



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

**Enseñanza de la geometría a
alumnos de 2º de la ESO a través
de la arquitectura**

Presentado por: Ainhoa Arratibel Gamboa
Línea de investigación: Métodos pedagógicos (Matemáticas)
Director/a: Pedro Viñuela

Ciudad: Pamplona
Fecha: 26 de julio de 2013

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo presentar una propuesta didáctica metodológica para la enseñanza de la geometría en 2º de la ESO a través de la arquitectura. Para ello, en primer lugar, se analiza cuál es el estado actual de las matemáticas en nuestro país a través del estudio de varios informes internacionales y la legislación educativa, centrándonos en aspectos que motivan el presente trabajo, como las competencias básicas. En segundo lugar, se profundiza en aspectos relativos a los contenidos del bloque de geometría de los currículos, las dificultades que los alumnos, la contribución de este bloque al desarrollo de las competencias básicas regidas por la ley, y una breve descripción sobre la importancia del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, profundizando acerca del software de geometría dinámica *GeoGebra* que se empleará en la propuesta didáctica. Otro aspecto importante que fundamentará la propuesta es el análisis de recursos que la arquitectura pueda proporcionar a la enseñanza de la geometría, con un análisis más exhaustivo de su relación con el entorno y de cómo este recurso ayuda a desarrollar la competencia cultural y artística. En tercer lugar, se realiza un estudio de campo para poder confirmar aspectos teóricos mencionados, a través de una encuesta realizada a varios profesores acerca de las dificultades que ellos encuentran en la enseñanza de la geometría, las que sus alumnos encuentran y los recursos que emplean en el aula, haciendo especial hincapié en la arquitectura. Finalmente, la propuesta didáctica consiste en una metodología para la enseñanza de unos contenidos específicos del bloque de geometría a través de elementos y herramientas metodológicas empleadas en la arquitectura, combinándolo con aspectos didácticos y herramientas propias de la asignatura.

Palabras clave: educación secundaria, geometría, arquitectura, TIC, competencias básicas.

ABSTRACT

The objective of this work is to present an educational methodological proposal for the teaching of geometry in the second ESO year using architecture. At first, it analyses the actual condition of mathematics in our country through a variety of international reports and educative legislation, focusing on aspects that motivate this work, as basic competencies. Secondly, the work goes into detail about geometry aspects in curriculum, the difficulties students have, the contribution of this area to the basic competencies and a short description about the importance of using ICT tools, going into detail about the software of dynamic geometry called *GeoGebra*, using in the proposal. Another important aspect which is supporting the proposal is the analysis of the resources architecture has to teach geometry, with an exhaustive analysis of its relationship with the environment and how this resource helps working with the cultural and artistic competency. Thirdly, the work presents a field study to confirm some aspects named, through an inquiry done by teachers about the difficulties they have teaching geometry, difficulties students have and the resources they use in class, asking particularly about architecture. Finally, the teaching proposal consists in a methodology to teach some specify geometric aspects using Architecture methodology and tools, combining with tools of the subject.

Key words: secondary studies, geometry, architecture, ICT tools, basic competencies.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN	7
1.1. Presentación y justificación	7
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
2.1. Objetivos	9
2.2. Metodología	10
2.3. Justificación de la bibliografía utilizada	11
3. MARCO TEÓRICO	14
3.1. Algunas cifras en Matemáticas	14
3.1.1. El informe PISA 2009	14
3.1.2. Evaluación general diagnóstico 2010	15
3.1.3. Education at a Glance 2011	15
3.1.4. Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) 2011	16
3.2. Marco legal	17
3.2.1. La LOE	17
3.2.2. La LOMCE	18
3.2.3. El Real Decreto 1631/2006, de 19 de diciembre	19
3.2.4. El Decreto Foral 25/2007, de 19 de marzo	19
3.2.5. Las competencias básicas	19
3.3. Geometría en 2º de la ESO	21
3.3.1. Contenidos del bloque de geometría	22

3.3.2. Contribución del bloque de geometría a las competencias básicas	22
3.3.3. Dificultades en el aprendizaje de la geometría	23
3.3.4. Las TIC en geometría	26
3.4. Arquitectura y Geometría	28
3.4.1. Geometría, arquitectura y entorno	33
3.4.2. La competencia cultural y artística	35
4. ESTUDIO DE CAMPO	37
4.1. Introducción	37
4.2. Ubicación	37
4.3. Metodología	38
4.4. Resultados del estudio de campo	38
4.5. Análisis de resultados obtenidos	45
5. PROPUESTA DIDÁCTICA	48
5.1. Introducción	48
5.2. Objetivos	49
5.3. Metodología	50
5.3.1. Fase 1: Entorno y modelización	50
5.3.2. Fase 2: Planteamiento de problemas	52
5.4. Competencias básicas	54
6. APORTACIONES DEL TRABAJO	56
7. DISCUSIÓN	57
8. CONCLUSIONES	59
9. LIMITACIONES DEL TRABAJO	61
10. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS	62
11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63
11.1. Referencias	63
11.2. Bibliografía complementaria	66

12. ANEXOS	67
12.1. Cuestionario	67

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N°1. Contenidos del bloque de geometría para 2º de la ESO	22
Tabla N°2. Contribución del bloque de geometría a las competencias básicas.....	23
Tabla N°3. Características de la geometría relacionadas con las dificultades de aprendizaje de los alumnos	24
Tabla N°4. Tipos de tareas a desarrollar en geometría	25
Tabla N°5. Tipos de habilidades a desarrollar en geometría	25
Tabla N°6. Características del <i>GeoGebra</i> que lo diferencian de otros programas.....	28
Tabla N°7. Aspectos geométricos ligados a la arquitectura	30
Tabla N°8. Actividades posibles relacionando arquitectura, geometría y entorno.....	34
Tabla N°9. Listado de centros participantes	38
Tabla N°10. Objetivos curriculares en la propuesta didáctica	49
Tabla N°11. Objetivos didácticos en la propuesta didáctica.....	49
Tabla N°12. Desarrollo de la fase 1 de la propuesta didáctica	51
Tabla N°13. Dificultad geométrica desarrollada en fase 1.....	51
Tabla N°14. Tareas y habilidades desarrolladas en fase 1	52
Tabla N°15. Desarrollo de la fase 2 de la propuesta didáctica	52
Tabla N°16. Tareas y habilidades desarrolladas en fase 2	53
Tabla N°17. Competencias básicas en la propuesta didáctica.....	54

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N°1. Distribución de suspensos durante el curso	39
Gráfico N°2. Impartición del bloque de geometría	39
Gráfico N°3. Contenidos de geometría más trabajados en clase	40
Gráfico N°4. Contenidos de geometría que más cuesta trabajar en clase.....	41
Gráfico N°5. Contenidos de geometría que más cuesta comprender e interiorizar a los alumnos	42

Gráfico N°6. Recursos empleados para trabajar geometría.....	43
Gráfico N°7. Fuentes materiales empleados para las actividades	43
Gráfico N°8. Disciplinas artísticas empleadas en geometría.....	44
Gráfico N°9. Recursos arquitectónicos empleados en geometría	45
Gráfico N°10. Fases del aprendizaje de la geometría en fase 1	51
Gráfico N°11. Fases del aprendizaje de la geometría en fase 2	53

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Presentación y justificación

Los resultados de varios informes y estudios internacionales concernientes a la enseñanza, dejan entrever que en materia de matemáticas a España le queda un largo camino por recorrer. Tanto el informe PISA 2009, como el Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) 2011, muestran que los resultados de los alumnos españoles en competencia matemática siguen estando por debajo de la media de la OCDE. En el primero, España se sitúa con una puntuación de 483 frente a los 600 puntos de los países con mejores resultados. En el segundo, aunque hay que matizar que no se ha notado demasiada mejora en alumnos de 2º de la ESO a nivel mundial, los alumnos de 4º de primaria que tomaron parte en este estudio muestran un nivel también por debajo de países de la OCDE.

Aunque la LOMCE comprende, entre otros aspectos, el aumento de horas lectivas de matemáticas para poder combatir estos resultados, hay que mencionar que, tal y como muestra Education at a Glance 2011, la mejora de los resultados tiene más que ver con la calidad de la enseñanza que con su cantidad. Según este estudio, en España se dedica un 15% del tiempo en el aula en el aprendizaje de las matemáticas a edades entre 12 – 15 años. Pero, países con los mejores resultados en competencia matemática en el estudio PISA 2009 dedican un 10% de su tiempo, por lo que queda patente que quizás el tiempo dedicado a la materia no sea el principal problema en España. Se necesita un cambio más profundo.

La Evaluación Diagnóstico 2010 nos muestra que una de las materias donde los alumnos más dificultades muestran es la geometría, que es objeto de estudio del presente trabajo, debido a su importancia en el currículo. Puede servir de instrumento para motivar a los alumnos y mejorar los resultados, ya que según Barrantes – López (2012) “favorece y desarrolla en los alumnos una serie de capacidades como la percepción visual, la expresión verbal, el razonamiento lógico y la aplicación a problemas concretos de otras áreas de Matemáticas” (p.26). Pero, aunque según Guerra Rodríguez (2010) en los últimos años se viene observando un interés por mejorar la enseñanza y la situación de la geometría, parece que la aritmética tiene cada vez más dominio, y cada vez con mayor frecuencia se utilizan construcciones de tipo mecanicista descontextualizadas (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006), sin ejemplos reales para la mejor comprensión (Golcalves, 2006, citado en Balletero Alfaro y Gamboa Araya, 2011).

Después de todo esto, resulta obvio pensar que tanto la enseñanza de las matemáticas como, concretamente el de la geometría, necesitan un nuevo rumbo, a

través de la utilización de nuevos recursos y nuevas metodologías, que puedan servir a su vez para motivar al alumno y mejorar sus resultados. En este sentido, la Arquitectura se presenta como una buena herramienta para la enseñanza de la geometría, por la estrecha relación que desde siempre han tenido, pero también, como dice Alsina i Català (2005), porque “la geometría es una rama fundamental de las Matemáticas cuyo objetivo primordial es el conocimiento y la creatividad en el espacio tridimensional” (p.1).

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tal y como se ha expuesto en el apartado anterior, los malos resultados obtenidos por los alumnos españoles en varios informes y estudios internacionales muestran que la enseñanza de las matemáticas y, en concreto, de la geometría necesita un cambio. Es por ello que se nos plantea la duda de ¿qué podemos hacer los docentes para mejorar esos resultados?

En este sentido, teniendo en cuenta las amplias posibilidades que las diversas disciplinas artísticas otorgan al estudio de la geometría, en el presente trabajo se realiza una investigación acerca de la arquitectura como herramienta para el aprendizaje del bloque mencionado en alumnos de 2º de la ESO. Es una disciplina que guarda una estrecha relación desde todos los tiempos con la geometría, ofreciéndole temáticas y herramientas para resolver problemas de la vida real relacionados con la misma disciplina. Pero la cuestión es ¿puede la arquitectura resultar una herramienta motivadora para los alumnos? ¿Puede la arquitectura facilitar a los profesores la enseñanza de contenidos geométricos y a los alumnos el aprendizaje de éstos?

A lo largo de este trabajo se intentará dar respuesta a estas preguntas, haciendo especial hincapié en los problemas concretos que los alumnos encuentran en la geometría. Además profundizará en los contenidos que se han de desarrollar en 2º de la ESO según las normativas establecidas. Y por último, se analizará cómo la arquitectura puede funcionar como herramienta para el aprendizaje de los contenidos geométricos, proporcionando al lector una propuesta didáctica al respecto.

2.1. Objetivos

El objetivo principal es el siguiente:

Presentar una propuesta didáctica basada en la arquitectura para trabajar la geometría en un aula de 2º de la ESO.

Para ello, será necesario conseguir los siguientes objetivos:

1. Conocer la situación actual de la enseñanza de las matemáticas y estudiar la necesidad de un cambio metodológico para su aprendizaje.
2. Conocer y analizar las dificultades que los alumnos de 2º de la ESO encuentran en el aprendizaje de la geometría.

3. Recopilar aspectos de la arquitectura útiles para la consecución de los objetivos didácticos de la geometría en 2º de la ESO.
4. Recoger información sobre los contenidos específicos del bloque de geometría más difíciles para los alumnos de 2º de la ESO.

2.2. Metodología

El siguiente trabajo combina una investigación bibliográfica y un estudio de campo.

El estudio bibliográfico se ha llevado a cabo a través de la consulta del catálogo de la Biblioteca de Navarra (Pamplona), además de buscadores especializados *Dialnet* y la Biblioteca Virtual de la UNIR, mediante la consulta de revistas especializadas y obras de autores relevantes. Además, también han sido muy útiles los listados de referencias bibliográficas de textos consultados.

El estudio de campo se ha realizado a través de un cuestionario con preguntas cerradas para confirmar algunos aspectos del marco teórico y ampliar cierta información para la correcta realización de la propuesta didáctica.

El presente Trabajo de Fin de Máster se ha desarrollado de acuerdo a tres fases:

1) FASE 1: Estudio bibliográfico

En primer lugar se ha realizado un estudio bibliográfico para la realización del marco teórico del trabajo. Se ha investigado, en primer lugar, acerca de la normativa educativa correspondiente a las matemáticas de 2º de la ESO, a nivel estatal y autonómico, haciendo especial hincapié en las competencias básicas regidas por las nuevas leyes. En segundo lugar, se ha recabado información sobre los problemas de aprendizaje que los alumnos de 2º de la ESO muestran hoy día. En tercer lugar, se ha realizado una investigación acerca de las relaciones que existen entre la geometría y la arquitectura, y de las aportaciones educativas de la última. Por último, se ha realizado una breve descripción de la competencia cultural y artística, cuya contribución es aportación de la utilización de la temática elegida para trabajar la geometría en 2º de la ESO.

2) FASE 2: Estudio de campo

En esta segunda fase se ha llevado a cabo un estudio de campo en diversos centros educativos de la Comarca de Pamplona, a través de un cuestionario cumplimentado por profesores de matemáticas de 2º de la ESO. El fin ha sido confirmar algunos aspectos comentados en el marco teórico y ampliar otros para la correcta realización posterior de la propuesta didáctica: la influencia de impartir el bloque de geometría en un trimestre u otro en los resultados, los contenidos del bloque de geometría a los que más tiempo se emplea, dónde muestran más problemas los alumnos, si la arquitectura es empleada como recurso para el desarrollo del bloque, etc.

3) FASE 3: Propuesta didáctica

La última fase es la realización de la propuesta didáctica a partir de la información recopilada tanto del estudio bibliográfico como del estudio de campo.

Se trata de una unidad didáctica para la enseñanza de la geometría en 2º de la ESO mediante la arquitectura. De esta forma, se contribuye al mismo tiempo al desarrollo de la competencia cultural y artística.

2.3. Justificación de la bibliografía utilizada

Para la realización de este trabajo, en primer lugar, ha sido importante conocer cuál es la realidad de las matemáticas a nivel internacional y en concreto en nuestro país. Para ello se han consultado diversos informes y estudios internacionales: el informe PISA 2009, Education at a Glance 2011, Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) 2011, y Evaluación General Diagnóstico 2010. Este último ha servido para determinar los bloques de geometría en los cuales los alumnos obtienen peores resultados.

En segundo lugar, ha sido importante documentarse acerca de los contenidos que se debe trabajar en el bloque de Geometría, además de estudiar la contribución de esta área a las competencias básicas. Para ello se ha consultado la normativa correspondiente: la LOE, la LOMCE, el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en el conjunto del Estado y el Decreto Foral 25/2007, de 29 de marzo, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra.

En tercer lugar, ha sido importante saber qué aspectos de la geometría resultan más dificultosos para los alumnos, para centrar la atención en ellos en la propuesta

didáctica. Para ello ha sido primordial consultar *La enseñanza de la Geometría* de García Peña y López Escudero (2008), para profundizar en aspectos concernientes a la relación con el espacio físico y las dificultades en los cambios de registros y lenguajes geométricos. Se ha complementado esta información con *Obstáculos en el aprendizaje de la Geometría euclideana, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático* de Radillo y Huerta (2007) para añadir ideas acerca de las dificultades derivadas del lenguaje matemático. Para informarnos de otros aspectos quizás no tan específicos del aprendizaje, pero que lo afectan negativamente, se han consultado *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática* de Abrate, Delgado y Pochulu (2006), *La geometría y su didáctica* de Guerra Rodríguez (2010) y *Enseñanza y aprendizaje de la geometría: la perspectiva del profesor* de Ballesteros Alfaro y Gamboa Araya (2010). Estos textos han podido proporcionarnos información sobre cuál es la situación actual de la geometría en el aula y cuáles son las tendencias que tanto la asignatura como su enseñanza por parte de los profesores están tomando. Ha sido importante también profundizar en otros aspectos a tener en cuenta a la hora de desarrollar la propuesta didáctica, como son los tipos de tareas y habilidades geométricas que no deben faltar en la enseñanza de dicho bloque. Para ello ha servido de mucha ayuda el libro de García Peña y López Escudero (2008) citado anteriormente.

Para realizar una pequeña investigación sobre las TIC en geometría y poder comprobar su aportación a la propuesta didáctica, se han consultado *GeoGebra* de Espina Brito (2006) y *Geometría analítica plana con GeoGebra* de Santana Zerpa (2010), en los cuales se ha podido comprobar los beneficios del empleo de este tipo de tecnologías en la enseñanza. A continuación, se ha profundizado acerca del software de geometría dinámica *GeoGebra*, siendo para ello de gran utilidad la consulta de *Experiencias docentes. Visualización de lugares geométricos mediante el uso de software de geometría dinámica GeoGebra* de Sánchez Muñoz (2011).

Para poder justificar el uso de la arquitectura como herramienta metodológica para la propuesta didáctica, ha sido primordial indagar, en primer lugar, acerca de la relación entre arte y geometría, a través del capítulo 2.3. *Geometría y Arte* de *Invitación a la didáctica de la geometría* de Alsina, Burgués y Fortuny (1987). En segundo lugar, se ha realizado un estudio detallado del artículo *Los secretos geométricos en diseño y arquitectura* de Alsina i Català (2005), que ha sido base para describir la relación entre arquitectura y geometría y, sobre todo, para recopilar aspectos de la disciplina artística que pueden servir para la enseñanza del área matemática.

Por último, como el uso de la arquitectura facilita el desarrollo de la competencia cultural y artística, el libro *Competencia cultural y artística* de Andrea Giráldez (2009) ha sido también clave en este aspecto.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Algunas cifras en Matemáticas

Los últimos resultados de varios informes educativos realizados en los últimos años, dejan entrever que, en materia de matemáticas, todavía queda un largo camino por recorrer en España. A continuación se muestran algunos de ellos:

3.1.1. El Informe PISA 2009

El Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (Programme for International Student Assessment) es un estudio realizado por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), que evalúa el rendimiento de los alumnos de 15 años, en competencias consideradas clave: lectora, matemática y científica. No se trata de una evaluación curricular, sino de una evaluación de los conocimientos y destrezas “para saber si están preparados para afrontar los retos de la vida adulta en un contexto de la vida cotidiana”. Además, este estudio recoge también datos sobre origen social, contexto de aprendizaje y organización de la enseñanza a través de cuestionarios a profesores y alumnos.

Este estudio se realiza cada tres años, al que cada vez se suman más países, profundizando cada año en un aspecto:

- PISA 2000: lectura (32 países participantes)
- PISA 2003: matemáticas (41 países participantes)
- PISA 2006: ciencias (57 países participantes)
- PISA 2009: lectura, matemáticas y ciencias (65 países participantes)

Una de las novedades del último Informe PISA (2009) fue que se incrementó la participación de las comunidades autónomas españolas (sólo tres de ellas negaron su participación), de manera que los datos pudieron ofrecer una mayor precisión estadística sobre la realidad educativa de nuestro país.

Los resultados españoles de este Informe PISA 2009 en competencia matemática (483 puntos) fueron similares a años anteriores, estando España todavía por debajo del promedio de OCDE. Incluso en Navarra, aunque se encuentra entre las Comunidades Autónomas por encima de la media española (513-504 puntos), sigue estando muy lejos del promedio más elevado de la OCDE (600 puntos). En el caso del

rendimiento en competencia matemática en España, el porcentaje de los alumnos en los niveles altos es mucho más bajo que en el de la OCDE.

3.1.2. Evaluación General Diagnóstico 2010

Según lo establecido en el artículo 144 de la LOE, el Instituto de Evaluación y los organismos correspondiente de las administraciones educativas deben realizar Evaluaciones Generales de Diagnóstico, sobre las competencias básicas en 4º de primaria y 2º de la ESO, con el fin de conocer la situación del sistema educativo y contribuir a su mejor y a la equidad educativa. Para ello, tendrán en cuentas aspectos como los contextos socioeconómicos y culturales del alumnado y los centros.

La Evaluación General Diagnóstico 2010 recoge un análisis de cuatro de las ocho competencias básicas establecidas por la LOE: competencia en comunicación lingüística, competencia matemática, competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico y la competencia social y ciudadana.

Los resultados obtenidos del análisis realizado sobre la competencia matemática demuestran que existe un grado de dificultad creciente en las siguientes habilidades matemáticas: reproducir para realizar ejercicios más sencillos en situaciones conocidas, establecer conexiones en problemas de dificultad media y saber reflexionar sobre cuestiones planteadas para identificar los elementos matemáticos de un problema.

Los contenidos matemáticos que mejores resultados obtuvieron fueron estadística y probabilidad, funciones y gráficas y números, siendo álgebra y geometría los más problemáticos.

3.1.3. Education at a Glance 2011

Los gobiernos cada día centran más su atención en informes sobre comparaciones internacionales en materia de educación, en su búsqueda de políticas educativas efectivas. Entre otros aspectos, los gobiernos buscan mejorar las perspectivas individuales, sociales y económicas de sus países, proveer incentivos para mejorar la eficiencia de sus sistemas educativos, para poder responder a las diversas demandas que van aumentando cada día. En este contexto, *Education at a Glance* es un informe anual realizado por la directiva de la OCDE en educación internacional que trata de responder a estas cuestiones a través del análisis de varios indicadores que permiten a los países participantes ver sus sistemas educativos a la luz de las actuaciones de otros países.

Este informe ofrece cifras sobre la realidad educativa de diversos países acerca de varios indicadores. Uno de ellos es el tiempo obligatorio dedicado a la enseñanza de diversas materias en distintas edades. A edades entre 12-14 años, en España se dedica alrededor de un 15 % del tiempo a las matemáticas. Resulta curioso comprobar que, en países con los mejores resultados en competencia matemática, según estudio PISA 2009, como Corea y Finlandia se le dedica a dicha asignatura alrededor de un 10 % del tiempo en el aula. Esta observación nos hace ver que, para obtener mejores resultados en competencia matemática, la cuestión no es dedicar más tiempo a la asignatura, sino que ese tiempo sea de calidad.

3.1.4. Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) 2011

El informe TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) recoge resultados de evaluaciones internacionales sobre matemáticas realizadas a alumnos de 4º de primaria y 8º de primaria (2º de la ESO para nuestro país) realizados por la IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement). En esta cooperativa internacional independiente participan varias instituciones de investigación y agencias gubernamentales de cerca de 70 países.

Esta evaluación que inició en 1995 y se realiza cada cinco años, para conceder información a los distintos países sobre el nivel de dominio de conceptos, contenidos y procedimientos matemáticos que se espera deban haber adquirido los alumnos en los niveles citados anteriormente.

Ofrece valoraciones a nivel general sobre matemáticas, pero también en las áreas más importantes de la asignatura, como álgebra, geometría, etc. Además, en la formulación de dichas valoraciones, tiene en cuenta otros factores externos que puedan influir en esos resultados: la sociedad, la escuela y el ambiente del hogar.

A nivel internacional, son los países del este asiático los que mejores resultados han obtenido, tanto en las pruebas de 4º de primaria como en las de 8º de primaria. En el primer grupo encontramos a Singapur, Corea, Hong Kong SAR, seguidos por China Taipei y Japón. En el segundo, en primera línea se encuentran Corea, Singapur y China Taipei, seguidos por Hong Kong SAR y Japón.

Desde 1995 se ha observado una mejora internacional respecto a los resultados de los estudiantes de 4º de primaria: doce países han incrementado su puntuación y sólo tres han perdido puntos. Pero no parece haber sucedido lo mismo con los resultados de los alumnos de 8º de primaria, los cuales han empeorado: sólo nueve países han mejorado su puntuación y 11 países han obtenido peores resultados.

En cuanto a los resultados de España que recoge el informe TIMSS 2011, el país obtuvo 482 puntos, frente a 519 de la media de la UE y 522 de la media de los países de la OCDE. Son resultados del estudio sobre el nivel de los alumnos de 4º de primaria, el cual fue realizado en España. Esa puntuación sitúa a los alumnos del curso citado de nuestro país en el nivel Intermedio. Según el informe, esta clasificación supone que los alumnos son capaces de aplicar los conocimientos matemáticos básicos en situaciones sencillas, pero sin la capacidad de resolver problemas, ni siquiera en situaciones complejas ni saber razonarlas.

3.2. Marco legal

3.2.1. La LOE

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, fue promulgado con el objetivo de la mejora educativa que se venía demandando desde los noventa, por motivo de varias evaluaciones y estudios internacionales con resultados pésimos.

Esta ley está presidida por tres principios fundamentales. En primer lugar, la exigencia de proporcionar una educación de calidad a todos los ciudadanos en todos los niveles, con motivo de mejorar los resultados generales y reducir el abandono temprano de los estudios. En segundo lugar, la necesidad de que toda la comunidad educativa colabore en la búsqueda del objetivo anterior, a través del principio del esfuerzo, para llevar a cabo una escolarización equitativa. Y en tercer lugar, el compromiso con los objetivos europeos comunes establecidos, para preparar a los jóvenes para convivir en la nueva sociedad del conocimiento y afrontar los retos que ésta les brinde. Esto implica:

[...] mejorar la capacitación de los docentes, desarrollar las aptitudes necesarias para la sociedad del conocimiento, garantizar el acceso de todos a las tecnologías de la información y la comunicación, aumentar la matriculación en los estudios científicos, técnicos y artísticos, y aprovechar al máximos los recursos disponibles, aumentando la inversión en recursos humanos (BOE núm. 106, 2006, pp. 17158-17207).

Para poder conseguir esos tres principios, según la ley, resulta indispensable “concebir la formación como un proceso permanente, que se desarrolla durante toda la vida” (p. 17160), proporcionando los conocimientos y las competencias básicas necesarias, e incrementando la flexibilidad del sistema educativo a través de la autonomía de los centros.

La LOE cita a lo largo de sus capítulos, los principios y fines educativos, entre los cuales cabe destacar “el fomento y la promoción de la investigación, la experimentación y la innovación educativa” (p. 17165) y “el desarrollo de la capacidad

de los alumnos para regular su propio aprendizaje, confiar en sus aptitudes y conocimientos, así como para desarrollar la creatividad, la iniciativa personal y el espíritu emprendedor” (p. 17165).

En su capítulo tercero, define currículo como “conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley” (p. 17166).

Entre los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria define, entre otros, “desarrollar las destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos [...] adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación” (p. 17169), “conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural” (p. 17169), y “apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación” (p. 17170).

Entre los principios pedagógicos que cita la ley, cabe destacar el relativo al desarrollo y las competencias básicas y el fomento de la correcta expresión oral y escrita y el uso de las matemáticas.

3.2.2. La LOMCE

El proyecto de ley LOMCE, promueve una serie de cambios educativos a la luz, sobre todo, de los pésimos resultados que los alumnos españoles han obtenido en los diversos estudios e informes internacionales, y de los grandes porcentajes del abandono escolar.

Uno de los cambios más significativos, en relación con la antigua ley, es el cambio de competencias en materia educativa de las comunidades autónomas. El Gobierno español podrá fijar un 65 % de los contenidos de las enseñanzas mínimas del currículo en el caso de las comunidades autónomas con lengua cooficial, como es el caso de Navarra, y un 75 % de lo expuesto en el resto de comunidades.

En relación a las pésimas cifras que España ha obtenido en materias como las Matemáticas, esta reforma pretende reforzarlas. Entre otras cuestiones, se aumentarán las horas dedicadas a esta materia y se eliminarán las opciones A y B de matemáticas de 4º de la ESO.

Otro de los cambios más significativos, en cuanto a secundaria se refiere, es la introducción de pruebas al final de cada curso, con objeto de medir el nivel de competencias de nuestros alumnos.

3.2.3. El Real Decreto 1631/2006, de 19 de diciembre

El Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, establece las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Este documento hace especial hincapié en las competencias básicas que fueron introducidas en los países europeos a través de la Recomendación del Parlamento europeo, de 28 de diciembre de 2006.

3.2.4. El Decreto Foral 25/2007, de 19 de marzo

El Decreto Foral 25/2007, de 19 de marzo, establece el currículo de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra, y, junto con el Real Decreto 1631/2006, describe los contenidos de cada materia y la contribución de dicha materia al desarrollo de las diversas competencias.

3.2.5. Las competencias básicas

En los últimos años, el mundo está inmerso en un proceso de globalización que ha acarreado ciertos cambios sociales y económicos, que han derivado en una nueva concepción educativa que busca dar respuesta a estas nuevas necesidades para afrontar los desafíos de la sociedad de la información.

En este contexto nacen las competencias básicas que la Unión Europea especificó en la Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, y a partir de lo cual la LOE definió ocho:

1. La competencia en comunicación lingüística
2. La competencia matemática
3. La competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
4. El tratamiento de la información y competencia digital
5. La competencia social y ciudadana
6. La competencia cultural y artística
7. La competencia para aprender a aprender
8. La autonomía e iniciativa personal.

La Unión Europea (2006) define el término competencia como “una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes [...] aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personales, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo” (Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, p.13).

La introducción de las competencias básicas en el sistema educativo, supone un cambio en la determinación de los contenidos de aprendizaje, pero, sobre todo, en la práctica educativa (Zabala y Arnau, 2007). No se trata de enseñar únicamente los contenidos, sino de introducir componentes actitudinales, procedimentales y conceptuales de forma interrelacionada, para poder ponerlos en práctica a través de intervenciones eficaces en diferentes ámbitos de la vida.

Pero parece que este proceso de adaptación no se está dando de manera adecuada. A pesar de los años que han pasado desde la incorporación de las competencias, datos de recientes investigaciones afirman que los cambios que los profesores han introducido en su desempeño en el aula han sido mínimos y que existe una falta de coherencia en las propuestas didácticas que se desarrollan (López, 2012).

Esta incorporación de las competencias al sistema educativo y, por consiguiente, al trabajo diario de los profesores, ha supuesto un gran reto, ya que tanto las escuelas, el currículo y los procesos de enseñanza y aprendizaje deben amoldarse a este nuevo escenario educativo, tal y como se puede comprobar en diversos documentos elaborados por la UNESCO y la OCDE (CERI) (Pérez Gómez, 2007).

El nuevo currículo se ve influenciado por las competencias, de manera que todos sus elementos (objetivos, contenidos y criterios de evaluación) se deben seleccionar de manera que den respuesta al nuevo escenario educativo. Esta relación directa entre competencias y elementos del currículo no vienen fijadas por los decretos, por lo que son las propias Comunidades Autónomas o los centros educativos los que deben formularlos para poder llevar a la práctica.

Grupos de discusión de educadores de la ESO, aunque valoran positivamente la introducción de estas competencias, afirman que en la práctica, pocos de ellos las enseñan, debido a una falta de formación específica, falta de iniciativa, de interés y poca implicación. Además, añaden que el modelo organizativo del profesorado y su distribución horaria, confeccionadas para la enseñanza de materias estancas, no facilita las relaciones entre docentes de diversas materias que exige la enseñanza competencial (López, 2012). Y es que, según el Real Decreto 1631/2006, todos los objetivos y contenidos fijados para cada asignatura de cada etapa educativa, están orientados para desarrollar todas las competencias, aunque cada asignatura esté orientada más a unas que a otras. Es por ello que los profesores encuentran dificultades a la hora de incorporar competencias de naturaleza muy diversa a la de la asignatura que imparten.

En el caso de las matemáticas, todo su currículo contribuye al desarrollo de la competencia matemática. El Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, define la competencia matemática de la siguiente forma:

Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral (BOE núm.5, 2007, pp. 686-687)

Como se puede observar, la definición está íntimamente relacionada con “las matemáticas como modo de hacer” (Gutiérrez, Martínez y Nebreda, 2008, p.10). Se trata de relacionar la materia con su función y aplicación. Esta competencia integra los elementos y razonamientos matemáticos en otras áreas y materias del currículo, para que sean utilizados en las situaciones cotidianas que las precisan (Gutiérrez, Martínez y Nebreda, 2008). Y es que, como dice K. Devlin (citado en Gutiérrez, Martínez y Nebreda, 2008) no hay que olvidar que “[...] el objetivo de la educación matemática debe ser preparar ciudadanos educados y no una pobre imitación de una calculadora de 30 €” (p.11).

3.3. Geometría en 2º de la ESO

El informe sobre el segundo curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria realizado por el Instituto de Evaluación Educativa en 2010 revela, en el apartado correspondiente a la competencia matemática, que son los contenidos comunes a todos los bloques de matemáticas aquellos que para los alumnos resultan más fáciles. En el otro extremo se encuentran los bloques de álgebra y geometría, áreas en las que los alumnos muestran peores resultados.

El bloque de Geometría, cuyos resultados deben mejorar, puede servir de instrumento para motivar a los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas y mejorar así los resultados en dicha asignatura. Se trata de un área que desarrolla el pensamiento crítico y creativo, conectando a los alumnos con el mundo que les rodea proporcionándoles herramientas para comprenderlo y modificarlo, ya que el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas son muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana. Según Barrantes-López (2012), “favorece y desarrolla en los alumnos una serie de capacidades como la percepción visual, la expresión verbal, el razonamiento lógico y la aplicación a problemas concretos de otras áreas de Matemáticas” (p.26). Además, de acuerdo con lo que dicen Alsina et al. (1987), el estudio del espacio es importante también en otras disciplinas y profesiones técnicas y artísticas (p.14).

3.3.1. Contenidos del bloque de geometría en 2º de la ESO

Tanto el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, para la educación española, como el Decreto Foral 25/2007, de 19 de marzo, para la educación en Navarra, establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Ambos dividen los contenidos de la asignatura de matemáticas de 2º de la ESO en seis bloques: contenidos comunes, números, álgebra, geometría, funciones y gráficas, y estadística y probabilidad.

Los contenidos del cuarto bloque correspondiente a la geometría se recogen en la siguiente tabla:

Tabla Nº1. Contenidos del bloque de geometría para 2º de la ESO.

Semejanza	<ul style="list-style-type: none">- Figuras con misma forma y distinto tamaño.- Proporcionalidad de segmentos.- Identificación de relaciones de semejanza.
Ampliación y reducción de figuras	<ul style="list-style-type: none">- Obtención, cuando sea posible, del factor de escala utilizado.- Razón entre las superficies de figuras semejantes.
Teoremas de Tales y Pitágoras	<ul style="list-style-type: none">- Obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras.
Poliedros y cuerpos de revolución	<ul style="list-style-type: none">- Desarrollos planos y elementos característicos.- Clasificación atendiendo a distintos criterios.- Utilización de propiedades, regularidades y relaciones para resolver problemas del mundo físico.- Utilización de procedimientos tales como la composición, descomposición, intersección, truncamiento, dualidad, movimiento, deformación o desarrollo de poliedros para analizarlos y obtener otros.
Longitudes, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos	<ul style="list-style-type: none">- Resolución de problemas que impliquen la estimación y el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes.

Nota: Contenidos del bloque de geometría para 2º de la ESO. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006 y Decreto Foral 25/2007.

3.3.2. Contribución del bloque de geometría a las competencias básicas

Tomando como base los aspectos de la asignatura de matemáticas que contribuyen a la adquisición de las distintas competencias que define el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, el bloque de geometría, por su lado, contribuiría de la siguiente manera:

Tabla Nº2. Contribución del bloque de geometría a las competencias básicas.

Competencia matemática	Todo el currículo de matemáticas contribuye a la adquisición de esta competencia.
-------------------------------	---

Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico	La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, sobre todo con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio. La modelización.
Tratamiento de la información y competencia digital	El empleo de programas informáticos para geometría (GeoGebra, Cabri, etc.), blogs de geometría en internet, o cualquier herramienta tecnológica como recurso didáctico para trabajar dicho bloque.
Competencia en comunicación lingüística	La resolución de problemas geométricos trabaja las expresiones oral y escrita en la formulación y expresión de ideas. Los procesos realizados y los razonamientos seguidos ayudan a formalizar el pensamiento.
Competencia en expresión cultural y artística	La geometría es parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado.
Autonomía e iniciativa personal	Los procesos de resolución de problemas geométricos contribuyen a fomentar esta competencia porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.
Competencia de aprender a aprender	La geometría ayuda a desarrollar destrezas como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.
Competencia social y ciudadana	Se contribuye a esta competencia enfocando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas geométricos con espíritu constructivo, permitiendo de paso valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación.

Nota: Contribución del bloque de geometría a las competencias básicas. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006.

3.3.3. Dificultades en el aprendizaje de la geometría

Hoy en día la geometría es un área que se desarrolla muy poco en las aulas debido a la vasta extensión del currículo y a que normalmente se sitúa al final del temario. Esto implica una pérdida importante en el desarrollo de la argumentación deductiva que se trabaja en los primeros años de Secundaria.

Aunque en los últimos años exista un cierto interés por mejorar la enseñanza de la geometría y recuperar así la importancia que desde hace tiempo ha perdido, parece que los resultados obtenidos no han sido los esperados (Guerra Rodríguez, 2010). Según Guerra Rodríguez (2010), “se está produciendo un estancamiento que se hace evidente tanto en las concepciones que los alumnos se hacen de esta materia como en el dominio, cada vez más grande que ejerce el campo de la aritmética” (p.2). Además, la geometría ha acabado por centrarse, casi exclusivamente, “en el estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas” (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006, p.1). A

menudo, las clases sobre geometría se llevan a cabo de manera abstracta, sin utilizar ejemplos reales para la mejor comprensión, limitándose a reconocer las figuras y dibujarlas en papel (Goncalves, 2006, citado en Ballestero Alfaro y Gamboa Araya, 2011).

Todos estos factores no favorecen el aprendizaje de la geometría por parte de los alumnos. Pero, además, hay que añadirles las dificultades propias de su aprendizaje, que van ligados a dos características fundamentales del área:

Tabla N°3. Características de la geometría relacionadas con las dificultades de aprendizaje de los alumnos.

<p>La relación con el espacio físico</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Dificultades en la relación compleja espacio físico-espacio conceptualizado: visualización y abstracción. -Dificultad al estructurar lo que se observa o una estructuración inadecuada (García Peña y López Escudero, 2008). -Dificultades en la capacidad de abstracción: objetos físicos se convierten en objetos geométricos que se rigen a través de propiedades geométricas.
<p>Los diferentes registros o lenguajes: figurativo, natural y simbólico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Diferentes interpretaciones de términos técnicos del vocabulario matemático, pueden ser un obstáculo para la construcción de significados matemáticos (Radillo y Huerta, 2007). -Importancia que alumnos conceden al registro figurativo en los casos de no congruencia entre la información dada en diferentes registros. -Imágenes conceptuales pobres de los alumnos (García Peña y López Escudero, 2008).

Nota: Características de la geometría relacionadas con las dificultades de aprendizaje de los alumnos. Fuente: Elaboración propia.

Hay que añadir que hay actitudes de los docentes que no ayudan a trabajar estos aspectos. Por ejemplo, muchos de los profesores se centran en la representación algebraica de los contenidos geométricos, descuidando los otros sistemas de representación importantes del área (Ballestero Alfaro y Gamboa Araya, 2011). Según Duval (2008, citado en Ballestero Alfaro y Gamboa Araya, 2011), es importante trabajar en actividades de conversión de un tipo de representación a otro.

García Peña y López Escudero (2008) añaden el peligro de la *enseñanza ostensiva*, muy común entre los docentes. Según ellas, “el maestro muestra directamente los contenidos geométricos para que los alumnos observen [...] una representación, en el supuesto de que los alumnos son capaces de apropiarse del contenido y de entender su aplicación en otras situaciones” (García Peña y López Escudero, 2008, p.33). Los profesores deben tratar de que la imagen conceptual de un

objeto geométrico se encuentre lo más cerca del concepto en sí y de ampliar el concepto.

Aunque es importante incidir en aquellos aspectos donde los alumnos muestran más dificultades en geometría, García Peña y López Escudero (2008) mencionan tres tipos de tareas que nunca deben faltar en la enseñanza de dicha área:

Tabla N°4. Tipos de tareas a desarrollar en geometría.

TAREA	DESCRIPCIÓN	DIFICULTAD GEOMÉTRICA DESARROLLADA
Tareas de conceptualización	Construcción de conceptos y relaciones geométricas	Relación con el espacio físico
Tareas de investigación	Indagar acerca de características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos para dotarlos de significado.	Relación con el espacio físico
Tareas de demostración	Desarrollar capacidades para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de problemas que después tendrán que explicar, probar o demostrar a partir de argumentos.	Diferentes tipos de registros y lenguajes geométricos

Nota: Tipos de tareas a desarrollar en geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de García Peña y López Escudero (2008, pp.32-47).

Además, es importante trabajar una serie de habilidades a través de las tareas mencionadas anteriormente, en las cuales se pueden combinar algunas de ellas:

Tabla N°5. Tipos de habilidades a desarrollar en geometría.

HABILIDAD	DESCRIPCIÓN	DIFICULTAD GEOMÉTRICA DESARROLLADA	EJEMPLO DE ACTIVIDAD
Habilidades visuales	-Primer contacto con el espacio físico: visualización. -Atención: la generalización de propiedades y la clasificación de figuras no se puede trabajar únicamente a través de la percepción.	Relación con el espacio físico	Construcciones geométricas
Habilidades de comunicación	-Interpretar, entender y comunicar la información geométrica, manejando lenguaje geométrico y sabiendo mostrar la veracidad de la propuesta. -Atención: palabras del lenguaje cotidiano pueden tener diferente significado en geometría.	Diferentes registros y lenguajes geométricos	-Argumentar respuestas (tarea de demostración). -Trabajar uso de símbolos sin que suponga un obstáculo.
Habilidades de dibujo	-Reproducciones o construcciones gráficas de los	Relación con el espacio físico y	-Reproducción de figuras

	objetos geométricos. -Riqueza didáctica: actividades de trazo de figuras promueven capacidad de análisis y desarrollan la habilidad de argumentación. -Atención: importante uso de instrumentos geométricos.	diferentes registros y lenguajes geométricos	mediante instrumentos geométricos. (Habilidad de visualización)
Habilidades lógicas o de razonamiento	-Aprender a razonar. -Habilidades de razonamiento: abstracción, argumentación, conjeturar y demostrar, seguir serie de argumentación lógica, identificar razonamiento no lógico y hacer deducciones lógicas.	Relación con el espacio físico y diferentes registros y lenguajes geométricos	-Resolución de problemas.
Habilidades de aplicación o transferencia	-Aplicar lo aprendido a otros contextos. -Modelar situaciones del mundo físico de otras disciplinas.	Relación con el espacio físico y diferentes registros y lenguajes geométricos.	-Resolución de problemas.

Nota: Tipos de habilidades a desarrollar en geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de García Peña y López Escudero (2008, pp.47-68).

3.3.4. Las TIC en geometría

Como se ha citado en anteriores apartados, los resultados en competencia matemática y, concretamente en geometría, no están siendo los esperados. Una de las causas puede ser el tipo de recurso que utiliza el profesor en el aula, ya que éste juega “un rol especial para fortalecer los espacios aprendizaje que se generen durante el desarrollo de las lecciones” (Ballesteros Alfaro y Gamboa Araya, 2011, p.4). Y es que no debemos olvidar que es el libro de texto (junto con la pizarra tradicional) el recurso más empleado en el aula (Abrate et al., 2006), y puede que esto esté pasando factura.

Utilizar las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en la enseñanza, de forma adecuada, es una herramienta muy poderosa y muy funcional para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Espina Brito, 2006). De hecho, y como afirma Santana Zerpa (2010), “muchas investigaciones indican las ventajas de la utilización de procesadores geométricos para la enseñanza de esta disciplina, ya que permiten abordar la geometría de una forma dinámica e interactiva, posibilitando a los alumnos la visualización de contenidos matemáticos desde diferentes perspectivas, apoyando la retroalimentación y facilitando al docente más opciones de instrucción, de acuerdo con las necesidades de los alumnos” (pp.131-132).

Además, el alumno se muestra muy predispuesto a utilizar este tipo de recurso, ya que es muy motivador y favorece metodologías activas y participativas, trabajando de forma experimental (Espina Brito, 2006).

No debemos olvidar la importancia que las diversas normativas mencionadas en apartados anteriores le conceden al desarrollo del *tratamiento de la información y la competencia digital* y, por consiguiente, a los recursos TIC.

Son diversos los recursos TIC que pueden emplearse en el aula para trabajar geometría. Actualmente, hay una tendencia hacia el uso de programas que desarrollan la geometría dinámica (Barrantes-López y Balletbo-Fernández, 2012), como son, GeoGebra, Cabri, Cinderella, Sketchpad, Reglaycompas, etc. El Instituto de Tecnología Educativa (ITE) español, ofrece a los docentes a través del Proyecto Gauss actividades de gran interés didáctico para trabajar con GeoGebra o Cabri. Además, el Proyecto Descartes del ITE, brinda también a los profesores la oportunidad de desarrollar sus clases a través de esta web con problemas interactivos.

Resultan muy útiles otros programas como Polypro, Geoplano, Geup, etc. Sin olvidar la serie de videos de gran interés el *Ojo matemático* y webs con material educativo como Vitutor.

3.3.4.1. *GeoGebra*

GeoGebra es un software de geometría dinámica utilizado en educación, creado en 2001 en la Universidad de Salzburgo por Markus Hoenwarter. Se trata de un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, por lo que se utiliza también en otras disciplinas (Sánchez Muñoz, 2011), siendo ésta una de las características que lo diferencian del resto de sus homónimos comerciales (Espina Brito, 2006).

Según Santana Zerpa (2010), además, permite otros usos didácticos:

- Soporte para explicaciones del profesor
- Soporte para la resolución de problemas por los alumnos
- Herramienta para que el alumno realice investigaciones
- Utilidad para la creación de actividades interactivas
- Herramienta para realizar construcciones y observar propiedades y características
- Realización de construcciones geométricas planas complicadas
- Cálculo y resolución de problemas

Una de las características más importantes del programa es que está escrito en Java, por lo que está disponible en muchas plataformas, dotándolo de universalidad e independencia de los sistemas operativos (Sánchez Muñoz, 2011). Pero según Sánchez

Muñoz (2011) esa no es la única razón por la que *GeoGebra* destaca sobre otros programas matemáticos que han aparecido en los últimos años:

Tabla N°6. Características de *GeoGebra* que lo diferencian de otros programas.

1	Es un software escrito en código libre, gratuito con licencia GNU/GPL, por lo que no hay que pagar ninguna licencia para utilizarlo, a diferencia de otros como Cabri cuyo coste es elevado.
2	Es un software de geometría dinámica, por lo que permite construcciones de geometría elemental mediante propiedades cualitativas, sin necesidad de introducir ecuaciones o expresiones de geometría analítica, aunque estos aspectos estén en el funcionamiento interno del programa.
3	Integra a través de su interfaz, tanto el trabajo desde una perspectiva geométrica en la ventana gráfica, como desde una perspectiva totalmente analítica en la ventana algebraica. De esta forma el alumno puede trabajar en una ventana o en otra, en ambas, o como prefiera. Esto permite trabajar de modo más profundo, facilitando el desarrollo de nuevas estrategias cognitivas y facilitando los procesos de enseñanza-aprendizaje.
4	Se puede utilizar tanto como programa clásico de representación gráfica o de tratamiento de puntos notables, de manera muy fácil, ya que el aprendizaje es muy intuitivo, sin necesidad de sesiones especiales de manejo del programa.
5	Permite introducir coordenadas y ecuaciones de forma directa.
6	Tiene implementado rutinas de animación de funciones y de localización de extremos relativos, etc. Además, incluye la posibilidad de crear construcciones geométricas con regla y compás, etc.
7	Permite exportar trabajos a páginas web para interactuar dinámicamente de manera online. Permite trabajar instalando el programa en el ordenador o de forma online.
8	Dispone de una comunidad tanto de desarrolladores como de usuarios muy amplia y proactiva. Es fácil conseguir trabajos ya realizados por miembros de esa comunidad.

Nota: Características del *GeoGebra* que lo diferencian de otros programas. Fuente: Elaboración propia a partir de Sánchez Muñoz (2011, pp.2-3).

Todas estas características hacen de *GeoGebra* un software con una gran aceptación por parte de los docentes y los alumnos, por su fácil manejo, por la agradable naturalidad y sencillez con la que se puede trabajar en su interfaz (Sánchez Muñoz, 2011).

3.4. Arquitectura y Geometría

La creatividad es un factor esencial, un motor generador de formas e ideas, que arte y ciencia comparten (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987). Durante todas las civilizaciones, el arte ha motivado a la geometría por medio de plantear problemas, dando así lugar a nuevos contenidos matemáticos (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987).

Durante todas las civilizaciones, la relación entre la arquitectura y la geometría ha sido realmente estrecha. Y es que, no hay que olvidar que, como dice Alsina i Català (2005) “la geometría es una rama fundamental de las Matemáticas cuyo objetivo

primordial es el conocimiento y la creatividad, en el espacio tridimensional” (p.1). En la arquitectura, la geometría aparece desde sus inicios, desde Grecia y Roma, con un orden arquitectónico que afecta al proyecto del edificio (de la Mora, 2011). Si no hubiese existido la geometría espacial, no hubiera sido posible construir las pirámides, los templos clásicos, las catedrales, etc. (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987). Además, no hay que olvidar que la arquitectura nace de la fiel alianza entre el arquitecto y la geometría con el fin de delimitar el espacio libre para el uso de las personas (Alsina i Català, 2005).

Por todo ello, la arquitectura es una buena herramienta para la enseñanza de la geometría en 2º de la ESO. El siguiente cuadro recoge algunos de los aspectos geométricos ligados a la arquitectura según Alsina i Català (2005) junto con otras consideraciones, que pueden servir para la enseñanza de la geometría:

Tabla N°7. Aspectos geométricos ligados a la arquitectura.

ASPECTO GEOMÉTRICO	ASPECTO ARQUITECTÓNICO	EJEMPLOS DE ACTIVIDADES	DIFICULTAD GEOMÉTRICA DESARROLLADA	TIPO DE TAREA	HABILIDAD
La modelización geométrica	Trabajar con maquetas es una técnica simple para favorecer la creatividad y la ejecución de obras arquitectónicas.	Maquetas y planos a escala.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización, tareas de investigación y tareas de demostración	Visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas y de aplicación
Orientación geográfica	Una buena orientación siempre ha sido un tema importante en arquitectura, para: maximizar las horas de los, por motivos simbólicos, etc.	Edificios que son relojes de sol: Museo Arqueológico de Nápoles, Torre de Santiago Calatrava en Barcelona, Pirámide CosmoCaixa de Barcelona, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de investigación y tareas de demostración	Visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas y de aplicación
Representación geométrica	La elaboración de modelos gráficos para arquitectura surge a partir del siglo XII. Con la invención de la perspectiva lineal y la Geometría Descriptiva de Monge, el método gráfico adquirirá rango científico, pudiendo unirse a él el cálculo riguroso o estática gráfica.	El uso de herramientas de dibujo (regla, compás, etc.) y programas informáticos sencillos en el aula para la representación de planos y figuras: Autocad, Sketchup, etc.	Diferentes registros y lenguajes geométricos	Tareas de conceptualización y tareas de investigación	Visuales, de comunicación y de dibujo
Modularidad	A menudo, la arquitectura exige la repetición de elementos iguales. El módulo puede ser un sistema de medidas o también un módulo geométrico, que conlleva armonía, simetría, una forma de construir	El Modulor de Le Corbusier, el tatami japonés, el capitel románico, edificios de épocas industriales, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización, tareas de investigación y tareas de demostración	Visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas y de aplicación

	simple y eficaz, incluso facilitador de la economía de la obra.				
Proporción	La teoría de la proporción nace de la creatividad arquitectónica: la relación de la parte con el todo; las relaciones del todo con todas sus partes, etc. Esta teoría va unida a los trazados geométricos con regla y compás, proporciones estáticas inherentes a la modularidad, buscando euritmia, armonía entre partes, belleza derivada de las proporciones de los seres humanos, etc.	Egipto, Vitruvio, arquitectura romana, arquitectura griega, etc.	Diferentes registros o lenguajes geométricos	Tareas de conceptualización, de investigación y de demostración	Visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas y de aplicación
Fractalidad	El principio arborescente de las ramas de un árbol es un ejemplo natural bellísimo de “fractalidad”. La fractalidad se corresponde con el principio de dividir iterativamente.	Frank Lloyd Wright, Sagrada Familia, modernos diseños de plantas de aeropuertos, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización, de investigación y demostración	Visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas y de aplicación
Formas poligonales y circulares	Edificios con formas poligonales no rectangulares son escasos, pero al distribuir los espacios, delimitar aberturas, etc. las formas circulares o poligonales son omnipresentes. Muchas formas curvas en arquitectura se construyen mediante aproximaciones poligonales. Cabe destacar el uso de determinadas formas	Pentágono de Washington, ciudades fortificadas, el pentágono regular y su estrella, la figura “vesica piscis”, el cuadrado representando a Alá, el heptágono en el semicírculo alrededor del altar de las catedrales, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización	Visuales y de dibujo

	con carácter simbólico.				
Las curvas y los arcos	Ventanas, puertas, claustros, patios, etc. han motivado desde siempre la creación de arcos sustentando o delimitando tales aberturas. La construcción de piedra de dichos arcos llevó a crear el “compás de la geometría” y obligó a crear sistemas exteriores de apoyo para aguantar determinados empujes.	Arcos de diversos tipos (semicirculares, elípticos, parabólicos, hiperbólicos, de media “vesica piscis” o gótico, de herradura, etc.), el catenarío de Gaudí, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización	Visuales y de dibujo
Formas poliédricas	Cubos y octaedros son las formas poliédricas omnipresentes en arquitectura. Otras formas poliédricas destacables son las cúpulas geodésicas, de las cuales muchas derivan del icosaedro por triangulaciones sucesivas proyectadas en la esfera que circunscribe al conjunto. El secreto de “la rigidez espacial” es siempre “la triangulación”.	La gran esfera del Epcot Center en Orlando, la del Museo Dali en Figueres, la del cine de La Viette en París, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización	Visuales y de dibujo
Formas conoidales y cilíndricas	Las formas cilíndricas como paredes o como cubiertas siempre han tenido especial presencia. Son formas regladas simples y en ellas se pueden albergar escaleras de caracol.	Rascacielos, columnas, trazados de túneles, chimeneas, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización	Visuales y de dibujo
Esferas y paraboloides de revolución	Dichas figuras forman parte de famosas cúpulas de piedra.	Cúpula de San Pedro del Vaticano, la de Florencia, la del Palacio Güell de Gaudí, la	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización	Visuales y de dibujo

		“vuelta a la catalana”, Ópera de Sidney, etc.			
Simetrización	La teoría de la simetría con su juego de transformaciones isométricas en el plano o en el espacio ha dado lugar a ingeniosos recursos compositivos, considerados en muchos casos como referentes de belleza.	Ciudad- estrella de Karlsruhe, fortificaciones poligonales medievales, templos circulares renacentistas, catedrales, la Alhambra de Granada, etc.	Relación con el espacio físico	Tareas de conceptualización, de investigación y de demostración	Visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas y de aplicación

Nota: Aspectos geométricos ligados a la arquitectura. Fuente: Elaboración propia a partir de Alsina i Català (2005).

3.4.1. Geometría, arquitectura y entorno

El sueño de la geometría siempre ha sido “[...] ser un lenguaje adecuado para describir y transformar estos entornos” (Alsina et al., 1987, pp.27-28). Según Alsina et al. (1987), la geometría siempre ha encontrado y encontrará en el entorno estudios que motivarán descripciones y modelos, pero además, estudios cuyos resultados geométricos puedan utilizarse para transformar la realidad. Precisamente Alsina et al. (1987) reivindican a lo largo del 2º capítulo de su libro el uso de los entornos humanos como herramienta para la enseñanza de la geometría, a través de los siguientes conceptos:

- Geometría y naturaleza
- Geometría, ciencia y tecnología
- Geometría y arte

Como se ha citado anteriormente, existe una estrecha relación entre la geometría y las diversas disciplinas artísticas, entre ellas la arquitectura. Y es que “la Geometría ha aportado a las artes plásticas y a la Arquitectura una gama interesante de elementos básicos: formas y figuras, métodos para trazarlas o edificarlas y sistemas de representación” (Alsina et al., 1987, p.35). Es por todo ello que Alsina et al. (1987) afirman que es didácticamente interesante utilizar el entorno artístico (el entorno arquitectónico) en la enseñanza de la Geometría, y citan una serie de actividades a través de las cuales se puede llevar a cabo dicha enseñanza:

Tabla N°8. Actividades posibles relacionando arquitectura, geometría y entorno.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	DIFICULTAD GEOMÉTRICA DESARROLLADA
<p>Observación directa de elementos geométricos arquitectónicos</p>	<p>-Visitas a edificios singulares históricos y a museos para descubrir elementos geométricos globales o detalles. -Elegir convenientemente los lugares visitados. -No restringir su uso a la simple observación visual: explicaciones sobre el contexto cultural, tomar notas, hacer clasificaciones, etc. - Completar la observación directa a través de fotos,</p>	<p>Relación con el espacio físico</p>

	diapositivas, postales, etc.	
Observación indirecta de elementos geométricos arquitectónicos	<ul style="list-style-type: none"> -Descubrir elementos geométricos difíciles de observar a simple vista. -A través de planos, alzados, fotografías a escala adecuada, maquetas, etc. -Descubrir relaciones geométricas tomando medidas con regla, compás etc. y pasándolas a medidas reales con cambios de escala adecuados. 	Relación con el espacio físico
Creación arquitectónica basada en Geometría	<ul style="list-style-type: none"> -Trabajar la creatividad después del estudio anterior. -Proyectar formas de edificios sobre maquetas, sobre papel, sobre ordenador, etc. 	Diferentes registros y lenguajes geométricos

Nota: Actividades posibles relacionando arquitectura, geometría y entorno. Fuente: Elaboración propia a partir de Alsina et al. (1987, pp.36-37).

3.4.2. La competencia cultural y artística

Enseñar geometría a través de la arquitectura, como manifestación cultural y artística de los distintos pueblos, puede servir también para desarrollar más profundamente la competencia cultural y artística.

El progreso de Europa depende tanto de la competitividad económica como del resultado del uso de la riqueza cultural del cual dispone mediante las instituciones educativas. Los gobiernos trabajan según dos prioridades: desarrollar los recursos creativos de los jóvenes y hacer frente a la diversidad cultural. Es por ello por lo que la competencia cultural y artística ha sido tema de debate en congresos y grupos de trabajo europeos e internacionales (Giráldez, 2007), como por ejemplo el grupo de trabajo constituido por el comité de la red Eurocities (<http://www.eurocities.org>) para tratar aspectos que influían en la educación y en la cultura, o la conferencia europea organizada por la Asamblea de Regiones Europeas (AER, www.a-e-r.org) en Budapest en 2003.

Según el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, la competencia cultural y artística “supone conocer, comprender, apreciar y valorar críticamente diferentes manifestaciones culturales y artísticas, utilizarlas como fuente de enriquecimiento y disfrute y considerarlas como parte del patrimonio de los pueblos” (BOE núm. 5 2007, p.689). Además, concreta algunos aspectos que deben ser destacados: potenciar el desarrollo de habilidades perceptivas y de hacer que el alumno adquiera conocimientos para convertirse en espectador informado y crítico, y desarrollar la creatividad junto con otras habilidades para que pueda ser capaz de expresarse a través de distintos lenguajes artísticos (Giráldez, 2007, p.68).

Esta competencia ayuda, además, a desarrollar unas actitudes y capacidades básicas y transversales, como son el trabajo cooperativo y colaborativo, una postura abierta y respetuosa con la diversidad cultural (Giráldez, 2007). De acuerdo con lo que dice Giráldez (2007), el perfil de una persona competente cultural y artísticamente hablando, al finalizar la etapa de Educación Secundaria Obligatoria, es el de una persona:

[...]que se interesa por el mundo de la cultura y el arte, que tiene un sentido de identidad cultural a la vez que respeta las ideas y formas de expresión de otras culturas y que busca diferentes maneras de “conectarse” con las distintas manifestaciones artísticas, ya sea como espectador o expresándose a través de ellas (p.68).

4. ESTUDIO DE CAMPO

4.1. Introducción

Después de analizar el marco teórico correspondiente, se ha realizado un breve estudio de campo para poder profundizar en aspectos necesarios para la correcta realización de la propuesta didáctica.

Como ya se ha indicado anteriormente, la geometría es uno de los bloques en los que peores resultados obtienen los alumnos de 2º de la ESO. El estudio de campo pretende, por un lado, confirmar las dificultades genéricas en relación con dicha área, a la vez que profundizar en aspectos relacionados con contenidos de la geometría, tales como el tiempo dedicado, las dificultades encontradas por los profesores a la hora de desarrollarlos y dificultades específicas que los alumnos encuentran en cada contenido. De este modo, la propuesta didáctica se centra, sobre todo, en dar respuesta a esas necesidades.

El estudio de campo pretende también saber cuáles son los recursos más empleados por los profesores de 2º de la ESO para trabajar cada contenido de la geometría. Se trata de saber no solo los recursos materiales empleados (libros de texto, internet, blogs, videos, etc.), sino también si emplean temas o ejemplos relacionados con alguna disciplina artística para las diversas actividades, en concreto la arquitectura. La propuesta didáctica pretende ofrecer algo nuevo, por ello es necesario no ser repetitivo y saber, de emplear el mundo arquitectónico, que recursos específicos utiliza cada profesor.

4.2. Ubicación

El siguiente estudio de campo se ha llevado a cabo en un listado de centros públicos y concertados de la Comarca de Pamplona con el fin de recabar el mayor número de datos e incluir todo tipo de perfil de centros.

El cuestionario, que se puede encontrar en el Anexo I, se ha realizado a 14 profesores de matemáticas de 2º de la ESO de los siguientes centros:

Tabla N°9: Listado de centros participantes

Públicos	Concertados
I.E.S. Biurdana	Colegio Calasanz
I.E.S. Pedro de Atarrabia	Paz de Ziganda Ikastola
I.E.S. Iturrama	Jaso Ikastola
I.E.S. Basoko	San Fermin Ikastola
	Colegio Hijas de Jesús (Jesuitinas)

Nota: Listado de centros participantes. Fuente: Elaboración propia.

4.3. Metodología

La herramienta empleada para el estudio de campo ha sido un cuestionario de preguntas cerradas que se encuentra en el apartado Anexos del presente trabajo.

Para la selección de la técnica de recogida de datos, se ha tenido en cuenta, por un lado, el periodo en el que se ha realizado. El estudio de campo que ha llevado a cabo la última semana del curso, coincidiendo con la última semana de trabajo de los profesores. En este periodo, los docentes realizan una importante parte de su trabajo, mediante reuniones y claustros para las calificaciones de los alumnos y valoraciones del curso y próximo curso. Es por ello que la técnica y el modo de recogida de datos han sido seleccionados de manera que resultara más cómodo para los encuestados. Gran parte de los profesores han preferido realizar el cuestionario vía e-mail, para poder cumplimentarlos cuando mejor les convenía.

Los cuestionarios de preguntas cerradas se han elaborado intentando contemplar todas las respuestas alternativas posibles, para que la recogida de datos mejor responda a la cuestión que se quiere estudiar. El encuestado sólo ha tenido que elegir entre las alternativas posibles, facilitando y simplificando su trabajo. Además, este tipo de cuestionarios facilitan la realización del cálculo estadístico cara a las valoraciones y conclusiones del estudio que serán cruciales para la propuesta didáctica.

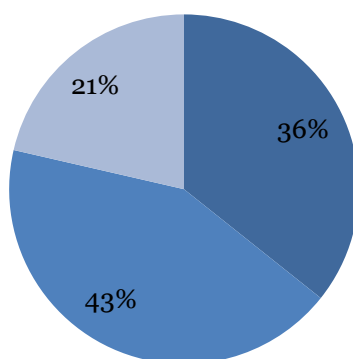
4.4. Resultados del estudio de campo

La mayoría de los profesores encuestados son mujeres (71,4 % encuestados) y de entre 36 y 45 años (50 % encuestados). Los catorce profesores encuestados se reparten equitativamente en centros públicos y concertados en un 50 %.

Las respuestas a la pregunta N°3 “¿En qué trimestre suele haber más suspensos por lo general?” se reparten de la siguiente manera:

Distribución de suspensos durante el curso

■ 1º trimestre ■ 2º trimestre ■ 3º trimestre



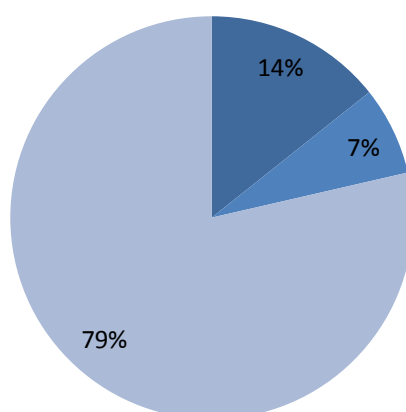
Gráfica N° 1: Distribución de suspensos durante el curso. Fuente: Elaboración propia.

Tal y como se puede observar en el gráfico, el 43 % de los suspensos del curso se concentran en el 2º trimestre, seguido muy de cerca del 1º trimestre en un 36%.

Para poder comprobar si la presencia de la impartición del bloque de geometría en un trimestre u otro ha influido de alguna manera en la repartición de suspensos a los largo del curso, veamos lo que los profesores han respondido a la pregunta N° 5 “¿En qué trimestre imparte el bloque de geometría?”:

Impartición del bloque de geometría

■ 1º trimestre ■ 2º trimestre ■ 3º trimestre



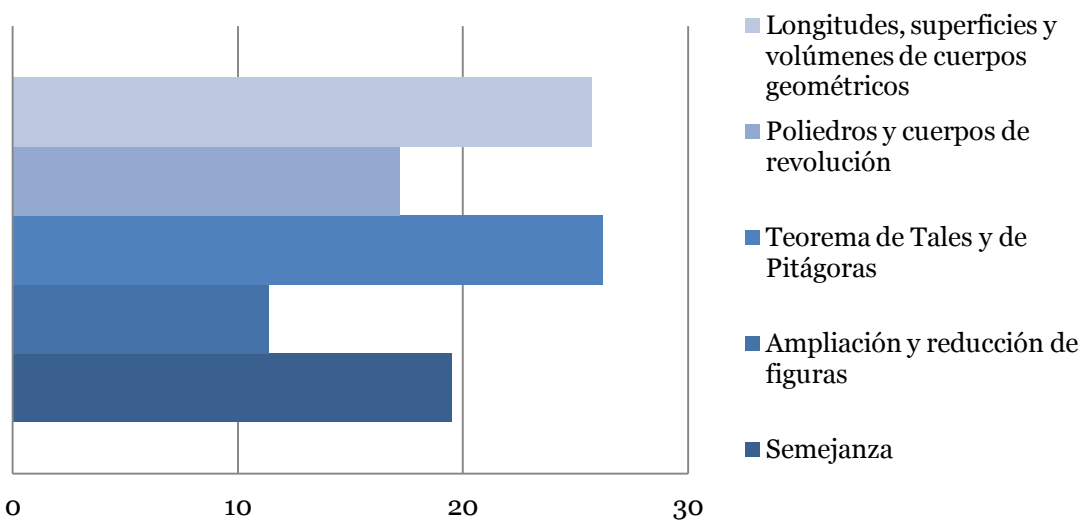
Gráfica N° 2: Impartición del bloque de geometría. Fuente: Elaboración propia.

Tal y como se observa en el gráfico, la gran mayoría de los profesores (79%) optan por impartir el bloque de geometría en el tercer trimestre. Curiosamente, como se puede deducir del gráfico anterior, es el trimestre donde menos suspensos hay.

En cuanto a si el tiempo empleado para impartir el bloque de geometría es suficiente (pregunta N° 6), los profesores no se ponen de acuerdo, ya que las respuestas afirmativas y negativas se reparten en un 50%.

Los catorce profesores encuestados respondieron de la siguiente manera a la pregunta N° 7 “¿Qué contenidos del bloque de geometría trabaja más en sus clases?”:

Contenidos de geometría más trabajados en clase

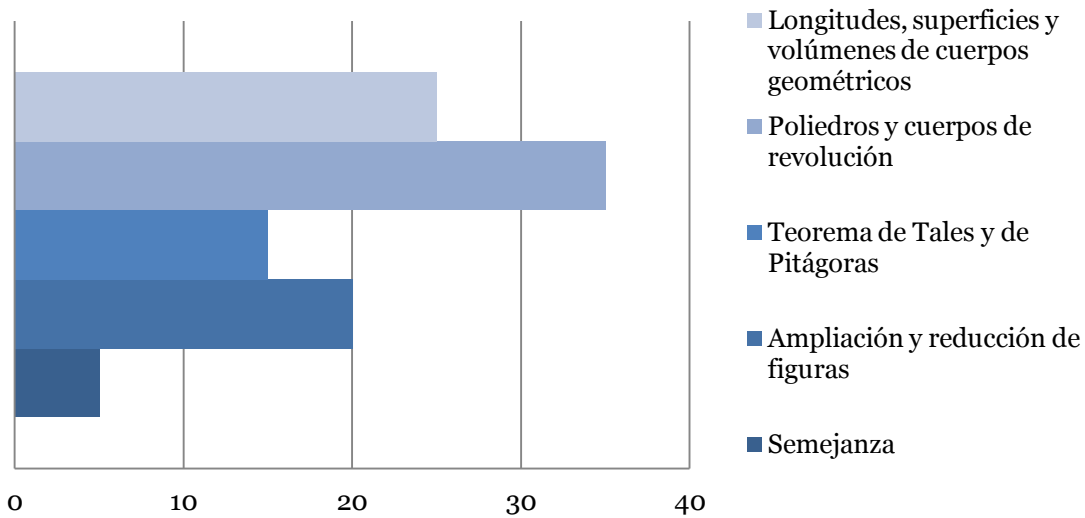


Gráfica N° 3: Contenidos de geometría más trabajados en clase. Fuente: Elaboración propia.

Tal y como se deduce del gráfico, el contenido de geometría que más trabajan en clase los profesores encuestados es el de “los teoremas de Tales y Pitágoras”, con un 26,2 %, muy seguido por el de “longitudes, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos” en un 25,7 %. El contenido menos trabajado es el de “ampliación y reducción de figuras” con un 11,4 % de la puntuación.

La pregunta N° 8 “¿Qué contenidos le cuesta más trabajar en clase?” fue respondida de la siguiente manera:

Contenidos de geometría que más cuesta trabajar en clase

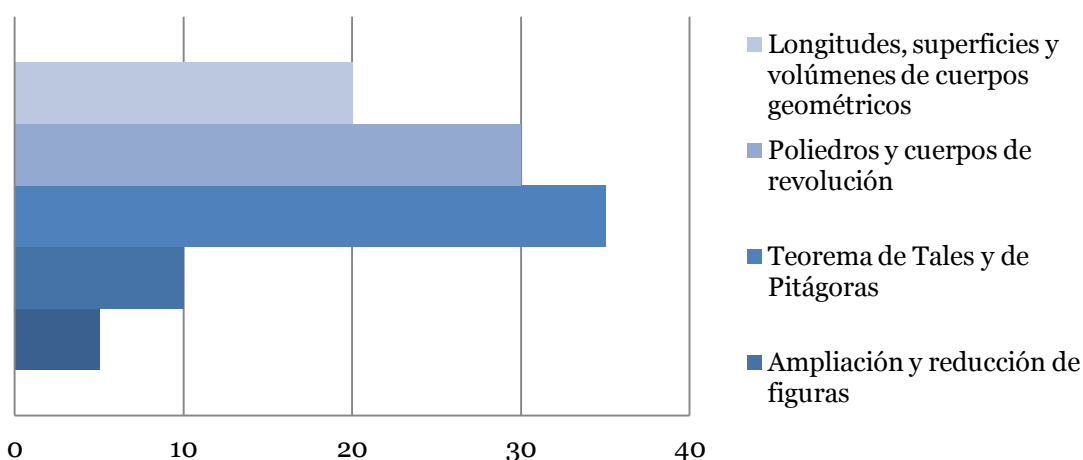


Gráfica N° 4: Contenidos de geometría que más cuesta trabajar en clase. Fuente: Elaboración propia.

Con diferencia, el contenido que más cuesta ser trabajado por los encuestados es el de “poliedros y cuerpos de revolución”, con un 35 % de la puntuación. La “semejanza” obtuvo una puntuación del 5 %, siendo el contenido menos trabajado en clase.

Después de observar los datos correspondientes a la labor de los profesores, veamos cómo responden los alumnos a ese esfuerzo. Las respuestas a la pregunta N° 9 “¿Qué contenidos les cuesta más comprender e interiorizar a los alumnos?” se distribuyen de la siguiente manera:

Contenidos de geometría que más cuesta comprender e interiorizar a los alumnos

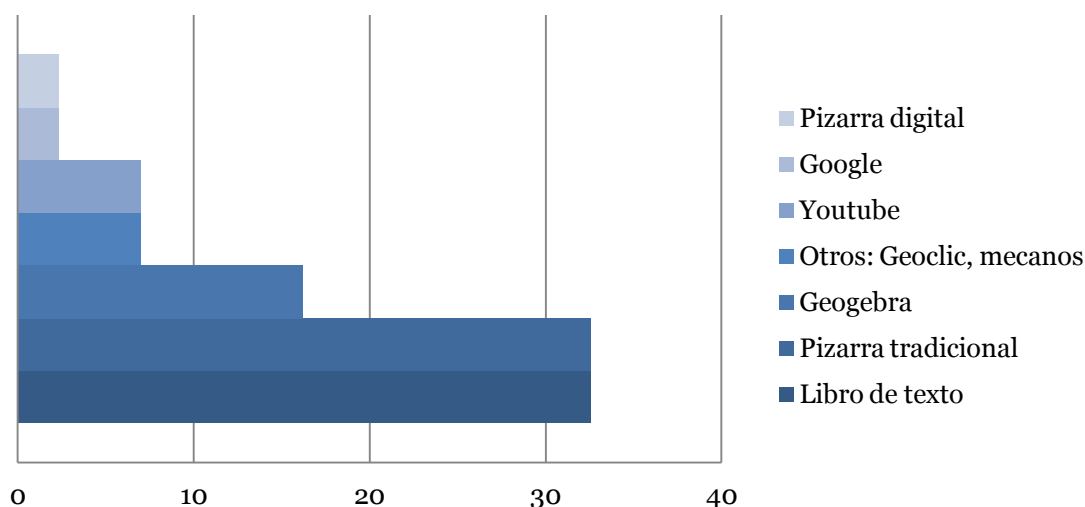


Gráfica N° 5: Contenidos de geometría que más cuesta comprender e interiorizar a los alumnos.
Fuente: Elaboración propia.

Los “teoremas de Tales y Pitágoras”, aún siendo los contenidos más trabajados en clase, sigue siendo la parte que más cuesta a los alumnos comprender e interiorizar (35 %). Los “poliedros y cuerpos de revolución” son el segundo contenido donde los alumnos más dificultades encuentran, con un 30%. Recordemos que este es el bloque que también cuesta más trabajar en clase a los profesores.

Los recursos más empleados en el aula siguen siendo el libro de texto (32,6 %) y la pizarra tradicional (32,6 %). Los profesores encuestados puntuaron de la siguiente manera a la pregunta N° 10 “¿Qué recursos emplea para trabajar la geometría en clase?”:

Recursos empleados para trabajar geometría

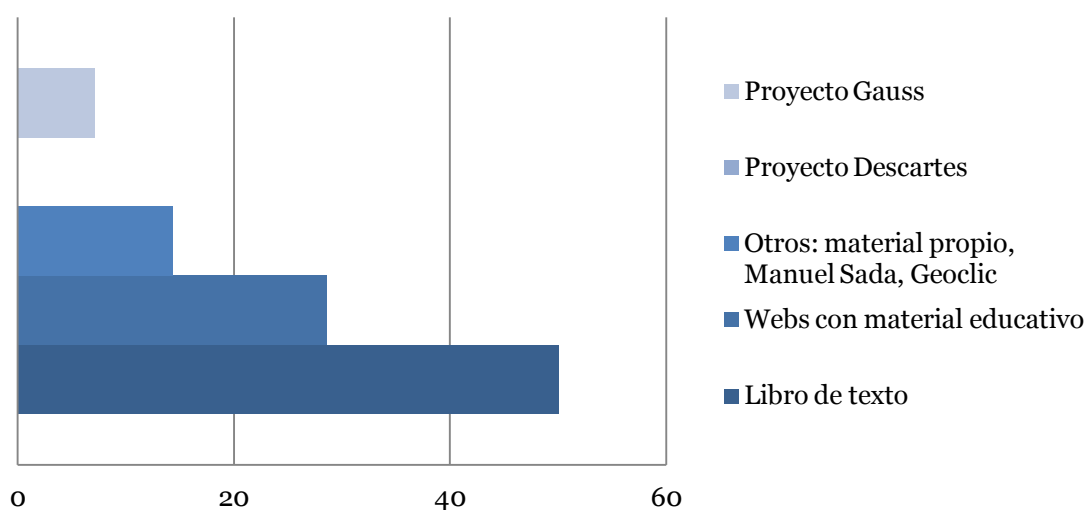


Gráfica N° 6: Recursos empleados para trabajar geometría. Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en el gráfico, aparte de los recursos tradicionales, *GeoGebra* es el más utilizado, por un 16,2 % de los profesores. Youtube y otros recursos, como Geoclic y los mecanos, son empleados en un 7 % cada uno. Por último, la pizarra digital y Google apenas se utilizan, en un 2,3 % cada uno.

La pregunta N°11 “¿De dónde extrae material para las actividades sobre geometría que realiza en clase?” fue respondida de la siguiente manera:

Fuentes materiales empleados para las actividades

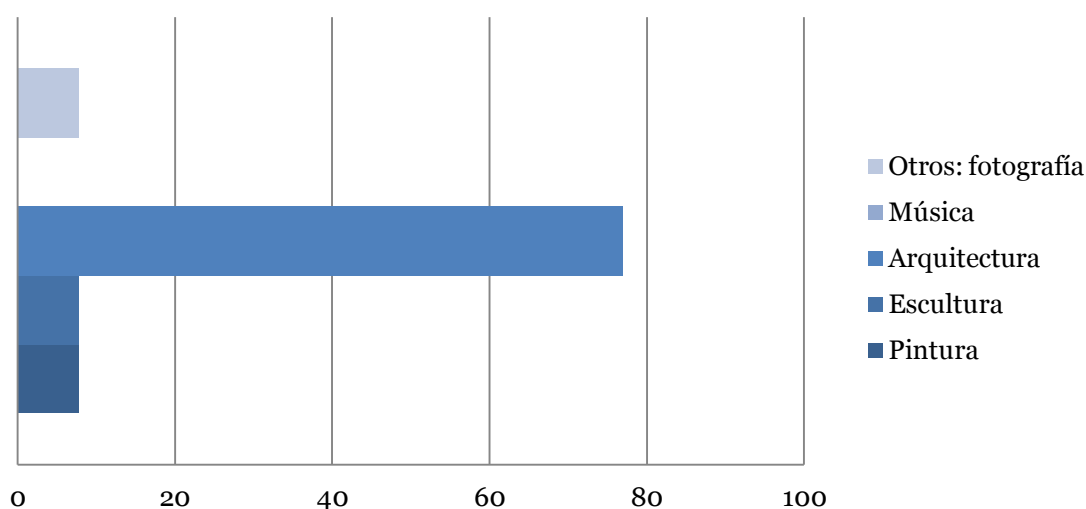


Gráfica N° 7: Fuentes materiales empleados para las actividades. Fuente: Elaboración propia.

El libro de texto es la fuente material más utilizada por los profesores, en un 50 %. Le siguen las webs con material educativo en un 28,6 %, otros materiales (materiales propios, Manuel Sada, Geolic) en un 14,3 % y material extraído del Proyecto Gauss en un 7,1 %. El Proyecto Descartes del Ministerio de Educación es un recurso que ninguno de los profesores encuestados emplea para sus actividades de geometría en clase.

Un 64,3 % de los profesores encuestados, afirma que realiza actividades o ejercicios relacionados con alguna disciplina artística. La puntuación entre ellas se reparte de la siguiente manera, como respuesta a la pregunta N° 13:

Disciplinas artísticas empleadas en geometría

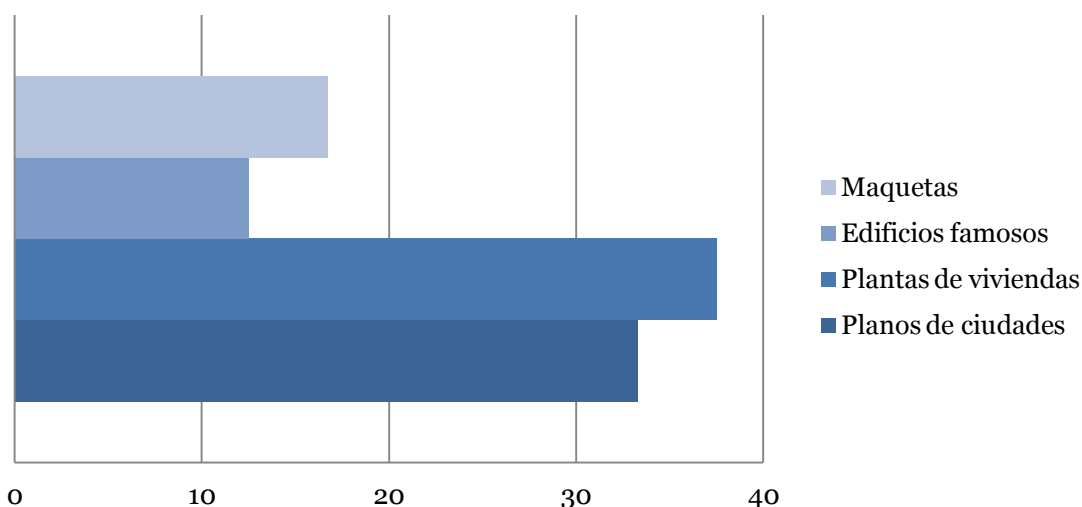


Gráfica N° 8: Disciplinas artísticas empleadas en geometría. Fuente: Elaboración propia.

La disciplina artística más empleada en las actividades o ejercicios sobre geometría es la arquitectura, en un 76,9 %. La pintura, la escultura y la fotografía apenas se emplean, en un 7,7 % cada una. Ningún profesor encuestado trabaja actividades relacionados con la música.

En relación a los recursos arquitectónicos empleados en el aula, como respuesta a la pregunta N° 14, las respuestas se reflejan en el siguiente gráfico:

Recursos arquitectónicos empleados en geometría



Gráfica N° 9: Recursos arquitectónicos empleados en geometría. Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar en el gráfico que los recursos arquitectónicos más empleados en el aprendizaje de la geometría son las plantas de viviendas (37,5 %) y los planos de ciudades (33,3, %). Las maquetas (16,7 %) y los edificios famosos (12,5 %) se emplean de manera escasa.

4.5. Análisis de los resultados obtenidos

Los resultados obtenidos en las encuestas confirman la afirmación formulada anteriormente acerca de que el bloque de geometría se deja, en la mayoría de los casos, para el final del curso. Además, una gran parte de profesores admite que no le dedica el tiempo suficiente.

Aun así, hay que recalcar que, esta ubicación del bloque, parece no estar relacionado directamente con la acumulación de suspensos en un trimestre u otro, ya que el mayor porcentaje de éstos no se concentra en el 3º trimestre. Parece que Guerra Rodríguez (2010) estaba en lo cierto cuando mencionaba que en los últimos años se estaba observando un interés de los profesores por mejorar la enseñanza de la geometría en sus aulas.

En cuanto a los contenidos específicos del bloque de geometría, se puede observar cierto grado de incongruencia entre lo que los docentes más desarrollan en clase y lo que más cuesta interiorizar a los alumnos. El contenido en el que más dificultades muestran los alumnos es el de los “teoremas de Tales y Pitágoras”, es por ello que es también la parte del bloque más trabajada en clase, no mostrando apenas

dificultades para ello. El problema surge con los “poliedros y cuerpos de revolución”, ya que parece ser el segundo área más dificultoso para los alumnos, pero en cambio, en el ranking de los temas más tratados en el aula se sitúa en penúltima posición. Resulta preocupante que un contenido que da tantos problemas y que además es el que más cuesta trabajar en clase a los profesores, apenas se desarrolle en el aula.

En la enseñanza de los contenidos geométricos, se observa una clara tendencia a desarrollar en mayor medida actividades relacionadas con la aritmética (teoremas de Tales y Pitágoras, y longitudes, superficies y volúmenes), dejando patente la cada vez mayor influencia ejercida por el bloque (Guerra Rodríguez, 2010). El centrarse sobre todo en este tipo de contenidos puede llevarnos al mero estudio memorístico de áreas, volúmenes y definiciones geométricas (Abrate et al. 2006), apartando otros aspectos característicos de la geometría, como el desarrollo de la percepción visual, “[...] fundamental para alcanzar un perfecto conocimiento de las relaciones espaciales” (Alsina et al, 1987, p.61). Es importantísimo que los alumnos adquieran técnicas y habilidades en percepción visual, para identificar y reconocer figuras, formas, relaciones y propiedades.

Era de esperar que la mayoría de los docentes siguieran empleando el libro de texto, junto con la pizarra tradicional, como herramienta base e incluso como fuente de actividades, siendo esta una de las causas de las carencias geométricas que podemos encontrar en cualquier nivel educativo, ya que “tiene una gran influencia a la hora de decidir qué y cómo enseñar, y que con el tiempo se ha convertido en el principal controlador del currículo escolar” (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006, p.1).

El segundo recurso más empleado en la enseñanza de la geometría, aunque tampoco de manera muy frecuente, es el software de geometría dinámica llamado *GeoGebra*. Se trata de un software libre y gratuito, por lo que su acceso es fácil y, por lo tanto, su uso muy extendido entre los docentes en matemáticas. Además, reúne en un mismo programa la geometría, el álgebra y el cálculo, totalmente integrados, a diferencia de otros programas matemáticos.

Resulta lógico que la mayoría de los profesores encuestados realice actividades y ejercicios relacionados con alguna disciplina artística, por la estrecha relación que la geometría ha tenido durante todas las civilizaciones con ellas, con la infinidad de ejemplos y herramientas que puede otorgar el arte a la enseñanza de la geometría.

De todas formas, hay que puntualizar que no se aprecia un uso muy provechoso de todas sus potencialidades, ya que siendo la arquitectura la disciplina más empleada, su uso se limita en gran parte al cálculo de áreas y de cambios de escalas a través de planos de ciudades y plantas de viviendas desconocidos. No se observa una intención de aprovechar su uso para que los alumnos aprendan algo más que unas meras

matemáticas. Incluso el uso de las maquetas, que se sitúa en el tercer lugar del ranking de los recursos arquitectónicos más empleados, se limita a la construcción de poliedros y otras figuras impersonales, sin relacionarlo con ningún edificio conocido o estilo arquitectónico, para aumentar las potencialidades que pueden estas actividades otorgar al aprendizaje cultural y creativo de los alumnos.

5. PROPUESTA DIDÁCTICA

5.1. Introducción

A continuación se propone una metodología didáctica para la enseñanza de la geometría en 2º de la ESO a través de la arquitectura.

Para poder acotar y definir mejor la propuesta, se han tenido en cuenta varios aspectos desarrollados en el marco teórico y en el estudio de campo. En primer lugar, los contenidos geométricos a trabajar en la propuesta se han reducido a “poliedros y cuerpos de revolución” y los “teoremas de Tales y Pitágoras”. Tal y como muestra el estudio de campo, el primer contenido es el segundo tema que más cuesta interiorizar a los alumnos, pero también desarrollar a los profesores. El segundo contenido en cambio, aún siendo el más trabajado en el aula, es el contenido geométrico que más cuesta interiorizar a los alumnos.

En segundo lugar, la propuesta didáctica se centra en dos características fundamentales de la geometría, “la relación con el espacio físico” y “el cambio de registros y lenguajes geométricos”, ya que según lo estudiado en el marco teórico, son los aspectos en los que los alumnos muestran más dificultades. Además, se han tenido también en cuenta otras recomendaciones de García Peña y López Escudero (2008), en relación al tipo de tareas y actividades que nunca deben faltar en las clases de geometría.

En tercer lugar, y después de probar la utilidad de la arquitectura en la enseñanza de la geometría, la propuesta didáctica se centra en herramientas de la disciplina útiles para relacionar el entorno arquitectónico con la geometría, a través de la observación de edificios históricos locales o famosos internacionales y la modelización. Además, después de probar la utilidad de las TIC en matemáticas, se plantea la introducción del software *GeoGebra* como herramienta de ayuda en la resolución de problemas arquitectónicos-geométricos. De esta forma, se plantea una metodología más novedosa que el empleo del libro de texto y la pizarra digital, y, además, se estará haciendo especial hincapié a la competencia matemática, la competencia cultural y artística y el tratamiento de la información y competencia digital, aunque toda la propuesta contribuya en alguna medida a desarrollar todas las competencias básicas.

5.2. Objetivos

Los objetivos se pueden dividir en dos tipos: los curriculares (propios del currículo) y los didácticos (los propios de la propuesta didáctica).

5.2.1. Objetivos curriculares

Los objetivos generales de los contenidos a trabajar establecidos por las normativas son los siguientes:

Tabla Nº10. Objetivos curriculares en la propuesta didáctica.

CONTENIDOS	OBJETIVOS
Teoremas de Tales y Pitágoras	Obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras
Poliedros y cuerpos de revolución	Desarrollos planos y elementos característicos
	Clasificación atendiendo a distintos criterios
	Utilización de propiedades, regularidades y relaciones para resolver problemas del mundo físico
	Utilización de procedimientos tales como la composición, descomposición, intersección, truncamiento, dualidad, movimiento, deformación o desarrollo de poliedros para analizarlos y obtener otros

Nota: Objetivos curriculares. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006 y Decreto Foral 25/2007.

5.2.2. Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos propios de la propuesta van ligados a las competencias, tipos de tareas y tipos de habilidades a desarrollar:

Tabla Nº11. Objetivos didácticos en la propuesta didáctica.

Competencias	Desarrollar la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio, a través de la modelización.
	Aprender a utilizar el software de geometría dinámica <i>GeoGebra</i> para la resolución de problemas geométricos.
	Trabajar los registros y lenguajes geométricos, en la formulación y expresión de ideas, para formalizar el pensamiento a través del razonamiento.
	Aprender a utilizar la geometría como herramienta para describir y comprender los elementos arquitectónicos y apreciar la propia cultura arquitectónica y la internacional.
	Utilizar estrategias para la resolución de

	problemas.
Tareas	Construir conceptos y relaciones geométricas
	Indagar acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos para dotarlas de significado
	Desarrollar capacidades para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de problemas
Habilidades	Desarrollar la capacidad de visualización, para la generalización de propiedades y la clasificación de las figuras
	Ser capaz de interpretar, entender y comunicar información geométrica a través de distintos registros
	Realizar reproducciones o construcciones gráficas de los objetos geométricos
	Aprender a razonar
	Aplicar lo aprendido a otros contextos de resolución de problemas geométricos

Nota: Objetivos didácticos. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006 y García Peña y López Escudero (2008).

5.3. Metodología

Esta propuesta metodológica sirve para desarrollar los dos contenidos geométricos citados de manera conjunta, aunque, por la naturaleza de cada uno, la propuesta se presente en dos fases conectadas entre sí.

5.3.1. Fase 1: Entorno y modelización

En esta primera fase se trabajará el contenido referente a *poliedros y cuerpos de revolución*. Para ello, en primer lugar, y tomando como referencia a Alsina et al. (1987), se trabajarán distintos edificios que muestren las diversas formas geométricas objeto de estudio, tanto en su totalidad como parcialmente. Después de aprender a identificarlos, el siguiente paso es aprender sus desarrollos y características, a través de su manipulación, mediante la modelización, tal y como planteaba Alsina i Català (2005).

El trabajo de esta primera fase se desarrollará de acuerdo a lo que el siguiente cuadro describe:

Tabla N°12. Desarrollo de la fase 1 de la propuesta didáctica.

CONTENIDO	¿QUÉ SE APRENDE?	¿CÓMO SE APRENDE?	
Poliedros y cuerpos de revolución	A identificarlos	Mediante la observación directa de elementos arquitectónicos	Ejemplo: Preparando un circuito local por varios edificios relevantes de la ciudad donde se habita, previa minuciosa selección
		Mediante observación indirecta de elementos arquitectónicos	Ejemplo: Utilizando imágenes de edificios, locales o internacionales
	Sus características, su clasificación y desarrollos	Manipulación y modelización	Ejemplo: Realizando una maqueta gigante: modelando una ciudad ficticia o la propia ciudad

Nota: Desarrollo de la fase 1 de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a las dificultades que los alumnos muestran en geometría, esta fase primera fase contribuye a trabajar “la relación con el espacio físico” de manera que:

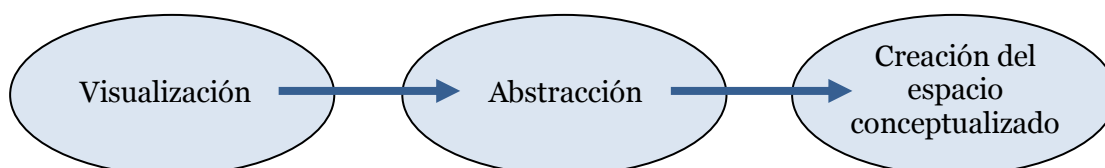
Tabla N°13. Dificultad geométrica desarrollada en fase 1.

DIFICULTAD GEOMÉTRICA DESARROLLADA	
La relación con el espacio físico	La geometría sirve para modelar el espacio físico
	Los edificios se convierten en objetos geométricos que se rigen por sus propiedades matemáticas

Nota: Dificultad geométrica desarrollada en fase 1. Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta las diversas etapas por las que transcurre el aprendizaje de la geometría, esta fase se desarrolla a través de la siguiente secuencia:

Fases del aprendizaje de la geometría en fase 1



Gráfica N° 10. Fases del aprendizaje de la geometría en fase 1. Fuente: Elaboración propia.

Hay que recordar que la propuesta metodológica también tiene en cuenta varios aspectos que no deben faltar en cualquier aprendizaje geométrico, mencionados por García Peña y López Escudero (2008). De acuerdo a estos autores, esta primera fase incluye las siguientes tareas y ayuda a desarrollar las siguientes habilidades:

Tabla N°14. Tareas y habilidades desarrolladas en fase 1.

TAREAS		HABILIDADES	
De conceptualización	La construcción de conceptos y relaciones geométricas	Visuales	A través de las construcciones geométricas
		De dibujo	Servirán de apoyo en la comprensión de los edificios para la construcción de la maqueta

Nota: Tareas y habilidades desarrolladas en fase 1. Fuente: Elaboración propia.

Recordemos que en este tipo de trabajos hay que prestar especial atención a no caer en la “enseñanza ostensiva”, ya que si no, nuestros alumnos pueden crear imágenes conceptuales pobres de los poliedros y cuerpos de revolución estudiados.

5.3.2. Fase 2: Planteamiento de problemas

En esta segunda fase se plantean problemas sobre los *poliedros y cuerpos de revolución* de la primera fase, enmascarados en edificios, en los que los alumnos deberán emplear los *teoremas de Tales y Pitágoras*.

Tabla N°15. Desarrollo de la fase 2 de la propuesta didáctica.

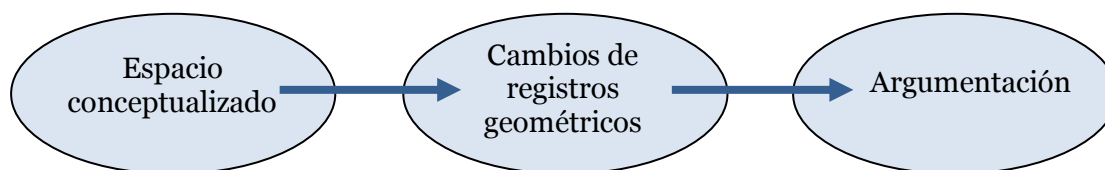
CONTENIDOS	¿QUÉ SE APRENDE?	¿CÓMO SE APRENDE?	
Teoremas de Tales y Pitágoras	A obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras.	Mediante el programa de geometría dinámica <i>GeoGebra</i>	Ejemplo: planteando problemas relacionados con la construcción de los edificios en el proceso de modelización.

Poliedros y cuerpos de revolución	A utilizar las propiedades de los poliedros y cuerpos de revolución para resolver problemas del mundo físico.	A través de la creación arquitectónica	Ejemplo: trabajando la creatividad a través de la invención de edificios, manzanas o barrios que cumplan una serie de requisitos geométricos preestablecidos por el profesor. Éste puede proporcionarlos a través de problemas en <i>GeoGebra</i> .
-----------------------------------	---	--	---

Nota: Desarrollo de la fase 2 de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta las diversas etapas por las que transcurre el aprendizaje de la geometría, en esta fase se desarrolla el cambio de “distintos registros y lenguajes geométricos” a través de la siguiente secuencia:

Fases del aprendizaje de la geometría en fase 2



Gráfica N° 11. Fases del aprendizaje de la geometría en fase 2. Fuente: Elaboración propia.

Al igual que en la primera fase, la propuesta metodológica está enfocada a desarrollar varios aspectos que no deben faltar en cualquier aprendizaje geométrico, mencionados por García Peña y López Escudero (2008). De acuerdo a estos autores, esta segunda fase incluye las siguientes tareas y ayuda a desarrollar las siguientes habilidades:

Tabla N°16. Tareas y habilidades desarrolladas en fase 2.

TAREAS		HABILIDADES	
De investigación	Los alumnos se valdrán de relaciones y conceptos geométricos ya aprendidos para obtener lo que en cada tipo de problema se	De comunicación	A través del manejo de diversos registros y lenguajes geométricos.
		De dibujo	En la creación arquitectónica, el alumno podrá valerse de dibujos o el mismo

	pide y construir así un conocimiento.		<i>GeoGebra</i> , que promoverá la capacidad de análisis de lo que se está pidiendo
		De razonamiento	Durante todo el proceso de resolución del problema y a la hora de defender lo que se ha realizado.
De demostración	Los alumnos tendrán que demostrar que los caminos elegidos para la resolución de problemas es el adecuado, incluso probar que su nuevo edificio cumple los requisitos preestablecidos.	De aplicación o transferencia	Mediante la aplicación de lo aprendido y la modelización de situaciones matemáticas al mundo de la arquitectura.

Nota: Tareas y habilidades desarrolladas en fase 2. Fuente: Elaboración propia.

5.4. Competencias básicas

La propuesta didáctica planteada contribuye a las competencias básicas de la siguiente forma:

Tabla N°17. Competencias básicas en la propuesta didáctica.

Competencia matemática	Mediante el desarrollo de conceptos matemáticos sobre poliedros y cuerpos de revolución y los teoremas de Tales y Pitágoras
Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico	A través de la observación directa de elementos arquitectónicos a lo largo de la localidad en la que los alumnos habitan, la discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas. La modelización, a través de la maqueta de la ciudad.
Tratamiento de la información y competencia digital	A través del empleo del programa informático para geometría <i>Geogebra</i> o, incluso, a través de herramientas tecnológicas que también utilizarse, por ejemplo, cámaras de fotos para la observación directa de elementos arquitectónicos, proyecciones del profesor, preparación de fotomontajes de los edificios de los alumnos a través de programas gráficos, etc.
Competencia en comunicación lingüística	Mediante la resolución de problemas geométricos relacionados con la arquitectura en la segunda fase, trabajando el cambio de registros oral y escrito en la formulación y expresión de ideas, a través del razonamiento.
Competencia en expresión cultural y artística	A través de la utilización de la geometría como medio para modelizar la arquitectura, describirla y comprenderla, apreciando las diversas estructuras artísticas.

Autonomía e iniciativa personal	Mediante la resolución de problemas en la segunda fase, el alumno planifica estrategias, asume retos y contribuye a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.
Competencia de aprender a aprender	Los contenidos geométricos trabajados ayudan al alumno a desarrollar destrezas como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.
Competencia social y ciudadana	A través del enfoque constructivista de los errores cometidos en la resolución de los problemas geométricos de la segunda fase, permitiendo valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación.

Nota: Competencias básicas en la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia a partir del Real Decreto 1631/2006.

6. APORTACIONES DEL TRABAJO

La principal aportación del trabajo es mostrar los beneficios del uso de la arquitectura para trabajar los contenidos geométricos en un aula de 2º de la ESO y contribuir así, entre otros, al desarrollo de la competencia cultural y artística.

Aunque el estudio de campo realizado muestre que aspectos de esta disciplina artística son empleados en el aula para la enseñanza de la geometría, este trabajo tiene como objetivo mostrar una metodología que tenga en cuenta no sólo elementos arquitectónicos puntuales (tal y como se refleja en el estudio de campo), sino herramientas metodológicas propias de la disciplina que se pueden transferir a la práctica educativa, incluso combinar con otro tipo de herramientas TIC como *GeoGebra*, para fomentar así el uso de este tipo de tecnologías y ofrecer propuestas para desarrollar también la competencia digital.

Esta propuesta metodológica trata de ofrecer a los docentes una opción más para trabajar los contenidos de “poliedros y cuerpos de revolución” y “teoremas de Tales y Pitágoras”, para que puedan variar en sus propuestas en clase, aumentar el interés y la motivación de sus alumnos hacia la geometría, e intentar mejorar los resultados de esta área que contemplan los diversos estudios e informes analizados en el marco teórico.

7. DISCUSIÓN

Después de analizar la utilidad de la arquitectura como herramienta para el aprendizaje de la geometría, era de esperar que el estudio de campo reflejara su empleo por parte de los profesores. Pero hay algunos aspectos clave que los profesores deben cambiar para que realmente extraigan todas las potencialidades que la propuesta didáctica ofrece.

Tal y como refleja el estudio de campo, los profesores emplean plantas, planos y maquetas en sus clases de geometría, ejemplos prácticos que mencionaba Alsina i Català (2005) y que también se incluyen en la propuesta didáctica. El problema aparece cuando la metodología no se enfoca de manera adecuada, ya que el estudio de campo reflejaba una tendencia a aritmetizar la geometría a través del cálculo de áreas y volúmenes sobre planos, y tal y como mencionaba Guerra Rodríguez (2010), no es lo adecuado. Además, la manipulación que también está presente en la propuesta didáctica, no puede limitarse a una construcción de tipo mecanicista y completamente descontextualizada, de acuerdo con Abrate et al. (2006). Es por todo ello por lo que el enfoque que el profesor conceda a las actividades resulta crucial para la adecuada puesta en práctica de la propuesta didáctica.

No debemos olvidar que el objetivo de la enseñanza debe ir más allá de la mera interiorización de conceptos y contenidos. La propuesta didáctica ofrece al profesor una manera también de trabajar la competencia cultural y artística. En este aspecto, la tendencia de trabajar de los profesores que muestra el estudio de campo también resulta clave. Es importante recalcar que para que un alumno consiga un perfil de persona competente cultural y artísticamente, según Giráldez (2007), entre otras cuestiones, debe tener un interés por la cultura y el arte. Es por ello por lo que resulta importantísimo en la propuesta didáctica, que el profesor no utilice los elementos arquitectónicos como simples objetos: el alumno debe tener siempre presente de qué es con lo que está trabajando. Tal y como dicen Alsina et al. (1987), la observación directa o indirecta, que también se emplea en propuesta, no debe restringirse a una simple observación visual, siendo muy importante, por ejemplo, la realización de una ficha de la obra con la que se está trabajando.

Como ya se ha mencionado, para la adecuada implantación de esta propuesta metodológica, resulta necesario un cambio de actitud en la forma de enseñar de los profesores. Aunque Guerra Rodríguez (2010) afirma que en los últimos años existe un interés por mejorar la enseñanza de la geometría, el estudio de campo refleja que aún queda un largo camino por recorrer, ya que todavía el libro de texto y la pizarra

tradicional siguen siendo los recursos más empleados por la mayoría de los profesores, tal y como Abrate et al. (2006) afirmaban.

8. CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo se han podido cumplir todos y cada uno de los objetivos planteados inicialmente. Las conclusiones obtenidas a través de dicha consecución son las siguientes:

- 1) En relación al objetivo *Conocer la situación actual de las matemáticas y estudiar la necesidad de un cambio metodológico para su aprendizaje*, el estudio de varios informes y estudios internacionales sobre competencia matemática han dejado patente dicha necesidad. Los informes TIMSS y PISA 2009 nos dan a conocer que los resultados de los estudiantes españoles siguen estando por debajo de la media de la OCDE, y que esta situación no ha variado mucho en los últimos años. Además, parece que el aumento del tiempo en el aula no es determinante en este aspecto, según se deduce del análisis conjunto del estudio PISA 2009 y Education at a Glance 2011. Por último, se han podido también concretar las áreas más difíciles para los alumnos españoles a través de la Evaluación General Diagnóstico 2010, que ha servido para verificar que el bloque de geometría, objeto de estudio en el presente trabajo, es una de ellas.
- 2) En relación al objetivo *Conocer y analizar las dificultades que los alumnos de 2º de la ESO encuentran en el aprendizaje de la geometría*, a través del análisis de varios libros y artículos, se ha podido descubrir que las dificultades que los alumnos muestran en geometría van asociadas a dos características fundamentales de la materia, aparte de los obstáculos creados por tendencias en la enseñanza del profesorado. En primer lugar, la relación que la geometría tiene con el espacio físico resulta compleja: en la búsqueda de un espacio conceptualizado, a la hora de estructurar lo que se observa (García Peña y López Escudero, 2008), y en el proceso de abstracción de los objetos físicos. Y en segundo lugar, los diversos registros y lenguajes que la geometría ofrece entrañan varias dificultades: diferentes interpretaciones de términos matemáticos (Radillo y Huerta, 2007), imágenes conceptuales pobres (García Peña y López Escudero, 2008), y la importancia que los alumnos conceden al registro figurativo.
- 3) En relación al objetivo *Recoger información sobre los contenidos específicos del bloque de geometría más difíciles para los alumnos de 2º de la ESO*, después de un análisis curricular de los contenidos geométricos mediante la consulta del Real Decreto 1631/2006, de 19 de diciembre, y el Decreto Foral 25/2007, de 19 de marzo, el estudio de campo llevado a cabo a

través de un cuestionario realizado a 14 profesores de diversos centros de la Comarca de Pamplona ha servido para comprobar que, aún siendo los contenidos más trabajados en el aula, “los teoremas de Tales y Pitágoras” son los que más cuesta comprender e interiorizar a los alumnos. A su vez, se ha podido descubrir que el área relativo a “poliedros y cuerpos de revolución” es el que más cuesta trabajar en clase a los profesores. De esta manera, se ha podido hacer una valoración acerca de los contenidos y aspectos geométricos sobre los que es necesario incidir en la propuesta didáctica, y acotar de esta manera al máximo la propuesta.

- 4) En relación al objetivo *Recopilar aspectos de la arquitectura útiles para la consecución de los objetivos didácticos de la geometría en 2º de la ESO*, en primer lugar, a través del estudio de varios trabajos que relacionan arte y geometría, se ha podido demostrar la relación tan estrecha y el aporte mutuo que ha existido desde siempre entre la disciplina artística y el bloque matemático. En segundo lugar, el estudio del artículo de Alsina i Català (2005) nos muestra una variedad de aspectos geométricos ligados a la arquitectura, que resultan útiles para la enseñanza de la geometría, la modelización geométrica y las formas poliédricas entre otros. Por último, el libro de Alsina et al. (1987) ha servido para analizar el entorno arquitectónico como herramienta para el aprendizaje de la geometría, a través de la observación directa, la observación indirecta y la creación arquitectónica. De esta manera se han podido seleccionar las herramientas más adecuadas para la propuesta didáctica, mediante un previo análisis al hilo de actividades, tipos de tareas, habilidades geométricas, y aspectos geométricos de mayor dificultad que se pueden desarrollar a través de cada una de ellas.
- 5) Por lo tanto, se puede sostener que se ha logrado la consecución del objetivo *Presentar una propuesta didáctica basada en la arquitectura para trabajar la geometría en un aula de 2º de la ESO*, ya que la propuesta está fundamentada en los contenidos geométricos específicos en los que el estudio de campo ha mostrado que hay que incidir, en los aspectos geométricos en los cuales se debe poner el acento por ser los más dificultosos para los alumnos, y las herramientas que la arquitectura ofrece para la enseñanza de la geometría.

9. LIMITACIONES DEL TRABAJO

Aunque las conclusiones del trabajo muestran que la propuesta didáctica presentada resulta válida para trabajar el bloque de geometría, el poco tiempo para la realización de este Trabajo de Fin de Máster ha sido una limitación, ya que no se ha podido profundizar en varios aspectos interesantes y tampoco ponerla en práctica para valorar los resultados y mejorar aspectos necesarios. Además, este tiempo reducido ha influido también en el estudio de campo, ya que se ha llevado a cabo a través de cuestionarios, y no mediante entrevistas, para poder así facilitar el trabajo de los encuestados.

El factor tiempo también ha influido a la hora de tener que acotar el trabajo a un curso determinado y al bloque de geometría en concreto. De todas formas, el haber limitado el trabajo de esta manera ha ayudado a poder profundizar más en esos aspectos y enfocar la propuesta de manera más específica. Ocurre lo mismo con los contenidos concretos con los que se ha decidido trabajar: esta acotación ha contribuido a centrar la propuesta didáctica en aquellos aspectos de mayor necesidad para los alumnos.

Aunque el marco teórico mencionaba la utilización de varios software gráficos, como Autocad o Sketchup, como herramientas válidas en la enseñanza de la geometría, no se han podido incluir en la propuesta didáctica debido a varios factores. Por un lado, la enseñanza y el aprendizaje de este tipo de programas en alumnos de 2º de la ESO requieren un tiempo y preparación del que no todos los centros disponen. Y por otro lado, aunque no se ha realizado un estudio exhaustivo de los programas de geometría dinámica, *GeoGebra* resulta ser un programa cuyo aprendizaje es sencillo, su utilidad muy amplia, pudiendo extenderse a otras áreas como álgebra, análisis y cálculo, muy popular entre los profesores y un programa que dispone de una amplia gama de soporte de actividades a lo largo de la red.

10. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

Para poder valorar de manera más global la propuesta didáctica que se ha planteado, sería un aspecto muy interesante poder llevarla a cabo en el aula. De esta forma se podrían plantear otras propuestas de parecida índole, corrigiendo aquellos aspectos que no den el resultado esperado y añadiendo aquellos nuevos que otros profesionales consideren oportunos.

La propuesta didáctica planteada se centra únicamente en la enseñanza de unos contenidos de geometría en 2º de la ESO. En este sentido, se podría investigar sobre, por ejemplo, cómo utilizar la arquitectura como herramienta para la enseñanza de todo el bloque de geometría en 2º de la ESO. Además, se podrían ampliar estas dos investigaciones a otros cursos e, incluso, poner el acento en el desarrollo de otras competencias, a parte de la de expresión cultural y artística, el tratamiento de la información y competencia digital y la competencia matemática, por supuesto. La arquitectura podría contribuir de la misma manera a la adquisición de: la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico, competencia social y ciudadana, etc.

Otro aspecto interesante que podría ser objeto de estudio sería las Tecnologías de la Información y de la Comunicación que se podrían emplear para la enseñanza de la geometría mediante la arquitectura, debido a la fuerte presencia que están teniendo en los últimos años como recurso que motiva el aprendizaje de los alumnos.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

11.1. Referencias

Abrate, R.S., Delgado, G.I. y Pochulu, M.D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, Número 39/1, del 10 de junio de 2006. Recuperado el 17 de junio de 2013. Disponible en: http://www.tieoei.org/rie_contdedor.php?numero=1290&titulo=Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática.

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1987). *Invitación a la didáctica de la Geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.

Alsina i Català, C. (2005) Los secretos geométricos en diseño y arquitectura. *Sociedad, ciencia, tecnología y matemáticas 2005 (sctm2005)*. Recuperado el 16 de mayo de 2013. Disponible en: textos.pucp.edu.pe/pdf/412.pdf

Ballesteros Alfaro, E.J. y Gamboa Araya, R. (2011). *Enseñanza y aprendizaje de la geometría: la perspectiva del profesor*. XIII Conferencia Iberoamericana de educación matemática.

Barrantes-López, M. y Balletbo-Fernández, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8 (1), 25-42.

de la Mora Pulido, G. (2011). *La importancia de la geometrización en la Arquitectura: La geometría como paradigma de la Arquitectura*. Ciencia arquitectónica. Blog de investigación en Arquitectura. Recuperado de <http://cienciaarquitectonica.wordpress.com/2011/03/29/la-importancia-de-la-geometrizacion-en-la-arquitectura-la-geometria-como-paradigma-de-la-arquitectura/>

Decreto Foral 25/2007, de 19 de marzo, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra. Boletín Oficial de Navarra (25 mayo 2007), núm. 65.

- Espina Brito, P. (2006). GeoGebra. *Números*, 64, 1-6.
- García Peña, S. y López Escudero O.L. (2008). *La enseñanza de la Geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Giráldez, A. (2007). *Competencia cultural y artística*. Madrid: Alianza Editorial.
- Guerra Rodríguez, M.M. (2010). La geometría y su didáctica. *Innovación y experiencias educativas*, 31. Recuperado de: www.csic-sisf.es/andalucia/modules/mod.../MATILDE_GUERRA_2.pdf
- Gutiérrez Ocerín, L., Martínez Rosales, E. y Nebreda Saiz, T. (2008). *Cuadernos de Educación de Cantabria 5. Las competencias básicas en el área de Matemáticas*. Cantabria: Consejería de Educación de Cantabria.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 mayo 2006), núm. 106, pp. 17158.
- Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa. Boletín Oficial de las Cortes Generales (24 mayo 2013), núm. 48-1, pp. 1-53.
- López, N. (2012). ¿Hemos sabido integrar las competencias básicas en el aula? *Revista del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte en colaboración con el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado y con la Red Educativa Musical*. Recuperado de <http://recursostic.educacion.es/artes/rem/web/index.php/es/musica-educacion-y-tic/item/328-%C2%BFhemos-sabido-integrar-las-competencias-b%C3%A1sicas-en-el-aula>
- Ministerio de Educación (2011). *Evaluación General de Diagnóstico 2010*. Madrid: Autor.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P. y Arora, A. (2011). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. USA: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- OCDE (2011). *Education at a Glance 2011: OECD Indicators*. OECD Publishing.

- OCDE/PISA (2010). *PISA 2009. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Pérez Gómez, A.I. (2007). *Cuadernos de educación de Cantabria 1. La naturaleza de las competencias básicas y sus aplicaciones pedagógicas*. Cantabria: Consejería de Educación de Cantabria.
- Radillo Enríquez, M. y Huerta Varela, S. (2007). *Obstáculos en el aprendizaje de la Geometría euclidea, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático*. Recuperado el 17 de junio de 2013. Disponible en: <http://unvm.galeon.com/cap13.pdf>
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp.677-773.
- Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. (Diario Oficial L 394 de 30.12.2006).
- Sánchez Muñoz, J.M. (2011). Experiencias docentes. Visualización de lugares geométricos mediante el uso de software de geometría dinámica GeoGebra. *Pensamiento Matemático*, 1, 1-20.
- Santana Zerpa, M.E. (2010). Geometría analítica plana con GeoGebra. *Números*, 75, 131-142.
- Zabala, A. y Arnau, L. (2007). La enseñanza de las competencias. *Aula*, 161, 40-46.

11.2. Bibliografía complementaria

Castillo Arredondo, S. y Cabrerizo Diago, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid: Pearson Educación, S.A.

Universidad Internacional de la Rioja (2013a). *Recursos didácticos para Matemáticas (Tema 3)*. Documento de la asignatura de “Recursos didácticos para Matemáticas” del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.

Universidad Internacional de la Rioja (2013b). *Sociología de la Educación. (Tema 3)*. Documento de la asignatura de “Sociología de la Educación” del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.

12. ANEXOS

12.1. Cuestionario

1. Edad:

Menos de 25 años

46 – 55 años

26 – 35 años

56 - 65 años

36 -45 años

Más de 66 años

2. Sexo:

Mujer

Hombre

3. Tipo de centro en el que trabaja:

Público

Concertado

4. ¿En qué trimestre suele haber más suspensos por lo general?

1º trimestre

2º trimestre

3º trimestre

5. ¿En qué trimestre imparte el bloque de Geometría?

1º trimestre

2º trimestre

3º trimestre

6. ¿Cree que el tiempo empleado para impartir el bloque de Geometría es suficiente?

Sí

No

7. ¿Qué contenidos del bloque de Geometría trabaja más en sus clases? Numere del 1 al 5, siendo: 1 = el menos trabajado, y 5 = el más trabajado

Semejanza

Ampliación y reducción de figuras

Teoremas de Tales y Pitágoras

Poliedros y cuerpos de revolución

Longitudes, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos

8. ¿Qué contenidos le cuesta más trabajar en clase?

Semejanza

Ampliación y reducción de figuras

- Teoremas de Tales y Pitágoras
 Poliedros y cuerpos de revolución
 Longitudes, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos
9. ¿Qué contenidos les cuesta más comprender e interiorizar a los alumnos?
- Semejanza
 Ampliación y reducción de figuras
 Teoremas de Tales y Pitágoras
 Poliedros y cuerpos de revolución
 Longitudes, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos
10. ¿Qué recursos emplea para trabajar la geometría en clase?
- Libro de texto. Pizarra digital
 Especifique:
 Geogebra Pizarra tradicional
 Cabri Youtube
 Blog's Google
 Otros:
11. ¿De dónde extrae material para las actividades sobre geometría que realiza en clase?
- Libros de texto. Proyecto Descartes
 Especifique:
 Webs con material educativo. Proyecto Gauss
 Especifique:
 Otros:
12. Para trabajar el bloque de Geometría en clase, ¿Realiza actividades o ejercicios relacionados con alguna disciplina artística?
- Sí No
13. Si responde que sí, ¿cuáles?
- Pintura Música
 Escultura Otros. Especifique:
 Arquitectura
14. Si emplea la Arquitectura, ¿qué recursos utiliza?

Planos de ciudades

Edificios famosos.

Especifique:

Plantas de viviendas

Maquetas