

Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

**Análisis del trabajo
cooperativo para la
asignatura de
Matemáticas. Propuesta
práctica para 4º curso de
Educación Secundaria
Obligatoria**

Presentado por: Diana Rivas Cruz
Línea de investigación: Métodos pedagógicos
Director/a: Daniel Moreno Mediavilla

Ciudad: A Coruña
Fecha: 20/12/2013

Resumen

Desde hace varias décadas se estudian los múltiples beneficios que tiene sobre los alumnos el aprendizaje cooperativo, especialmente en asignaturas como Matemáticas, donde las diferencias en los rendimientos de los alumnos son más acusadas. Sin embargo, a la hora de ponerlo en práctica en el aula, apenas es significativo el número de profesores que optan por esta vía.

En este trabajo se va a llevar a cabo un estudio sobre el aprendizaje cooperativo en la asignatura de Matemáticas. En primer lugar se realiza una revisión bibliográfica exhaustiva, y se continúa con un análisis sobre su implementación en el aula. En este paso se analizan las distintas experiencias de profesores que lo han puesto en práctica y se realiza un estudio cualitativo de los resultados obtenidos en entrevistas a profesores de Matemáticas de la Comunidad Autónoma de Galicia. Este marco teórico se completa con la realización de una propuesta práctica sobre cómo se podría implementar el trabajo cooperativo en el bloque en Geometría de 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO).

De los resultados del estudio se extrae como conclusión la necesidad de seguir unas pautas de intervención para poder obtener los máximos beneficios en el aprendizaje cooperativo. De las actividades puestas en práctica por docentes y del trabajo de campo realizado, se comprueba que los profesores, a pesar de ser conocedores de las ventajas de esta metodología, en la mayor parte de los casos solo la utilizan de forma ocasional y no siempre de la manera adecuada. Por este motivo, la finalidad de la propuesta práctica es la de servir de guía a aquellos profesores que quieran utilizarla y no sepan cómo hacerlo.

Palabras clave: *aprendizaje cooperativo, Matemáticas, rendimiento académico, Educación Secundaria*

Abstract

During the last decades the multiple benefits that cooperative learning has over the students have been studied, especially in subjects like mathematics where differences among student's performance are more pronounced. However, almost an insignificant number of professors choose this way to put in into practice.

In this work a study about cooperative learning applied to Mathematics is carried out. First of all, an exhaustive bibliographic revision is developed and, after this, an

analysis about its implementation at a classroom level is presented. In this step the different experiences described by professors that have applied this methodology together with a qualitative analysis of the results obtained from the different interviews made to professors on Mathematics in Galicia are summarized. This theoretical framework is completed with the development of a practical proposal regarding how cooperative work could be implemented for the particular case of Geometry block taught in 4th grade of ESO.

From this study it can be concluded that a set of intervention guidelines need to be followed to obtain the maximum benefits of cooperative learning. From the activities put into practice by professors together with from the field work carried out, it can be checked that professors, despite they know the advantages and benefits of this methodology, only apply it on an occasional way and not always in a proper way in most of the cases. Therefore, the aim of the presented practical proposal is to serve as a guide to those teachers who want to use it and they do not know how to do it.

Keywords: *cooperative learning, Mathematics, academic achievement, secondary school.*

Índice de contenidos

1. Introducción	1
1.1. Justificación del trabajo y su título	1
2. Planteamiento del problema.....	2
2.1. Objetivos.....	2
2.2. Breve fundamentación de la metodología.....	2
2.3. Breve justificación de la bibliografía utilizada	3
3. Desarrollo	5
3.1. Revisión bibliográfica, fundamentación teórica.....	5
3.1.1. ¿Qué es el aprendizaje cooperativo?.....	5
3.1.2. Creación de grupos.....	6
3.1.3. El rol del profesor.....	8
3.1.4. Métodos para el aprendizaje cooperativo	9
3.1.5. Ventajas e inconvenientes del trabajo cooperativo.....	9
3.1.6. El aprendizaje cooperativo en Matemáticas	10
3.1.7. Técnicas del aprendizaje cooperativo en Matemáticas.....	12
3.1.8. Actividades utilizando el aprendizaje cooperativo en Matemáticas ...	14
3.1.9. Análisis de estudios planteados	19
3.2. Materiales y métodos.....	21
3.2.1. Entrevistas semiestructuradas a profesores de Matemáticas.....	21
3.3. Resultados y análisis.....	25
4. Propuesta práctica	27
5. Conclusiones	45
6. Líneas de investigación futuras	46
7. Limitaciones	47
8. Bibliografía	48
8.1. Referencias bibliográficas.....	52
8.2. Bibliografía complementaria	50
9. Anexos.....	52
9.1. Copia entrevista semiestructurada	53

1. Introducción del trabajo

1.1. Justificación del trabajo y su título

Hoy en día existe un número elevado de alumnos desmotivados y con falta de interés por aprender. Una de las causas de esta problemática es el tipo de metodologías que el profesor utiliza en el aula. El uso de únicamente clases magistrales fomenta la aparición de estas actitudes. Por este motivo se plantea la necesidad de utilizar metodologías que resulten más atractivas y motivadoras para los alumnos.

El aprendizaje cooperativo es un método motivador que aporta numerosos beneficios a los alumnos, no solo en el plano académico, sino también a nivel de habilidades sociales. Mediante el uso de este tipo de trabajo se favorece la adquisición de hábitos sociales como la cooperación y participación, la escucha activa, la empatía, el respeto por los demás o la integración de compañeros que por diversos motivos se encuentran excluidos dentro del aula.

Este tipo de habilidades sociales son de gran valor en la sociedad actual, donde se buscan individuos que sepan trabajar en grupo, colaborar, y que tengan un alto nivel de autoestima y seguridad en ellos mismos. Todas estas cualidades se ven mejoradas con la práctica de este tipo de aprendizaje.

Las Matemáticas han sido desde siempre una de las asignaturas que más respeto impone a los alumnos, considerándola apta solo para los alumnos más brillantes o aplicados de la clase. Por este motivo es importante plantearse qué se puede hacer para mejorar esta percepción sobre la asignatura.

El uso del aprendizaje cooperativo es de gran ayuda en la asignatura de Matemáticas. Con esta metodología los alumnos se ayudan mutuamente, se sienten menos reacios a la hora de pedir ayuda y permite que aprendan las técnicas de resolución de problemas que utilizan sus compañeros. Los alumnos aprenden más cuando son ellos mismos los que tienen que organizar su trabajo y ayudar a los demás.

Es importante que el docente tome conciencia de la necesidad de cambiar la metodología en las clases y se anime a utilizar el trabajo cooperativo. Por este motivo se ha planteado este tema para el trabajo, con el fin de que se conozcan las numerosas ventajas de este aprendizaje y los profesores dispongan de una guía de consulta a la hora de llevarlo a la práctica en el aula de Matemáticas.

2. Planteamiento del trabajo

2.1. Objetivos

El **objetivo principal** que se plantea en este trabajo es la realización de un análisis sobre el trabajo cooperativo en la asignatura de Matemáticas y cómo llevar a cabo su puesta en práctica en el aula de Educación Secundaria Obligatoria.

Como **objetivos específicos** se propone:

- Estudiar las características de este tipo de aprendizaje.
- Identificar la importancia del aprendizaje cooperativo en la asignatura de Matemáticas.
- Analizar experiencias llevadas a cabo en el aula de Matemáticas utilizando el trabajo cooperativo.
- Proponer una metodología para utilizar el trabajo cooperativo en la clase de Matemáticas de 4º de ESO.

2.2. Breve fundamentación de la metodología

Con la finalidad de alcanzar los objetivos que se han planteado en el apartado anterior, en este trabajo se ha seguido una metodología diversa que se va a exponer a continuación.

El marco teórico se ha llevado a cabo mediante la realización de un estudio bibliográfico sobre el tema del aprendizaje cooperativo, fijándose especialmente en aquellas publicaciones que se centran en la materia de Matemáticas. En este estudio se han consultado obras de referencia y autores de importante relevancia en el tema.

Dentro del marco teórico, también se ha realizado una revisión sobre diferentes experiencias de profesores que utilizaron esta metodología en el aula de Matemáticas, analizando la forma en que se la que se llevó a cabo y los resultados obtenidos de estas experiencias.

Asimismo, se ha realizado un estudio cualitativo de los resultados obtenidos al entrevistar a algunos profesores de Matemáticas en Secundaria de la Comunidad Autónoma de Galicia sobre la aplicación que actualmente hacen del aprendizaje cooperativo en sus clases.

Tras analizar las diferentes fuentes bibliográficas y considerar los resultados obtenidos en las entrevistas semiestructuradas, se ha realizado una propuesta práctica siguiendo las pautas estudiadas en el marco teórico del trabajo. Esta propuesta versa sobre la forma de llevar a cabo el bloque de Geometría utilizando el aprendizaje cooperativo cuyos destinatarios son los alumnos que cursan 4º de ESO.

2.3. Breve justificación de la bibliografía utilizada

La temática en la que se centra este trabajo es el aprendizaje cooperativo. Por este motivo se ha consultado especialmente autores de relevancia en ese tema.

El trabajo cooperativo es una metodología que se ha empezado a trabajar hace varias décadas y en la actualidad se siguen utilizando patrones de estudios de aquella época. De esta forma siguen destacando los trabajos de autores como Rober E. Salvin, profesor de universidad que en 1980 escribió un artículo titulado *Cooperative Learning*, material de referencia del tema en la actualidad, o los hermanos David y Roger Johnson, con varias obras de gran interés, en especial cabe destacar el libro editado en la década de los noventa *Aprendizaje cooperativo en el aula*. Con amplia experiencia en el tema destaca el Dr. Spencer Kagan. Este autor lleva muchos años dedicándose al estudio del aprendizaje cooperativo y es el creador junto a otros autores de la web *Kagan Publishing and Professional Development* (<http://www.kaganonline.com/index.php>) en la que se encuentran gran variedad de recursos relacionados con este tema.

Al estar este trabajo centrado en el área de Matemáticas, es importante citar la presencia del profesor de universidad Neil Davidson, que ha estudiado el trabajo cooperativo centrándose en esta materia. En este trabajo se ha utilizado una de sus obras titulada *Small-Group learning and teaching in Mathematics*.

Existen estudios más recientes que se apoyan en las bases de los ya citados autores para aportar nueva información. Entre estos estudios destacan los realizados por el profesor Pere Pujolàs Maset, con publicaciones como *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*, publicado en 2008.

En la Universidad Autónoma de Barcelona existe un grupo de investigación centrado en el aprendizaje cooperativo, el *Grupo de Interés en Aprendizaje Cooperativo*. En la página web de este grupo se puede encontrar enlaces de interés sobre este tema, una amplia bibliografía y aspectos teóricos sobre el trabajo cooperativo.

En el apartado 3.1.8. del trabajo se presentan ejemplos de uso de estas técnicas en el aula. En este caso se han utilizado fuentes terciarias como trabajos fin de máster o blogs de centros de enseñanza. La elección de estas fuentes se debe a que narran experiencias que se han llevado a cabo en el aula detallando su puesta en práctica y los resultados obtenidos.

3. Desarrollo

3.1. Revisión bibliográfica, fundamentación teórica

3.1.1. ¿Qué es el aprendizaje cooperativo?

El aprendizaje cooperativo comenzó a estudiarse como metodología con grandes beneficios para los alumnos en la década de los ochenta. En esta década destacan las investigaciones de Robert E. Slavin y ya en la década de los noventa, las investigaciones de los hermanos Johnson.

Como afirma Johnson, Johnson y Holubec (1999) “El aprendizaje cooperativo es el uso didáctico de equipos reducidos de alumnos (el número oscila entre 3 y 5) para aprovechar al máximo la interacción entre ellos con el fin de maximizar el aprendizaje de todos”. Los alumnos deben de aprender lo que les enseñan los profesores y contribuir a que sus compañeros también aprendan. Además este tipo de aprendizaje tiene una doble finalidad, por un lado que los alumnos aprendan los contenidos curriculares y por otro que aprendan a trabajar en equipo.

No se trata de que los alumnos realicen un trabajo en equipo de vez en cuando, sino que se organicen en equipos de trabajo de forma permanente (por lo menos en el 80% de las clases (Johnson, Johnson et al, 1999)), y que dentro de estos equipos trabajen conjuntamente y cooperen entre ellos. Se debe evitar que estos trabajos en grupo se conviertan en aprendizaje individual o competitivo, intentando buscar siempre el trabajo en el que todos los alumnos se involucren y participen de forma directa en el aprendizaje. Por ello se considera que para que un grupo de trabajo sea cooperativo debe contar con los cinco elementos básicos que del aprendizaje cooperativo: la interdependencia positiva, la responsabilidad individual, la evaluación grupal, técnicas interpersonales y de grupo y la interacción cara a cara estimuladora. Una descripción detallada de estos elementos básicos puede verse en la página web del Grupo de Interés en Aprendizaje Cooperativo (<http://giac.upc.es/>)

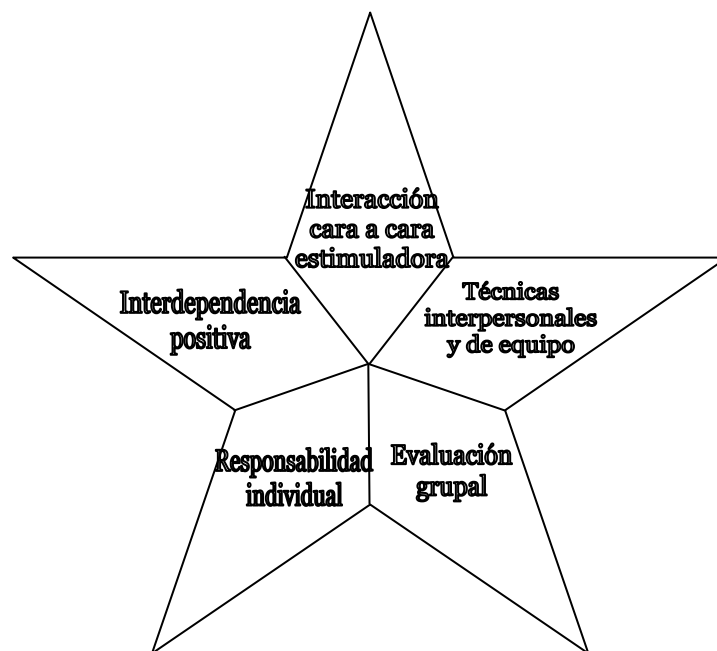


Figura 1: Componentes del trabajo cooperativo. (Elaboración propia, extraída de Johnson, Johnson y Holubec, 1999)

3.1.2. Creación de grupos

En cuanto a la creación de los grupos de trabajo (Johnson et al, 1999, Pujolás, 2008), los grupos homogéneos pueden ser una buena solución en algunas ocasiones, pero en general lo más recomendable son los grupos de trabajo heterogéneos, en los que se junten alumnos de rendimientos altos, medios y bajos, alumnos de ambos sexos y de diferentes etnias.

Existen diferentes maneras de establecer los grupos, como puede ser la distribución al azar, para la que existen diferentes técnicas. Se deben evitar las organizaciones de grupos en las que son los alumnos los que escogen a sus compañeros, provocando la creación de grupos homogéneos en el que los miembros se distraerán con facilidad y no mejorará las relaciones sociales entre los compañeros del aula.

La forma más efectiva de crear estos grupos es aquella en la que el docente selecciona los miembros de cada grupo, asegurándose que dentro de un grupo se junten un alumnos de rendimiento alto, otro de rendimiento bajo y el resto de componentes de rendimiento medio. Para esta organización se pueden ayudar de sociogramas, técnicas que permiten determinar las relaciones sociales dentro de un grupo como son los miembros de una clase.

Dentro del aprendizaje cooperativo existen tres tipos de grupos (Johnson et al, 2009). Los grupos formales son aquellos cuya duración va desde una hora hasta varias semanas. Dentro de estos grupos los alumnos trabajan para conseguir unos

objetivos comunes. Los grupos informales son los que se utilizan para realizar una actividad de enseñanza directa como puede ser una clase magistral, un vídeo o una película. Su duración va desde unos minutos a una hora de clase. Por último están los grupos base. Estos tienen un funcionamiento de largo plazo (cerca de un año). Son grupos heterogéneos, con miembros permanentes y con el objetivo de brindarse unos a otros el apoyo y la ayuda necesarios para obtener un buen rendimiento.

Una vez formados los grupos, la duración de estos puede ser variada. Johnson et al (1999) consideran que lo ideal es no variarlos mientras funcionen, considerando la posibilidad de modificar aquellos que no estén dando buenos resultados y no estén aprendiendo. Otra alternativa es la variación de estos grupos a lo largo de cada curso académico, pues los alumnos pueden sentirse más motivados al saber que su composición va a variar en caso de no estar contentos con la asignación de sus compañeros.

Cada miembro de un grupo debe asumir un rol (Pujolás, 2008). Esta asignación favorece que ningún componente muestre una actitud pasiva y se sienta en la obligación de cumplir las responsabilidades que conlleva su cargo y no defraudar a sus compañeros. Ejemplos de posibles roles a desempeñar y sus funciones los podemos ver en la Tabla 1.

Tabla 1: Posibles roles dentro de grupos de aprendizaje cooperativo.

Posibles roles o cargos:	Posibles funciones operativas:
Responsable o coordinador	Coordina el trabajo del equipo Anima a los miembros del grupo a avanzar en su aprendizaje Tiene muy claro lo que el profesor quiere que aprendan Dirige las revisiones periódicas del equipo Determina quién debe hacerse cargo de las tareas de algún miembro del equipo que está ausente
Ayudante del responsable o coordinador	Procura que no se pierda el tiempo Controla el tono de voz De vez en cuando, actúa de observador y anota, en una tabla en la que constan las tareas de cada cargo del equipo, la frecuencia con que éste las ejerce.
Portavoz	Habla en nombre del equipo cuando el profesor o la profesora requiere su opinión.
Secretario	Rellena los formularios del Cuaderno del Equipo (<i>Plan del Equipo, Diario de Sesiones...</i>) Recuerda de vez en cuando, a cada uno, los compromisos personales y, a todo el equipo los objetivos de equipo (consignados en el <i>Plan del Equipo</i>). Custodia el <i>Cuaderno del Equipo</i>
Responsable del material	Custodia el material común del equipo y cuida de él. Se asegura que todos los miembros del equipo mantengan limpia su zona de trabajo.

Extraída de Pujolás 2008, p. 33

Es aconsejable que con el tiempo todos los miembros del grupo asuman todos los roles.

La disposición del aula también tiene un papel importante en el desarrollo del trabajo en grupo (Johnson et al, 1999). Se deben seguir unas pautas generales, que son las que se enumeran a continuación:

- Los miembros de cada equipo deben estar sentados juntos y de forma que se puedan ver unos a otros. Deben de estar lo suficientemente cerca como para hablar entre ellos sin molestar al resto de los grupos o como para poder compartir el material.
- Todos los alumnos deben estar colocados de forma que puedan ver al profesor al frente de la clase sin tener que adoptar posturas incómodas.
- Los grupos deben estar lo bastante separados unos de los otros como para no molestar entre ellos y permitir el paso del profesor entre los grupos.
- La disposición del aula debe ser flexible y permitir a los alumnos cambiar la composición de los grupos en cualquier momento y con rapidez.
- El docente debe distribuir el aula de forma que los alumnos tengan fácil acceso a los otros equipos, al profesor y a los materiales que necesitan.

3.1.3. El rol del profesor

El profesor desempeña un papel fundamental durante el desarrollo del aprendizaje cooperativo (Serrano, J. M., González-Herrero, M.E. y Martínez-Herrero, M.C., 1997). Entre las funciones que debe llevar a cabo están la de formar los grupos de trabajo, elaborar los temas y exponerlos a la clase, preparar el material que van a trabajar los equipos, evaluar a los estudiantes y proporcionar a cada grupo una corrección de los fallos que han tenido en su trabajo.

Además, durante el desarrollo del trabajo cooperativo, el profesor es el encargado de gestionar y coordinar el trabajo, orientar a los alumnos para encontrar la solución a los problemas, facilitar el aprendizaje y asegurarse de que la relación entre iguales es adecuada. Es importante que el docente no proporcione las soluciones a los estudiantes, sino que los guíe y ayude para que las descubran por ellos mismos.

La evaluación de los estudiantes es una de las tareas anteriormente enumeradas que debe llevar a cabo el profesor. Para ello, antes de comenzar las clases debe decidir qué criterios va a seguir en la evaluación. No debe limitarse a juzgar los resultados

del aprendizaje, también debe tener en cuenta cómo ha sido el proceso de aprendizaje, observando e interrogando a los alumnos durante el desarrollo de la clase. Los estudiantes deben participar en su evaluación, pues esta participación aumenta el nivel de razonamiento y el grado de compromiso de los alumnos respecto del aprendizaje de sus compañeros (Johnson et al, 1999). La evaluación en grupo no exime la necesidad de la evaluación individual. La aplicación de esta provoca una mayor implicación de los alumnos, y como resultado, se obtiene una mejora en el rendimiento del grupo.

3.1.4. Métodos para el aprendizaje cooperativo

Existen diversos métodos para llevar a cabo actividades dentro del aprendizaje cooperativo en función de distintas variables como pueden ser el número de componentes del equipo, la función del profesor, la materia que se esté trabajando, etc. (Goikoetxea y Pascual, 2002). Algunos de estos métodos son Aprender Juntos, Grupo de Investigación, Jigsaw o TAI, que se verán de forma más detallada en el apartado 3.1.7.

Además de todos estos métodos, se deben fomentar formas de trabajar en la que los alumnos tengan que cooperar entre ellos y no que cada uno pueda realizar su trabajo de forma individual dentro del grupo, reduciendo el trabajo cooperativo a un trabajo individual dentro de un grupo de compañeros. Por ejemplo, se puede dotar de un único folio o un único enunciado de actividad, de forma que los alumnos tengan que estar atentos entre ellos. También la disposición del grupo ayuda al trabajo cooperativo. Si los alumnos se encuentran próximos entre ellos o si pueden visualizarse todos los miembros del grupo, se fomenta la cooperación y participación dentro del equipo.

3.1.5. Ventajas e inconvenientes del trabajo cooperativo

La mayor parte de los estudios demuestran que el trabajo cooperativo tiene numerosas ventajas frente al individualista o al competitivo (Pujolás, 2009). Algunas de estas estas ventajas son las siguientes:

- Asegura la motivación extrínseca (mediante incentivos como premios o calificaciones tanto individuales como de grupo) y la intrínseca de los alumnos

(aparecen incentivos internos como ayudar a los demás o contribuir al éxito de los grupo).

- Favorece el aprendizaje de todos los miembros del grupo, no solo de los de rendimiento más alto, sino también de aquellos que tienen más problemas de aprendizaje.
- Mejoran las relaciones interpersonales y grupales, el clima en el aula, el respeto mutuo, cortesía entre los alumnos, y también mejora las relaciones con el profesorado.
- Favorecen la atención personalizada por parte de los docentes a los alumnos.
- El nivel de rendimiento y de productividad de los alumnos es mayor con los métodos de enseñanza cooperativa que con los individuales.
- Facilita el desarrollo de alguna de las competencias básicas.
- Aseguran la inclusión de todos los alumnos, olvidando las diferencias que puedan existir entre los distintos miembros del grupo.

Este tipo de aprendizaje presenta una serie de inconvenientes que deben de tenerse en cuenta (Lobato, 1998 y Gómez, 2007) a la hora de llevarlo a cabo. Entre estos inconvenientes podemos destacar los diferentes ritmos de trabajo de cada uno de los miembros del grupo, la falta de preparación de los docentes para llevar a cabo esta metodología, miembros del grupo que quieran controlar e imponer sus criterios, o por el contrario, compañeros con actitud pasiva que no participan o problemas de falta de tiempo para poder atender a las necesidades de todos los grupos.

3.1.6. El aprendizaje cooperativo en Matemáticas

Las Matemáticas es uno de los campos donde más se han desarrollado los métodos de aprendizaje cooperativo. Existen numerosos estudios sobre este tipo de metodologías de enseñanza-aprendizaje en el campo de la Didáctica de las Matemáticas, destacando la figura de Neil Davidson, con numerosas publicaciones en este tema.

Davidson (1990) afirma que las Matemáticas es una materia que la mayor parte de los alumnos consideran competitiva, individualista y aislada. Además, cree que los alumnos se enfrentan a ella con miedo y frustración, considerándola apta solo para aquellos individuos talentosos. Es por este motivo que considera que el aprendizaje

cooperativo en pequeños grupos puede ser muy beneficioso, citando entre otros, los motivos que se exponen a continuación:

- Les da a los alumnos la posibilidad de aprender conceptos y estrategias de resolución de problemas.
- Les ofrece un soporte social al poder discutir ideas, corregir errores, escuchar las opiniones de los compañeros, ofrecer críticas constructivas y resumir sus ideas en papel.
- Permiten discutir los diferentes caminos para resolver problemas, exponiendo cada uno sus argumentos.
- Los alumnos aprenden escuchando, pensando, hablando y explicando a los otros.

El aprendizaje cooperativo tiene efectos positivos como el aumento de autoestima, la mejora de las relaciones sociales o la obtención de mejores resultados académicos. Pero para que se obtengan estos efectos positivos es necesario que se tengan en cuenta ciertos aspectos como la creación de los grupos, la experiencia del profesor o la actitud de los alumnos.

La tarea del profesor es crear los grupos, presentar la guía de trabajo, guiar a los alumnos, resolver sus dudas y evaluarlos de forma correcta. Existen formas variadas de evaluar el trabajo en grupo (Davidson, 1990 y Serrano et al, 1997). Generalmente cada profesor suele tener una filosofía diferente, siendo importante que al final en la evaluación se tengan en cuenta criterios como la participación, la cooperación o la atención. Los alumnos deben agruparse en pequeños grupos, repartirse las funciones, escucharse unos a otros, intentar que todos los miembros colaboren y que haya un alumno que tenga el liderazgo, sino que sean todos los que intervengan y tomen decisiones. Es aconsejable que este tipo de aprendizaje se lleve a cabo en la mayor parte de las clases.

Este tipo de aprendizaje se puede llevar a cabo mediante la utilización de diferentes técnicas (Serrano et al, 1997) como laboratorios de investigación, grupos de discusión de conceptos, resolución de problemas o grupos de recuperación de Matemáticas y de métodos diversos como Jigsaw, Team Assisted Individualization, Student Teams Achievement, Teams-Games-Tournaments, Circles of Learning. En Serrano et al (1997) y Pujolás (2008) se hace una discusión sobre la comparativa del uso de estas técnicas y métodos en función de diferentes aspectos como el rendimiento académico, las relaciones sociales que establecían los alumnos, la

actitud de estos ante la asignatura y la dinámica de los grupos. En este trabajo se verán los distintos métodos se presentan en el apartado 3.1.7.

De los métodos que se utilizan, se ha comprobado que los que mejoran el rendimiento académico en Matemáticas son aquellos que combinan el trabajo cooperativo con el trabajo individual, más que los métodos competitivos e individualizadores, o los puramente cooperativos.

3.1.7. Métodos del aprendizaje cooperativo en Matemáticas

En este apartado se expone de forma resumida algunas de los métodos de trabajo cooperativo que se pueden poner en práctica en las clases de Matemáticas y que se han citado con anterioridad en el texto.

Jigsaw (Rompecabezas o Método del Puzzle) (Aronson, 1971):

Esta técnica, de las más empleadas en Matemáticas, fue creada por el profesor Aronson en la década de los setenta. Consiste en repartir el material de estudio en tantas partes como miembros tengan los grupos, con el fin de que el trabajo de cada miembro resulte imprescindible para que el resto de compañeros pueda completar el suyo. Este reparto es el mismo en todos los grupos. Se reúnen los miembros de distintos grupos encargados de las mismas partes para ponerlas en común y a continuación vuelven a su grupo en donde cada uno tendrá que explicar a sus compañeros la parte que se le ha asignado. En esta técnica todos los alumnos se ven obligados a cooperar pues cada uno dispone de solo una pieza del rompecabezas. Una descripción más detallada de este método puede verse en su página web <http://www.jigsaw.org/>

TAI (Team Assisted Individualization) (Slavin, 1984):

Combina el aprendizaje cooperativo con la instrucción individualizada: todos los alumnos trabajan sobre el mismo contenido pero con objetivos diferentes. Cada alumno trabaja en su parte pero también se compromete a ayudar a sus compañeros. Los alumnos reciben una recompensa si además de conseguir sus objetivos, consiguen mejorar como equipo. Esta técnica creada por R. E. Slavin puede verse más detalladamente en Slavin et al (1985)

Grupo de Investigación (Sharan y Sharan, 1984):

Esta técnica es similar al conocido trabajo por proyectos. El profesor selecciona un tema y cada alumno dentro del grupo escoge el subtema sobre el que va a trabajar en función de sus intereses. Facilita la participación de todos los miembros ya que permite que cada uno desarrolle aquello que le resulta más interesante o para lo que esté más preparado. Esta técnica puede consultarse en Pujolás (2008)

TGT (Teams-Games Tournaments) (De Vries y Edwards, 1974):

Consiste en un juego en el que la finalidad es que todos los componentes del grupo se aprendan el material asignado. En primer lugar los miembros estudian el material y luego se juntan con otros dos compañeros de otros grupos y con un rendimiento similar. El profesor entrega un conjunto de fichas a cada grupo de estos tres alumnos que contienen una serie de preguntas del tema. Cuando el alumno acierte la pregunta se quedará con la ficha. Al acabar la partida se asigna una puntuación a cada miembro en función del número de fichas. En esta técnica todos los miembros tienen la posibilidad de aportar el mismo número de puntos pues juegan con compañeros con su misma capacidad. Una explicación más extensa de esta técnica puede consultarse en Pujolás (2008) y Goikoetxea y Pascual (2002).

Aprender Juntos (Learning Together) (Johnson y Johnson, 1994):

El objetivo de este método es que todos los alumnos dominen la materia presentada. El profesor explica en clase un tema y luego los alumnos tienen que trabajar juntos en la realización de actividades propuestas por el profesor. La recompensa es grupal en función de pruebas o test realizadas a los equipos. Es una técnica puramente cooperativa. Para más información consultar Goikoetxea y Pascual (2002).

STAD (Student Teams-Achievement Division) (Slavin, 1978):

Es un método similar al anterior en cuanto a la misión del profesor y las tareas de los alumnos, con la diferencia de que ahora cada alumno tiene su propio material. La recompensa es grupal, en función de las mejoras de cada uno de los miembros del equipo con respecto a pruebas o test anteriores. Este método se puede consultar en Slavin et al (1985) o Pujolás (2008).

CO-OP CO-OP (Kagan, 1985):

Es una técnica similar a la del Grupo de Investigación cuya finalidad es potenciar el aprendizaje y la cooperación mediante recompensas intrínsecas. El profesor escoge un tema el cual será debatido por los alumnos, y cada uno de los miembros del equipo escogerá un subtema que va a desarrollar y posteriormente explicar al resto

de los componentes. La evaluación consta de tres partes: coevaluación de la presentación del grupo, coevaluación de la contribución de cada miembro al equipo y evaluación del material que ha desarrollado el grupo. Esta técnica se describe más detalladamente en Kagan (1994) y Serrano et al (1997).

Peer Tutoring (Tutoría entre iguales) (Sharan, 1980):

Consiste en que un compañero le brinda ayuda a otro que le ha pedido ayuda. Se establecen relaciones de tutor y aprendiz. Para que este método sea efectivo, el alumno tutor debe explicar el desarrollo para llegar a la solución de un problema pero no proporcionarle directamente las soluciones. Para más información consultar Pujolás (2008).

3.1.8. Actividades utilizando el aprendizaje cooperativo en Matemáticas

Existen maneras muy variadas de llevar el aprendizaje cooperativo al aula, ya sea utilizando diferentes métodos o aplicándolos a áreas de las Matemáticas diferentes. A continuación se exponen ejemplos reales de su utilización en el aula encontrados en la búsqueda bibliográfica.

Ejemplo 1: López (2012) llevó a cabo la unidad didáctica de Estadística y Probabilidad de 1º de ESO mediante aprendizaje cooperativo. A lo largo de toda la unidad los 24 alumnos de la clase estaban colocados en grupos de 3 alumnos y alternaban el trabajo individual y el trabajo en grupo. En cada una de las actividades que realizó utilizó el método de Rompecabezas, repartiendo la información en partes y tratando de que cada miembro se convirtiera en experto de una de ellas. A continuación cada uno de los miembros tenía que explicar su parte al resto de sus compañeros del grupo.

En una de las actividades, los componentes de cada uno de los grupos de 3 alumnos tenían que formarse para ser experto en uno de los siguientes temas: experto en frecuencias, experto en diagramas de barras y líneas y experto en diagramas de sectores. Cada alumno se formará en el tema que se le ha asignado y comenzará por realizar actividades individuales relativas a su tema. A continuación se propone actividades de grupo en las que intervienen los tres temas que se han repartido. Es ahí donde cada alumno explicará a sus compañeros de grupo su parte y de esta

forma todos los miembros serán capaces de resolver las actividades, que se resolverán en grupo.

En la siguiente actividad los temas que se reparten son los de moda, media aritmética simple y media aritmética ponderada. El procedimiento a seguir será el mismo que con la primera de las actividades: primero se resolverán problemas de forma individual sobre el tema asignado y posteriormente entre todo el grupo se resolverán problemas en los que intervienen los tres temas que tendrán que exponerse por cada uno de los expertos para que los comprendan sus compañeros.

Esta autora propone también la realización de tareas de motivación, como juegos, actividades de ingenio y de TIC. Se llevarán a cabo en grupo y tratarán sobre los temas sobre los que se han hecho expertos en las actividades anteriores.

Para las actividades TIC, López ha utilizado el programa Ardora, que permite crear actividades interactivas con palabras, como en este caso la realización de un test interactivo con definiciones relativas a este tema de Estadística y Probabilidad.

En la evaluación de la unidad se consideró tanto el trabajo individual como el de grupo. Por un lado los alumnos obtuvieron una nota de las actividades realizadas con el grupo y por otro obtuvieron una puntuación por la realización de una prueba escrita con contenidos del tema.

Para evaluar la eficacia del trabajo realizado, la autora creó una tabla en la que se consideraban todos los aspectos tratados en el tema y su contribución a las competencias básicas.

Como conclusiones de la realización de esta unidad mediante trabajo cooperativo, López afirma que la mayor parte de los alumnos han sido capaces de sacar adelante la mayor parte de las actividades, siendo las de ingenio las que más han costado a los alumnos y las de TIC con las que más han disfrutado los alumnos.

Como análisis de la experiencia, realiza un resumen afirmando que el aprendizaje ha sido más activo: el alumnado ha trabajado más durante el desarrollo de las clases, se ha mejorado la atención a la diversidad, los alumnos han mejorado su autonomía y el clima en el aula entre compañeros y han obtenido mejores resultados.

Este ejemplo de aprendizaje cooperativo en el aula proviene de una fuente terciaria, es el trabajo fin de máster de una alumna de la Universidad de Almería dentro del Máster en Profesorado de Educación Secundaria, curso 2011-2012.

Ejemplo 2

El siguiente ejemplo se centra en la materia de Geometría, es una propuesta del Ministerio de Educación de Perú (2007). y la actividad a desarrollar se denomina “Tesoro Geométrico”. La clase se organiza en 8 grupos a los que se les aplica el método del Rompecabezas. Así cada miembro del grupo se encargará de una parte, con la diferencia del ejemplo anterior de que cada grupo se ocupará de un tema diferente. En la actividad que van a desarrollar tienen que prestar atención a las instalaciones del centro educativo en el que se encuentran y diferenciar en ellas las entidades geométricas que les han asignado. Un grupo se encargará de ángulos, triángulos y pentágonos, a otro le corresponderán rectas paralelas y perpendiculares, otro será el encargado de buscar información sobre figuras geométricas y ejes de simetría. Así sucesivamente hasta asignar un tema a los 8 grupos.

Al final de la actividad cada grupo realiza una exposición sobre el tema que le ha correspondido.

La evaluación de esta actividad incluye una parte individual, una autoevaluación individual mediante la realización de un test y una autoevaluación de grupo.

Estos autores también proponen otras actividades sobre este tema para desarrollar en grupo, como una batería de preguntas que se tienen que responder en grupo, una actividad en la que se propone fijarse en todas las entidades geométricas que nos rodean u otras actividades utilizando TIC.

Ejemplo 3

El tercer ejemplo es una propuesta realizada por Fernández y López (2012), profesores de institutos con características diferentes pero que proponen llevar a cabo la misma práctica utilizando el aprendizaje cooperativo. Estos resultados se presentaron en el XIV Congreso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, titulado Diversidad y Matemáticas.

Esta propuesta está dirigida a los alumnos de 4º de ESO, que la aplicarán al tema de funciones y de triángulos utilizando el método de tutoría entre iguales. Esta técnica se caracteriza por buscar que todos los miembros del grupo comprendan los contenidos y alcancen los objetivos. De no ser así, serán sus compañeros los que

intenten ayudar a los miembros más atrasados y favorecer que todos evolucionen a un mismo ritmo.

Los grupos base están formados por 4 alumnos, uno de rendimiento alto, dos de rendimiento medio y uno de rendimiento bajo. La puesta en práctica consiste en que a cada alumno del grupo se le entrega una ficha conteniendo actividades numerada del 1 al 4. Las actividades de las fichas son referentes al tema de funciones, donde se exponen preguntas del tipo: ¿qué expresión analítica tiene esta gráfica?, o ¿cuáles son los puntos de corte de estas gráficas? La resolución de estas fichas se realizará con la ayuda de calculadoras ClassPad 330, habiéndose dado 2 por grupo. Todos los miembros deben saber realizar las actividades de sus fichas, y en caso de duda, deben ser sus compañeros los que les ayuden. Solo se recurrirá al profesor cuando haya dudas que ningún componente del grupo deba resolver. Al finalizar la tarea, se pedirá la ficha de uno de los miembros del grupo escogido al azar. Aquí se encuentra la importancia de que los compañeros se ayuden unos a otros para conseguir los objetivos finales.

La siguiente actividad en este tema consistirá en un trabajo que tienen que resolver entre todos los componentes del grupo. Se les plantean problemas relacionadas con la vida real, como calcular la altura del pabellón de deportes o calcular la longitud de la pista deportiva. Los alumnos deben pensar dentro del grupo qué material van a necesitar para llevar a cabo la actividad y organizarse para llevarlo al día siguiente al aula. En este caso la ficha que debe cumplimentar cada miembro del grupo es la misma pero como se pedirá solo una por grupo escogida al azar, todos los componentes de cada grupo deben asegurarse que todos han comprendido y realizado correctamente la actividad. En la ficha cubierta deben aparecer la metodología utilizada, los pasos seguidos, los recursos empleados y la resolución del problema.

Ejemplo 4

La profesora Adela Menéndez (2012), visto los malos resultados que obtuvo en la primera evaluación de 1º de ESO en Matemáticas, intentó cambiar la metodología de sus clases probando con el aprendizaje cooperativo.

Para el tema de ecuaciones dispuso a sus alumnos en grupos de 4 escogidos de forma aleatoria y utilizó la técnica 1-2-4. Esta técnica consiste en que los alumnos

piensan sobre las actividades de forma individual, luego discuten soluciones por parejas, y finalmente tratan el tema entre todo el grupo.

La profesora les entregó a cada grupo una hoja con ecuaciones que debían resolver en grupo utilizando la técnica descrita.

Los resultados obtenidos no eran los esperados por la profesora. Solo uno de los grupos de la clase realizó correctamente el trabajo. En el resto de los grupos o se repartían las ecuaciones desarrollándolas cada uno de forma individual o era un único componente el que las realizaba.

La reflexión final de la autora fue que no había llevado a cabo esta estrategia de forma adecuada, debido principalmente a la formación de los grupos de base de forma incorrecta, siendo estos grupos en la mayoría de los casos homogéneos.

Ese ejemplo pone de manifiesto la importancia de la buena práctica de este tipo de metodologías. Trabajar de forma cooperativa no es únicamente agrupar a los alumnos durante las clases y mandarles trabajos para que los realicen. Una adecuada puesta en marcha de esta forma de trabajar supone el uso correcto de variables como son el agrupamiento del alumnado, que ha de ser heterogéneo, la disposición en el aula, el profesor como guía y supervisor, uso del método adecuado, inculcar una forma de trabajo donde los alumnos participen y colaboren entre ellos, la disposición de recursos didácticos adecuados a los contenidos a tratar, etcétera.

Ejemplo 5

El siguiente ejemplo lo encontramos en Serrano et al (1997). En este caso se desarrollan varios bloques de contenidos mediante trabajo cooperativo con una doble finalidad: por un lado académica (dominar los contenidos seleccionados y alcanzar los objetivos deseados) y por otro social (participación, asumir responsabilidades y respeto entre compañeros).

Nos vamos a centrar en la actividad referente a los números enteros que se correspondería con una de las unidades del bloque de Álgebra de un curso del antiguo Bachillerato. Los grupos de 5 o 6 miembros se crearon de forma heterogénea, en función de las habilidades de los alumnos con un agrupamiento flexible. No se estableció ninguna división del trabajo ni ninguna asignación de roles dentro de los grupos.

El rol del profesor fue el de observar el comportamiento de los grupos, intervenir o solucionar los problemas que surgieron y controlar los grupos.

La metodología seguida fue la siguiente: primero el profesor explica los contenidos teóricos y la finalidad tanto académica como social de la realización de esta actividad que duró dos sesiones de 50 minutos cada una. A continuación se entregó a los alumnos una ficha con las actividades que tuvieron que realizar de manera individual. Antes de comenzar con la realización de las mismas, los alumnos se reunieron y comentaron dentro del grupo las dudas surgidas y el procedimiento a seguir en la resolución. El siguiente paso fue que todos los alumnos realizaran la ficha de forma individual. Concluidas las actividades, el profesor entregó a cada grupo una hoja con las soluciones. Los alumnos debieron autoevaluarse y discutir con sus compañeros las dificultades y dudas surgidas. Finalmente, una vez todos los miembros de cada grupo hubieron resuelto satisfactoriamente los problemas, se elaboró de manera conjunta la resolución de todos los ejercicios entregando una hoja por grupo.

En este trabajo los autores realizaron unas tablas informativas de los resultados obtenidos en las distintas unidades de los bloques considerados. Estas tablas evidencian los beneficios del aprendizaje cooperativo, recalcando los autores las múltiples ventajas no solo en el ámbito académico, sino también en el social (facilitando la integración de minorías étnicas o de alumnos con necesidades educativas especiales), de este tipo de trabajo.

Además, esta metodología se llevó a cabo en un instituto cuyos índices de suspensos en la asignatura de Matemáticas eran muy elevados, superando el cincuenta por ciento. Con este tipo de aprendizaje se pretendía mejorar los resultados. Efectivamente, la media de suspensos bajó ocho puntos, colocándose en un cuarenta y dos por ciento.

3.1.9. Análisis de estudios planteados

En la mayoría de los ejemplos expuestos en el apartado anterior se obtuvieron unas conclusiones muy similares. Los autores señalan que los resultados obtenidos fueron muy satisfactorios, poniendo de manifiesto las múltiples ventajas del aprendizaje cooperativo.

En el primero de los ejemplos, la autora comenta que los resultados obtenidos han sido mejores que con el método tradicional. Además se ha mejorado la autonomía, la atención a la diversidad, el clima en el aula, y los alumnos han tenido un aprendizaje más activo.

La autora del segundo de los ejemplos también destaca los beneficios del trabajo cooperativo, al igual que ocurre con los autores del ejemplo tres, que comentan que los alumnos han trabajado más motivados y han tenido mejores resultados.

El último ejemplo trata del caso de un instituto en el que los resultados en la asignatura de Matemáticas eran muy negativos, obteniéndose un cincuenta por ciento de suspensos. Este porcentaje se vio reducido en ocho puntos al implementar en el aula el aprendizaje cooperativo. No solo se mejoraron los resultados académicos, sino que los alumnos también aumentaron la motivación con respecto a esta asignatura.

Por el contrario, en el ejemplo cuatro, la profesora comenta que no ha obtenido los resultados esperados. El problema en este caso es que el trabajo cooperativo no se llevó a cabo correctamente. El motivo de esto es que los grupos no se formaron de forma heterogénea, sino que fueron escogidos por los alumnos al azar, formándose equipos homogéneos en los que la mayor parte de los alumnos no participaban ni cooperaban en la realización de las tareas.

En definitiva, estos ejemplos prácticos ponen de manifiesto las múltiples ventajas de este tipo de aprendizaje siempre y cuando este se lleve a cabo de forma adecuada. Si no se es riguroso en ciertos aspectos, como la formación de grupos, las actividades de los alumnos, la táctica aplicada o el rol del profesor, es probable que los resultados no sean los esperados y no se obtengan más beneficios que con la metodología tradicional.

3.2. Materiales y Métodos

3.2.1. Entrevistas semiestructuradas a diversos profesores de Matemáticas

El aprendizaje cooperativo es una metodología que se ha estado estudiando en las últimas décadas. Existen numerosos estudios teóricos en los que se exponen sus múltiples ventajas. Sin embargo, a la hora de implementarlo en el aula, no son muchos los docentes que optan por esta técnica en vez de utilizar una metodología tradicional.

Con el propósito de conocer el desarrollo de esta técnica en las aulas de Secundaria, se va a realizar en este apartado un estudio cualitativo de los resultados obtenidos al realizar a docentes de Matemáticas de Secundaria, una entrevista semiestructurada sobre su experiencia personal acerca del aprendizaje cooperativo.

De estas entrevistas se pretende obtener datos sobre si realmente se utiliza este tipo de trabajo en las aulas, si es a menudo o solo ocasionalmente, si los profesores consideran que es una metodología beneficiosa para los alumnos y si favorece las habilidades sociales.

La muestra que se ha considerado está formada por 14 profesores de Matemáticas que actualmente imparten clases de Secundaria y Bachillerato en centros de la Comunidad Autónoma de Galicia. Más concretamente, en las provincias de Coruña, Pontevedra y Orense.

A estos docentes se les entregó una copia de la entrevista semiestructurada formada por seis preguntas. No eran preguntas cerradas por lo que se les permitía a los entrevistados justificar sus respuestas. En el Anexo puede verse una copia de dicha entrevista.

A continuación se van a comentar las respuestas obtenidas en cada una de las preguntas realizadas.

Pregunta 1: *Desde su experiencia personal, ¿considera ventajoso el aprendizaje cooperativo en Matemáticas? O por el contrario, ¿cree que posee más inconvenientes? Justifique su respuesta.*

La mayor parte de los encuestados consideran que sí es ventajoso este tipo de aprendizaje. Entre las posibles ventajas, hacen mención a aspectos como una mejora

en la motivación y el trabajar con más entusiasmo, favorece la interacción entre los alumnos, pues muchas veces comprenden mejor las explicaciones de los compañeros que las del profesor, fomenta que los alumnos descubran conceptos por ellos mismos o refuerza el aprendizaje de los chicos al confrontar sus puntos de vista con los de sus compañeros.

Uno de los profesores encuestados considera esta metodología también ventajosa para ellos, ya que permite atender a los alumnos con más dificultades mientras el resto de los compañeros están trabajando.

Pero no todas las contestaciones han sido un sí rotundo. Ha habido dos profesores que creen que es beneficioso siempre y cuando se lleve a cabo bajo unas determinadas condiciones. El hecho de que los alumnos estén interesados en aprender, que los grupos sean homogéneos entre ellos o que haya diferencias en los rendimientos académicos de los alumnos, son algunas de estas condiciones que deben darse para que el aprendizaje cooperativo sea ventajoso.

Además, uno de estos encuestados considera que son necesarias estas condiciones alegando que si hay alumnos desmotivados, la influencia de estos suele ser mayor que la de los compañeros que tienen interés por aprender.

Pregunta 2: *¿Utiliza el aprendizaje cooperativo en sus clases? ¿Con qué frecuencia?*

En esta pregunta ha habido respuestas muy variadas. Tres personas han respondido que lo utilizan diariamente. Cinco profesores han respondido que a menudo, por ejemplo en una o dos sesiones por unidad o realizando algún trabajo en grupo. Únicamente un profesor ha respondido que no lo usa nunca, lo ha utilizado alguna vez pero en general no lo utiliza. El resto comenta que muy de vez en cuando, cuando hay algún alumno con necesidades o que si surge sí, pero no intencionadamente.

Un encuestado comenta que imparte por lo menos una unidad didáctica cada trimestre utilizando el trabajo cooperativo. También añade que en alguna ocasión lo ha utilizado durante todo un curso.

Por el tipo de respuesta que han dado aquellos que respondieron que lo utilizan diariamente, da la sensación de que con trabajo cooperativo se refieren a que permiten a los alumnos consultar los ejercicios o trabajar por parejas, pues se

encuentran respuestas como “Lo utilizo en el día a día, para las clases teóricas y en mayor medida en la resolución de ejercicios prácticos”.

Otro profesor, cuya opinión sobre este tipo de aprendizaje es que es muy ventajoso, reconoce que le gustaría utilizarlo más, pero que no lo hace por falta de tiempo y por ratio muy elevado.

Pregunta 3: *Dentro del grupo, ¿los alumnos realizan el trabajo de forma individual o tienden a cooperar y participar con los otros miembros del grupo?*

En este caso han sido pocos los docentes que han contestado claramente que el trabajo que realizan los alumnos es cooperativo y participativo.

La mayor parte de los profesores opina que se dan las dos opciones, que sobre todo depende de los alumnos. Hay alumnos que trabajan de forma independiente de su grupo, alumnos que no les gusta que sean sus compañeros los que les expliquen la materia o alumnos que dejan que los que mejor rendimiento tienen hagan todo el trabajo. En general, parece que son los alumnos con más problemas de aprendizaje los que más tienden a cooperar y participar por ser los más interesados en este tipo de trabajos.

Entre sus respuestas también destacan que, la técnica más utilizada cuando se lleva a cabo el aprendizaje cooperativo, es aquella en la que primero los alumnos trabajan de forma individual y posteriormente exponen su trabajo al grupo.

Pregunta 4: *¿Considera que el trabajo cooperativo como una ayuda a la comprensión de la asignatura de Matemáticas?*

La contestación a esta pregunta ha sido un sí rotundo en casi todas las entrevistas.

Son dos las personas encuestadas que añaden alguna aclaración. Una de ellas considera que el aprendizaje cooperativo ayuda a la comprensión de las Matemáticas si se dan unas condiciones específicas, como que los alumnos estén motivados e interesados en aprender y que los grupos formados han de ser homogéneos.

La otra persona que hace alguna aclaración, señala que cree que esta ayuda se da especialmente cuando existen diferencias de comprensión entre los alumnos, siendo de gran ayuda para los compañeros con rendimiento más bajo.

En esta pregunta se vuelve a comentar que a veces los alumnos aprenden más de otros alumnos que del profesor, porque tienen mayor confianza o porque se

entienden mejor entre ellos. Ver cómo trabajan otros compañeros puede ser de gran ayuda para los alumnos.

Pregunta 5: *¿Cuál cree que es la parte de la materia que mejor se adecúa a la puesta en práctica de este tipo de aprendizaje? (la parte de álgebra, geometría, algún tema en concreto, etc)*

La parte de las Matemáticas más votada ha sido el bloque de Geometría, seguido el de Estadística. También han comentado que una materia adecuada para llevar a cabo este tipo de trabajo es la resolución de ecuaciones y problemas.

De forma general, aunque luego hayan especificado una parte más concreta, se ha comentado que cualquier parte sería buena para llevar a cabo el aprendizaje cooperativo.

Pregunta 6: *¿Considera que mejora las habilidades sociales de los alumnos este tipo de aprendizaje?*

Salvo uno de los docentes que ha respondido que no, el resto de los encuestados han sido contundentes a la hora de dar su respuesta: “sí”, “por supuesto”, “totalmente”, “sin lugar a dudas” o “evidentemente sí”.

Las habilidades sociales que se han mencionado en las contestaciones, son las siguientes: la escucha activa, la empatía, la resolución de conflictos, aprender a relacionarse con los demás, aprender a explicarse, a relacionarse de forma positiva cooperando, darse cuenta que no siempre tienen razón, ver otras formas de hacer, liderar, trabajar con otros, organización, respeto por otras opiniones o el esfuerzo por comunicar ideas.

Dos de los encuestados hacen hincapié en el efecto beneficioso de este tipo de aprendizaje para aquellos alumnos a los que les cuesta relacionarse.

Como conclusión de los datos extraídos de las entrevistas, se puede afirmar que, aunque la muestra considerada ha constado de pocos docentes y puede no ser muy representativa, en general los profesores son conscientes de las múltiples ventajas y beneficios de este método, pero a la hora de llevarlo a la práctica son pocos los que lo utilizan como la metodología seguida en su día a día.

3.3. Resultados y análisis

Al comienzo de este capítulo se ha estudiado el marco teórico, realizando una revisión bibliográfica acerca de los aspectos que tienen que ver con el aprendizaje cooperativo, y más concretamente, en la materia de Matemáticas. Según lo visto, es muy importante cómo se realiza la puesta en práctica de este tipo de trabajo. No es suficiente con agrupar a los alumnos y mandarles que realicen alguna tarea. Se debe prestar especial atención a la forma en cómo se crean los grupos, los roles que se asignan a sus componentes, la técnica que se utiliza para realizar las actividades o el papel que ha de desempeñar el profesor.

En el apartado 3.1.8. se han expuesto un conjunto de ejemplos de puestas en práctica dentro del aula de Matemáticas. Son propuestas que ponen de manifiesto las ventajas y beneficios del trabajo cooperativo, pues sus autores han concluido, en casi todos los casos, que los resultados obtenidos han sido mejores que utilizando la metodología tradicional.

Sin embargo, en estos ejemplos se ha comprobado que no deja de ser una metodología que se utiliza solo en determinadas ocasiones. Los profesores han expuesto los temas o actividades que han llevado a cabo, y cómo los han organizado, pero en todos los casos se presentan como una propuesta nueva, no como el quehacer diario del aula.

En uno de los ejemplos se ha comprobado que el trabajo cooperativo no resulta ventajoso si no se lleva a cabo bajo unas condiciones determinadas, como las que se han mencionado al comienzo de este apartado. En este caso el profesor no ha seguido unos criterios para crear los grupos base, sino que se han creado al azar, obteniéndose unos resultados iguales a los obtenidos con la metodología tradicional.

Las entrevistas realizadas, cuyos resultados se han expuesto en Materiales y Métodos, vuelven a confirmar lo que se acaba de decir: el aprendizaje cooperativo sigue siendo una herramienta que solo se utiliza en determinadas ocasiones, no en el 80% del tiempo, que es el porcentaje que se considera adecuado para obtener todas las ventajas del trabajo cooperativo en el aula.

Otro aspecto que cabe destacar es el concepto de aprendizaje cooperativo que tienen los docentes. Algunos de ellos consideran que se está llevando a cuando permiten a los alumnos comentar en clase la realización de ejercicios o las dudas en los problemas. Pero eso es erróneo, el trabajo cooperativo va más allá de una colaboración por parejas para la resolución de actividades.

En estas entrevistas también se comenta que en muchos de los casos los alumnos realizan el trabajo de forma individual y luego lo exponen a sus compañeros. Es cierto que existen técnicas en las que los alumnos realizan la parte que les corresponde de forma individualista, exponiendo posteriormente esta parte al resto del equipo. Pero también en estas técnicas hay que seguir unos protocolos o formas de intervenir. El profesor debe explicar estos pasos a los alumnos y conseguir que los lleven a cabo de la manera correcta.

Para evitar que la mayor parte del tiempo en grupo, los alumnos estén trabajando solos en la parte que se le ha asignado, el profesor debe probar con otras técnicas en las que todos los alumnos estén obligados a participar, que todos los componentes tengan un papel importante en el desarrollo de la tarea. De esta forma se evita que solo cooperen o participen los alumnos que saben más o los que están más interesados en aprender.

4. Propuesta práctica

Tras analizar el marco teórico, revisar varios ejemplos de implementación y con el análisis de la experiencia personal de varios docentes de Matemáticas, se va a realizar una propuesta sobre cómo podría ponerse en práctica el aprendizaje cooperativo en el aula de Matemáticas de Secundaria.

El objetivo de esta propuesta es establecer una forma de actuación que pueda servir de guía a profesores que quieran implementar esta metodología en sus clases y no sepan cómo ponerla en marcha.

La propuesta que se va a llevar a cabo está dirigida a los alumnos de 4º de ESO y al módulo de Geometría de la asignatura de Matemáticas. Este módulo consta de los siguientes temas:

Tema 1: Triángulos semejantes

1. Triángulos semejantes
2. Teorema de Tales
3. Criterios de semejanza de triángulos
4. Semejanza de polígonos

Tema 2: Trigonometría

1. Medida de ángulos
2. Razones trigonométricas
3. Relaciones trigonométricas fundamentales
4. Circunferencia unidad
5. Ángulos complementarios
6. Ángulos suplementarios
7. Ángulos que se diferencian en 180°
8. Ángulos opuestos
9. Resolución de triángulos rectángulos

Por lo general la parte de Geometría suele impartirse en la última de las evaluaciones del curso. En este período los alumnos están más cansados y por este motivo es aconsejable plantear el tema de forma atractiva.

El bloque de Geometría se llevará a cabo en 19 sesiones de 50 minutos cada una. Al contar en este curso con tres clases semanales de Matemáticas, la duración de este bloque será de 6 semanas.

A continuación se detalla lo que se realiza en cada una de las sesiones de este bloque.

SESIÓN 1: Inicialización

En primer lugar se deben formar los grupos base en los que se trabajará esta parte de la materia. Antes de nada, es importante motivar a los alumnos hablándoles de las ventajas y los beneficios de este tipo de trabajo. Los alumnos deben tener claro desde un principio que su trabajo no se va a limitar a agruparse en equipos y realizar las actividades como vaya surgiendo. También es importante hacerles ver que este tipo de metodología es beneficiosa solo si se desarrolla bajo unas condiciones óptimas, que es necesario que participen y cooperen en el grupo, que ayuden a los compañeros que no entiendan la materia o que todos deben colaborar en la misma medida.

La creación de grupos corre a cargo del profesor. Estos deben ser creados de forma heterogénea y a su vez homogéneos entre ellos. Se forman grupos de 4 alumnos en los que se encuentre un miembro de rendimiento alto, otro de rendimiento bajo y dos de rendimiento medio. Existen diversas maneras de seleccionar los grupos. Por ejemplo, el profesor puede realizar un sociograma del aula o puede pedir información a profesores de cursos anteriores que ya hayan trabajado con estos alumnos. En este caso, al centrarnos en el bloque de Geometría que se imparte en el último trimestre, el profesor ya conoce lo suficiente a los alumnos como para poder distinguir sus rendimientos y sus actitudes en el aula.

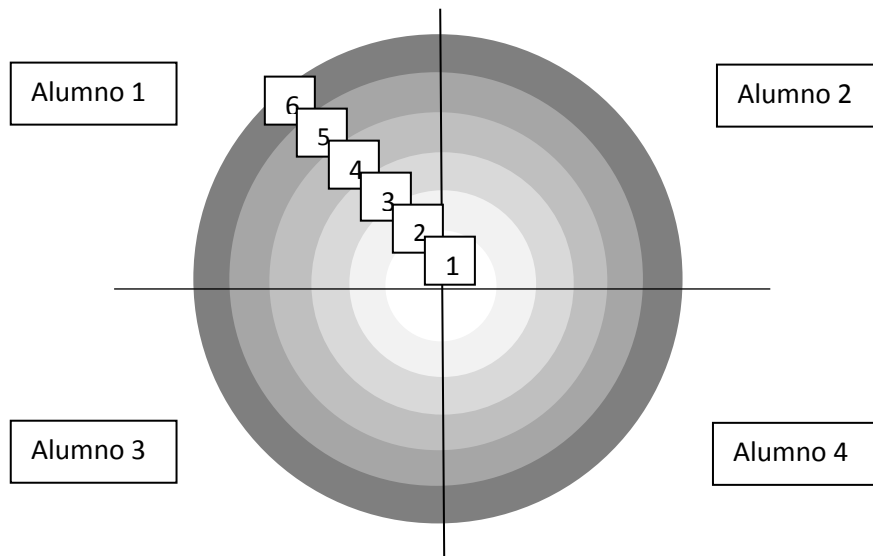
Independientemente del rendimiento académico, el profesor también debe pensar en las habilidades sociales de los alumnos, intentar que en los grupos haya mezcla de alumnos más sociables con alumnos que les cueste más relacionarse.

Los alumnos deben escoger el cargo que van a desempeñar dentro del grupo. Se les da cuatro posibilidades: portavoz, secretario, coordinador y responsable del material. El profesor les deja 3 minutos para que decidan qué cargo va a tener cada uno.

Para motivar a los alumnos sobre el trabajo cooperativo, se va a realizar una actividad de motivación hacia la cooperación, solidaridad y ayuda mutua, valores que van a tener que poner de manifiesto a lo largo del trabajo. Un ejemplo de

actividad podría ser *El blanco y la diana*. El docente entrega a cada grupo una cartulina donde se han dibujado círculos concéntricos, tantos como preguntas se van a realizar entre los componentes del grupo. Esta plantilla está a su vez dividida en tantas partes como miembros tiene cada grupo.

El cuestionario que se va a realizar tiene la función de que los alumnos de cada grupo se conozcan más entre ellos, cojan confianza y conozcan las habilidades de cada uno. Las preguntas a realizar van a ser las siguientes:



- 1) ¿Cuál es tu nombre?
- 2) ¿Cuál es la asignatura que te gusta más y cuál la que menos?
- 3) ¿Cómo se te dan las Matemáticas?
- 4) ¿Te gusta la Geometría?
- 5) ¿En qué parte del trabajo en equipo crees que puedes destacar?
- 6) ¿Cuál crees que es el aspecto de tu forma de ser que puede contribuir al trabajo cooperativo?

Con esta primera actividad que no les llevará más de media hora, los alumnos se conocen entre ellos y descubren las habilidades y gustos de sus compañeros de equipo. En esta actividad, el coordinador se encarga de dar los turnos de participación, el alumno secretario anota las respuestas en la parte de la diana correspondiente, y una vez finalizado, es el responsable del material el encargado de guardar el resultado de esta primera actividad.

✓ Tema 1: Semejanza → 7 sesiones

SESIÓN 2

El profesor comienza el tema que van a ver durante las siguientes 7 sesiones, el tema de Semejanzas. Con la ayuda del proyector presenta los primeros resultados teóricos: el concepto de triángulos semejantes, triángulos en posición de Tales y el teorema de Tales que relaciona ambos (dos triángulos que se encuentran en posición de Tales son semejantes). Estos resultados los acompaña de ejemplos para que los alumnos vean de forma más clara qué es lo que significan.

A continuación, con el fin de comprobar que los alumnos han comprendido los nuevos conceptos, les entrega a cada grupo una ficha con ejercicios sencillos. Esta actividad se realiza utilizando la técnica *Aprendiendo Juntos* que vimos que era puramente cooperativa. Cada equipo realiza los ejercicios de forma conjunta, asegurándose de que todos los miembros dominen la materia. Al final entregan al profesor la ficha con las soluciones cubiertas. La buena realización de la ficha supondrá una recompensa grupal.

SESIÓN 3

En esta clase el profesor les cita los tres *Criterios de semejanza*. Estos criterios son los que se exponen a continuación:

1. Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.
2. Dos triángulos son semejantes si sus tres lados son proporcionales.
3. Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son semejantes.

La actividad que tendrán que realizar en esta sesión seguirá una técnica TAI: todos los alumnos trabajarán sobre el mismo contenido pero con objetivos distintos, ayudando a los compañeros cuando lo precisen.

Los contenidos serán los mismos para todos los equipos, los resultados vistos hasta el momento, pero cada uno tendrá que un objetivo diferente: demostrar con un ejemplo uno de los criterios de semejanza. Al ser tres los criterios, un cuarto resultado será propuesto, el de la inversa del teorema de Tales: comprobar que no todos los triángulos semejantes se encuentran en posición de Tales.

El coordinador será el encargado de asignar a cada componente su tarea, que el secretario indicará en un folio. El resto de la clase los alumnos la dedicarán a resolver su actividad y a ayudar a sus compañeros en la resolución de la suya.

Al acabar la clase, el encargado del material recoge los trabajos de todos y el folio con las tareas de cada uno y se la entrega al profesor.

SESION 4

En esta sesión el profesor explicará a los alumnos el tema de las escalas. Les comentará que la escala es la razón de semejanza entre la figura original y su representación. Les pondrá ejemplos de la vida real como pueden ser los planos que se hacen antes de construir un edificio o los mapas que consultamos en la red.

En el tiempo restante de la clase se realizará una actividad según la técnica del *Rompecabezas*. Se entrega a cada grupo un boletín con problemas sobre escalas en el que hay cuatro figuras: un mapa con el camino que hay que recorrer para ir de un pueblo a otro, el plano de una habitación, una fotografía y el plano de un parque. Cada una de ellas viene acompañada de unas medidas en una determinada escala. La actividad consiste en que se den las medidas reales de los objetos señalados en cada una de las figuras.

Cada miembro del grupo debe escoger una de las figuras y trabajar en su problema de forma individual durante 15 minutos. Una vez pasado ese tiempo, se reúnen los alumnos de cada grupo con los de los otros grupos que realizaron su misma actividad. Durante 5 minutos discuten sobre el procedimiento seguido y la solución obtenida. Al finalizar el tiempo vuelven a sus grupos base donde cada componente dispone de 3 minutos para explicar al resto de su equipo la realización de su problema y la solución a la que llegó. Al final el grupo dispone de otros 5 minutos para discutir si alguno de ellos no lo ha hecho bien y poder modificarlo en caso de que haya algún error.

Al final de la clase cada grupo entrega los trabajos realizados por cada uno de los miembros del grupo.

SESION 5

Esta sesión se va a desarrollar en el aula de informática. El profesor ha preparado un cuestionario de respuesta múltiple en Moodle. Las preguntas serán tanto teóricas como prácticas. Cada equipo dispondrá de un ordenador en el que tendrá acceso a la encuesta, y con la técnica de *Aprender Juntos* irán resolviendo cada pregunta. Cada equipo debe discutir cada pregunta, consensuar el procedimiento para su resolución y realizar los cálculos requeridos en caso de ser necesario.

No se debe de avanzar de pregunta hasta que todos los miembros la hayan comprendido y hayan llegado a la misma solución que el resto de sus compañeros.

Al final de la clase se enviará el cuestionario cubierto al profesor, que realizará una evaluación grupal.

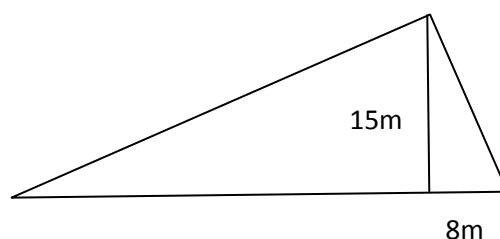
SESIÓN 6

El profesor explica a los alumnos los resultados que quedan por ver: el teorema del cateto y el teorema de la altura.

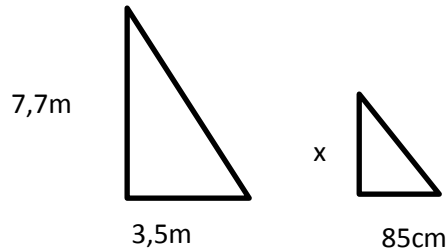
El resto de la clase los alumnos tendrán que hacer problemas relacionados con estos teoremas y los resultados vistos hasta ahora para afianzar los conocimientos adquiridos.

Los problemas se refieren a temas de la vida cotidiana. Por ejemplo:

1. Calcular las medidas de los lados de una parcela que tiene forma de triángulo rectángulo. Se sabe que tiene una valla de 15 metros de longitud atravesándola y que la distancia de un extremo de esta valla a la salida es de 8m.



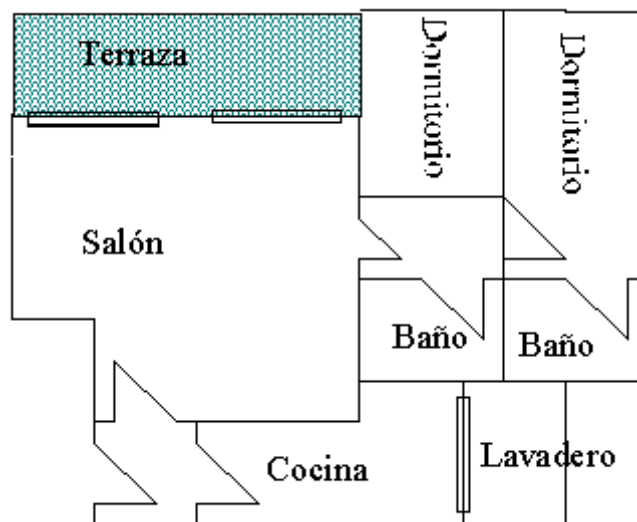
2. Calcula la altura de una persona sabiendo que en un determinado momento del día proyecta una sombra de 85cm y que una casa de 7,7 m de altura tiene, en ese mismo instante, una sombra de 3.5m.



SESIONES 7 Y 8

Estas dos últimas sesiones del tema se llevarán a cabo de nuevo en el aula de informática. El profesor entrega a cada grupo una ficha donde les indica qué es lo que tienen que realizar. En esta ficha hay tres actividades relacionadas con el tema. La primera de ellas consiste en un esquema que representa la planta de una casa dibujada en escala 1:50 y donde se dan todas las medidas en dicha escala. Los alumnos deben calcular las medidas reales, representarlas utilizando el programa Cabri II Plus y calcular la superficie de la casa.

Cabri II Plus es un software reconocido de interés pedagógico. Este programa, específico de Geometría Dinámica, es fundamentalmente gráfico y para adquirirlo es necesario comprar una licencia. En su página web existe una versión de evaluación que permite su utilización de forma gratuita durante un mes.



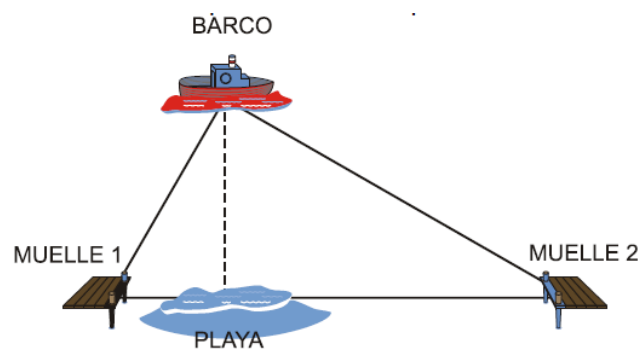
(Esta figura se ha extraído de la página del centro IES Arroyo de la Miel, concretamente en el apartado de Matemáticas. El enlace web es el siguiente:

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarrojo/matematicas/materiales/4eso/geometria/homoteciasysemjanzas/homoteciasysemjanzas.htm>)

A los alumnos se les explica que para realizar esta actividad van a seguir una de las técnicas del trabajo cooperativo, la llamada Grupo de Investigación. Para ello cada miembro del grupo debe indicar qué parte del trabajo es la que más le gustaría realizar o para cuál está más capacitado. De esta forma se reparten el trabajo en partes. Así por ejemplo dos miembros manejarán el software, otro realizará los cálculos y otro redactará el informe con los pasos seguidos. Al escoger esta técnica se garantiza que todos los componentes del grupo participen y cooperen en la realización. Si alguno de los compañeros tiene dificultades para continuar, sus compañeros de grupo deben prestarle ayuda y favorecer que el trabajo evolucione.

Al igual que en todos los trabajos realizados a lo largo de la unidad, el profesor estará en el aula para guiar y orientar a los alumnos y resolver las dudas que surjan a lo largo de la actividad.

En la siguiente actividad los alumnos tienen que calcular la distancia entre el barco y la playa sabiendo que los dos muelles se encuentran separados por una distancia de 6,1km y que la playa, situada entre los dos muelles en línea recta, se encuentra a 3,6km de uno de los muelles.



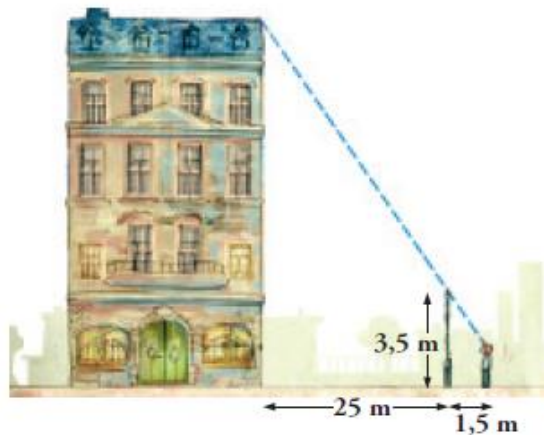
(Esta figura ha sido extraída de un boletín de ejercicios que puede verse en el siguiente [enlace](http://docencia.izt.uam.mx/sgpe/files/users/uami/mmac/Lectura5Semana4.pdf) web: <http://docencia.izt.uam.mx/sgpe/files/users/uami/mmac/Lectura5Semana4.pdf>)

Al igual que en la primera de las actividades, los alumnos deben representar el dibujo utilizando el software antes indicado y expresar el valor de cada una de las distancias calculadas.

Los alumnos, siguiendo con la técnica del *Grupo de Investigación*, deben cambiar las funciones de cada uno con la finalidad de que todos los miembros trabajen en todos los papeles.

Este problema se resuelve utilizando los teoremas del seno y de la altura.

La última de las actividades se desarrolla de forma similar a las anteriores, pero ahora en su resolución se tendrá que utilizar el teorema de Tales. En este problema los alumnos deben calcular la altura de la casa sabiendo que el chico mide 165cm y que tomó las medidas que se indican en la figura.



(Figura obtenida de la página web del centro IES Arroyo de la Miel de Málaga).

En esta última actividad los alumnos volverán a dibujar el esquema representativo del problema e indicarán en él los datos calculados.

Una vez acabada la ficha, cada grupo debe guardar los ficheros creados en Cabri II Plus en una carpeta, que se juntarán con el informe donde se cuentan los pasos seguidos, los resultados teóricos utilizados en las resoluciones y los resultados obtenidos. Esta carpeta se enviará al profesor para que evalúe la labor de cada grupo.

REFUERZO

Las actividades de refuerzo van dirigidas a aquellos alumnos que hayan tenido problemas de comprensión a lo largo de la unidad o aquellos que posean alguna necesidad educativa especial. Es por este motivo que estas actividades deben de ser especialmente motivadoras y atractivas para quienes las realicen.

Estas clases de refuerzo se llevarán a cabo en el aula de informática y en grupos de dos previamente seleccionados por el profesor.

El profesor les hará un breve repaso de la materia que se ha dado en las clases ordinarias y luego procederán a hacer actividades.

La primera de ellas será utilizando el programa ThatQuiz. Esta herramienta online permite realizar ejercicios con diferentes niveles de dificultad y en un tiempo especificado de antemano. Los alumnos señalarán el módulo de Triángulos y dentro de este, el apartado de Semejanza. Esta actividad está diseñada para que la realicen entre los dos compañeros, discutiendo el desarrollo y la solución del problema. Al final de la actividad las parejas tendrán el número de aciertos y la posibilidad de corregir aquellos ejercicios que no hayan realizado correctamente.

Una vez que el profesor considere que ambos miembros de la pareja hayan mejorado y avanzado en el tema, pasarán a realizar actividades más complejas. En este caso podrán utilizar el programa Moodle. Esta plataforma también permite la realización de quiz pero ahora es el profesor el que los crea y luego se los deja a los alumnos. La ventaja de este programa es que el profesor puede realizar las actividades conforme al rendimiento de los alumnos.

A medida que los alumnos vayan mejorando, pueden acceder a actividades más complejas como las realizadas en la clase ordinaria. El profesor les dará un boletín de ejercicios que deberán representar utilizando Cabri II Plus.

Es muy importante que el profesor esté pendiente de las parejas y controle que ambos miembros participen por igual. Estos miembros deben de tener un rendimiento académico similar para evitar que uno de los alumnos avance más rápido que el otro.

EVALUACIÓN

Este tema de Semejanza no es muy extenso y tampoco es muy complejo. Por este motivo, la calificación de este tema se dividirá en dos partes: un 90% de la nota es evaluación grupal, a partir de las actividades que han entregado cada grupo. El 10% restante es una calificación individual, que se corresponde con el comportamiento de cada alumno dentro del grupo. El profesor debe estudiar si los alumnos cooperan y participan, si mejoran su rendimiento y si muestran una actitud positiva respecto al trabajo cooperativo.

✓ Tema 2: Trigonometría → 11 sesiones

Al empezar este tema es importante que el profesor revise cómo ha sido el funcionamiento de los diferentes grupos en el tema anterior. Si considerase que alguno no ha funcionado, debería realizar las modificaciones que creyese oportunas.

Las sesiones de este tema se van a distribuir de la manera que se expone a continuación.

SESIÓN 1

Para comenzar el tema de Trigonometría, el profesor les comenta a los alumnos que en una de las siguientes clases van a construir su propio medidor de ángulos, y que por tanto, tienen que conseguir el material necesario para su construcción. Les entrega un folio donde se especifica el material necesario que deben reunir y que será en encargado del material el que lo guardará.

A continuación el profesor hace una introducción sobre los ángulos de un triángulo y los sistemas en los que estos se pueden medir. Se hablará del cambio de unidades de grados a radianes y viceversa, y harán pequeños ejemplos individuales para familiarizarse con el tema.

Sobre los ejes coordenados se dibuja una circunferencia de 360° y se dibuja un triángulo. A partir de ese triángulo al que le pondrán nombres a sus lados, se definen las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.

El profesor les propone unos ejercicios sencillos para que realicen con el compañero que tienen sentado al lado.

A continuación el profesor les explica cómo funciona la calculadora científica para calcular las razones trigonométricas, y el cálculo inverso, los ángulos que tienen unas razones trigonométricas dadas.

Cuando esto quede claro, se explican las razones trigonométricas inversas del seno, coseno y tangente, es decir, la cosecante, la secante y la cotangente.

Los últimos minutos de la clase se dedican a practicar en grupo el cálculo de las razones, sus inversas y los ángulos que se obtienen a partir de esas razones utilizando la calculadora científica.

SESION 2

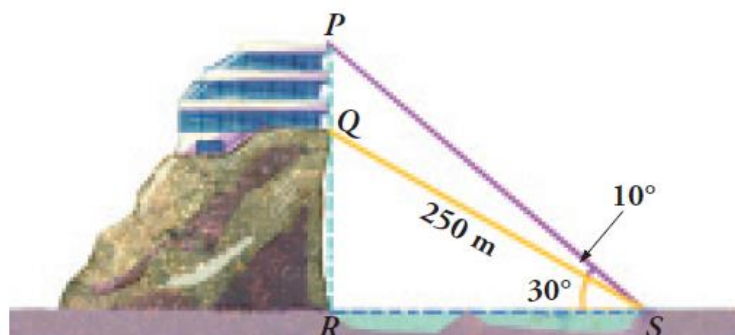
Repaso de la clase anterior y explicación de las propiedades de las razones trigonométricas, haciendo especial hincapié en la propiedad fundamental que será de gran relevancia en la resolución de actividades.

Luego el profesor entrega un boletín de problemas con el valor numérico de la solución de cada actividad a cada alumno, y que deben resolver en grupo utilizando la técnica *Aprender Juntos*. Todos los alumnos tienen que avanzar al mismo tiempo, y si alguno de los miembros se queda atrasado, sus compañeros tienen que ayudarlo y explicarle sus dudas. En esta actividad el profesor supervisa el trabajo dentro de los grupos y controla que en todos los equipos se avance a la vez y no se quede nadie atrasado. También debe ocuparse de atender a los alumnos que muestren mayores dificultades de comprensión.

Este boletín cuenta con problemas relacionados con la vida cotidiana cuyos enunciados deben ser interpretados correctamente por los alumnos para poder resolver cada problema de la forma adecuada.

Ejemplos de estas actividades son las siguientes:

- La sombra de un árbol mide 18m y forma un ángulo de 40° con el punto más alto del árbol, ¿cuánto mide el árbol?
- Calcula la altura del edificio, PQ, si sabemos que el funicular que va de S a Q recorre una distancia de 250m y que se han medido los ángulos que se indican en la figura.



(Figura obtenida de la página web del IES Arroyo de la Miel de Málaga)

SESIÓN 3

En esta sesión el profesor explica las razones trigonométricas de los ángulos de 30° , 45° y 60° y a continuación los alumnos continúan trabajando en la realización del boletín entregado el día anterior.

Al final de la clase el profesor comprueba que todos los grupos han realizado los ejercicios y que todos han avanzado al mismo tiempo. En caso de no ser así, el profesor debe anotar aquellos grupos en los que se ha trabajado de forma más individualista avanzando sus miembros a un ritmo diferente.

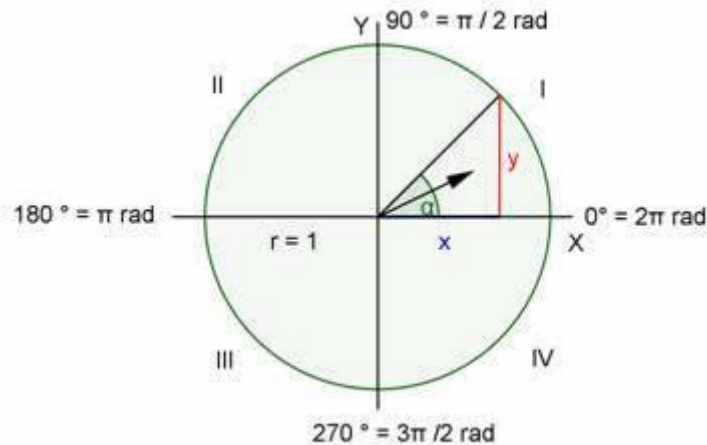
SESIÓN 4

Para asentar los conocimientos vistos hasta este momento, los alumnos acuden al aula de informática. El profesor ha preparado un cuestionario realizado con Moodle Quiz en el que se trabajarán cuestiones de este tema. Cada grupo de alumnos dispone de un ordenador y tienen una única posibilidad para acertar la respuesta. Entre todos los componentes deben discutir acerca de la resolución y la respuesta correcta.

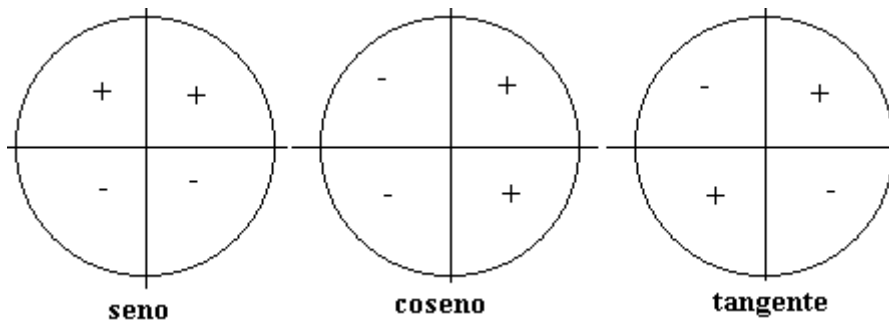
El profesor creará el cuestionario para que, al finalizar todos los grupos, le devuelva una calificación de cada grupo. El criterio escogido para la elección de la nota es el de puntuar sobre la media de todos los grupos.

SESIÓN 5

En esta clase los alumnos van a estudiar la circunferencia unidad y el signo de las razones trigonométricas en cada uno de los cuatro cuadrantes.



(Figura recuperada de la página web: <http://www.vadenumeros.es/geogebra/geometria/goniometrica.html>)



(Figura recuperada de la página web: <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/Geofis/practicas/trigonometria.htm>)

El resto de la clase se explicará las relaciones entre ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos que se diferencian en 180° y ángulos opuestos.

Al final de la clase se dejan 10 minutos para que los alumnos puedan discutir con sus compañeros de grupos lo que vieron en esa clase y comentar las posibles dudas pues esta parte suele ser de gran dificultad para los alumnos.

SESIÓN 6

Práctica de lo visto en la sesión anterior. Los alumnos realizarán actividades en las que tengan que calcular los dos ángulos de la circunferencia unidad que cumplan unos requisitos dados de antemano.

Esta actividad se lleva a cabo siguiendo la técnica 1-2-4. En esta técnica los alumnos trabajan en primer lugar de forma individual, luego por parejas y finalmente en el grupo de cuatro.

Los alumnos comentan las dudas con el compañero que tienen a su lado, y en caso de no encontrar solución, podrán consultar al resto del grupo. Al acabar, comparan resultados con el compañero que tienen a su lado y discuten aquellos problemas en los que han obtenido soluciones diferentes. Finalmente, harán una puesta en común entre todos los miembros del grupo.

Cada alumno entregará sus actividades resueltas al profesor.

SESIONES 7, 8, 9 y 10

En las siguientes sesiones se va a llevar a cabo un pequeño proyecto titulado: *¿Cuánto miden los edificios del centro?*

Para llevar a cabo este proyecto, se realizan los siguientes pasos:

Paso 1: construcción de un medidor de ángulo → SESIÓN 7

Paso 2: medición de la altura de los edificios que componen el centro: el aulario, el polideportivo y la entrada del centro → SESIÓN 8

Paso 3: creación de una memoria en la que se expliquen los pasos seguidos y los resultados obtenidos. La memoria se documenta con fotografías, que los alumnos puedan tomar con sus smartphones o con cámaras digitales, y con imágenes tomadas de Cabri II Plus en las que se representan los edificios medidos y las medidas tomadas → SESIONES 9 Y 10

A continuación se expone de manera más detallada en qué consiste cada uno de estos pasos.

Construcción de un medidor de ángulos:

Para construir el medidor de ángulos los alumnos necesitan el siguiente material:

- Tabla
- Cartulina
- Transportador de ángulos
- Bolígrafo hueco

- Punta
- Hilo
- Plomada (puede ser una piedra, un botón o cualquier peso pequeño)

Las herramientas necesarias son las siguientes:

- Cúter
- Tijera
- Pegamento
- Rotulador
- Compás
- Regla

De forma resumida, el procedimiento para calcular el medidor es el siguiente: en la cartulina, con ayuda del transportador y del compás, se realiza una semicircunferencia. Se marcan los ángulos con el rotulador y se recorta la cartulina. A continuación se pega la cartulina a uno de los lados de la tabla y en el punto desde donde se comienzan a medir los ángulos se clava una punta. A esta punta se ata el hilo del que cuelga la plomada. Para finalizar, se pega el bolígrafo en el lateral de la tabla en el que está pegada la cartulina.

En la primera de estas sesiones, los alumnos construyen sus medidores dentro del grupo base y se ayudan entre ellos en los problemas que les pudieran surgir.

Los alumnos deben tener acabado el medidor para el día siguiente.

Cálculo de alturas:

En esta sesión, los alumnos con sus compañeros de grupo, tendrán que medir las alturas del aulario, el polideportivo y la entrada del centro. Entre los componentes se reparten las tareas, por ejemplo, dos alumnos miden alturas ayudándose de los medidores construidos en clase, otro compañero anota las medidas que toman y el miembro restante puede tomar fotografías del proceso. Pueden turnarse las tareas para que todos tomen medidas que es la parte más importante de esta actividad.

Redacción de la memoria:

En las dos sesiones restantes los alumnos acuden al aula de informática donde disponen de dos ordenadores por grupo. Cada grupo reparte el trabajo principal en tareas, como pueden ser: realización de cálculos, redacción de la memoria o representación de los resultados utilizando Cabri II Plus.

La memoria debe contener la explicación de todo el proceso, desde la creación del medidor hasta los cálculos para obtener las medidas de los edificios indicados. Estas explicaciones deben de ir acompañadas de las fotografías realizadas y de impresiones de pantallas que contengan las representaciones realizadas con el software.

Al final, se le envía al profesor una carpeta en la que se incluye una copia de la memoria y otra de la práctica realizada con Cabri.

SESIÓN 11

En la última sesión de este bloque de Geometría se realiza una prueba individual que constituye un porcentaje de la nota final de cada alumno.

El examen debe constar de problemas similares a los realizados en clase y también de alguna explicación sobre algún aspecto del proyecto de la altura.

REFUERZO

A aquellos alumnos que hayan tenido problemas con el tema de trigonometría o a los que suelen tener un rendimiento bajo en la asignatura, el profesor les propone asistir a las clases de refuerzo.

Los alumnos que acuden a estas clases de refuerzo suelen mostrar desmotivación y falta de confianza hacia esta asignatura. Es por este motivo que las actividades que se realicen en estas clases deben de ser especialmente atractivas y motivadoras.

Para estas clases se propone el uso del programa ThatQuiz, que contiene actividades sencillas de trigonometría y se organizan por niveles. Los alumnos se disponen por parejas delante de un ordenador y van resolviendo los problemas. A medida que el número de errores vaya descendiendo, los alumnos van aumentando el nivel de dificultad de los mismos.

Otra posible actividad es la realización de algún juego entre los alumnos de la clase de refuerzo. Estos juegos se realizan en grupos de 3 personas y utilizando la técnica TGT. Siguiendo esta técnica, cada miembro de cada grupo se junta con otros miembros de otros grupos que tengan un rendimiento académico similar. En estos subgrupos se entregan fichas sobre actividades relacionadas con este tema. Cada

ficha acertada, supone un punto para el grupo de origen. Esta técnica garantiza que todos los miembros de los grupos puedan sumar puntos independientemente de su rendimiento, pues han participado con otros compañeros de nivel similar.

Las fichas del juego contienen preguntas y actividades relacionadas con este tema de trigonometría como pueden ser: ¿En qué cuadrantes es el seno positivo?, ¿Cuál es la tangente de 60° ? o ¿Cómo es la Identidad fundamental?

EVALUACIÓN

El tema de trigonometría es un tema complejo que suele suponer gran dificultad para los alumnos, no solo por los conceptos de razones trigonométricas totalmente nuevos para ellos, sino también por la dificultad que conlleva la representación espacial de esquemas y figuras. En unidades con estas características suelen encontrarse mayores diferencias en los rendimientos de los alumnos. Por este motivo, la evaluación de este tema tendrá un componente grupal y otro individual.

El 40% de la nota se corresponde con el trabajo grupal, compuesto por el proyecto del cálculo de las alturas y las actividades realizadas en el aula. El 50% es el resultado de la prueba individual. Se le da tanto peso a este examen porque es muy importante que los alumnos dominen los conceptos de trigonometría vistos ya que les servirán de base el curso siguiente. El 10% de la nota restante se corresponde con la actitud de los alumnos durante el trabajo cooperativo. En este porcentaje se incluyen la cooperación y participación, la ayuda a los compañeros y si se ha mejorado en el transcurso de la unidad.

5. Conclusiones

El aprendizaje cooperativo es una metodología cuyas ventajas se conocen desde hace varias décadas. Pero para que estas ventajas puedan ser apreciadas es necesario que este aprendizaje se lleve a cabo bajo ciertas condiciones. En el estudio realizado en este trabajo se han visto algunas de estas condiciones, como son el papel que debe desarrollar el profesor, el de orientar y guiar a los alumnos, la creación de los grupos de alumnos, deben ser heterogéneos y con un máximo de 4 o 5 miembros, o las tácticas utilizadas para llevarlo a cabo.

Las Matemáticas es una de las asignaturas en las que se observa una mayor diferencia en el rendimiento de los alumnos, además de ser una fuente de frustración y miedo para ellos. Por estos motivos se considera una de las materias que más se beneficia del uso del trabajo cooperativo. A lo largo de este trabajo se han expuesto las ventajas que se obtienen con este método, como pueden ser el favorecer el aprendizaje y aumentar la autoestima de los alumnos.

Mediante la exposición de los ejemplos de actividades llevadas a cabo en el aula de Matemáticas, se han comprobado las ventajas y beneficios de esta metodología. Los docentes encargados de ponerlas en práctica han corroborado que los resultados alcanzados son mejores que los obtenidos con las metodologías tradicionales. Además, en estos ejemplos se ha puesto de manifiesto la importancia de su correcta puesta en práctica en el aula, comprobando que si no se implementa de la forma adecuada, los resultados no son todo lo beneficiosos que cabría esperar.

Según los resultados de las entrevistas, se comprueba que los profesores son conscientes de lo beneficioso de este método, de que favorece el aprendizaje de la materia y que mejora las habilidades sociales de los alumnos. Sin embargo son una minoría los docentes que lo llevan a la práctica. Además, desconocen la metodología adecuada para ponerlo en práctica de forma correcta.

La propuesta práctica que se ha realizado está dirigida a alumnos de 4º de ESO y trata sobre el bloque de Geometría. La finalidad de esta propuesta es crear una guía atractiva e innovadora que facilite la labor de aquellos docentes que deseen implementar el aprendizaje cooperativo en sus clases y no sepan cómo hacerlo.

6. Líneas de investigación futuras

Son muchos los docentes que confiesan conocer los beneficios de este método pero que creen que es difícil implementarlo, ya sea por falta de tiempo o por falta de preparación. Una de las opciones destacadas para solucionar este problema sería la formación de docentes con el fin de aprender a utilizar el trabajo cooperativo en el aula. Esta formación podría ser proporcionada desde el centro de trabajo o bien realizar cursos específicos al respecto.

Otra opción puede ser la creación de guías en las que se recoja cómo implementar los diferentes bloques de Matemáticas en el aula. Si los profesores poseen libros de texto con las soluciones de las actividades, también podrían disponer de unos cuadernos que les sirvan de orientación para impartir los diferentes temas del currículo utilizando el aprendizaje cooperativo.

7. Limitaciones

A la hora de realizar este trabajo se han encontrado algunas limitaciones que han supuesto una dificultad a la hora de llevar a cabo ciertas tareas. Algunas de estas limitaciones se enumeran a continuación:

- La mayor parte de la bibliografía encontrada sobre este tema es bastante antigua, siendo las obras de referencia de las décadas de los ochenta o noventa.
- Imposibilidad de acceder a ciertas obras de importante relevancia en el tema. Estas publicaciones no están disponibles en bibliotecas o bases de datos, y si lo están, no son accesibles a todos los públicos.
- Existe numerosa bibliografía en la que se trata el marco teórico del aprendizaje cooperativo, pero son pocos los estudios en los que se han llevado a cabo experiencias en el aula.
- El tamaño de la muestra considerada para llevar a cabo las entrevistas ha sido limitada debido a la imposibilidad de acceder a más profesores.
- No se ha encontrado ninguna propuesta práctica de características similares a la realizada en este trabajo que ya haya sido llevada a la práctica, y así poder haber servido de referencia.

8. Bibliografía

8.1. Referencias bibliográficas

Davidson, N. (1990). Small-Group Cooperative Learning in Mathematics. En Cooney, T. y Hirsch, C. R. Teaching and learning mathematics in the 1990s. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Fernández, J. M. y López, E. (2012). Una experiencia de puesta en práctica de aprendizaje cooperativo en el aula. En XIV Congreso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. *Diversidad y Matemáticas*. Málaga.

Institut de Ciències de l'Educació. (Sin fecha). Grupo de Interés en Aprendizaje Cooperativo. Recuperado de <http://giac.upc.es/>

Goikoetxea, E., & Pascual, G. (2002). Aprendizaje Cooperativo: Bases teóricas y hallazgos empíricos que explican su eficacia. *Revista Educación XX1*, 227-247.

Gómez, J. L. (2007). *VI Aprendizaje cooperativo: Metodología didáctica para la escuela inclusiva*, Temas de desarrollo del Carácter Propio. Comisión Regional de Educación La Salle, Madrid.

Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.

Kagan, S. (1992). *Kagan Publishing and Professional Development*. Recuperado el 08/12/2013 de <http://www.kaganonline.com>.

Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Clemente, CA: Kagan

Lobato, C. (1998). *El trabajo en grupo: aprendizaje cooperativo en secundaria*. Bilbao:Universidad País Vasco.

- López, I. M. (2012). *Aprendizaje cooperativo con actividades motivadoras en Matemáticas*. (Trabajo fin de máster). Universidad de Almería, Almería. Recuperada de <http://repositorio.ual.es/jspui/bitstream/10835/1971/1/Trabajo.pdf>
- Menéndez, A. (2012). *Resolución de ecuaciones*. Material no publicado. Recuperado el 08/12/2013 de http://www.cpraviles.com/materiales/coop/doc/eso/19_%20adela/ecuaciones_ESO.pdf
- Ministerio de Educación de Perú. (2007). El aprendizaje cooperativo y la Matemática. En *Serie 1 para docentes de Secundaria. Currículo y desarrollo de capacidades en Matemática* (fascículo 4). Lima: El Nocedal S.A.C.
- Pujolás, P. (2008). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Grao.
- Pujolás, P. (2009). *Introducción al aprendizaje cooperativo*. Material no publicado. Recuperado de http://www.sindromedown.net/adjuntos/cNoticias/12_1_pere_o.pdf
- Serrano, J. M., González-Herrero, M. E., & Martínez-Herrero, M. C. (1997). *Aprendizaje cooperativo en Matemáticas. Un método de aprendizaje cooperativo-individualizado para la enseñanza de las Matemáticas*. Murcia: Servicio de Publicaciones Universidad de Murcia.
- Slavin, R. E. (1983). *Cooperative Learning*. New York:Longman
- Slavin, R. E., Sharan, S., Kagan, S., Hertz, R., Webb, C., Schmuck, R. (1985). *Learning to cooperative, cooperating to learn*. New New York:Springer.

8.2. Bibliografía complementaria

- Cooperativa de Enseñanza Jose Ramón Otero. (2009). *Aprendizaje cooperativo. Propuesta para la implantación de una estructura de cooperación en el aula*. Material no publicado. Recuperado el 08/12/2013 de http://crei.centros.educa.jcyl.es/sitio/upload/LAB__DOCUMENTACION__APRENDIZAJE_COOPERATIVO.pdf
- Gavilán, P. (2004). *Álgebra en Secundaria. Trabajo cooperativo en Matemáticas*. Madrid: Narcea.
- Johnson, D., Johnson, R. T. y Smith, K. (2006). *Active Learning: Cooperation in the college classroom*. Edina, Minnesota: Interaction Book Company.
- Kramarski, B. y Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing Mathematical Reasoning in the Classroom: The Effects of Cooperative Learning and Metacognitive Training. *American Educational Research Journal*, 40 (1), 281-310.
- Ovejero, A. (1990). *El aprendizaje cooperativo. Una alternativa eficaz a la enseñanza tradicional*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.
- Pons, R. M., González-Herrero, M. E. y Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en Matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de psicología*, 24 (2), 253-261.
- Pujolás, P. (2004). *Aprender juntos alumnos diferentes. Los equipos de aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Eumo-Octaedro.
- Velasco, P. J. y Domínguez, F. (2007). *El aprendizaje cooperativo en las asignaturas de Matemáticas*. Material no publicado. Recuperado de <http://madrid.universidadeuropea.es/myfiles/pageposts/jiu/jiu2007/arc>

hivos/EVAL%20ALTERNATIVAS/Velasco%20Quintana,%20Paloma%20
Julia.pdf

9. Anexo

Entrevista entregada a los docentes sobre diferentes aspectos del aprendizaje cooperativo en Matemáticas.

Nombre:

Centro:

Población:

Entrevista:

1. Desde su experiencia personal, ¿considera ventajoso el aprendizaje cooperativo en Matemáticas? O por el contrario, ¿cree que posee más inconvenientes? Justifique su respuesta
2. ¿Utiliza el aprendizaje cooperativo en sus clases? ¿Con qué frecuencia?
3. Dentro del grupo, ¿los alumnos realizan el trabajo de forma individual o tienden a cooperar y participar con los otros miembros del grupo?
4. ¿Considera el trabajo cooperativo como una ayuda a la comprensión de la asignatura de Matemáticas?
5. ¿Cuál cree que es la parte de la materia que mejor se adecúa a la puesta en práctica de este tipo de aprendizaje? (la parte de álgebra, geometría, algún tema en concreto, etc)
6. ¿Considera que mejora las habilidades sociales de los alumnos este tipo de aprendizaje?