



Universidad Internacional de La Rioja

Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Utilización de los juegos
matemáticos como recurso
didáctico para enseñar Geometría
y Medida en 4º de la ESO

Presentado por: Xabier Etxaniz Ulazia

Línea de investigación: Métodos pedagógicos (Matemáticas)

Director/a: Pedro Viñuela

Ciudad: Azkoitia

Fecha: 20 de diciembre de 2013

Resumen

El presente trabajo presenta una propuesta didáctica para la enseñanza del bloque de Geometría y Medida a los alumnos del 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria en la asignatura de Matemáticas, basada en la utilización de juegos matemáticos como recurso didáctico. La propuesta didáctica consiste en el uso de estos recursos para aumentar la motivación de los alumnos. Para ello, primero se hace un estudio sobre la situación de las matemáticas en España, mediante el análisis de varios informes internacionales. En segundo lugar, se estudia la legislación vigente referente al bloque mencionado anteriormente, tanto la legislación relativa al marco estatal como a la propia Comunidad Autónoma, en este caso País Vasco. Se analizan los contenidos curriculares del curso, la materia y el bloque objetos de este trabajo, para que la propuesta didáctica sea la más idónea posible. Se lleva a cabo una investigación bibliográfica donde se estudia la geometría en su aspecto general, el juego, y el papel que han tenido los juegos matemáticos en la enseñanza de las matemáticas. Por otro lado, se realiza un estudio de campo entre alumnos y docentes para conseguir información sobre las dificultades que se puedan presentar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y la medida y su opinión sobre los juegos matemáticos. Seguidamente, se hace un estudio de los resultados obtenidos, usando gráficas y analizando posibles relaciones de la información obtenida con el marco teórico analizado previamente. Finalmente, se establecen las conclusiones de los resultados obtenidos, y se desarrolla una propuesta didáctica para la utilización de juegos en la enseñanza del bloque de Geometría y Medida en 4º de la ESO en un centro del País Vasco.

Palabras clave: educación secundaria, juegos matemáticos, geometría, medida, recursos didácticos.

Abstract

This work presents a methodological approach to the teaching of Geometry and Measurement block to the students of 4th year of secondary school in the subject of Mathematics, based on the use of mathematical games as a teaching resource. The objective of that methodological approach is to increase student motivation. To do this, first a study on the status of mathematics in Spain is done by analysing several international reports. Second, the legislation concerning the block mentioned above is studied; both under state legislation as the Autonomous Community, in this case the Basque Country. Curriculum content of the course, matter and objects block this paper are analysed so that the didactic approach is the most appropriate possible. It performs a literature where the geometry is studied in its general aspect, the game, and the role played math games in teaching mathematics. In addition, a field study between students and teachers is done to obtain information about the difficulties that may arise in the process of teaching and learning of geometry and measurement and review mathematical games. Next, a study of the results is made by using graphs and analysing possible relationships of the information obtained from the theoretical framework used previously. Finally, the conclusions of the results are established, and a didactic proposal for the use of games in teaching Geometry and Measurement block in 4^o ESO develops into a centre of the Basque Country.

Keywords: secondary education, math games, geometry, measurement, educational resources.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Presentación y justificación del trabajo.....	1
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
2.1. Objetivos	2
2.2. Metodología.....	3
2.3. Justificación de la bibliografía utilizada.....	4
3. MARCO TEÓRICO	6
3.1. Estudios e informes.....	6
3.1.1. PISA 2012.....	6
3.1.2. Evaluación General Diagnóstico 2010	9
3.2. Marco legal	11
3.2.1. Marco Legal estatal	11
3.2.1.2. LOMCE.....	12
3.2.1.3. Real Decreto 1631/2006 del 29 de diciembre, de educación	13
3.2.2. Marco Legal autonómico del País Vasco	14
3.3. La geometría	16
3.3.1. La geometría en 4º de la ESO opción A.....	16
3.3.2. Importancia de la geometría	17
3.3.3. Dificultades en el aprendizaje de la geometría	17
3.4. El juego	20
3.4.1. El juego: características generales.....	20
3.4.2. Los juegos matemáticos en el aula.....	22
3.4.3. Los juegos matemáticos aplicados a la geometría	26
4. ESTUDIO DE CAMPO	31
4.1. Introducción	31
4.2. Contextualización	31
4.3. Objetivos	32
4.3.1. Objetivos del cuestionario de los docentes	32
4.3.2. Objetivos del cuestionario de los alumnos	32
4.4. Metodología.....	32
4.4.1. Justificación de los cuestionarios	33
4.4.1.1. Justificación cuestionario docentes.....	34
4.4.1.2. Justificación del cuestionario para los alumnos	38

4.5.	Resultados del estudio de campo.....	41
4.5.1.	Resultados del cuestionario de los docentes	41
4.5.2.	Resultados del cuestionario de los alumnos	44
4.6.	Análisis de los resultados obtenidos.....	48
4.6.1.	Análisis de los resultados obtenidos del cuestionario de los docentes	48
4.6.2.	Análisis de los resultados obtenidos del cuestionario de los alumnos.....	49
4.6.3.	Análisis general y discusión de los resultados	49
5.	PROPUESTA DIDÁCTICA.....	53
5.1.	Introducción	53
5.2.	Objetivos	53
5.2.1.	Objetivos curriculares.....	54
5.2.2.	Objetivos didácticos	55
5.3.	Metodología.....	55
5.3.1.	Fase 1: Elección del juego matemático	55
5.3.2.	Fase 2: Planteamiento del juego matemático	56
5.3.3.	Fase 3: Inicio del estudio del juego matemático.....	57
5.3.4.	Fase 4: Planteamiento y puesta en práctica de la estrategia	58
5.3.5.	Fase 5: Sacar jugo al juego	59
5.3.6.	Fase 6: Creación de nuevos juegos matemáticos.....	60
5.4.	Sesión de ejemplo	60
6.	APORTACIONES DEL TRABAJO.....	64
7.	CONCLUSIONES.....	65
8.	LIMITACIONES DEL TRABAJO	67
9.	LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS	68
10.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
10.1.	Referencias bibliográficas	69
10.2.	Bibliografía complementaria	71
11.	Anexos	72
11.1.	Cuestionario docentes	72
11.2.	Cuestionario alumnos	75
11.3.	Gráficos de los resultados del estudio de campo	77
11.4.	Cuestionario de ejemplo rellena en euskara: docentes.....	80
11.5.	Cuestionario de ejemplo rellena en euskara: alumnos	81

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla Nº 1. Diferencia entre las distancias de los resultados por sub-área y puntuaciones globales en España.....	8
Tabla Nº 2. Destrezas y procesos y bloques de contenidos objeto de estudio por Evaluación General Diagnóstico 2010.	10
Tabla Nº 3. Competencias básicas	13
Tabla Nº 4. Competencias básicas. Marco legal autonómico y estatal.	14
Tabla Nº 5. Contribución de las Matemáticas a la adquisición de competencias básicas.	15
Tabla Nº 6. Contenidos del bloque referido a la geometría.	16
Tabla Nº 7. Razones para enseñar geometría.	17
Tabla Nº 8. Aspectos que abarca la geometría.	18
Tabla Nº 9. Tipos de tareas que se desarrollan en Geometría.	19
Tabla Nº 10. Habilidades por desarrollar en la clase de geometría.	19
Tabla Nº 11. Características del juego.	21
Tabla Nº 12. Cualidades del juego.	21
Tabla Nº 13. Errores al trabajar con juegos matemáticos.	23
Tabla Nº 14. Esquemas de utilización de juegos matemáticos en la enseñanza.	25
Tabla Nº 15. Clasificación de los juegos geométricos.	26
Tabla Nº 16. Juegos matemáticos aplicados a la geometría.	27
Tabla Nº 17. Justificación del cuestionario para los docentes.	34
Tabla Nº 18. Justificación del cuestionario para los alumnos.	38
Tabla Nº 19. Objetivos curriculares de la propuesta didáctica.	54
Tabla Nº 20. Objetivos didácticos de la propuesta didáctica.	55
Tabla Nº 21. Pasos a seguir en la primera fase: Elección del juego matemático.	56
Tabla Nº 22. Esquema segunda fase: Planteamiento del juego matemático.	57
Tabla Nº 23. Preguntas guía tercera fase: Inicio del estudio del juego matemático.	58
Tabla Nº 24. Pasos a seguir fase 4: Planteamiento y puesta en marcha de la estrategia.	58
Tabla Nº 25. Fase 5: Sacar jugo al juego.	59
Tabla Nº 26. Fase 6: Creación de nuevos juegos matemáticos.	60

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1. Evolución de países participantes en el estudio PISA.	7
Gráfico N° 2. Evolución de los resultados promedio OCDE y España en competencia matemática.	7
Gráfico N° 3. Comparación de las puntuaciones obtenidas por España y País Vasco en destrezas y procesos.	10
Gráfico N° 4. Comparación de las puntuaciones obtenidas por España y País Vasco en bloques de contenidos.	11
Gráfico N° 5. Pregunta N° 4 docentes.....	41
Gráfico N° 6. Pregunta N°6 docentes.	42
Gráfico N° 7. Pregunta N°7 docentes.....	42
Gráfico N° 8. Pregunta N°8 docentes..	43
Gráfico N° 9. Pregunta N°10 docentes.....	43
Gráfico N° 10. Pregunta N°12 docentes..	44
Gráfico N° 11. Pregunta N°4 alumnos.....	45
Gráfico N° 12. Pregunta N°5 alumnos.	45
Gráfico N° 13. Pregunta N° 6 alumnos..	46
Gráfico N° 14. Pregunta N°7 alumnos.	47
Gráfico N° 15. Pregunta N° 8 alumnos..	47
Gráfico N° 16. Contenidos más difíciles de entender para los alumnos en el bloque de Geometría y Medida. Comparación de los resultados de docentes y alumnos.	50
Gráfico N° 17. Habilidades que se adquieren en el aprendizaje de la Geometría y Medida. Comparación de los resultados de docentes y alumnos.....	51
Gráfico N° 18. Creo que con la utilización de los juegos matemáticos podría entender/explicar mejor los contenidos relativos a la Geometría y Medida. Comparación de los resultados de docentes y alumnos..	51
Gráfico N° 19. Cuadrado mágico de áreas y perímetros de polígonos.	61
Gráfico N° 20. Pregunta N°5 docentes.	77
Gráfico N° 21. Pregunta N°9 docentes.....	77
Gráfico N° 22. Pregunta N°11 docentes..	78
Gráfico N° 23. Pregunta N°3 alumnos.....	78
Gráfico N° 24. Pregunta N° 9 alumnos.....	78
Gráfico N° 25. Creo que el tiempo dedicado a aprender el bloque de Geometría y Medida es suficiente. Comparación de los resultados de docentes y alumnos.	79
Gráfico N° 26. Creo que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. Comparación de los resultados de docentes y alumnos..	79

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Presentación y justificación del trabajo

Informes y estudios como PISA 2012 y Evaluación General Diagnóstico 2010 confirman que las matemáticas en el ámbito educativo español no están muy bien. Este punto se analizará con más detalle en el marco teórico del trabajo, en el punto 5.2. *Estudios e informes.*

Estudios e informes de prestigiosos autores como de Guzmán (1989) o Corbalán (1996) demuestran que los alumnos que trabajan con juegos matemáticos, desarrollan su capacidad de comprensión de problemas, desarrollan su lógica, y mejoran sus habilidades matemáticas. Por razones de falta de tiempo, y tener que cumplir todos los requisitos que pide el contenido curricular, no se aplican nuevos recursos didácticos para que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea la óptima.

Miguel de Guzmán (1989) describe al juego de la siguiente manera: “Posiblemente ningún otro método acercará a una persona más a lo que constituye un quehacer interno de la Matemática como un juego bien escogido” (p.64). Razones que describe Villabrille (2005) demuestran que de Guzmán está en lo correcto. Algunas de las razones que da son las siguientes: “Desarrolla habilidades y destrezas, rompe con la rutina de los ejercicios mecánicos, crea en el alumno una actitud positiva frente al rigor que requieran los nuevos contenidos a enseñar, incluye en el proceso de enseñanza-aprendizaje a alumnos con capacidades diferentes...” (p.16).

La experiencia personal ha enseñado al autor del presente trabajo que los alumnos se muestran interesados y motivados cuando se les plantea jugar. Se ha podido comprobar, a la hora de realizar las prácticas en el centro, que los alumnos se muestran más receptivos, y que si los juegos tienen objetivos didácticos adecuados para la adquisición de competencias que se estén trabajando, pueden llegar a ser muy valiosas.

Valorando todo esto, se quiere analizar el valor del juego en el aula, concretamente su uso y aplicación en un aula de 4º de la ESO para trabajar el bloque de Geometría y Medida, y presentar una propuesta didáctica para su aplicación.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los informes mencionados anteriormente señalan que la enseñanza de las matemáticas no está dando muy buenos resultados. La geometría, como ya veremos más adelante, es una de las áreas que peores resultados da en esos informes. Por tanto, esta cuestión nos llevaría a plantearnos las siguientes preguntas: ¿Estamos los docentes utilizando una buena metodología para la enseñanza de Geometría y Medida? Y ¿qué se podría hacer para mejorar los resultados?

Se han realizado varios trabajos para poder mejorar la metodología utilizada en ese ámbito, intentando relacionarla con la utilización de las Tecnologías de la Información y Comunicación, con la arquitectura o con aulas virtuales. Existen muchos campos de investigación con las que llegar a propiciar la adquisición de las competencias necesarias para mejorar esos resultados, pero existe otro recurso, últimamente poco usado, pero no por eso menos válido, que podría mejorar considerablemente la interiorización de los conceptos relacionados con la Geometría y la Medida en los alumnos de 4º de la ESO: el juego. El juego, por sus características específicas, puede mejorar el rendimiento, motivación e interiorización de las competencias, y en este caso, se hará la utilización de los juegos matemáticos para proponer una metodología didáctica.

Aun así, se deben analizar los aspectos referentes a la geometría, medida y los juegos matemáticos. Mediante este trabajo se quieren responder las siguientes preguntas: ¿Pueden los juegos matemáticos mejorar la adquisición de las competencias básicas relativas a la geometría y la medida? ¿Pueden los juegos matemáticos ser un recurso motivador para los alumnos?

En este trabajo se quiere profundizar en los problemas que la geometría y la medida acarrea en los alumnos, cuáles pueden ser las soluciones para que esos problemas disminuyan, y analizar cómo los juegos matemáticos pueden propiciar y ayudar ese cambio metodológico.

2.1. Objetivos

A continuación se enumeran los objetivos de este trabajo de investigación:

Objetivo principal: Presentar una propuesta didáctica basada en la utilización de juegos matemáticos para enseñar Geometría y Medida en 4º de la ESO.

Objetivos específicos:

1. Analizar la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y valorar la necesidad de realizar un cambio metodológico para su enseñanza y aprendizaje.
2. Conocer las dificultades que presentan los alumnos de 4º de la ESO en el aprendizaje de la geometría y la medida.
3. Investigar el uso de los juegos como estrategia didáctica en el aula y analizar los recursos, estrategias y metodologías que se pueden trabajar con ellos.
4. Establecer cuáles son los juegos más idóneos para obtener las competencias de los bloques de Geometría y Medida.

2.2. Metodología

El presente trabajo de investigación ha tenido como bases una investigación bibliográfica y un estudio de campo realizado con alumnos y docentes.

En primer lugar se ha realizado una investigación bibliográfica para la realización del marco teórico del presente trabajo. Se ha llevado a cabo mediante la consulta de fuentes y recursos como Google Académico, Biblioteca Virtual de la UNIR, buscadores especializados como *Dialnet* y Biblioteca Municipal de Azkoitia. Durante la elaboración de la investigación bibliográfica, se han ido anotando las características principales de las obras que desarrollan los conceptos que interesan para el presente trabajo, y se han consultado sus listados bibliográficos, ampliando así el listado inicial. Además, se han adquirido algunos libros desde librerías, por no existir en formato digital, y resultar de gran interés para el desarrollo de este proyecto. Primero se ha investigado la normativa educativa correspondiente a las matemáticas de 4º de la ESO, tanto a nivel estatal como a nivel autonómico. En segundo lugar, se ha realizado una investigación de la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediante el análisis de varios informes internacionales. Luego, se ha recabado información para conocer el currículum de la geometría y las dificultades que presentan los alumnos de 4º de la ESO en el aprendizaje de esta materia. Por último, se ha realizado una investigación del juego, en general, y su uso como recurso didáctico.

Para realizar adecuadamente el desarrollo del estudio de campo, se ha concertado una cita previa con tres docentes para realizar un cuestionario. Además, se ha realizado otro cuestionario con 55 alumnos de 4º de la ESO. En el apartado de 4. *Estudio de Campo*, se detallan el porqué de la elección de estas herramientas, y todas las cuestiones referentes a este tema.

El principal objetivo de este trabajo ha sido presentar una propuesta didáctica para introducir el uso de los juegos matemáticos en la enseñanza de la Geometría y Medida en 4º de la ESO. Por tanto, también ha sido un apartado vital de este trabajo la realización de esta propuesta didáctica. Esta propuesta didáctica se ha realizado una vez interpretado y analizado todos los resultados obtenidos tanto de la investigación bibliográfica como del estudio de campo realizado.

2.3. Justificación de la bibliografía utilizada

Para la realización de este trabajo, primero se ha estudiado la situación actual de las matemáticas en general en España y la comunidad autónoma del País Vasco, y los problemas más frecuentes que se presentan en el ámbito de la geometría en concreto. Para ello, se han analizado las últimas ediciones de estudios internacionales, como PISA 2012 y estudios estatales como Evaluación General Diagnóstico 2010.

En segundo lugar, se ha estudiado el marco normativo referente a la asignatura de Matemáticas en 4º de la ESO, los contenidos curriculares, y los objetivos y criterios de evaluación del bloque Geometría y Medida en concreto. Para ello, se ha consultado la normativa vigente estatal (la LOE, el Real Decreto 1631/2006 de educación, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, y la LOMCE, Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa) y la normativa vigente autonómica, en este caso la del País Vasco (Decreto 97/2010, de 30 de marzo, por el que se modifica el Decreto que establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco).

En tercer lugar, ha sido importante documentarse sobre la geometría en general. Para ello, se han estudiado principalmente los trabajos *La enseñanza de la geometría* de García Peña y López Escudero (2008) y *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática* de Abrate, Delgado y Pochulu (2006). Se han tomado como referencia estas obras porque de ellas se ha podido estudiar la geometría en sus aspectos generales, y también la caracterización de las actividades que se pueden trabajar en ella.

En cuarto lugar, se ha tomado como referencia la obra clásica de Huizinga (2007) *Homo ludens*, sobre el juego y su papel en la cultura. Es una obra clásica y referente en cuanto a la concepción del juego, relacionándolo con la cultura. Mediante su análisis se han descrito las principales características de la actividad lúdica. Luego, se ha analizado la utilización de los juegos en la asignatura de Matemáticas. Para ello, se han analizado los trabajos de uno de los autores de más prestigio en el ámbito, como lo es Miguel de Guzmán. De Miguel de Guzmán (1984) se resalta la consulta de su

trabajo *Juegos matemáticos en la enseñanza*, publicado en las IV jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas en Santa Cruz de Tenerife, ya que en su totalidad desarrolla el concepto de los juegos matemáticos, objeto de estudio de este trabajo. De este autor, también se han consultado los artículos de varias revistas, como *Enseñanza de las ciencias y la matemática* (2007) y *Juegos y matemática* (1989), porque en ambos trata de los juegos matemáticos como recurso didáctico en el aula. También ha sido de referencia la consulta de la obra de Ana García Azcárate (2013) *Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas: Geometría*, la cual ha servido para realizar el estudio empírico del trabajo, y analizar los juegos matemáticos que se pueden utilizar en el aula. Esta obra tiene muchos ejemplos reales de juegos que se pueden utilizar para enseñar la geometría, y en este caso, la temática está muy ligada al presente trabajo. En general, también han sido objeto de análisis los artículos de la revista matemática *Suma*. Entre ellos destacan autores como Fernando Corbalán (1996) con el artículo *Estrategias utilizadas por los alumnos de secundaria en la resolución de juegos*, Antonio Moreno Galindo (1992) con *Juegos y actitud crítica* y Mónica de Torres Curth (2001) con el artículo *El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional*. Todos los artículos señalados tratan sobre los juegos, y han servido para poder analizar el juego como recurso didáctico en el aula.

3. MARCO TEÓRICO

Para desarrollar el marco teórico de este trabajo, primero se realizará un análisis de la situación actual de la materia Matemáticas en el ámbito educativo español, relacionándolo con resultados de estudios e informes internacionales. Luego se analizará el marco legal de la asignatura y el bloque de Geometría y Medida en concreto, por un lado a nivel estatal, y por el otro a nivel autonómico. En el análisis del marco legal se hará especial hincapié en los contenidos curriculares del bloque objeto de este trabajo. Más tarde, se realizará un análisis de la geometría y se mencionarán las dificultades que presentan los alumnos en su aprendizaje. Seguidamente, se procederá a analizar el juego en términos generales, y más tarde, el juego como recurso didáctico, aplicado a la utilización en la asignatura que nos compete, las Matemáticas y en concreto, el bloque de Geometría y Medida.

3.1. Estudios e informes

En este apartado se procede a analizar los informes y estudios internacionales de última versión realizados referente al análisis de la adquisición de competencias matemáticas (PISA 2012) y el análisis de los problemas más frecuentes que aparecen en geometría (Evaluación General Diagnóstico 2010).

3.1.1. PISA 2012

PISA (Programme for International Student Assessment) es un estudio para la Evaluación Internacional de los Alumnos, realizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Se puso en marcha en el año 1997, y cada tres años se hace un estudio comparativo e internacional sobre el rendimiento educativo de alumnos de 15 años, evaluando tres competencias consideradas como clave: la competencia en comprensión lectora, competencia matemática y competencia científica.

Este estudio está organizado y dirigido por los países miembros de la OCDE y un número cada vez mayor de países asociados. En el siguiente gráfico (Gráfico Nº 1), se puede observar la evolución del número de países participantes desde la primera convocatoria que tuvo lugar en el año 2000.

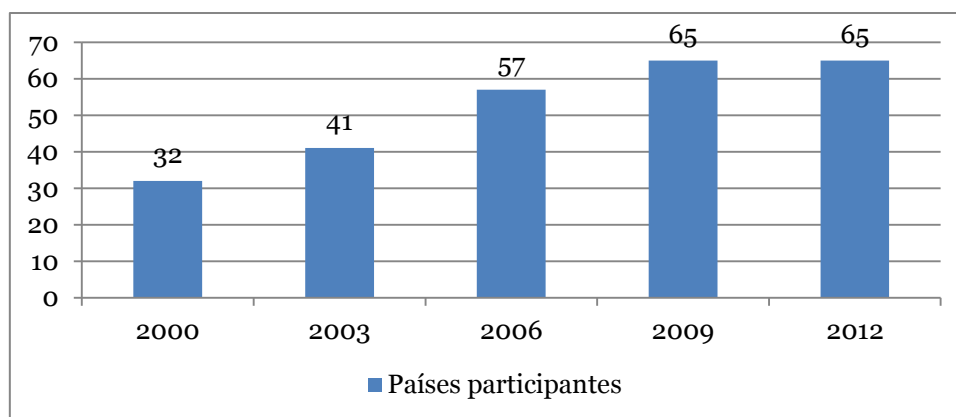


Gráfico N° 1. Evolución de países participantes en el estudio PISA. Fuente: Elaboración propia a partir de OCDE/PISA (2010, p.13).

Los resultados españoles en la competencia matemática (484 puntos) en el Informe PISA 2012 demuestran que los resultados han sido similares que en las ediciones anteriores. Aun así, los resultados españoles están por debajo de la media de OCDE, aunque la diferencia de puntos se ha disminuido en 1 punto a lo largo de las cuatro ediciones (*Gráfico N° 2*). Interpretando los resultados con un 95% de confianza, las comunidades autónomas de Navarra (517), Castilla y León (509), País Vasco (505), Madrid (504) y La Rioja (503) presentan los mejores resultados estatales, y aunque estén por encima de los resultados promedio de OCDE (494), presentan gran diferencia con los mejores resultados de la OCDE (554 puntos de Corea del Sur).

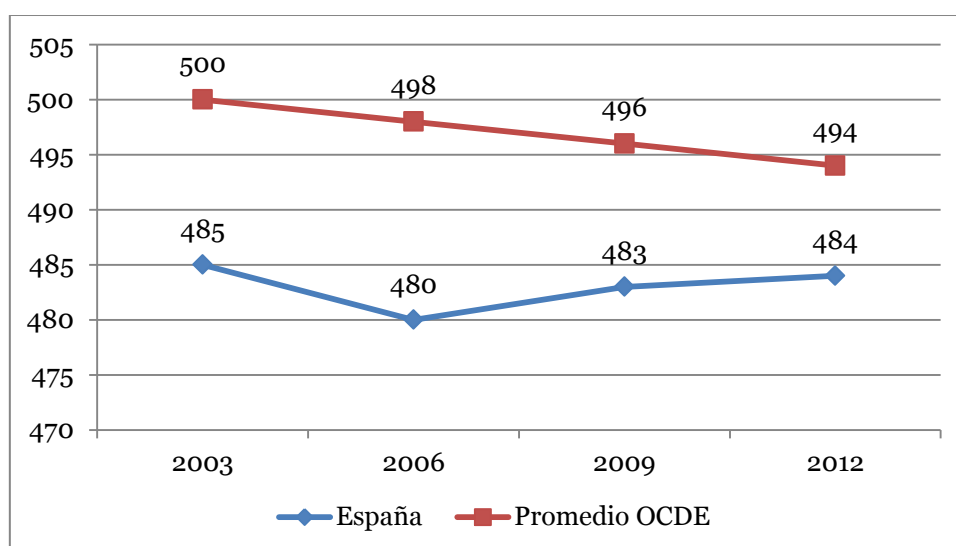


Gráfico N° 2. Evolución de los resultados promedio OCDE y España en competencia matemática. Fuente: Elaboración propia a partir de OCDE/PISA (2010, p.147) y OCDE (2013).

El informe se centra en una competencia básica en cada edición, y en la edición del 2003 y del 2012, se han centrado en la competencia matemática. El estudio se ha

hecho en base a diferentes sub-áreas dentro de la competencia matemática y el rendimiento escolar. Las cuatro categorías de los contenidos analizados son los siguientes, con la diferencia de puntuación obtenida por el estado español.

Tabla Nº 1. Diferencia entre las distancias de los resultados por sub-área y puntuaciones globales en España.

Sub-área	Diferencia entre las distancias de los resultados por sub-área y puntuaciones globales.
Cantidad	+5
Cambio y relaciones	-1
Incertidumbre y datos	+3
Espacio y forma	-3

Nota: Diferencia entre las distancias de los resultados por sub-área y puntuaciones globales en España. Elaboración propia a partir de OCDE (2013, p.52).

Se puede observar que el contenido con peores resultados ha sido el relativo al *espacio y forma*, mostrando una diferencia de tres puntos negativos. Esta diferencia en el sub-área de *espacio y forma*, ha sido el que peores resultados ha dado en la totalidad de la prueba PISA 2012 en competencia matemática, si analizamos los resultados de las comunidades autónomas de España. Andalucía, Illes Balears y Galicia han mostrado una diferencia de 6 puntos negativos y Cataluña 4. Con los resultados en función de los contenidos matemáticos, España presenta mejor rendimiento relativo en las sub-áreas de *cantidad e incertidumbre y datos* que en *cambio y relaciones y espacio y forma*. Así, el informe PISA 2012 recomienda que en estas dos últimas sub-áreas se debiera intensificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que el rendimiento relativo es peor que en las dos primeras.

La sub-área que peores resultados ha dado, está muy ligada al bloque de contenidos objeto de este trabajo. Veamos la definición que da el informe PISA 2012 sobre esta sub-área:

Espacio y forma incluye una amplia gama de fenómenos que se encuentran en nuestro mundo visual y físico: patrones, propiedades de los objetos, posiciones y direcciones, representaciones de los objetos, descodificación y codificación de información visual, navegación e interacción dinámica con formas reales, así como con representaciones. PISA presupone que la comprensión de un conjunto de conceptos y destrezas básicas es importante para la competencia matemática relativa al espacio y la forma. La competencia matemática en esta área incluye una serie de actividades tales como la comprensión de la perspectiva (por ejemplo en los cuadros), la elaboración y lectura de mapas, la transformación de las formas con y sin tecnología, la interpretación de vistas de escenas tridimensionales desde distintas perspectivas y la construcción de representaciones de formas (OCDE, 2013, p. 19).

El porcentaje de alumnos españoles en los niveles más bajos en competencia matemática (23,6%), no presenta diferencia significativa con la media de OCDE (23%), pero el porcentaje de alumnos españoles situados en los niveles más altos de rendimiento en competencia matemática (8%) es aproximadamente un 5% menor que el promedio de OCDE (12%).

3.1.2. Evaluación General Diagnóstico 2010

La LOE establece en su artículo 144, que el Instituto de Evaluación y los organismos correspondientes de las administraciones educativas deben realizar Evaluaciones Generales de Diagnóstico, que analizarán y evaluarán las competencias básicas en 4º de primaria, y el segundo curso de la secundaria. Así habrá constancia de la situación del sistema educativo, y contribuir a su mejora. Aunque el presente trabajo esté dirigido a un curso superior, y no haya constancia de los resultados que puedan obtener los alumnos de 4º de la ESO, se considera que la evolución que sufre la matemática, viene dada por la misma evolución que los alumnos demuestran año por año. Así, los resultados obtenidos en cursos inferiores, serán datos relevantes para el análisis de este trabajo.

En la Evaluación General Diagnóstico 2010 se recoge una evaluación de las siguientes competencias básicas mencionadas por la LOE:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia matemática
- Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico
- Competencia social y ciudadana

En la realización de este trabajo, nos ceñiremos al apartado que evalúa la competencia matemática. Por un lado, se han analizado destrezas y procesos de la competencia matemática, y por otro lado, los contenidos curriculares relativos a la matemática.

Tabla Nº 2. Destrezas y procesos y bloques de contenidos objeto de estudio por Evaluación General Diagnóstico 2010.

DESTREZAS Y PROCESOS	BLOQUES DE CONTENIDOS
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reproducción 2. Conexión 3. Reflexión 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Números 2. Álgebra 3. Geometría, 4. Funciones y gráficas 5. Estadística y probabilidad 6. Contenidos comunes a todos los bloques

Nota. Destrezas y procesos y bloques de contenidos objeto de estudio por Evaluación Diagnóstico 2010. Fuente: Elaboración propia a partir de Ministerio de Educación (2010, pp.27-28).

Tal y como se puede ver en el *Gráfico Nº 3*, los resultados de la media española obtenidos en los diferentes procesos y destrezas estudiados en la competencia que nos compete evidencian un grado de dificultad creciente, cuando se trata de *reproducir* (destrezas necesarias para la realización de los ejercicios más sencillos en situaciones conocidas), establecer *conexiones* (destrezas de interrelación, en contextos relativamente conocidos, presentes en problemas de dificultad media) y *reflexionar* sobre las cuestiones planteadas (destrezas que implican un cierto grado de perspicacia y creatividad a la hora de identificar los elementos matemáticos de un problema).

Ya que la propuesta didáctica que se plantea en este trabajo está dirigida a un centro del País Vasco, se ha procedido a realizar un gráfico para poder comparar las diferencias en cuanto a la puntuación de la media española y la del País Vasco. Se aprecia que en el análisis de todos los procesos y destrezas, los resultados del País Vasco son superiores que la media española.

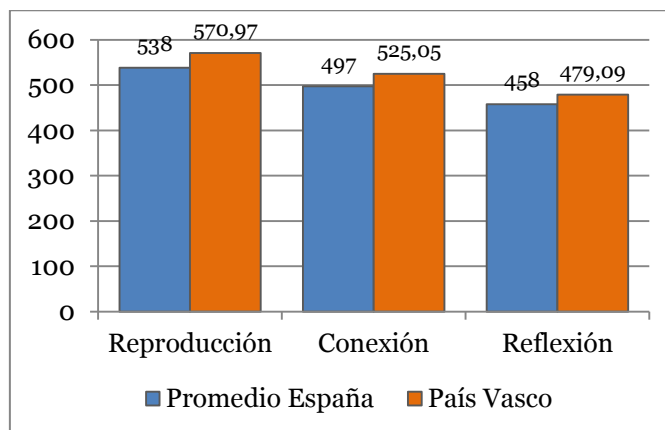


Gráfico Nº 3. Comparación de las puntuaciones obtenidas por España y País Vasco en destrezas y procesos. Fuente: Elaboración propia a partir de Ministerio de Educación (2010, p.240).

Los resultados en cuanto a contenidos, demuestran que *álgebra y geometría* (sobre todo este último) son en los que más problemas encuentran los alumnos. Los *contenidos comunes a todos los bloques* son los que han resultado ser más fáciles para el alumnado al ser, probablemente, los más generales. Existe el parecido comportamiento, aunque más moderado de las puntuaciones medias de *estadística y probabilidad, funciones y gráficas y números*. En el *Gráfico N° 4* se puede observar que los resultados obtenidos del análisis de la comunidad autónoma del País Vasco, son superiores en todos los contenidos que la media española.

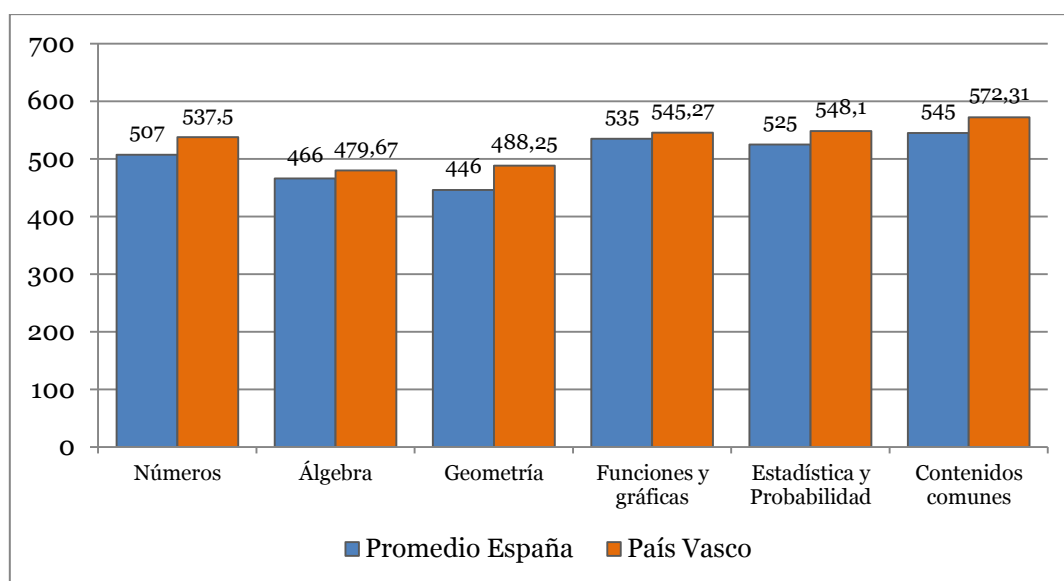


Gráfico N° 4. Comparación de las puntuaciones obtenidas por España y País Vasco en bloques de contenidos. Fuente: Elaboración propia a partir de Ministerio de Educación (2010, p.240).

3.2. Marco legal

En el apartado referente al marco legal, primero se realizará un análisis del marco legal estatal, y luego se centrará en el estudio del marco legal autonómico.

3.2.1. Marco Legal estatal

3.2.1.1. Ley Orgánica de Educación

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación añade el principio de “la calidad de la educación para todo el alumnado, independientemente de sus condiciones y circunstancias” (BOE núm. 106, p. 17164). Esto deriva en que la enseñanza básica es

obligatoria y gratuita para todas las personas, y añade además que la enseñanza básica se garantizará una educación común para los alumnos, se adoptará la atención a la diversidad como principio fundamental.

Antes de seguir profundizando en el marco legal, es importante conocer el enunciado y significado que hace la ley sobre el currículo. Dice así: “Se entiende por currículo el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley” (BOE núm. 106, p. 17166). Se puede observar que en el enunciado del currículo se introducen las competencias básicas que con la LOGSE no existían, junto a los objetivos, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación.

3.2.1.2. LOMCE

La última reforma educativa viene dada por la Ley Orgánica de la Mejora de la Calidad educativa, aprobada durante la realización del presente trabajo (noviembre de 2013). Los objetivos de esta ley, son las siguientes:

- Reducir la tasa de abandono educativo temprano y mejorar la tasa de población que alcanza ESO.
- Fomentar la empleabilidad.
- Mejorar el nivel de conocimientos en materias prioritarias.
- Señalizar el logro de los objetivos de cada etapa.
- Incrementar la autonomía de los centros docentes.
- Intensificar el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Mejorar el aprendizaje de las lenguas extranjeras.

El mayor cambio que acarrea esta ley es el cambio de competencias en materia educativa de las comunidades autónomas. Con esta ley el gobierno podrá fijar un 65% de los contenidos de las enseñanzas mínimas del currículo en las comunidades autónomas que tengan un idioma cooficial (es el caso del País Vasco), y un 75% en el resto de comunidades.

En cuanto a las Matemáticas, uno de los cambios más significativos que supone la aplicación de esta ley, es que quiere asegurar las Matemáticas en la etapa del Bachillerato. Es decir, ya no habría opción de no cursar la materia de Matemáticas en la modalidad de Ciencias Sociales, sino que será obligatorio.

3.2.1.3. Real Decreto 1631/2006 del 29 de diciembre, de educación

El Real decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, establece las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. “Corresponde al Gobierno fijar las enseñanzas mínimas, cuya finalidad es la de asegurar una formación común a todos los alumnos y alumnas dentro del sistema educativo español y garantizar la validez de los títulos correspondientes” (BOE núm 5, 2007, pp.677-678).

Estas enseñanzas mínimas contribuyen a garantizar el desarrollo de las competencias básicas. “La incorporación de estas competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de saberes adquiridos” (BOE núm. 5, 2007, p.685). En este Real Decreto, se desarrollan estas competencias básicas, definidas anteriormente por la LOE. En la siguiente tabla se enumeran y desarrollan las competencias básicas:

Tabla Nº 3. Competencias básicas

1. Competencia en comunicación lingüística.	<ul style="list-style-type: none">· Utilización del lenguaje como instrumento de comunicación oral y escrita.· El lenguaje como herramienta de comprensión y representación de la realidad.· Dominio de la lengua oral y escrita en múltiples contextos, y uso de al menos, una lengua extranjera.
2. Competencia matemática.	<ul style="list-style-type: none">· Habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático.· Utilizar razonamiento matemático espontáneamente para interpretar y producir información, resolver problemas y tomar decisiones.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.	<ul style="list-style-type: none">· Posibilita la comprensión de sucesos, predicción de consecuencias.· Uso responsable de los recursos naturales, el cuidado del medio ambiente, el consumo racional y responsable, y la protección de la salud.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.	<ul style="list-style-type: none">· Disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y transformarla en conocimiento.
5. Competencia social y ciudadana.	<ul style="list-style-type: none">· Comprender la realidad social en que se vive, cooperar, convivir y ejercer la ciudadanía democrática en una sociedad plural, y comprometerse a contribuir a mejorarla.

6. Competencia cultural y artística	· Conocer, comprender, apreciar y valorar críticamente diferentes manifestaciones culturales y artísticas, utilizarlas como fuente de enriquecimiento y disfrute y considerarlas como parte del patrimonio de los pueblos.
7. Competencia para aprender a aprender	· Iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuar aprendiendo de manera cada vez más eficaz y autónoma.
8. Autonomía e iniciativa personal	· Adquisición de la conciencia y aplicación de un conjunto de valores y actitudes personales como la responsabilidad, perseverancia, autoestima, creatividad y la autocrítica.

Nota: Competencias básicas. Fuente: Elaboración propia a partir de BOE núm. 5 (2007, pp.685-690).

3.2.2. Marco Legal autonómico del País Vasco

A continuación se describirá el currículo que establece la normativa autonómica mediante el Decreto 97/2010, de 30 de marzo, por el que se modifica el Decreto que establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. El presente trabajo se desarrolla en la asignatura de matemáticas, por lo que se ceñirá de acuerdo al Anexo V. del presente decreto, referida a Matemáticas entre las Materias de Educación Secundaria Obligatoria.

Tal y como hemos mencionado en el anterior apartado, uno de los principales objetivos es la adquisición de las competencias básicas, mediante las enseñanzas mínimas exigidas por la ley. El marco legal autonómico también define 8 competencias básicas, muy parecidas a las que define la LOE, pero que cambian su orden y nombre. Son las siguientes, relacionándolas con las definidas por la LOE:

Tabla Nº 4. Competencias básicas. Marco legal autonómico y estatal.

Según Decreto 175/2007	Según LOE
Competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud	3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
Competencia para aprender a aprender	7. Competencia para aprender a aprender
Competencia matemática	2. Competencia matemática.
Competencia en comunicación lingüística	1. Competencia en comunicación lingüística.
Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital	4. Tratamiento de la información y competencia digital.

Competencia social y ciudadana	5. Competencia social y ciudadana.
Competencia en cultura humanística y artística	6. Competencia cultural y artística
Competencia para la autonomía e iniciativa personal	8. Autonomía e iniciativa personal

Nota: Competencias básicas. Marco legal autonómico y estatal. Fuente: Elaboración propia a partir de BOE núm. 106 (2006) y BOPV (2007).

Mediante la asignatura de Matemáticas se quiere contribuir a la adquisición de las siguientes competencias básicas (*Tabla Nº 5*):

Tabla Nº 5. Contribución de las Matemáticas a la adquisición de competencias básicas.

Competencia matemática.	<ul style="list-style-type: none"> · Competencia prioritaria que se quiere desarrollar. · Está presente en todos y cada uno de sus aspectos.
Competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud.	<ul style="list-style-type: none"> · Hace posible una mejor comprensión y una descripción más ajustada del entorno.
Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital	<ul style="list-style-type: none"> · Facilita la comprensión de informaciones que incorporan cantidades o medidas, e interpretar la información sobre la realidad. · Uso de calculadoras y programas y asistentes matemáticos.
Competencia para la autonomía e iniciativa personal	<ul style="list-style-type: none"> · Planteando verdaderos problemas se quiere trabajar la confianza propia y la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones inciertas.
Competencia para aprender a aprender	<ul style="list-style-type: none"> · Es imprescindible disponer de un conocimiento básico de las herramientas matemáticas y utilizarlas en variedad de situaciones. · Contenidos relacionados con la autonomía, la perseverancia y el esfuerzo para abordar situaciones problemáticas.
Competencia en comunicación lingüística	<ul style="list-style-type: none"> · Incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual. · Contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos.
Competencia en cultura humanística y artística	<ul style="list-style-type: none"> · El conocimiento matemático contribuye al desarrollo cultural de la humanidad: matemática es cultura. · El reconocimiento de las relaciones y formas geométricas ayuda al análisis y comprensión de determinadas producciones y manifestaciones artísticas.
Competencia social y ciudadana	<ul style="list-style-type: none"> · Trabajo en equipo, aprender a aceptar otros puntos de vista distintos al propio al utilizar estrategias personales de resolución de problemas.

Nota: Contribución de las Matemáticas a la adquisición a las competencias básicas.
Fuente: Elaboración propia a partir de BOPV núm. 218 (2007, pp. 362-364).

Aunque para el cuarto curso se establezcan dos opciones de la materia, se considerará solamente la asignatura Matemáticas opción A, ya que el centro al que irá dirigida la propuesta dirigida oferta solamente esta opción.

Los contenidos en esta opción se dividen en 5 bloques:

- Bloque 1. Contenidos comunes
- Bloque 2. Números y Álgebra
- Bloque 3. Geometría y Medida
- Bloque 4. Funciones y gráficas
- Bloque 5. Estadística y probabilidad

Nosotros nos vamos a centrar en el tercer bloque que este decreto establece.

3.3. La geometría

En este apartado se analiza la geometría en 4º de la ESO, enumerando los contenidos del bloque objeto de análisis de este trabajo, la importancia que tiene la enseñanza y el aprendizaje del bloque y analizando las dificultades que los alumnos encuentran en su aprendizaje.

3.3.1. La geometría en 4º de la ESO opción A

Los contenidos de la geometría en la opción A de la asignatura de Matemáticas, se establecen de la siguiente manera (*Tabla Nº 6*):

Tabla Nº 6. Contenidos del bloque referido a la geometría.

Real Decreto 1631/2006	Decreto 97/2010
Bloque 4. Geometría	Bloque 3. Geometría y Medida
<ul style="list-style-type: none"> · Aplicación de la semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras para la obtención indirecta de medidas. · Resolución de problemas geométricos frecuentes en la vida cotidiana. · Utilización de otros conocimientos geométricos en la resolución de problemas del mundo físico: medida y cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> · Cálculo de medidas indirectas mediante los teoremas de Tales y Pitágoras. · Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc. · Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. · Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta.

Nota: Contenidos del bloque referido a la geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de BOE núm. 5 (2006, p. 758) y BOPV núm.218 (2007, p. 385).

3.3.2. Importancia de la geometría

Los alumnos manifiestan limitaciones en la comprensión de temas relacionados con la geometría, y se ha podido comprobarlo con los resultados obtenidos en la Evaluación General Diagnóstico 2010. García Peña y López Escudero (2008) señalan que estas limitaciones se deben al tipo de enseñanza que han tenido. Y el tipo de enseñanza viene íntimamente ligado a lo que el docente haga; de las concepciones que él tiene sobre la geometría y su verdadera utilidad. Así, se puede plantear la siguiente pregunta: ¿Para qué enseñar geometría? Alsina, Fortuny y Pérez (1997) dan las siguientes respuestas (*Tabla N° 7*):

Tabla N° 7. Razones para enseñar geometría.

1.	Para conocer una rama de las Matemáticas más instructivas.
2.	Para cultivar la inteligencia.
3.	Para desarrollar estrategias de pensamiento.
4.	Para descubrir las propias posibilidades creativas.
5.	Para aprender una materia interesante y útil.
6.	Para fomentar una sensibilidad hacia lo bello.
7.	Para trabajar Matemáticas experimentalmente.
8.	Para agudizar la visión del mundo que nos rodea.
9.	Para gozar de sus aplicaciones prácticas.
10.	Para disfrutar aprendiendo y enseñando.

Nota: Razones para enseñar geometría. Fuente: Alsina, Fortuny y Pérez 1997, citado en García Peña y López Escudero, 2008, p. 31).

3.3.3. Dificultades en el aprendizaje de la geometría

La escuela confinó la enseñanza de la Geometría a los aspectos métricos (aritimización) y a una introducción a la Trigonometría, caracterizándose, a la vez, por una fuerte tendencia a la resolución automática de problemas (Afonso Martín, 2003, citado en Abrate, Delgado y Pochulu, 2006, p.1).

La Geometría, es una de las áreas de las matemáticas en las que hay más puntos de desencuentro entre matemáticos y educadores (García Peña y López Escudero, 2008), principalmente porque abarca los siguientes aspectos:

Tabla N° 8. Aspectos que abarca la geometría.

Es una herramienta para el entendimiento	<ul style="list-style-type: none"> · Intuitiva · Concreta · Ligada a la realidad
Proceso extenso de formalización	<ul style="list-style-type: none"> · Se ha desarrollado durante años en niveles crecientes de: <ul style="list-style-type: none"> · Rigor · Abstracción · Generalidad

Nota: Aspectos que abarca la geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de García Peña y López Escudero (2008, pp.15-16).

Con los años, se ha puesto el énfasis en la resolución de ecuaciones y sistemas, y por tanto, su interés geométrico se ha pasado a un segundo plano. Así, los contenidos relativos a la geometría se han ido desplazando a las últimas unidades didácticas, y por falta de tiempo el excesivo currículo, ha pasado a ser un área que no se desarrolla mucho. Según Abrate, Delgado y Pochulu (2006) la problemática principal que presenta el aprendizaje de geometría es que durante años se ha basado en el aprendizaje memorístico, “en un estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas” (p.1).

Así, aunque el principal propósito de la asignatura en base a la reforma educativa llevada a cabo en el 2006 fuese que el aprendizaje de esta materia debía permitir a los alumnos desarrollar una forma de pensamiento que les permitiese resolver problemas que pueden presentarse en diversos contextos, informes y estudios internacionales ponen de manifiesto que todavía predomina la enseñanza memorística, una característica específica de la educación tradicional (García Peña y López Escudero, 2008).

Según dice de Guzmán (2007), ahora vivimos en una situación de experimentación y cambio. El movimiento de renovación hacia la matemática moderna de los años 60 y 70 trajo consigo una honda transformación de la enseñanza. En lo referente a la geometría, este movimiento ha tenido los siguientes efectos: “La geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento. La geometría es [...], mucho más difícil de fundamentar rigurosamente” (de Guzmán, 2007, p.23).

García Peña y López Escudero (2008) definen tres tipos de tareas que deben realizarse en las clases al estudiar las figuras geométricas de dos y tres dimensiones. El objetivo de estas actividades será, que los alumnos desarrollen su razonamiento geométrico.

Tabla Nº 9. Tipos de tareas que se desarrollan en Geometría.

Tareas de conceptualización	<ul style="list-style-type: none"> · Construcción de conceptos y de relaciones geométricas. · Se deben conceptualizar los objetos geométricos, y no definirlos.
Tareas de investigación	<ul style="list-style-type: none"> · El alumno indaga acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos para dotarlas de significado. · Enfoque de resolución de problemas.
Tareas de demostración	<ul style="list-style-type: none"> · Desarrollar la capacidad para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de un problema. · Después hay que explicar, probar o demostrar a partir de argumentos que puedan convencer.

Nota: Tipos de tareas que se desarrollan en Geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de García Peña y López Escudero (2008, pp.32-42).

En la enseñanza de la Geometría, aparece un problema común, denominada como *enseñanza ostensiva*. “El maestro muestra directamente los contenidos geométricos para que los alumnos observen una realidad sensible o una representación, en el supuesto de que los alumnos son capaces de apropiarse del contenido y de entender su aplicación en otras situaciones” (García Peña y López Escudero, 2008, pp.32-33).

Mediante las tareas mencionadas anteriormente, se quieren desarrollar las siguientes habilidades básicas:

Tabla Nº 10. Habilidades por desarrollar en la clase de geometría.

Visuales	<ul style="list-style-type: none"> · Es una disciplina eminentemente visual. · A través de la visualización los conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos. · La generalización de las propiedades o la clasificación de las figuras no puede darse a partir de solamente la percepción visual.
De comunicación	<ul style="list-style-type: none"> · Interpretar, entender y comunicar información geométrica, de forma oral, escrita o gráfica. · El vocabulario geométrico también aparece en el lenguaje cotidiano, a veces con el mismo significado, otras veces con significado muy distinto.

De dibujo	<ul style="list-style-type: none"> · Reproducciones o construcciones gráficas que los alumnos hacen de los objetos geométricos. · El trazo de figuras geométricas son de una gran riqueza didáctica. Promueve capacidad de análisis de las mismas al buscar las relaciones y propiedades que están dentro de su construcción. · La representación gráfica no es sólo un propósito de la enseñanza, sino también un medio. · Desarrollan las habilidades para usar instrumentos geométricos como la regla, escuadra, compás o transportador.
Lógicas o de razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> · Desarrollar el razonamiento, aprender a razonar. · Se pretende desarrollar habilidades de razonamiento: abstracción, argumentación, justificación, demostración, identificación de razonamientos no lógicos, hacer deducciones lógicas.
De aplicación o transferencia	<ul style="list-style-type: none"> · Ser capaces de aplicar lo aprendido a otros contextos.

Nota: Habilidades por desarrollar en la clase de geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de García Peña y López Escudero (2008, pp.47-69).

3.4. El juego

El objetivo de este apartado es hacer un análisis general del juego, su papel en la cultura, y su papel en el aula. Además se analizan los juegos matemáticos como recurso didáctico en el aula, y se pondrán ejemplo de juegos matemáticos reales utilizados en el aula.

3.4.1. El juego: características generales

El juego es más viejo que la cultura, ya que el concepto de cultura presupone una sociedad humana, y los animales saben jugar sin que el ser humano se lo hayan enseñado (Huizinga, 2007). A lo largo de la historia, ha habido varios intentos para definir las bases del juego como necesidad biológica, definiéndolo como la descarga de un exceso de energía vital, obediencia a un impulso congénito de imitación, satisfacción de la necesidad de relajamiento o como deseo de dominar o entrar en competencia con otros. Pero “ningún análisis biológico explica la intensidad del juego y, [...] en esa

intensidad, en esta capacidad suya de hacer perder la cabeza, radica su esencia, lo primordial” (Huizinga, 2007, p.13).

El juego no puede basarse en ninguna conexión de tipo racional, porque si se fundamentase a la razón, existiría solamente en el mundo humano, y su realidad abarca tanto el mundo animal como el humano. Por tanto, la existencia del juego como algo irracional corrobora que los animales no son sólo seres mecánicos, y los humanos somos algo más que seres de razón (Huizinga, 2007).

Mediante las siguientes tablas (*Tabla N° 11* y *Tabla N° 12*) se analizan las características y cualidades que presenta el juego.

Tabla N° 11. Características del juego.

Es libre, es libertad	<ul style="list-style-type: none"> · El juego por mandato no es juego · Es una función que se puede abandonar en cualquier momento · Surge del placer · No es una tarea
Es absorbente	<ul style="list-style-type: none"> · Puede absorber por completo, en cualquier momento al jugador. · Tiene carácter desinteresado.
Es serio	<ul style="list-style-type: none"> · No está relacionado con la broma, el peor <i>revientajuegos</i> es el que no se toma en serio su juego.
Tiene lugar y duración	<ul style="list-style-type: none"> · Se presenta como ocupación en tiempo de recreo y para recreo. · Comienza y, en determinado momento, se acaba. · Está encerrado en sí mismo. · Es limitado.

Nota: Características del juego. Fuente: Elaboración propia a partir de Huizinga (2007, pp.20-23).

Tabla N° 12. Cualidades del juego.

Orden	<ul style="list-style-type: none"> · La desviación más pequeña estropea todo el juego, le hace perder su carácter y lo anula. · El factor estético es idéntico al impulso a crear al juego de forma ordenada.
Tensión	<ul style="list-style-type: none"> · Crea incertidumbre. · Azar. · Es un tender hacia la resolución. · Presta a la actividad lúdica cierto contenido ético. · Tiene que mantenerse dentro de las reglas.
Función creadora de cultura	<ul style="list-style-type: none"> · La cultura nace en forma de juego, ya que se desarrolla en las formas y características de un juego.

Nota: Cualidades del juego. Fuente: Elaboración propia a partir de Huizinga (2007, pp.24-26).

Según Huizinga (2007), el juego es comunicación, expresión, pensamiento y acción. Nos llena de satisfacción y de la sensación de logro. El autor dice que “el juego oprime y libera, el juego arrebat, electriza, hechiza” (p.24). Resumiendo, se puede referir al juego, en su aspecto formal, de la siguiente manera:

Es una acción libre ejecutada como sí y sentida como situada fuera de la vida corriente, pero que a pesar de todo, puede absorber por completo al jugador, sin que haya en ella ningún interés material ni se obtenga en ella provecho alguno, que se ejecuta dentro de un determinado tiempo y espacio, que se desarrolla en un orden sometido a reglas y que da origen a asociaciones que propenden a rodearse de misterio o a disfrazarse para destacarse del mundo habitual (Huizinga, 2007, p.27).

3.4.2. Los juegos matemáticos en el aula

De Guzmán (2007, p. 42) sostiene que “la actividad matemática ha tenido desde siempre una componente lúdica que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido”. Según este autor:

Para muchos de los que ven la matemática desde fuera, ésta, mortalmente aburrida, nada tiene que ver con el juego. En cambio, para los más de entre los matemáticos, la matemática nunca deja de ser un juego, aunque además de ello pueda ser otras muchas cosas. (de Guzmán, 1984, p.3).

Si analizamos las características del juego, y las comparamos con la acción matemática, podemos darnos cuenta que muchos rasgos de los juegos están presentes en la Matemática. Por su naturaleza misma, la matemática se puede considerar juego, aunque este juego implique otros aspectos como el científico, instrumental o filosófico (de Guzmán, 2007). Varios autores como de Guzmán (1984) o Corbalán (1996) han trabajado mucho sobre la utilización de los juegos en el aula de matemáticas, pero lamentablemente, hoy en día no es una práctica muy común en nuestra realidad.

De Torres (2001) afirma que es posible que un juego que se proponga con un objetivo en concreto derive en situaciones muy ricas que no se esperan y no se han planificado. Por ello, el profesor deberá analizar esas posibilidades, y utilizar esa potencialidad que presenta el material.

De Guzmán (1989) dice que un juego comienza con la introducción de una serie de reglas. Los participantes del juego deben adquirir una familiarización con sus reglas, relacionando unos conceptos con otros, y así interactuar los primeros elementos de la teoría unos con otros. Luego, el estudiante trata de asimilar y hacer profundamente suyos los grandes teoremas y métodos. Más tarde, el jugador trata de resolver de forma

original situaciones del juego que nunca antes han sido exploradas. Los mejores, “llegarán a crear nuevos juegos, con ideas interesantes y en situaciones capaces de motivar estrategias y formas innovadoras de jugar” (de Guzmán, 1989, p.62).

Aun así, existe diversidad de opiniones acerca de si se pueden utilizar o no los juegos matemáticos con provecho en la enseñanza.

Los juegos tienen un carácter fundamental de pasatiempo y diversión. Para eso se han hecho y ese es el cometido básico que desempeñan. Por eso es natural que haya mucho receloso de su empleo en la enseñanza. “El alumno [...] se queda con el pasatiempo que, eso sí, le puede comer el coco totalmente y se olvida de todo lo demás. Para lo que se pretende, es una miserable pérdida de tiempo” (de Guzmán, 1984, p.10).

Según de Guzmán (1984) debería ser precisamente ese elemento de pasatiempo y diversión que el juego tiene para utilizarlo en el aula generosamente. Si cada día se ofreciese un elemento de diversión, aunque este elemento no tuviese nada que ver con el contenido de nuestra enseñanza, el conjunto de nuestra clase y de nuestras relaciones personales con los alumnos variarían favorablemente.

Los errores más comunes que pueden aparecer al trabajar con los juegos matemáticos, están descritos en la siguiente tabla:

Tabla Nº 13. Errores al trabajar con juegos matemáticos.

Concepción del juego como pérdida de tiempo	· El alumno se queda con el pasatiempo, sin atender a nada más.
Utilización de juegos matemáticos no adecuados	· Utilización de acertijos ingeniosos que se basan en la confusión intencionada del enunciado, o problemas donde los alumnos llegan a la solución por revelación divina que no cabe en un esquema de pensamiento que pueda conducir a un método.

Nota: Errores al trabajar con juegos matemáticos. Fuente: Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984, pp.10-11).

Tal y como menciona de Guzmán (1984), la matemática es, en gran parte, juego, y el juego, puede, en muchas ocasiones, analizarse como instrumento matemático. Aunque anteriormente hayamos mencionado que el juego y la matemática tienen muchos rasgos en común, existen algunas diferencias substanciales entre la práctica del juego y la de la matemática. Por ejemplo, la exposición de las reglas de juego no requiere introducciones largas, tediosas ni complicadas, y en el juego se busca siempre la diversión y la posibilidad de entrar en acción rápidamente. Con esta descripción, nos podemos equivocar y pensar que muchos de los problemas matemáticos también permiten una introducción sencilla y una posibilidad de acción con instrumentos bien

ingenuos. Pero no debemos olvidar que la matemática es una ciencia e instrumento de exploración de la realidad mental y externa.

Con las definiciones y características descritas hasta ahora, subrayamos que la persona que se enfrenta a actividades lúdicas tiene expectativas de placer y diversión, seguramente por la idealización que el sujeto tiene de ellos. De Torres (2001) cree que la utilización de los juegos en el aula puede beneficiar considerablemente el proceso de aprendizaje.

Si podemos transformar el aula en un lugar (no sólo en la clase de matemática) donde prime un ambiente lúdico, y dado el interés, la curiosidad y expectativa que generan este tipo de actividades, podemos generar en los niños aquellas actitudes que son fundamentales para cargar de sentido a la enseñanza (De Torres, 2001, p. 26).

De Guzmán (1984) afirma que hay muchos alumnos que disfrutan intensamente con puzles y juegos cuya estructura no es muy diferente a la matemática, pero que al percatarse de que, por ejemplo, un juego matemático está basado en el teorema de Pitágoras, existen en ellos un bloqueo psicológico que nubla su mente. Así, se puede llegar a la conclusión de que estas personas, si son adecuadamente motivadas, tal vez a través de esas mismas herramientas lúdicas se mostrarían tan inteligentes como corresponde al éxito de su actividad en otros campos.

Así, se puede decir que los juegos matemáticos sirven de gran ayuda como instrumento para la enseñanza y la popularización de la matemática. “El mejor modo de despertar a un estudiante consiste en presentarle un juego matemático intrigante [...] que los profesores aburridos tienden a evitar porque parece frívolo” (Gardner, 1987, citado en de Guzmán, 1989, p.64).

Existen metodologías diversas para la aplicación de juegos matemáticos en el aula. En este trabajo, se describirán dos esquemas, tratados por Miguel de Guzmán en las *IV. Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* en Santa Cruz de Tenerife.

Tabla N° 14. Esquemas de utilización de juegos matemáticos en la enseñanza.

Directrices heurísticas basadas en juegos	Antes de hacer trataré de entender	<ul style="list-style-type: none"> · Estudiar las partes del juego. · Hacer figuras o esquemas. · Familiarizarse con la forma de jugar.
	Tramaré una estrategia	<ul style="list-style-type: none"> · Buscar conexiones con otros elementos. · Construir un juego auxiliar más simple que se pueda resolver. · Desarrollar un buen esquema de los puntos principales en la mente. · Construir un plan de ataque.
	Miraré si mi estrategia me lleva al final	<ul style="list-style-type: none"> · Tratar de poner en práctica el plan de ataque. · Ante varias ideas, estudiarlas una a una, por orden. · Llevar la estrategia adelante con decisión.
	Sacaré jugo al juego	<ul style="list-style-type: none"> · Al resolverlo, no considerar que se ha terminado del todo. · Mirar los resultados a fondo. · Localizar la razón profunda del éxito de la estrategia. · Tratar de entender qué lugar ocupan las condiciones y reglas de juego. · Construir un juego semejante al que se ha resuelto para saber si el principio se cumple aquí también.
Directrices temáticas para el uso de los juegos	Sorpresas matemáticas	· Utilizar hechos con carácter de sorpresa.
	Cuentos con cuentas	· Contar historias apasionantes del pensamiento humano
	Sistemas de numeración	· Una adecuada utilización de diferentes sistemas de numeración.
	Criterios de divisibilidad	· Juegos basados en diferentes propiedades aritméticas.
	Inducción	· Conocer de lo particular a lo global.
	Contar sin contar	· Encontrar trucos para obtener información cuantitativa de una situación dada.
	Deducción lógica	· Tratar de estimular la intuición espacial, intuición mecánica, imaginación, fantasía, actividad aventurera...
	Elemental. Querido Watson	· Problemas elementales que pueden servir para ejercitar el arte de resolver problemas.
	Simetría	· Utilización de la simetría.
	Hazte un dibujo	· Utilizar los dibujos, esquemas o grafos como instrumento útil.
	Utilización de colores	· Diferenciación mediante la utilización de distintos colores.
	Comenzar por lo fácil	· Ayuda a resolver lo difícil.
	Piensa al revés	· Se supone el problema resuelto.
	Solitarios matemáticos	· Utilización de solitarios con contenido matemáticos.
	Partidos matemáticos	· Jugar en equipos.
	Analogías escondidas	· Utilización de analogías insospechadas.
	Falacias	· Aprovechar el valor pedagógico de las falacias.
	Feliz idea	· Nos deja ver claro el camino a seguir.

Nota: Esquemas de utilización de juegos matemáticos en la enseñanza. Fuente: Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984, pp.12-34).

3.4.3. Los juegos matemáticos aplicados a la geometría

Según Contreras (2004), de todas las disciplinas matemáticas, la Geometría es la que mayores posibilidades ofrece a la hora de experimentar, mediante materiales adecuados, sus métodos, sus conceptos, sus propiedades y sus problemas.

Si basamos el aprendizaje del bloque de Geometría y Medida en actividades constructivas, sensibles y lúdicas, vivir la geometría en el aula podría ser una experiencia muy enriquecedora. El uso de los juegos matemáticos en el ámbito de la Geometría y Medida, aparte de ser divertido, también es una estrategia para abordar o consolidar los conceptos y propiedades (Contreras, 2004).

Los juegos geométricos aplicados a la Geometría y Medida se pueden clasificar en dos grandes grupos:

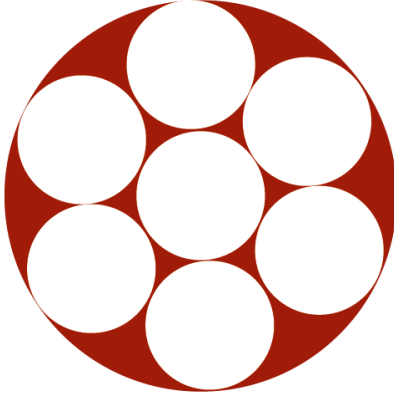

Tabla Nº 15. Clasificación de los juegos geométricos.

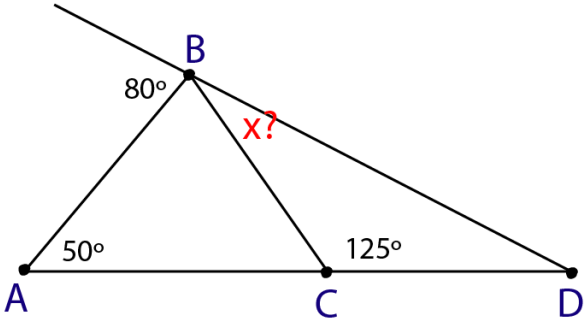
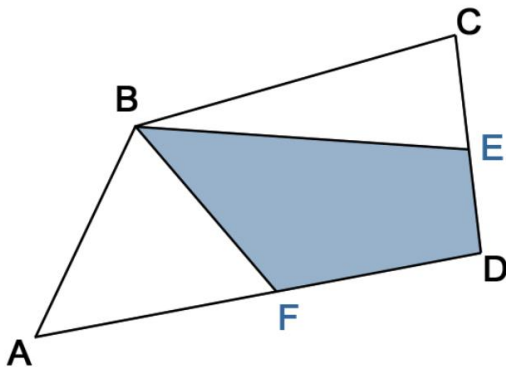
Juegos planos	<ul style="list-style-type: none">· Adecuados para trabajar conceptos y relaciones matemáticas.· Son útiles herramientas lúdicas para ir interiorizando las posibilidades de orientación en un plano y la distribución de regiones.· Desarrollan las relaciones geométricas tales como la amplitud y superficie.· Ejemplos: Tangram, puzzles, problemas, rompecabezas geométricos...
Juegos espaciales	<ul style="list-style-type: none">· Contribuyen a una mejor visión lúdica y conceptual del espacio.· Permiten desarrollar estrategias para resolver problemas espaciales.· Ejemplos: Juegos de arquitectura, juegos de estrategia, laberintos tridimensionales, recortables, rompecabezas espaciales...

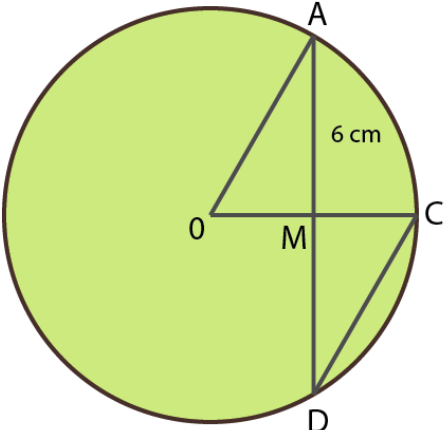
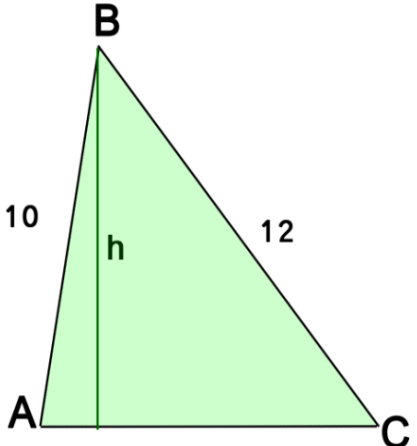
Nota: Clasificación de los juegos geométricos. Fuente: Elaboración propia a partir de Contreras (2004, pp.1-2).

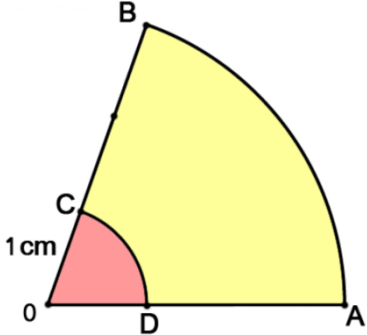
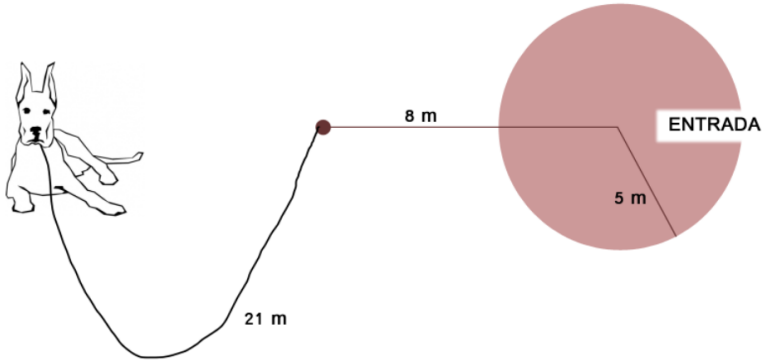
A continuación, en la *Tabla Nº 16* se procede a poner un ejemplo real de juego matemático a cada ámbito que se puede trabajar en el bloque de Geometría y Medida.

Tabla N° 16. Juegos matemáticos aplicados a la geometría.

Área	Descripción	Ejemplo
Problemas	<ul style="list-style-type: none"> · Situaciones geométricas que se resuelven casi siempre trazando alguna línea de más y mirando. · Tratan contenidos muy diversos. 	<p>LAS SIETE CIRCUNFERENCIAS INSCRITAS</p> <p>Si las circunferencias pequeñas tienen de radio 1cm, ¿cuál es el área de la parte sombreada en color rojo?</p> 
Puzzles y tangrams	<ul style="list-style-type: none"> · Puzzle: Juego de paciencia que consiste en componer determinada figura combinando cierto número de piezas, en cada uno de los lados hay una parte de la figura. Para resolverlo hay que enfrentarse a ciertas dificultades. · Tangram: Rompecabezas, y con las piezas se pueden formar siluetas de figuras. · Se pueden abordar todo tipo de matemáticas. 	<p>PUZZLE DE LOS CINCO CUADRADOS</p> <p>Con estos cuadrados de lado 5cm, descompuestos en 9 piezas, se puede construir un gran cuadrado.</p>  <p>Dibuja de forma exacta los cinco cuadrados, sabiendo que los triángulos son exactamente la cuarta parte de los cuadrados. Recorta las 9 piezas e intenta construir el gran cuadrado. ¿Cuál será el lado del cuadrado grande?</p>

Ángulos	<ul style="list-style-type: none"> · Cálculo de ángulos 	<p>¿CUÁNTO MIDE EL ÁNGULO x?</p> <p>Se tiene un triángulo ABC y un punto D con los datos de la figura adjunta. ¿Cuánto mide el ángulo x?</p> 
Triángulos	<ul style="list-style-type: none"> · Cálculo de áreas de triángulos · Clasificación de triángulos. 	<p>EL CUADRILÁTERO</p> <p>En el cuadrilátero ABCD, se toman los puntos E y F, respectivamente puntos medios de CD y AD. Si el área del cuadrilátero EDFB es de 40 cm^2, ¿cuál es el área del cuadrilátero ABCD?</p> 

Circunferencias	<ul style="list-style-type: none"> · Cálculo de propiedades de circunferencia. 	<p>LA CUERDA MEDIATRIZ</p> <p>En una circunferencia, una cuerda AB de 12 cm de longitud, es mediatriz del radio vector OC.</p> <p>-¿Cuánto vale el ángulo ABC?</p> <p>-¿Cuál es el área de la circunferencia?</p> 
Teorema de Pitágoras	<ul style="list-style-type: none"> · Comprender el teorema de Pitágoras. · Calcular medidas mediante este teorema. 	<p>¿CUÁL ES LA ALTURA h DE ESTE TRIÁNGULO ISÓSCELES?</p> <p>Calcula el área del triángulo con la otra altura.</p> 

<p>Semejanza y teorema de Tales</p>	<ul style="list-style-type: none"> · Encontrar razones entre áreas. · Calcular diagonales. 	<p>SECTORES CONCÉNTRICOS</p> <p>En esta figura aparecen dos sectores circulares concéntricos, uno de radio de 3 cm, y el otro de radio 1 cm.</p> <p>¿Cuál es la razón entre el área de la región ABDC y la del sector circular OCD?</p> 
<p>Trigonometría</p>	<ul style="list-style-type: none"> · Conocer y utilizar las razones trigonométricas. 	<p>EL GUARDIÁN DEL TORREÓN</p> <p>En la cima de un promotorio se encuentra un torreón de vigilancia de planta circular de 5 m de radio. En sentido diametral a la puerta y a 8 m de la pared, se ha amarrado un perro feroz sujeto por una cuerda de 21 m de largo. Un ladrón quiere entrar al torreón. ¿Podrá entrar sin que le muerda el perro?</p> 

Nota: Juegos matemáticos aplicados a la geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de García Azcárate (2013).

4. ESTUDIO DE CAMPO

4.1. Introducción

Después de analizar el marco teórico, se procede a desarrollar un estudio de campo para poder obtener resultados significativos que nos guíen en la realización de una propuesta didáctica idónea y un adecuado análisis del proyecto.

Como ya se ha mencionado anteriormente, actualmente el uso de los juegos no está muy extendido en clases de matemática, y cuando se usan, no se usan con previo conocimiento como medio para propiciar el aprendizaje.

Con este estudio de campo se pretenden interpretar dos caras de la misma realidad: por un lado, la realidad de los docentes, y por el otro, el de los alumnos. El estudio quiere confirmar las dificultades que se presentan para los profesores a la hora de aplicar y usar los juegos en el aula, y relacionarlos con el marco teórico analizado anteriormente. Además, se quieren obtener resultados del grado de motivación que presentan los alumnos ante estos recursos y la credibilidad que tienen ellos de su utilidad.

4.2. Contextualización

Dos de los cinco profesores encuestados trabajan en el mismo centro, en Iraurgi Ikastetxea, el centro concertado donde el autor del presente trabajo ha realizado las prácticas obligatorias del Master de Secundaria. Este centro está situado en la localidad guipuzcoana de Azpeitia, en el valle del Urola. El autor de este trabajo ha trabajado con ellos durante la estancia de prácticas obligatorias. Los otros tres profesores trabajan en la comarca Donostialdea e imparten la asignatura de matemáticas en 4º de la ESO. Donostialdea es la comarca donde la capital de provincia está situada. Uno de ellos trabaja en un centro privado, y los otros dos, en dos centros públicos diferentes.

Todos los alumnos también son del mismo centro. Se ha querido trabajar con todos los alumnos de 4º de la ESO, ya que durante este año han sido los primeros en trabajar en una nueva asignatura, nunca antes implantada en el centro, por lo menos en estos niveles educativos, llamada “Rincón de Pensar”.

Se ha procedido a la elección de los dos profesores titulares de Matemáticas en 4º de la ESO del centro Iraurgi Ikastetxea, ya que ellos son los primeros en poner en práctica la asignatura *Rincón de Pensar* y con su experiencia y conocimiento sus

respuestas pueden llegar a ser muy significativas para este trabajo. No se sabe si los otros tres docentes trabajan con alguna asignatura parecida a la del *Rincón de Pensar*, pero se ha querido tomar una muestra de la diversidad de opiniones que pueda haber. La muestra total de los docentes encuestados es de 5, y el de alumnos encuestados de 54.

Cabe mencionar que se cuenta con la autorización del centro, y autorización personal por parte de los profesores, para usar y hacer públicos los resultados de los cuestionarios, de acuerdo con la Ley Orgánica 15/1999, de 13 de diciembre, de protección de datos de carácter personal, garantizando las libertades públicas y los derechos fundamentales de las personas físicas, y especialmente de su honor e intimidad personal y familiar (BOE núm. 298).

4.3. Objetivos

4.3.1. Objetivos del cuestionario de los docentes

1. Obtener datos relevantes para realizar la propuesta didáctica.
2. Conocer qué contenidos son los más difíciles para explicar.
3. Conocer cuáles son los contenidos más difíciles para los alumnos.
4. Conocer su opinión acerca de la utilización de los juegos matemáticos

4.3.2. Objetivos del cuestionario de los alumnos

1. Obtener datos relevantes para realizar la propuesta didáctica.
2. Conocer cuáles son las dificultades que suelen tener en el aprendizaje del tema de geometría.
3. Conocer en qué contenidos tienen mayores dificultades.
4. Analizar el grado de motivación que presentan ante los juegos matemáticos.

4.4. Metodología

Para la realización del estudio de campo se han utilizado dos cuestionarios de preguntas cerradas y semicerradas, uno para los docentes, y el otro para alumnos. En el siguiente punto 4.4.1. *Justificación de los cuestionarios* se procede a justificar cada pregunta y las posibles respuestas planteadas en los cuestionarios. Las plantillas de los dos cuestionarios se encuentran en el apartado *Anexos* de este trabajo.

Por un lado, se ha optado por el cuestionario porque los resultados son concretos, ya que el encuestado ha tenido que elegir entre alternativas diferentes, y por

otro, por la comodidad de realizar este tipo de encuestas. Se han intentado contemplar todas las respuestas posibles, para que la recogida de datos pueda ser la adecuada, y los resultados respondan a los objetivos planteados para la realización del estudio de campo. Así, cuando se ha creído necesario, se ha dejado la opción de contemplar algún comentario. Así, todas las preguntas no han sido cerradas, y se ha podido conocer alguna opinión.

Para la ejecución de los cuestionarios, se ha concertado una cita con los dos profesores del centro Iraurgi Ikastetxea. Los demás profesores han tenido diferentes vías para realizar el cuestionario. Un profesor ha preferido realizarla mediante e-mail, por su comodidad, y otros dos han optado por realizarla en papel, pero con la ayuda de un conocido que trabaja en el entorno de Donostialdea. Los alumnos han rellenado el cuestionario en hora lectiva, con el permiso de los profesores responsables de la materia que estaban trabajando.

A la hora de analizar los datos obtenidos y realizar los gráficos, se ha establecido como regla general utilizar porcentajes con un número decimal, para que el análisis de todos los datos sea equitativo.

4.4.1. Justificación de los cuestionarios

En los siguientes dos apartados se analizan todas y cada una de las preguntas y respuestas de los dos cuestionarios.

4.4.1.1. Justificación cuestionario docentes

A continuación, se procede a la exposición y argumentación de las preguntas y respuestas que se han planteado en el cuestionario a realizar por los alumnos.

Tabla Nº 17. Justificación del cuestionario para los docentes.

Ámbito	Nº	Preguntas y respuestas	Justificación
Toma de datos muestrales	1	Edad: <input type="checkbox"/> Menos de 25 años <input type="checkbox"/> 26-35 años <input type="checkbox"/> 36-45 años <input type="checkbox"/> 45-56 años <input type="checkbox"/> 57-65 años <input type="checkbox"/> Más de 66 años	P. Se ha querido saber la edad de los encuestados, para conocer si su edad puede influir en la concepción que tiene cada docente de la utilización de los juegos matemáticos.
			R. Como resultados se ha dejado elegir entre todo el rango de edad posible, apilando cada elección en un grupo de diez años.
	2	Sexo: <input type="checkbox"/> Hombre <input type="checkbox"/> Mujer	P. Se han querido obtener datos estadísticos para establecer en qué medida pueden estar las respuestas condicionadas por la diferencia de sexo.
			R. No procede.
	3	Carácter del centro en el que trabajas: <input type="checkbox"/> Público <input type="checkbox"/> Concertado <input type="checkbox"/> Privado	P. Se ha querido conocer el carácter del centro que trabaja cada docente, para saber si puede afectar el trabajar en uno privado, concertado o público.
			R. Se han dado todas las respuestas posibles; carácter público, concertado o privado.
Geometría y Medida	4	¿En qué trimestre se imparte en su centro el bloque de geometría en 4º de la ESO? <input type="checkbox"/> 1º trimestre <input type="checkbox"/> 2º trimestre <input type="checkbox"/> 3º trimestre	P. Con esta pregunta se ha querido conocer si impartir el bloque de Geometría y Medida en el primer trimestre, el segundo o el tercero influye en aspectos generales y dificultades que pueden surgir en el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque objeto de estudio.
			R. No procede.

Geometría y Medida	5	<p>Creo que el tiempo dedicado a impartir el bloque de Geometría es suficiente. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?</p> <p> <input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo </p> <p>Comente_____</p>	<p>P. Mediante esta pregunta se ha querido conocer si los alumnos están de acuerdo con el tiempo que le dedican a la enseñanza de este bloque es el adecuado o no. Se ha dado en forma de una afirmación.</p> <p>R. Se han establecido respuestas cerradas, ubicando cinco frases seleccionadas en una escala con grados de acuerdo/desacuerdo. Así, se sabrá en qué grado están de acuerdo con la afirmación dada. Además, se ha establecido un apartado, donde pueden anotar sus comentarios, si las hubiese, para obtener información por qué están de acuerdo o en desacuerdo con la afirmación dada anteriormente. Por tanto, el carácter general de esta pregunta es semicerrada.</p>
	6	<p>¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida trabaja más en su clase? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el más trabajado, y 1= el menos trabajado.</p> <p> <input type="checkbox"/> Teoremas de Thales y Pitágoras. <input type="checkbox"/> Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc. <input type="checkbox"/> Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. <input type="checkbox"/> Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta. </p>	<p>P. Se quiere saber qué contenidos trabajan los docentes más en sus clases, para saber si puede estar relacionado el trabajar más con adquirir más fácilmente.</p> <p>R. Se han dado los contenidos curriculares establecidos por la ley, como cuatro posibles respuestas. Los docentes tendrán que ordenarlos, dando una puntuación de 4 al contenido que más trabajen y un 1 al que menos tiempo les dedica.</p>
	7	<p>¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida le cuesta más trabajar en clase? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el que más le cuesta trabajar, y 1= el que más fácil se le hace.</p> <p> <input type="checkbox"/> Teoremas de Thales y Pitágoras. <input type="checkbox"/> Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc. <input type="checkbox"/> Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. <input type="checkbox"/> Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta. </p> <p>Comente:</p>	<p>P. Se quiere saber qué contenidos son los más difíciles para los profesores para trabajar en clase, es decir, cuáles son los contenidos que les cuestan más trabajar, para después comparar los resultados con los contenidos más difíciles para los alumnos.</p> <p>R. Se han dado como posibles resultados los contenidos curriculares establecidos por la ley, y además, se ha dado la oportunidad de realizar comentarios, para especificar qué contenidos concretos son los que más les cuesta trabajar en clase.</p>

	8	<p>¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida les cuesta más comprender a los alumnos? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el que más les cuesta comprender, y 1= el que más fácil se les hace.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Teoremas de Thales y Pitágoras. <input type="checkbox"/> Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc. <input type="checkbox"/> Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. <input type="checkbox"/> Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta. 	<p>P. Se ha querido saber cuál es el contenido más difícil de comprender para los alumnos según los profesores. Esto servirá para compararlo con los resultados obtenidos a partir de los cuestionarios de los alumnos.</p>
			<p>R. Se han dado como posibles resultados los contenidos curriculares establecidos por la ley</p>
	9	<p>¿Qué habilidades crees que se adquieren en el aprendizaje de la geometría? Marque los que crea necesarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Habilidades visuales <input type="checkbox"/> Habilidades de comunicación <input type="checkbox"/> Habilidades de dibujo <input type="checkbox"/> Habilidades lógicas o de razonamiento <input type="checkbox"/> Habilidades de aplicación o transferencia <input type="checkbox"/> <p>Otras: _____</p> <p>Comente: _____</p>	<p>P. Mediante esta pregunta se quiere saber qué habilidades creen los docentes que se trabajan con el bloque de Geometría y Medida.</p>
			<p>R. Se han establecido 5 posibles respuestas, según estudio del marco teórico, y se les ha dado la posibilidad de elegir los que crean necesarios. Así, se sabrá si los docentes creen que existen algunas habilidades que se adquieren más. Además se ha dejado un apartado para proponer otras habilidades que consideren que se adquieren, y otro para poner comentarios.</p>
Juegos matemáticos	10	<p>¿Utiliza los juegos matemáticos como recurso didáctico en el aula para trabajar la Geometría y Medida?</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No <p>En caso de utilizarlos, ¿qué juegos matemáticos utiliza? _____</p>	<p>P. Se quiere saber si los profesores utilizan el recurso didáctico objeto de estudio de este trabajo en sus clases.</p>
			<p>R. Se ha dejado un apartado para que el docente responda qué juegos matemáticos utiliza, en caso de haberlas utilizado.</p>

	11	<p>Creo que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?</p> <p> <input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo </p>	<p>P. Se quiere saber lo que creen los profesores sobre la utilización de juegos matemáticos y las competencias básicas, si la utilización de los juegos matemáticos pueden ayudar o no a adquirir las competencias básicas.</p>
			<p>R. Se han establecido respuestas cerradas, ubicando cinco frases seleccionadas en una escala con grados de acuerdo/desacuerdo. Así, se sabrá en qué grado están de acuerdo con la afirmación dada.</p>
	12	<p>Creo que los juegos matemáticos son propicios para el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque Geometría y Medida. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?</p> <p> <input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo </p>	<p>P. Con esta pregunta dada como una afirmación, se quiere conocer la opinión de los profesores sobre la utilización de los juegos matemáticos en el bloque de contenidos de Geometría y Medida.</p>
			<p>R. Se han establecido respuestas cerradas, ubicando cinco frases seleccionadas en una escala con grados de acuerdo/desacuerdo. Así, se sabrá en qué grado están de acuerdo con la afirmación dada.</p>

Nota: Justificación del cuestionario para los docentes. Fuente: Elaboración propia.

4.4.1.2. Justificación del cuestionario para los alumnos

A continuación, se procede a la exposición y argumentación de las preguntas y respuestas que se han planteado en el cuestionario a realizar por los alumnos.

Tabla N° 18. Justificación del cuestionario para los alumnos.

Ámbito	N°	Preguntas y respuestas	Justificación
Toma de datos muestrales	1	¿Eres repetidor?	P. Se ha querido saber el porcentaje de los alumnos repetidores, para saber el porcentaje de los alumnos que han tenido problemas curriculares en su trayectoria educativa.
		<input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No	R. No procede
	2	Sexo:	P. Se han querido obtener datos estadísticos para establecer en qué medida pueden estar las respuestas condicionadas por la diferencia de sexo.
		<input type="checkbox"/> Hombre <input type="checkbox"/> Mujer	R. No procede
Geometría y Medida	3	Creo que el tiempo dedicado a aprender el bloque de Geometría y Medida es suficiente. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.	P. Se ha querido saber el grado de satisfacción que tienen los alumnos con el tiempo que se le dedica al bloque de estudios objeto de este trabajo, Geometría y Medida. Se ha procedido a establecer una afirmación, para que luego respondan en qué grado están de acuerdo con esa afirmación.
		<input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo Comente: _____	R. Se han establecido respuestas cerradas, ubicando cinco frases seleccionadas en una escala con grados de acuerdo/desacuerdo. Así, se sabrá en qué grado están de acuerdo con la afirmación dada. Además, se ha establecido un apartado, donde pueden anotar sus comentarios, si las hubiese, para obtener información por qué están de acuerdo o en desacuerdo con la afirmación dada anteriormente. Por tanto, el carácter general de esta pregunta es semicerrada.

Geometría y Medida	4	<p>¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida se le han hecho más difíciles entender hasta ahora? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el que más le cuesta, y 1= el que menos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Teoremas de Thales y Pitágoras. <input type="checkbox"/> Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc. <input type="checkbox"/> Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. <input type="checkbox"/> Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta. <p>Comente:_____</p>	<p>P. Se quieren obtener datos para conocer qué contenidos de Geometría y Medida se les hacen más difíciles de entender a los alumnos.</p>
			<p>R. Se han dado los contenidos curriculares establecidos por la ley, como cuatro posibles respuestas. Los alumnos tendrán que ordenarlos, dando una puntuación de 4 al contenido que más difícil se le haga, y un 1 al más fácil. Además, se ha establecido un apartado para comentar la pregunta. Para conocer su opinión acerca del contenido curricular, y las posibles dificultades individuales que puedan aparecer.</p>
	5	<p>¿Qué habilidades cree que se adquieren en el aprendizaje de la geometría y la medida? Marque los que crea necesarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Habilidades visuales <input type="checkbox"/> Habilidades de comunicación <input type="checkbox"/> Habilidades de dibujo <input type="checkbox"/> Habilidades lógicas o de razonamiento <input type="checkbox"/> Habilidades de aplicación o transferencia <p>Otros_____</p> <p>Comente:_____</p>	<p>P. Se quiere saber qué habilidades cree el alumno que se adquieren en el aprendizaje de la geometría y la medida. Se quieren obtener datos sobre la perspectiva individual de los alumnos hacia la utilidad del estudio del bloque de Geometría y Medida.</p>
			<p>R. Se han establecido 5 posibles respuestas, según estudio del marco teórico, y se les ha dado la posibilidad de elegir los que crean necesarios. Así, se sabrá si los alumnos creen que existen algunas habilidades que se adquieren más, sin ninguna limitación. Además se ha dejado un apartado para proponer otras habilidades que consideren que se adquieren, y otro apartado para poner comentarios.</p>
	6	<p>¿Qué concepción tiene de la geometría y la medida?</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Se me hace muy fácil comprenderlo. <input type="checkbox"/> Se me hace medianamente fácil comprenderlo. <input type="checkbox"/> Me parece muy abstracto. <input type="checkbox"/> Creo que el lenguaje a utilizar es muy riguroso y difícil de entender. <input type="checkbox"/> Se me hace muy difícil comprender en general. 	<p>P. Mediante esta sexta pregunta, se quiere conocer la concepción o la actitud que tienen los alumnos hacia la Geometría y Medida en general, para saber si les resulta un bloque arduo, bastante fácil, o muy difícil.</p>
			<p>R. Como posibles respuestas se han seleccionado frases, donde se gradúan desde la frase que dice que les resulta fácil comprender, hasta la frase que les resulta muy difícil. Así, se obtendrán datos, para saber si el bloque les resulta fácil, abstracto, riguroso o muy difícil, en términos generales.</p>

Juegos Matemáticos	7	Me gusta utilizar recursos didácticos como los juegos matemáticos. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.	P. Se ha establecido una afirmación, para saber en qué medida están los alumnos de acuerdo con ella. Su objetivo es conocer si a los alumnos les gusta utilizar los recursos didácticos como los juegos matemáticos
		<input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo	R. Se han seleccionado frases, en las que los alumnos deben marcar en qué grado están de acuerdo con la afirmación dada.
	8	Creo que con la utilización de los juegos matemáticos podría llegar a entender mejor los contenidos relativos a la Geometría y Medida. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.	P. Se ha establecido una afirmación. Su objetivo es conocer si los alumnos creen que con la utilización de los juegos matemáticos podrían llegar a entender mejor. Su carácter es cerrado, ya que no existe posibilidad de más de una respuesta.
		<input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo	R. Los alumnos deben marcar en qué grado están de acuerdo con la afirmación de si podrían llegar a entender mejor los contenidos de Geometría y Medida mediante los juegos matemáticos.
	9	Creo que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.	P. Se ha establecido una afirmación. Esta pregunta está relacionada con las competencias básicas y los juegos matemáticos, y se quiere saber si los alumnos creen si los juegos matemáticos pueden ayudar o no en adquirir las competencias básicas. Es una pregunta cerrada.
		<input type="checkbox"/> Totalmente de acuerdo <input type="checkbox"/> Algo de acuerdo <input type="checkbox"/> Ni de acuerdo ni en desacuerdo <input type="checkbox"/> Algo en desacuerdo <input type="checkbox"/> Totalmente en desacuerdo	R. Los alumnos deben marcar en qué grado están de acuerdo con la afirmación de si con los juegos matemáticos ayudan a adquirir las competencias básicas.

Nota: Justificación del cuestionario para los alumnos. Fuente: Elaboración propia.

4.5. Resultados del estudio de campo

Por la extensión de las preguntas de los dos cuestionarios, se procede a realizar un análisis de las preguntas más significativas.

4.5.1. Resultados del cuestionario de los docentes

Es importante señalar que la muestra de datos es de 5 profesores, por tanto, en las preguntas donde hay que elegir una sola respuesta, cada profesor estará representado por un 20%.

El 20% de los encuestados tiene entre 26 y 35 años, otro 20% (el único varón entre los encuestados) entre 36 y 45 años, y los otros dos profesores (60%), entre 45 y 56 años. Se puede decir que existe un rango diverso entre las edades de los docentes encuestados. Existe tan solo un hombre entre los 5 encuestados, por tanto, la diferencia de sexo es elevado; tenemos un 20% de hombres frente a un 80% de mujeres. En cuanto al carácter del centro en el que trabajan, un 40% trabaja en un centro público, otro 40% en un centro concertado, y el 20% restante en un centro privado.

El *Gráfico N° 5* muestra que el 40% de los profesores encuestados prefiere impartir el bloque de Geometría y Medida en el segundo trimestre, y el 60% restante, en el tercero. Ninguno de los encuestados dice trabajarlo en el primer trimestre. Así, se puede corroborar lo estudiado en el marco teórico, donde se dice que los contenidos relativos a la geometría se han ido desplazando a las últimas unidades didácticas. Un dato relevante que se puede observar es que los profesores que trabajan en el centro concertado son los únicos que trabajan el bloque en el segundo trimestre.

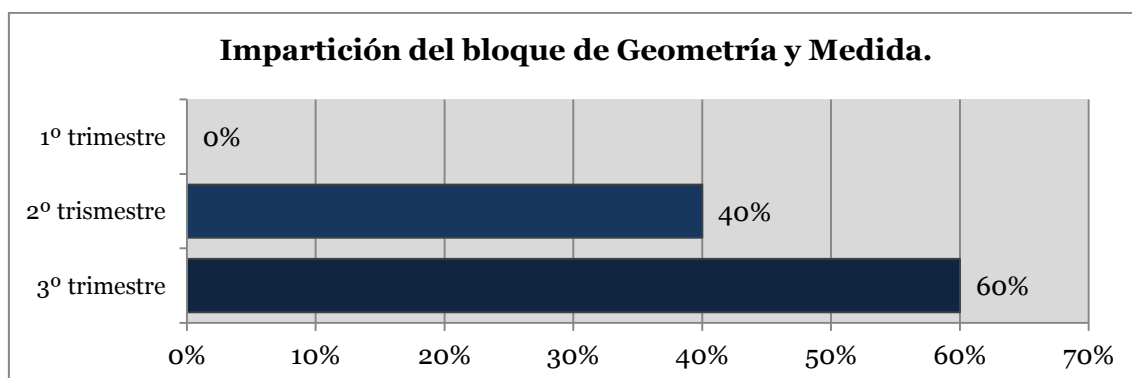


Gráfico N° 5. Pregunta N° 4 docentes. Fuente: Elaboración propia.

Veamos ahora qué han respondido los docentes a la Pregunta N°6 “¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida trabaja más en su clase?”.

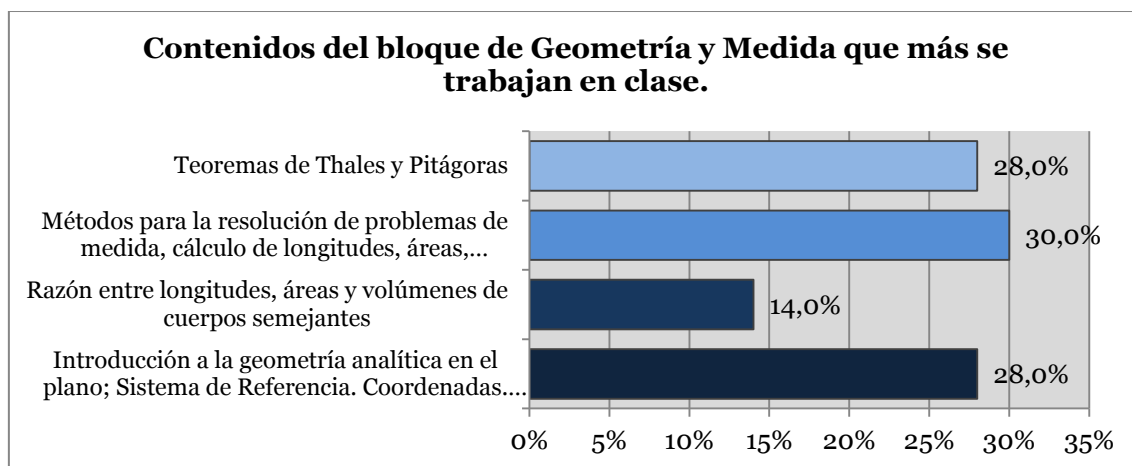


Gráfico N° 6. Pregunta N°6 docentes. Fuente: Elaboración propia.

El contenido más trabajado es referente a los “métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, etc.” (30%). Luego están los contenidos sobre los “teoremas de Tales y Pitágoras” e “Introducción a la geometría analítica en el plano”, con 24% cada uno. Con estos datos, se puede decir que no existe gran diferencia entre estos tres grupos de contenidos, y que la diferencia entre ellas no es significativa. Por último, tenemos el contenido “razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes”, que es el que menos se trabaja (14%).

Veamos cuáles son los contenidos que más cuestan trabajar en clase (Gráfico N° 7).

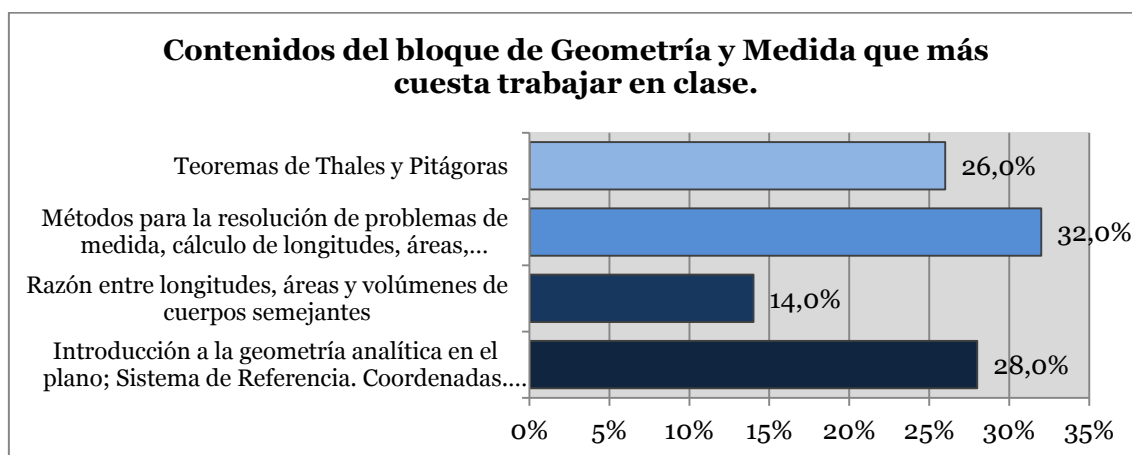


Gráfico N° 7. Pregunta N°7 docentes. Fuente: Elaboración propia.

Entre los contenidos que más cuesta trabajar a los profesores destaca el referido a los “métodos para la resolución de problemas” (32%). El segundo contenido más difícil de trabajar resulta la “introducción a la geometría analítica en el plano” (28%) y

el tercero, “los teoremas de Tales y Pitágoras” (26%). Vemos que entre estos contenidos no existe mucha diferencia, y suponen casi la misma dificultad. Se puede afirmar que el contenido que más cuesta trabajar en clase también es la que más se trabaja; “Métodos para la resolución de problemas”. El contenido del bloque que menos cuesta trabajar, y de hecho, la que menos se trabaja, es la “razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes” (14%).

En el *Gráfico N° 8* se pueden observar los resultados de la Pregunta N°8.

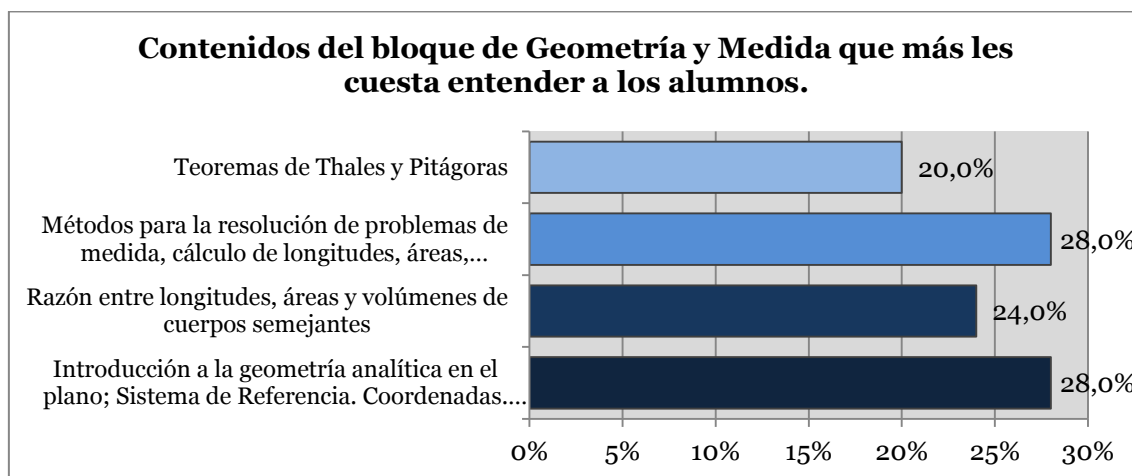


Gráfico N° 8. Pregunta N°8 docentes. Fuente: Elaboración propia.

Los “métodos para la resolución de problemas” e “introducción a la geometría analítica en el plano” son los contenidos más difíciles por igual para los alumnos (28% cada uno). El tercero que más cuesta entender sería la “razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes” (24%), y el que más fácil el de “teoremas de Tales y Pitágoras” (20%). Cabe destacar que “métodos para la resolución de problemas” es el que más se trabaja, el que más cuesta trabajar y uno de los más difíciles para los alumnos. Muy de cerca, en las tres preguntas, tenemos el contenido referente a “introducción a la geometría analítica en el plano”.

A continuación, se analiza si los profesores utilizan o no los juegos matemáticos en el aula.

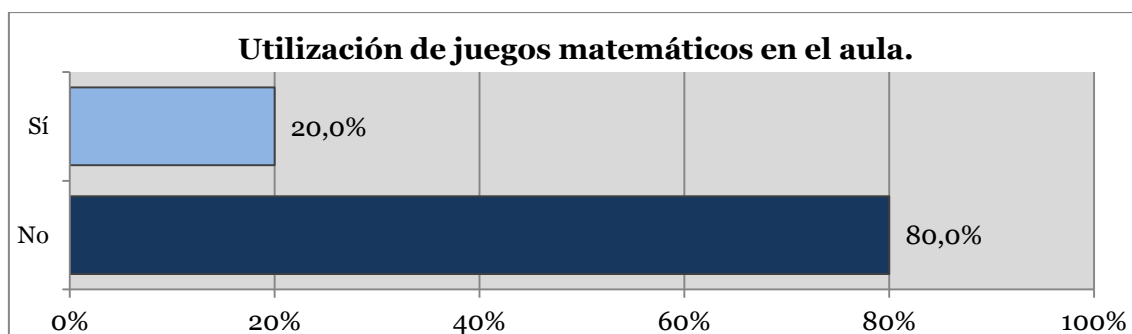


Gráfico N° 9. Pregunta N°10 docentes. Fuente: Elaboración propia.

El *Gráfico N° 9* muestra que tan solo el 20% de los encuestados utiliza juegos matemáticos en el aula. Cabe destacar que el docente que ha respondido que sí utiliza juegos matemáticos, no ha especificado cuáles utiliza, pero sí que ha añadido el comentario de que los utiliza mediante la herramienta GeoGebra.

En el *Gráfico N° 10* se pueden observar los resultados de la Pregunta N°12..

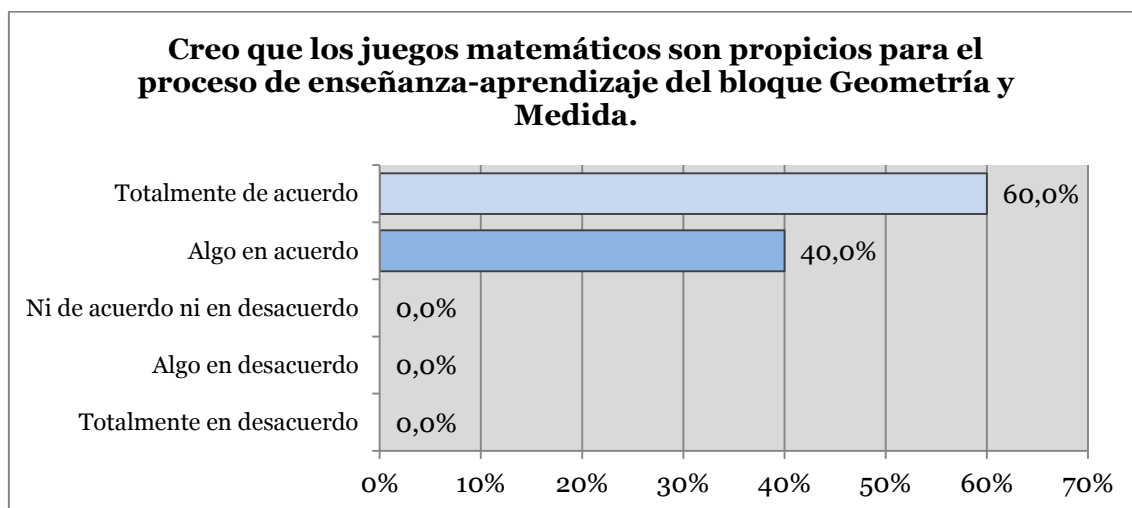


Gráfico N° 10. Pregunta N°12 docentes. Fuente: Elaboración propia.

Los profesores creen que los juegos matemáticos son realmente propicios para el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque objeto de estudio. El 60% de los encuestados está totalmente de acuerdo, y el 40% restante, algo de acuerdo. Los resultados de estas últimas preguntas ponen de manifiesto que los profesores conciben a los juegos matemáticos como una herramienta didáctica útil, pero que la mayoría de ellos no las utiliza.

4.5.2. Resultados del cuestionario de los alumnos

La muestra de datos en el caso de los cuestionarios de los alumnos es de 54 alumnos. Aproximadamente el 13% de los encuestados es repetidor (7 alumnos). La cantidad de alumnas es superior (59,3%) frente a la cantidad de alumnos (40,7%). Cabe resaltar que existen 5 alumnas repetidoras y solamente 2 alumnos que están repitiendo curso.

A continuación se procede a realizar el análisis de las preguntas clasificadas en el ámbito de la geometría y la medida.

En el *Gráfico N° 11* se analizan los datos obtenidos de la Pregunta N°4 del cuestionario de los alumnos.

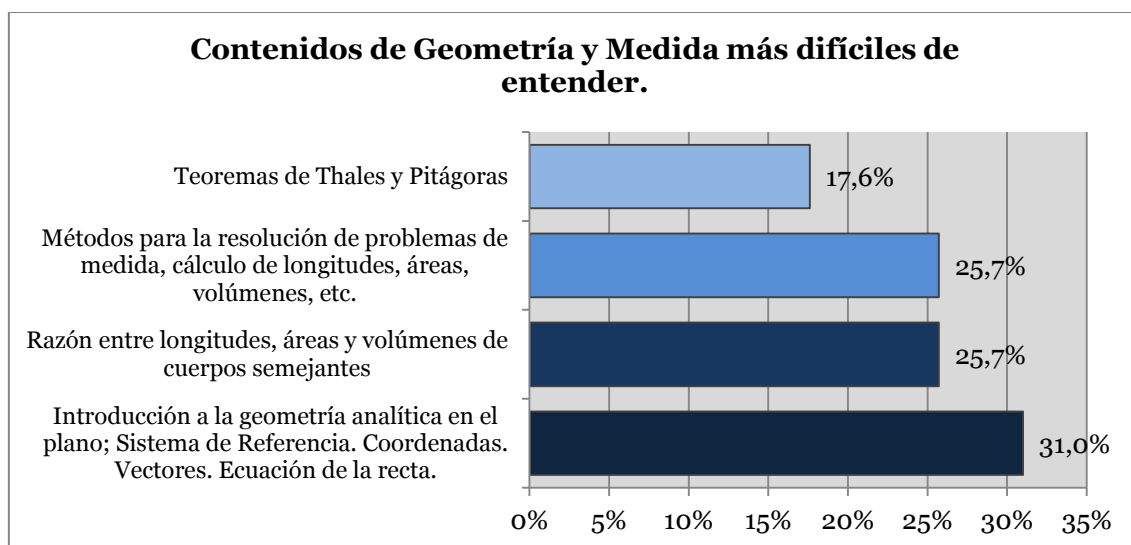


Gráfico N° 11. Pregunta N°4 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

La mayoría (31%) ha contestado que el contenido más difícil ha sido la “introducción a la geometría analítica en el plano”. Luego, están los contenidos “métodos para la resolución de problemas” y “razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes”, cada uno con un 25,7%. Se observa que existe bastante diversidad en cuanto a la concepción del contenido más difícil, pero la mayoría tiene claro que el más fácil es el contenido de “teoremas de Tales y Pitágoras” (17,6%).

Veamos ahora qué habilidades creen que se adquieren en el proceso de aprendizaje del bloque. Los alumnos han tenido la oportunidad de elegir más de una opción.

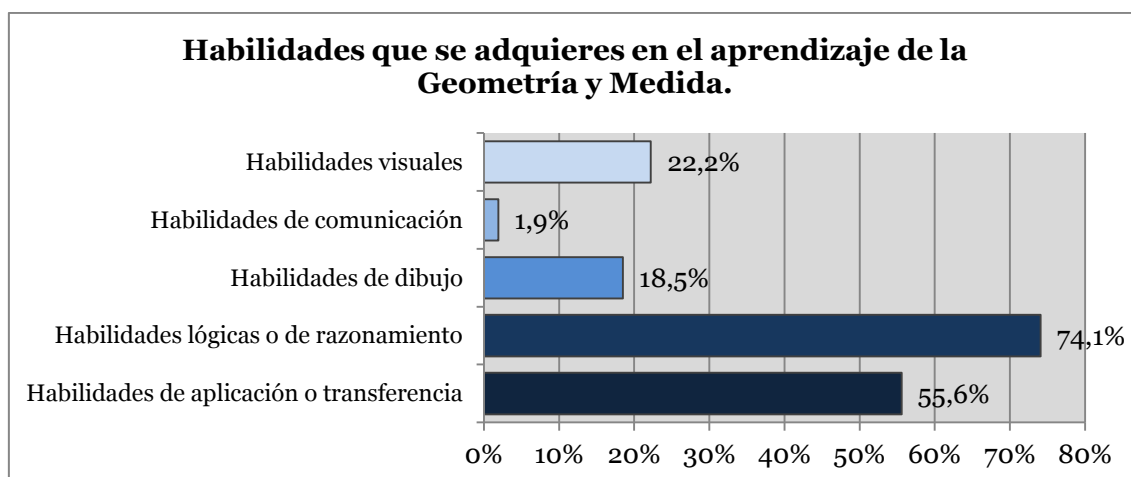


Gráfico N° 12. Pregunta N°5 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

El *Gráfico N° 12* muestra que la mayoría de los alumnos (74.1%) cree que se adquieren habilidades lógicas o de razonamiento y más de la mitad que se adquieren habilidades de aplicación o transferencia (55,6%). Aproximadamente una quinta parte de los encuestados cree que se adquieren habilidades visuales (22,2%) y habilidades de dibujo (18,5%). Tan solo el 1,9% cree que la habilidad de comunicación sea adquirida en el aprendizaje del bloque de Geometría y Medida.

Con la Pregunta N°6 se ha querido saber cuál es la concepción que tienen los alumnos de la Geometría y Medida.

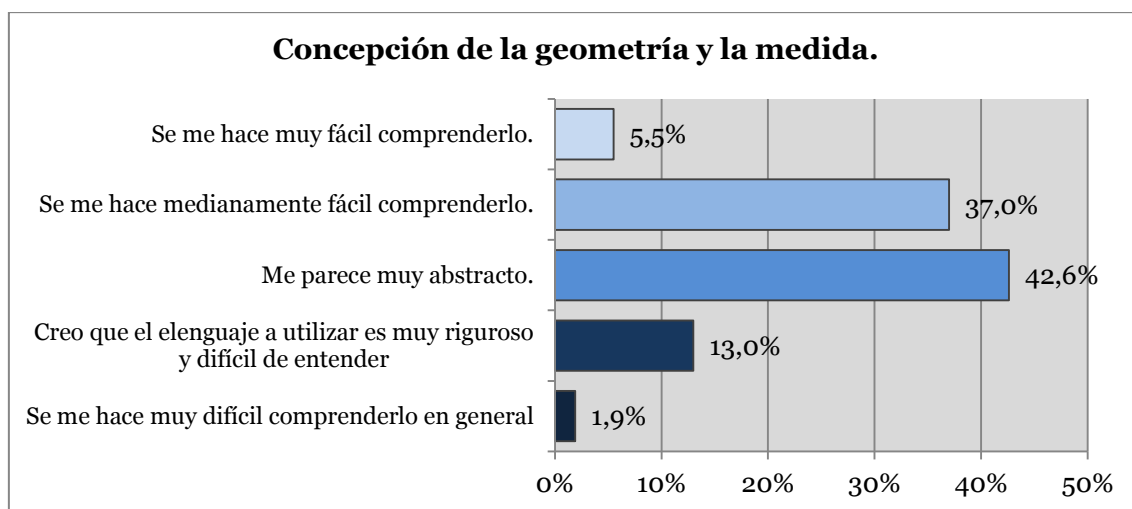


Gráfico N° 13. Pregunta N° 6 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que a la mayoría de los alumnos el bloque de Geometría y Medida les resulta muy abstracto (42,6%). Un 37% cree que es una materia fácil de comprender, y se les hace medianamente fácil entenderlo. Un 13% cree que el lenguaje a utilizar es muy riguroso y difícil de entender. Otro 5,5% dice que se les hace muy fácil comprenderlo, y el 1,9% dice que se les hace muy difícil comprenderlo en general. Los alumnos se dividen en dos grupos grandes en cuanto a la concepción de la geometría y la medida. Al grupo más grande le parece un bloque muy abstracto, y al otro, que es una materia medianamente fácil de comprender.

El *Gráfico N° 14* analiza si a los alumnos les gusta o no utilizar recursos didácticos como los juegos matemáticos.

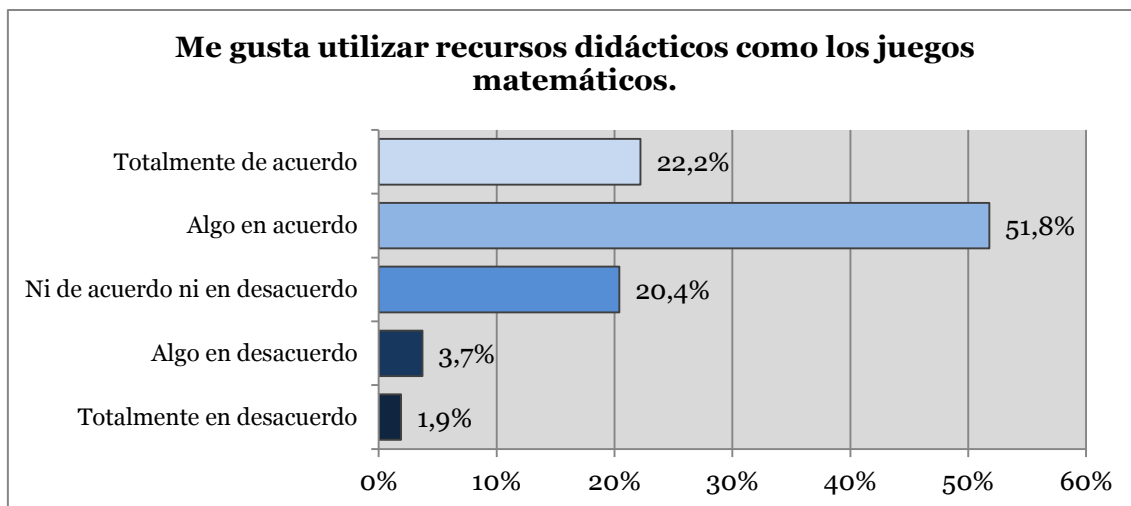


Gráfico N° 14. Pregunta N°7 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

La mayoría de los encuestados está claramente de acuerdo con la afirmación de “Me gusta utilizar recursos didácticos como los juegos matemáticos”. El 51,8% se presenta algo en acuerdo con la afirmación, y el 22,4% totalmente de acuerdo. Luego, tenemos un 20,4% de los alumnos que muestra indiferencia. A una gran minoría no le gusta utilizar los juegos matemáticos; a un 3,7% no le gustan en parte, y a un 1,9% no le gustan en absoluto. Por tanto, la gran mayoría de los alumnos (más del 74%) muestran una opinión claramente positiva hacia los juegos matemáticos, y confiesan que les gusta utilizarlos.

Veamos ahora si los alumnos creen que con la utilización de los juegos matemáticos podrían llegar a entender mejor los contenidos relativos a la Geometría y Medida (Gráfico N° 15).

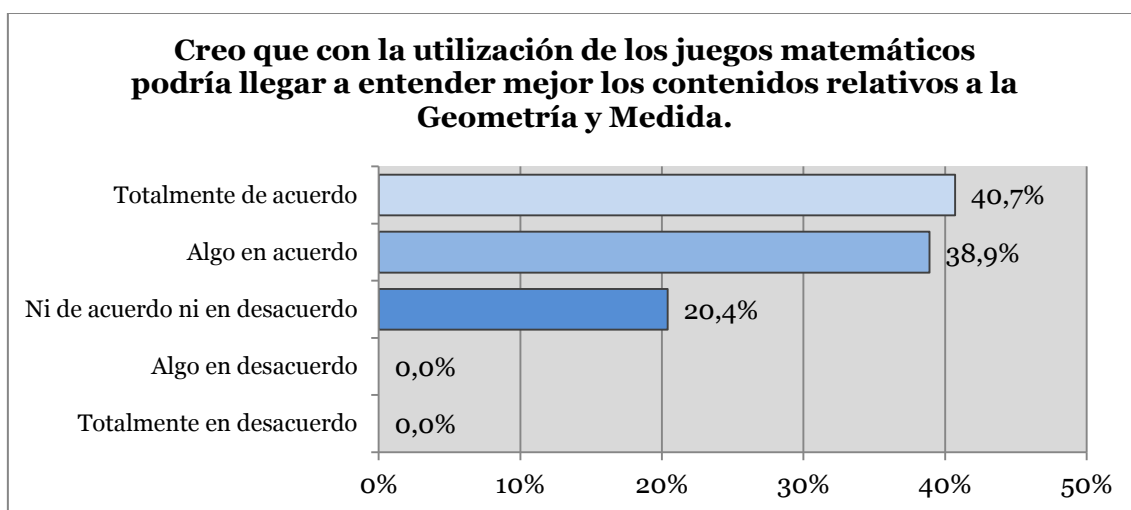


Gráfico N° 15. Pregunta N° 8 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

La gran mayoría de los alumnos cree que con la utilización de los juegos matemáticos podrían llegar a entender mejor los contenidos relativos a la Geometría y Medida. El 40,7% está totalmente de acuerdo, el 38,9 % está algo de acuerdo, y el 20,4% no está de acuerdo ni en desacuerdo. Además, cabe mencionar que no ha habido registro de ningún alumno que haya respondido a esta pregunta con una actitud negativa.

4.6. Análisis de los resultados obtenidos

4.6.1. Análisis de los resultados obtenidos del cuestionario de los docentes

Aunque la diferencia de sexos entre los encuestados es bastante elevada, 80% de mujeres y 20% de hombres, los docentes completan la totalidad del carácter de los centros. Existen dos profesores que trabajan en centros públicos, otros dos que trabajan en el mismo centro concertado, y uno que trabaja en un centro de carácter privado.

Aunque los resultados de las preguntas relativas al bloque de Geometría y Medida han dado resultados bastante homogéneos, en general, se observa que no existe acuerdo entre los docentes acerca de qué contenidos son los más difíciles de trabajar, cuáles son los que más cuestan a los alumnos aprender o si el tiempo dedicado a la enseñanza del mismo ha sido suficiente o no. Todos los profesores (100%) están de acuerdo que en el aprendizaje de la Geometría y Medida se adquieren habilidades de dibujo, y la gran mayoría (80%) está de acuerdo en que también se adquieren habilidades lógicas o de razonamiento.

En los resultados obtenidos del análisis de los juegos matemáticos, se han obtenido unos resultados mucho más significativos, donde la mayoría está de acuerdo con las afirmaciones dadas, o donde las acciones que realizan en torno a los juegos matemáticos, son en general, los mismos. Solamente el 20% de los encuestados confiesa utilizar juegos matemáticos en el aula, pero el 100% cree que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas, o facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el bloque de Geometría y Medida.

4.6.2. Análisis de los resultados obtenidos del cuestionario de los alumnos

La toma de datos en el cuestionario de los alumnos ha mostrado que el 13% de los alumnos es repetidor, y que casi el 60% de los alumnos es del sexo femenino y el 40% del sexo masculino.

La mayoría de los alumnos muestra indiferencia en relación a si el tiempo dedicado a aprender el bloque de Geometría y Medida ha sido suficiente o no. Aunque los porcentajes muestran un acuerdo ligeramente mayor respecto a la afirmación dada, los comentarios que han escrito los alumnos dicen lo contrario.

La mayoría de los alumnos cree que en el aprendizaje de la Geometría y Medida se adquieren habilidades lógicas o de razonamiento (74,1%). Más de la mitad, también cree que las habilidades de aplicación o transferencia son los que se desarrollan durante el mismo proceso.

Podríamos agrupar a los alumnos en dos grandes grupos según la concepción que tienen de la Geometría y Medida. La mayoría (42,6%) cree que es un tema muy abstracto, y el 37% cree que es bastante fácil aprenderlo.

Aunque exista aproximadamente un 6% de alumnos que afirma no gustarle la utilización de los juegos y un 20,4% que no le gustan ni le disgustan, aproximadamente el 73% de los encuestados afirma que les gusta utilizar recursos didácticos como los juegos matemáticos.

Cabe destacar que ningún alumno presenta actitud negativa hacia los juegos matemáticos relacionados con las competencias básicas y la geometría y la medida.

En general, se destaca que la mayoría de los alumnos muestra una actitud positiva hacia los juegos matemáticos, y que los contenidos referentes a la Geometría y Medida resultan abstractos para la mitad de ellos, y medianamente fáciles para los otros.

4.6.3. Análisis general y discusión de los resultados

A lo largo de estos últimos apartados, se han detallado las Preguntas que se les ha planteado tanto a los docentes como a los alumnos y analizar los resultados Obtenidos. Se ha podido observar que algunas de ellas son las mismas. La razón de realizar las mismas preguntas radica en que se han querido analizar los mismos conceptos pero desde dos puntos de vista diferentes.

En cuanto a los contenidos más difíciles de entender por los alumnos, la verdad es que los resultados no muestran una gran variación entre ningún contenido en concreto, pero es verdad que los resultados de los alumnos muestran una mayor heterogeneidad. Los profesores no se ponen de acuerdo entre dos contenidos, y los alumnos subrayan que para ellos, el contenido más difícil es la de la *Introducción a la geometría analítica en el plano*, y ésta es también, una de las más difíciles para los docentes. También se puede decir que los alumnos y los docentes están de acuerdo en que el contenido de los *Teoremas de Tales y Pitágoras* es la más fácil para entender.

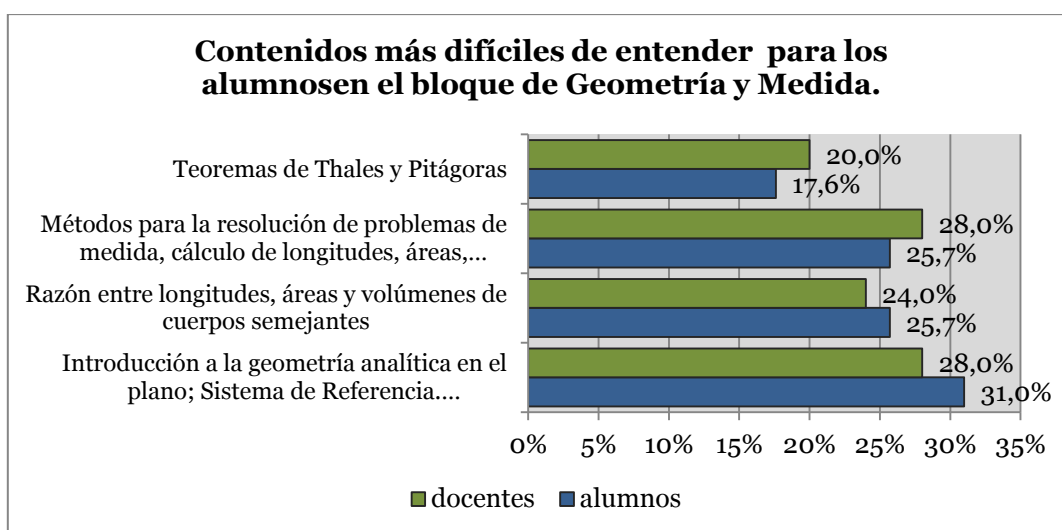


Gráfico Nº 16. Contenidos más difíciles de entender para los alumnos en el bloque de Geometría y Medida. Comparación de los resultados de docentes y alumnos. Fuente: Elaboración propia.

Aunque los resultados que hemos analizado hasta ahora han sido bastante homogéneos en cuanto al análisis profesor/alumno, s el Gráfico Nº 17 muestra que el 100% de los profesores cree que la habilidad de dibujo es la que más se trabaja y tan solo un 18,5% de los alumnos. Esto nos puede llevar a pensar que para los profesores las habilidades de dibujo tienen mucha más importancia que para los alumnos. Las habilidades lógicas y las habilidades de aplicación tienen unos porcentajes muy parecidos.

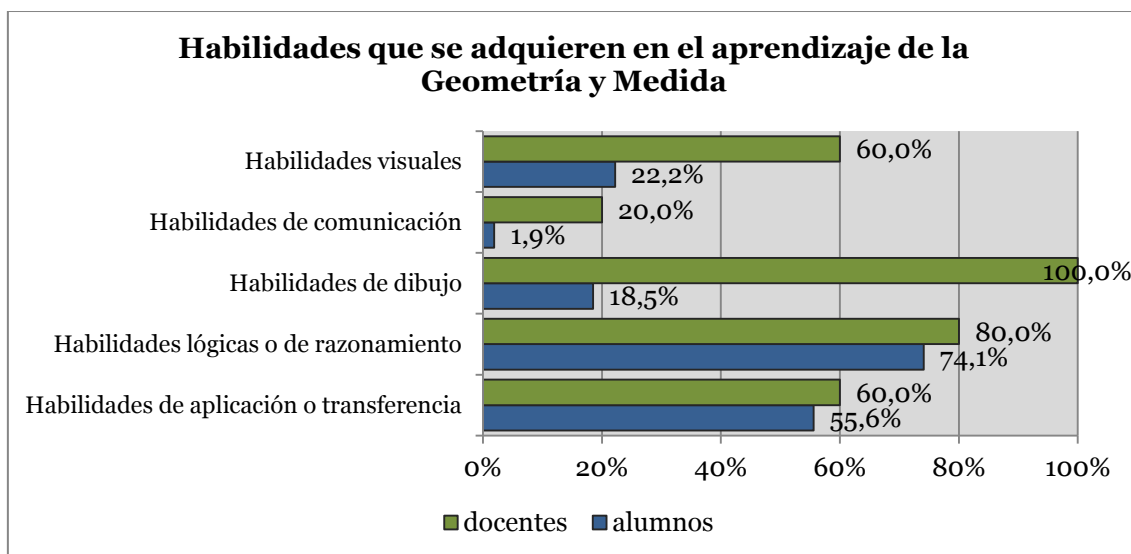


Gráfico N° 17. Habilidades que se adquieren en el aprendizaje de la Geometría y Medida. Comparación de los resultados de docentes y alumnos. Fuente: Elaboración propia.

En el *Gráfico N° 18* se observa la comparación que se hace entre los alumnos y los docentes en base a la utilización de los juegos matemáticos y el bloque de Geometría y Medida. La mayoría de los encuestados, muestran una actitud muy positiva frente a los juegos matemáticos con diferencia. Se observa que la opinión de los alumnos es más moderada.

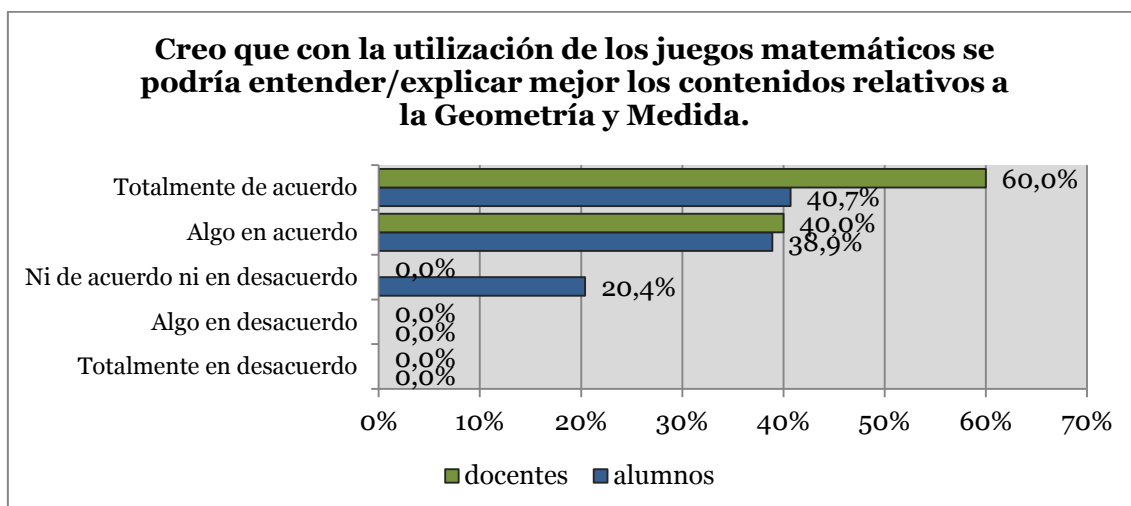


Gráfico N° 18. Creo que con la utilización de los juegos matemáticos podría entender/explicar mejor los contenidos relativos a la Geometría y Medida. Comparación de los resultados de docentes y alumnos. Fuente: Elaboración propia.

Este análisis basado en la comparación de los alumnos y profesores se puede concluir afirmando que los resultados de ambos cuestionarios han dado resultados similares, aunque haya algunas variaciones en los porcentajes. Así, se pueden describir las siguientes conclusiones:

1. El tiempo dedicado a la enseñanza-aprendizaje del bloque de Geometría y Medida ha sido suficiente, pero con la objeción de que algunos alumnos se muestran bastante insatisfechos con el tiempo dedicado al desarrollo del mencionado bloque.
2. Los contenidos más difíciles de entender para los alumnos son *Métodos de resolución de problemas* e *Introducción a la geometría analítica en el plano*.
3. Las principales habilidades que se adquieren en el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque son las habilidades de dibujo, habilidades lógicas o de razonamiento y las habilidades de transferencia.
4. La utilización de los juegos matemáticos ayuda satisfactoriamente a la adquisición de las competencias básicas, y la mayoría de los encuestados cree que pueden ayudar en el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque de Geometría y Medida.

5. PROPUESTA DIDÁCTICA

5.1. Introducción

A continuación se desarrolla la propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría en 4º de la ESO a través de la utilización de juegos matemáticos como recurso didáctico.

Tanto en el marco teórico como en el estudio de campo, hemos observado que una de las dificultades que predominan en el aprendizaje de la geometría está la abstracción de la materia. Para que el proceso de enseñanza-aprendizaje propicie la adquisición de las competencias básicas establecidas por el currículo, la siguiente propuesta didáctica está basada en la utilización de los juegos matemáticos, idóneos para la motivación de los alumnos.

Para definir mejor la propuesta, la propuesta se ha ceñido a los contenidos que mejor se pueden trabajar con estos recursos, *Teoremas de Tales y Pitágoras y Problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas y volúmenes*.

Primero, mediante el análisis del marco legal referente a la geometría, se establecen los objetivos curriculares y objetivos didácticos de la propuesta. Estas últimas se dividen en competencias, tareas y habilidades.

En segundo lugar, se establece una metodología para desarrollar los dos contenidos mencionados anteriormente.

En tercer lugar, se establece la contribución que hace la propuesta didáctica a la adquisición de competencias básicas.

5.2. Objetivos

A continuación se exponen los objetivos de esta propuesta didáctica. En primer lugar, se describen los objetivos curriculares, propios del currículo, y luego los objetivos didácticos, los que son propios de esta propuesta didáctica.

5.2.1. Objetivos curriculares

Tabla N° 19. Objetivos curriculares de la propuesta didáctica.

Contenidos	Objetivos curriculares
Cálculo de medidas indirectas mediante los teoremas de Tales y Pitágoras.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comprender el teorema de Tales y emplearlo. 2. Conocer los conceptos básicos de la semejanza. 3. Comprender los teoremas de Pitágoras, del cateto y de la altura y utilizarlos. 4. Manejar con habilidad las razones trigonométricas
Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Hallar perímetros y áreas de figuras planas sencillas y complejas. 2. Obtener la longitud y el área de figuras circulares. 3. Determinar el área y el volumen de poliedros y de cuerpos de revolución. 4. Calcular la medida de los elementos de poliedros y de cuerpos de revolución. 5. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes.
Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer triángulos semejantes utilizando los criterios de semejanza. 2. Relacionar distancias reales y distancias en mapas y planos a partir de escalas. 3. Identificar figuras semejantes y deducir su razón de semejanza. 4. Relacionar áreas y perímetros de polígonos semejantes. 5. Relacionar volúmenes de cuerpos semejantes. 6. Conocer los teoremas del cateto y de la altura. 7. Conocer las razones trigonométricas de ángulos agudos.
Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comprender la naturaleza de los vectores fijos en el plano y reconocer sus elementos característicos. 2. Comprender los conceptos de vectores equipolentes y de vector libre. 3. Realizar operaciones de forma gráfica con vectores libres. 4. Realizar operaciones con vectores conocidas sus coordenadas. 5. Encontrar el módulo de un vector, la distancia entre dos puntos y el punto medio de un segmento. 6. Comprender las distintas formas de expresar la ecuación de una recta y las relaciones entre ellas, entre ellas identificar las posiciones relativas de dos rectas.

Nota: Objetivos curriculares de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

5.2.2. Objetivos didácticos

Tabla N° 20. Objetivos didácticos de la propuesta didáctica.

Tipo de objetivo	Objetivo didáctico
Conceptuales	<ul style="list-style-type: none">· Comprender los conceptos propios del bloque Geometría y Medida.· Clasificar figuras geométricas según criterios.· Identificar procesos para la resolución de problemas
Procedimentales	<ul style="list-style-type: none">· Analizar los pro y los contra de utilizar los juegos matemáticos en el aula.· Sintetizar los pasos a seguir a la hora de utilizar los juegos matemáticos como recurso didáctico.· Relacionar los contenidos aprendidos en clase con los juegos matemáticos.· Aplicar los conocimientos adquiridos para la realización de nuevos juegos matemáticos.
Actitudinales	<ul style="list-style-type: none">· Ser consciente de la utilidad de los juegos matemáticos.· Interesarse por la utilización de los juegos matemáticos.· Actuar de manera responsable ante la resolución de problemas de los juegos matemáticos.· Habituarse a utilizar el juego como recurso a la hora de resolver problemas.· Valorar el uso de los juegos matemáticos.

Nota: Objetivos didácticos de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

5.3. Metodología

La presente propuesta didáctica puede servir para desarrollar los contenidos relativos a la Geometría y Medida de 4º de la ESO opción A, pero se podría ampliar su utilización a diferentes bloques matemáticos y a distintos niveles educativos.

5.3.1. Fase 1: Elección del juego matemático

Esta primera fase la llevará a cabo el docente. Esta fase es de vital importancia para que el uso de juegos matemáticos en el aula tenga efectos positivos, y resulte enriquecedora para los alumnos.

Tal y como planteaba Corbalán (1996), la primera labor es la elección de unos juegos matemáticos adecuados. De Guzmán (1989) también afirma que “el juego matemático bien escogido puede conducir al estudiante de cualquier nivel a la mejor atalaya de observación y aproximación inicial a cualquiera de los temas de estudio con los que se ha de enfrentar” (p.64). Para ello, se seguirán los pasos descritos en la siguiente tabla:

Tabla N° 21. Pasos a seguir en la primera fase: Elección del juego matemático.

	Paso	Descripción
Paso 1	Estudio bibliográfico	Se realiza un estudio bibliográfico donde se haga un estudio minucioso de la tipología de juego matemático que se busca, la temática que se quiere trabajar. Los más apropiados serán los elegidos en este primer paso.
Paso 2	Análisis de los juegos matemáticos	Se realiza el análisis de los pro y los contra que presenta cada uno de los juegos matemáticos. Se pondrá especial interés en conocer o buscar los objetivos didácticos y curriculares que se pueden desarrollar mediante su utilización.
Paso 3	Elección del juego matemático	Finalmente se procede a elegir el juego matemático más idóneo según el estudio bibliográfico y el análisis de los juegos matemáticos realizado.
Paso 4	Obtención de recursos	Antes de introducir el juego matemático en el aula, es necesario realizar un listado de recursos materiales, espaciales o digitales que son necesarios para tratar el juego matemático en toda su plenitud.

Nota: Pasos a seguir en la primera fase: Elección del juego matemático. Elaboración propia a partir de Corbalán (1996).

5.3.2. Fase 2: Planteamiento del juego matemático

Una vez escogido el juego matemático más idóneo para desarrollar los objetivos que se quieren alcanzar y obtenido los recursos necesarios para introducirlo en el aula, se procede a exponerlo para todos los alumnos.

El juego, por sus características generales expuestos en el marco teórico, siempre lleva consigo unas reglas (Huizinga, 2007). Así, en esta segunda fase, los alumnos llegarán a entender las reglas de juego y los objetivos del juego matemático en sí. Para ello, se seguirá el siguiente esquema:

Tabla N° 22. Esquema segunda fase: Planteamiento del juego matemático.

Enunciar los contenidos		Se leerán en alto los contenidos que se quieren trabajar ese día, se mostrarán mediante una diapositiva, o se repartirá un papel con los contenidos escritos en él.
Planteamiento del juego matemático	Enunciar el juego matemático	Se va a dar el enunciado del juego matemático. Según las características del propio juego, se repartirán la hoja, el juego geométrico en formato tridimensional, el puzle, el tangram...
	Presentación de las reglas de juego	Se presentarán las reglas de juego referentes al juego matemático que se va a trabajar. Podrá realizarse mediante cualquiera vía descrita en el anterior paso.
	Deducción de objetivos	Se realizará una lluvia de ideas acerca de cuáles son los objetivos que se quieren obtener de la utilización del juego matemático.

Nota: Esquema segunda fase: Planteamiento del juego matemático. Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984).

5.3.3. Fase 3: Inicio del estudio del juego matemático

Una vez que los contenidos curriculares, objetivos didácticos y el enunciado del juego matemático se hayan analizado satisfactoriamente, se procederá a dejar a los alumnos que empiecen con el estudio del juego matemático. Esta fase es la fase de la exploración, donde el principal objetivo es que el alumno comprenda completamente el juego matemático, y se familiarice con él. Aunque hasta ahora se haya trabajado con la totalidad de la clase, mediante la utilización de lluvia de ideas, ahora el carácter del juego delimitará si el proceso continúa con los alumnos trabajando individualmente o en agrupamientos flexibles.

Sea cual sea el carácter del juego matemático, en esta tercera fase se empezará a trabajar en base a las directrices heurísticas para resolver problemas en juegos matemáticos. De Guzmán (1984) describe esta fase de inicio del estudio del juego matemático como *Antes de hacer trataré de entender*. Son muchos los que empiezan a desarrollar los problemas y juegos matemáticos “a lo loco”.

Por eso, hay que establecer unas instrucciones para que se realice el estudio del juego matemático adecuadamente. Estas instrucciones estarán descritas en formato de

preguntas guía, para que los alumnos mediante el análisis de estas preguntas realicen un buen estudio, y entiendan lo que el juego matemático pretende desarrollar.

Tabla N° 23. Preguntas guía tercera fase: Inicio del estudio del juego matemático.

Preguntas guía para el inicio del estudio
¿He entendido bien las reglas de juego?
¿Se puede realizar algún dibujo, figura o esquema para ayudar a comprender mejor el enunciado?
¿Conozco todas las partes del juego?
¿Puedo empezar a jugar o resolver el enunciado del juego matemático?

Nota: Preguntas guía tercera fase: Inicio del estudio del juego matemático.
Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984).

5.3.4. Fase 4: Planteamiento y puesta en práctica de la estrategia

Una vez que el alumno haya estudiado, analizado, comprendido, entendido, y se haya familiarizado con el juego matemático, es hora de tramar una estrategia y llevarlo a cabo. De Guzmán (1984) diferencia esta fase en dos partes. Primero, hay que tramar la estrategia, y luego, se mirará si la estrategia tramada nos lleva al final. Esta cuarta fase, por tanto, se divide en los siguientes dos pasos:

Tabla N° 24. Pasos a seguir fase 4: Planteamiento y puesta en marcha de la estrategia.

Tramar una o varias estrategias	<p>Primero hay que buscar conexiones con otros elementos del juego matemático.</p> <p>Si es necesario, y no se puede resolver, se debe construir un juego auxiliar más simple que se pueda resolver.</p> <p>Hay que desarrollar un buen esquema de los puntos principales en la mente para la obtención del resultado que se pide.</p> <p>Construir uno o varios planes de ataque.</p>
Puesta en práctica de la estrategia	<p>Tratar de poner en práctica el plan de ataque, si se trabaja en grupo, debe ser consensuado por todos los participantes.</p> <p>Ante varias ideas, estudiarlas una a una, por orden, y elegir la mejor.</p> <p>Llevar la estrategia adelante con decisión.</p>

Nota: Pasos a seguir fase 4: Planteamiento y puesta en marcha de la estrategia.
Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984).

Aunque el juego matemático planteado pueda ser un juego matemático basado en el conocimiento, o en la estrategia, tramar un plan nos ayudará a resolver cualquier problema que se nos presente.

5.3.5. Fase 5: Sacar jugo al juego

Mediante este juego de palabras (Sacar jugo al juego) describe de Guzmán (1984) la última fase para tratar a un juego matemático. En esta propuesta didáctica, queda otra fase por describir, pero la utilización del juego matemático elegido en la primera fase queda concluida en esta quinta fase. Esta fase tiene como base el análisis del proceso de la resolución del juego matemático. El alumno no debe considerar que al obtener la respuesta haya terminado el juego matemático. Debe analizar los resultados obtenidos minuciosamente, relacionando los pasos que ha seguido para su resolución. Además habrá que localizar el éxito de la estrategia que ha planteado y utilizado.

Si el juego se ha realizado en grupo, esta fase de reflexión deberá realizarse de la misma forma. Se analizarán los resultados colectivamente, dando argumentos colectivamente, y analizando las estrategias que se han utilizado y las que no para la obtención del resultado.

Esta fase, queda resumida en la siguiente tabla:

Tabla Nº 25. Fase 5: Sacar jugo al juego.

Sacar jugo al juego	No considerar que el juego termina al obtener los resultados, o terminar la partida.
	Estudiar los resultados, e intentar razonar la veracidad de ellos.
	Analizar las estrategias planteadas, las que se han utilizado, las que no, e intentar localizar el éxito de la estrategia que ha ayudado a obtener el resultado.

Nota: Fase 5: Sacar jugo al juego. Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984).

5.3.6. Fase 6: Creación de nuevos juegos matemáticos

Esta propuesta didáctica queda concluida con la creación de un nuevo juego matemático. De Guzmán (1989) afirma que en los grandes juegos la presencia de problemas interesantes no se agota. El jugador avanzado, tratará siempre de resolver las situaciones inéditas del juego de un modo original.

Unos pocos son capaces de crear juegos nuevos, fértiles en ideas y situaciones de interés, que dan lugar a estrategias posibles originales y a procesos lúdicos innovadores. Esto corresponde a la creación de nuevas teorías matemáticas, ricas en ideas y problemas en sí mismas, y posiblemente con aplicaciones para atacar problemas abiertos y para explorar más profundamente niveles de la realidad hasta entonces en penumbra (De Guzmán, 1989, p.62).

Esta sexta y última fase, queda resumida de la siguiente manera:

Tabla Nº 26. Fase 6: Creación de nuevos juegos matemáticos.

Creación de nuevos juegos matemáticos	<p>Se intentará plantear un nuevo juego matemático, parecido al que se ha trabajado en clase.</p> <p>Se construirán todas las partes del juego (reglas de juego, fichas de enunciados, piezas geométricas, etc.).</p> <p>Se comprobará si la estrategia utilizada para resolver el juego matemático planteado en clase sirve para la creada.</p>
--	--

Nota: Fase 6: Creación de nuevos juegos matemáticos. Elaboración propia a partir de de Guzmán (1984).

5.4. Sesión de ejemplo

A continuación, se procede a desarrollar una sesión ejemplo, para trabajar las seis fases de la propuesta didáctica planteada en el anterior apartado. Esta sesión ejemplo tiene como base un juego matemático para trabajar el contenido *Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.* del bloque de Geometría y Medida.

Fase 1: Elección del juego matemático

Para el desarrollo de la sesión ejemplo se considera que el profesor ha realizado adecuadamente los pasos descritos en la propuesta didáctica, Fase 1. Se ha realizado un

estudio bibliográfico, se han analizado los juegos matemáticos, se ha elegido el juego matemático que se va a utilizar en el aula y se han conseguido todos los recursos.

Se ha elegido un *cuadrado mágico*, en formato papel, y los alumnos trabajarán en grupos flexibles de 4 personas, para que la realización de este trabajo se haga de forma participativa y colaborativa. El papel que se les dará es el siguiente:

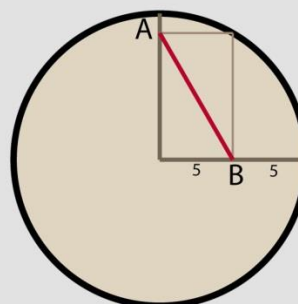
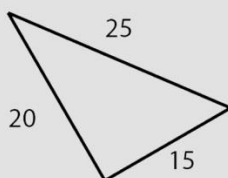
CUADRADO MÁGICO DE ÁREAS Y PERÍMETROS DE POLÍGONOS

En este juego matemático, se debe descubrir la ubicación de 25 números. La característica de los cuadrados mágicos es que la suma de todos los números de cada fila y cada columna es siempre el mismo número. En este caso, el número mágico del cuadrado es el 65.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

En cada cuadrado debes escribir un número, y ese número hay que conseguirlo de las 16 definiciones o propiedades que se dan a continuación.

2. Área del rombo con diagonal mayor $D=6\text{cm}$ y diagonal menor $d=2\text{cm}$
3. Área del triángulo rectángulo de catetos 3 y 10 cm.
4. Área del trapecio de altura 2 y bases 12 y 7 cm.
6. Número de vértices de un dodecaedro.
7. Perímetro de un cuadrado de lado 6 cm.
9. Número de lados de un heptágono.
11. Número de lados de un polígono regular inscrito en una circunferencia y con ángulo central de 45° .
12. ¿Cuál es la altura más corta del siguiente triángulo?
13. Área y perímetro de un cuadrilátero sencillo con lados todos iguales a 4 cm.
14. Perímetro de un pentágono de 5 cm
16. Área de un rectángulo de lado 3 cm y diagonal de $\sqrt{58}$
17. El lado de un rombo de diagonal mayor $D=8\text{ cm}$ y diagonal menor $d=6\text{ cm}$
18. Perímetro de un triángulo rectángulo de catetos 12 y 5 cm.
19. La hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 12 y 5 cm.
21. Área de Área de un rombo con $D=7\text{ cm}$ y $d=4\text{ cm}$.
23. Área del paralelogramo que tiene lado 11 y cuya altura correspondiente 2 cm.
25. La longitud de la línea roja de la siguiente imagen.



Acaba de rellenar las casillas que te faltan.

Gráfico N° 19. Cuadrado mágico de áreas y perímetros de polígonos. Fuente: Elaboración propia a partir de García Azcárate (2013, p. 23, 116-118) y Gardner (2010, p.61).

Fase 2: Planteamiento del juego matemático

El profesor enunciará el contenido que se quiere trabajar mediante este juego matemático. En este caso es *Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.*

Se repartirá la hoja correspondiente a cada grupo y se procederá a mostrar las reglas de juego en una diapositiva. Las reglas de juego son las siguientes:

Cada alumno tendrá que resolver 4 problemas.

1. El alumno A empieza con el problema 1, y los alumnos B, C y D, ayudarán al alumno A a resolverlo. Estos alumnos no podrán hablar, solamente contestar con un sí o no a las preguntas que realice el alumno A. El alumno B resolverá el problema 2, y así consecutivamente.
2. Después de resolver cada pregunta, todos los participantes del grupo deben comentar lo más interesante de ella, analizando la estrategia utilizada por el compañero.
3. El último problema se intentará resolver entre todos, y en su realización sí se puede hablar.
4. El grupo finalizará el trabajo cuando formule un cuadrado mágico nuevo de dimensiones 3×3 , de la misma tipología de la que se ha dado.

Luego, los alumnos deberán deducir los objetivos que tiene este juego matemático. Se realizará una lluvia de ideas, y el profesor deberá asegurarse de que al final de esta lluvia de ideas se muestren a los alumnos.

1. Repasar las propiedades de los polígonos.
2. Utilizar el teorema de Pitágoras.
3. Recordar las fórmulas de cálculo de áreas de los polígonos.
4. Realizar preguntas guía a los compañeros para trabajar la fase retentiva del pensamiento.
5. Identificar las dificultades que aparecen en los problemas.

Fase 3: Inicio del estudio del juego matemático

Cada alumno deberá afrontar su problema mediante la utilización de preguntas guía. Deberá realizarlas a sus compañeros, y éstos deberán afirmarlo o negarlo, para que sea el mismo alumno el que consiga principalmente obtener el resultado. Aquí radica la importancia de la Regla N°2.

Fase 4: Planteamiento y puesta en práctica de la estrategia

Cada alumno deberá tramar su estrategia con la ayuda de las preguntas guía que puede realizar, y luego tratará de poner en práctica para saber si se puede resolver de ese modo.

Fase 5: Sacar jugo al juego

Después de resolver cada pregunta todos los participantes del grupo analizarán los pasos que ha llevado el alumno, la estrategia que ha utilizado, comentarán la estrategia que cada uno utilizaría, etc. La Regla N°3 describe lo que tienen que hacer en esta fase.

Fase 6: Creación de nuevos juegos matemáticos

Para terminar la sesión, tal y como la Regla N° 5 expresa, los alumnos deben crear un nuevo cuadrado mágico, del mismo modo del que se les ha dado, pero para que no resulte muy pesada la creación de nuevos juegos matemáticos, se les pide realizar un cuadrado mágico pequeño.

6. APORTACIONES DEL TRABAJO

La principal aportación del trabajo es mostrar los beneficios y la utilidad que tienen los juegos matemáticos dentro del aula y principalmente para trabajar los contenidos relativos al bloque de Geometría y Medida en un aula de 4º de la ESO.

El estudio del marco teórico ha resaltado que la situación actual de las matemáticas en España no está en su mejor momento, y que los contenidos relativos al estudio y forma son los que peores resultados han dado. Además, se ha comprobado que la utilización de juegos puede beneficiar el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula. El estudio de campo además ha resaltado esta actitud positiva hacia los juegos matemáticos. Tanto la mayoría de los docentes como casi todos los alumnos se muestran favorables a la utilización de dichos recursos lúdicos en el aula.

Por eso, este trabajo aporta una propuesta didáctica basada en la utilización de juegos, como buena herramienta motivadora para los alumnos. Se ha querido realizar una metodología bastante general, para que el docente pueda trabajar varios contenidos en las fases descritas en ella.

7. CONCLUSIONES

La realización de este trabajo ha concluido cumpliendo todos y cada uno de los objetivos planteados al principio del trabajo. Las conclusiones obtenidas a través de la realización de este trabajo son los siguientes:

1. Se ha cumplido el objetivo de *Analizar la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y valorar la necesidad de realizar un cambio metodológico para su enseñanza y aprendizaje*, ya que el estudio de los resultados de varios informes y estudios internacionales han cerciorado esta necesidad. El estudio PISA 2012 nos ha dado a conocer que la competencia matemática en España está menos desarrollada que la media de OCDE, y que el contenido que peores resultados ha obtenido ha sido el relativo a geometría, el de *espacio y forma*. El informe Evaluación General Diagnóstico, por su parte, ha dejado entrever que la geometría es una de las áreas más difíciles de las matemáticas para los alumnos. Así, se puede afirmar que se ha analizado la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y se ha confirmado que existe una necesidad inmediata de realizar un cambio metodológico para que los resultados mejoren considerablemente.
2. En lo referente al objetivo de *Conocer las dificultades que presentan los alumnos de 4º de la ESO en el aprendizaje de la geometría y la medida*, se han señalado las dificultades que encuentran los alumnos en el desarrollo del área. Entre ellas destacan el rigor, la abstracción y la generalidad. El estudio de campo ha afirmado que los alumnos encuentran el mayor problema en la abstracción de la Geometría y Medida, tal y como el estudio teórico señalaba. Además se ha realizado un análisis de las tareas que se desarrollan en Geometría y Medida, y las habilidades que se pueden adquirir trabajándolas.
3. En relación al objetivo de *Investigar el uso de los juegos como estrategia didáctica en el aula y analizar los recursos, estrategias y metodologías que se pueden trabajar con ellos*, se ha podido descubrir que los juegos matemáticos son una herramienta didáctica adecuada para adquirir conocimientos. Primero se ha realizado un análisis del juego en términos generales y se ha resaltado su función creadora de cultura. En el análisis se ha podido conocer la realidad de la herramienta lúdica y sus características generales; son libres, absorbentes, serios y tienen lugar y duración. También se ha realizado un análisis de los juegos matemáticos en el aula, y analizado

los errores que suelen aparecer al trabajar con ellos. La concepción del juego como pérdida de tiempo, o la utilización de juegos matemáticos no adecuados son factores negativos al tratar de incorporarlas en el aula. Por todo esto, se puede afirmar que se ha cumplido el presente objetivo.

4. En cuanto al objetivo *Establecer cuáles son los juegos más idóneos para obtener las competencias de los bloques de Geometría y Medida*, se puede mencionar el análisis de los juegos matemáticos que se ha hecho en lo referente. Se han analizado los juegos matemáticos mediante ejemplos reales, y además se ha hecho una clasificación de los tipos de juegos matemáticos geométricos que puedan aparecer. Por tanto, se considera que el análisis realizado establece los juegos matemáticos más adecuados para trabajar el bloque objeto de estudio.
5. En conclusión, se afirma que se ha cumplido el objetivo principal del presente trabajo, el de *Presentar una propuesta didáctica basada en la utilización de juegos matemáticos para enseñar geometría y medida en 4º de la ESO*. La propuesta metodológica realizada se fundamenta en el estudio del marco teórico y en los resultados obtenidos del estudio de campo, y en términos generales es válido para trabajar cualquier contenido matemático. La sesión de ejemplo que se ha realizado concreta más la utilización adecuada de los juegos matemáticos aplicados a la geometría, y desarrolla un guía mediante fases para que el docente sepa cómo elegir, desarrollar la utilización de los juegos y concluir de una manera adecuada su utilización.

8. LIMITACIONES DEL TRABAJO

Aunque se haya cumplido con éxito el objetivo principal de este trabajo, el desarrollar una propuesta didáctica con la utilización de los juegos matemáticos aplicados al bloque de Geometría y Medida para los alumnos de 4º de la ESO, el poco tiempo disponible para la realización de este Trabajo Fin de Master ha sido una limitación, ya que no se ha podido poner en práctica la propuesta didáctica desarrollada, y por tanto, no se han obtenido conclusiones en lo referente a la viabilidad y los resultados que pueda tener.

La utilización de los juegos matemáticos puede ayudar a la consecución de competencias adecuadas en todo el ámbito matemático, pero el factor tiempo ha influido también a la hora de acotar el ámbito de aplicación, y por tanto, no se ha podido realizar un estudio más amplio de la asignatura en general, y tampoco una propuesta que responda al currículo completo de las matemáticas. La limitación de ceñirse a un bloque concreto de las matemáticas ha podido mejorar la calidad del estudio del marco teórico y el estudio de campo, por ser más específico y poder concretar muchas características de los juegos matemáticos que al no ser así, quedarían en el aire. Pero por limitarse a un bloque concreto no se ha podido realizar un análisis de tipos de juegos matemáticos que se pueden utilizar en otros ámbitos.

Otra de las limitaciones que se ha observado es la relativa a la extensión del estudio de campo. No se ha podido realizar un análisis completo de todas las preguntas de los dos cuestionarios por falta de espacio. Se ha tratado de obtener mucha información, tanto por parte de los profesores, tanto por el de los alumnos, y así concretar más la propuesta didáctica. En el análisis de los resultados de los cuestionarios no se han detallado los resultados de todas las preguntas, y se han tenido que mostrar en el apartado *Anexos*.

9. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

Para poder realizar una valoración más generalizada de la propuesta didáctica propuesta en este trabajo, se considera importante ponerla en práctica. De esta manera, se podrían mejorar los aspectos relativos a su aplicación en el aula, analizando la respuesta que dan los alumnos ante la propuesta.

Se ha intentado realizar una propuesta didáctica bastante generalizada para la utilización de los juegos matemáticos en el aula, pero tal y como se ha mencionado anteriormente, se ha tenido que ceñir a un bloque concreto, Geometría y Medida y un curso escolar, el 4º de la ESO. Así, se podría investigar sobre cómo utilizar los juegos matemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los otros bloques de contenidos y en aplicarlos a diferentes cursos educativos.

Otro aspecto importante que podría ser objeto de estudio sería la utilización de los juegos matemáticos representados mediante Tecnologías de la Información y de la Comunicación para enseñar el bloque de Geometría y Medida. Como recurso motivador, las TIC se están utilizando más y más, y por tanto, sería muy interesante investigar cómo podrían trabajarse los juegos matemáticos con la utilización de estas herramientas tecnológicas.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

10.1. Referencias bibliográficas

- Abrate, R. S., Delgado, G. I. y Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *La Revista Iberoamericana de Educación*, 31, 1-9. Recuperado el 26 de noviembre del 2013 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>
- Corbalán, Fernando (1996). Estrategias utilizadas por los alumnos de secundaria en la resolución de juegos. *Suma*, 23, 21-32. Recuperado el 18 de noviembre de 2013 de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/23/021-032.pdf>
- De Guzmán, M. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. En Actas de las IV J Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas Santa Cruz de Tenerife (pp. 49-85).
- De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *Suma*, 4, 61-64. Recuperado el 17 de noviembre de 2013 de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/4/061-064.pdf>
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- De Torres Curth, Mónica (2001). El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional. *Suma*, 38, 23-29.
- Decreto 97/2010, de 30 de marzo, por el que se modifica el Decreto que establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco (20 de abril de 2010), núm.72, pp.2010-2109. Disponible en <http://www.euskadi.net/bopv2/datos/2010/04/1002109a.pdf>
- García Azcárate, A. (2013). *Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas: Geometría*. Madrid: Editorial Aviraneta.
- García Peña, S. y López Escudero, O. L. (2008). La enseñanza de la geometría. *Materiales para apoyar la práctica educativa*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Recuperado el 26 de noviembre de 2013 de <http://www.oei.es/pdf2/ensenanza-geometria-mexico.pdf>

- Gardner, Martin (2010). *Matemáticas para divertirse*. Barcelona: RBA.
- Huizinga, Johan (2007). *Homo ludens*. Traducción de Eugenio Imaz. Madrid: Alianza Editorial.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 de mayo de 2006), núm. 106, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 295, pp. 97858-97921. Disponible en: <https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>
- Ministerio de Educación (2011). *Informe general de diagnóstico 2010: Informe de resultados*. Madrid. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/informe-egd-2010.pdf?documentId=0901e72b80d5ad3e>
- OCDE (2013). *ESPAÑA—Nota País—Resultados PISA 2012*. Disponible en: <http://estaticos.elmundo.es/documentos/2013/12/03/pisa-espana.pdf>
- OCDE (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do - Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. PISA, OECD Publishing. Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf>
- OCDE/PISA (2010). *PISA 2009. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Disponible en: <http://www.educacion.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/pisa-2009-con-escudo.pdf?documentId=0901e72b808ee4fd>
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>
- Villabrille, Beatriz (2005). El juego en la enseñanza de las matemáticas. *Premisa*, 24, 16-22. Recuperado el 24 de noviembre de 2013 de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/24%20Villabrille.pdf>

10.2. Bibliografía complementaria

Albericio, J. J. (1997). *Las agrupaciones flexibles*. Barcelona: Edebé.

Alonso Tapia, Jesús (1997). *Motivar para el aprendizaje*. Barcelona: Edebé.

Barberà Gregori, Elena (1999). *Evaluación de la enseñanza, evaluación del aprendizaje*. Barcelona: Edebé.

Gardner, Martin (2008). *Juegos y enigmas de otros mundos*. Barcelona: Editorial Gedisa.

Gardner, Martin (2013). *¡Ajá! Paradojas que te hacen pensar*. Barcelona: RBA.

Moreno, A. (1992) Juegos y actitud crítica. *Suma*, 10, 68.74.

Stewart, Ian (2005). *Locos por las matemáticas*. Barcelona: Editorial Crítica.

Vygotski, Lev S. (2000). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Traducción de Silvia Furió. Barcelona: Crítica.

11. Anexos

11.1. Cuestionario docentes

1. Edad:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Menos de 25 años | <input type="checkbox"/> 45-56 años |
| <input type="checkbox"/> 26-35 años | <input type="checkbox"/> 57-65 años |
| <input type="checkbox"/> 36-45 años | <input type="checkbox"/> Más de 66 años |

2. Sexo:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Hombre | <input type="checkbox"/> Mujer |
|---------------------------------|--------------------------------|

3. Carácter del centro en el que trabajas:

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Público | <input type="checkbox"/> Concertado | <input type="checkbox"/> Privado |
|----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|

4. ¿En qué trimestre se imparte en su centro el bloque de geometría en 4º de la ESO?

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1º trimestre | <input type="checkbox"/> 2º trimestre |
| | <input type="checkbox"/> 3º trimestre |

5. Creo que el tiempo dedicado a impartir el bloque de Geometría es suficiente. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

Comente: _____

6. ¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida trabaja más en su clase? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el más trabajado, y 1= el menos trabajado.

- ☐ Teoremas de Thales y Pitágoras.
- ☐ Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.
- ☐ Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
- ☐ Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta.

7. ¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida le cuesta más trabajar en clase? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el que más le cuesta trabajar, y 1= el que más fácil se le hace.

- ☐ Teoremas de Thales y Pitágoras.
- ☐ Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.
- ☐ Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
- ☐ Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta.

Comente: _____

8. ¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida les cuesta más comprender a los alumnos? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el que más les cuesta comprender, y 1= el que más fácil se les hace.

- ☐ Teoremas de Thales y Pitágoras.
- ☐ Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.
- ☐ Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
- ☐ Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta.

9. ¿Qué habilidades crees que se adquieren en el aprendizaje de la geometría? Marque los que crea necesarios.

- ☐ Habilidades visuales
- ☐ Habilidades de comunicación
- ☐ Habilidades de dibujo
- ☐ Habilidades lógicas o de razonamiento
- ☐ Habilidades de aplicación o transferencia

Otras: _____

Comente: _____

10. ¿Utiliza los juegos matemáticos como recurso didáctico en el aula para trabajar la Geometría y Medida?

- ☐ Sí ☐ No

En caso de utilizarlos, ¿qué juegos matemáticos utiliza?

11. Creo que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo

- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

12. Creo que los juegos matemáticos son propicios para el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque Geometría y Medida. ¿En qué medida está de acuerdo con esta opinión?

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

11.2. Cuestionario alumnos

1. ¿Eres repetidor?

☐ Sí

☐ No

2. Sexo:

☐ Hombre

☐ Mujer

3. Creo que el tiempo dedicado a aprender el bloque de Geometría y Medida es suficiente. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

Comente: _____

4. ¿Qué contenidos del bloque de Geometría y Medida se le han hecho más difíciles entender hasta ahora? Ordénelos de mayor a menor, siendo 4 =el que más le cuesta, y 1= el que menos.

- ☐ Teoremas de Thales y Pitágoras.
- ☐ Métodos para la resolución de problemas de medida, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.
- ☐ Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
- ☐ Introducción a la geometría analítica en el plano; Sistema de Referencia. Coordenadas. Vectores. Ecuación de la recta.

Comente: _____

5. ¿Qué habilidades cree que se adquieren en el aprendizaje de la geometría y la medida? Marque los que crea necesarios.

- ☐ Habilidades visuales
- ☐ Habilidades de comunicación
- ☐ Habilidades de dibujo
- ☐ Habilidades lógicas o de razonamiento
- ☐ Habilidades de aplicación o transferencia

Otros: _____

Comente: _____

6. ¿Qué concepción tiene de la geometría y la medida?

- ☐ Se me hace muy fácil comprenderlo.
- ☐ Se me hace medianamente fácil comprenderlo.
- ☐ Me parece muy abstracto.
- ☐ Creo que el lenguaje a utilizar es muy riguroso y difícil de entender.
- ☐ Se me hace muy difícil comprender en general.

7. Me gusta utilizar recursos didácticos como los juegos matemáticos. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

8. Creo que con la utilización de los juegos matemáticos podría llegar a entender mejor los contenidos relativos a la Geometría y Medida. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

9. Creo que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. Responde en qué medida está de acuerdo con esta afirmación.

- ☐ Totalmente de acuerdo
- ☐ Algo de acuerdo
- ☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
- ☐ Algo en desacuerdo
- ☐ Totalmente en desacuerdo

11.3. Gráficos de los resultados del estudio de campo

En este anexo se muestran los resultados de las preguntas que no se han analizado en el apartado *Resultados del estudio de campo*.

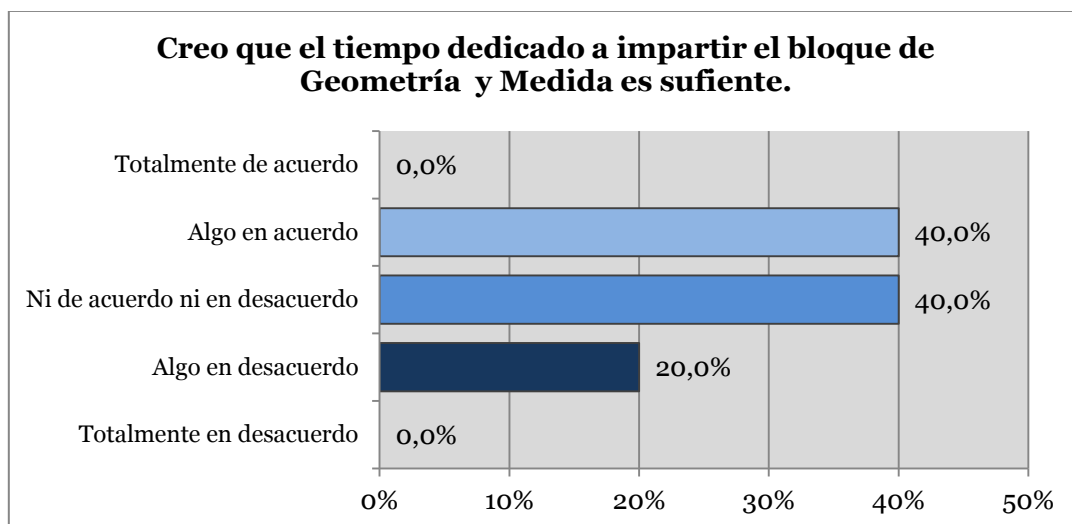


Gráfico N° 20. Pregunta N°5 docentes. Fuente: Elaboración propia.

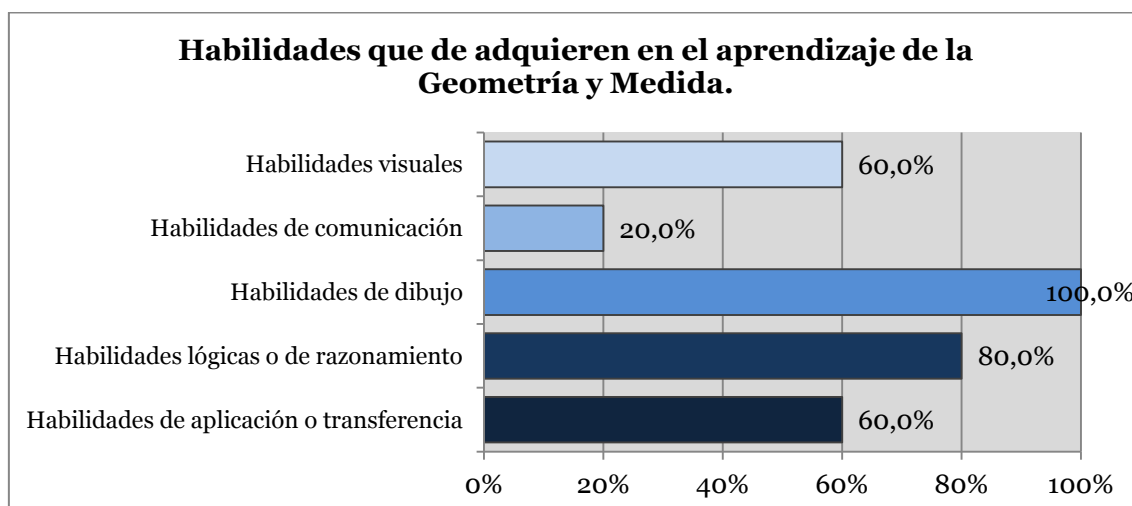


Gráfico N° 21. Pregunta N°9 docentes. Fuente: Elaboración propia.

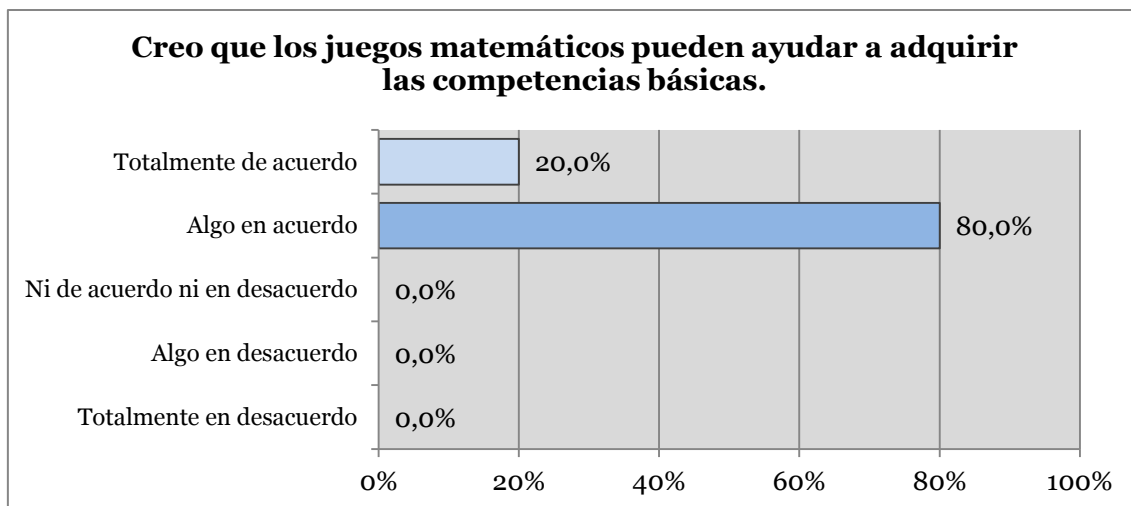


Gráfico N° 22. Pregunta N°11 docentes. Fuente: Elaboración propia.

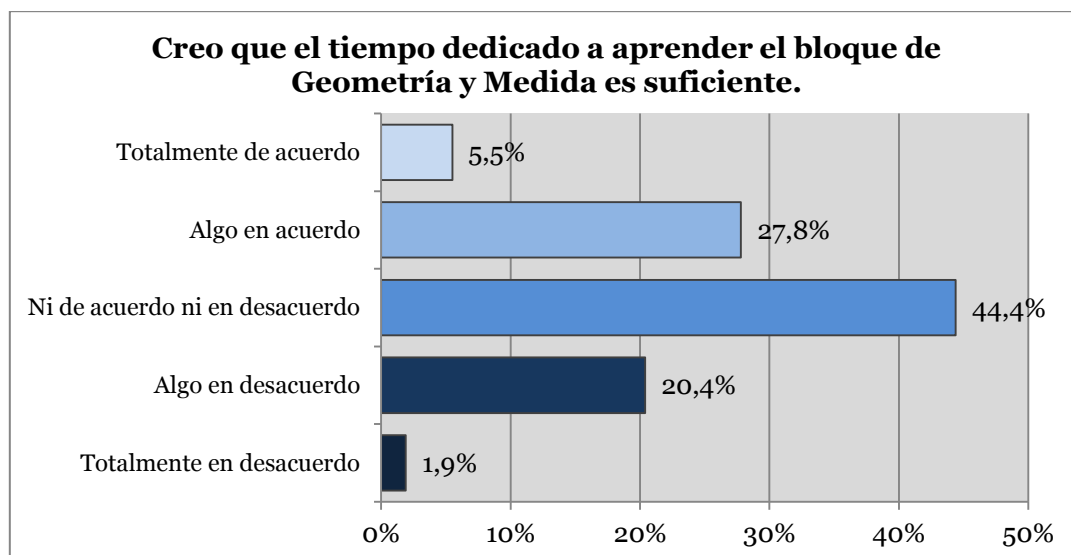


Gráfico N° 23. Pregunta N°3 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

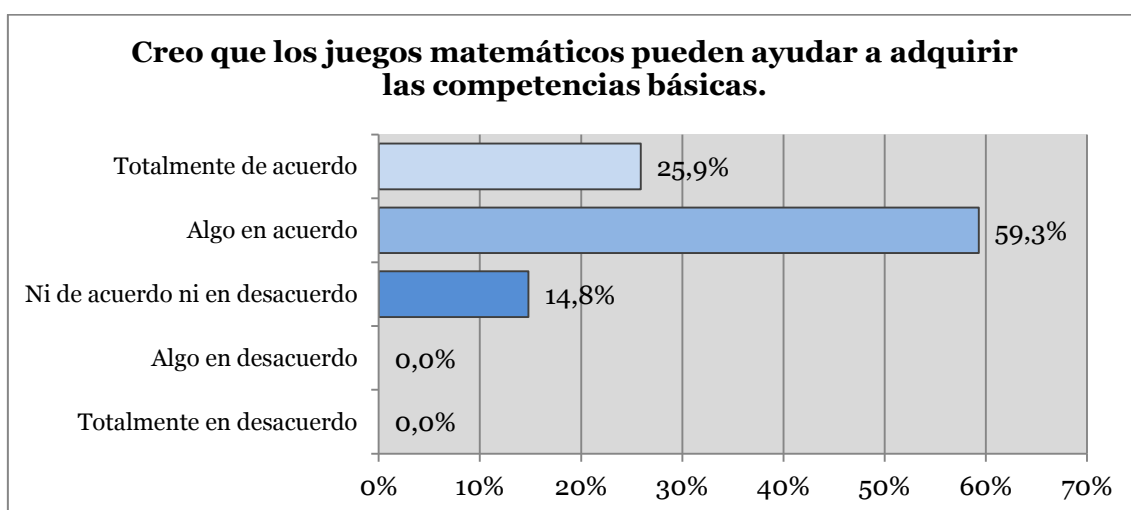


Gráfico N° 24. Pregunta N° 9 alumnos. Fuente: Elaboración propia.

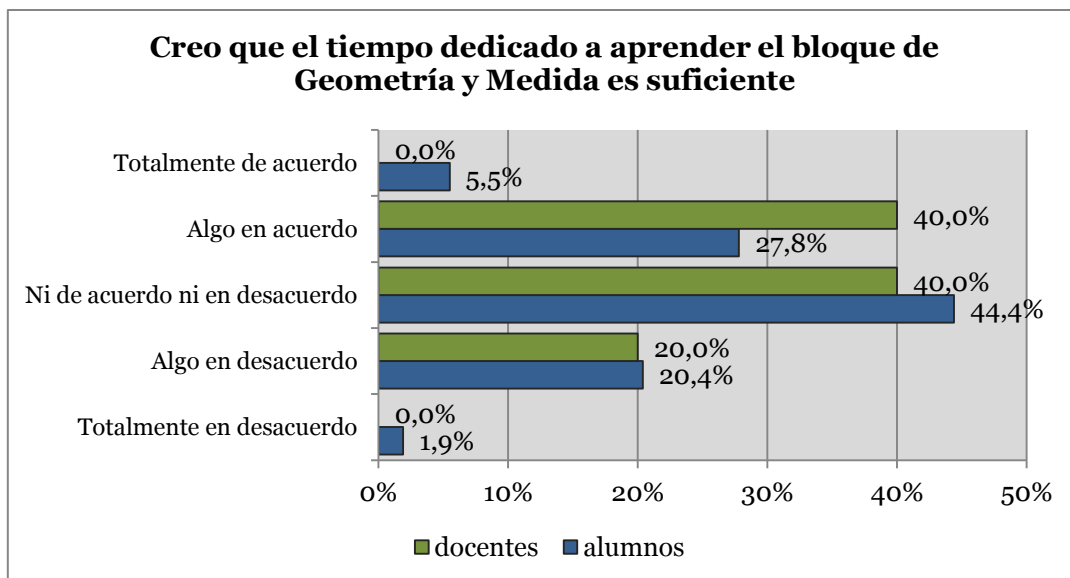


Gráfico N° 25. Creo que el tiempo dedicado a aprender el bloque de Geometría y Medida es suficiente. Comparación de los resultados de docentes y alumnos. Fuente: Elaboración propia.

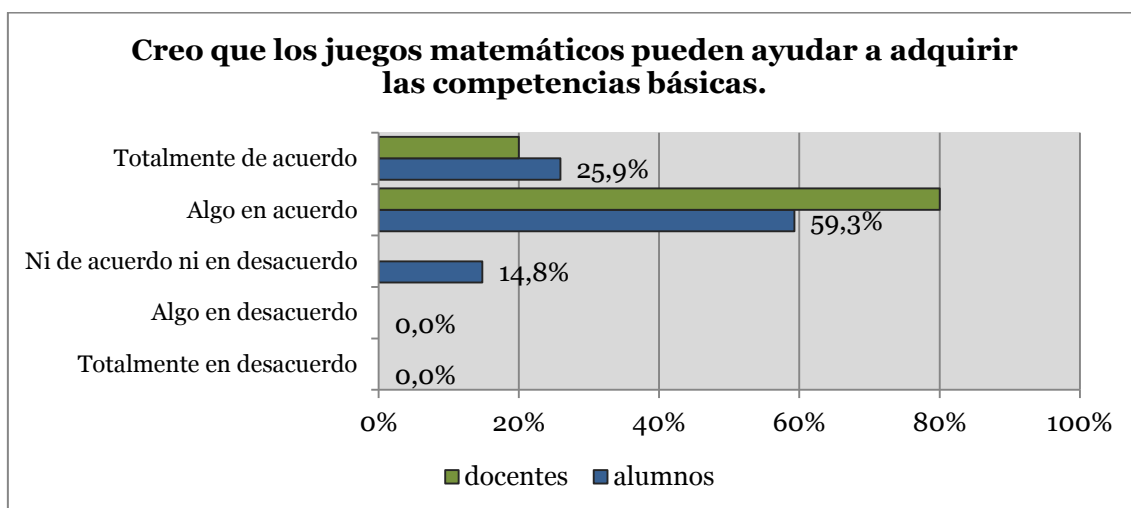


Gráfico N° 26. Creo que los juegos matemáticos pueden ayudar a adquirir las competencias básicas. Comparación de los resultados de docentes y alumnos. Fuente: Elaboración propia.

11.4. Cuestionario de ejemplo rellena en euskara: docentes

Ondorengo galderak Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan, Batxilergoan, Lanbide Heziketan eta Hizkuntzen Irakaskuntzan irakasle gisa aritzeko gaitzen duen Unibertsitate Master Ofizialaren Master Amaierako Lana egiteko erabiliko dira. Lanaren xedea DBHko 4. Mailan geometria eta jolas matematikoei buruzko proposamen didaktiko bat egitea da. Eskerrik asko aldeztu aurretik,

XABIER ETXANIZ ULAZIA

Erantzunen emaitzak modu anonimoan erabiliko dira, baina galderak erantzuten dituen irakaslearen baimena ezinbestekoa da.
Nire erantzunen emaitzak Master Amaierako Lanean erabiltzeko baimena ematen dut.

☒ Bai

☐ Ez

Adina:

- ☐ 25 urte baino gutxiago
☐ 26-35 urte bitartean

- ☐ 36-45 urte bitartean
☒ 45-56 urte bitartean

- ☐ 57-65 urte bitartean
☐ 66 urte baino gehiago

Sexua:

☐ Gizonezkoa

☒ Emakumezkoa

Lan egiten duzun zentrua, nolakoa da?

☐ Publikoa

☒ Kontzertatua

☐ Pribatua

1. Zein hiru hilekotan irakasten da zure zuk lan egiten duzun zentruan geometriari dagokion eduki-multzoa 4. DBH-n?

☐ 1go hiru hilekotan

☒ 2. hiru hilekotan

☐ 3. hiru hilekotan

2. Geometriari dagokion eduki-multzoiari denbora nahikoa eskaintzen zaiona iruditzen zait. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

- ☐ Guztiz ados
☐ Ados
☐ Berdin zait
☐ Ez nago ados
☐ Ez nago batere ados

Iruzkina:

3. Geometriari buruzko zein eduki-multzoz lantzen duzu gehien zure klaseetan? Ordenatu handienetik txikienera, 4=gehien lantzen duzun eduki-multzoa izanik, eta 1= gutxien.

- ☒ Talesen eta Pitagorasaren teorema
☒ Neurri-problema ebazteko eta luzerak, azalerak, bolumenak eta abar kalkulatzeko metodoak.
☒ Luzeren, azalaren eta antzeko bolumenen arteko arazoiak.
☒ Planoko geometria analitikoa. Sarrera: erreferentzia-sistema. Koordinatuak. Bektoreak. Zuzenaren ekuazioa.

4. Geometriari buruzko zein eduki-multzoz kostatzen zaizu gehien lantzea zure klaseetan? Ordenatu handienetik txikienera, 4=gehien kostatzen zaizun eduki-multzoa izanik, eta 1= gutxien.

- ☒ Talesen eta Pitagorasaren teorema
☒ Neurri-problema ebazteko eta luzerak, azalerak, bolumenak eta abar kalkulatzeko metodoak.
☒ Luzeren, azalaren eta antzeko bolumenen arteko arazoiak.
☒ Planoko geometria analitikoa. Sarrera: erreferentzia-sistema. Koordinatuak. Bektoreak. Zuzenaren ekuazioa.

Iruzkina:

5. Geometriari buruzko zein eduki-multzoz kostatzen zaie ikasleei gehien ulertzea? Ordenatu handienetik txikienera, 4=gehien kostatzen zaiena izanik, eta 1= gutxien.

- ☒ Talesen eta Pitagorasaren teorema
☒ Neurri-problema ebazteko eta luzerak, azalerak, bolumenak eta abar kalkulatzeko metodoak.
☒ Luzeren, azalaren eta antzeko bolumenen arteko arazoiak.
☒ Planoko geometria analitikoa. Sarrera: erreferentzia-sistema. Koordinatuak. Bektoreak. Zuzenaren ekuazioa.

6. Geometria ikastea, zein gaitasun lantzen direla iruditzen zaizu? Markatu iruditzen zaizkizunak.

- ☒ Ikusmen-gaitasunak
☐ Komunikazio-gaitasunak
☒ Marrazketa-gaitasunak
☒ Arrazonomendu edo logika-gaitasunak
☒ Aplikazio edo transferentzia-gaitasunak

Besterik:

Iruzkina:

7. Gelan erabiltzen al duzu jolas matematikorik geometria lantzerako orduan?

☐ Bai

☒ Ez

Erabiliz gero, zeintzuk dira erabiltzen dituzunak?

8. Jolas matematikoei oinarritzko gaitasunak eskuratzen lagun dezaketela iruditzen zait. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

- ☒ Guztiz ados
☐ Ados
☐ Berdin zait
☐ Ez nago ados
☐ Ez nago batere ados

9. Jolas matematikoei Geometria eta Neurriari dagokion eduki-multzoz lantzeko egokiak direla iruditzen zait. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

- ☒ Guztiz ados
☐ Ados
☐ Berdin zait
☐ Ez nago ados
☐ Ez nago batere ados

11.5. Cuestionario de ejemplo rellena en euskara: alumnos

Ondorengo galderak Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan, Batxilergoan, Lanbide Heziketan eta Hizkuntzen Irakaskuntzan irakasle gisa aritzeko gaitzen duen Unibertsitate Master Ofizialaren Master Amaierako Lana egiteko erabiliko dira. Lanaren xedea DBHko 4. Mailan geometria, neurria eta jolas matematikoei buruzko proposamen didaktiko bat egitea da. Eskerrik asko aldeaz aurretik,

XABIER ETXANIZ ULAZIA

Erantzunen emaitzak modu anonimoan erabiliko dira, baina galderak erantzuten dituen ikaslearen baimena ezinbestekoa da.
Nire erantzunen emaitzak Master Amaierako Lanean erabiltzeko baimena ematen dut.

☒ Bai

☐ Ez

1. Errepikatzailea al zara?

☐ Bai

☒ Ez

2. Sexua:

☐ Gizonezkoa

☒ Emakumezkoa

3. Geometriari dagokion eduki-multzoari denbora nahikoa eskaintzen zaila iruditzen zait. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

☐ Guztiz ados

☐ Ados

☐ Berdin zait

☒ Ez nago ados

☐ Ez nago batere ados

Iruzkina: Ez nago ados, ez dugulako batere lantzen eta azkenean aloratu egiten zaigu.

4. Geometriari buruzko zein eduki-multzo kostatzen zaizu gehien ulertzea? Ordenatu handienetik txikienara, 4=gehien kostatzen zaizun eduki-multzoa izanik, eta 1= gutxien.

☒ Talesen eta Pitagorasen teorema

☒ Neurri-problema ebazteko eta luzerak, azalerak, bolumenak eta abar kalkulatzeko metodoak.

☒ Luzeren, azaleren eta antzeko bolumenen arteko arazoiak.

☒ Planoko geometria analitikoa. Sarrera: erreferentzia-sistema. Koordinatuak. Bektoreak. Zuzenaren ekuazioa.

Iruzkina:

5. Geometria ikastea, zein gaitasun lantzen direla iruditzen zaizu? Markatu iruditzen zaizkizunak.

☐ Ikusmen-gaitasunak

☐ Komunikazio-gaitasunak

☒ Marraketa-gaitasunak

☒ Arrazonamendu edo logika-gaitasunak

☒ Aplikazio edo transferentzia-gaitasunak

Besterik:

Iruzkina:

6. Zein da geometriari buruz daukazu ikusmoldea?

☐ Oso erraza egiten zait ulertzea

☒ Nahiko erraza egiten zait ulertzea

☐ Abstraktua iruditzen zait

☐ Erabili beharreko lengoia oso zorrotza eta ulertzeko zaila iruditzen zait

☐ Ulertzea oso zaila egiten zait orokorrean

7. Jolas matematikoak bezalako baliabide didaktikoak erabiltzea atsegin dut. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

☒ Guztiz ados

☐ Ados

☐ Berdin zait

☐ Ez nago ados

☐ Ez nago batere ados

8. Jolas matematikoak erabiliz, geometria eta neurriari buruzko eduki-multzoa hobeto ulertuko nukeela iruditzen zait. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

☒ Guztiz ados

☐ Ados

☐ Berdin zait

☐ Ez nago ados

☐ Ez nago batere ados

9. Jolas matematikoen oinarriko gaitasunak eskuratzen lagun dezaketela iruditzen zait. Zein da baieztapen honi buruz daukazu adostasun-maila?

☐ Guztiz ados

☒ Ados

☐ Berdin zait

☐ Ez nago ados

☐ Ez nago batere ados