Caballera*.

El siguiente paso será construir el prisma hexagonal de la actividad:

1. Construir un cuadrado con la herramienta *Polígono*.
2. Con la herramienta *Pirámide*, construir el vértice seleccionando un punto situado en un plano distinto al del polígono. En la siguiente figura se ve la pirámide construida en *Cabri 3D*.

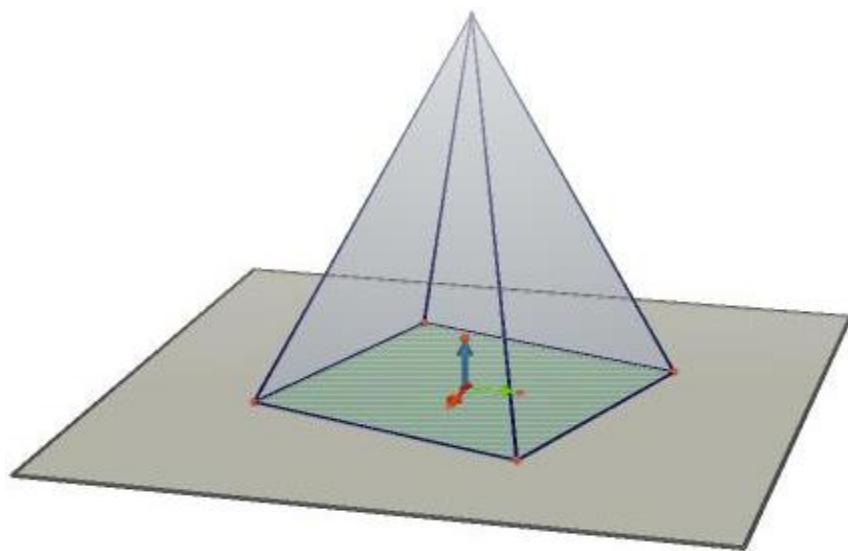


Figura N° 3. Construcción de una pirámide de base cuadrada mediante *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

3. Se colocan las medidas (10 cm y 15 cm). En este paso, los alumnos por su cuenta tienen que deducir la medida del lado de la base, aplicando el Teorema de Pitágoras.
4. Con la herramienta de *Abrir poliedro* se facilita el cálculo del área lateral. Así, sólo deben calcular los polígonos que en ella se ve. Así quedará:

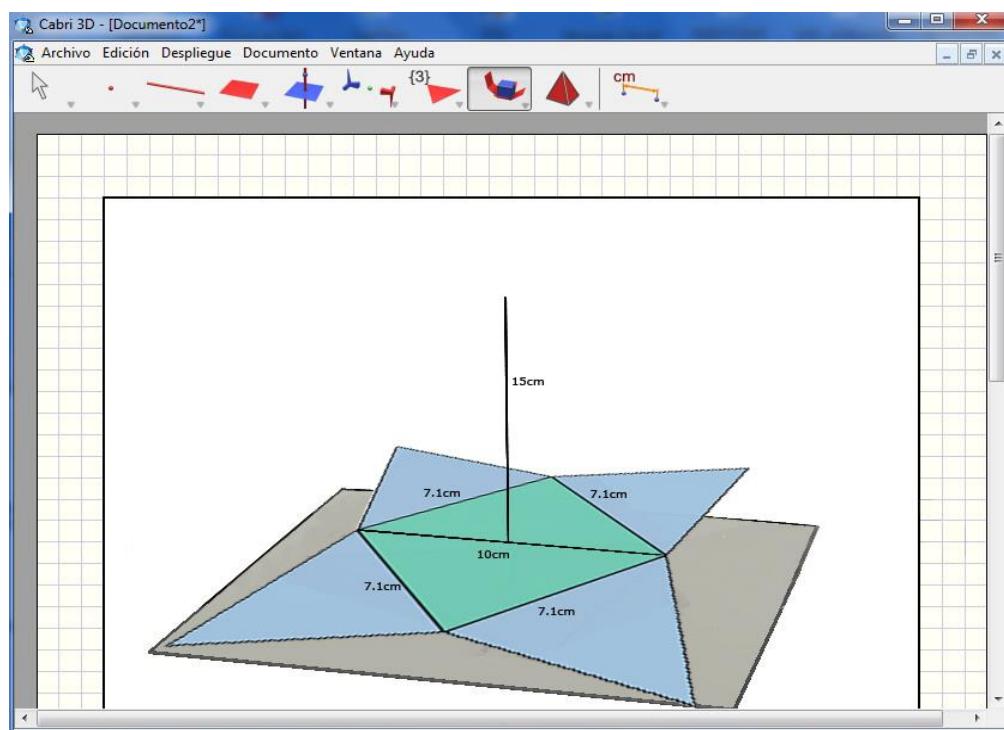


Figura N° 4. Desarrollo de una pirámide de base cuadrada. Fuente: Elaboración propia.

5.5.2. Sesión Nº 8

En el siguiente cuadro se muestran los recursos necesarios para realizar la sesión, así como los objetivos a cumplir:

Cuadro Nº 13. Recursos y objetivos de la sesión Nº 8.

RECURSOS	OBJETIVOS
Ordenador con <i>Cabri 3D</i> y conexión a internet. Proyector. Cuaderno de clase (papel milimetrado). Útiles de dibujo.	Reconocer cuerpos de revolución y cómo se generan. Descubrir las propiedades de los cuerpos de revolución: base, radio y altura.

Nota: Recursos y objetivos de la sesión Nº 8. Fuente: Elaboración propia.

En la siguiente clase se dará una sesión explicativa sobre los cuerpos de revolución. Para ello, en esta sesión los alumnos dibujarán los cuerpos de revolución en *Cabri 3D*, descubriendo sus propiedades (radio de la base y la altura de cada cuerpo).

A) Actividad 1. Cilindro

El profesor hará una sesión explicativa con *Cabri 3D* con el proyector sobre las propiedades del cilindro. Después, los alumnos tratarán de dibujar el cilindro en su ordenador, en equipos de dos. El profesor servirá de guía durante este proceso.

Para la elaboración del cilindro mediante *Cabri 3D*, se debe construir una circunferencia como base del cilindro. Después, con el ícono Vector se representará la altura del cilindro, para finalizar, con la opción cilindro, subiendo la base se creará el cilindro, igual que en esta imagen:

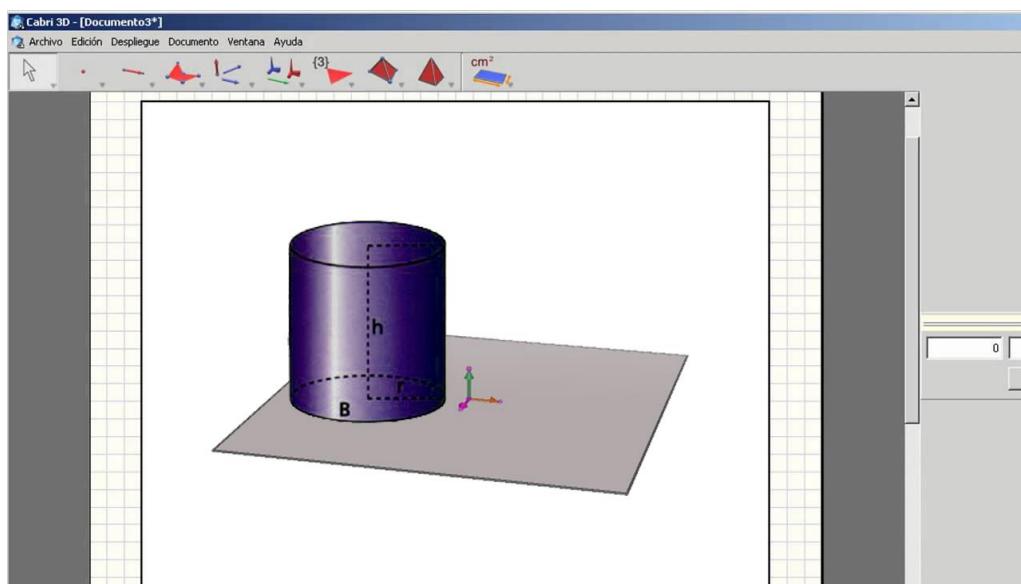


Figura Nº 5. Construcción de un cilindro mediante *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

B) Actividad 2. Cono

Para conocer mejor las propiedades del cono, el profesor hará una sesión explicativa en el proyector, descomponiendo el cono mediante propiedades de las herramientas *Cabri 3D*. Durante esta explicación, los alumnos tomarán apuntes.

En la siguiente figura se ve cómo se haría esa descomposición del cono:

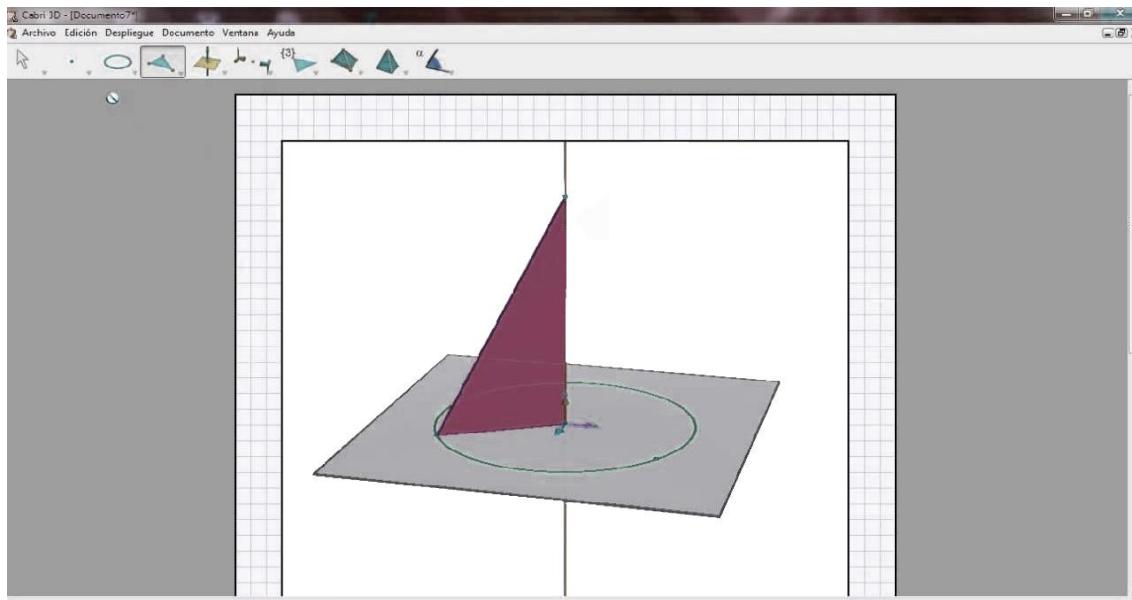


Figura N° 6. Construcción del triángulo indicador para la realización del cono de revolución en *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

Una vez los alumnos hayan entendido la figura, dibujarán el cono en equipos de dos personas. Para ello, deben dibujar la base del cono y pinchar en otro plano para indicar la altura. Para finalizar, con la herramienta cono se formará el cono, tal y como se indica en la figura.

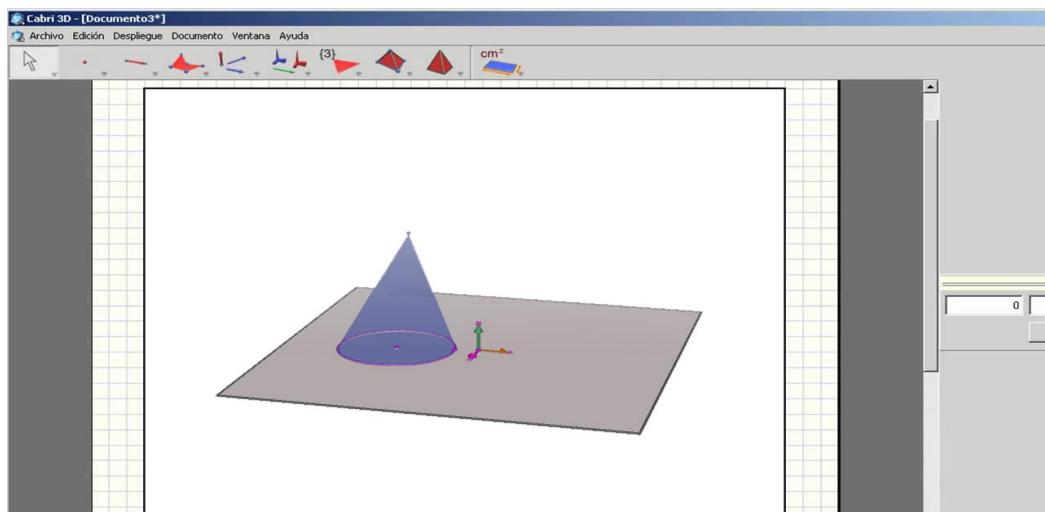


Figura N° 7. Construcción del cono de revolución en *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

C) Actividad 3. Esfera

Para construir una esfera, los alumnos deben hacer uso de la herramienta *Superficies*, donde se encuentra la opción de *Esfera*. En el plano que quieran marcarán un radio, y se crea la esfera. Por ejemplo, si el radio se pone en el plano que *Cabri* tiene, la esfera quedará dividida en dos, al igual que en la siguiente imagen:

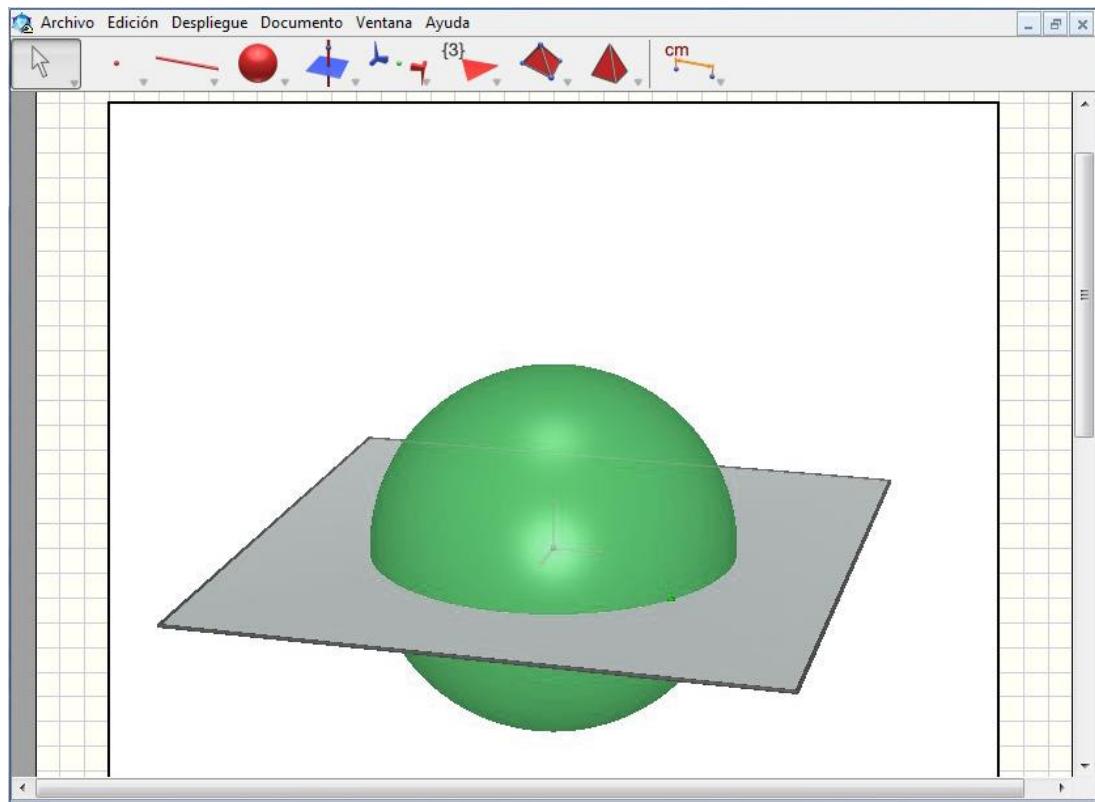


Figura N° 8. Construcción de una esfera mediante *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

6. APORTACIONES DEL TRABAJO

Tal y como se ha visto en las investigaciones teóricas y en el trabajo de campo realizado, el uso de las nuevas tecnologías, en especial el uso de *Cabri 3D*, puede resultar beneficiosa para alumnos de 3º de la ESO. Sin embargo, se considera una herramienta utilizada como recurso didáctico empleado en algunas ocasiones, no como material didáctico diario.

Por tanto, se considera que esta herramienta se puede combinar con otros recursos didácticos en la enseñanza de geometría, tales como materiales para construir figuras geométricas (por ejemplo, cartulina o papel). Todos estos recursos tienen la misma finalidad: la mejora en la visualización espacial de los alumnos para su consiguiente realización de actividades y problemas geométricos.

Dentro del bloque de geometría, esta propuesta ayuda a mejorar en varios contenidos tales como la determinación de figuras geométricas a partir de ciertas propiedades, la aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras y los planos de simetría en los poliedros. Para el resto de contenidos de geometría existen otros recursos más adecuados a utilizar.

Esta propuesta metodológica trata de ofrecer a los docentes una nueva opción para lograr aumentar el interés de los alumnos a la geometría, y de esta manera intentar mejorar los resultados de este bloque.

7. DISCUSIÓN

Tras el análisis del uso de *Cabri 3D*, queda claro que el uso del software de geometría dinámica está teniendo grandes dificultades para su implantación en la enseñanza.

Por un lado, este problema deriva de la formación del profesorado con las nuevas tecnologías. Pues en general, los profesores con más de 20 años de experiencia y los de mediana edad nunca ha usado una pizarra digital o la sala de ordenadores. Tal y como indica Peña (2010) sobre los docentes, ellos tienen una actitud negativa frente a recursos como este, por la razón de la continua formación del profesorado. Además, tal y como dice Ramboll (2006), cuanto más se implique el profesor en el uso de las TIC, más activos están los alumnos. Tampoco se puede negar que el objetivo central del pensamiento actual en el uso de tecnologías es hacer que el construir y el aprender sean visibles y la tecnología sea invisible, que lo importante sea la tarea del aprendizaje y no la tecnología, como señala Lastra (2005).

De acuerdo a este cambio, en el estudio de campo se ha observado que los docentes opinan que es necesario un cambio de metodología en la enseñanza de la geometría. En consecuencia, que este cambio metodológico debe ir de la mano de las TIC, y más en concreto de los programas de geometría dinámica para la enseñanza de geometría.

Sin embargo, se ha estudiado que la mayoría de los docentes todavía se guía de los métodos tradicionales como los libros de texto y la pizarra tradicional. Para su correcta utilización, los docentes deberían ir implantando las TIC paulatinamente, no mediante su uso diario.

Por tanto, el uso de las TIC favorece un ambiente de aprendizaje en la enseñanza de la geometría, como indican Bazzini y Morselli (2007). Y más en concreto, el uso de programas de geometría dinámica como *Cabri 3D*, para su enseñanza en geometría. De acuerdo con Bazzini y Morselli (2007), se confirma que al utilizar recursos tecnológicos como *Cabri*, se incrementa el aprendizaje de los alumnos.

8. CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo es *Proponer y fundamentar una metodología didáctica para enseñar Geometría en 3º de la ESO, basada en la aplicación del software Cabri 3D como herramienta didáctica*. Para ello ha sido necesario tener una idea clara sobre los problemas principales que afrontan los alumnos con el bloque de geometría y obtener conocimiento sobre el funcionamiento y las características de *Cabri 3D*. Tras el estudio de diversas fuentes relevantes para el trabajo y el estudio de campo realizado, se ha podido realizar la propuesta didáctica, el cual ha sido objetivo de este trabajo.

A continuación se exponen las conclusiones obtenidas a través del trabajo realizado en el marco teórico, el estudio de campo y la propuesta práctica:

- En cuanto al objetivo *Estudiar la situación actual de enseñanza de las matemáticas en 3º de la ESO para un consiguiente cambio de metodología para su aprendizaje*, la necesidad de un cambio ha sido concluida mediante el estudio de varios informes. Se ha conocido mediante el informe PISA 2012, que los resultados de los alumnos en la asignatura de matemáticas están por debajo de la media del OCDE. Al investigar que estos resultados no han variado a lo largo de los años en los que se han hecho informes similares, se ha llegado a la conclusión que un cambio metodológico para la asignatura de matemáticas es adecuado. Por lo tanto se considera que se ha alcanzado dicho objetivo específico.
- En referencia al objetivo específico de *Investigar y analizar las principales dificultades que enfrentan los alumnos en el aprendizaje de Geometría en el tercer ciclo de la ESO*, se ha podido descubrir a través de diversos artículos e informes analizados que las dificultades de los alumnos en geometría están relacionados con la metodología tradicional mediante el uso del libro de texto y la pizarra tradicional. Esta dificultad está asociada con los obstáculos de los profesores en la enseñanza de geometría, con la complejidad que tiene la geometría en relación con el espacio físico, la comparación de los conceptos con la realidad y el lenguaje que la geometría ofrece. Por tanto, se considera que se ha conseguido el objetivo propuesto.
- En cuanto al objetivo específico *Averiguar los programas de geometría dinámica para la Educación Secundaria Obligatoria, y más en concreto para el bloque de geometría del tercer curso*, se ha hecho mediante el estudio del marco teórico. Se ha analizado que mediante el uso de las TIC, y en particular mediante el

uso de la geometría dinámica, existen muchos recursos disponibles que no tienen que ver con el método tradicional. Cuenta con las ventajas como el aprendizaje interactivo y la mejora en la visualización de los conceptos. Por el contrario, se han encontrado varias dificultades en el uso de estas herramientas, como son el desconocimiento de algunos programas y el coste económico que producen. Por tanto, se ha llegado a la conclusión que el empleo de geometría dinámica debe usarse como un recurso más para el aula, no como sustitutivo de la metodología tradicional. Tras esto, se considera que el objetivo específico propuesto se ha conseguido.

- En cuanto al objetivo de *Investigar y exponer las principales características y las ventajas del programa Cabri 3D para la enseñanza y aprendizaje de la geometría*, se ha obtenido información sobre el programa a utilizar. Se ha observado que el programa tiene muchas características útiles para su aplicación en el aula: permite crear figuras en 3D para visualizar las figuras en el espacio, con lo que los alumnos pueden construir y crear figuras geométricas para su consecuente aplicación a problemas. La simplicidad del manejo del programa permite que los alumnos aprendan a utilizarlo. Por tanto, se considera que el objetivo planteado se ha conseguido.

- Por último, en cuanto al objetivo planteado de *Realizar y exponer en un estudio de campo para recabar información relativa al uso de Cabri 3D por parte de los docentes de los centros educativos Lizarra Ikastola y el IESO de Berriozar*, se ha realizado con éxito. En el estudio de campo se ha observado que los docentes veían grandes dificultades en la enseñanza de geometría. Entre los docentes encuestado, sólo uno de ellos desconocía el programa *Cabri 3D*, aunque sí tenía conocimiento de otros software dinámicos. Esto ha servido para llevar a cabo la propuesta didáctica mediante el uso del software de geometría dinámica *Cabri 3D*. Por todo ello, se entiende que el objetivo específico ha sido alcanzado.

Para concluir, se considera que se han podido cumplir todos y cada uno de los objetivos planteados inicialmente.

9. LIMITACIONES DEL TRABAJO

Existen varias razones por las que el trabajo se ha limitado a varios objetivos. Estos objetivos se han cumplido, por estar propuestos para un límite de tiempo determinado.

Una de las mayores limitaciones se muestra en el poco tiempo para la realización del presente Trabajo Fin de Máster. La razón ha sido que el poco tiempo disponible ha limitado profundizar en aspectos de la investigación bibliográfica, en el estudio de campo y en la propuesta práctica que ayudase a valorar los resultados y mejorar aspectos necesarios.

Por un lado, hubiese sido necesario profundizar más en el estudio bibliográfico. En concreto, un estudio más sólido sobre el uso de *Cabri 3D* en geometría habría completado más el trabajo.

Por otra parte, el estudio de campo se ha realizado en un contexto muy pequeño para así poder conseguir los resultados a tiempo. Esto hace que al centrarse sólo en dos centros, no se haya estudiado toda la realidad educativa. Hubiera sido necesario realizar entrevistas completas a docentes de matemáticas. Además de ello, realizar varias encuestas a los alumnos de tercer curso de la ESO también habría ampliado el estudio de campo.

En cuanto a la propuesta didáctica, habría sido apropiada su aplicación a un aula real. Si esta propuesta se hubiese aplicado a un entorno real, los resultados analizados habrían sido mucho más detallados que los obtenidos para el presente trabajo. Así, de esta manera la propuesta podría tener mejoras considerables en algunos puntos.

Por último, otra limitación importante del trabajo ha sido su aplicación al curso de tercero de la ESO, en lugar de ampliarla a todo el ciclo o a toda la etapa de Educación Secundaria Obligatoria. Pues la propuesta metodológica también es válida para el resto de los cursos.

10. LÍNEAS DE INVESTIGACIONES FUTURAS

El objetivo del presente trabajo era emplear un recurso didáctico para enseñar geometría en 3º de la ESO. Este trabajo se puede ampliar a otras áreas.

Por una parte de los dos centros en los que se ha realizado el estudio de campo, se podría ampliar este estudio a todos los centros de la comarca de Pamplona y Tierra Estella, abarcando una amplia gama de centros de diferentes características. De esta manera, el estudio de campo sería más detallado.

Por otro lado, un aspecto en el que se podría trabajar es en llevarlo a cabo en el aula. Así, se podría plantear y extender esta propuesta, o alguna similar, a otros cursos de Educación Secundaria Obligatoria en los que haya problemas similares: en el primer ciclo de educación secundaria. Siempre corrigiendo los errores que tenga esta propuesta, pues al ponerlo en práctica puede que se debieran cambiar algunos aspectos planteados.

Además de ampliarse a otros cursos, esta propuesta puede implantarse en otras asignaturas, para según qué bloques. Como ejemplo, en Plástica, Tecnología o Dibujo Técnico sería una propuesta muy adecuada. También en alguno de los temas de Ciencias Naturales y Física la propuesta didáctica podría ayudar a mejorar y entender varios aspectos entre los alumnos.

En cuanto al software escogido para la propuesta, *Cabri 3D*, está bien para su utilización en el bloque de geometría dentro de las matemáticas. Por su parte, otros software como son *GeoGebra* o *Sketchpad* pueden emplearse para la misma función, o incluso para emplear el uso de este recurso en otros bloques de las matemáticas como álgebra o funciones.

Por último, además del uso de software en geometría dinámica, existen otros muchos recursos como apoyo en el aula de matemáticas. Por ejemplo las redes sociales, el empleo de juegos didácticos, vídeos didácticos, el uso de la pizarra digital o el uso de Moodle.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

9.1. Referencias

- Adell, J. (1997) Tendencias en educación en la sociedad de las tecnologías de la información. *EDUTEC (Revista Electrónica de Tecnología Educativa)*, 7.
- Area, M. (2005). Las tecnologías de la información y comunicación en el sistema escolar. Una revisión de las líneas de investigación. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 11(1), 3-25. Disponible en: http://www.uv.es/RELIEVE/v11n1/RELIEVEv11n1_1.htm
- Area, M. (2008). Innovación Pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales. *Investigación en la escuela*, 64, 5-18. Recuperado el 16 de abril de 2014 de <http://www.sav.us.es/pixelbit/actual/15.pdf>
- Báez, R. & Iglesias, M. (2007). Principios Didácticos a seguir en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática*, 2, 67-88.
- Bazzini, L. & Morselli, F. (2007). *El álgebra en el contexto geométrico a través del uso de recursos diversos (lápiz y papel y Cabri Géomètre)*. La actividad matemática en el aula. Barcelona. Recuperado el 24 de mayo de 2014 de <http://ri.uaq.mx/bitstream/123456789/244/1/R1ooooo3.pdf>
- Blanco, L. & Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Matemáticas Educativa*, 6 (2), 107-132.
- Cabrilog SAS (2009). *Cabri 3D: Explorar la tercera dimensión*. Recuperado el día 6 de mayo de 2014 de: <http://www.cabri.com/es/cabri-3d.html>
- Decreto Foral 25/2007 de 19 de marzo, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra. Boletín oficial de la Comunidad Foral de Navarra (25 de mayo de 2007), núm. 65. http://www.navarra.es/home_es/Actualidad/BON/Boletines/2007/65/Anuncio-1/

García Peña, S. y López Escudero, O. L. (2008). La enseñanza de la geometría. *Materiales para apoyar la práctica educativa*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Recuperado el 9 de mayo de 2013 de <http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>

Holffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *Mathematics Teacher*, 74, 11-18.

Hugot, F. (2005). *Une étude sur l'utilisabilité de Cabri 3D*. Mémorie de Recherche, Environments Informatiques d'Aprendissage Humain et Didactique. Grenoble, Francia: Université Joseph Fourier Grenoble I.

Jones, K. (2002). Issues in the Teaching and Learning of Geometry. En L. Haggerty (Ed.), *Aspects of Teaching Secundary Mathematics: perspectives on practice* (pp. 121-139). Londres: Routledge Falmer.

Lastra, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. Tesis de Maestría no publicada, Facultad de Ciencias Sociales, Escuela de Postgrado, Universidad de Chile.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2003). *Evaluación PISA 2003. Resumen de los primeros resultados en España*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Disponible en: <http://thales.cica.es/~epsilon/debate/PISA2004/pisa2003resumenespana.pdf>

Molero, M. y Salvador, A. (s.f.). *Los medios tecnológicos y la enseñanza de las Matemáticas*. Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en la Ingeniería y la Arquitectura por el Instituto Juan de la Cierva de Madrid. Disponible en http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/maic/congreso/09%20080310%20TICs%20Mar_355a.pdf

OCDE (2013). *ESPAÑA—Nota País—Resultados PISA 2012*. Disponible en: <http://estaticos.elmundo.es/documentos/2013/12/03/pisa-espana.pdf>

Ramboll Management (2006). *E-learning Nordic 2006. Impact of ICT in Education*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://www.ramboll-management.com/eng/sites/pubarr/archive/elearningnordic20061.htm>

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín

Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773. Disponible en:
<http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

Villarroya, F. (1994). El empleo de materiales en la enseñanza de la Geometría. *Revista interuniversitaria de Formación de Profesorado*, 21, 95-104. Recuperado de 22 de mayo de 2014, de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=117840>

9.2. Bibliografía complementaria

Universidad Internacional de La Rioja (2014). *Recursos didácticos para Matemáticas (Tema 3)*. Documento de la asignatura de “Recursos didácticos para Matemáticas” del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.

Universidad Internacional de La Rioja (2014). *Tecnologías de la Información y la Comunicación (Tema 3)*. Documento de la asignatura de “Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a las Matemáticas” del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.

12. ANEXOS

12.1. Anexo NºI. Cuestionario

En el siguiente cuestionario va dirigido a profesores de matemáticas que imparten clase en 3º de la ESO. Se ha llevado a cabo en dos centros de Navarra, para investigar las dificultades de los alumnos ante el aprendizaje de geometría, además de la opinión de los docentes sobre el uso de las TIC en el aula, y en concreto del uso de *Cabri 3D*.

1. Indique su nombre, edad y sexo. Especifique los años que lleva impartiendo la asignatura.
 - Edad.
 - Sexo.
 - Años impartiendo la asignatura.

2. ¿Cuáles son las dificultades a las que se enfrentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas?
 - Base insuficiente en matemáticas.
 - Problemas de comprensión.
 - Memorización.
 - Abstracción matemática.
 - Falta de motivación.

3. ¿Qué área de las matemáticas de 3º de la ESO opina que supone mayor dificultad a sus alumnos?
 - Contenidos comunes.
 - Números.
 - Álgebra.
 - Geometría.
 - Funciones y gráficas.
 - Estadística y probabilidad.

4. ¿Cuáles considera que son las principales dificultades con las que se enfrentan los estudiantes a la hora de estudiar y comprender los contenidos de la geometría?

- Visualización espacial.
- Memorización.
- Habilidades matemáticas.
- Comprensión de los objetos matemáticos.
- Relación entre cuerpos matemáticos.
- Resolución de problemas.

5. ¿Cuáles son los contenidos de geometría estudiados en tercero de la ESO que supone mayor dificultad a la hora de impartir la clase para los docentes?

- Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras.
- Simetrías y giros en el plano.
- Movimientos para la representación de figuras.
- Simetría en los poliedros.
- Movimientos en la vida cotidiana.
- Coordenadas geográficas.
- Relaciones geométricas.

6. Qué recursos utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?

- Uso de la pizarra tradicional.
- Libros de texto.
- Fotocopias y fichas.
- Material para manualidades (cartulinas, papel, tijeras...).
- TIC
- Otros.

7. ¿Cuáles son las estrategias de clase que utiliza más frecuentemente para enseñar geometría?

- Explicación del tema y realización de ejercicios.
- Actividades relacionadas con la vida cotidiana.
- Actividades de visualización.
- Trabajo en grupo.
- Autoaprendizaje.

8. ¿Considera adecuado un cambio metodológico en la enseñanza de la geometría?

- Sí, está de acuerdo.
- Ni de acuerdo, ni en desacuerdo.
- No, está en desacuerdo.

9. ¿Cree que el uso de las TIC en el aula puede facilitar la enseñanza de la geometría?

- Sí.
- No.

10. ¿Dispone de ordenador con proyector y acceso a internet en el aula?

- Sí.
- No.

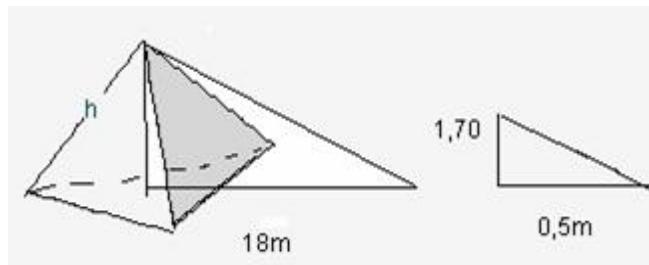
11. ¿Conoces el Software de geometría dinámico *Cabri 3D*?

- Sí, lo he utilizado.
- Sí, pero nunca lo he utilizado.
- No, pero me gustaría utilizarlo.
- No, ni se utilizarlo ni tengo interés en aprender.

12.2. Anexo Nº2. Ejercicios del bloque de geometría de 3º de la ESO

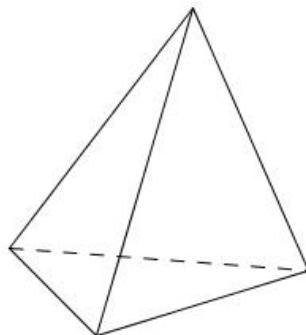
A continuación se ofrecen varias actividades para realizar la propuesta didáctica del trabajo, acordes con el currículo del bloque de geometría del tercer curso de la ESO.

1. Calcula la altura de la pirámide sabiendo que la sombra que proyecta es de 18 m y que la sombra que proyecta Tales es de 0,5m. Nota. Tales mide 1,70 m.



2. Una nave tiene 10 m de largo, 6 m de ancho y 3 m de alto. Se trata de llenarla de cajas cúbicas de 1 m de lado. ¿Cuántas cajas se necesitan?

3. Calcula la superficie de un tetraedro regular de 6cm de arista.



4. Calcula el valor de las diagonales de los cubos cuyas aristas miden:

- a) 3 cm
- b) 6 cm

5. Halla el volumen de un prisma de base hexagonal de lado 4cm y altura 10cm.

6. Calcula el área lateral de una pirámide de base cuadrada, cuya diagonal mide 10 cm y la altura total sea de 15 cm.

7. Un cono recto tiene 6 cm de radio de la base y 14cm de altura. Calcula:

- a) El área de la base.
- b) El área lateral.
- c) El área total.
- d) El volumen del cono.

8. Calcular el área de la superficie de una esfera de 4 cm de radio.

9. Calcula el radio de una pelota, siendo su superficie de 1325 cm^2 .

10. Calcula el volumen y el área lateral, sabiendo que su diámetro mide 10 cm y su altura es de 8 cm.