

Universidad Internacional de la Rioja

Facultad de Educación

## **Trabajo fin de máster**

Utilización de la hoja de cálculo  
Excel como recurso didáctico  
para facilitar el aprendizaje de  
matemáticas de 3º de ESO.

<b>Presentado por:</b>	José Luis Almendro García.
<b>Línea de investigación:</b>	Recursos didácticos tecnológicos.
<b>Directora:</b>	Leticia Meseguer Santamaría.
<b>Ciudad:</b>	Madrid.
<b>Fecha:</b>	17 de enero de 2014

## Resumen

En el panorama de la investigación educativa actual se defiende que, la introducción didáctica de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC), es necesaria para lograr la competencia de Tratamiento de la Información y competencia digital, y conveniente para facilitar el aprendizaje de las materias, en concreto de las Matemáticas.

Ahora bien, ¿existen estudios que corroboren que las TIC facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? Y, en concreto, ¿en qué medida la hoja de cálculo Excel favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje para la docencia de las Matemáticas de 3º de ESO?

Este trabajo intenta, a través de un análisis de la literatura actual disponible en internet, dar una respuesta a dicha pregunta, viendo en qué medida la hoja de cálculo Excel puede cumplir las expectativas curriculares, sobre todo de las competencias básicas y contenidos, de las matemáticas de 3º de ESO.

El contenido del trabajo, con sus conclusiones y su propuesta práctica, tiene la intención también de servir de ayuda al docente para comprender las posibilidades de la hoja de cálculo Excel para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y animarle en el uso de esta TIC.

## Palabras clave

Matemáticas, ESO, Secundaria, didáctico, Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), hoja de cálculo, Excel, resolución de problemas, números reales, álgebra, geometría, funciones y gráficas, estadística y probabilidad.

## Abstract

The overview of the current educational research argues that, the didactic introduction of the Information and Communication Technologies (ICT), is required to achieve competence for Information Processing and Digital Competence, and convenient to facilitate the learning of the subjects, in particular of Mathematics.

However, are there any studies that corroborate that ICT facilitate the teaching and learning of mathematics? And, in particular, to what extent the Excel spreadsheet favors the teaching and learning processes for the teaching of mathematics of 3<sup>rd</sup> year of ESO?

This work seeks, through an analysis of the current literature available on the internet, give an answer to that question, seeing how the Excel spreadsheet can carry out the curriculum expectations, especially for the basic skills and contents, of the Mathematics of 3<sup>rd</sup> year of ESO.

The content of the work, with its conclusions and practical proposal, also tries to help the teacher to understand the possibilities of the Excel spreadsheet for the teaching and learning of mathematics and encourage him or her in the use of this ICT.

## Key words

Mathematics, ESO, Secondary school, didactic, Information and Communication Technologies (ICT), spreadsheet, Excel, resolution of problems, real numbers, algebra, geometry, functions and graphs, statistics and probability.

## Índice general:

1. Introducción.....	7
1.1. Justificación del trabajo fin de master.....	7
2. Planteamiento del problema.....	8
2.1. Hipótesis, objetivo principal y objetivos específicos.....	8
2.2. Fundamentación de la metodología.....	9
2.3. Justificación de la bibliografía utilizada.....	9
3. Desarrollo.....	10
3.1. Revisión bibliográfica.....	10
3.1.1. El papel de las TIC en la educación.....	10
3.1.2. Razones que justifican la utilización de las TIC en la educación académica.....	15
3.1.3. Posibles inconvenientes del uso académico de las TIC.....	18
3.2. Materiales y métodos utilizados para el estudio cualitativo de la utilidad de la hoja de cálculo en la docencia de las matemáticas de 3º de ESO.....	19
3.3. Contribución de la hoja de cálculo, y de las TIC en general, a la adquisición de las competencias de la asignatura de Matemáticas de la etapa de ESO.....	21
3.3.1. Competencias básicas de la etapa de ESO.....	21
3.3.2. Literatura sobre la ayuda que presta la hoja de cálculo, y en general las TIC, a la adquisición de dichas competencias.....	23
3.4. Contribución de la hoja de cálculo Excel a la adquisición de los contenidos curriculares de Matemáticas de 3º de ESO.....	28
3.4.1. Contenidos curriculares de 3º de ESO.....	28
3.4.2. Descripción de las funcionalidades de la hoja de cálculo Excel y sus aportaciones a las matemáticas de 3º de ESO.....	28
3.4.3. Aporte de la hoja de cálculo Excel a los contenidos Curriculares de Matemáticas de 3º de ESO.....	32
3.5. Inconvenientes para la utilización de la hoja de cálculo Excel para la docencia de Matemáticas de 3º de ESO.....	43
4. Propuesta práctica.....	44
4.1. Actividad N° 1. Números reales. La recta real. Bloque 2 de contenidos de Matemáticas de 3º de ESO.....	45
4.2. Actividades N° 2 y 3. Funciones cuadráticas. Bloque 5 de contenidos de Matemáticas de 3º de ESO.....	55

5. Conclusiones.....	68
6. Limitaciones y deficiencias de esta investigación.....	70
7. Líneas de investigación futuras.....	71
8. Referencias bibliográficas.....	72
9. Anexos.....	76
9.1. Contenidos de Matemáticas para 3º de ESO.....	76
9.2. Libros de Excel elaborados para la propuesta práctica de Matemáticas para 3º de ESO.....	79
9.2.1. Libro de Excel “Números reales.xlsx”.....	82
9.2.2. Libro de Excel “Función cuadrática.xlsx”	
9.2.3. Libro de Excel “Funciones y gráficas. Función cuadrática.xlsx”.....	83

## Índice de figuras.

Figura N° 1. Representaciones semióticas de $f(x) = x^2 + 1$ .....	38
Figura N° 2. Trabajo con números reales en Excel. Fracciones.....	47
Figura N° 3. Trabajo con números reales en Excel. Números irracionales.....	49
Figura N° 4. Trabajo con números reales en Excel. Redondeo expresión decimal.....	50
Figura N° 5. Trabajo con números reales en Excel. Representación en la recta real.....	51
Figura N° 6. Trabajo con números reales en Excel. Potencias de exponente entero.....	52
Figura N° 7. Trabajo con números reales en Excel. Notación científica.....	53
Figura N° 8. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 1.....	57
Figura N° 9. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 2.....	57
Figura N° 10. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 3.....	58
Figura N° 11. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 4.....	59
Figura N° 12. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 5.....	60
Figura N° 13. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 6.....	61
Figura N° 14. Gráfica de la función cuadrática con las coordenadas del vértice y los puntos de corte con los ejes x e y.....	63
Figura N° 15. Compresión y dilatación de la curva cuadrática.....	66
Figura N° 16. Desplazamiento horizontal.....	67

## 1. Introducción.

En éste trabajo fin de máster se partirá de un análisis de diferentes fuentes que tratan la aportación didáctica del uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), y en particular la hoja de cálculo Excel, propiedad de la empresa Microsoft, para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

El trabajo se centrará en los posibles usos educativos de Excel para 3º de ESO. Por ello habrá que tener en cuenta el currículo de dicha materia.

Una vez que quede acotada la utilidad didáctica de la hoja de cálculo Excel, se realizará un planteamiento práctico de actividades innovadoras, para facilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos involucrados en algunas Unidades Didácticas de la materia de 3º de ESO.

También se analizarán los posibles inconvenientes del uso de la hoja de cálculo Excel; la distracción de los alumnos sobre los contenidos de la asignatura de Matemáticas en el caso de que las actividades no se hayan reflexionado y orientado por el profesor debidamente, la introducción de procedimientos en las actividades que requieren conocimientos avanzados de la hoja de cálculo, que alejan de la finalidad central que es el aprendizaje de las Matemáticas, etc.

### 1.1. Justificación del trabajo fin de máster.

En la actualidad hay una extensa literatura de investigación que detalla los logros del uso de las TIC para el aprendizaje de las matemáticas (Cox, Abbott, Webb, Blakeley, Beauchamp y Rhodes, 2003a y 2003b; OCDE, 2001).

Uno de los recursos TIC que puede emplearse para la docencia es la hoja de cálculo Excel. Esta hoja de cálculo, y el paquete Office al que pertenece, tiene una amplia difusión en el mundo laboral y en los hogares.

Es una aplicación intuitiva de manejar, pues ha ido evolucionando desde su primera versión, Excel 2.0, que se lanzó al mercado en 1987. Esta característica hace que sea sencillo comenzar a trabajar con ella. A la vez es una herramienta muy potente con funciones matemáticas, de búsqueda y análisis de datos numéricos, realización de gráficos y en la que se pueden hacer personalizaciones y desarrollos programando con macros o a través del Visual Basic para Aplicaciones (VBA) que viene integrado en el paquete Office.

En resumen, Microsoft Excel es una herramienta de fácil accesibilidad, de uso intuitivo, y con gran potencia matemática. De estas características se deriva la conveniencia de profundizar en sus posibilidades didácticas para la materia de Matemáticas, y en particular para 3º de ESO.

## 2. Planteamiento del problema.

Una de las pretensiones de esta investigación, es mostrar a los docentes la utilidad de la hoja de cálculo Excel como recurso TIC, en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Es importante destacar, que el docente de Matemáticas de ESO, puede no estar familiarizado con el uso del ordenador y en particular de la hoja de cálculo Excel. Ahora bien, según la Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, en el Anexo II se establece que una de las competencias básicas para la etapa de la ESO debe ser el “Tratamiento de la información y competencia digital”. Por tanto, para que el docente pueda contribuir a que los alumnos adquieran dicha competencia básica, es necesaria una política de formación de las autoridades educativas para que los docentes adquieran la capacitación necesaria.

Los alumnos de 3º de ESO cada vez están más familiarizados con las nuevas tecnologías, sobre todo las relacionadas con los móviles de última tecnología (WhatsApp, Correo electrónico,...), los videojuegos y el uso de internet como comunicación (chat, redes sociales,...). Respecto de la hoja de cálculo de Excel, en el currículum de la materia de Tecnología, se imparten sólo unas horas de uso elemental en alguno de los cursos de ESO. A no ser que el alumno reciba formación académica en alguna asignatura extraescolar de Informática, o tenga un especial interés personal, no tiene por qué tener más formación al respecto.

### 2.1. Hipótesis, objetivo principal y objetivos específicos.

Partiendo de las dos premisas del punto anterior, es decir, que el docente y el alumno no tienen por qué estar familiarizados con la hoja de cálculo Excel, este trabajo pretende argumentar que dicha hoja de cálculo es una aplicación flexible que puede enriquecer las actividades didácticas para la enseñanza y el aprendizaje del currículum de las Matemáticas de 3º de ESO con un nivel bajo de conocimiento inicial de la aplicación por parte del docente y de los alumnos.

Con la finalidad de poder comprobar que la hipótesis que se ha planteado responde a la realidad, se establece el siguiente objetivo:

**Objetivo principal del trabajo fin de máster:**

Estudio de la utilidad del uso de la hoja de cálculo Excel como recurso educativo para las Matemáticas de 3º de ESO para docentes y alumnos con conocimientos básicos de dicha aplicación.



Con la finalidad de poder argumentar el objetivo principal se definen los siguientes objetivos específicos:

- Fundamentar la conveniencia del uso de las TIC en la educación en general.
- Analizar cómo la hoja de cálculo Excel fomenta el aprendizaje significativo del currículo de las Matemáticas de 3º de ESO.
- Delimitar la capacitación mínima para el uso de Excel como recurso didáctico para ESO del docente y del alumno.
- Definir varias actividades didácticas utilizando la hoja de cálculo Excel, para facilitar el aprendizaje significativo de las matemáticas de 3º de ESO.

## 2.2. Fundamentación de la metodología.

Detallados los objetivos en el punto anterior se realiza a continuación una descripción de la metodología que se seguirá para lograr dichos objetivos:

- Estudio de la bibliografía actual sobre:
  - La importancia de la utilización de las TIC en la educación.
  - La aportación de las TIC, y en particular la hoja de cálculo Excel, para el aprendizaje de las Matemáticas.
- Análisis de los conocimientos previos necesarios por los docentes para el uso de la hoja de cálculo Excel como recurso didáctico.
- Análisis de los conocimientos previos que deben tener los alumnos para realizar las actividades elaboradas por el docente.
- Planteamiento de actividades didácticas, dentro del currículo de 3º de ESO, que fomenten el aprendizaje significativo de los alumnos y la familiarización de los alumnos y docentes con la hoja de cálculo Excel.

## 2.3. Justificación de la bibliografía utilizada.

Al realizar la búsqueda bibliográfica relacionada con la utilización de las TIC como recurso educativo en la educación y, en concreto, para las matemáticas, se ha podido apreciar documentación tanto en formato electrónico como en papel.

Cuando la búsqueda se hace más específica y se centra en encontrar fuentes que relacionen la hoja de cálculo Excel y la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la literatura es principalmente en formato electrónico.

En este trabajo se ha priorizado el uso de las fuentes electrónicas por tres razones principalmente:

- La rapidez, y la economía en tiempo y dinero del acceso a dichas fuentes.

- Por coherencia: Teniendo la intención del ser consecuente y utilizar herramientas del mismo tipo que son la base de este trabajo, la utilización de una TIC en la educación.
- La disponibilidad de ejemplos de aplicaciones de uso de Excel para la enseñanza de las matemáticas, que por su naturaleza electrónica e hipertextual, no suelen poder obtenerse de forma libre por otras vías.

## 3. Desarrollo.

### 3.1. Revisión bibliográfica.

#### 3.1.1. El papel de las TIC en la educación.

Es generalizada la opinión de que la sociedad actual se caracteriza por haber conocido unos avances tecnológicos en las telecomunicaciones que la convierten en la “sociedad de la información” (OCDE, 2001; Batista, Celso, Usubiaga y Minzi, 2007; Peñafiel, 2012.). Dichos avances, además, permiten la comunicación a tiempo real entre personas distantes a horas de vuelo en avión, estableciendo relaciones de intercambio de información que anteriormente eran inviables. Este último aspecto, sumado a los avances tecnológicos en los transportes y los movimientos migratorios que éstos posibilitan, ha dado lugar al fenómeno de la “globalización”.

A éste respecto, Peñafiel (2012) opina “Hoy en día, las tecnologías digitales y la arquitectura de internet permiten, por primera vez en la historia de la humanidad, la intercomunicación distribuida entre muchas personas o usuarios finales a nivel global” (p.169).

De igual manera, Cortes (2011) comenta “Estos cambios en la educación han estado ligados a las actualizaciones del siglo XXI... denominando al mundo como la sociedad del conocimiento creando un entorno globalizado e incluyendo un progreso científico y tecnológico en todas las áreas de la ciencia” (p.132).

¿Cuál debe ser el papel de la educación respecto a las TIC que, junto con otros cambios tecnológicos, han revolucionado sociedad? Hay varios enfoques; un primer enfoque (OCDE, 2001; Area, 2008) encuentra en las TIC el eje que debe vertebrar una reforma del modelo educativo, que estiman como necesaria, basada en el constructivismo. Según la teoría constructivista el alumno elabora la propia comprensión de los nuevos conceptos a partir de sus experiencias previas. El segundo enfoque es el que, partiendo también de las teorías constructivistas, en las que el alumno debe ser el protagonista de la educación y el profesor un orientador de la actividad del alumno, es necesaria una reforma educativa para adaptarse a estos

cambios metodológicos y a los cambios tecnológicos que ocurren en la sociedad; las TIC se presentan como recursos que facilitarían dicha reforma.

### A. Primer enfoque: La introducción de las TIC como eje en el que se vertebra la reforma del modelo educativo, impuesta por la sociedad de la información.

Hay trabajos que avalan la introducción de las TIC en el sistema educativo de forma generalizada, que impulse a su vez una reforma del modelo educativo. Esta reforma estaría justificada, por la necesidad de que la educación académica responda a las implicaciones de la pertenencia de los alumnos a la sociedad de la información.

Según se comenta por la OCDE (2001), es un hecho que la presencia de las TIC en la sociedad actual está cambiando la forma de vida, dando origen al concepto de la sociedad del conocimiento. Existe una conciencia general de que esta novedad conlleva consecuencias para la educación, y que los centros educativos deben asumirlas. Estos cambios constituyen para la educación un importante reto, pero también una gran oportunidad.

Area (2008) en su artículo publicado en la revista *Investigación en la escuela* comenta: “Se propone que este proceso innovador debiera tener como eje de referencia el desarrollo de las competencias informacionales y digitales destinadas a preparar al alumnado como ciudadano autónomo, inteligente y crítico ante la cultura del siglo XXI” (p.5).

El informe de la OCDE (2001) comenta además, que las reformas que suponen, o han supuesto (da por hecho que en algunos lugares ya se han efectuado), las TIC, difieren a las que se realizaron anteriormente en:

- Las reformas curriculares anteriores se originaron desde dentro del sistema educativo, respondiendo a la intención de organizar sus propios asuntos. La reforma que suscitan las TIC surge desde fuera del mundo de la enseñanza.
- Al contrario que en anteriores reformas, los alumnos se suelen sentir más cómodos que los profesores con la introducción de las TIC.
- La propagación de las TIC, no afecta de forma superficial a la docencia, sino que tiene grandes implicaciones en su filosofía y organización.

Además la OCDE argumenta, que si en muchos casos la introducción de las TIC no se refleja en un incremento del rendimiento escolar, es porque los instrumentos de evaluación utilizados son los tradicionales, más centrados en los conceptos, que en las destrezas que se pueden adquirir con las TIC. Defiende que actualmente, en

una sociedad donde hay mucha cantidad de información disponible, es más urgente la adquisición de las destrezas para buscar, analizar, organizar, relacionar, sintetizar,... la información, que adquirir conocimientos sobre un campo particular.

La OCDE describe las medidas complementarias de política educativa necesarias para que las TIC supongan realmente una mejora de la calidad educativa:

- Cambios importantes en los currículos: Los currículos tradicionales basados en la adquisición de conocimientos entorpecen el enfoque más abierto que promueven las TIC, que se basa en las destrezas y se centra más en el alumno. Actualmente hay acceso a gran cantidad de información, y es más necesario aprender a acceder, manejar y saber utilizar la información, que recordar al detalle los saberes de muchas esferas del conocimiento. Las TIC ofrecen ventajas para la educación tradicional, pero su potencial educativo no se puede llevar a cabo sin realizar cambios significativos en las metodologías y estructuras educativas.
- Cambio de los papeles del profesor y del alumno en el aula: Con respecto a la importancia del docente y del centro escolar, existía la creencia de que las TIC podían disminuirla, pero la realidad parece ser distinta. La escuela juega un papel central para el alumnado, y es el profesor el que debe orientar el aprendizaje, aunque los papeles del profesor y el alumno deben cambiar. Los profesores afrontan un nivel de exigencia mayor, pues deben tener capacidad de adaptación pedagógica al ritmo de las innovaciones de la tecnología para su empleo en la docencia. El intercambio de experiencias entre docentes es fundamental, así como son necesarias políticas para la formación de los profesores.

Respecto del alumno, muchos docentes opinan que los chicos elaboran la comprensión de los nuevos conceptos construyéndola sobre sus experiencias, según la teoría constructivista. Este modelo de aprendizaje es apropiado para un entorno en el que dominan las TIC, que favorecen el incremento de la comprensión y el desarrollo de destrezas. El aprendizaje con las TIC debe estar centrado en el alumno. El papel de docente pasa a ser orientador del aprendizaje autónomo del alumno.

- Cambio en el modelo de evaluación de los alumnos: Las formas de evaluación que se basan en el rendimiento de los alumnos a través de exámenes escritos, son un freno a la consecución de las destrezas y capacidades que se pueden adquirir con las TIC. La adopción de las TIC exige formas de evaluar de manera distinta y además facilita medios de evaluación.

- Los centros educativos deben tener suficientes TIC y estar apoyados en su uso: Son necesarios un mayor número de equipos informáticos y acceso a internet con un buen ancho de banda. Además de las políticas en las que se subvencione con carácter extraordinario las instalaciones iniciales de los equipos informáticos y de otros recursos TIC, son necesarias financiaciones regulares para el mantenimiento, el soporte técnico y la renovación de las instalaciones que se queden anticuadas.
- Compromiso de la dirección de los centros educativos con las TIC: Para el cambio que suponen las TIC, es necesario la implicación activa de la dirección de los centros educativos. La dirección debe convencer y generar confianza en toda la comunidad educativa respecto los cambios necesarios para la inclusión de las TIC.

## B. Segundo enfoque: TIC como recurso que potencia nuevos modelos educativos centrados en el alumno (modelos constructivistas).

Otros autores (Cox *et al.*, 2003a; Cortes, 2011) apoyados en la teoría constructivista, defienden un modelo de educación en el que el alumno pase a tomar un papel central y activo en su educación, y la función del profesor sea la de orientar al alumno. Es un cambio de la metodología, en el que se debe abandonar el predominio de las clases magistrales para desarrollar actividades en grupos, donde el alumno elabore su propio conocimiento partiendo de sus conocimientos previos.

Las TIC serían los recursos ideales que permitirían potenciar dicho modelo, permitiendo a los alumnos adquirir las competencias de aprender a aprender, tratamiento de la información y competencia digital (Peñafiel, 2012), competencias recogidas en el Real Decreto 1631/2006 de la legislación española.

La mera inversión en TIC no aseguraría la mejora de la educación, es la metodología del docente la que lo hace posible, utilizando las TIC como herramienta fundamental.

## C. Conclusiones de los dos enfoques.

En el contexto educativo actual, independientemente de las valoraciones sobre si las TIC deben ser el eje de la reforma educativa o un recurso que la potencie, hay una coincidencia; en la necesaria modificación de los modelos educativos para responder

a las expectativas actuales personales, sociales y laborales, las TIC deben jugar un papel importante.

Sin embargo, al contrario de lo que se podría pensar originariamente, las TIC no roban protagonismo al profesor. Siendo éstas una gran oportunidad para enriquecer las actividades, son a la vez un reto para el docente y el sistema educativo, pues el profesor debe estar capacitado para introducirlas, y la mejora educativa dependerá directamente de una metodología centrada en el alumno, donde el papel del docente sea el de dirigir las actividades de investigación, donde el propio alumno, trabajando de manera colaborativa con otros alumnos, construya su conocimiento.

El primer enfoque quiere promover la introducción de las TIC en el sistema educativo de forma generalizada. Su finalidad es responder a la demanda de la sociedad de la información. A este respecto, como contrapone el segundo enfoque (apartado 3.1.1.B), la inversión en TIC no asegura la mejora de la educación.

Según la opinión personal del autor de este Trabajo Fin de Master, las TIC no deben ser el eje de la reforma educativa, pues la finalidad de cualquier reforma debe ser siempre la mejora de la educación del alumno en general, para dar respuesta a sus necesidades personales, además de las necesidades imperativas de la sociedad actual.

En este trabajo se entiende que para la reforma educativa, que debe ser un proceso continuo, las TIC son un recurso importante disponible, pero hay que tener en cuenta otros recursos didácticos, las estrategias de aprendizaje de los alumnos y sobre todo, como sostiene el segundo enfoque, la metodología del docente.

En el segundo enfoque se demanda un cambio del modelo de educación, modificando los roles del profesor y el alumno, para que éste sea el que construya su propio conocimiento a través de actividades participativas elaboradas por el profesor. Este enfoque coincide con la demanda de las autoridades educativas en España, recogidas en el Real Decreto 1631/2006 de la legislación española, que destaca la importancia de la adquisición no sólo de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, sino también de una serie de competencias necesarias para la posterior incorporación a estudios superiores, la labor profesional y para participar activamente en la sociedad. Las TIC serían un recurso importante para la consecución de dichas competencias, con especial mención a la de "Tratamiento de la información y competencia digital" (Real Decreto 1631/2006, p. 686).

Respeto del papel de las TIC en la educación no académica, como en el resto de la educación, la familia debe también involucrarse en la formación del uso de las TIC. La familia es fundamental para fomentar la animación de la lectura, la constancia y

calidad a la hora de realizar las tareas de casa y para el hábito de estudio. Los padres o tutores normalmente orientan las relaciones sociales de sus hijos o tutelados, para que establezcan amistades que colaboren a desarrollar íntegramente a sus hijos o tutelados. De igual manera, en lo referente a las TIC, es necesario que los alumnos sean acompañados en casa para la utilización responsable de las TIC, indicando las grandes ventajas de su uso correcto, pero también los peligros que entrañan cuando se utilizan de forma no adecuada, por ejemplo al acceder a contenidos no adecuados para su madurez, o al dar información personal o familiar que puede entrañar peligros para su integridad.

### 3.1.2. Razones que justifican la utilización de las TIC en la educación académica.

A continuación se hará una relación de argumentos que son defendidos en los estudios sobre las TIC, que justificarían la aplicación de éstas en la educación académica.

Como se refleja en el trabajo OCDE (2001) habría tres grandes grupos de razones o argumentos; los económicos, los sociales y los pedagógicos.

#### A. Razones económicas.

Según la OCDE “Los argumentos económicos se centran en lo que se consideran requisitos, presentes y futuros, de la economía y en la necesidad, en muchos sectores del mercado laboral, de personal competente en el uso de las TIC” (p. 74).

Este trabajo también recoge: “A nivel mundial existe una expectativa generalizada de que las naciones que acojan con éxito la era de la información se beneficiarán económicamente” (p. 74).

#### B. Razones sociales. Alfabetización digital.

El manejo de las TIC se contempla como una necesidad para poder intervenir en la vida en sociedad y en el lugar de trabajo. Con respecto la vida en sociedad se considera incluso el concepto de “alfabetización digital” estimándola al mismo nivel de saber leer, escribir o calcular. Se sostiene también, que en la medida de que estas tecnologías se vayan extendiendo en la sociedad, se fomentará una mayor participación de las familias en el seguimiento de la educación de sus hijos.

“La alfabetización digital abarca un sofisticado repertorio de destrezas que ha revolucionado el mundo del trabajo y la vida social, y cada vez resulta más



imprescindible para integrarse completamente en la sociedad” (OCDE, 2001, p. 100).

“Los individuos necesitan comprender el potencial de la tecnología y llegar a emplearla con seguridad y competencia, sentido crítico y un adecuado nivel de discernimiento” (OCDE, 2001, p. 101).

Area (2008) sostiene que una de las funciones que dan justificación a la escolaridad de los alumnos es la alfabetización. Durante los siglos XIX y XX alfabetizar consistió en enseñar a leer y escribir, principalmente a través de textos en recursos materiales impresos. En nuestros días, el concepto de alfabetización se debe ampliar incluyendo nuevas fuentes de acceso a la información, así como las competencias necesarias para transformarla en conocimiento. Dichas competencias o destrezas para el uso inteligente de las nuevas tecnologías incluyen, al menos, el dominio instrumental de las mismas, así como las competencias que se relacionan con la búsqueda, análisis, selección y comunicación de la información.

En la legislación española, por primera vez se destaca la necesidad de fomentar las competencias relacionadas con las TIC en la etapa de la ESO, en el Real Decreto 1631/2006 de Enseñanzas Mínimas para la Educación Secundaria Obligatoria. En el Anexo I de dicho Real Decreto, se establecen ocho competencias básicas que son comunes y transversales en todas las materias. En concreto, la relacionada con la alfabetización digital sería la de “Tratamiento de la Información y Competencia Digital”.

En resumen, ante la realidad de la generalización del uso de internet, los teléfonos de última generación y otras TIC, la familia, la sociedad y la educación académica, deben también fomentar y orientar el uso responsable de dichas tecnologías para el desarrollo personal equilibrado de los alumnos. De otro modo, el alumno no tendrá criterio para evaluar la veracidad de la información que se le presenta, ni poseerá la capacidad de seleccionar, analizar y ordenar la información requerida para un fin concreto.

### C. Razones pedagógicas.

En este apartado se detallará un listado de posibles mejoras que pueden estar relacionadas con la inclusión de las TIC en la educación académica. Como se comentó con anterioridad en el apartado 3.1.1. de este trabajo, la efectividad o no de la introducción de las TIC en la educación académica, dependerá de que la metodología utilizada por el profesor se aleje de la tradicional y busque que el alumno sea el protagonista de su propia educación, siendo el papel del profesor el de orientador.



En el informe de la OCDE (2001) se presentan, entre otras, las siguientes aportaciones de las TIC:

- Las TIC pueden enriquecer los procesos enseñanza-aprendizaje gracias a su actualidad y realismo.
- Contribuyen al desarrollo de aptitudes cognitivas de orden superior como el análisis y la síntesis.
- Las TIC son una fuente de motivación para el alumno.
- Introduce nuevos modelos de evaluación centrados en las destrezas y capacidades avanzadas, con retroalimentación inmediata de la información al profesor.
- Fomentan el aprendizaje fuera del horario escolar, no sólo para reforzar la actividad académica, como se ha entendido tradicionalmente, sino también como ampliación.
- La alfabetización digital actualmente es fundamental para la autoformación permanente de las personas durante y después de la escolarización.
- Las TIC permiten la atención a la diversidad de los alumnos en el aula. Por ejemplo, un docente puede recurrir a programas informáticos para que los alumnos más avanzados realicen actividades más complejas, y poner más atención en trabajar con otros alumnos.
- Hay experiencias positivas en ciertos países del uso de las TIC con alumnos con dificultades visuales y motoras, que les han permitido leer, escribir y expresarse autónomamente.

Para Cox *et al.* (2003b) existe una gran evidencia de que las TIC contribuyen a mejorar el aprendizaje de los alumnos. Los beneficios que reportarían a los alumnos serían los siguientes:

- Les permiten desafiar sus propias ideas preconcebidas.
- Les dotan de medios para proporcionar explicaciones más elaboradas.
- Sirven de ayuda al desarrollo de mejores estrategias de razonamiento.
- Desarrollan la confianza en su capacidad para comunicar sus conocimientos a los demás.
- Les ayudan a lograr una mayor autonomía en su aprendizaje.
- Les sirven para relacionar el aprendizaje en un contexto más amplio.

Peñafiel (2012) en su trabajo destaca preferentemente el carácter inclusivo que pueden tener las TIC, para posibilitar el acceso a la educación a personas con necesidades especiales.

Domingo y Marqués (2011) realizan un estudio de aplicaciones educativas en el aula utilizando la pizarra digital interactiva (PDI) y ordenadores para los alumnos.

La muestra del estudio son 120 docentes de 21 centros españoles públicos y privados. En las conclusiones se recogen las ventajas más importantes que el profesorado manifiesta casi unánimemente:

- Respecto a los alumnos:
  - Aumento de la atención, de la motivación y de la participación.
  - Facilita la comprensión de los temas, la enseñanza, el aprendizaje y la consecución de objetivos.
- Respecto del profesor:
  - Favorece la renovación metodológica.
  - Aumenta la satisfacción, la motivación y la autoestima del propio docente.

### 3.1.3. Inconvenientes del uso académico de las TIC.

La utilización de las TIC en la educación, como es lógico, también tiene inconvenientes que se deben tener en cuenta y que se detallan a continuación.

Dificultad de introducir el uso educativo de las TIC en alumnos de cursos superiores, sin haberla usado anteriormente. Por tanto es conveniente que la introducción de las TIC sea progresiva, es decir, desde la etapa de infantil, los alumnos deben de irse familiarizando poco a poco con la utilización de las TIC en la educación académica. De otra forma las TIC pueden ser entendidas por el alumno como una actividad no académica, es decir, como distracción u ocio.

Respecto de la formación de los profesores, no todos los docentes tienen actualmente capacidad para utilizar las TIC ordinariamente en el aula. Es necesario que la autoridad educativa promueva políticas de formación continua del profesorado en el uso académico de las TIC, y de creación de plataformas donde los profesores puedan intercambiar sus experiencias en el uso de dichas tecnologías (OCDE, 2001).

Si las actividades realizadas con las TIC no son fruto de una reflexión didáctica profunda por el docente; si las actividades no se orientan convenientemente para que el alumno sepa en todo momento qué se pretende con cada actividad (finalidad), así como del desarrollo y la evaluación de la misma, la utilización de la TIC servirá de distracción a los alumnos, y no como herramienta para que estos construyan sus aprendizajes.

La introducción de procedimientos en las actividades didácticas en los que se requiere unos conocimientos avanzados de la TIC, pueden alejar de la finalidad central de facilitar el aprendizaje de las Matemáticas. Estos planteamientos sitúan a la TIC como fin y no como medio de aprendizaje.

Otro inconveniente es el económico. Ante una tecnología que se desarrolla cada vez más rápidamente, el coste de formación del profesorado, así como los gastos de la instalación, del mantenimiento y de renovación de las TIC, pueden ser muy importantes (OCDE, 2001).

### 3.2. Materiales y métodos utilizados para el estudio cualitativo de la utilidad de la hoja de cálculo en la docencia de las matemáticas de 3º de ESO.

Una vez establecido el marco teórico actual sobre la utilización de las TIC en la educación Secundaria, el propósito del trabajo en este punto es profundizar en un estudio cualitativo, que analizará en qué medida la literatura corrobora que las TIC, y en concreto la hoja de cálculo Excel, contribuyen a la enseñanza de las matemáticas de 3º de ESO.

Se realizará en paralelo un análisis de la funcionalidad de la hoja de cálculo, estableciendo las razones por las que la hoja de cálculo resulta un recurso interesante para la docencia de las matemáticas de 3º de ESO.

Existen una gran cantidad de aplicaciones informáticas y recursos en línea para la enseñanza de las matemáticas de la etapa de Secundaria.

Es importante destacar que existe un consenso general en los autores (Area, 2008; Cox *et al.*, 2003a y 2003b; OCDE, 2001; Peñafiel, 2012) en que la utilización de las TIC en sí misma no asegura la mejora educativa en las matemáticas. Estos trabajos recogen la existencia de muchos factores que influyen en el éxito de la aplicación de las TIC en la materia de Matemáticas. Se resumen a continuación:

- Respecto el docente: Influyen la experiencia en la docencia de matemáticas, la preparación para dar clase de matemáticas, la metodología utilizada y el conocimiento y experiencias previas con las tecnologías.
- El aula en el que se impartan las clases, debe ser un aula adaptada. Debe estar adecuadamente equipada con al menos un ordenador para cada grupo de alumnos, habiendo suficiente espacio para que estos puedan deliberar su trabajo en equipo, sin molestar a los otros grupos.
- La coordinación del trabajo en los centros por la administración educativa, que no implica que el docente no tenga libertad para la aplicación de las TIC en su asignatura, sino que ejerza el papel de promover el uso de dichas herramientas, y facilite:

- La formación de los docentes no sólo en la utilización de las TIC, sino en la aplicación didáctica de éstas en las matemáticas.
- Software y actividades didácticas planificadas por expertos con experiencia, así como la información necesaria para impartir dichas actividades a través de plataformas en línea o de forma presencial.
- Entornos, que pueden ser en línea (foros, blogs,...), donde los docentes puedan intercambiar experiencias, impresiones y recursos elaborados por ellos.
- La evaluación debe ser modificada para centrarse en valorar las actividades realizadas en las clases.

En la literatura revisada en general existen pocos estudios cuantitativos que demuestren la eficacia didáctica de la hoja de cálculo en la docencia de las matemáticas. Esto es debido principalmente a que, como hemos comentado con anterioridad en este trabajo, cuando se aplica un recurso didáctico es difícil discernir hasta qué punto la mejora educativa obtenida es debida a la aplicación del propio recurso o a la metodología y estrategias de enseñanza utilizadas.

En relación a los objetivos planteados en este Trabajo Fin de Master, la pregunta a realizar sería la siguiente ¿En qué medida la hoja de cálculo Excel favorece la enseñanza de las matemáticas de 3º de ESO?

Dentro de las posibles formas para plantear la resolución de esta cuestión, en este trabajo se partirá del currículo de la asignatura de Matemáticas para 3º de ESO, concretamente de las competencias y de los contenidos establecidos por la Autoridad Educativa. De esta forma, se estudiará la literatura científica para ver en que aspectos la utilización de las TIC en general, y en particular la hoja de cálculo Excel, favorecen la adquisición de dichas competencias y contenidos de las matemáticas de 3º de ESO.

Las competencias y contenidos de las matemáticas para 3º de ESO a nivel nacional, vienen especificados en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

### 3.3. Contribución de la hoja de cálculo, y las TIC en general, a la adquisición de las competencias de la asignatura de Matemáticas de la etapa de ESO.

#### 3.3.1. Competencias básicas de la etapa de ESO. Real Decreto 1631/2006.

En el Anexo I del Real Decreto 1631/2006 (pp. 685-690), se introduce el concepto de “competencias básicas” y se describen las ocho competencias para la etapa educativa de ESO:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía e iniciativa personal.

Más tarde, en el Anexo II, se desarrolla la “Contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas” (p. 751).

Se recoge a continuación un resumen de dichas contribuciones:

##### 1. Competencia en comunicación lingüística:

- La materia de Matemáticas utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas.
- En la resolución de problemas “adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento” (p. 752).
- “El propio lenguaje matemático es... un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto” (p. 752).

##### 2. Competencia matemática:

- “Todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática” (p. 751).

##### 3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico:

- La materia de Matemáticas ayuda a la adquisición de esta competencia a través de dos aspectos;
  - Por un lado la Geometría y la visión espacial: “La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la

visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio” (p. 751).

- Y por otro la modelización: Exige “identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo” (p. 751).

#### 4. Tratamiento de la información y competencia digital: En tres aspectos:

- La utilización de TIC como recurso didáctico para el aprendizaje y la resolución de problemas.
- El uso de los lenguajes gráfico y estadístico, que ayuda a interpretar la realidad.
- La interacción entre los distintos tipos de lenguaje involucrados en las matemáticas: “natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los alumnos” (p. 751).

#### 5. Competencia social y ciudadana:

- “La utilización de las matemáticas para describir fenómenos sociales” (p. 752).
- Al enfocar “los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo” (p. 752) permite “valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación” (p. 752).

#### 6. Competencia cultural y artística:

- “El mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura” (p. 752).
- La geometría es “parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado” (p. 752).
- “Cultivar la sensibilidad y la creatividad, el pensamiento divergente, la autonomía y el apasionamiento estético son objetivos de esta materia” (p. 752).

#### 7. Competencia para aprender a aprender:

- Las técnicas heurísticas utilizadas para la resolución de problemas “constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento” (p. 752) que ayudan a la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender; la autonomía, la perseverancia, la

sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

#### 8. Autonomía e iniciativa personal:

- Los procesos de resolución de problemas “contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones” (p. 752).

### 3.3.2. Literatura sobre la ayuda que presta la hoja de cálculo, y en general las TIC, a la adquisición de dichas competencias.

#### 1. Competencia Lingüística:

El uso de las TIC en cualquier materia introduce a los alumnos en un lenguaje hipertextual, es decir, aparte del texto, los alumnos pueden trabajar con imágenes (fotografías, iconos, símbolos,...), tablas y gráficos.

Bartolomé (2004) comenta que los programas de tratamiento de texto transforman al ordenador en una herramienta para procesar texto, pero con “poderosos recursos y una gran flexibilidad” (p. 103). Estos programas son de utilidad para el docente para la elaboración de documentación. Destaca que actualmente “existe más acuerdo en los efectos positivos del ordenador cuando se utilizan tratamientos de texto que en las demás áreas de utilización” (p. 103). Además sostiene que se ha demostrado que el trabajo en grupos es beneficioso y que potencia la cooperación.

En cierta medida, estas cualidades hipertextuales de los programas de tratamiento de texto, también son extensibles a la hoja de cálculo Excel, pues con ella se puede también trabajar con textos, números, imágenes, gráficos, tablas, etc. Por tanto, los efectos positivos de los procesadores de texto para la adquisición de la competencia lingüística, pueden en parte, hacerse extensivos a la hoja de cálculo Excel.

En Méjico se ha venido realizando durante más de diez años un proyecto para la enseñanza de las matemáticas con tecnología (EMAT) en la escuela Secundaria. Se han realizado varias fases de integración, cada vez con más participación escolar. Los resultados de este proyecto hasta el año 2006, son recogidos en Rojano (2006, pp. 72-74):

En el estudio a gran escala, se observa un progreso significativo de la población estudiada en el lapso de un ciclo escolar, en cuanto al uso de un lenguaje simbólico más abstracto que el que se registra al inicio del estudio, en el que predominaba el

lenguaje natural y el numérico. Este progreso puede atribuirse al uso intensivo por parte de los alumnos, del código de la Hoja de Cálculo y de la calculadora gráfica, al utilizar estos medios para la modelación y resolución de problemas algebraicos de enunciado.

Por tanto, respecto de las matemáticas, el uso de las hojas de cálculo y la calculadora gráfica, es beneficioso para el desarrollo del lenguaje simbólico más abstracto.

### 2. Competencia matemática:

Respecto a esta competencia, todas las aportaciones de la hoja de cálculo a los contenidos de las matemáticas de 3º de ESO justificarán a su vez, su aporte positivo a la adquisición de la competencia matemática. La contribución de la hoja de cálculo Excel a la adquisición de los contenidos de las matemáticas de 3º de ESO se tratará en el apartado 3.4. de este trabajo.

### 3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico:

Rojano (2006, p. 149) en el proyecto de ECAMM de “Enseñanza de las ciencias con modelos matemáticos” recoge las siguientes conclusiones:

Un acercamiento didáctico de cuantificar las ciencias naturales a través de modelos matemáticos y sus representaciones en tablas y gráficas es muy útil para mejorar el entendimiento de las nociones científicas fundamentales. Para esto, la hoja de cálculo es una herramienta idónea.

Lo anterior, debe combinarse con un modelo pedagógico apropiado que permita el trabajo independiente del estudiante pero que lo dirija a descubrir ideas importantes. Esto se logra por medio de hojas de trabajo.

La hoja de cálculo Excel permite crear modelos matemáticos para describir fenómenos de las ciencias. A través de estos modelos los alumnos pueden explorar estos fenómenos y analizar los modelos construidos, mejorando considerablemente el entendimiento de las ideas científicas relacionadas con el modelo (Mochón, 2002a, 2002b y 2002c).

### 4. Tratamiento de la información y competencia digital.

La propia competencia introduce para la enseñanza de las matemáticas de la ESO, la necesidad de promover el uso de las TIC principalmente con tres finalidades:

- Facilitar el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos:  
En esta dirección Cox *et al.* (2003b) resume que hay una extensa evidencia en la literatura sobre la aplicación de las TIC en la escuela, de que éstas mejoran el aprendizaje de los alumnos incluyendo los siguientes beneficios: Permitir a



los alumnos retar sus ideas preconcebidas, dotarles de los medios para dar explicaciones más potentes, ayudarles a desarrollar mejores estrategias de razonamiento, incrementar su confianza en su habilidad para comunicar su conocimiento a los compañeros y ayudándoles a relacionar su aprendizaje en una contexto más amplio.

- Utilizar los lenguajes gráfico y estadístico como herramientas de interpretación de la realidad:

Hernando (2010) realiza un resumen de su experiencia al utilizar como herramientas combinadas internet, las hojas de cálculo y el lenguaje html para que los alumnos de secundaria construyan sus propios objetos digitales de estadística y probabilidad aprendiendo en medios virtuales educativos. Los alumnos pueden realizar estas actividades en clase o en casa, siempre que tengan disponible conexión a internet. Las hojas de cálculo facilitan el poder realizar cálculos tediosos y poco constructivos, que normalmente aparecen en la estadística y la probabilidad cuando existe una gran cantidad de datos. Por otro lado internet permite el acceso a ingentes cantidades y actuales bancos de datos, que pueden tener interés personal para el alumno. El poder disponer de estos bancos de datos tiene dos ventajas; por un lado se ahorra el trabajo de tener que introducir grandes contingentes de datos, y por otro, debido a la actualidad y cercanía de los datos al alumno, se logra la motivación de éste. De esta forma los alumnos crean sus propios objetos digitales de estadística y probabilidad, que interpretan mediante tablas, gráficos, estadísticas descriptivas unidimensionales y bidimensionales, etc. Más tarde, gracias a la funcionalidad de la hoja de cálculo Excel de poder convertirse en formato html, lo alumnos pueden publicar en Internet dichos contenidos compartiéndolos con sus compañeros y con cualquier persona interesada. Se fomenta de esta forma la creación de comunidades virtuales de aprendizaje.

- Por último, la finalidad de procurar la interacción entre los distintos tipos de lenguajes involucrados en las matemáticas “natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los alumnos” (Real Decreto 1631/2006, p. 751).

La utilización de las hojas de cálculo puede ser interesante para ver esa interacción entre distintos lenguajes. En la asignatura de matemáticas, para el estudio de funciones y gráficas por ejemplo, la hoja de cálculo permite de una manera muy intuitiva representar gráficamente una función realizando el cálculo numérico de ésta entre el intervalo que se indique y ver como ésta se

modifica. Esta idea es la que posteriormente será desarrollada en la parte práctica de este proyecto de investigación para diseñar una actividad didáctica.

##### 5. Competencia social y ciudadana:

Para la comprensión de los fenómenos sociales las hojas de cálculo y las bases de datos son herramientas muy útiles. Permiten analizar los datos de una muestra dada y ayudan a interpretar los resultados estadísticos de una manera gráfica (Hernando, 2010).

A través de modelos matemáticos de fenómenos sociales, que se pueden implementar en Excel, los alumnos pueden actuar sobre las distintas variables para ver cómo se modifican los resultados.

##### 6. Competencia cultural y artística:

En la medida que la hoja de cálculo Excel facilite el aprendizaje de las matemáticas, se ayudará a conseguir que los alumnos adquieran la competencia cultural, pues las matemáticas en sí son parte fundamental de la cultura. Por tanto, todos los ejemplos que aparecen en este trabajo de cómo la hoja de cálculo Excel es útil para el aprendizaje de las matemáticas, confirman que este recurso facilita la consecución de la competencia cultural.

##### 7. Competencia para aprender a aprender:

En la adquisición de esta competencia, se hace más estrecha la necesidad de que junto con la utilización de la hoja de cálculo Excel, y en general de las TIC, el modelo educativo se modifique, para primar el aprendizaje no de unos contenidos concretos, que con el tiempo se pueden olvidar o quedar obsoletos, sino de la capacidad de adquirir dichos contenidos cuando se tenga necesidad.

A este respecto, comenta Peñafiel (2012, pp. 2-3):

Castells (1997) propone un modelo educativo que se contrapone claramente al modelo tradicional que en la actualidad no responde a las demandas de las nuevas generaciones, y en su lugar propone un modelo en el que destaca la necesidad de: aprender a aprender, debido a que lo importante no es el conocimiento, sino la capacidad de adquirirlo; el desarrollo de capacidades genéricas, puesto además de saber utilizar el ordenador es necesario saber analizar cómo y para qué utilizarlo, lo que exige capacidades genéricas de razonamiento lógico, numérico y espacial;

Estos modelos educativos se basan en la teoría constructivista, que sostiene que es el alumno el que, en grupo con otros compañeros, construye su propio conocimiento a partir de sus conocimientos previos, realizando actividades dirigidas

por el profesor, en las que los alumnos deben hacer sus propias conjeturas y demostraciones para dar solución a los problemas.

Por tanto, es el modelo educativo (metodología, estrategias,...) el que asegura la adquisición de la competencia para aprender a aprender, siendo las TIC un recurso importante que se debe integrar.

Respecto la ayuda de las técnicas heurísticas de resolución de problemas a la adquisición de la competencia para aprender a aprender, según describe el Real Decreto 1631/2006. Hitt (2003) parte del estudio de Duval (1995, 1998). En este estudio se recalca la importancia del trabajo con las distintas representaciones de un concepto matemático para que el alumno llegue a comprenderle. Partiendo de esta idea describe cómo se pueden desarrollar las habilidades de visualización matemática a través de actividades problemáticas utilizando herramientas para realizar graficas de funciones. Estas habilidades de visualización, según el autor, no son triviales y se deben fomentar en la docencia. "... en el desarrollo de habilidades matemáticas, el uso de diferentes representaciones constituye una herramienta fundamental para la resolución de problemas" (p. 221). De igual forma, según el autor, el uso reflexivo de las tecnologías "...servirá como herramienta fructífera para la construcción de conceptos matemáticos más profundos que se reflejen en procesos exitosos por parte de los estudiantes en la resolución de problemas." (p. 222).

La hoja de cálculo Excel, en la medida que permite también realizar la visualización gráfica de las funciones, es también un recurso didáctico favorecedor de las habilidades de visualización que contribuyen a la mejor comprensión de los conceptos matemáticos y a que los alumnos incorporen estos procesos en sus estrategias para la resolución de problemas.

#### 8. Autonomía e iniciativa personal:

Según comenta Peñafiel (2012, pp. 2-3):

Castells (1997) propone un modelo educativo que se contraponen claramente al modelo tradicional... asimismo el autor apunta la necesidad de aprender durante toda la vida, lo cual se ha convertido en una necesidad que impone nuestra cambiante sociedad, y añade que buena parte de ésta formación se obtendrá de los sistemas en línea complementados con formación presencial.

Ruthven, K., Hennessy, S. y Brindley, S. (2004) realizan un estudio a través de reuniones con los profesores de los departamentos de Inglés, las Matemáticas y las Ciencias de seis institutos de secundaria en Inglaterra con experiencia en este campo, recabando información sobre el uso de aplicaciones de ordenador para la

docencia de las materias mencionadas. Una de las conclusiones contempladas en el resumen final, es la contribución del uso de la tecnología para fomentar la independencia del alumno proporcionando oportunidades de ejercitar una mayor autonomía y responsabilidad.

### 3.4. Contribución de la hoja de cálculo Excel a la adquisición de los contenidos curriculares de la asignatura de Matemáticas de 3º de ESO.

#### 3.4.1. Contenidos curriculares de 3º de ESO. Real Decreto 1631/2006.

La Ley Orgánica 2/2006, 3 de mayo de Educación (LOE), establece que la autoridad educativa establecerá el 65% de los contenidos para las comunidades autónomas sin lengua cooficial y el 55% para las comunidades autónomas sin dicha lengua.

Más tarde en el Anexo II del Real Decreto 1631/2006 se describen los contenidos mínimos para la ESO. Posteriormente cada comunidad autónoma debe complementar dichos contenidos (35 o 45%) según establece la LOE.

Se recoge íntegramente los contenidos de las Matemáticas de 3º de ESO en el apartado 9. de Anexos.

Los Bloques de contenidos para 3º de ESO son:

1. Contenidos comunes.
2. Números.
3. Álgebra.
4. Geometría.
5. Funciones y gráficas.
6. Estadística y probabilidad.

#### 3.4.2. Descripción de las funcionalidades de la hoja de cálculo Excel y sus aportaciones a las matemáticas de 3º de ESO.

La hoja de cálculo Excel es una herramienta de cálculo completa y versátil. Un archivo de Excel, también llamado libro, se divide en varias hojas de trabajo (por defecto tres). Las hojas están compuestas por celdas que se pueden cambiar de dimensiones y unir entre sí. Cada una de las celdas se identifica con el número natural de la fila a la que pertenece y con una o dos letras del abecedario de la columna en la que está situada.

En una celda se puede introducir texto, datos numéricos o fórmulas. Con las funciones que la aplicación posee se puede crear fórmulas para realizar cálculos o tratamiento de los datos a partir de los datos alfanuméricos almacenados en las celdas.

Excel tiene un gran repertorio de funciones. Según Microsoft Corporation (2013a), las funciones de Excel 2010 (versión que se utilizará para la realización de la propuesta práctica de este trabajo) agrupadas por categorías son las siguientes:

- Funciones de compatibilidad
- Funciones de cubo
- Funciones de base de datos
- Funciones de fecha y hora
- Funciones de ingeniería
- Funciones financieras
- Funciones de información
- Funciones lógicas
- Funciones de búsqueda y referencia
- Funciones matemáticas y trigonométricas
- Funciones estadísticas
- Funciones de texto
- Funciones definidas por el usuario instaladas con complementos

Las funciones más interesantes para Matemáticas de 3<sup>o</sup> de ESO serían las funciones matemáticas y trigonométricas, pues coinciden en gran parte con las que se pueden realizar con una calculadora científica, así como las funciones estadísticas. Las funciones de ingeniería también son funciones matemáticas pero para un nivel superior al de la educación Secundaria.

Si se tuviera en cuenta sólo las funciones hasta ahora descritas para la realización de las actividades de matemáticas, el trabajo con Excel no aportaría mucho más que una calculadora científica. La potencia didáctica de la hoja de cálculo Excel, está sobre todo en las funcionalidades que comentamos a continuación.

Aunque Excel no es propiamente una aplicación para bases de datos, existen funciones que habilitan la aplicación para dicha finalidad. También están disponibles funciones para el tratamiento de texto, la búsqueda de datos, lógicas, etc.

Excel tiene la capacidad de importar y exportar datos con determinados formatos. Esta funcionalidad permite incorporar a la hoja de cálculo, una gran cantidad de actuales bancos de datos a los que se puede tener acceso a través de internet y posteriormente poderlas analizar desde el punto de vista de la probabilidad, la estadística, ... (Hernando, 2010).

Resulta muy interesante la posibilidad gráfica de Excel. Microsoft Corporation (2013b) describe los siguientes tipos de gráficos disponibles para Excel 2010:

- Gráficos de columnas
- Gráficos de líneas
- Gráficos circulares
- Gráficos de barras
- Gráficos de área
- Gráficos de tipo XY (Dispersión)
- Gráficos de cotizaciones
- Gráficos de superficie
- Gráficos de anillos
- Gráficos de burbujas
- Gráficos radiales

Los gráficos tipo XY (Dispersión) son de gran utilidad para las matemáticas de 3º de ESO, pues permiten representar funciones de una variable en el plano. También los gráficos de líneas, circulares y de barras, permiten presentar proporciones, resultados estadísticos, etc.

Existen dos funcionalidades interesantes para los usuarios más avanzados; la realización de macros y la programación en Visual Basic para Aplicaciones (VBA).

Las macros permiten automatizar procesos complejos que se hacen con mucha frecuencia, de tal forma que estos usuarios, u otros menos cualificados, puedan repetir dichos procesos automáticamente simplificando mucho el trabajo.

La programación en VBA también permite al usuario avanzado automatizar procesos complejos, pero además permite el acceso a los diferentes objetos de Excel, pudiendo crear una interfaz personalizada que resulte mucho más intuitiva para los usuarios menos avanzados. Esta funcionalidad de Excel permite crear modelos matemáticos para describir fenómenos de las ciencias; Física, Química, Biología, Sociología,... Mediante estos modelos matemáticos los alumnos pueden explorar dichos fenómenos y analizar los modelos construidos mejorando considerablemente el entendimiento de las ideas científicas relacionadas con el modelo (Mochón, 2002a, 2002b y 2002c). Por lo tanto además de favorecer el conocimiento científico de los alumnos, también se favorece la interdisciplinariedad entre las Matemáticas y las Ciencias.

Seguramente la formación del docente medio de Matemáticas de 3º de ESO no esté al nivel de poder realizar programaciones de macros y la programación en VBA sin una formación previa. Sin embargo, en internet se pueden encontrar fácilmente modelos matemáticos elaborados, que pueden ser útiles para la realización de actividades. Una importante fuente de modelos matemáticos para Biología, Física y Química es el proyecto ECAMM (Enseñanza de las Ciencias a través de Modelos

Matemáticos) desarrollado en Méjico. Los libros y actividades de éste proyecto están disponibles gratuitamente (en las referencias bibliográficas de éste Trabajo se facilita la dirección Web). Así mismo, los tres libros elaborados por Barreras (2005, 2007 y 2010), así como todas las actividades descritas en ellos, elaboradas en libros de Excel, se pueden encontrar en la página Web del autor, que es facilitada en las referencias bibliográficas de este estudio.

Respecto el aprendizaje de las Matemáticas con la hoja de cálculo hay dos opciones: Ir introduciendo al alumno dentro del uso de la aplicación Excel, por lo que además de aprender matemáticas se enseña al alumno a manejar dicha aplicación. La segunda opción sería elaborar el documento Excel previamente para que el alumno pueda realizar la actividad, sin que el alumno tenga la necesidad de conocer el funcionamiento de la aplicación Excel. Para esta segunda opción, resultan de mucha utilidad, la posibilidad de realizar macros y programar en VBA, así como de proteger algunas celdas o las hojas de trabajo, para que los alumnos no las modifiquen involuntariamente al trabajar con ellas.

Barreras (2007) normalmente opta por realizar actividades diseñadas a través de VBA, “para que el alumno las realice de manera autónoma y activa, escribiendo sus resultados en el libro para que su trabajo pueda ser evaluado por el profesor” (p. 8). Pero en algunos casos que denomina como “elaboración”, el profesor explica el proceso de construcción de la hoja de cálculo paso a paso, porque según sostiene, este procedimiento tiene algunas ventajas:

...resulta interesante no sólo para que el alumno aprenda informática sino para que modelice el problema y lo generalice, construyendo la solución, creando algoritmos propios, valorando la necesidad de una sintaxis correcta, distinguiendo entre distintas categorías numéricas (constante, variable, parámetro), acercándose a las funciones lógicas, etc. (p. 7).

Barreras (2007) comenta que Excel es una herramienta muy potente no sólo para la obtención de resultados, pues hay otras aplicaciones como Derive y Mathematica más útiles a dicho fin, “sino también y sobre todo para el aprendizaje de las matemáticas” (p. 7).

El mismo autor en Barreras (2010) relaciona cuatro fases que se suele encontrar en el proceso de la resolución de problemas; “La modelización del problema, la resolución numérica mediante cálculo (algoritmos, resolución de sistemas de ecuaciones, calculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales, combinatoria, etc.), el análisis de los resultados y la generalización” (Introducción). A este respecto defiende que en las aulas tanto de Secundaria como de Universidad la mayor parte del esfuerzo y tiempo se centran en la resolución numérica mediante el cálculo,



minimizando o anulando las otras fases. En Barreras (2007) sostiene además que ahora que los cálculos se pueden realizar rápidamente en los ordenadores, se debería plantear la docencia de otra manera.

Destacar una idea importante del libro Barreras (2007). En este trabajo el autor comenta que si se analiza los contenidos de las actividades del libro, estos exceden los del nivel de Secundaria: Sucesiones recurrentes, ecuaciones y sistemas muy complicados, la Ley de los Grandes Números,... Sin embargo defiende, desde su experiencia en la docencia, que si se trabajan utilizando la hoja de cálculo Excel, pueden ser incluidos en el currículo de Secundaria. Es decir, trabajando con la hoja de cálculo Excel, se pueden tratar contenidos de un nivel superior.

En la misma línea, esta postura que defiende Barreras desde su experiencia, es compartida por Butto y Delgado (2012) respecto de la enseñanza del álgebra. Realizando un estudio de la literatura sobre el desarrollo del pensamiento algebraico en los niños, dan una explicación argumentada de que a través del concepto de razón y proporción, así como de la generalización se puede ir trabajando el álgebra con los niños a partir de los 9 años. Sostienen así mismo, que la hoja de cálculo es una herramienta muy útil para realizar actividades de generalización. Este libro se describirá de forma más profunda en el siguiente apartado de éste Trabajo Fin de Master, para justificar como la hoja de cálculo puede favorecer a la adquisición de los contenidos del Álgebra.

### 3.4.3. Aporte de la hoja de cálculo Excel a los contenidos curriculares de Matemáticas de 3º de ESO.

#### Bloque 1. Contenidos comunes.

En éste bloque los contenidos se centran en la resolución de problemas. Resumiendo los contenidos del Anexo II del Real Decreto 1631/2006:

- Planificación y utilización de estrategias de resolución (inducción, recuento exhaustivo, búsqueda de problemas afines y comprobación de la solución).
- Fomentar la confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, la perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y la descripción verbal de los procesos de resolución.
- El uso de herramientas tecnológicas que faciliten los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

También se contempla los siguientes contenidos:

- Comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.



- Descripción verbal de relaciones cuantitativas y espaciales.
- Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o simbólico o sobre elementos o relaciones espaciales.

En relación a estos contenidos, Pifarré y Sanuy (2000) realizan un estudio de la utilización de la hoja de cálculo como “instrumento mediador para el aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas a alumnos de enseñanza secundaria obligatoria” (p. 35). La hoja de cálculo utilizada es la que incluye el paquete informático Microsoft Works, con menos funciones y precio que Microsoft Office (Que incluye Excel).

Este estudio, parte del concepto de metacognición como el control y la regulación de la actividad cognitiva según las investigaciones de Brown (1987) y Martí (1995), así como de la diferenciación que realizan estos trabajos de tres fases o estadios que se dan en el proceso de gestión y regulación de las actividades cognitivas: “la planificación antes de iniciar la resolución de una tarea; el control de la acción y la rectificación en caso necesario mientras se realiza la tarea y la evaluación del resultado final de la acción” (p. 35).

En el trabajo participan todos los alumnos de 3º de ESO del IES Ronda de la ciudad de Lleida, 106 alumnos en total. Se divide la muestra en dos grupos, 46 alumnos que siguen la propuesta didáctica con la hoja de cálculo y 60 alumnos que realizan la misma propuesta con la calculadora científica. A ambos grupos se les realiza una evaluación inicial individual y por parejas, antes de la realización de la propuesta didáctica, y una evaluación final también individual y por parejas. La evolución de los alumnos al realizar la propuesta didáctica es mucho más satisfactoria para los alumnos que utilizan la hoja de cálculo tanto individualmente como en parejas.

Después de realizar la propuesta didáctica se realiza también un estudio de las estrategias utilizadas en la resolución de problemas de 12 parejas con y sin uso de la hoja de cálculo a través de la grabación de vídeo de la realización de un problema, mediante un procedimiento de toma de decisiones entre dos jueces. El resultado es que las parejas que utilizan la hoja de cálculo para la resolución del problema “realiza un mayor número de estrategias de análisis, de planificación, y de revisión del proceso de resolución” (p. 42) que las parejas que no han utilizado la hoja de cálculo.

## Bloque 2. Números.

En el trabajo de Pifarré y Sanuy (2000) se reflejan características de las hojas de cálculo que justifican su importancia para la docencia de las Matemáticas. Una de las características que señalan es la recogida en Abramovich y Nabors (1997):

La resolución de un problema utilizando una hoja de cálculo permite manipular números con una gran facilidad. El alumno puede cambiar números, fórmulas y rehacer cálculos de manera muy sencilla y sin esfuerzo. Éste tiene a su alcance un entorno que le estimula a establecer hipótesis matemáticas y verificarlas (pp. 36-37).

La hoja de cálculo permite trabajar con números decimales y fracciones, realizar operaciones, tener en cuenta el error absoluto y relativo, trabajar con potencias y raíces, y convertir a notación científica. También existe las funciones de máximo común múltiplo y mínimo común divisor, “MCM()” y “MCD()” respectivamente.

En Excel, gráficamente, se puede representar números en la recta real utilizando las gráficas XY también denominadas de dispersión. Esta será una de las propuestas prácticas desarrolladas en este Trabajo Fin de Master.

Un inconveniente para que los alumnos puedan trabajar correctamente los contenidos de este bloque con la hoja de cálculo, es que se les debe dar una noción básica de cómo seleccionar el formato numérico de la celda. Como ejemplo, si introduzco la fracción “1/2” en una celda, Excel por defecto interpreta que es una fecha, “01-feb”. Habrá que seleccionar el formato numérico “Fracción”, para ello se debe seleccionar la celda con el botón derecho del ratón, posteriormente “formato de celdas”, y por último en la solapa “Número” seleccionar el tipo de fracción deseada (De uno, dos o tres dígitos en el numerador o en el denominador).

Esta inversión de tiempo, relativamente pequeña, para que el alumno aprenda nociones de Excel, le aportará grandes ventajas para que modelizar y generalizar el problema (Barreras, 2007).

## Bloque 3. Álgebra.

Como comenta Usero (2012) “no es posible trabajar con expresiones simbólicas en Excel al tratarse de un programa de cálculo numérico”, pero esto es en un sentido de trabajo directo con la hoja de cálculo y sin tener en cuenta la programación en VBA. Es decir, hay programas como Matlab, que directamente permiten definir variables y trabajar con ellas. Con Excel sólo se puede trabajar de esta manera programando en VBA.

Pero como también refleja el mismo autor, Excel permite renombrar las celdas asignando a estas las letras de las variables que aparecen en la expresión algebraica. De esta forma se pueden trabajar conceptos y propiedades algebraicas:

- El valor numérico de una expresión algebraica.
- Comprobación de la equivalencia entre dos expresiones algebraicas.
- Demostración numérica de las igualdades notables.
- Búsqueda de las raíces de un polinomio por tanteo numérico.
- Resolución de ecuaciones y de sistemas por tanteo (Bolzano).

Usero también muestra ejemplos de cómo trabajar en la resolución de ecuaciones y sistemas de forma gráfica, y la resolución de sistemas lineales y no lineales con la función de Excel “Solver”.

Respecto a las sucesiones numéricas, también destaca que existe una herramienta en Excel para insertar progresiones aritméticas y geométricas. Las actividades relacionadas con las sucesiones que se pueden realizar a través de Excel según el autor son: Introducir la fórmula del término general, sumar un número determinado de términos y realizar la gráfica de los términos en un rango dado.

Por otra parte Butto y Delgado (2012) hacen un profundo análisis de los estudios del desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos. Aunque hay investigaciones “que afirman que el pensamiento algebraico corresponde más bien a la etapa de las operaciones formales, situadas alrededor de los 15-16 años” (p. 13) desde la perspectiva de Piaget;

... el enfoque de álgebra temprana en el niño se sitúa en una etapa de su desarrollo cognitivo en la cual no se han desarrollado completamente el pensamiento lógico formal y la abstracción sobre lo concreto; en cambio la conservación de la cantidad, la reversibilidad y las operaciones concretas se hallan bien consolidadas (p. 13).

Estos autores sostienen que alrededor de los 9 años comienza la etapa de álgebra temprana, en la que se deben fomentar unos “procesos de pensamiento que conducen a las ideas algebraicas, incluso cuando no sean totalmente acabadas, pero que ofrezcan verdaderos medios para acceder con soltura a las ideas algebraicas más acabadas” (p. 14).

En el libro se proponen “dos rutas de acceso al pensamiento algebraico temprano, basadas en la noción de razón y proporción, y de los procesos de generalización” (p. 14).

Explican el por qué el concepto de razón y proporción permite una ruta de para acercarse al pensamiento algebraico de la siguiente forma:

...desde el punto de vista matemático, la igualdad de dos razones es una proporción:  $a/b = c/d$ . En problemas de valor faltante, la incógnita puede ser un término de la proporción:  $x/b = c/d$ , lo que plantea una ecuación lineal o dos incógnitas:  $x/b = y/d$ , que da la idea de co-variación o función lineal; o una incógnita doble (razón primera y última):  $x/a = c/x$ , lo cual resulta en una ecuación cuadrática (p. 14).

De igual manera explican por qué los procesos de generalización preparan el pensamiento algebraico:

Los procesos de generalización consisten en descubrir un patrón o regla a partir de una secuencia de objetos, que pueden ser numéricos o geométricos. Las investigaciones al respecto muestran que un niño puede comprender una regla, aun cuando no pueda expresarla en lo que llamamos un lenguaje algebraico. Sin embargo, es capaz de construir una tabla y extrapolar o interpolar correspondencias fuera del dato (p. 15).

Finalmente Butto y Delgado basándose en la noción de pensamiento algebraico temprano, proponen actividades para trabajar con lápiz y papel, Win Logo y Excel. Con respecto al uso de Excel, comentan que cuando se usa sin Visual Basic, tiene la desventaja de que se requiere una familiarización con el lenguaje propio de Excel. Sin embargo, en este proceso de familiarización también se desarrollan conceptos como el de variable y el de cuidado a la hora de la asociación de las operaciones aritméticas, ya que son necesarios para diseñar con éxito una fórmula en Excel que funcione correctamente. Como ejemplo ponen que la fórmula matemática " $(n-1)^2 + 2n - 1$ ", se escribiría en Excel " $= (A1-1)^2+2*A1-1$ ", donde "A1" correspondería a la celda de Excel situada en la fila 1 y columna A de la hoja de cálculo cuyo contenido representaría a la variable "n".

Las actividades planteadas con Excel en el trabajo de Butto y Delgado van encaminadas a facilitar los procesos de generalización. En el libro se detallan actividades con números triangulares y números cuadrados. En un CD que se adjunta con el libro hay una serie de actividades elaboradas en Excel que se refieren a sucesiones numéricas de enteros.

#### Bloque 4. Geometría.

El bloque de Geometría es quizá la parte de contenidos de Matemáticas de 3º de ESO, que se puede trabajar menos a través de la hoja de cálculo Excel.

Hay diversos autores que desarrollan actividades elaborando libros Excel a través de programación en VBA. Las actividades más útiles, y por tanto las que se

encuentran con más facilidad en internet, están relacionadas con la trigonometría y la línea recta (pendiente, ecuaciones, puntos, ángulo de inclinación,...).

También se encuentran actividades para el estudio de las figuras geométricas planas y sólidos geométricos.

En las actividades elaboradas con Excel, normalmente las figuras geométricas normalmente son estáticas, y variando ciertas propiedades geométricas se calculan automáticamente el área, volumen,... a través de las fórmulas de Excel.

Hay algunos autores de libros Excel que hacen el intento de que las figuras geométricas también sean dinámicas. Pero representar las figuras geométricas con las proporciones correctas, y que éstas varíen según se modifica las propiedades geométricas de dichas figuras, requiere una programación laboriosa con el VBA de Excel. Por ejemplo en Acuña (2001, 2002a y 2002b) el profesor describe como “Resolver triángulos en Visual Basic” (Acuña, 2001, p. 1), dicha programación se podría realizar en el VBA de Excel.

En la enseñanza de la Geometría, es necesario que las imágenes proporcionadas de las figuras geométricas tengan la suficiente exactitud visual para ser una herramienta eficaz para el aprendizaje del alumno. Por tanto, Excel puede ser una ayuda puntual para la enseñanza de Geometría de 3º de ESO, pero para este fin la potencia de los softwares de geometría dinámica es mucho mayor. Geogebra (software libre) y Cabri (software propietario) son dos ejemplos de software de geometría dinámica.

## Bloque 5. Funciones y gráficas.

Huapaya (2012) hace un resumen de la Teoría de los Registros de Representaciones Semióticas de Duval (2004, 2006). La investigación de Duval “aborda el funcionamiento cognitivo que involucra la actividad matemática así como los problemas de su aprendizaje” (p. 51). Duval sostiene que “La actividad matemática requiere que los individuos empleen diversos sistemas de representación semiótica” (p. 51). Según esta teoría un concepto matemático involucra varias representaciones semióticas.

Las representaciones semióticas son:

Aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.). Son el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles o accesibles a los demás, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. De acuerdo con Duval (2004), las representaciones semióticas estarían subordinadas por entero a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación (p. 52).

Huapaya muestra un ejemplo de las distintas representaciones semióticas de la función cuadrática  $f(x) = x^2 + 1$ , como se puede observar a continuación en la figura nº 1:

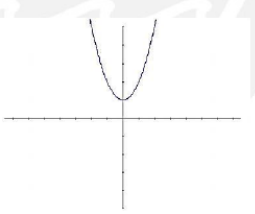
Registro numérico		Registro algebraico	Registro gráfico	Registro verbal
x	$f(x)=x^2+1$	$f(x) = x^2 + 1$		"El cuadrado de un número aumentado en 1"
-2	5			
-1	2			
0	1			
1	2			
2	5			

Figura Nº 1. Representaciones semióticas de  $f(x) = x^2 + 1$ . (Huapaya, 2012, p. 53)

Huapaya destaca que, según Duval, para el aprendizaje significativo del concepto matemático es fundamental la coordinación entre los distintos registros y los factores que pueden favorecer estas coordinaciones. Y, que en el caso concreto de las funciones matemáticas, para Janvier (1987), el concepto de función no se integra realmente hasta que no se es capaz de transformar una de las representaciones semióticas de la función a todas las demás.

Huapaya también recoge los estudios de Richard Lesh y Paul Cobb que proponen actividades, a través de problemas no rutinarios reales y cercanos al alumno, que lleven al estudiante a involucrar sistemas matemáticos y le muestren la necesidad de construir modelos para interpretar y explicar el problema. Estas actividades son denominadas "Actividades que generan modelos", traducción al español de "Model Eliciting Activities".

Huapaya encuentra que la hoja de cálculo Excel, permite diseñar actividades en las que se pueda trabajar el cambio de registros de representación de un concepto matemático, en concreto para las funciones cuadráticas (objeto de estudio de su tesis). Para ello se puede enunciar el problema en lenguaje natural (registro verbal), ingresar el conjunto de valores que corresponda en una tabla (registro numérico) y graficar ese conjunto de datos a través de un diagrama de dispersión de Excel (registro gráfico). El autor comenta que Excel para el concepto de función cuadrática "ofrece posibilidades de cambiar valores en las celdas, modificar parámetros y visualizar los cambios ocurridos en su gráfica, de modo que puede estudiarse de forma rápida y sencilla las distintas variaciones de la parábola" (pp. 68 y 69).

Basándose en la Teoría de los Registros de Representaciones Semióticas de Duval así como en las "Actividades que generan modelos" (MEA) de Richard Lesh y Paul

Cobb, Huapaya propone una serie de actividades con Excel y con el software para realizar gráficas FUNCIONSWIN32 con la finalidad de favorecer el aprendizaje de las funciones cuadráticas para estudiantes de 5º curso de secundaria (16 años). A través de un estudio cualitativo de seis estudiantes (3 parejas) elegidos aleatoriamente, recoge entre otras las siguientes conclusiones:

- Existen evidencias que el aprendizaje de los alumnos se favorece realizando actividades en las que se tenga que modelar un problema utilizando como herramientas Excel y FUNCIONSWIN32.
- La hoja de cálculo Excel y el software para realizar gráficas FUNCIONSWIN32 inciden de manera favorable para mejorar el aprendizaje del concepto de función a través de actividades de modelación.

Pero no menos importante es la conclusión de Huapaya; para que se produzca la mejora educativa del contenido conceptual utilizando la herramienta tecnológica, la actividad o tarea estructurada tiene un papel fundamental. Se favorecerá el aprendizaje del concepto de función;

“... estructurando actividades y tareas que exijan al estudiante elegir las variables que intervienen en la situación, el cuadrante o cuadrantes donde tiene sentido la gráfica, las unidades de medición de las variables, los valores máximos y mínimos (escala adecuada) para cada variable, elección de un punto de referencia. Es decir actividades que den sentido y significado al objeto de estudio.” (Huapaya, 2012, p. 126).

Como se ha venido indicando en este trabajo el uso de la tecnología para la docencia, en este caso la hoja de cálculo Excel, no asegura la mejora educativa. La hoja de cálculo es un recurso para las actividades didácticas. Según las conclusiones de Huapaya para el aprendizaje significativo de las funciones, es muy favorable la realización actividades en las que se tenga que realizar modelos de problemas reales utilizando como herramienta la hoja de cálculo Excel, ya que ésta permite al alumno realizar transformaciones entre las distintas representaciones semióticas de cada función.

Hitt (2003), desde un planteamiento de las matemáticas basado en la teoría constructivista, comenta que debido a los avances tecnológicos, se ha hecho más importante el estudio de las distintas representaciones de los objetos matemáticos. Hitt también refleja las investigaciones de Duval (1998) resaltando que “dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación” (p. 214). Según el autor, dentro del marco de las distintas representaciones, la representación visual matemática de un problema tiene una importancia relevante. Esta representación



visual del problema, está relacionada con la interpretación del enunciado mediante la utilización de distintas representaciones de la situación, que nos pueden llevar a resolver el problema. Hitt también comenta en referencia a las distintas representaciones de un problema que “es importante no priorizar alguna de ellas en detrimento de otras cuando estamos promoviendo un proceso de construcción de un concepto matemático” (p. 215).

Según Hitt la utilización de la tecnología no resolverá por sí mismo los problemas de aprendizaje de las matemáticas de los alumnos. Es necesario introducir los distintos conceptos matemáticos a través de actividades que faciliten el trabajo con diferentes representaciones de éstos. También sostiene que es muy importante que las actividades promuevan el desarrollo de las habilidades de visualización matemática. Existe una gran tendencia a considerar que la interpretación de las gráficas es inmediata, sin embargo la transición entre las distintas representaciones no es trivial y se debe promover a través de actividades didácticas. Los estudiantes no son conscientes que al mirar la pantalla están observando sólo una parte de la gráfica, también tienen problemas a la hora de interpretar la gráfica, como por ejemplo la consideración de las asíntotas como parte de la función.

## Bloque 6. Estadística y probabilidad.

Relativo a este bloque de contenidos, se reflejó con anterioridad el trabajo de Hernando (2010) en el apartado 3.3.2, en referencia a la competencia de Tratamiento de la información y competencia digital. Las hojas de cálculo, y en particular Excel, son una herramienta que facilita el poder realizar cálculos tediosos y poco constructivos, que aparecen en la estadística y la probabilidad. Además en internet existen páginas donde se pueden obtener bancos de datos, actuales e interesantes para el alumno, en formatos compatibles con Excel, y que por tanto son de gran utilidad didáctica. Excel permite interpretar dicha información mediante tablas, gráficos y estadísticas descriptivas unidimensionales y bidimensionales. Además gracias a la funcionalidad de Excel de poder convertirse en formato html, los resultados se pueden publicar en Internet, compartiéndolos entre los compañeros, creando comunidades de aprendizaje virtuales.

Inzunsa (2013) en su trabajo sobre “Simulación y modelos en la enseñanza de la probabilidad: un análisis del potencial de los applets y la hoja de cálculo” refleja la opinión de diversos autores sobre la importancia de realizar actividades de modelación de situaciones de la vida real para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en concreto en el campo de la probabilidad. El uso de los modelos a



través del ordenador para actividades didácticas de probabilidad se ha centrado en “simular sistemas o situaciones aleatorias, el modelo matemático de la situación puede ser representado mediante un lenguaje de computadora y tiene como base primitiva al comando *random*” (p. 11).

Según Inzunsa, Biehler (1991) señala tres aspectos favorables al utilizar la simulación para la enseñanza de la probabilidad:

1. El número de repeticiones es fácilmente incrementado, haciendo que la incertidumbre y la variabilidad de los resultados se reduzcan; nuevas clases de patrones pueden ser detectados.
2. Es posible una exploración extensiva cambiando los supuestos del modelo, haciendo experimentos adicionales, cambiando la forma de generar los datos, etc.
3. Representaciones nuevas y más flexibles están disponibles para expresar modelos y procesos estocásticos y despliegue de datos con facilidades gráficas (p. 13).

Así mismo el propio Inzunsa destaca las siguientes ventajas de la simulación por ordenador respecto de la enseñanza de la probabilidad:

1. Requiere de una actividad de modelización matemática en la cual los estudiantes necesitan desarrollar ciertas competencias, tales como hacer supuestos para simplificar el problema, identificar y simbolizar variables y parámetros, formular el modelo tomando en cuenta los supuestos y las condiciones del problema, para finalmente resolverlo e interpretar la solución.
2. Cuando es posible una solución analítica del problema, se pueden contrastar los resultados experimentales generados por la simulación con los resultados teóricos. En casos donde no es posible una solución analítica o es demasiado compleja, la simulación constituye una herramienta de fundamental importancia.
3. Permite abordar problemas abstractos en términos más concretos, sobre todo cuando la simulación se realiza en ambientes computacionales provistos de diversas representaciones (gráficas, simbólicas, numéricas) ligadas entre sí, que hacen posible una visualización y retroalimentación de las diversas componentes del modelo (p. 13).

Inzunsa considera que la hoja de cálculo es una herramienta software apropiada para la construcción del modelo y la simulación, si bien el autor considera que lo es para alumnos de bachillerato o superiores. Para la simulación de fenómenos aleatorios, “la hoja de cálculo Excel dispone de comandos para generar números pseudoaleatorios, los cuales son la base de la simulación” (p. 22). Concretamente “El comando *aleatorio()* devuelve un número aleatorio mayor que 0 y menor que 1, mientras que el comando *aleatorio.entre(a,b)* devuelve un número aleatorio entero entre los límites a y b que se especifican” (p. 22).

Según Inzunsa (p. 23):

... cuando los estudiantes utilizan una herramienta como la hoja de cálculo, trabajan con representaciones de objetos matemáticos tales como generadores de números aleatorios, un simbolismo para modelarlos (comandos o funciones) que requieren de sintaxis en sus valores de entrada o parámetros, diferentes tipos gráficas para

representar los resultados y medidas estadísticas para describir su comportamiento y resumir los resultados (por ejemplo, frecuencias de eventos favorables). A través de su trabajo e interacción, los estudiantes pueden gradualmente desarrollar la hoja de cálculo como una fuente de aprendizaje, de tal forma que la hoja de cálculo puede llegar a ser un instrumento en cierto nivel para cada estudiante a través de su uso.

En este trabajo también se describe un estudio realizado en estudiantes de primer grado de universidad, cuyos resultados muestran que la hoja de cálculo Excel tiene una serie de características que hacen que sea un instrumento adecuado para resolver problemas de probabilidad a través de la simulación. Los recursos o características de Excel que destaca el autor son los siguientes:

- Las diversas representaciones simbólicas para formular modelos, identificar resultados favorables y calcular frecuencias,
- La interactividad en la comunicación entre usuario que permite una visualización inmediata de los resultados para retroalimentar y monitorear el proceso de solución.
- Así como su capacidad de cálculo (p. 24).

El autor también comenta que estas características son “elementos importantes que los estudiantes pueden manipular para convertir la hoja de cálculo en una herramienta para resolver problemas de probabilidad desde una perspectiva frecuencial” (p. 24).

Aunque éste estudio, es para alumnos de universidad, se hace referencia a él en este Trabajo Fin de Máster porque los aspectos que son en él tratados, tienen relación directa con los contenidos de matemáticas de 3º ESO según la legislación educativa española.

Aunque, Inzulsa considera que a través de los resultados de la investigación se demuestra que la hoja de cálculo Excel reporta ventajas importantes para la didáctica de la probabilidad a través del método de simulación, también resalta:

- Que para los alumnos la utilización de la hoja de cálculo no les resultó inmediata, y que para ellos era más sencillo utilizar el enfoque clásico de probabilidad que habían estudiado previamente.
- Los resultados no fueron del todo satisfactorios porque muchos alumnos no lograron la comprensión adecuada de los conceptos objeto de estudio, aunque para ello se habían utilizado hojas de cálculo y applets diseñados específicamente para ello y de fácil manejo.

Inzulsa resalta que para utilizar una herramienta tecnológica como instrumento para la simulación es necesario:

- Una planificación didáctica cuidadosa que permita que los estudiantes vean el método de simulación como una alternativa real para resolver problemas de probabilidad.
- Un conocimiento técnico adecuado de la herramienta que se utiliza, para que los alumnos de forma progresiva la vayan integrando conforme realizan los problemas.

### 3.5. Inconvenientes para la utilización de la hoja de cálculo Excel para la docencia de Matemáticas de 3º de ESO.

En este apartado se enunciarán una serie de desventajas, algunas ya mencionadas en este trabajo con anterioridad, de la utilización de la hoja de cálculo Excel para la enseñanza de las matemáticas de 3º de ESO:

- Los alumnos tienen que tener al menos algunas nociones básicas de la utilización del ordenador y concretamente de la hoja de cálculo Excel. En principio, ya se comentó en este trabajo, que en los contenidos de la asignatura de Tecnología se dedicaban unas horas a dar nociones sobre la utilización de este software. Seguramente será necesario al menos dedicar una sesión para introducir a los alumnos en el manejo elemental de dicha herramienta.
- Los docentes tienen que estar familiarizados con Excel. No es necesario que sepan programar VBA ni macros, pero sí tener un cierto manejo de este software y conocer las funciones, gráficas y otras herramientas relacionadas con los conceptos matemáticos que se quieren enseñar.
- Existe el riesgo de que en las actividades didácticas se introduzcan procedimientos que requieran conocimientos avanzados de la hoja de cálculo, alejándose de la finalidad central que es el aprendizaje de las Matemáticas.
- Al igual que con la utilización de cualquier recurso, el docente tiene que invertir tiempo en realizar una reflexión didáctica sobre los conceptos matemáticos que quiere transmitir a través de la actividad. En este caso, utilizando Excel, algunas veces será necesario que prepare un archivo o libro Excel para dicha finalidad o que realice una búsqueda de libros Excel preparados por otros docentes.
- En las aulas convencionales, la mayoría de los centros españoles, no tienen integrados ordenadores, ni la disposición adecuada para que los alumnos trabajen en grupos de dos o tres por ordenador. Por tanto, para realizar actividades con la hoja de cálculo, es necesario desplazarse a la sala de ordenadores. Esta circunstancia puede tener efectos perjudiciales, como que

los alumnos pueden considerar erróneamente que estas sesiones tienen un carácter lúdico o las distracciones al realizar las actividades en un aula diferente al habitual.

- Normalmente en la etapa de ESO la duración de las sesiones de Matemáticas es de menos de una hora. En este tiempo es complicado desarrollar actividades eficaces con la hoja de cálculo. Sería conveniente una reconsideración de los horarios para que en dichas actividades se invirtiera el tiempo correspondiente a dos sesiones consecutivas.
- La herramienta Excel no es robusta. Si el profesor utiliza un libro de Excel elaborado previamente para la realización de la actividad, el alumno puede, fácilmente, deteriorarlo involuntariamente al borrar una celda u otro elemento. Para evitarlo, la hoja de cálculo debe estar protegida con la funcionalidad que Excel dispone para ello. Además, se debe dar indicaciones a los alumnos para intentar que esto no suceda y para poder recuperar el libro de Excel, cerrándolo sin guardar los cambios y abriéndolo de nuevo.

## 4. Propuesta práctica.

Para la realización de las actividades incluidas en la propuesta práctica, algunas veces se ha elegido la opción de que sean los propios alumnos los que elaboren paso a paso la hoja de cálculo del libro Excel, según se indique en cada actividad. Si bien, esta elaboración será de forma guiada, pues se les facilitarán las fórmulas que deben utilizar, que tienen un nivel medio de dificultad. De esta manera, aunque se pondrá el énfasis en la introducción de los conceptos matemáticos involucrados, se permitirá también que el alumno se familiarice con la hoja de cálculo Excel dando una breve explicación de las fórmulas.

En otros casos, por economía de tiempo o porque no es conveniente para el aprendizaje, se facilita a los grupos un libro Excel con varias hojas elaboradas, con la finalidad de que exploren algunas propiedades de los conceptos matemáticos que se están estudiando, a través de las actividades propuestas.

Estos libros Excel estarán protegidos, pero sin contraseña, para que el alumno no borre sin querer ninguna celda. Si se desea realizar algún cambio en algún libro, sólo es necesario desproteger la hoja que se quiera modificar y volverla a proteger posteriormente si se desea.

No se realizará por tanto ninguna programación de macros ni de VBA.

La versión de Excel que se utiliza es la 2010. Se deberá tener esta versión u otra superior para poder visualizar correctamente los libros de Excel. Estos libros estarán disponibles, durante al menos seis meses, para las personas que deseen tener acceso a ellos, a través de un vínculo Dropbox (internet) que se facilitará en cada caso.

Al abrir los libros nos indicará el siguiente aviso “Vista protegida. Este archivo procede de una ubicación de Internet y podría no ser seguro. Haga clic para obtener más detalles”, a continuación hay un botón denominado “Habilitar edición” que habrá que seleccionar para poder operar con el libro correctamente.

Las actividades propuestas, respecto del uso del Excel, tendrán un grado de dificultad creciente para facilitar el trabajo de los alumnos y la comprensión del funcionamiento de la hoja de cálculo. Como seguramente en las aulas habituales de los alumnos no se dispondrá de suficientes ordenadores, se tendrán que realizar en el aula de informática en sesiones de dos horas, agrupando a los alumnos de dos en dos.

## 4.1. Actividad N<sup>o</sup> 1. Números reales. La recta real. Bloque 2 de contenidos de Matemáticas de 3<sup>o</sup> de ESO.

Esta actividad se realizará como consolidación del bloque de contenidos, en la última sesión de éste. La temporización será de dos horas, para impartir en el aula de informática del centro, procurando que los alumnos se sienten en parejas.

Para la realización de esta actividad se ha elaborado un libro de Excel que se les facilitará previamente a los alumnos. Si se desea obtener dicho libro, el vínculo es el siguiente:

<https://www.dropbox.com/s/akziympsd1t7vfb/2014-01-08%20N%C3%BAmoros%20reales.xlsx>

En las distintas hojas de cálculo del libro Excel se han implementado los apartados del bloque, con los conceptos y propiedades matemáticos correspondientes.

La finalidad es que los alumnos encuentren un resumen de la teoría del bloque de contenidos, y puedan interactuar con los conceptos y propiedades mediante ejercicios numéricos que ellos mismos pueden proponer y comprobar.

Otro aspecto importante a destacar en la actividad es que introduce al alumno en la comprensión de cómo en los recursos tecnológicos está implementado el uso de los números reales y sus propiedades. Un número real se puede tratar siempre con limitaciones por un recurso tecnológico, pues al tener, por ejemplo, un número racional decimal o un número irracional, infinitas cifras decimales, propiamente esta infinitud no puede estar recogida en el recurso tecnológico, que tendrá siempre una limitación de los decimales. Por tanto, todo cálculo con un recurso tecnológico conllevará cierto error que se debe tener en cuenta.

Por último, comentar que se ha habilitado una hoja de cálculo en el mismo libro denominada “Borrador” para que los alumnos puedan experimentar realizando fórmulas propias de Excel relacionadas con este bloque de contenidos.

### A) Números fraccionarios (figura n<sup>o</sup> 2, hoja de cálculo “Fracciones”).

Una vez que hemos tratado a lo largo de las últimas unidades los números reales, vamos a realizar esta actividad con la hoja de cálculo Excel, para repasar los contenidos que hemos tratado y aprender la forma de trabajar dichos números reales en Excel.

A la hora de trabajar con números fraccionarios en la hoja de cálculo, previamente es necesario explicar brevemente cómo representa los números fraccionarios dicho programa.

Para que en una celda la aplicación Excel reconozca el número que hemos introducido como fracción, tendremos que seleccionar el formato de la celda como formato de “Fracción”. Para ello tendremos que ponernos sobre la celda, dar al botón derecho del ratón, y seleccionar “Formato de celdas”, “Fracción” y “Hasta tres dígitos (312/943)”. De esta forma la celda quedará preparada para introducir fracciones que no superen los tres dígitos en el numerador y en el denominador.

Si nos fijamos en la figura nº 2 (hoja de cálculo “Fracciones” del libro de Excel), podemos ver en las celdas “B7”, “B8”, “B9” y “B10” como representa Excel las siguientes fracciones; “1/2”, “115/77”, “-400/154” y “9/3”.

Fracción (simplificada)	Formato decimal (17 decimales)
1/2	= 0,50000000000000000
1 38/77	= 1,49350649350649000
-2 46/77	= -2,59740259740260000
3	= 3,00000000000000000

Fracción	Formato decimal (17 decimales)
23/234 + 1/2 + 4 5/28 = 4 94/121	= 4,77686202686203000
23/234 x 1 37/77 x 4 5/28 = 211/347	= 0,60807050092764400
46/65 : 2/3 = 1 4/65	= 1,06153846153846000

NOTA: La exactitud de Excel es de 15 cifras significativas.  
Ejs. 1 cifra entera + 14 decimales, 2 cifras enteras + 13 decimales, ...

Figura Nº 2. Trabajo con números reales en Excel. Fracciones.

Fuente: Elaboración propia.

La primera se puede visualizar de la misma manera “1/2”, porque no se puede simplificar y porque el equivalente decimal de la fracción “1/2” está entre -1 y 1.

Sin embargo, las fracciones comprendidas en “B8”, “B9” y “B10” han sido modificadas por Excel. “115/77” no se puede simplificar, pero Excel la expresa como “1 38/77” que realmente, aunque Excel no refleja el signo “+” lo que quiere decir es “1+38/77” que efectivamente es equivalente a “115/77”. Es decir, Excel representa los

números fraccionarios cuando son mayores de 1, o menores de -1, como una parte entera más una fracción, donde la fracción está comprendida entre 0 y 1 ( $38/77=0,493506\dots$ ). La fracción “-400/154”, Excel la representa como “-(2+46/77)”. Primeramente la ha simplificado a “-200/77” y posteriormente como “-200/77” es menor que -1, la ha transformado en “-(2+46/77)”, donde 46/77 está comprendida entre 0 y 1. Respecto “9/3” como se puede simplificar, Excel directamente simplifica a “3”.

Excel, por tanto, además de herramienta para simplificar fracciones puede servir de ayuda para representarlos en la recta real. Pues al simplificar y representar las fracciones como una parte entera más una fracción comprendida entre 0 y 1, precedido todo el conjunto del signo correspondiente, permite situar la fracción correctamente en la recta real.

Otro aspecto a tener en cuenta es que respecto a la expresión decimal equivalente de los números fraccionarios, y en general de todos los números reales, Excel, al igual que cualquier otro software o calculadora, tiene limitaciones. Es decir, las infinitas cifras decimales de un número irracional o de un número decimal periódico, no se pueden recoger en un recurso tecnológico.

En el caso de Excel, hay una limitación de 15 cifras significativas cuando el formato de la celda es el de “número”. Esto significa, que si la parte no decimal se compone, por ejemplo, de tres cifras (centenas, decenas y unidades), sólo dispondremos de  $15 - 3 = 12$  cifras decimales. Hay que tener cuidado al respecto, porque, a pesar de la limitación, Excel permite elegir hasta 30 decimales para el formato “número”, pero realmente, en la última cifra significativa de las 15, realiza un redondeo.

Ejercicios a realizar con la hoja de cálculo “Fracciones”:

- Introducir números fraccionarios, con dos cifras en el numerador y en el denominador, en las celdas en amarillo. Anotar en el cuaderno la forma en que Excel expresa dichas fracciones, así como la expresión decimal de las fracciones (celdas sombreadas en azul).
- ¿Es periódica la expresión decimal de los números fraccionarios cuya división no es exacta? Razona la respuesta.

## B) Números irracionales (figura nº 3, hoja de cálculo “Números irracionales”).

La expresión decimal de un número irracional, como hemos visto con anterioridad, tiene infinitas cifras decimales no periódicas. También hemos



comentado anteriormente, que todos los recursos tecnológicos tienen limitaciones en la representación de decimales. Con esta actividad vamos a estudiar cómo podemos trabajar con algunos números irracionales en Excel, y la aproximación que Excel realiza de ellos.

En la hoja de cálculo "Números Irracionales" se representan cuatro números irracionales:  $\pi$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{500}$  y  $e$  (figura nº 3).

Estos números en Excel se obtienen a través de las siguientes funciones:

- $\pi$ , a través de la función "PI()" que devuelve este número con el redondeo en el decimal nº 14. No hay que introducir ningún dato como argumento (dentro de los paréntesis) de la función. Por tanto, la fórmula a introducir en la casilla "D5" será "=PI()".
- La función para obtener las raíces cuadradas es "RAIZ()". En este caso como argumento se introducirá el número del cual queremos calcular la raíz cuadrada. Las fórmulas "=RAIZ (5)" y "=RAIZ (500)" introducidas en las casillas "D6" y "D7" respectivamente, nos devolverán las raíces cuadradas de 5 y de 500. La raíz de 5 con el redondeo en el decimal nº 14 y la raíz de 500 con el redondeo en el decimal nº 13.
- La función "EXP(n)" equivale a " $e^n$ ", por tanto, para obtener en la celda "D8" el valor del número e con redondeo en la cifra decimal nº 14, tendremos que escribir la siguiente fórmula "=EXP(1)", porque " $e^1 = e$ ".

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1										
2	<b>Números Irracionales: número de decimales infinitos aperiódicos</b>									
3										
4				<b>Forma decimal (17 decimales)</b>						
5		$\pi$	=	3,14159265358979000		$\sqrt{300000}$	=	547,7225575051660000000		
6		5	=	2,23606797749979000						
7		$\sqrt{500}$	=	22,36067977499790000					(El redondodeo en este número es de 13 decimales)	
8		$e$	=	2,71828182845905000						
9										
10	<b>NOTA: La exactitud de Excel es de 15 cifras significativas.</b>									
11	<b>Ejs. 1 cifra entera + 14 decimales, 2 cifras enteras + 13 decimales, ...</b>									
12										
13										
14										
15										

Figura Nº 3. Trabajo con números reales en Excel. Números irracionales.

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicios:

- Realizar la raíz cuadrada de un número de dos dígitos sin decimales, escribiendo éste en la celda “G5”. ¿En qué número de cifra decimal la aplicación Excel realiza el redondeo?
- Realizar también la raíz cuadrada de un número de seis dígitos sin decimales, introduciéndole en la celda “G5”. ¿En qué número de cifra decimal la aplicación Excel realiza el redondeo?
- Da una explicación de por qué cambia el número de cifra decimal de redondeo en uno y otro caso, basándote en lo visto anteriormente.

Seleccionar a continuación la hoja de cálculo “Redondeo decimal” (figura nº 4).

Ejercicios:

- Introducir cinco números fraccionarios en las celdas sombreadas en amarillo.
- Anotar los cinco números fraccionarios en el cuaderno y la conversión que Excel realiza de ellos.
- Observando los distintos redondeos que realiza el programa, de los números fraccionarios e irracionales, cuando se toman distintas cantidades de cifras decimales, escribe con tus palabras en el cuaderno el criterio que tiene Excel para realizar el redondeo de los números decimales. ¿Coincide con el criterio de redondeo que en general se realiza a la hora de resolver problemas matemáticos, en la actividad económica, etc.?

	Número	Forma decimal (17 decimales)	Redondeo (1 decimal)	Redondeo (3 decimal)	Redondeo (6 decimal)	Redondeo (10 decimales)
Fraccionarios o racionales	2 2/5	2,4000000000000000	2,4	2,400	2,400000	2,4000000000
	-3 7/13	-3,53846153846154000	-3,5	-3,538	-3,538462	-3,5384615385
	3/4	0,7500000000000000	0,8	0,750	0,750000	0,7500000000
	1/3	0,33333333333333300	0,3	0,333	0,333333	0,3333333333
	- 1/5	-0,20000000000000000	-0,2	-0,200	-0,200000	-0,2000000000
Irracionales	$\pi$	3,14159265358979000	3,1	3,142	3,141593	3,1415926536
	$\sqrt{2}$	1,41421356237310000	1,4	1,414	1,414214	1,4142135624
	$\sqrt{3}$	1,73205080756888000	1,7	1,732	1,732051	1,7320508076
	$\sqrt{20}$	4,47213595499958000	4,5	4,472	4,472136	4,4721359550
	e	2,71828182845905000	2,7	2,718	2,718282	2,7182818285

Figura Nº 4. Trabajo con números reales en Excel. Redondeo expresión decimal.

Fuente: Elaboración propia.

C) Representación en la recta real de los números racionales e irracionales (figura nº 5, hoja de cálculo “Representación recta real”).

Excel también facilita poder representar los números en la recta real. Seleccionar la hoja de cálculo “Representación recta real”, cuyo contenido se muestra en la figura nº 5.

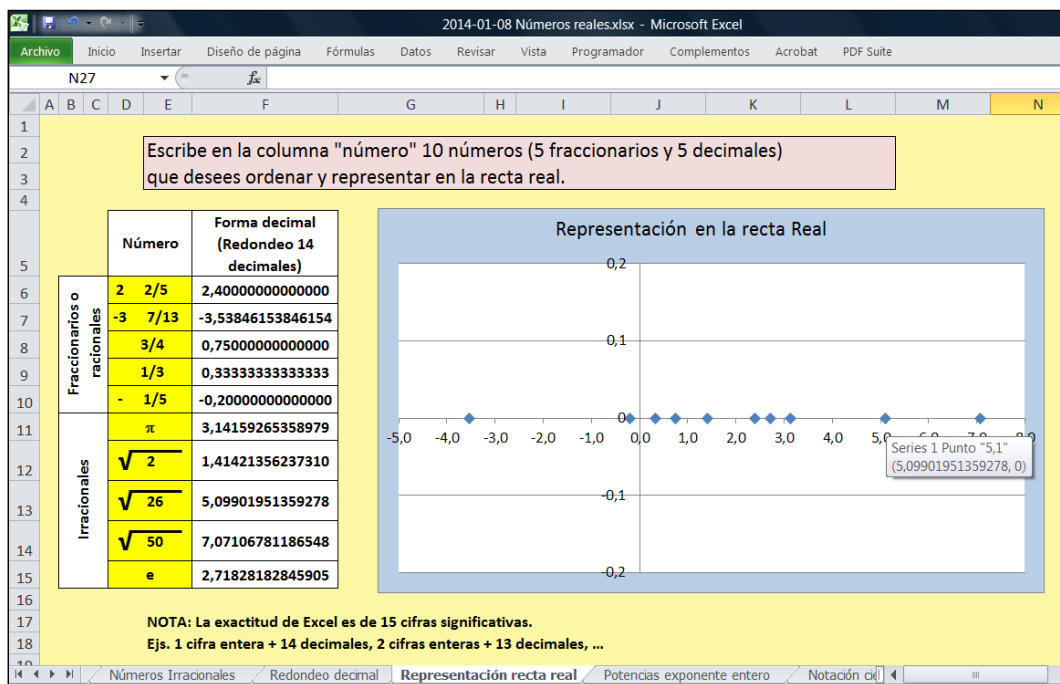


Figura Nº 5. Trabajo con números reales en Excel. Representación en la recta real.

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicios:

- Introducir en las celdas en amarillo cinco números fraccionarios y cinco números irracionales cuya expresión decimal esté comprendida en el intervalo  $[-10,10]$ .
- Anotar los números fraccionarios en el cuaderno, asignándoles las letras de la a “a” a la “e”, así como la conversión de estos que realiza Excel automáticamente al introducirlos y la expresión decimal de ellos.
- Anotar en el cuaderno también los cinco números irracionales, asignándoles las letras de la “f” a la “j”, y su expresión decimal.
- Representar en el cuaderno la recta real con los diez puntos correspondientes a los cinco números fraccionarios y a los cinco números irracionales. Al señalar con el cursor del ratón cada punto representado en la gráfica, visualizaremos

las coordenadas del punto, la coordenada x corresponde a la expresión decimal del número (figura nº 5). De esta forma, se podrá ver y anotar en la gráfica del cuaderno, la correspondencia de los números representados en la recta real con los números fraccionarios e irracionales que hemos identificado de la “a” a la “j”.

#### D) Potencias de exponente entero (figura nº 6, hoja de cálculo “Potencias exponente entero”).

Seleccionar la hoja de cálculo “Potencias de exponente entero”. Haciendo “clic” con el botón izquierdo del ratón sobre las celdas “H8” a “H12” y “K8” a “K13”, podremos observar las fórmulas introducidas para poder realizar los cálculos de las potencias de exponente entero (figura nº 6).

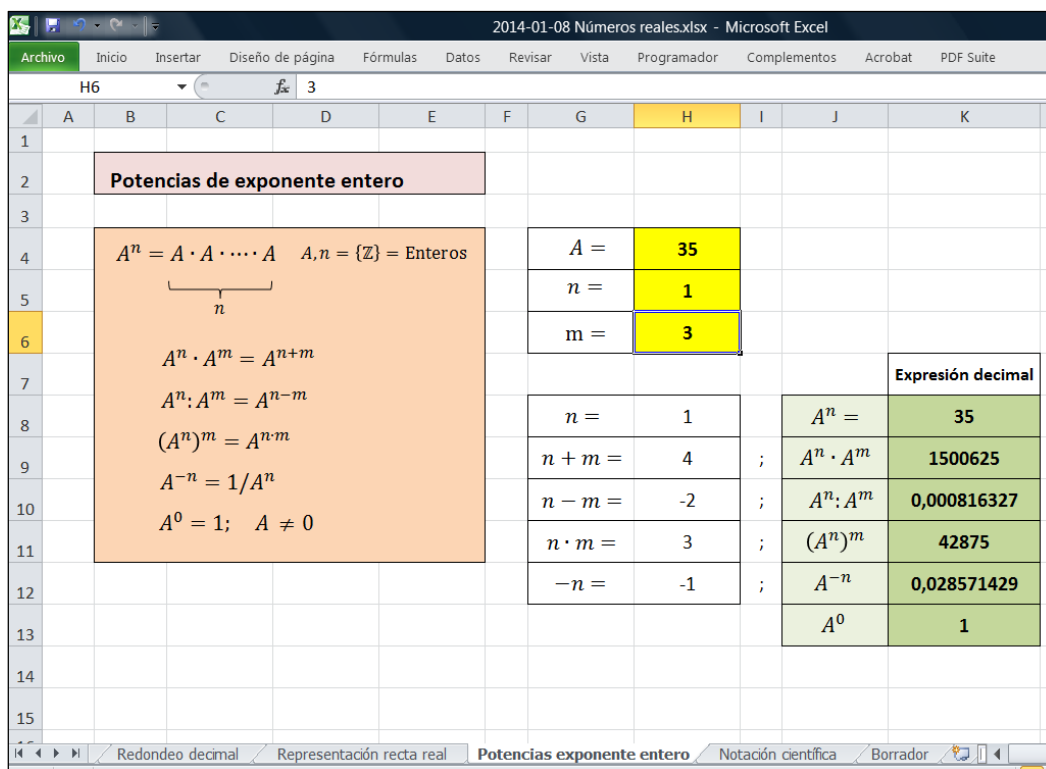


Figura Nº 6. Trabajo con números reales en Excel. Potencias de exponente entero.

Fuente: Elaboración propia.

Preguntas a recoger en el cuaderno de trabajo:

- ¿Cuáles son los operadores que se utilizan en Excel para representar la suma, la resta y la multiplicación?
- ¿Cuál es el operador que se utiliza para la potencia?

- Escribe qué fórmulas habría que introducir en Excel para calcular;  $34^5$ ,  $12^{-5}$  y  $200^3$ . Para probar las fórmulas se puede utilizar la hoja de cálculo denominada “Borrador” que se encuentra en el libro de Excel. Anota el resultado de estas potencias (expresión decimal).
- Realiza las siguientes operaciones, dando los valores adecuados a la base “A” y a los exponentes “n” y “m”:
  - $35^2 : 35^3$ .
  - $15^5 \times 15^2$ .
  - $(120^{-3})^2$
  - Otras tres operaciones con potencias cuyos valores debéis inventar.

### E) Notación científica de números decimales (figura nº 7, hoja de cálculo “Notación científica”).

En este apartado se verá cómo se puede expresar un número decimal en notación científica con el programa Excel (figura nº 7).

2014-01-08 Números reales.xlsx - Microsoft Excel						
Archivo Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Complementos Acrobat PDF Suite						
C10						
A	B	C	D	E	F	
1						
2	Notación científica de números decimales					
3						
4		Número decimal (17 decimales)	Notación científica (1 decimal)	Notación científica (3 decimales)	Notación científica (5 decimales)	Notación científica (17 decimales)
5		0,000100000000000000	1,0E-04	1,000E-04	1,00000E-04	1,00000000000000000E-04
6		3,14159265358979000	3,1E+00	3,142E+00	3,14159E+00	3,14159265358979000E+00
7		0,01345687889738590	1,3E-02	1,346E-02	1,34569E-02	1,34568788973859000E-02
8						

Figura Nº 7. Trabajo con números reales en Excel. Notación científica.

Fuente: Elaboración propia.

En la hoja de cálculo “Notación científica”, haciendo “clic” con el botón derecho sobre las celdas “C5” a “F7” una por una, podemos ver el formato numérico que se ha asignado en cada caso.

Viendo la expresión decimal de los tres números que se han elegido en las celdas sombreadas en amarillo, o de otros números que se quiera introducir en estas celdas, explicar la correspondencia que existe entre la expresión “1,0E-04” y la expresión de notación científica que se ha explicado en clase.

Observar ahora como realiza Excel los redondeos de las expresiones decimales para 1, 3, 5 y 17 decimales. ¿Cuál es el límite de cifras decimales que Excel tiene cuando se trabaja en formato de notación científica? Para ello fijate cómo Excel realiza el redondeo del número  $\pi$ , celda “B6”, e introduce la fórmula (en alguna celda sombreada en amarillo) para calcular la raíz de algún número que de cómo resultado un número irracional.

## 4.2. Actividades N<sup>o</sup> 2 y 3. Funciones cuadráticas. Bloque 5 de contenidos de Matemáticas de 3<sup>o</sup> de ESO.

Esta actividad se deberá impartir dentro del bloque 5 de contenidos de Matemáticas de 3<sup>o</sup> de ESO, “Funciones y gráficas”, inmediatamente después de ver las funciones lineales.

La temporización de esta actividad es de dos sesiones de dos horas.

Para la elaboración de estas actividades se ha tenido en cuenta la tesis Huapaya (2012) y el libro de texto de 3<sup>o</sup> de ESO de la editorial SM, Arévalo, González y Torresano (2007).

### Primera sesión (Actividad N<sup>o</sup> 3). Función cuadrática vértice y puntos de corte.

#### A) Introducción.

¿Te has fijado en la curva que describe una piedra cuando la lanzas al aire? ¿Es la misma curva que describe un delfín cuando salta saliendo del agua?

Ambas trayectorias, la de la piedra y la del delfín, son parábolas. La piedra y el delfín, primero, se elevan hasta llegar al punto más alto, llamado vértice, para, posteriormente, caer. Si dibujamos en un papel dicha parábola, veremos que, si se traza una recta perpendicular al eje x que pase por el vértice, ambos lados de la parábola son simétricos, siendo esta recta dibujada el eje de simetría.

Las funciones cuya expresión es  $y = Ax^2 + Bx + C$ , siendo  $A \neq 0$  se llaman funciones cuadráticas, y su gráfica se llama parábola.

Si  $A = 0$ , la curva deja de ser una parábola para ser una recta, siempre que  $B \neq 0$ .

Si A y B fueran cero, la función sería una función constante, tal que,  $y = C$ .

Al monomio  $Ax^2$  se le llama término cuadrático, al monomio  $Bx$  se le denomina término lineal y, por último, a la constante C, se la identifica como término independiente.

Para el estudio de las funciones cuadráticas vamos a elaborar una hoja de cálculo de un libro de Excel.

B) Elaboración de la hoja de cálculo “Sesión 1ª\_Funciones cuadráticas”. Construcción de la gráfica de la función cuadrática. Estudio de sus propiedades.

El libro Excel que los alumnos deberán implementar al realizar esta actividad se puede encontrar elaborado para los docentes en el siguiente vínculo:

<https://www.dropbox.com/s/nynkpveqy13s6ej/2013-12-31%20Funci%C3%B3n%20cuadr%C3%A1tica.xlsx>

Vamos a abrir un nuevo documento de Excel, le denominaremos de la siguiente forma “AAAA-MM-DD\_Función cuadrática\_Grupo\_XX” donde “AAAA” será el año, “MM” el mes, “DD” el día y “XX” el número de grupo de clase. Este archivo se guardará en una carpeta que se debe crear con el nombre “Grupo\_XX”, dentro de la ruta “C:\Matemáticas\”.

Teniendo en cuenta que la expresión de la función cuadrática es “ $y = Ax^2 + Bx + C$ ”, vamos a representar gráficamente dicha función para un intervalo dado de valores de x.

En la celda “1A” pondremos el título de la hoja de cálculo “Sesión 1ª\_funciones cuadráticas  $y = Ax^2 + Bx + C$ ”.

En las celdas “3A”, “4A” y “5A” se introducirán los siguientes textos “A=”, “B=” y “C=”. Seleccionando las celdas “3B”, “4B” y “5B” las pondremos un color de relleno amarillo. En general, para todas las actividades con Excel, las celdas que tengan color de relleno amarillo, serán variables dentro de la hoja de cálculo. Variando los valores de A, B y C, podremos ver como se modifica la gráfica de la función cuadrática, que como hemos corresponde a una parábola cuando  $A \neq 0$ .

A continuación, vamos a establecer el intervalo de x que se representará en la gráfica. Para ello, en la celda “7A” introducimos el texto “Desde” y en la celda “7B” introducimos el texto “Hasta”. Las celdas “8A” y “8B” las sombrearemos en amarillo, pues será en estas celdas donde introduciremos el intervalo de valores de x que queremos representar.

La gráfica de la función cuadrática la realizaremos calculando 21 puntos. Siguiendo el mismo procedimiento que el que se va a realizar a continuación, se podría realizar la gráfica para 40, 100, o el número de puntos que desee. Para comprobar que no nos equivocamos con las fórmulas que se van a ir introduciendo a continuación, se van a dar valores a los términos de la función cuadrática y a los intervalos de x para la representación; A=1, B=0, C=10, “Desde”=-10 y “Hasta”=10.



Por ahora la hoja de cálculo debe contener la información de la figura nº 8.

	A	B	C
1	Sesión 1ª_Funciones cuadráticas y = Ax <sup>2</sup> +Bx+C		
2			
3	A =	1	
4	B =	0	
5	C =	10	
6			
7	Desde	Hasta	
8	-10	10	

Figura Nº 8. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. Nº 1.

Fuente: Elaboración propia.

Posteriormente se van a introducir dos fórmulas en dos celdas auxiliares, las celdas “A11” y “B11”, para calcular los 21 puntos con los que representaremos la curva.

En la celda “A10” se escribe el texto “Auxiliar puntos cálculos de la gráfica”. En la celda “A11” se introduce la fórmula “=B8-A8”, para el cálculo del recorrido de valores de x comprendidos entre el intervalo “Desde”-“Hasta” que queremos representar. Automáticamente, al introducir esta fórmula en la celda “A11”, deberá aparecer el número 20 como se puede observar en la figura nº 9, ya que el intervalo comprendido entre -10 y 10 es de 20 unidades.

	A	B	C
1	Sesión 1ª_Funciones cuadráticas y = Ax <sup>2</sup> +Bx+C		
2			
3	A =	1	
4	B =	0	
5	C =	10	
6			
7	Desde	Hasta	
8	-10	10	
9			
10	Auxiliar puntos cálculos de la gráfica		
11	20	1,00	

Figura Nº 9. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. Nº 2.

Fuente: Elaboración propia.

Como se quiere construir la gráfica mediante 21 puntos, en la celda “B11” se escribirá la siguiente fórmula escribiendo “=A11/20”. Se pone “20” porque el primer punto se calculará para “x=-15”, y los otros 20 puntos se calcularán a partir de la celda A12 como incrementos de “x=-15+N×B11”, donde N es el número del punto (empezando por N=0, hasta N=20).

Al introducir la fórmula “=A11/20” en la celda “B11” aparecerá el número 1,00, según se visualiza en la figura nº 9.

A continuación se van a calcular los 21 puntos de la gráfica de la función “y=x<sup>2</sup>+5x+10”. Para ello se escribe en la celda “E3” el texto “X”, y en la celda “F3” el texto “Y”, y posteriormente se introduce en la celda “D4” el número 1, y en la celda “D5” se pondrá el número 2. Seleccionando con el ratón las celdas “D4” y “D5” hay que hacer “clic” con el ratón en la esquina inferior derecha y arrastrar hacia abajo hasta que aparezca en la numeración el número 21.

En este momento la hoja de Excel debe de tener la información que se observa en la figura nº 10.

	A	B	C	D	E	F
1	Sesión 1ª_ Funciones cuadráticas y = Ax <sup>2</sup> +Bx+C					
2						
3	A =		1		X	Y
4	B =		0		1	
5	C =		10		2	
6					3	
7	Desde	Hasta			4	
8		-10	10		5	
9					6	
10	Auxiliar puntos cálculos de la gráfica					
11	20		1,00		8	
12					9	
13					10	
14					11	
15					12	
16					13	
17					14	
18					15	
19					16	
20					17	
21					18	
22					19	
23					20	
24					21	
25						

Figura Nº 10. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. Nº 3.

Fuente: Elaboración propia.

Seguidamente se pondrá en la celda “E4” la fórmula “=A8”, por lo que en dicha celda aparecerá el valor -10 que corresponde al contenido de la celda “A8”, y en la celda “E5” se escribirá la fórmula “=E4+B\$11”.

El símbolo “\$” se utiliza para que al arrastrar con el ratón una fórmula a otras celdas, la numeración de la celda, en este caso el “11”, no se incremente.

El paso siguiente es seleccionar la celda “E5” y arrastrarla hasta la celda “E23” que coincide con el punto número 21. En la figura nº 11 aparece el resultado de dicha acción.

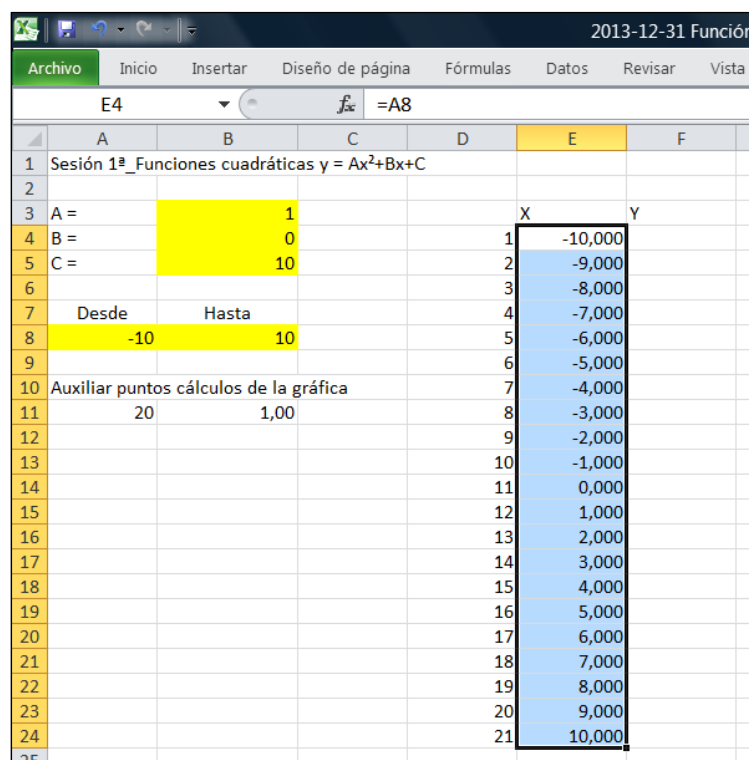


Figura Nº 11. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. Nº 4.

Fuente: Elaboración propia.

En “F4” se escribe la siguiente fórmula “=B\$3\*E4^2+B\$4\*E4+B\$5”, siendo “^” el operador exponencial y “\*” el operador multiplicación. Esta fórmula corresponde a la función “y=Ax<sup>2</sup>+Bx+C” para “x=-10” donde “E4” es la celda que contiene “-10”.

Arrastrando la fórmula de “F4” hacia abajo hasta el punto 21, se habrá calculado los 21 puntos de la gráfica. Los valores de las celdas “F4” a F24” son los que se pueden observar en la figura nº 12.

Para que se visualicen mejor los datos de la hoja de cálculo, se seleccionan las celdas desde “A3” hasta “F24” y se hace “clic” sobre el icono para centrar el texto. En la celda “A10” que contiene el texto “Auxiliar puntos cálculos de la gráfica” se tendrá que justificar el texto a la izquierda. Para ajustar el número de decimales de las

celdas de “E4” a “F24”, se seleccionan dichas celdas con el ratón, y haciendo “clic” en el botón derecho del ratón, se elige “formato de celdas”, “número”, “3 posiciones decimales”. En este punto, la hoja de cálculo queda como se observa en la figura nº12.

	A	B	C	D	E	F
1	Sesión 1ª Funciones cuadráticas $y = Ax^2+Bx+C$					
2						
3	A =	1			X	Y
4	B =	0		1	-10,000	110,000
5	C =	10		2	-9,000	91,000
6				3	-8,000	74,000
7	Desde	Hasta		4	-7,000	59,000
8	-10	10		5	-6,000	46,000
9				6	-5,000	35,000
10	Auxiliar puntos cálculos de la gráfica			7	-4,000	26,000
11	20	1,00		8	-3,000	19,000
12				9	-2,000	14,000
13				10	-1,000	11,000
14				11	0,000	10,000
15				12	1,000	11,000
16				13	2,000	14,000
17				14	3,000	19,000
18				15	4,000	26,000
19				16	5,000	35,000
20				17	6,000	46,000
21				18	7,000	59,000
22				19	8,000	74,000
23				20	9,000	91,000
24				21	10,000	110,000

Figura Nº 12. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. Nº 5.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se seleccionarán las celdas “E4” a “F24”, y en la solapa “Inserción” dentro del apartado de “Gráficos” se hará “clic” en “Dispersión” y eligiendo la opción de “Dispersión con líneas suavizadas”. Al hacerlo se generará en la hoja de cálculo una gráfica de la función cuadrática a partir de los 21 puntos seleccionados.

Desplazar la gráfica a la derecha de la pantalla, haciendo “clic” con el ratón sobre ella y arrastrándola, hasta que no cubra los datos que se introdujeron anteriormente.

Con este último paso, se ha terminado la construcción de la representación gráfica de la función cuadrática a partir de 21 puntos. La figura nº 13 muestra la información que la hoja de cálculo contiene al terminar.

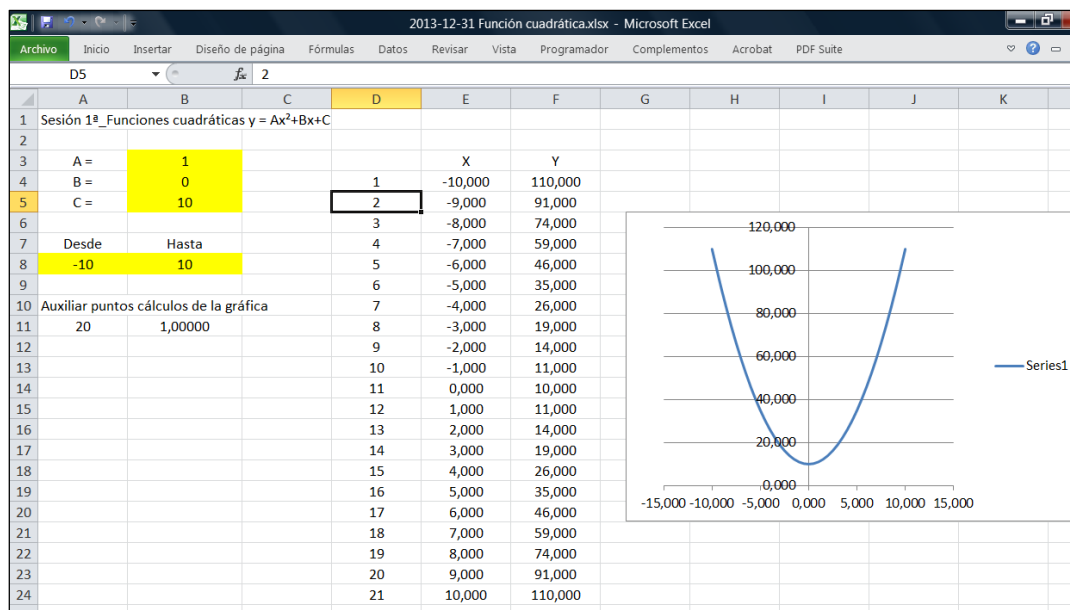


Figura N° 13. Construyendo la gráfica de la función cuadrática. N° 6.

Fuente: Elaboración propia.

### C) Estudio de algunas propiedades de la función cuadrática: Paso por punto (0,0), simetría respecto del eje y, y desplazamiento horizontal y vertical.

Una vez elaborada la gráfica de la función cuadrática, vamos a utilizar este recurso para estudiar algunas propiedades de la función cuadrática. Para ello, habrá que responder a las preguntas que se enuncian a continuación en una hoja de folio a mano. No hace falta volver a copiar los enunciados, sólo enumerar las respuestas.

Importante: para observar correctamente la función, tendremos que variar los valores de las celdas “Desde” y “Hasta”, que corresponden al intervalo del eje x donde se representará la función.

Preguntas para la observación de algunas características de la función cuadrática. Razona las respuestas:

- Pregunta N° 1. Si hacemos B y C iguales a cero ¿Qué características tiene la parábola que la hace distinta de otras parábolas en las que B y C no son cero?
- Pregunta N° 2. Si invertimos el signo de A, ¿qué ocurre con la parábola?
- Pregunta N° 3. ¿Qué característica tiene la parábola cuando B = 0, siendo A y C ≠ 0?
- Pregunta N° 4. Si con A y B constantes, se incrementa o disminuye el valor de C. ¿Qué ocurre con la gráfica de la función?

- Pregunta N° 5. Si con A y C constantes, incrementamos el valor de B. ¿Hacia dónde se desplaza la gráfica de la función?
- Pregunta N° 6. Si con A y C constantes, se disminuye el valor de C. ¿Hacia dónde se desplaza ahora la gráfica?
- Pregunta N° 7. ¿Qué ocurre si  $A = 0$ ?

Segunda sesión (actividad N° 3). Función cuadrática vértice y puntos de corte con los ejes x e y. Estudio de propiedades de contracción y dilatación horizontal y vertical, y desplazamiento horizontal puro.

#### A) Vértice de la función cuadrática.

Al mínimo de la función cuando  $A > 0$  o el máximo de la función cuando  $A < 0$ , se le denomina vértice de la función cuadrática.

La expresión general de la función cuadrática " $y = Ax^2 + Bx + C$ " se puede expresar de la siguiente manera;  $y = A(x - V_x)^2 + V_y$ . Donde  $(V_x, V_y)$  son precisamente las coordenadas del vértice.

Se puede obtener algebraicamente D y E en función de A, B y C, que quedarían expresadas de la siguiente manera:

- $V_x = -(B / 2A)$ .
- $V_y = C - (B^2 / 4A)$ .

Al introducir estas expresiones en Excel, se tiene que tener en cuenta que para  $A=0$  no tienen solución. Para evitar que Excel nos devuelva un error en este caso, se hará uso de la función condicional "SI". En las celdas "A13", "A14" y "A15" se escribirá respectivamente los siguientes textos; "Vértice de la función cuadrática", " $V_x$ " y " $V_y$ ". A continuación se deben introducir en "B14" y "B15" las siguientes fórmulas;

- En "B14":  $=SI(B3<>0;-B4/2*B3;"No existe")$ .
- En "B15":  $=SI(B3<>0;B5-((B4^2)/4*B3);"No existe")$ .

El operador " $<>$ " significa "diferente".

La primera parte de la función condicional "SI" de ambas fórmulas, hasta el primer punto y coma, es la condición general. Cuando se cumple la condición general en Excel, " $B3<>0$ ", la aplicación devuelve un "1" y se ejecutará la segunda

parte de la fórmula, que corresponde con el cálculo de la coordenada x del vértice para la celda “B14”, y de la coordenada y para la celda “B15”.

Cuando la condición general no se cumple, la aplicación devolverá un “o” en la primera parte de la función condicional “SI”, ejecutándose la tercera parte de la función, que corresponde al texto “No existe”.

Excel interpreta como texto cualquier conjunto de números o letras que se inserten en las fórmulas entre comillas.

En la figura nº 14 se pueden visualizar los valores que toman “Vx” y “Vy” para A=-1, B=5 y C=10.

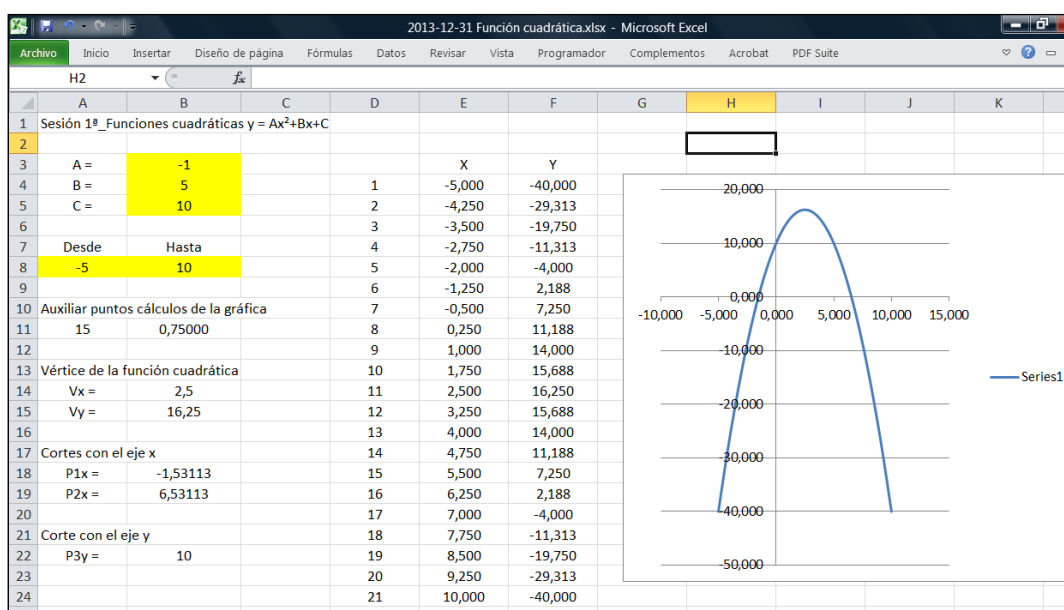


Figura Nº 14. Gráfica de la función cuadrática con las coordenadas del vértice y los puntos de corte con los ejes x e y. Fuente: Elaboración propia.

### B) Puntos de corte con el eje x.

Los puntos de corte con el eje x se obtienen para y = 0, luego;

$$Ax^2+Bx+C=0; \quad x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Para el caso en que  $B^2-4AC=0$ , la curva sólo tendrá un punto de corte, que corresponderá con (0,0).

Si  $B^2-4AC>0$ , la función tendrá dos puntos de corte.

Mientras que si  $B^2-4AC<0$ , la función no tendrá ningún punto de corte con el eje x.

De cara a poder implementar esta fórmula en Excel sin que haya errores, tenemos que tener en cuenta que en el caso de  $A = 0$ , x no tiene solución. Igualmente si “ $B^2 -$

$4AC$  es menor que 0, la raíz cuadrada no tiene solución dentro de los números reales.

Por tanto, para expresar los dos posibles puntos de corte, se tendrá que recurrir a una función condicional de Excel.

En las celdas “A17”, “A18” y “A19” escribimos respectivamente los siguientes textos “Cortes con el eje x”, “P1x” y “P2x”. “P1x” corresponderá a la coordenada x del punto 1 de corte (la coordenada  $y = 0$ ) y “P2x” a la coordenada x del punto 2 de corte. Seguidamente introduciremos las siguientes fórmulas en las celdas “B18” y “B19”:

- Celda “B18”:

$$=SI((B3<>0)*((B4^2-4*B3*B5)>=0);$$
$$(-B4+RAIZ(B4^2-4*B3*B5))/(2*B3);"No existe")$$

- Celda “B19”:

$$=SI((B3<>0)*((B4^2-4*B3*B5)>=0);$$
$$(-B4-RAIZ(B4^2-4*B3*B5))/(2*B3);"No existe")$$

El operador “>=” significa “mayor o igual”.

La primera parte de la función condicional “SI” de ambas fórmulas, hasta el primer punto y coma, como se comentó con anterioridad, es la condición general.

Para que existan puntos de corte con el eje x, es necesario que  $A \neq 0$  y que  $B^2 - 4AC \geq 0$ , que es precisamente lo que se expresa en la condición general.

En este caso, la condición general está compuesta por dos condiciones, que se expresan multiplicándose porque cuando se cumple una condición en Excel, por ejemplo “ $B3 <> 0$ ”, la aplicación devuelve un “1”, luego cuando se cumplan las dos condiciones se cumplirá que “ $1 \times 1 = 1$ ”, por lo que tendremos un “1” en la condición general (primera parte de la fórmula). Si la condición general se cumple (es un “1”), se ejecutará la segunda parte de la fórmula, que corresponde con el cálculo de la coordenada x del punto 1 (P1x), para la celda “B18” y de la coordenada x del punto 2 (P2x), para la celda “B19”.

Cuando alguna de las dos condiciones no se cumple, y por tanto tampoco se cumple la condición general, la aplicación devolverá un “0” en la primera parte de la función condicional “SI”, ejecutándose la tercera parte de la función, que corresponde al texto “No existe”.

En la figura nº 14 se pueden observar los valores que de “P1x” y “P2x”, coordenadas x de los puntos de corte de la función cuadrática con el eje x, para  $A = -1$ ,  $B = 5$  y  $C = 10$ .



### C) Punto de corte con el eje y.

El punto de corte con el eje y se obtiene para  $x = 0$ , luego;

$$y = A(0)^2 + B(0) + C = C.$$

Para reflejar este punto de corte en la hoja de cálculo, se escribirá en las celdas "A21" y "A22" los siguientes textos; "Corte con el eje y" y "P3y". "P3y" corresponde a la coordenada y del punto de corte con el eje y, que denominamos como punto 3 (P3).

A continuación en la celda "B21" se introduce la siguiente fórmula "=B5", para que el contenido de la celda "B21" se haga igual al contenido de "B5" que corresponde a "C".

Habiendo introducido las coordenadas del vértice, los puntos de corte con el eje x y con el eje y, se puede observar en la figura nº 14, como ejemplo, la información que contendría la hoja de cálculo Excel cuando  $A = -1$ ,  $B = 5$ ,  $C = 10$ , "Desde" = -5 y "Hasta" = 10.

### D) Estudio de las propiedades de contracción y dilatación horizontal y vertical.

Para la realización de los apartados D y E de la actividad, se les facilitará a los alumnos un libro Excel confeccionado previamente, denominado "2014-01-20 Funciones y gráficas. Función cuadrática". En este libro de Excel, siguiendo pasos similares a los realizados anteriormente, se representa a la vez dos funciones cuadráticas. Se ha elegido esta opción para ahorrar tiempo y porque la elaboración de éste libro no aporta conceptualmente ninguna novedad.

Para evitar que los alumnos puedan borrar o modificar alguna celda o el gráfico involuntariamente, se ha protegido las hojas de cálculo del libro, a excepción de las celdas sombreadas en amarillo, que son las que los alumnos deben modificar.

El libro de Excel se puede encontrar disponible en el siguiente enlace;

<https://www.dropbox.com/s/d79r4332ddola9i/2014-01-02%20Funciones%20y%20gr%C3%A1ficas.%20Funci%C3%B3n%20cuadr%C3%A1tica.xlsx>

Primeramente, dentro del libro de Excel, seleccionar la hoja de cálculo "Compresión y dilatación". Esta hoja de cálculo contiene la información que se puede visualizar en la figura nº 15.

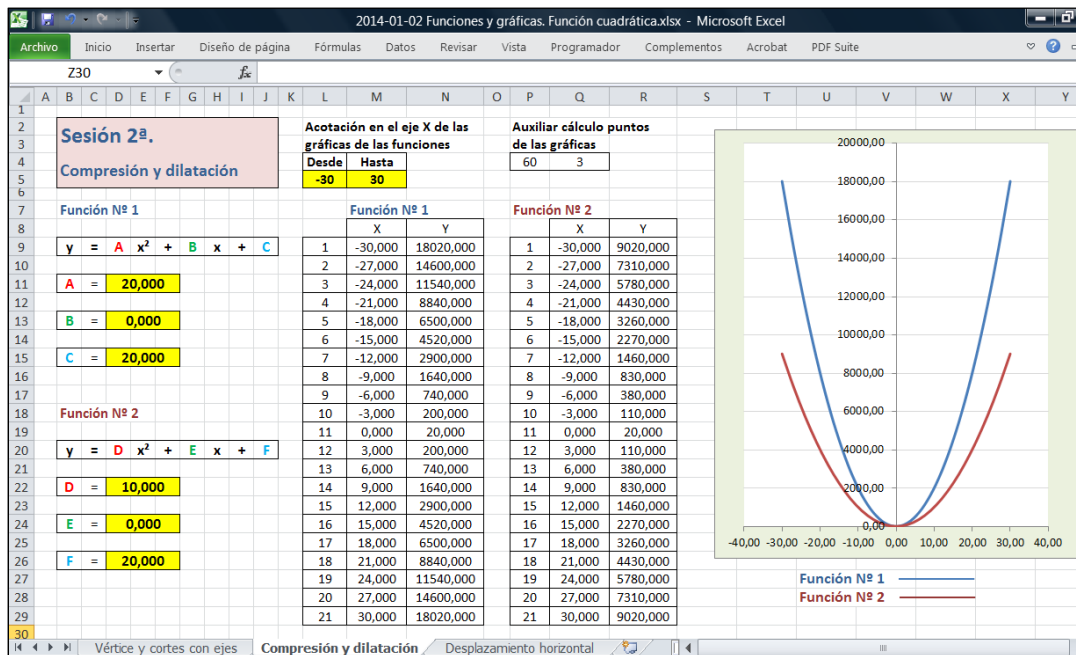


Figura Nº 15. Compresión y dilatación de la curva cuadrática.

Fuente: Elaboración propia.

Seguir los siguientes pasos:

1. Hacer  $A = D = 10$ ,  $B = E$  y  $C = F$ . Reflejar los valores elegidos de  $B = E$  y  $C = F$ .
2. Encontrar unos valores del intervalo de representación de la gráfica, "Desde" y "Hasta", para que se visualicen las dos ramas de las parábolas.
3. Reducir el valor de D, unidad a unidad hasta que sea igual 1, sin variar los demás parámetros. ¿Qué ocurre con la función nº 2?
4. Reducir el valor de D, que al principio es igual a 1, en décimas de unidad hasta llegar a 0,1. ¿Qué ocurre con la función nº 2?
5. Volver a hacer  $D = 10$ . Incrementar D, unidad a unidad, hasta llegar a 20. Una vez que llegamos a 20, incrementar de 20 en 20 unidades ¿Qué ocurre con la función nº 2?

## E) Desplazamiento horizontal puro.

Dentro del libro “2014-01-02 Funciones y gráficas. Función cuadrática”, seleccionar la hoja de cálculo “Desplazamiento horizontal”. Esta hoja de cálculo contiene la información que se puede visualizar en la figura nº 16.

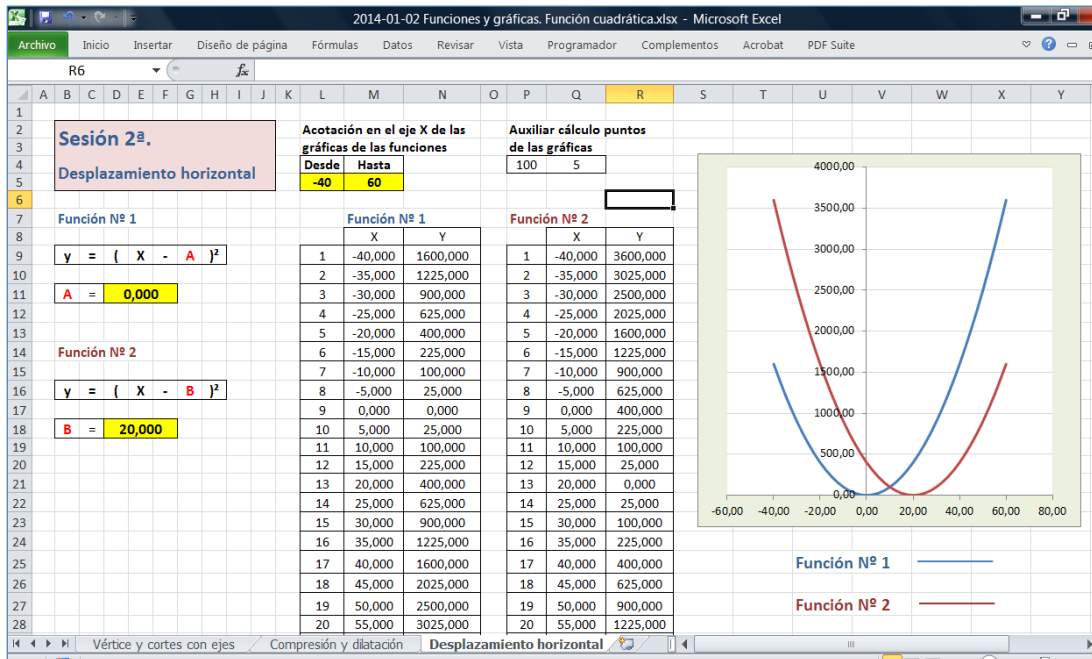


Figura Nº 16. Desplazamiento horizontal.

Fuente: Elaboración propia.

Pasos que se deben realizar:

1. Partiendo de dos valores iguales para A y para B, por ejemplo  $A = B = 20$ . Incrementar de 5 en 5 unidades el valor de B, modificando el intervalo de visualización de la gráfica para visualizar las dos ramas de las dos parábolas. ¿Qué ocurre con la función nº2?
2. Si volvemos a establecer los mismos valores para A y para B, y disminuimos de 5 en 5 unidades B, permitiendo que B se haga negativa. ¿Qué ocurre con la función nº 2?

## 5. Conclusiones.

A lo largo de este trabajo, se ha intentado valorar la utilidad del uso de la hoja de cálculo Excel, como recurso educativo para las Matemáticas de 3º de ESO, para docentes y alumnos con conocimientos básicos de dicha aplicación.

Como primer objetivo específico, se estableció fundamentar la conveniencia del uso de las TIC en la educación en general. Al respecto, podemos afirmar que la utilización de las TIC en la educación académica es conveniente, debido a que en la sociedad actual, la utilización de las tecnologías es una necesidad para que el alumno pueda desarrollar su ciudadanía y disponer de recursos que le faciliten su incorporación posterior a estudios superiores y a mejores oportunidades laborales. En general, los autores consideran el proceso de aprendizaje del alumno de las TIC como una alfabetización digital, tan necesaria en la actualidad como la alfabetización clásica.

El segundo objetivo específico consistía en realizar un análisis de cómo la hoja de cálculo Excel fomenta el aprendizaje significativo del currículo de las Matemáticas de 3º de ESO. Como metodología para la realización del análisis, se ha realizado un estudio de la literatura actual disponible en internet, viendo cómo la hoja de cálculo Excel, utilizada como recurso didáctico, podía facilitar la adquisición de las competencias básicas y los contenidos de la asignatura de matemáticas de 3º de ESO.

Después de un estudio de la bibliografía se ha podido constatar, que la hoja de cálculo Excel, es un recurso que facilita la consecución de las competencias básicas de la asignatura de matemáticas de la etapa de ESO. Este recurso también sirve de ayuda para impartir los distintos bloques de contenidos de dicha asignatura en 3º de ESO. La excepción es el bloque de geometría, que por las características propias que deben tener las TIC para servir de ayuda en este bloque, exactitud de las dimensiones y proporciones de las figuras geométricas y posibilidad de interacción con éstas, existen programas de geometría dinámica más apropiados a tal fin.

Respeto de la eficacia del uso de la hoja de cálculo Excel, como recurso didáctico, aunque hay estudios que así lo afirman, es complicado distinguir hasta qué grado las mejoras educativas registradas en estos estudios, se pueden atribuir directamente al uso de la hoja de cálculo Excel o a la metodologías y estrategias didácticas utilizadas. Existe una sintonía general de los autores en que el éxito del uso académico de la hoja de cálculo, y en general las TIC, depende en gran medida de la reflexión didáctica que el docente haga en cada actividad.

Resulta significativo, que después de una intensa búsqueda en la literatura, no se ha encontrado ningún estudio en el que se compare el trabajo de dos grupos realizando actividades con metodologías similares, uno utilizando como recursos didácticos los tradicionales; libro de texto, pizarra clásica, lápiz y papel, y el otro grupo como recurso la hoja de cálculo. Sólo se ha logrado encontrar el estudio de Pifarré y Sanuy (2000), apartado 3.4.3 de este trabajo, en el que se comparan los resultados entre dos grupos de alumnos que realizan las mismas actividades, con metodologías similares, utilizando unos como recurso la calculadora gráfica y otros la hoja de cálculo, resultando más satisfactorio el uso de la hoja de cálculo.

Otro de los objetivos era delimitar la capacitación mínima del docente y del alumno para el uso de Excel como recurso didáctico para ESO. Aunque este objetivo no se ha tratado de forma específica en un apartado del trabajo, se ha ido desarrollando a lo largo de éste. Según la información que se ha obtenido de las distintas fuentes bibliográficas, para sacar el mayor partido posible a la hoja de cálculo como recurso educativo, es conveniente impartir al alumno unas nociones básicas sobre la aplicación. Barreras (2007) explica el proceso de elaboración de la hoja de cálculo por el alumno, aporta ventajas para que éste modelice y generalice el problema, construyendo la solución, creando sus propios algoritmos, valorando la necesidad de una sintaxis correcta, distinguiendo los distintos tipos de categorías numéricas, conociendo las funciones lógicas, etc. El profesor, en principio, no es necesario que tengan conocimientos avanzados para utilizar Excel como recurso, aunque debe de estar al menos familiarizado con las funciones y herramientas que Excel posee, en relación con los conceptos matemáticos de las actividades que desee realizar. Sin embargo, una formación más profunda del docente, le permitirá realizar sus propios libros de Excel que se ajusten a las necesidades específicas de cada actividad.

En esta dirección la programación de macros y en VBA, permiten crear modelos matemáticos para describir fenómenos en las ciencias. Los alumnos pueden explorar estos fenómenos a través del análisis de dichos modelos construidos, mejorando considerablemente el entendimiento de las ideas científicas relacionadas con el modelo (Rojano 2006; Mochón, 2002a, 2002b y 2002c). Se favorece de esta forma la motivación de los alumnos al ver la utilidad práctica de los conceptos matemáticos implicados así como la transversalidad del aprendizaje. Existen en internet gran cantidad de estos modelos elaborados.

Por último se ha realizado una propuesta práctica de actividades didácticas utilizando la hoja de cálculo Excel como recurso didáctico para alguno de los bloques de contenidos para las Matemáticas de 3º de ESO.

## 6. Limitaciones y deficiencias de esta investigación.

Debido a la limitación de tiempo y a la intención de realizar un Trabajo Fin de Máster con unas proporciones adecuadas a su finalidad, no se ha dado un ejemplo de actividad práctica con la hoja de cálculo Excel, para cada bloque de contenidos de las matemáticas de 3º de ESO.

La experiencia docente del autor de esta investigación es corta, limitándose a las prácticas realizadas en el Máster de Formación del Profesorado de Secundaria. Por tanto, en relación a la utilidad didáctica de las actividades planteadas en la propuesta práctica, seguramente, ésta se pueda mejorar. Si bien, se considera fundamentado que la hoja de cálculo Excel puede ser un recurso interesante para la docencia de las Matemáticas de 3º de ESO.

También, hubiera sido muy interesante, proponer actividades prácticas para la modelización e interpretación de fenómenos reales con la hoja de cálculo Excel.

Respecto las fuentes bibliográficas, como se explicó en el apartado 2.3. “Justificación de la bibliografía utilizada”, en este trabajo se ha priorizado el uso de las fuentes electrónicas de internet. Sería conveniente haber contrastado también la información al respecto con bibliografía impresa.

## 7. Líneas de investigación futuras

En el apartado de conclusiones se comentó que, pese haberse intentado con insistencia, no se ha encontrado ningún estudio en el que se compare el trabajo de dos grupos realizando actividades con metodologías similares, uno utilizando como recursos didácticos los tradicionales (libro de texto, pizarra clásica, lápiz y papel), y el otro grupo como recurso la hoja de cálculo. Sería importante la realización de estudios de este tipo, que podrían aportar más información sobre la eficacia de la utilización de la hoja de cálculo como recurso para el aprendizaje de las matemáticas frente a los recursos clásicos.

Si bien es cierto, como apuntan diversos autores, una de las características que introduce el uso didáctico de la hoja de cálculo, y de las TIC en general, es el cambio que conllevan en las actividades y en su metodología. Éste hecho hace que sea complejo intentar que dos grupos de alumnos realicen la misma actividad con metodología similar, unos con lápiz y papel y otros con la hoja de cálculo Excel.

Como se comentó en el apartado “Limitaciones y deficiencias de esta investigación” no se ha dado un ejemplo de actividad práctica con la hoja de cálculo Excel, para cada bloque de contenidos de las matemáticas de 3º de ESO. En este sentido, trabajos posteriores podían aportar actividades que cubrieran todos los contenidos de 3º de ESO, así como los otros cursos de la ESO y Bachiller.

## 8. Referencias bibliográficas.

- Acuña, L. (2001). Resolver triángulos en Visual Basic. Parte 1/3. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 1, (2). Recuperado el 17 de diciembre de 2013 de <http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/SoftDidactico/>
- Acuña, L. (2002a). Resolver triángulos en Visual Basic. Parte 2/3. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 2, (2). Recuperado el 17 de diciembre de 2013 de <http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/SoftDidactico/>
- Acuña, L. (2002b). Resolver triángulos en Visual Basic. Parte 3/3. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 3, (1). Recuperado el 17 de diciembre de 2013 de <http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/SoftDidactico/>
- Area, M. (2008). Innovación pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales. *Investigación en la escuela*. (64), 5-18. Recuperado el 29 de noviembre de 2013 de [http://manarea.webs.ull.es/articulos/art16\\_investigacionescuela.pdf](http://manarea.webs.ull.es/articulos/art16_investigacionescuela.pdf)
- Arévalo, R., González, J. L. y Torresano, J.A (2007). *Matemáticas de 3º de ESO, libro del profesor*. Madrid: Ediciones SM
- Batista, M., Celso, V., Usubiaga, G. y Minzi, V. (2007). *Tecnologías de la información y la comunicación en la escuela: trazos, claves y oportunidades para su integración pedagógica* (pp. 17-18). Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Argentina <http://repositorio.educacion.gov.ar:8080/dspace/handle/123456789/55936>
- Bartolomé, A.R. (2004). *Nuevas tecnologías en el aula*. Barcelona: Grao.
- Barreras, M. (2007). *Actividades de Matemáticas para Secundaria con Excel*. Granada: Proyecto Sur Ediciones. Recuperado el 18 de diciembre de 2013 de <http://catedu.es/calendas/catexcel/catexcel.htm>
- Barreras, M. (2010). *Matemáticas con Microsoft Excel*. Madrid: Ra-Ma. Recuperado el 18 de diciembre de 2013 de <http://catedu.es/calendas/catexcel/catexcel.htm>
- Butto, C. y Delgado, J. (2012). *Rutas hacia el álgebra: actividades en Excel y Logo*. Méjico D.F.: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://200.23.113.50:8080/upn/handle/11195/331>
- Cox, M., Abbott, C., Webb, M., Blakeley, B., Beauchamp, T. y Rhodes V. (2003a). *ICT and attainment: A review of the research literature ICT in Schools Research and Evaluation Series N°17*. DfES-BECTA. Recuperado el 28 de noviembre de



- <https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/ICT%20and%20attainment.pdf>
- Cox, M., Abbott, C., Webb, M., Blakeley, B., Beauchamp, T. y Rhodes V. (2003b). *ICT and pedagogy: A review of the research literature ICT in Schools Research and Evaluation Series* N°18. DfES-BECTA. Recuperado el 28 de noviembre de [https://wiki.inf.ed.ac.uk/twiki/pub/ECHOES/ICT/ict\\_pedagogy\\_summary.pdf](https://wiki.inf.ed.ac.uk/twiki/pub/ECHOES/ICT/ict_pedagogy_summary.pdf)
- Cortes, H. (2011). Las herramientas web 2.0 en la enseñanza de la matemática fundamental. *Dialéctica, Revista de investigación*. 130-149. Recuperado el 20 de noviembre de 2013 de <http://www.unipanamericana.edu.co/resources/documents/9a43ee7017372d93ffbdo9fe2ccf9c10.pdf>
- Domingo, M. y Marqués, P. (2011). Aulas 2.0. y uso de las TIC en la práctica docente. *Comunicar*, v. XIX, (37), 169-175. Recuperado el 2 de diciembre de 2013 de <http://www.revistacomunicar.com/index.php?contenido=detalles&numero=37&articulo=37-2011-20>
- Hernando, J. (2010). Objetos Digitales de Aprendizaje Interactivos, Dinámicos y Reutilizables en la Red para la Enseñanza de Estadística y Probabilidad en la educación Secundaria. *Actas de las I Jornadas de Innovación y TIC Educativas JITICE*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática. Universidad Rey Juan Carlos. Recuperado el 14 de diciembre de 2013 de <http://ciencia.urjc.es/bitstream/10115/4212/1/ActasJITICE-2010.web.pdf#page=33>
- Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X, (2), 213-223. Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/fernandoHitt.pdf>
- Huapaya, E. (2012). *Modelación usando la función cuadrática: Experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria*. Tesis para optar el grado de Magister en Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú. Maestría en la Enseñanza de la Matemática. Recuperado el 20 de diciembre de 2013 de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/1571>
- Inzunza, S. (2013). Simulación y modelos en la enseñanza de la probabilidad: un análisis del potencial de los applets y la hoja de cálculo. En Salcedo A. (Ed.), *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas*, (pp. 9-

- 29). Caracas: Audy Salcedo. Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela. Recuperado el 18 de diciembre de 2013 de <http://saber.ucv.ve/jspui/handle/123456789/4666>
- Microsoft Corporation (2013a). *Funciones de Excel (por categoría)*. Recuperado el 16 de diciembre de 2013 de <http://office.microsoft.com/es-es/excel-help/funciones-de-excel-por-categoria-HP010342656.aspx>
- Microsoft Corporation (2013b). Microsoft Excel: Tipos de gráficos disponibles. Recuperado el 16 de diciembre de 2013 de <http://office.microsoft.com/es-es/excel-help/tipos-de-graficos-disponibles-HA010342187.aspx>
- Mochón, S. (2002a). *Física. Enseñanza de las Ciencias a través de Modelos Matemáticos (ECAMM)*. México D.F.: Secretaría de Educación Pública. Recuperado el 2 de diciembre de 2013 de <http://www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx/ecamm/ecammlibros.htm>
- Mochón, S. (2002b). *Química. Enseñanza de las Ciencias a través de Modelos Matemáticos (ECAMM)*. México D.F.: Secretaría de Educación Pública. Recuperado el 2 de diciembre de 2013 de <http://www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx/ecamm/ecammlibros.htm>
- Mochón, S. (2002c). *Biología. Enseñanza de las Ciencias a través de Modelos Matemáticos (ECAMM)*. México D.F.: Secretaría de Educación Pública. Recuperado el 2 de diciembre de 2013 de <http://www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx/ecamm/ecammlibros.htm>
- OCDE, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2001). Aprender a cambiar: Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Centros Educativos. Traducción del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España. Recuperado de <http://www.dccia.ua.es/dccia/inf/asignaturas/MDEI/docs/OCDE.pdf>
- Peñañiel, F. (2012). Educación inclusiva y era digital. Un nuevo planteamiento de actuación. *Eticanet*. (13). 168-186. <http://www.ugr.es/~sevimeco/revistaeticanet/numero13/Articulos/Formato/125.pdf>
- Pifarré, M. y Sanuy, J. (2000). El aprendizaje de estrategias de resolución de problemas con una hoja de cálculo. *SUMA*, (35), 35-43. Recuperado el 3 de diciembre de 2013 de [http://revistasuma.es/IMG/pdf/35/SUMA\\_35.pdf](http://revistasuma.es/IMG/pdf/35/SUMA_35.pdf)
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín oficial del Estado, 5, de 5 de enero de 2005. Recuperado de <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

- Rojano, M.T. (2006), Alvarado, A., Butto, C., Carmona, G., Cepeda, F.J., Esparza, E., Filloy, E., Gallegos, L., Mochón, S., Moreno, L., Perrusquía, E., Sacristán, A. I., Tonda, J., Trigueros, M., Ursini, S. y Waldegg, G. (2006). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula*. Méjico D.F: M<sup>a</sup> Teresa Rojano Ceballos (CINVESTAV-IPN).
- Ruthven, K., Hennessy, S. y Brindley, S. (2004). Teacher representations of the successful use of computer-based tools and resources in secondary-school English, Mathematics and Science. *Teaching & Teacher Education*, 20, (3), 259-275. Recuperado el 20-11-2013 de <http://www.educ.cam.ac.uk/people/staff/ruthven/RuthvenTTEpreprint.pdf>
- Santos, L.M. (2003). Procesos de Transformación de Artefactos Tecnológicos en Herramientas de Resolución de Problemas Matemáticos. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, (2), 195-211. Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/msantos.pdf>.
- Usero, D. (2012). *La hoja de cálculo en la clase de matemáticas. Matemáticas y tecnología: una relación*. Universidad de otoño 2012. Colegio Oficial de Doctores y Licenciados en Filosofía y Letras y en Ciencias de la Comunidad de Madrid. Recuperado el 12 de diciembre de 2013 de <http://www.cdlmadrid.org/cgi-bin/maticos/button9.pl?lang=1&sesionusuario=>

## 9. Anexos.

### 9.1. Contenidos de Matemáticas para 3º de ESO.

Anexo II del Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (pp.752-753):

#### Bloque 1. Contenidos comunes.

- Planificación y utilización de estrategias en la resolución de problemas tales como el recuento exhaustivo, la inducción o la búsqueda de problemas afines, y comprobación del ajuste de la solución a la situación planteada.
- Descripción verbal de relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución utilizando la terminología precisa.
- Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o simbólico o sobre elementos o relaciones espaciales.
- Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.
- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas.
- Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

#### Bloque 2. Números.

- Números decimales y fracciones. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz.
- Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo. Utilización de aproximaciones y redondeos en la resolución de problemas de la vida cotidiana con la precisión requerida por la situación planteada.
- Potencias de exponente entero. Significado y uso. Su aplicación para la expresión de números muy grandes y muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica. Uso de la calculadora.
- Representación en la recta numérica. Comparación de números racionales.

### Bloque 3. Álgebra.

- Análisis de sucesiones numéricas. Progresiones aritméticas y geométricas.
- Sucesiones recurrentes. Las progresiones como sucesiones recurrentes.
- Curiosidad e interés por investigar las regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números.
- Traducción de situaciones del lenguaje verbal al algebraico.
- Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables.
- Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones, sistemas y otros métodos personales. Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.

### Bloque 4. Geometría.

- Determinación de figuras a partir de ciertas propiedades. Lugar geométrico.
- Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras a la resolución de problemas geométricos y del medio físico.
- Traslaciones, simetrías y giros en el plano. Elementos invariantes de cada movimiento.
- Uso de los movimientos para el análisis y representación de figuras y configuraciones geométricas.
- Planos de simetría en los poliedros.
- Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza, en el arte y en otras construcciones humanas.
- Coordenadas geográficas y husos horarios. Interpretación de mapas y resolución de problemas asociados.
- Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.

### Bloque 5. Funciones y gráficas.

- Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
- Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente: dominio, continuidad, monotonía, extremos y puntos de corte. Uso de las tecnologías de la información para el análisis conceptual y reconocimiento de propiedades de funciones y gráficas.

- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.
- Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.
- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- Utilización de las distintas formas de representar la ecuación de la recta.

#### Bloque 6. Estadística y probabilidad.

- Necesidad, conveniencia y representatividad de una muestra. Métodos de selección aleatoria y aplicaciones en situaciones reales.
- Atributos y variables discretas y continuas.
- Agrupación de datos en intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias.
- Construcción de la gráfica adecuada a la naturaleza de los datos y al objetivo deseado.
- Media, moda, cuartiles y mediana. Significado, cálculo y aplicaciones.
- Análisis de la dispersión: rango y desviación típica.
- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
- Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Actitud crítica ante la información de índole estadística.
- Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar cálculos y generar las gráficas más adecuadas.
- Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos.
- Cálculo de la probabilidad mediante la simulación o experimentación.
- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos. Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas.

## 9.2. Libros de Excel elaborados para la propuesta práctica de Matemáticas para 3º de ESO.

### 9.2.1. Libro de Excel “Números reales.xlsx”

#### A. Hoja de cálculo “Fracciones”.

2014-01-07 Números reales.xlsx - Microsoft Excel

Archivo Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Complementos Acrobat PDF Suite

J22

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	<b>Números fraccionarios: número de decimales limitado, o ilimitado periódico</b>									
3										
4	<b>Simplificación de fracciones</b>									
5										
6		<b>Fracción (simplificada)</b>		<b>Formato decimal (17 decimales)</b>						
7		1/2	=	0,5000000000000000						
8		1 38/77	=	1,49350649350649000						
9		-2 46/77	=	-2,59740259740260000						
10		3	=	3,0000000000000000						
11										
12	<b>Suma de fracciones</b>									
13							<b>Fracción</b>		<b>Formato decimal (17 decimales)</b>	
14		23/234	+	1/2	+	4 5/28	=	4 94/121	=	4,77686202686203000
15										
16	<b>Multiplicación de fracciones</b>									
17							<b>Fracción</b>		<b>Formato decimal (17 decimales)</b>	
18		23/234	x	1 37/77	x	4 5/28	=	211/347	=	0,60807050092764400
19										
20	<b>División de fracciones</b>									
21							<b>Fracción</b>		<b>Formato decimal</b>	
22		46/65	:	2/3	=	1 4/65	=	1,06153846153846000		
23										
24	<b>NOTA: La exactitud de Excel es de 15 cifras significativas.</b>									
25	<b>Ejs. 1 cifra entera + 14 decimales, 2 cifras enteras + 13 decimales, ...</b>									

#### B. Hoja de cálculo “Números Irracionales”.

2014-01-07 Números reales.xlsx - Microsoft Excel

Archivo Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Complementos Acrobat PDF Suite

E7 (El redondeo en este número es de 13 decimales)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1										
2	<b>Números Irracionales: número de decimales infinitos aperiódicos</b>									
3										
4				<b>Forma decimal (17 decimales)</b>						
5		$\pi$	=	3,14159265358979000		$\sqrt{300000}$	=	547,72255750516600000000		
6		5	=	2,23606797749979000						
7		$\sqrt{500}$	=	22,36067977499790000		(El redondeo en este número es de 13 decimales)				
8		e	=	2,71828182845905000						
9										
10	<b>NOTA: La exactitud de Excel es de 15 cifras significativas.</b>									
11	<b>Ejs. 1 cifra entera + 14 decimales, 2 cifras enteras + 13 decimales, ...</b>									
12										
13										
14										
15										

### C. Hoja de cálculo “Redondeo decimal”.

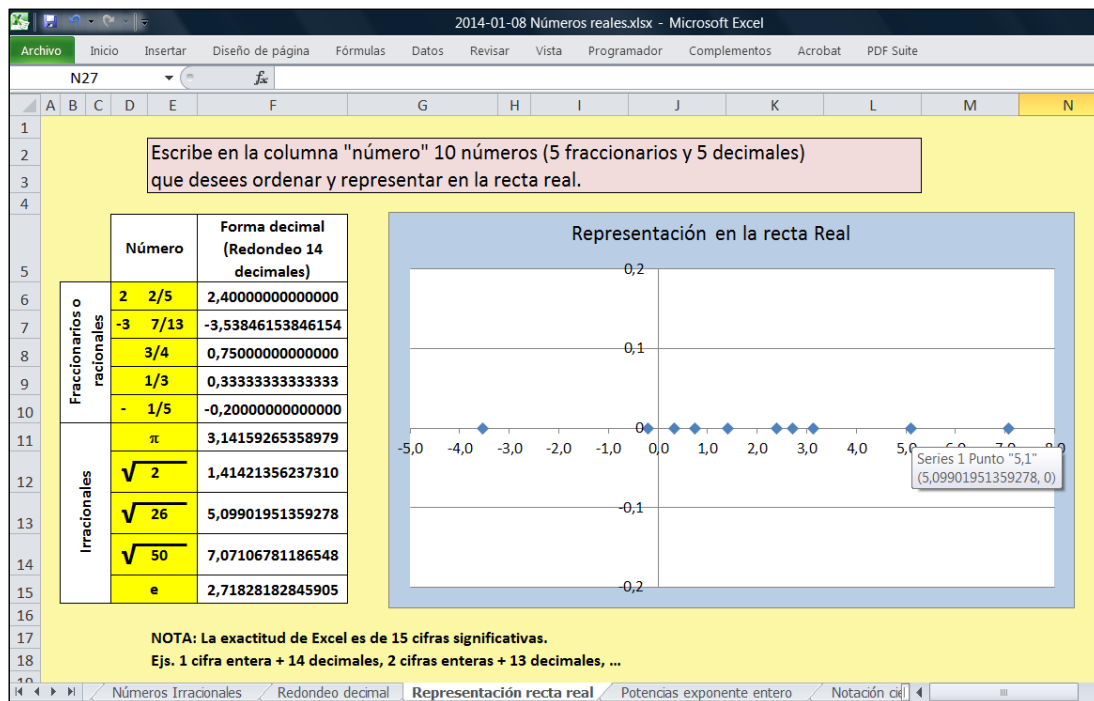
2014-01-07 Números reales.xlsx - Microsoft Excel

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador Complementos Acrobat

F17

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	<b>Redondeo de números decimales</b>							
3								
4			<b>Número</b>	<b>Forma decimal (17 decimales)</b>	<b>Redondeo (1 decimal)</b>	<b>Redondeo (3 decimal)</b>	<b>Redondeo (6 decimal)</b>	<b>Redondeo (10 decimales)</b>
5	<b>Fracionarios o racionales</b>	2 2/5	2,4000000000000000	2,4	2,400	2,400000	2,4000000000	
6		-3 7/13	-3,53846153846154000	-3,5	-3,538	-3,538462	-3,5384615385	
7		3/4	0,7500000000000000	0,8	0,750	0,750000	0,7500000000	
8		1/3	0,33333333333333300	0,3	0,333	0,333333	0,3333333333	
9		- 1/5	-0,2000000000000000	-0,2	-0,200	-0,200000	-0,2000000000	
10	<b>Irracionales</b>	$\pi$	3,14159265358979000	3,1	3,142	3,141593	3,1415926536	
11		$\sqrt{2}$	1,41421356237310000	1,4	1,414	1,414214	1,4142135624	
12		$\sqrt{3}$	1,73205080756888000	1,7	1,732	1,732051	1,7320508076	
13		$\sqrt{20}$	4,47213595499958000	4,5	4,472	4,472136	4,4721359550	
14		e	2,71828182845905000	2,7	2,718	2,718282	2,7182818285	
15								
16								
17								

### D. Hoja de cálculo “Representación recta real”.





### E. Hoja de cálculo “Potencias exponente entero”.

**Potencias de exponente entero**

$A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_n$   $A, n = \{Z\} = \text{Enteros}$

$A^n \cdot A^m = A^{n+m}$   
 $A^n : A^m = A^{n-m}$   
 $(A^n)^m = A^{n \cdot m}$   
 $A^{-n} = 1/A^n$   
 $A^0 = 1; A \neq 0$

A =	35		
n =	1		
m =	3		

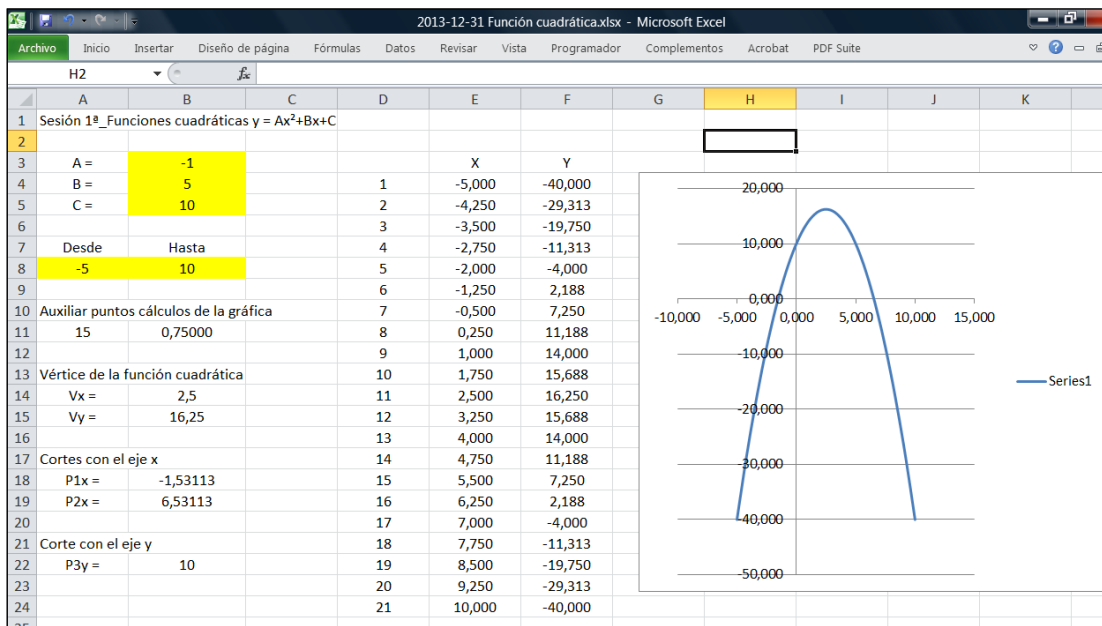
			Expresión decimal
n =	1	$A^n =$	35
n + m =	4	$A^n \cdot A^m$	1500625
n - m =	-2	$A^n : A^m$	0,000816327
n · m =	3	$(A^n)^m$	42875
-n =	-1	$A^{-n}$	0,028571429
		$A^0$	1

### F. Hoja de cálculo “Notación científica”.

**Notación científica de números decimales**

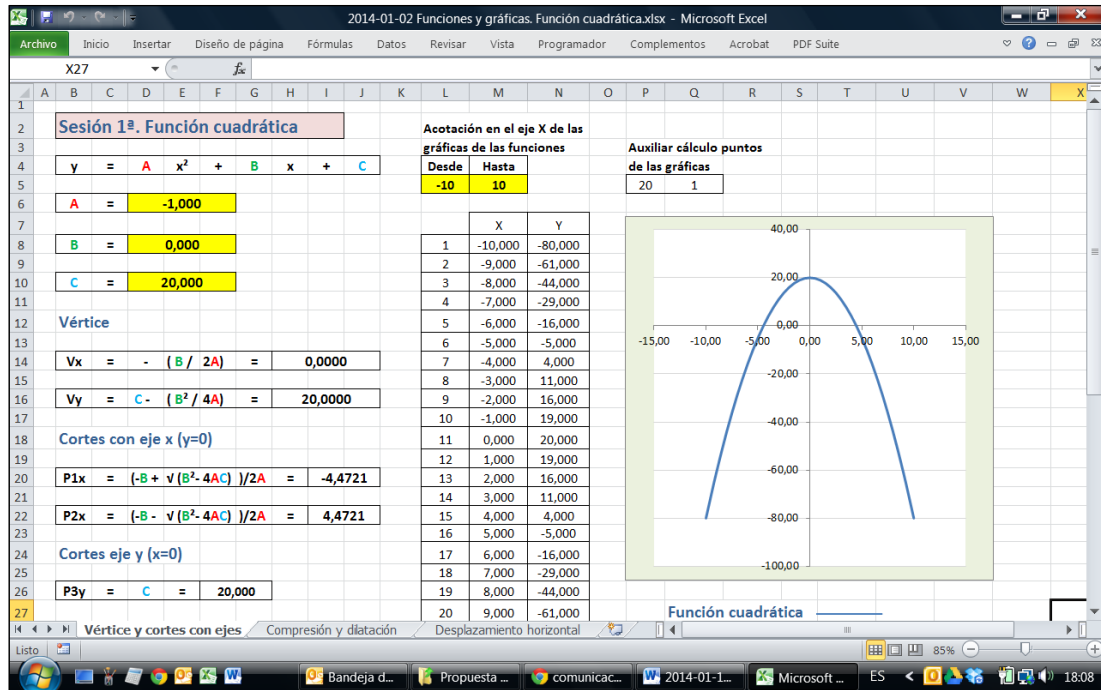
Número decimal (17 decimales)	Notación científica (1 decimal)	Notación científica (3 decimales)	Notación científica (5 decimales)	Notación científica (17 decimales)
0,000100000000000000	1,0E-04	1,000E-04	1,00000E-04	1,00000000000000000E-04
3,14159265358979000	3,1E+00	3,142E+00	3,14159E+00	3,14159265358979000E+00
0,01345687889738590	1,3E-02	1,346E-02	1,34569E-02	1,34568788973859000E-02

## 9.2.2. Libro de Excel “Función cuadrática.xlsx”

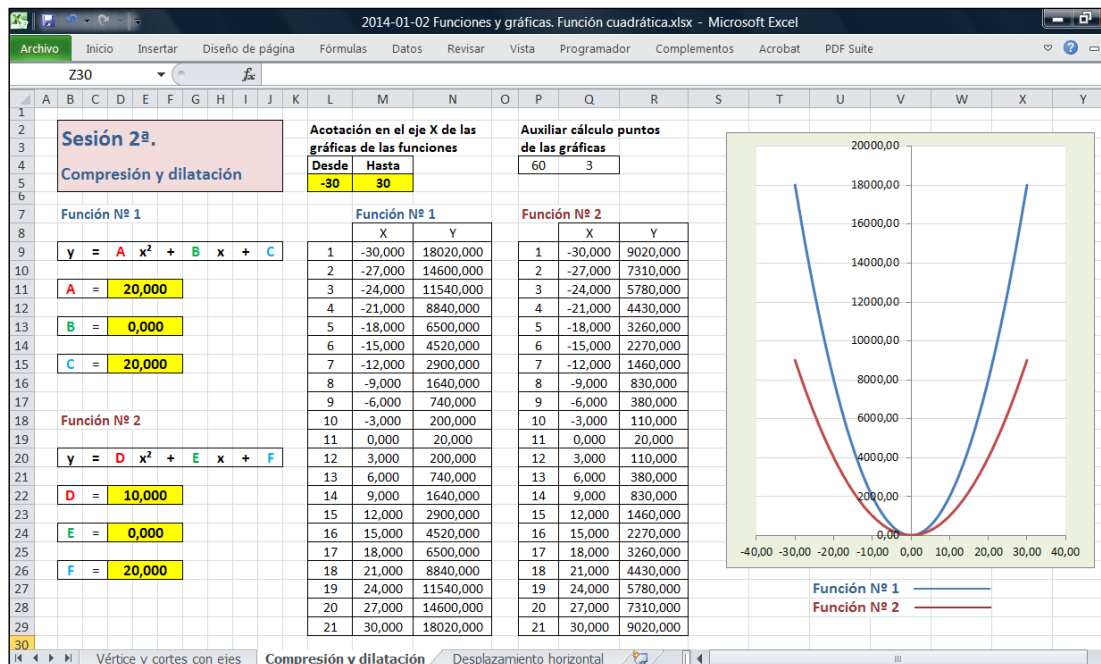


### 9.2.3. Libro de Excel “Funciones y gráficas. Función cuadrática.xlsx”

#### A. Hoja de cálculo “Vértice y cortes con ejes”.



#### B. Hoja de cálculo “Compresión y dilatación”.



### C. Hoja de cálculo “Desplazamiento horizontal”.

