



Universidad Internacional de la Rioja

Trabajo Fin de Máster

ESTUDIO BIBLIOGRÁFICO DE LA MOTIVACIÓN
EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS Y
PROPUESTA DE TALLERES APLICADOS A LA
VIDA REAL

María del Camino Maseda Fernández



Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria

Especialidad: Matemáticas

Universidad Internacional de La Rioja

Director: Javier Fondevila Gómez

Fecha: Diciembre 2011

Índice paginado de contenidos

1	Resumen	3
2	Introducción	4
2.1	Presentación y justificación	4
2.2	Objetivos	6
2.3	Metodología	6
3	Investigación bibliográfica	8
3.1	La motivación	8
3.1.1	¿Qué es la motivación?	8
3.1.2	Teorías de la motivación	9
3.1.2.1	Teorías de contenido	10
3.1.2.2	Teorías de proceso	11
3.1.3	Tipos de motivación	12
3.1.4	La motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje	13
3.1.4.1	Proceso de enseñanza-aprendizaje.....	13
3.1.4.2	Importancia de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.....	14
3.2	La motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas	15
3.2.1	Imagen social de las Matemáticas	16
3.2.2	Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas	17
3.2.3	Importancia de la motivación en el aprendizaje de las Matemáticas	18
3.3	Cómo aumentar la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas	20
4	Aportaciones	27
4.1	Aplicación de las matemáticas a la vida real	27
4.2	Contexto y características de los talleres	28
4.3	Talleres de Matemáticas aplicadas a la vida real	30
4.3.1	Taller 1: Empresa de fabricación y envasado de caramelos con palo	30
4.3.2	Taller 2: Análisis información política y periodística	34
4.3.3	Taller 3: Aplicación al mundo deportivo. Matemáticas y Fórmula 1	37
5	Conclusiones	41
6	Bibliografía	46

1 Resumen

En este trabajo se realiza una investigación bibliográfica para comprobar la importancia que tiene la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Las Matemáticas tienen una imagen social con marcado carácter negativo: asignatura difícil, que no sirve para nada, llena de números y letras que no tienen ningún sentido, sólo les gusta a los “raros”, Esta imagen genera unos prejuicios negativos en los niños y jóvenes, lo que influye negativamente en el aprendizaje de dicha asignatura. Si a esto le añadimos las dificultades que aparecen en el aprendizaje por tratarse de una asignatura donde unos conceptos se apoyan en otros, nos encontramos con que gran parte de los alumnos se encuentran desmotivados y no tienen interés por aprender.

La investigación bibliográfica realizada nos demuestra que la motivación es un factor fundamental para aprender Matemáticas. El profesor debe transmitir a los alumnos el entusiasmo en aprender. No se trata de que los alumnos estudien para aprobar sino que lo hagan por el placer de aprender cosas nuevas e ir construyendo su propio conocimiento matemático.

Para conseguir motivar intrínsecamente a los alumnos se deben utilizar metodologías activas con las que los alumnos descubran que las Matemáticas son una materia entretenida, interesante y que se utiliza continuamente en la vida diaria. Existen diversos métodos (juegos, medios audiovisuales, ...) para motivar a los alumnos, pero la investigación realizada nos lleva a concluir que la metodología idónea es aquella que ayuda a los alumnos a saber “para qué sirven las Matemáticas”. Se diseñan, por tanto, talleres de Matemáticas aplicadas a la vida real.

Gracias a estos talleres, los alumnos de ESO y Bachillerato comprobarán que las Matemáticas tienen muchas aplicaciones en el día a día, se darán cuenta de que saben resolver múltiples problemas y eso aumentará su confianza y, lógicamente, su motivación por la asignatura. Desearán continuar aprendiendo.

2 Introducción

Como introducción a este Trabajo Fin de Máster se comentará brevemente el motivo por el que se realiza esta investigación, qué objetivos se persiguen y cuál es la metodología utilizada para llevarla a cabo.

2.1 Presentación y justificación

"La habilidad es lo que permite hacer ciertas cosas. La motivación determina lo que se hace. La actitud determina cuán bien se hace."

(Holtz, Lou, <http://citasyproverbios.com>)

¿Qué es la motivación? Me gustaría, en primer lugar, introducir el concepto de motivación para proceder posteriormente a introducirlo en el contexto de la educación y, en concreto, del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Según la RAE, motivación es la *"acción y efecto de motivar"*, siendo motivar *"disponer del ánimo de alguien para que proceda de un determinado modo"* (Real Academia Española, 2001). La motivación es un impulso, una atracción que algo ejerce sobre un individuo. Esa atracción nos da la fuerza necesaria para superar las dificultades necesarias para el logro del objetivo. Cuando tenemos motivación por hacer algo, nos enfrentamos de un modo más positivo a las dificultades y problemas con que nos encontramos en la búsqueda de esa acción. La motivación, por tanto, ayuda a conseguir un objetivo. La motivación es algo positivo.

Si la motivación nos proporciona el impulso para conseguir realizar una determinada acción, podemos y, sobre todo, debemos, debido a su utilidad, particularizarlo para el caso del proceso educativo. Y es que, en el caso de la educación, la motivación cobra un papel muy importante. Desde hace años venimos escuchando cómo los profesionales de la docencia repiten siempre la misma frase: *"Hoy en día los alumnos no están motivados, no les interesa aprender"*. Se debe reflexionar acerca del por qué de esta afirmación.

Me gustaría, por tanto, destacar algunas de las preguntas que, bajo mi punto de vista, se deben plantear al intentar atacar el problema de la motivación y/o falta de motivación en los alumnos actualmente:

- ¿Se puede aumentar la motivación de los alumnos?
- ¿Se puede aumentar la motivación de los alumnos hacia las Matemáticas?
- ¿Cómo podemos hacerlo?

Estas preguntas acerca de la motivación se irán tratando en el desarrollo de este Trabajo Fin de Máster. Se partirá analizando la motivación en una tarea cualquiera para luego particularizar a la educación. Y, dentro del proceso educativo, se tratará más en detalle la importancia o no de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Las Matemáticas tienen una imagen social “conflictiva”, ya que se nos muestran como una asignatura árida, difícil, sin aplicaciones reales, Es por ello que muchos alumnos ya tienen una idea preconcebida acerca de las Matemáticas y creen que sólo les gustan las Matemáticas a los “locos”, a los “raros”, “empollones” y demás. Esta imagen negativa de las Matemáticas les crea una barrera que, en muchos casos, parece insalvable. Los alumnos tienen una imagen preconcebida de las Matemáticas de incomprensibles, aburridas y que no sirven para nada, por lo tanto ya no se esfuerzan en tratar de comprenderlas.

Es en ese momento cuando la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas adquiere una especial relevancia. Es tarea del educador el romper esa barrera infranqueable que separa el aprendizaje de las Matemáticas de los alumnos y conseguir que éstos vean lo que hay detrás de los números: juegos, aplicaciones, utilidades, demostraciones, ejercicios, cultura, ... y un sinnúmero de conocimientos prácticos que pueden llegar a motivar a los alumnos. El profesor debe lograr que los alumnos se sientan atraídos por la asignatura y deseen aprender. Es una tarea harto difícil, pero, a través de determinadas actividades, los alumnos pueden percatarse de que las Matemáticas tienen aplicación y que les serán útiles a lo largo de la vida. Algunos ejemplos de actividades prácticas para aumentar la motivación se expondrán al final de la investigación.

La justificación de este trabajo de investigación es resaltar la importancia que tiene la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y diseñar actividades concretas, a modo de ejemplo, que puedan servir para motivar a los alumnos a través de la aplicación de las Matemáticas a la realidad.

2.2 Objetivos

Los objetivos a conseguir con este Trabajo Fin de Máster son los siguientes:

- Comprobar que la motivación de los alumnos es un factor fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.
- Comprobar que una posibilidad para aumentar la motivación y el interés de los alumnos por la asignatura, es ayudar a los alumnos a ver las aplicaciones de las Matemáticas en la vida real. Los alumnos de ESO y Bachillerato deben tener presente que las Matemáticas no son sólo conceptos teóricos, números y fórmulas sin sentido ni aplicación, deben comprender que “sirven” para un gran número de ámbitos de la vida cotidiana.
- Realizar el diseño de actividades concretas para que los alumnos trabajen las Matemáticas desde el punto de vista práctico: aplicación en una empresa, análisis crítico desde el punto de vista matemático de la información que recibimos (prensa, política, ...), etc.

2.3 Metodología

Respecto a la metodología a emplear, mi intención es plantear dos partes diferenciadas en el desarrollo del Trabajo Fin de Máster:

- En primer lugar, una investigación bibliográfica sobre la importancia de la motivación en la enseñanza de las Matemáticas.
Esta investigación se realizará a través de la lectura y análisis de libros, artículos de revista, artículos de Internet, estudios de diversas Universidades, páginas web, ..., etc. A lo largo de la historia muchos autores han tratado de explicar el concepto de la motivación y su relevancia en el comportamiento de las personas. Y gran parte de los autores han centrado su estudio en la importancia de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje en general, y de las Matemáticas en particular. Llegar a ese punto será el objeto final de nuestra investigación, para así poder extraer conclusiones propias.

- En segundo lugar, el diseño de actividades prácticas que permitan que los alumnos se percaten de las aplicaciones que tienen las Matemáticas en diferentes aspectos de la vida real e incrementar así su motivación por la asignatura.

3 Investigación bibliográfica

La investigación bibliográfica se realizará partiendo de los aspectos generales para llegar a los aspectos específicos. En primer lugar, se partirá investigando sobre qué es la motivación y la importancia de la motivación en la realización de cualquier tarea. A continuación, se estudiará la importancia de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para, posteriormente, concretarlo en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas debido a los problemas que genera dicho proceso por tratarse de una asignatura compleja y con “mala fama”. Esto nos permitirá extraer unas conclusiones y aportaciones acerca del tema.

3.1 La motivación

La motivación es un tema que han estudiado muchos autores a lo largo de la historia. Por ejemplo, Abraham Harold Maslow, Douglas McGregor, David MacClelland, Edwin Locke, Víctor Vroom o B.F. Skinner han desarrollado diferentes teorías acerca de la motivación y el comportamiento humano en función de esa motivación. Por tanto, se comenzará esta investigación analizando algunas de dichas teorías y los tipos de motivación; esto nos servirá de punto de partida para contextualizar el tema de la motivación.

Se analizará después el proceso de enseñanza-aprendizaje y la importancia de la motivación en dicho proceso. Esta motivación no sólo tiene que estar presente en el alumno sino también estarlo en el docente. Éste desempeña un papel fundamental ya que la motivación ó falta de la misma por parte del profesor se traslada al alumno. De poco sirve analizar los recursos del profesor para motivar al alumno si el primero no se encuentra motivado en su desempeño de la tarea de enseñanza.

3.1.1 ¿Qué es la motivación?

La motivación es el detonante que nos impulsa a comenzar una determinada actividad, y a desarrollar la misma con entusiasmo y con fuerza para enfrentarnos a las posibles dificultades que pueden aparecer durante el desarrollo de dicha actividad. Quien tiene motivación por una determinada tarea denota entusiasmo, fuerza y resistencia ante las adversidades y energía para lograr el objetivo buscado.

Se puede definir la motivación como “*las fuerzas que actúan sobre un individuo o en su interior, y originan que se comporte de una manera determinada, dirigida hacia las metas, condicionados por la capacidad del esfuerzo de satisfacer alguna necesidad individual*” (Eduardo Amorós, 2007, p. 81).

De esta definición, según los estudios de Eduardo Amorós, se pueden extraer tres conceptos claves en la motivación: esfuerzo, necesidad y meta.

- Esfuerzo: se identifica esfuerzo con la intensidad con la que se desarrolla la actividad. Un individuo motivado pone esfuerzo en el desempeño de su acción. Considero el esfuerzo como el aspecto fundamental, ya que esfuerzo denota lucha, perseverancia, entusiasmo, capacidad, fuerza de voluntad, ...
- Necesidad: se identifica necesidad con un estado interno del individuo que hace que algo le resulte atractivo y esté motivado para conseguirlo.
- Meta: se identifica meta con el objetivo buscado.

De la propia definición de motivación se deduce la importancia de la misma y que, a mayor motivación, mayor implicación en la tarea, mayor entusiasmo y mayor resistencia ante las dificultades. Es, por tanto, la motivación un elemento esencial a la hora de desempeñar cualquier actividad. Es, por tanto, la ausencia de motivación un elemento perjudicial a la hora de desempeñar una tarea, ya que faltará el esfuerzo, la fuerza de voluntad, la lucha por alcanzar la meta,

3.1.2 Teorías de la motivación

Existen diferentes teorías que tratan de explicar el concepto de motivación (Eduardo Amorós, 2007). A continuación se comentan brevemente las teorías que se consideran más relevantes dentro del ámbito educativo. Se cita también la teoría de Maslow por ser, probablemente, la más conocida. El objeto de comentar estas teorías de autores reconocidos es investigar si se encuentra algún aspecto relevante para llevarlo a la práctica en el caso que nos ocupa (enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas).

Se puede establecer una clasificación de las distintas teorías de la motivación, en función de la forma de explicar el concepto de motivación (Ing. Clemente Valdés Herrera, 2006):

- teorías de contenido: son las que tratan de analizar los aspectos internos de la persona, aquellos que hacen que dicha persona se motive.
- teorías de proceso: son las que estudian el proceso de pensamiento que hace que la persona se motive.

3.1.2.1 Teorías de contenido

A este grupo pertenecen algunas de las teorías más difundidas hoy en día, como la teoría de la jerarquía de necesidades de Maslow que establece cinco niveles de necesidades en la conocida Pirámide de Maslow (necesidades fisiológicas, de seguridad psicológica, de amor y pertenencia, de autoestima, y necesidades de autorrealización) (González-Simancas & Carbajo López, 2005).

Sin embargo, a pesar de ser la teoría más difundida hoy en día, no se le ha encontrado base científica y no se analizará por tener poca relevancia para el caso de la motivación de unos alumnos de ESO y Bachillerato. Sí se detallarán un poco la teoría X e Y de McGregor y la teoría de los tres factores de MacClelland.

- Teoría X y Teoría Y de McGregor:

Douglas McGregor desarrolló una teoría según la cual existen dos formas diferentes de ver a los individuos, según la teoría X y según la teoría Y (Reyes Velis, 2011).

- La teoría X está marcada por un carácter profundamente negativo. Considera que los individuos son vagos, no les gusta el trabajo ni tienen metas por alcanzar. No asumen responsabilidades por lo tanto se les debe obligar e incluso amenazar mediante castigos para que realicen su trabajo.
- La teoría Y tiene un carácter positivo. Considera que las personas, en general, tienen interés en realizar su trabajo y son capaces de desarrollar la creatividad y de asumir responsabilidades. Esta teoría no contempla, por tanto, la necesidad de obligar mediante castigos al individuo para que realice su trabajo, ya que considera que éste es capaz de realizarlo por voluntad propia.

En función de estas dos teorías, se establecen diferentes tipos de dirección en una empresa. Extrapolándolo al contexto del aprendizaje, podrían deducirse también diferentes tipos de motivación. En el caso de la teoría X, las personas no tienen motivación ni luchan por conseguir algo, por lo tanto el estilo de enseñanza es autoritario; se establecen normas rígidas y, si es necesario, se utilizan amenazas o

castigos. Mientras que en el caso de la teoría Y, el estilo de docencia no es autoritario sino que existe un clima de confianza; las personas trabajan o realizan determinadas tareas porque tienen motivación, responsabilidad, capacidad de esfuerzo, creatividad. El placer que sienten al realizar bien la tarea es lo que les motiva a realizarla.

- Teoría de los tres factores de MacClelland :

Según David MacClelland existen tres tipos de necesidades distintas que motivan a los individuos a realizar tareas (Eduardo Amorós, 2007):

- necesidad de logro: es la tendencia a vencer obstáculos, superar dificultades, luchar por lograr el éxito, por triunfar. Las personas con necesidad de logro se preocupan por mejorar, por obtener buenos resultados.
- necesidad de poder: es la necesidad que tienen algunas personas de influir en el comportamiento de los demás. Valoran más el prestigio y el poder sobre otras personas que el resultado final de la tarea.
- necesidad de afiliación: es la necesidad que presentan algunas personas de tener buenas relaciones con los demás. Les preocupa más ser aceptados dentro de un grupo que realizar bien la tarea o tener buenos resultados.

3.1.2.2 Teorías de proceso

A esta clasificación pertenecen diversas teorías, como la teoría de la fijación de metas de Edwin Locke, la teoría de reforzamiento de Skinner, la teoría de las expectativas y la teoría de la evaluación cognoscitiva. Sólo se detallarán brevemente las dos primeras ya que las otras dos tienen más aceptación en el ámbito laboral.

- Teoría de la Fijación de Metas de Edwin Locke: esta teoría se basa en la importancia que tiene para la motivación de una persona el que realice la tarea dirigida hacia una meta. Dicha meta tiene que ser específica, es decir, la persona tiene que saber exactamente hacia dónde dirige su esfuerzo, y difícil de lograr, ya que las metas excesivamente fáciles disminuyen la motivación. Pero debe ser alcanzable. Además, si el trabajador ha participado en el establecimiento de la meta, esto incrementará aún más su motivación, ya que él mismo es partícipe de los objetivos a alcanzar y estará motivado a lograrlo venciendo dificultades y

manteniendo el esfuerzo en el tiempo (Publicaciones Vértice, 2008; Eduardo Amorós, 2007).

Un aspecto que aumentará todavía más la motivación de la persona, es que exista retroalimentación, es decir, que vaya conociendo los resultados obtenidos a medida que va realizando su tarea.

- Teoría del reforzamiento de Skinner: esta teoría se basa en que para modificar una conducta hay que modificar las consecuencias de dicha conducta. Considera que una persona realizará una determinada tarea si espera conseguir con ello un beneficio, mientras que si espera conseguir algo negativo no la realizará (Eduardo Amorós, 2007). Pueden realizarse cuatro métodos diferentes para modificar la conducta: reforzamiento positivo (premios), reforzamiento negativo (el individuo no realizará la acción con el objetivo de evitar consecuencias negativas), castigo (consecuencias negativas), y no reforzamiento o extinción (ausencia del reforzamiento).

3.1.3 Tipos de motivación

Se pueden distinguir distintos tipos de motivación en función de cómo se genere la misma. Si la motivación surge de modo espontáneo y aparentemente sin ningún motivo se denomina motivación intrínseca, mientras que si se provoca dicha motivación desde el exterior recibe el nombre de motivación extrínseca (Gómez Chacón, 2005):

- Motivación intrínseca o relacionada con la tarea: la tarea que el alumno está realizando, o la asignatura o conceptos que el profesor les está enseñando, despiertan el interés del alumno. El alumno realiza la actividad por la satisfacción y el placer que encuentra en el hecho de ir aprendiendo cosas nuevas. A medida que el alumno va dominando el objeto de estudio, se siente reforzado. Esta motivación se caracteriza por ser intensa y duradera (Gómez Chacón, 2005).

- Motivación extrínseca: es inducida de forma externa. Se diferencia de la motivación intrínseca en que, en este caso, no se realiza la tarea por el placer de aprender sino porque la realización de dicha tarea conlleva unas determinadas ventajas. Esta motivación puede ser de tres tipos diferentes (Gómez Chacón, 2005; Pedagogía, 2007):

- a) Motivación relacionada con el yo, con la autoestima: a medida que el alumno va aprendiendo cosas, su motivación y su autoestima va aumentando. Se va formando el deseo de superación.
- b) Motivación relacionada con la valoración social: el alumno valora la opinión que tienen acerca de él personas que considera superiores. Su motivación aumenta si percibe que dichas personas lo valoran positivamente. Conviene destacar que la motivación social muestra, en cierta medida, una relación de dependencia del individuo hacia dichas personas.
- c) Motivación relacionada con el logro de recompensas externas: la motivación del individuo aumenta cuando espera recibir un premio o recompensa por la realización de la tarea.

3.1.4 La motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje

Una vez recogida la información acerca de la motivación, teorías de la motivación y tipos de la misma en la realización de cualquier tarea, se debe ya introducir el concepto de motivación en el contexto del proceso educativo.

Se analizará en primer lugar en qué consiste la educación y qué factores influyen principalmente en la misma, para concretar luego en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en la importancia de la motivación en dicho proceso.

3.1.4.1 Proceso de enseñanza-aprendizaje

La educación consiste en “*el desarrollo perfectivo de la persona*” (González-Simancas & Carbajo López, 2005, p. 47). Si nos basamos en los Tres Principios fundamentales de la acción educativa, este despliegue progresivo de la persona se puede considerar la suma de tres factores: la autoeducación, la heteroeducación y la intereducación. Es decir, que la educación depende del compromiso individual que tiene la persona por su educación (autoeducación), de la ayuda que presta el educador al educando para ese desarrollo (heteroeducación) y de la colaboración entre ambas partes para lograr los objetivos educativos (intereducación) (González-Simancas & Carbajo López, 2005). La educación se realiza en la persona y la realiza la persona, pero es necesaria la intervención y la colaboración entre educador y educando. De esta idea se desprende la importancia que tiene el docente (educador) y su papel de enseñanza,

comunicación, interacción, ..., con el alumno (educando). El docente debe ayudar al alumno a sacar lo mejor de sí mismo.

Conviene destacar que la educación se refiere a la formación integral de la persona, mientras que la enseñanza es un proceso más específico. La enseñanza no forma a nivel integral sino que forma en una determinada materia. De este modo, la enseñanza de una asignatura forma parte de la educación (Edel Navarro, 2004).

De modo análogo, el aprendizaje está comprendido dentro del proceso global de la educación. Conviene tener en cuenta que la forma de enseñar determina la forma de aprender, es decir, que la enseñanza-aprendizaje es un proceso que debe ser tratado de manera conjunta. Además, es necesario resaltar el modo en que los estudiantes deben aprender: no aprendiendo conceptos sin más ni más, si no relacionando los conceptos que se les enseña con los conocimientos que ya poseen, relacionándolos y formando así su propia estructura cognoscitiva (UNIR, 2011).

3.1.4.2 Importancia de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje

“Seamos sinceros: no todo lo que enseñamos se aprende”

(Ian Gilbert, 2005, p. 16)

Se había comentado previamente la importancia de la motivación en la realización de una tarea, ya que, cuanto mayor sea la motivación, mayor entusiasmo, mayor esfuerzo realizado y mayor capacidad para superar las dificultades que aparezcan durante el desarrollo de la tarea.

Contextualizando al proceso educativo, es lógico deducir que la motivación será también un factor de enorme relevancia a considerar. Las diferentes teorías de la motivación y los distintos tipos de motivación se pueden contextualizar para la educación, comprobando así la importancia que tienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. A mayor motivación del alumno, éste será capaz de realizar un mayor esfuerzo, tendrá más interés y entusiasmo e intentará superar las barreras y dificultades que se encuentre en su aprendizaje. A mayor motivación, más lucha por alcanzar el objetivo.

Interesa, por tanto, despertar en el alumno ese interés, ese impulso o necesidad por aprender. En el análisis que el experto en educación Ian Gilbert (2005) ha hecho para motivar en las aulas, se considera que unos alumnos quieren aprender pero no creen

que sean capaces de hacerlo, mientras que otros que sí son capaces no tienen intención de aprender. A ambos grupos les falta motivación. De ahí deduce dicho autor la necesidad de relacionar el aprendizaje del alumnado con la motivación.

Como se había comentado, la educación la realiza el alumno pero el profesor tiene un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de todas y cada una de las materias que se cursan en un centro educativo. De ahí se deduce que esta motivación no puede ser exclusiva del alumno, sino que uno de los pilares de la motivación escolar es que la motivación tiene que formar parte tanto del alumno como del profesor (Ian Gilbert, 2005).

No sólo es importante la forma de enseñar del profesor. La forma de comportarse del profesor en clase también influye en el comportamiento de los alumnos, ya que el profesor será el principal modelo social del aula. *“Nuestra forma de estar en clase enseña mucho más de lo que pueda enseñar lo que digamos”* (Ian Gilbert, 2005, p. 18). El profesor desempeña un papel crucial: su forma de enseñar, cómo entra en la clase, cómo saluda, cómo comienza la clase, cómo se despide, el tono de voz empleado en dar la clase, ... Todo es importante. Pero lo primordial es su propia motivación. Tal y como afirma Gilbert (2005), tanto el entusiasmo como la falta del mismo son contagiosos, se transmiten de unos a otros. De ese modo, los alumnos incrementarán su entusiasmo al comprobar el entusiasmo y la motivación de su profesor. Y por el contrario, un profesor desmotivado influirá negativamente en sus alumnos, transmitiéndoles el descontento por el aprendizaje de la asignatura.

3.2 La motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas

Una vez analizada la relevancia de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se contextualizará ahora para el caso particular de la asignatura de Matemáticas. Se partirá mostrando la imagen que la mayoría de la gente tiene de las Matemáticas y las dificultades que rodean al estudio de dicha asignatura, para analizar por último la influencia de la motivación en este proceso de aprendizaje matemático.

3.2.1 Imagen social de las Matemáticas

La imagen que las Matemáticas tienen en nuestra sociedad influye notablemente en la manera de pensar de los niños y jóvenes de hoy en día. Muchos niños y jóvenes, a medida que van creciendo, van asimilando esa imagen que rodea a las Matemáticas y finalmente terminan por creer que esa imagen es la verdadera.

Una muestra de esta imagen de las Matemáticas la podemos ver en la imagen que presentan los medios de comunicación, ya que son el reflejo de lo que sucede en la sociedad actual (UNIR, 2011). Cuando las Matemáticas aparecen en series de televisión, cine, e incluso en publicidad, la mayor parte de las veces lo hacen vertiendo una imagen negativa de las mismas: los matemáticos vistos como raros, solitarios,..., el niño que está sufriendo sentado haciendo números y más números totalmente incomprensibles, Los niños y adolescentes son influenciados por múltiples agentes: la familia, el colegio, los amigos, los medios de comunicación social, el entorno social en el que se encuentran. Lamentablemente, gran parte de estos agentes tienen una imagen negativa de las Matemáticas, por lo que los niños y jóvenes tienden a adoptar esa creencia negativa y ven la asignatura como una materia incomprensible, difícil, que no sirve para nada y no se creen capaces de asimilarla. Esa imagen negativa está extendida socialmente y gran parte de las personas lo ven así. No es raro encontrar el caso de unos padres que comprenden que su hijo suspenda Matemáticas porque la consideran una asignatura muy difícil y, bajo su punto de vista, es lógico que la suspendan.

Estos prejuicios que adoptan los jóvenes sobre las Matemáticas les influyen negativamente en su disposición hacia la asignatura y, por tanto, en el aprendizaje de la misma. Por esta razón muchos adolescentes muestran un claro rechazo hacia las Matemáticas (Armenteros Chica, 2009; UNIR, 2011).

Si tenemos en cuenta el importante papel que desempeña un docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno, se induce que es necesario que los docentes sean conscientes de esa imagen social de la asignatura para buscar una solución al problema.

Se muestran a modo de resumen algunos ejemplos de esta imagen que los alumnos tienen de las Matemáticas (Gómez-Chacón, 2000):

- una asignatura difícil, rara, que no entienden
- una asignatura que no les entra en la cabeza

- “una asignatura llena de Xs e Ys y fórmulas incomprensibles”
- los problemas matemáticos se resuelven por un único camino
- un conocimiento reconocido y valorado socialmente
- un conocimiento importante para conseguir un trabajo

Otras creencias sociales de las Matemáticas son (UNIR, 2011):

- un mundo de hombres
- una asignatura carente de creatividad
- el ogro de los planes de estudio

Mientras que Vicenç Font nombra las siguientes creencias (Font, 1994):

- sólo los genios comprenden las Matemáticas
- sólo existe un único modo de resolver un problema
- existe una respuesta correcta para cada problema matemático

Un punto importante para vencer la resistencia a las Matemáticas es justamente romper esos falsos mitos que las rodean. Es muy común que en el día a día las personas utilicen las Matemáticas aunque no se percaten de que lo están haciendo: resuelven ecuaciones, hacen aproximaciones, realizan operaciones aritméticas, ... pero lo hacen a menudo de modo inconsciente, sin percatarse de que realmente están aplicando las Matemáticas. Esto demuestra que las personas sí saben utilizar Matemáticas, lo que falta es darse cuenta de ello y tener confianza en sí mismos (Armenteros Chica, 2009).

3.2.2 Dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas

Gran parte de los alumnos se encuentran con problemas de aprendizaje cuando se enfrentan a la asignatura de Matemáticas. Parte del problema reside, tal y como se comentaba en el apartado 3.2.1. en la concepción de las Matemáticas que los estudiantes tienen y que les genera un enfrentamiento con dicha asignatura.

Además, se debe tener en cuenta que, tal y como sugiere Gerard Vergnaud (Ciencia al día, 1998) el aprendizaje de las Matemáticas se asemeja a una escalera en la cual el alumno tiene que comprender un escalón antes de pasar al escalón siguiente, y que unos escalones se sustentan en los otros. Dicho de otro modo, los estudiantes tienen

que ir construyendo su conocimiento matemático, para lo cual tienen que ir comprendiendo unos conceptos antes de comprender los siguientes ya que unos se apoyan en los otros. En ocasiones el alumno no comprende un determinado concepto, y como el profesor continúa avanzando en sus explicaciones, el estudiante puede quedarse atrás en la construcción del conocimiento.

En ocasiones los alumnos pretenden empollar las Matemáticas. Como no son capaces de comprender un concepto (bien porque no lo intentan por falta de motivación, bien porque no lo comprenden ó creen que no pueden llegar a comprenderlo) piensan que podrán memorizar los conceptos y así intentar continuar avanzando en la asignatura. El aprendizaje memorístico *“es aquel en el que se aprende una información sin relacionarla con ninguna estructura cognoscitiva existente”* (Luengo, 2001, p. 132). Un ejemplo sería cuando se aprende de memoria la tabla de multiplicar. Si bien, aunque puede ser necesario memorizar alguna fórmula, definición, ..., el aprendizaje matemático no puede basarse en la memorización solamente. Las Matemáticas son una materia que requiere obligatoriamente la utilización del aprendizaje significativo, es decir, relacionar la nueva información con los conocimientos previos y establecer relaciones entre unos conceptos y otros. Se trata de un aprendizaje relacionado (Luengo, 2001; UNIR, 2011). O, dicho de otro modo, construyendo la escalera de conocimientos matemáticos a la que nos referíamos antes.

El aprendizaje significativo permite utilizar los conocimientos en futuras situaciones, es decir, relacionar los conocimientos adquiridos y ponerlos en práctica en contextos diferentes y resolver problemas distintos a los que se han estudiado.

3.2.3 Importancia de la motivación en el aprendizaje de las Matemáticas

Tal y como se ha comentado en el apartado 3.2.2., el aprendizaje de las Matemáticas tiene que ser un aprendizaje significativo, relacionado. Es cierto que, en ocasiones será necesario memorizar algunas cosas, pero esa memorización no debe realizarse de cualquier forma sino comprendiendo el significado de los conceptos que se están memorizando. Por ejemplo, puede y debe memorizarse la tabla de multiplicar, pero siempre comprendiendo qué significa dicha tabla y cómo se podría deducir. Hay que retener en la memoria definiciones y conceptos matemáticos, pero si el aprendizaje

de dichos conceptos no es significativo, entonces el alumno no los comprenderá de verdad (Luengo, 2001).

Básicamente este aprendizaje significativo se lleva a cabo relacionando los nuevos conocimientos que se adquieren con los conocimientos previos, pero también se pueden relacionar con experiencias propias, con situaciones de la vida real, etc. Y apoyándose en estas relaciones se irá construyendo el aprendizaje. Como el alumno habrá comprendido bien los conceptos y los ha relacionado e integrado en su estructura mental, podrá extrapolar dichos conocimientos a otras situaciones de la vida (futuros problemas matemáticos de otros temas pero que necesiten de conocimientos anteriores, problemas matemáticos de la vida real, problemas de otras asignaturas que necesiten de las Matemáticas para poder resolverse,). Debe saber aplicar las Matemáticas en problemas diferentes y situaciones diferentes a las vividas en clase.

En el aprendizaje significativo de las Matemáticas es muy importante que el profesor conozca los conocimientos previos del alumno, ya que serán la base de la construcción del nuevo conocimiento. Se pueden estudiar dos tipos de aprendizaje significativo: el aprendizaje asimilativo de Ausubel y el aprendizaje por descubrimiento de Bruner (UNIR, 2011).

- Aprendizaje asimilativo de Ausubel: considera que el aprendizaje se realiza a través de un proceso de transmisión-recepción, que va de los conocimientos más generales a los más específicos. La transmisión de los conocimientos puede ser realizada por el profesor o por otros recursos (vídeo educativo, audio, ...), pero hay que resaltar que la recepción implica obligatoriamente una predisposición por parte del alumno. El alumno tiene que participar activamente en el aprendizaje o, lo que es lo mismo, tiene que presentar motivación hacia dicho aprendizaje (Luengo, 2001).

Por consiguiente, según Ausubel, la motivación es un factor fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Para construir la escalera matemática que se había comentado, es necesario que el alumno esté motivado.

- Aprendizaje por descubrimiento de Bruner: en este método no hay transmisión-recepción como en el caso anterior sino que el alumno debe adquirir personalmente los conocimientos. El profesor propone actividades y/o secuencias a seguir para que el alumno pueda aprender por sí solo, partiendo de lo más concreto para ir generalizando (Luengo, 2001).

El hecho de que el alumno tenga que investigar, trabajar, relacionar, ... por su cuenta, provoca que el alumno se involucre en la tarea. Es un factor motivador ya que, a medida que el alumno va aprendiendo, su motivación aumenta y se interesa más por el tema en cuestión. Mientras que si el alumno no tiene ningún interés ni pone empeño en realizar el esfuerzo de “descubrir” el conocimiento, no se conseguirá el aprendizaje significativo.

Por consiguiente, según Bruner, la motivación también es un factor de especial relevancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

En resumen, se ha podido constatar la importancia que tiene la motivación del alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, por tratarse de un aprendizaje significativo y necesitado lógicamente de alta motivación.

El alumno, al estar motivado, tendrá interés en aprender significativamente, es decir en comprender los nuevos conceptos, relacionarlos con los anteriores y saber utilizarlos a posteriori en nuevas situaciones (Font, 1994). Además, gracias a la motivación, incrementará su capacidad de esfuerzo y su resistencia a las adversidades que se vaya encontrando durante su proceso de aprendizaje. El alumno con motivación por aprender Matemáticas demuestra entusiasmo por comenzar el aprendizaje, perseverancia durante el desarrollo del proceso, y realización personal y alegría al comprobar que es capaz de aprender de modo significativo.

3.3 Cómo aumentar la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas

Una vez realizada la investigación bibliográfica sobre la motivación, desde los aspectos más genéricos (motivación en general) a los más específicos (motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas), se pueden realizar una serie de valoraciones sobre el tema y ver cómo se puede aplicar en la enseñanza de las Matemáticas.

En el análisis de esta motivación deben considerarse las teorías de la motivación vistas en la investigación: teoría X e Y de McGregor, teoría de los tres factores de MacClelland, fijación de metas de Edwin Locke y teoría del reforzamiento de Skinner.

No parece conveniente realizar un enfoque desde la teoría de reforzamiento de Skinner. Se quiere motivar al estudiante de Matemáticas, pero hacerlo modificando

la conducta a través de premios, castigos, ..., no parece lo más idóneo. Es cierto que premiando a un estudiante se le puede motivar, pero no es esa motivación la que se quiere lograr. No se pretende que el estudiante estudie para aprobar ó para que sus padres le compren un regalo (eso podría provocar que el estudiante realizase un aprendizaje memorístico para “quitarse la materia del medio”), sino “para aprender y querer seguir aprendiendo”.

Por tanto, tampoco parece que el enfoque de la teoría X e Y sea conveniente. Un profesor que quiera motivar a sus alumnos no puede limitarse a pensar que dichos alumnos son vagos y que sólo se les puede motivar a través de coacciones (teoría X). Sí se podría pensar, según la teoría Y, que los alumnos quieren aprender por el mero placer de aprender, pero con determinados matices. Generalmente los alumnos no son así, pero eso es lo que pretendemos, que deseen aprender. Pero tendremos que motivarles para ello. Ese es el objetivo final que se pretende con este estudio, incrementar la motivación de los estudiantes.

Sí resulta adecuado el enfoque de la necesidad de logro (uno de los tres factores de la teoría de MacClelland). Los estudiantes con necesidad de logro tendrán más capacidad para realizar esfuerzos de aprendizaje, para superar obstáculos. Se debe intentar que los estudiantes de Matemáticas tengan esa necesidad de logro, debemos motivarles para ello. Las otras dos necesidades (necesidad de poder y necesidad de afiliación) no son convenientes de cara al aprendizaje de las Matemáticas; los alumnos deben aprender para beneficiarse ellos mismos no para quedar bien con la gente ni pretender tener poder sobre los demás.

El enfoque de la teoría de fijación de metas de Locke aporta aspectos positivos y útiles para el caso que nos ocupa. La motivación de un alumno será mayor si sabe hacia qué meta dirige su esfuerzo. Esta meta tiene que ser alcanzable pero con una leve dificultad para que el alumno se tenga que esforzar y se vaya motivando a medida que va alcanzando objetivos. Por tanto, el profesor debe siempre mostrar al alumno cuál es el objetivo de una tarea.

En referencia a los tipos de motivación, intrínseca y extrínseca, está claro que lo idóneo es que los alumnos manifiesten motivación intrínseca. Es decir, la situación ideal de cara al aprendizaje es que los alumnos quieran aprender Matemáticas por el placer que les genera la adquisición de nuevos conocimientos. Sin embargo, pocos estudiantes manifiestan este entusiasmo sin que se les haya “motivado extrínsecamente”. Existen algunos estudiantes que sí tienen, por naturaleza,

motivación intrínseca y/o necesidad de logro, pero en general tendremos que actuar para inculcarles ese entusiasmo por aprender.

Esta motivación extrínseca ya se había concluido que no es conveniente realizarla a través de premios y castigos, ya que se pretende alcanzar una motivación intrínseca y duradera. No se pretende que el alumno estudie para aprobar, se está buscando algo más profundo y más complejo: alcanzar la motivación intrínseca.

Tal y como se ha comentado, el aprendizaje de las Matemáticas se asemeja a una escalera, debe ser un aprendizaje significativo donde unos conocimientos se apoyan en los otros. Educando y educador deben cooperar para lograr el aprendizaje por parte del educando. Por tanto, para conseguir incrementar la motivación hacia la asignatura se deben cumplir dos aspectos:

a) Que **el educador tenga motivación** y la manifieste a los alumnos. El profesor debe sentirse entusiasmado hacia las Matemáticas, pero además debe saber transmitir ese entusiasmo y contagiarlo a sus alumnos. Como sugiere Gilbert (2005), hay que promocionar la asignatura de Matemáticas para eliminar los prejuicios sociales acerca de la misma. El profesor es el máximo responsable de mostrar una actitud positiva hacia la asignatura.

b) **Conseguir motivar al alumno**, que es precisamente la tarea más difícil. La motivación del profesor es requisito necesario pero no suficiente, ya que también tiene que ser capaz de motivar al alumno. Para ello se debe buscar:

b.1) En primer lugar, conseguir la motivación inicial del alumno. Esto se consigue a través de tres aspectos (Font, 1994):

b.1.1) Que los alumnos conozcan el objetivo final de la tarea de Matemáticas que van a realizar. Este factor ya se había considerado como vital según la teoría de fijación de metas.

b.1.2) Que los alumnos sean partícipes de la tarea, es decir, se intentará descartar en este caso el método tradicional en que el profesor llega al aula y explica la lección.

b.1.3.) Que los alumnos sean conscientes de que serán capaces de realizar las tareas Matemáticas que se les van a proponer. Tienen que tener confianza en sí mismos y en sus propios conocimientos; ser conscientes de que tendrán que realizar un esfuerzo para alcanzar el objetivo, pero que es posible alcanzarlo. Tienen que tener necesidad de logro.

Antes de comenzar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, el profesor debe conocer cuáles son los conocimientos previos que tiene el alumno. Este aspecto es clave ya que estos conocimientos previos son la base de la estructura que se construirá después, son el primer peldaño de la escalera del conocimiento de las Matemáticas.

Hay que tener en cuenta también la motivación inicial del alumno, es decir, la predisposición que muestra ante el proceso de aprendizaje que va a realizar. Si inicialmente el alumno presenta una motivación extrínseca, se corre el riesgo de que adopte una postura superficial ante el proceso que tiene que realizar y eso conlleve que el aprendizaje sea a su vez superficial y no significativo (Font, 1994).

Por tanto, antes de comenzar el proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas se deben tener en cuenta los tres puntos anteriores relativos a la predisposición del alumno. Este proceso de enseñanza-aprendizaje puede ser cualquier actividad, desde la asignatura de Matemáticas de un curso, una unidad didáctica en concreto, una clase diaria, una actividad concreta, etc. Para cualquier actividad relacionada con el aprendizaje de la materia se debe considerar la motivación hacia la misma.

En función de la actitud previa del alumno ante la actividad, el abanico de opciones es inmenso: desde un alumno con alta motivación intrínseca y disposición ante el aprendizaje, hasta el caso extremo del alumno que odia las Matemáticas, no tiene ninguna motivación por el aprendizaje y lo que desea es terminar cualquier tarea relacionado con lo académico cuanto antes y de cualquier manera. En el medio de estos dos extremos existen infinidad de posibilidades en función del matiz de la motivación, por ejemplo, puede darse el caso de un alumno con motivación extrínseca y que realice el aprendizaje de modo superficial (no conseguirá un aprendizaje significativo) (Font, 1994).

b.2) En segundo lugar, motivar a lo largo del tiempo al alumno para que desee continuar aprendiendo.

Esta motivación a lo largo del tiempo ya se había comentado que lo lógico no es hacerla con premios y castigos, sino intentando inculcarles el amor por las

Matemáticas. Hay que establecer unos objetivos claros, realistas y alcanzables a través del esfuerzo y comunicárselos a los alumnos. El aprendizaje ha de ser significativo, se trata de una construcción de conocimiento.

Para lograr ese impulso, ese afán de aprender en los alumnos, en este caso se debe huir del método tradicional en el cual el profesor expone los conceptos y el alumno es un simple receptor. Deben de utilizarse metodologías activas que favorezcan que los alumnos tengan que participar en el proceso de aprendizaje, reflexionar acerca de cómo resolver un problema.

Se trata de lograr la competencia de aprender a aprender; en este caso, lograr que se interesen por aprender cada vez más Matemáticas y saber relacionarlas con otros conceptos matemáticos, con otras asignaturas (física, química, tecnología, economía,) y en diferentes contextos.

b.3) Existen diferentes técnicas para motivar a los alumnos en el aprendizaje de las Matemáticas. Algunas de las técnicas más conocidas y utilizadas para intentar que los alumnos se interesen por la asignatura son (UNIR, 2011):

b.3.1) La utilización de juegos y recursos lúdicos en el aula (acertijos aritméticos, acertijos geométricos, ...). Mediante los juegos se puede fomentar la participación de toda la clase y la creatividad a la vez que se realiza el aprendizaje. Esta técnica permite que los alumnos se percaten de que las Matemáticas son más divertidas de lo que pensaban y, al tratarse de actividades dinámicas, divertidas y entretenidas, hacen que el alumnado se interese por las Matemáticas.

b.3.2) El uso de medios audiovisuales, como visionado de películas, vídeos didácticos, trabajar con CD's, etc. *“Los medios audiovisuales aportan al proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos un valor motivacional”* (Caro Carretero, 2006, p. 2). Estas técnicas generalmente promueven que el alumno preste más atención y los conceptos se aprenden más fácilmente que mediante la enseñanza tradicional. Hay que destacar que los medios audiovisuales son útiles para mejorar el aprendizaje e incrementar la motivación, pero nunca pueden ser un sustituto del docente (Caro Carretero, 2006).

b.3.3.) La utilización de herramientas informáticas, como blogs de contenidos matemáticos, páginas web con ejercicios y recursos matemáticos, webquest, programas y aplicaciones Matemáticas, etc. Es indudable que los jóvenes de hoy en día están familiarizados con todo tipo de herramientas informáticas, lo que hace que estas herramientas sean un posible recurso de aprendizaje de las Matemáticas.

b.3.4) Otra posibilidad para conseguir motivar a los alumnos a aprender Matemáticas es ayudarles a ver la aplicación práctica de las Matemáticas en la vida real. Si los alumnos se deshacen de la imagen negativa de las Matemáticas y son conscientes de que son útiles y entretenidas, aumentarán su interés por la asignatura. (Gómez Chacón, 2005).

Tal y como se ha comentado en el apartado 3.2.1, los alumnos están marcados por prejuicios sociales acerca de las Matemáticas. Los jóvenes tienen la creencia de que las Matemáticas son difíciles, duras, incomprensibles, llenas de letras y números, ..., y, lo más importante, no les encuentran utilidad. *“Hay una brecha importante entre las matemáticas que se explican en la escuela y las que las personas hacen servir en su vida cotidiana”* (Font, 2007, p. 432), lo que quiere decir que los alumnos no relacionan los conceptos matemáticos aprendidos en el aula con otras situaciones de la vida real en las que sea útil aplicar dichos conocimientos, sienten que la asignatura no sirve para nada y le tienen aversión. *“Cuando preguntamos a los alumnos qué es lo que hace que se interesen por lo que se les enseña en clase y que se esfuercen por aprender, a menudo responden: Saber para qué sirve”* (Alonso Tapia, 2005, p. 34), es decir, los alumnos quieren conocer la finalidad de las cosas. El aprendizaje matemático tiene que ser un aprendizaje funcional. Por esta razón en un apartado posterior de este trabajo se exponen algunos problemas reales de la vida diaria, para que el alumno los vea como más cercanos y para que se convenza de la importancia que tienen las Matemáticas.

Motivar a los alumnos de ESO y Bachillerato a aprender Matemáticas utilizando juegos, recursos audiovisuales y TIC's es una buena opción. Los alumnos aprenden a la vez que se entretienen. La percepción es que las Matemáticas pueden ser divertidas y con grandes probabilidades los alumnos aumentarán su interés por la asignatura. Sin embargo, considero que los docentes debemos ir un poco más allá y enseñar a los alumnos a que las Matemáticas no sólo son divertidas sino que además

son útiles, entretenidas y necesarias para la vida. Deben ser conscientes de que las Matemáticas están en todas partes, es necesario utilizarlas en casi todos los contextos. Y se sentirán motivados, útiles y aumentarán su confianza cuando se den cuenta de que, efectivamente, utilizan las Matemáticas y que saben hacerlo. Los juegos, los recursos lúdicos y las TIC's, salvo que estén particularizados a contextos de la vida real, no les responderán a los alumnos la pregunta de "para qué sirve".

Para enseñar a los alumnos las aplicaciones de las Matemáticas en la vida real, tal y como se ha comentado en el apartado b.2) anterior, debe utilizarse una metodología activa que requiera por parte de los alumnos una motivación inicial, mantener atención continua, participación y la realización de un esfuerzo para resolver los problemas que se les planteen.

4 Aportaciones

Una vez justificada la importancia de enseñar a los alumnos las Matemáticas a través de aplicaciones reales, se diseñarán una serie de talleres de Matemáticas para incrementar la motivación de los alumnos.

4.1 Aplicación de las Matemáticas a la vida real

“Nunca consideres el estudio como una obligación sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber”

(Albert Einstein, Frasedehoy.com)

Una de las mejores formas de intentar motivar a los alumnos a aprender Matemáticas es hacerles ver que la imagen social de la asignatura no es del todo correcta. No es una asignatura “hueso”, no es un cúmulo de números y letras sin sentido, no es una materia que sólo aprueben los alumnos listos, no es materia que sólo gusta e interesa a los “raros” y “solitarios”, Es una asignatura que se aplica continuamente en el día a día de las empresas, de la vida familiar, de los comercios, de los bancos, de los deportes, de las conversaciones en la calle, Es una asignatura que no hay que empollar pero sí hay que comprender. Es una asignatura que no tiene que generar angustia sino que nos puede servir para ejercitar el esfuerzo y la perseverancia por el trabajo bien hecho. Es una asignatura que puede ser divertida, entretenida, y que les ayudará a madurar como personas. Es una asignatura que tiene su razón de ser.

Probablemente si todo eso se les comenta de golpe a alumnos de ESO y Bachillerato les genere gracia y no se lo creerán. No es suficiente con informar a los alumnos de las ventajas y utilidades de las Matemáticas, sino que hay que ayudarles a que ellos mismos lo comprueben en la práctica. Por esta razón, el ayudar a los alumnos a ver las aplicaciones prácticas de las Matemáticas en la vida real tiene dos objetivos: por un lado mostrar que las Matemáticas son entretenidas, creativas y útiles, y, por otro lado, motivarles a aprenderlas.

Para captar su atención, es necesario que las actividades traten de temas que les resulten actuales e interesantes. Dicho de otro modo, se llegará mejor al alumnado hablando en su mismo idioma, con temas relacionados con empresas conocidas y

con buena imagen, temas que hablen de las redes sociales, o de los deportes, etc. Además, para conseguir motivación intrínseca y que desarrollen aprendizaje significativo, es necesario que las actividades que se planteen a los alumnos les hagan relacionar unos conocimientos con otros. En concreto, tendrán que relacionar los conceptos que se les planteen (por ejemplo, cómo calcular la producción de una empresa de caramelos o qué ruedas elegir para el coche de Fernando Alonso) con los conocimientos matemáticos que poseen. Se trata de que relacionen los conceptos matemáticos que ya conocen y utilizarlos en contextos ajenos al aula. No se trata de realizar cálculos matemáticos complejos o tener que comprender conceptos muy complejos, sino de saber aplicar conceptos matemáticos sencillos en contextos de la vida real. Además, cuando se les explique que, en algunos casos, son historias reales, se darán cuenta de que las Matemáticas tienen aplicación. Y, a medida, que se percaten de que son capaces de extrapolar sus conocimientos a otros contextos e ir resolviendo problemas, aumentará su confianza en sí mismos y la motivación por aprender.

4.2 Contexto y características de los talleres

A continuación se comentarán brevemente algunas características de los talleres que me parecen de enorme influencia de cara a la motivación de los alumnos hacia dichas actividades.

- Actitud positiva del profesor: Se había comentado la importancia que tenía para la motivación del alumnado el que el profesor tuviese motivación por la asignatura y por la tarea en cuestión y transmitiese ese entusiasmo a los alumnos. El profesor es el primero que debe “creer” en los talleres de Matemáticas, debe estar convencido de que, gracias a ellos, se puede alcanzar el objetivo de la motivación de los alumnos. Y estos alumnos deben percibir el entusiasmo del profesor, la convicción que tiene el docente de que el taller será fructífero.

- Ubicación: Considero relevante realizar estos talleres de Matemáticas fuera del aula habitual. La razón es “romper” con la rutina del día a día en la enseñanza de la asignatura. Se puede prever que algunos alumnos mantengan inicialmente una actitud de incredulidad, desmotivación e incluso de rechazo ante la actividad, por lo que creo que es preferible sacarles de su contexto habitual y adoptar una postura

diferente al método utilizado en clase diariamente. Su percepción tiene que ser, de mano, distinta a la de una clase de un día cualquiera. Tienen que sentir que “*hoy vamos a hacer algo diferente*”. El taller podría realizarse en una sala de reuniones del colegio, con la posibilidad de sentarse por grupos de alumnos.

- Motivación inicial alumnado: El primer objetivo que se tiene que plantear el profesor es lograr la motivación inicial de los alumnos. Tal y como se ha comentado en el apartado 3, para que los alumnos presenten una actitud positiva ante los talleres se deben de cumplir tres aspectos: los alumnos deben conocer el objetivo de la tarea que se va a realizar, los alumnos deben sentirse parte de dicha tarea, y los alumnos deben percibirse capaces para realizar la tarea pues disponen de los recursos suficientes (Font, 1994).

Por tanto, previamente al día del taller se debe explicar a los alumnos el objetivo final que se persigue con dicha actividad: comprobar que las Matemáticas tienen aplicación en la vida real. Se les informará que, en lugar de la clase tradicional, se realizará un taller de Matemáticas compuesto por una o varias sesiones, fuera del aula. Se explicará brevemente que los talleres serán entretenidos y nos demostrarán a todos las aplicaciones de las Matemáticas. Hay que tener presente que será una oportunidad de aprendizaje matemático a nivel global, es decir, no es una unidad didáctica concreta de la programación de la asignatura sino una oportunidad de eliminar los prejuicios acerca de las Matemáticas y divertirnos. Además, se podrá comprobar cómo el conocimiento matemático ayuda a comprender, analizar y ser críticos con la información que nos llega a nivel social.

- Desarrollo del taller: serán sesiones muy dinámicas, es necesario mantener atención constante. El aprendizaje será cooperativo, trabajará toda la clase junta o en pequeños grupos. Al trabajar en pequeños grupos los alumnos se atreven a hacer preguntas, a cooperar unos con otros, a aportar ideas, ... etc. Este trabajo en pequeños grupos favorece la atención a la diversidad del alumnado, ya que los alumnos más tímidos se sentirán más cómodos trabajando en grupos pequeños. Mientras que el trabajo en grupo (toda la clase) favorecerá que todos se sientan importantes al aportar sus ideas de un tema y que todos les escuchen; sin embargo, ya que en un grupo grande es más difícil atender a la diversidad, se dejará el trabajo de toda la clase junta para aquellos casos en que todos deban participar, como por ejemplo debates acerca de un tema actual.

Todos tienen que participar y no hay que tener miedo a equivocarse. Las posibilidades de error también suceden en la vida, por lo que el aprendizaje así será más real.

- Actitud y valores: el desarrollo de los talleres servirá a su vez para que los alumnos desarrollen el compañerismo, el respeto por las opiniones de los demás, la reflexión, el espíritu crítico, el saber escuchar y el expresarse con propiedad tanto lingüística como matemáticamente. Además, se intentará que los alumnos desarrollen una actitud de positivismo hacia las Matemáticas y se eliminen los prejuicios que existen acerca de la asignatura.

4.3 Talleres de Matemáticas aplicadas a la vida real

Objetivos:

- Superar el miedo a las Matemáticas eliminando prejuicios sociales
- Valorar las Matemáticas por su aplicación a la vida laboral
- Valorar las Matemáticas por su aplicación a la vida social
- Aumentar la motivación por las Matemáticas
- Aumentar la autoestima y la confianza en sí mismos (ser conscientes de la capacidad de realizar la tarea)
- Desarrollar la competencia de aprender a aprender Matemáticas

4.3.1 Taller 1: Empresa de fabricación y envasado de caramelos con palo

Objetivos específicos:

- Relacionar los problemas reales de una fábrica con las Matemáticas, ser capaz de realizar los cálculos oportunos
- Trabajo en equipo
- Analizar y asimilar información dada en números
- Asimilar los conceptos de producción, ritmos de envasado, eficiencia (uso de porcentajes)
- Ser conscientes de que algo tan sencillo como un caramelo o un lote de caramelos envasados en una lata lleva detrás un trabajo matemático

- Ser conscientes de que un problema puede tener varias soluciones o resolverse de distintas formas
- Conocer el funcionamiento de una empresa de fabricación, interesante para alumnos de último curso de ESO ó 1º de Bachillerato que estén planteándose sus futuros estudios universitarios o de Formación profesional

Contenidos:

- Operaciones con números (producciones, ritmos, tiempos), trabajo con porcentajes
- Objetivo de una empresa: minimización de costes para maximización de beneficios
- Planificación de la producción
- Geometría (cálculo de superficies)

Destinatarios: el taller 1 es viable realizarlo en varios cursos:

- 4º ESO, tanto en la opción A como en la opción B de Matemáticas
- 1º Bachillerato, tanto en la modalidad de Ciencias y Tecnología como en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales

Temporalización: 2 sesiones. La sesión 1 es de 55 minutos, la sesión 2 es de 110 minutos (necesario por ser actividades largas y debate interesante, y es posible realizarlo porque son alumnos de último curso ESO y 1º de Bachillerato por lo que ya tienen madurez suficiente). El taller puede desarrollarse en cualquier momento del curso, ya que todos los conceptos ya se han estudiado en cursos anteriores. Se propone realizarlo tras los exámenes de la 1ª evaluación, antes de las vacaciones de Navidad.

Metodología: el profesor, con los productos reales (cajas de distintos envases de caramelos con palo) a la vista de todos, explica brevemente el funcionamiento de la fábrica. Se divide la clase en grupos de 4 ó 5 personas. Todos los grupos tienen los enunciados de las actividades en papel. Los enunciados se leen en voz alta. Trabajo en grupos.

Desarrollo: la clase se convierte en una empresa de fabricación y envasado de caramelos con palo.

El flujo de producción en la empresa es de la siguiente manera: en primer lugar se fabrican los caramelos y se envuelven individualmente, luego quedan almacenados por sabores. En último lugar se realiza el envasado de los caramelos. El formato de los envasados puede ser de diversas formas: en latas, en bolsas, en cajas de cartón, ..., y siempre realizando un surtido de sabores. Se muestran productos reales fabricados por una empresa del sector para que los alumnos se sientan parte de la empresa y relacionen los cálculos matemáticos con la vida real.

Cada grupo, sentados alrededor de una mesa, disponen de papeles y lápices, calculadoras. Se van a realizar las actividades por grupos, cada grupo elige un representante. Todos los miembros de cada grupo deben colaborar, las dudas al profesor o incluso a otros grupos sólo las hará el representante de cada grupo. Las actividades son las mismas para todos. A medida que un grupo vaya terminando una actividad pasará a la siguiente.

Sesión 1: Consta del Ejercicio 1.

Ejercicio 1: Departamento de Producción. Cálculo de las unidades envasadas al día.

Datos: la empresa envasa 3 tipos de productos:

- El producto P1 consiste en cajas de cartón dentro de las que hay 6 bolsas, cada bolsa contiene 120 caramelos.
- El producto P2 consiste en cajas de cartón con 1000 unidades de caramelo a granel dentro.
- El producto P3 consiste en cajas de cartón dentro de las que hay 6 latas, cada lata contiene 150 caramelos.

Los ritmos de envasado de los 3 productos son, respectivamente:

P1 → 1250 unidades/minuto

P2 → 1875 unidades/minuto

P3 → 1552 unidades/minuto

- Si ayer se han envasado 1000 cajas de P1, 450 cajas de P2 y 1500 cajas de P3, ¿cuántas unidades se han envasado ayer?
- Si durante el turno de mañana (de 6:00 a 14:00 horas) sólo se envasó el producto P1, ¿cuántas cajas de dicho producto estarían, teóricamente, terminadas al finalizar el turno de mañana?

- Sin embargo, durante el turno de mañana de ayer hubo una avería en la línea de envasado de 45 minutos y durante ese intervalo de tiempo la línea estuvo parada. El resto del tiempo la línea trabajó a la velocidad esperada. ¿Cuál fue realmente la producción de P1 en dicho turno? ¿Cuál fue la eficiencia real (en %)?
- Si el envasado de P1 comenzó a las 6:00 horas, con el inicio del turno de mañana, ¿a qué hora se finalizó el pedido de 1000 cajas teniendo en cuenta la avería?

Sesión 2: Consta de Ejercicio 2, Ejercicio 3 y Ejercicio 4.

Ejercicio 2: Planificación de la producción.

Un cliente solicita un pedido de 10.000 cajas del producto P3 y lo necesita en su almacén antes de 3 semanas. Cada unidad de envase (lata) de P3 está formada por un surtido de 5 sabores (fresa, cola, manzana, naranja, uva) a partes iguales. La empresa dispone de stock suficiente de dichos sabores individuales, pero tiene que envasarlos. Así mismo, también hay stock suficiente de cajas, pero no hay stock de latas. El proveedor de latas tiene un tiempo de entrega de 15 días. El tiempo de entrega de un pedido terminado del almacén de nuestra empresa al almacén del cliente es de 2 días. (se puede contar los fines de semana como días laborables)

- ¿Se podrá servir el pedido en fecha si la línea de envasado trabaja a 3 turnos? ¿Con cuántos días de adelanto o de retraso se entregará dicho pedido?
- Si el proveedor de latas se retrasa 1 día, ¿se podrá servir el pedido a tiempo?
- ¿Cuántas unidades del sabor de fresa lleva, en total, el pedido final?

Ejercicio 3: Departamento de I+D. Disminuir costes para incrementar beneficios (Ingresos = Beneficios – Costes). Geometría caja exterior.

El Director de la empresa quiere aumentar los beneficios de la misma cambiando la forma de empaquetado del producto P3 (es decir, disminuyendo los costes del cartón). La condición que se tiene que cumplir obligatoriamente es que las cajas contengan 6 latas como hasta ahora. Indicar qué opción es la mejor:

- a) Empaquetar las latas a 1 altura
- b) Empaquetar las latas a 2 alturas
- c) Empaquetar las latas a 3 alturas

Datos: suponer que en el diseño de la caja no existen solapamientos ni bordes.
R=radio de la lata=10 cm. Altura de la lata=h=20 cm

Pista: se debe calcular la superficie externa de la caja para los 3 casos. Se aconseja realizar dibujo como ayuda. A menor superficie, menor coste del cartón y, por tanto, mayor beneficio. Se calculará la superficie utilizando los datos de R y h . Se puede abrir la caja del producto P3, extraer las latas y ver cómo cambiaría la caja al colocar las latas de distinta manera.

Ejercicio 4: Debate acerca de la utilización de las Matemáticas en la empresa de caramelos. Además de los ejemplos vistos anteriormente, ¿se les ocurre algún otro posible ejemplo? El profesor, cogiendo un caramelo en la mano y distribuyendo caramelos por las mesas, puede hacer sugerencias.

Por ejemplo: si el caramelo pesa 13 gramos en total (la bola de caramelo pesa 12 gramos, el palillo pesa 0,5 gramos y la envuelta 0,5 gramos), ¿qué se podría hacer para disminuir el peso total? Este caso sirve para que los alumnos se den cuenta de que un mismo problema puede resolverse de formas diferentes y tener más de una solución.

4.3.2 Taller 2: Análisis información política y periodística

Objetivos específicos:

- Trabajo en equipo
- Despertar el espíritu crítico y la reflexión ante la información que se recibe del exterior (medios de comunicación social, conversaciones en la calle, etc.)
- Utilizar el conocimiento matemático para analizar dicha información
- Ser capaz de percibir el lenguaje matemático oculto en las redes sociales

Contenidos:

- Trabajo con porcentajes
- Trabajo con números absolutos y relativos
- Análisis de la utilización de las Matemáticas en las redes sociales

Destinatarios: el taller 2 es viable realizarlo en varios cursos:

- 4º ESO, tanto en la opción A como en la opción B de Matemáticas. Especial atención merece la opción A ya que se estudian más profundamente los porcentajes en economía.

- 1º Bachillerato, tanto en la modalidad de Ciencias y Tecnología como en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales

Temporalización: 2 sesiones (55 minutos cada sesión). El único requisito en cuanto a contenidos mínimos necesarios para el taller es haber estudiado los números reales y trabajado con porcentajes, que en las cuatro opciones posibles se desarrollan en la 1ª evaluación. Por lo tanto, si estos grupos de alumnos también desarrollan el taller 1, se aconseja en este caso realizar el taller 2 después de la 2ª evaluación.

Metodología: el profesor, de modo dinámico, va mostrando situaciones de la vida real y haciendo preguntas para provocar la reflexión de los alumnos. Toda la clase participa.

Desarrollo: los medios de comunicación social (prensa, televisión, ...) utilizan en ocasiones un lenguaje matemático no del todo correcto y que pueden distorsionar la realidad. Eso mismo sucede con la información que se recibe de los partidos políticos. Las Matemáticas nos permiten analizar la veracidad ó falsedad de determinadas informaciones.

Sesión 1: Consta de Ejercicio 1 y Ejercicio 2.

Ejercicio 1: Análisis de la información desde el punto de vista matemático. Debate. Dos partidos políticos, A (partido en el poder) y B, se echan mutuamente la culpa del desempleo del país. Según A, el paro ha disminuido en su legislatura ya que ha pasado en cuatro años del 12% al 9%. Mientras que el partido B afirma que el paro ha aumentado, en la legislatura de B, en 1.000.000 personas (datos ficticios). ¿Qué partido miente?

Todos participan. El profesor explica cómo cada partido político se expresa de un modo que le favorece. A se expresa en términos relativos para conseguir hablar de una disminución del porcentaje (aunque el número global haya aumentado debido al aumento de la población activa), y B habla números globales para hablar de incremento. Se puede ayudar de una representación en la recta para ver los valores y sus incrementos.

Ejercicio 2: Análisis de la información desde el punto de vista matemático.

En el grupo D de 4º ESO hay 10 chicos, mientras que en el grupo E de Diversificación curricular de 4º ESO hay 7 chicos, por lo tanto el colegio informa de que “hay más representación masculina en el grupo D”. ¿Es esto cierto? ¿Por qué?

Nota: Los alumnos irán reflexionando y haciendo preguntas (cuántos alumnos hay en cada clase, cálculo de porcentajes, etc).

Sesión 2: Consta de Ejercicio 3 y Ejercicio 4.

Ejercicio 3: Caso práctico. Análisis de la información desde el punto de vista matemático.

Las redes sociales más utilizadas por los jóvenes españoles son Facebook y Tuenti. Las preferencias por una red u otra son, generalmente, función de la edad. Los más jóvenes (15-25 años) prefieren Tuenti, mientras que Facebook es preferida no sólo por jóvenes sino también por el público adulto (20-50 años, aunque también hay adolescentes).

Reflexionar acerca de las siguientes frases y comentar en grupo:

- Una empresa consultora ha realizado una encuesta y afirma que “el 78% de la cuota de mercado utiliza Facebook, mientras que sólo el 35% utiliza Tuenti”, ¿puede ser correcta esta afirmación? ¿cómo puede ser posible que ambos porcentajes no sumen el 100%?

Debatir si realmente se percatan de las posibilidades que existen, con las Matemáticas, de distorsionar ó no la realidad, y de la importancia que tiene el estar preparados para poder analizar la información.

Ejercicio 4: Reflexión y debate acerca del uso de las Matemáticas en el funcionamiento de una red social. Se aconseja tener un ordenador conectado a un proyector para que todos los alumnos puedan ver la pantalla y analizar pequeños detalles matemáticos en los que posiblemente nunca se habían parado. Por ejemplo, en el caso del Facebook, el lenguaje de programación tiene fórmulas Matemáticas para realizar múltiples operaciones:

- Sumar el número de amigos que tienes y muestra dicho número entre paréntesis al lado de la palabra “Amigos”.
- Existe un contador que indica hace cuántos minutos, horas o días se realizó un comentario en el muro de una persona.

- Existe un contador que indica el número de comentarios que están sin leer dentro de un grupo en concreto.
- Existe un contador del número de miembros pertenecientes a un grupo.
- ¿Qué sucede si un alumno le da a “me gusta” en una foto? ¿y si después lo repite otro alumno? ¿y si ahora le da a “ya no me gusta”?
- Las redes sociales se basan en leyes Matemáticas. Una red social consta de vínculos entre unos nodos (los nodos son las personas, organizaciones, grupos, ..., y los vínculos las uniones entre dichos nodos). Se puede estudiar desde la Teoría de Grafos (Matemáticas). Con dicha teoría podrían expertos matemáticos analizar el modo más corto en que una noticia en Facebook llegaría a todos los usuarios.

El hecho de que prácticamente todos los jóvenes utilicen redes sociales favorecerá la participación, todos aportarán ideas. Se trata de que abran la mente y se percaten de que detrás de las redes sociales también están las Matemáticas.

4.3.3 Taller 3: Aplicación al mundo deportivo. Matemáticas y Fórmula 1

Objetivos específicos:

- Relacionar las Matemáticas con aplicaciones en los deportes, ser capaz de realizar los cálculos oportunos
- Trabajo individual y trabajo en equipo
- Analizar información dada en números

Contenidos:

- Operaciones con números
- Objetivo organización: minimizar costes fabricación
- Geometría (cálculo de superficies)
- Programación lineal
- Análisis de la utilización de las Matemáticas en los distintos deportes

Destinatarios: el taller 3 es viable realizarlo en dos cursos:

- 1º Bachillerato en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales (siempre que el profesor de la materia imparta programación lineal en dicho curso).
- 2º Bachillerato en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales

La inviabilidad de realizar este taller en ESO o en la modalidad de Ciencias y Tecnología de Bachillerato es que uno de los contenidos del taller es programación lineal. Dicho contenido se imparte en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales. De hecho, está incluido en los contenidos de 2º Bachillerato de dicha modalidad, pero en algunos casos se imparte también en 1º curso en la 1ª evaluación después del tema de ecuaciones e inecuaciones.

Temporalización: 2 sesiones (55 minutos cada sesión). El único requisito en cuanto a contenidos mínimos es haber estudiado la unidad didáctica de programación lineal. El resto de los conceptos necesarios ya se han estudiado en la ESO y son fáciles de aplicar. Por tanto, si estos alumnos sólo realizan este taller, como sería el caso de los alumnos de 2º Bachillerato, se aconseja realizarlo tras la 1ª evaluación y dejar el final de curso para el repaso de cara a la PAU; pero si el grupo de alumnos realiza también los talleres 1 y 2 (sería el caso de los alumnos de 1º Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales), entonces se aconseja realizar el taller 3 tras la 3ª evaluación.

Metodología: el profesor explica a toda la clase la intención de la actividad. Se divide la clase en grupos de 4 ó 5 personas. Trabajo en grupo e individual.

Desarrollo: las Matemáticas están en todas partes, por lo tanto también están presentes en el mundo de los deportes. Se elige el deporte de la Fórmula 1 por ser un deporte en auge actualmente y que genera interés tanto en chicos como en chicas. Si el ejercicio se les presenta con un enfoque dinámico, aumentará la probabilidad de que los alumnos presenten motivación inicial al tratarse de un tema de actualidad entre la juventud.

Sesión 1:

Consta de Ejercicio 1 y Ejercicio 2.

Ejercicio 1: Diseño de las ruedas. Los ingenieros del equipo Ferrari están diseñando nuevas ruedas traseras para el coche de Fernando Alonso. Han hecho múltiples estudios de velocidad, resistencia al frenado, fricción contra el suelo, agarre, ... Finalmente tienen dos posibles opciones:

- rueda tipo 1, de radio $R_1 = 33$ cm y ancho $A_1 = 37$ cm
- rueda tipo 2, de radio $R_2 = 32$ cm y ancho $A_2 = 38$ cm

En ambos casos las llantas tienen un radio $r = 23$ cm. Supongamos que han comprobado que las propiedades de ambas ruedas son iguales por lo que escogerán aquel tipo de ruedas que minimice el coste de fabricación. ¿Cuál de las dos ruedas será? Suponer, para los cálculos, las ruedas lisas (sin surcos) y de un material sin grosor.

Nota: utilizar la geometría para calcular las superficies. La superficie a minimizar será $S = 2(\pi R^2 - \pi r^2) + 2\pi R \cdot A$. Los alumnos realizan dibujo para ver la superficie a calcular.

Ejercicio 2: El circuito de Montmeló tiene una longitud de 4653 metros y los pilotos tienen que dar 66 vueltas al circuito. La duración de las ruedas de F1 es breve, la vida media de las ruedas es inferior a 200 Km. ¿Cuántas veces, como mínimo, tienen que cambiarse las ruedas durante una carrera?

Sesión 2:

Consta de Ejercicio 3 y Ejercicio 4.

Ejercicio 3: ¿Nos vamos a Montmeló? Se pretende organizar viaje a Montmeló a ver la Fórmula 1, para gente de la clase e incluso amigos. El viaje será en un autobús de 50 plazas (pueden quedar plazas vacías, pero no se pueden contratar más autobuses). La empresa organizadora da la posibilidad de adquirir dos tipos de entradas: tribuna E a 319 € y tribuna F a 359 €. Diez alumnos ya han confirmado que quieren tribuna F, el resto aún no lo ha decidido. En la tribuna E sólo quedan 30 plazas libres, el resto ya están ocupadas por otras excursiones. Determinar el conjunto de soluciones posibles del problema. ¿Cuál será la combinación posible que minimice el coste de dicha excursión?

Nota: representar gráficamente el conjunto de soluciones factible y minimizar la función objetivo.

Ejercicio 4: Debate acerca de las Matemáticas en el mundo de los deportes. Todos los alumnos deben participar, aportando ideas, haciendo preguntas, etc. El profesor ejerce de moderador y guía, va dando posibles opciones si es necesario.

- ¿En qué otros contextos de la Fórmula 1 están presentes las Matemáticas? Ejemplos: cálculos aerodinámicos del coche, cálculo de tiempos necesarios en boxes para repostar, número de ruedas disponibles en stock, cálculo del momento en que es preciso entrar en boxes a cambiar ruedas, diseño del volante, ...etc. No se trata de

que los alumnos sepan hacer cálculos (lógicamente en muchos casos no es factible) sino de que se percaten de que dichos cálculos son necesarios.

- Citar otros ejemplos de Matemáticas en otros deportes. Los alumnos van aportando ideas. Ejemplos:

- Las medidas de un campo de fútbol, de una pista de tenis, de una piscina olímpica, la altura de la canasta en baloncesto, ...
- Las medidas de un balón de fútbol (se puede medir, se puede pesar, se puede realizar medida por aproximación de poliedros, ...), las medidas de la pelota de tenis, ...
- Las medidas de los tiempos en cualquier deporte.
- En tenis se utiliza el ojo de halcón (hawk-eye) para comprobar si la pelota ha entrado ó no en la línea. Un sistema de cámaras sigue los movimientos de la pelota y los jugadores, y unos ordenadores procesan los datos de las trayectorias de la pelota a través de sistemas de ecuaciones.
- En fútbol se utilizan modelos matemáticos para realizar la programación del fixture de los campeonatos (programación de todos los partidos que habrá en un campeonato). También los usa la NBA.
- En las carreras de 400 metros se utilizan las Matemáticas para calcular los puntos de salida de los corredores. Los 8 corredores salen de distintas posiciones (cada corredor tiene su salida por delante físicamente del corredor de su izquierda) debido a la geometría de la pista.

5 Conclusiones

El presente trabajo de investigación muestra la importancia que tiene la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier asignatura y, en particular, en la asignatura de Matemáticas. En este apartado se mostrarán las conclusiones a las que nos ha llevado la investigación bibliográfica sobre el tema en cuestión.

La motivación es una situación de entusiasmo que nos lleva a realizar una determinada tarea. A mayor motivación, será mayor el esfuerzo realizado y será mayor la capacidad de resistencia ante las dificultades que nos podamos encontrar por el camino.

Si la motivación es un factor fundamental a la hora de realizar cualquier tarea, lo tendremos también que considerar en el contexto de la enseñanza-aprendizaje. El proceso de enseñanza-aprendizaje depende del alumno, del profesor y de la interacción que existe entre ambos. El profesor debe despertar en el alumno ese entusiasmo por aprender.

Las Matemáticas tienen una imagen social de asignatura difícil, llena de números y letras sin sentido y que no sirve para nada. Estos prejuicios sociales acerca de las Matemáticas generan en los alumnos una predisposición negativa hacia la asignatura, lo que repercute en el aprendizaje de la misma. A esa predisposición negativa por parte de los alumnos hay que sumar las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las Matemáticas. Estas dificultades provienen de que el aprendizaje matemático se asemeja a una escalera en la que unos conceptos (escalones) se van apoyando en otros para ir construyendo el conocimiento. Se trata de un aprendizaje significativo, relacionando unos conceptos con otros y sabiendo extrapolarlos y utilizarlos correctamente en situaciones distintas a las estudiadas en clase. Para lograr un aprendizaje significativo es necesario tener motivación.

Por lo tanto, la motivación es un factor fundamental tanto en el profesor como en los alumnos. El profesor no sólo debe estar motivado sino que además debe transmitir ese entusiasmo a los demás. Además, es tarea del profesor lograr la motivación del alumno. Esta motivación del alumno deberá ser intrínseca, es decir, no se busca que

el alumno estudie para aprobar sino generar en el alumno el entusiasmo por aprender cosas nuevas, el placer por continuar aprendiendo.

Para que surja una motivación intrínseca y duradera se necesitan dos factores:

- Una motivación inicial del alumno. Para ello es necesario que los alumnos conozcan el objetivo final de la tarea, que se sientan partícipes de dicha tarea y que, además, sean conscientes de que van a tener que realizar un esfuerzo (la tarea es difícil) pero que tienen capacidad suficiente para llevarla a cabo.

- Continuar motivando a lo largo del tiempo, de modo que los alumnos desarrollen entusiasmo por aprender más y más acerca de las Matemáticas. La investigación realizada nos ha mostrado cómo esta motivación no debe realizarse a través de premios y castigos, sino generando entusiasmo mediante metodologías activas que alejen a los alumnos de la imagen negativa de las Matemáticas y les muestre que la asignatura puede ser divertida, interesante y que haga que los alumnos reflexionen acerca de conceptos matemáticos y construyan aprendizaje significativo.

En la investigación realizada se citan diversas metodologías para motivar a los alumnos en el aprendizaje de las Matemáticas: juegos y acertijos, utilización de programas informáticos, blogs, medios audiovisuales, etc. Estoy de acuerdo en que la utilización de todos estos métodos es un factor motivador para los alumnos en el aprendizaje de las Matemáticas. Sin embargo, si lo que se pretende es contestar a la pregunta que se hacen muchos jóvenes de “para qué sirven las Matemáticas”, estoy de acuerdo con las propuestas de determinados autores como son Inés María Gómez Chacón, Jesús Alonso Tapia y Vicenç Font de que hay que mostrar a los alumnos las aplicaciones de las Matemáticas en la vida real.

Sin embargo, a lo largo de la investigación que he realizado, me he encontrado con muchos ejemplos de las otras metodologías comentadas, como libros de acertijos matemáticos, páginas web de ejercicios de álgebra, muchos recursos en red con ejercicios de todos los cursos de ESO y Bachillerato, vídeos en YouTube de explicaciones Matemáticas, etc. También he encontrado muchas opiniones de expertos acerca de la importancia de enseñar a los alumnos las aplicaciones de las Matemáticas a la vida real. Pero, aunque hay algunas, he encontrado muy pocas propuestas desarrolladas de aplicación de las Matemáticas a la vida real.

Si es tan importante mostrar a los alumnos las aplicaciones prácticas de las Matemáticas en la vida real, ¿por qué no se hace realmente? En mi opinión, son dos los factores que hacen que esta metodología casi nunca se lleve a cabo. En primer lugar, está el recurso del tiempo, que es muy escaso. Un profesor de Matemáticas tiene que cumplir con una programación didáctica de la asignatura, que generalmente va muy ajustada de tiempo y no suele haber tiempo extra para este tipo de actividades. En segundo lugar, la falta de recursos del profesorado, ya que estas actividades requieren de un esfuerzo extra preparando los ejercicios e incluso el conocimiento de casos reales de una empresa de fabricación, el conocimiento de las redes sociales, de los deportes u otras situaciones cercanas a los jóvenes.

Sin embargo, si se considera que un factor importante es la motivación del propio docente, creo que las dificultades por parte del profesorado pueden superarse fácilmente. Si el docente está motivado y tiene interés en mantener o incluso aumentar su propia motivación, mantendrá una actitud positiva ante la introducción de metodologías activas que rompan la rutina siempre que sean útiles en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Sólo hace falta, entonces, ajustar la programación para que sea posible realizar al menos alguna actividad práctica. El tiempo utilizado es mínimo si lo comparamos con los beneficios que se pueden obtener a largo plazo: motivar a los alumnos a aprender Matemáticas.

Por tanto, y ante los pocos ejemplos de aplicaciones prácticas encontradas durante la investigación, he encontrado conveniente diseñar talleres donde se muestren las aplicaciones de las Matemáticas a la vida real. Estos talleres se muestran en el apartado 4. Mediante esta aportación se pretende mostrar ejemplos de actividades que puede realizar un profesor de Matemáticas con un grupo de alumnos. Son ejercicios sencillos (algunos incluso son debates para que todos aporten ideas) ya que el objetivo final de los talleres no es la utilización de métodos matemáticos de elevada dificultad sino que los alumnos sepan “para qué sirven las Matemáticas en el día a día” y que se percaten de que muchos problemas reales se pueden resolver con las Matemáticas que ellos ya saben. En los talleres propuestos, los alumnos tendrán que relacionar los conceptos matemáticos que conocen y saber aplicarlos en contextos de la vida real. Esto favorece el aprendizaje significativo de la asignatura de Matemáticas. A medida que los jóvenes comprueben la utilidad de las Matemáticas, querrán seguir aprendiendo cosas nuevas de la asignatura.

El punto de partida de esta investigación se centraba en el logro de tres objetivos: comprobar la importancia de la motivación en el aprendizaje de las Matemáticas, comprobar que una posibilidad para aumentar dicha motivación es ayudar a los alumnos a ver las aplicaciones reales de las Matemáticas y, por último, el diseño de talleres de Matemáticas aplicadas a la vida real para conseguir aumentar la motivación. A través de la investigación realizada se han alcanzado los tres objetivos, pero faltaría comprobar la efectividad del tercer objetivo. Se trataría de comprobar si, mediante los talleres diseñados, se cumple el objetivo buscado: aumentar el interés de los alumnos hacia el aprendizaje de las Matemáticas. Como línea de trabajo futuro, estaría el llevar a la práctica los talleres de Matemáticas descritos en este Trabajo Fin de Máster y comprobar si realmente son eficaces ó no.

Para finalizar, hay que señalar que este trabajo de investigación bibliográfica podría haber sido mucho más profundo. Sería conveniente profundizar en algunos aspectos que en este caso se han pasado por alto por falta de tiempo, como la influencia de los afectos en el aprendizaje (son muchos autores los que los consideran importantes: Inés María Gómez Chacón, Ian Gilbert, etc.) o la importancia de motivar a los alumnos no sólo desde la escuela sino también desde la familia (tal y como sugiere Jesús Alonso Tapia).

La investigación realizada sobre la motivación en el aprendizaje de las Matemáticas nos ha llevado a aspectos muy claros y concretos respecto al comportamiento del docente y del alumno, pero dicha investigación también nos ha dejado entrever la importancia de la influencia familiar en el comportamiento del alumno frente a las Matemáticas. La familia juega un papel fundamental en la educación de un joven y, con gran probabilidad, jugará un papel decisivo en la motivación que presente un joven ante el aprendizaje de la asignatura. Una investigación más profunda en esa dirección nos podría aportar consideraciones a tener en cuenta para motivar al alumno. Así mismo, se podría analizar la importancia de motivar a los estudiantes a aprender Matemáticas desde la infancia. Si la familia muestra a los niños una imagen positiva de las Matemáticas, esto puede contrarrestar el efecto de la imagen social negativa de dicha asignatura. Si tanto padres como docentes presentan motivación y se la transmiten a los jóvenes, el efecto puede ser mucho mayor que si se motiva sólo desde uno de los dos ámbitos. Sería interesante poder elaborar unas conclusiones conjuntas, considerando la motivación del alumno transmitida por

parte del profesor y la motivación del alumno transmitida por parte de la familia. Pero eso, lamentablemente, tendrá que ser en una investigación futura.

6 Bibliografía

Albert Einstein, Frasedehoy.com. (s.f.). *Frase de hoy*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2011, de Frase de hoy: <http://www.frasedehoy.com>

Alonso Tapia, J. (2005). *Motivar en la escuela, motivar en la familia*. Ediciones Morata.

Armenteros Chica, B. (2009). Imagen social de las matemáticas. Las matemáticas como elemento de exclusión. *Enfoques educativos* (30), 20-24.

Caro Carretero, R. (2006). *Los recursos audiovisuales al servicio de las matemáticas*. Recuperado el 21 de Noviembre de 2011, de Revista CES Felipe Segundo: <http://www.cesfelipesecondo.com/revista/articulos2006/arto7.pdf>

Ciencia al día. (19 de Febrero de 1998). *Ciencia al día*. Recuperado el 12 de Noviembre de 2011, de Ciencia al día. Horror a las matemáticas.: <http://aupec.univalle.edu.co/informes/febrero98/matematicas.html>

Edel Navarro, R. (2004). *RED Científica*. Recuperado el 11 de Noviembre de 2011, de RED Científica. Ciencia, Tecnología y Pensamiento: <http://www.redcientifica.com/doc/doc200406170600.html>

Eduardo Amorós. (2007). *Comportamiento organizacional. En busca del desarrollo de ventajas competitivas*. Mogrovejo, Perú.

Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la RSME. Sección de Educación.* , 10.2, 427-442.

Font, V. (1994). Motivación y dificultad de aprendizaje en matemáticas. *Revista SUMA* (17), 10-16.

González-Simancas, J., & Carbajo López, F. (2005). *Tres principios de la acción educativa*. Pamplona: EUNSA.

Gómez Chacón, I. (Noviembre de 2005). Motivar a los alumnos de Secundaria para hacer Matemáticas. *Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid*.

Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático* (2ª edición ed.). Madrid: Narcea.

Holtz, Lou, <http://citasyproverbios.com>. (s.f.). *Citas y Proverbios*. Recuperado el 14 de Octubre de 2011, de <http://citasyproverbios.com>

Ian Gilbert. (2005). *Motivar para aprender en el aula. Las siete claves de la motivación escolar*. Barcelona: Paidós Ibérica.

Ing. Clemente Valdés Herrera. (2006). *Universidad Perú*. Recuperado el 8 de Noviembre de 2011, de Universidad Perú: <http://www.universidadperu.com/articulo-la-motivacion-universidad-peru.php>

Luengo, M. (2001). Teorías de aprendizaje. En *Formación didáctica para profesores de matemáticas* (págs. 132-139). CCS.

Pedagogía. (31 de Marzo de 2007). *Pedagogía*. Recuperado el Octubre de 2011, de www.pedagogia.es

Publicaciones Vértice. (2008). *Motivación de personal*. Málaga: Publicaciones Vértice.

Real Academia Española. (2001). *Real Academia Española*, 22ª edición. Recuperado el 4 de Noviembre de 2011, de Real Academia Española: <http://www.rae.es/rae.html>

Reyes Velis, V. (17 de Mayo de 2011). *Educación, Ciencia y Criterio*. Recuperado el 9 de Noviembre de 2011, de Blog Educación, Ciencia y Criterio: <http://educiencri.blogspot.com/2011/05/la-teoria-x-y-la-teoria-y-de-douglas.html>

UNIR. (Febrero de 2011). *UNIR. Universidad Internacional de la Rioja*. Recuperado el 11 de Noviembre de 2011, de Educación personalizada. Tema 4: Cómo

personalizar la enseñanza: http://www.UNIR.net/cursos/lecciones/lecc_mfpes_ep3/documentos/clase_4/ideas.html

UNIR. (2011). *UNIR. Universidad Internacional de la Rioja*. Recuperado el 12 de Noviembre de 2011, de UNIR. Metodología. Tema 1: Concepción de las matemáticas: http://mes.unir.net/cursos/lecciones/lecc_mfpes_me27/documentos/tema_1/idea_sclave.html

UNIR. (2011). *UNIR. Universidad Internacional de la Rioja*. Recuperado el 12 de Noviembre de 2011, de UNIR. Metodología. Tema 2: Teorías de Aprendizaje: http://mes.uni.net/cursos/lecciones/lecc_mfpes_me27/documentos/tema_2/ideas_clave.html

UNIR. (Febrero de 2011). *UNIR. Universidad Internacional de la Rioja*. Recuperado el 24 de Noviembre de 2011, de Recursos didácticos para matemáticas. Tema 5: Los juegos y los recursos audiovisuales en clase de matemáticas: http://mes.unir.net/cursos/lecciones/lecc_mfpes_rd27/documentos/Tema_5/idea_sclave.html