



**Universidad Internacional de La Rioja**  
**Facultad de Educación**

**Trabajo fin de máster**

# Trabajo cooperativo en matemáticas: Enseñanza de sistemas de ecuaciones a alumnos de 4<sup>o</sup> de ESO mediante una red social

**Presentado por:** Oscar Álvarez Santonja  
**Línea de investigación:** Métodos pedagógicos (Matemáticas)  
Recursos educativos (TIC)  
**Director/a:** Pedro Aurelio Viñuela Villa

**Ciudad:** Bilbao

**Fecha:** 19 de julio de 2013

## **Resumen**

Este trabajo se ha centrado en estudiar la enseñanza de la asignatura de matemáticas, a través del uso de las redes sociales como medio para configurar un aprendizaje cooperativo de los contenidos seleccionados. Comienza con la realización de una investigación para fundamentar la base teórica de la parte relacionada con el trabajo cooperativo, el uso de las TIC y de la correspondiente a los contenidos curriculares seleccionados. Seguidamente, se presenta un trabajo de campo mediante el cual se han recopilado datos relevantes del contexto educativo seleccionado y sobre la experiencia en el uso de este tipo de metodologías. Posteriormente, se presenta la propuesta didáctica que integra los fundamentos teóricos estudiados en la primera fase junto con los datos extraídos en el trabajo de campo. La propuesta se centra en el bloque de contenidos referente a sistemas de ecuaciones y en un grupo de 4<sup>o</sup> curso de ESO. Como conclusión del desarrollo del presente trabajo se extrae que el uso de estos entornos de comunicación virtual, en combinación con el empleo de un rol distinto por parte del profesor, permite establecer mejoras positivas en la puesta en práctica del trabajo cooperativo.

*Palabras clave:* trabajo cooperativo, redes sociales, sistemas de ecuaciones, educación secundaria, TIC.

## **Abstract**

This work focuses on the study of the teaching of mathematics with social networks by means of collaborative learning of the selected content. To begin with, research supporting the theoretical basis of the theme chosen has been made concerning the use of collaborative learning, ICT, and the content selected. Then, a field research has been made by compelling relevant data related to the selected educational context and to the practical experience in using this methodology. Afterwards, a teaching proposal connecting the theoretical foundations studied in the first stage and the data taken from the field research has been made. The teaching proposal focuses on the content related to systems of equations and on a group of pupils of form 5 of secondary school. In conclusion, this work shows how the use of these virtual communication environments, combined with a different attitude on the teacher's part, allows doing positive improvements in the implementation of collaborative work.

*Key words:* collaborative work, social networks, systems of equations, secondary school, ICT.

# Índice de contenidos

1. Introducción.....	8
1.1 Presentación y justificación .....	8
2. Planteamiento del problema .....	11
2.1 El problema.....	11
2.2 Objetivos .....	11
2.3 Fundamentación de la metodología .....	12
2.4 Justificación de la bibliografía empleada .....	13
3. Fundamentación teórica .....	15
3.1 Marco legal.....	15
3.2 Evaluación de la situación actual.....	18
3.3 Didáctica del álgebra.....	21
3.4 El trabajo cooperativo en matemáticas .....	25
3.5 Las redes sociales para la educación.....	29
4. Estudio de campo .....	32
4.1 Justificación.....	32
4.2 Objetivos del trabajo de campo .....	32
4.3 Metodología y materiales empleados .....	33
4.4 Marco contextual del trabajo de campo.....	34
4.5 Resultados.....	35
4.6 Análisis de los resultados obtenidos.....	39
4.7 Interpretación global de los resultados .....	41
5. Propuesta didáctica .....	43
5.1 Presentación .....	43
5.2 Objetivos de la propuesta didáctica.....	43
5.3 Competencias.....	45
5.4 Contenidos seleccionados.....	46
5.5 Estructura cooperativa de la actividad .....	46

5.6	Formación y rol de los grupos de alumnos.....	47
5.7	Organización del aula .....	49
5.8	La red social .....	49
5.9	Actividades y temporalización.....	50
5.10	Evaluación.....	53
6.	Aportaciones del trabajo .....	54
7.	Discusión.....	55
8.	Conclusiones .....	56
9.	Limitaciones del trabajo.....	59
10.	Líneas de investigación futura.....	60
11.	Bibliografía .....	61
11.1	Referencias.....	61
11.2	Bibliografía complementaria .....	63
12.	ANEXOS .....	65
	ANEXO I: Entrevista al tutor de la asignatura de Matemáticas.....	65
	ANEXO II: Entrevista al tutor de la asignatura de Tecnología.....	67
	ANEXO III: Entrevista al director pedagógico del centro .....	69
	ANEXO IV: Ejercicios para las actividades de la propuesta.....	70
	ANEXO V: Comparativa de enseñanzas mínimas .....	72
	ANEXO VI: Matriz de evaluación .....	74

## Índice de cuadros

Cuadro N° 1. Motivos de la reforma. ....	16
Cuadro N° 2: Puntos positivos de las TIC en el contexto familiar. ....	20
Cuadro N° 3. Capacidades que desarrolla el álgebra. ....	21
Cuadro N° 4. Consideraciones para la enseñanza de sistemas de ecuaciones... ..	22
Cuadro N° 5: Estadios en la comprensión de variables. ....	23
Cuadro N° 6. Nueve ideas clave sobre el trabajo cooperativo.....	25
Cuadro N° 7. Aspectos para diseñar actividades de trabajo cooperativo.....	26
Cuadro N° 8. Diez sencillos pasos para aplicar la técnica del Jigsaw. ....	28
Cuadro N° 9. Pasos para aplicar la técnica de lápices al centro.....	28
Cuadro N° 10. Ejemplos de uso de una red social.....	30
Cuadro N° 11. Relación de destinatarios y objetivos de la entrevista.....	33
Cuadro N° 12. Datos de la entrevista al tutor de Matemáticas. ....	35
Cuadro N° 13. Datos de la entrevista al tutor de Tecnología.....	37
Cuadro N° 14. Datos de la entrevista al director pedagógico del centro.....	38
Cuadro N° 15. Objetivos didácticos. ....	44
Cuadro N° 16. Objetivos propios de la metodología. ....	44
Cuadro N° 17. Funcionalidades de la red social. ....	49
Cuadro N° 18. Comparativa de enseñanzas mínimas .....	72
Cuadro N° 19. Matriz de evaluación individual.....	74

## **Índice de imágenes**

Imagen N° 1: Ubicación del centro.....	34
Imagen N° 2: Configuración del grupo cooperativo .....	48

## **Agradecimientos**

Quiero agradecer a todas aquellas personas que han contribuido de una manera u otra a la elaboración del presente trabajo fin de máster. En primer lugar a Pedro Aurelio Viñuela, director del trabajo, por su gran labor como guía en todo el proceso y por la confianza que me ha dado para poder llevarlo a cabo. A A.S., director pedagógico del colegio Madre de Dios, por su apoyo incondicional y consejo ofrecido a lo largo de todo este máster. A los profesores del colegio, especialmente a H.G. y R.M., por su amigable implicación y ayuda tanto en el período de prácticas como en la elaboración de las entrevistas del estudio de campo. Para finalizar, a mi familia y amigos por todo lo que siempre dan y muy especialmente a mi querida Olatz, por su constante apoyo y por caminar siempre junto a mí.

# 1. Introducción

Son varios los estudios que ponen de manifiesto la necesidad de establecer nuevos métodos de enseñanza que mejoren el rendimiento de los alumnos españoles en la asignatura de matemáticas. Las teorías coinciden en la necesidad de establecer metodologías donde el alumno participe de manera activa en la construcción de su propio conocimiento (Chambers y Timlim, 2013).

Estas metodologías deben incidir de manera positiva en la motivación del alumno, de forma que puedan mejorar las creencias que tienen los alumnos sobre las matemáticas. La asignatura de Matemáticas tiende a considerarse habitualmente como una materia que por su propia estructura natural debe ser aprendida de forma individual. Sin embargo, actualmente son muchos los estudios que defienden los beneficios que aporta el trabajo cooperativo para la enseñanza de esta asignatura (Pons, Serrano y González, 2008).

La sociedad actual cada día se encuentra más inmersa en el uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación. La presencia de los “nativos digitales” en nuestras aulas hace que debamos aceptar el compromiso de incorporar recursos y metodologías innovadoras encaminadas a atender este fenómeno (de Haro, 2010b), de manera que podamos encontrar una forma de acercarnos a ellos y suscitar su interés en nuestras enseñanzas.

Como consecuencia de lo anterior, los profesores deben considerar este recurso como un interesante medio para la enseñanza. Para ello debemos contar con la necesidad de desprendernos de las posibles connotaciones negativas que podamos observar en el uso a veces poco correcto que se haya podido dar hasta ahora en algunos entornos de comunicación virtual, como ha sido en el caso de las redes sociales.

Los profesores de matemáticas tienen un papel fundamental en la enseñanza de sus contenidos a través de estas nuevas tecnologías, de forma que el alumno, además de adquirir los conocimientos propios de la materia, adquiera las competencias digitales y desarrolle los valores y habilidades sociales necesarias para desempeñar su papel en la sociedad actual.

## 1.1 Presentación y justificación

El informe PISA (Ministerio de Educación, 2010) muestra una evolución casi nula de los resultados obtenidos por los alumnos españoles en la competencia matemática a lo largo de los últimos diez años. Dentro de la tabla de resultados



obtenidos por los países del mundo que han participado, España se sitúa aproximadamente en la mitad de la lista. Estos datos motivan a pensar en la necesidad de elaborar nuevas propuestas metodológicas que estén encaminadas a mejorar el rendimiento de los alumnos en matemáticas.

Tras analizar los datos elaborados por el Instituto de Evaluación y Asesoramiento Educativo, Neturity y Fundación Germán Sánchez Ruipérez (2007) en su informe sobre la implantación y el uso de las TIC en los centros docentes de educación primaria y secundaria (curso 2005-2006), vemos cómo los procesos educativos se han visto flexibilizados y complementados en la elaboración de nuevas metodologías para la enseñanza.

Según el informe, los estudiantes hacen uso de estos recursos tecnológicos en su vida diaria sobre todo fuera del aula. Además éstos reconocen que la familia es el primer agente que muestra interés en facilitarles el aprendizaje de las competencias digitales (IEAE et al., 2007).

Los profesores muestran la alta estima que tienen sobre los recursos TIC para incorporarlos en sus enseñanzas diarias. En ellos reconocen una amplia fuente de recursos para establecer nuevas metodologías y formas de aprendizaje. Además son conscientes del impacto que tienen para los estudiantes en la motivación, el interés, el fomento del trabajo autónomo, sin olvidar la potencia que aportan especialmente en los aspectos de comunicación y cooperación (IEAE et al., 2007).

Sin embargo, los profesores reconocen la escasa aplicación que hacen de este potencial comunicativo, debido principalmente a la falta de tiempo y a la poca formación que el sistema educativo les proporciona para su uso y adaptación a los procesos educativos (IEAE et al., 2007).

Durante el período de prácticas de este máster universitario en el colegio Madre de Dios de Bilbao, se pudo observar un uso amplio de las metodologías de aprendizaje cooperativo en el aula de matemáticas. El trabajo cooperativo era aplicado en las tareas de realización de actividades (resolución de ejercicios, problemas, etc.). Aunque se podía observar el beneficio que aportaba la metodología, fuimos testigos de las complicaciones que se daban para evaluar y controlar la aportación individual de cada alumno.

Estudios recientes como el de Suárez Guerrero (2010), confirman la idoneidad del uso de entornos asíncronos virtuales para la realización del trabajo cooperativo. La clave de estos medios virtuales para disponer actividades de trabajo cooperativo, está en los lapsos temporales que se generan entre comentario y comentario. Esta

característica ofrece al alumno unos tiempos de reflexión y elaboración adicionales, que le permite encaminar adecuadamente su aportación, además de la posibilidad de incorporar un mediador que le guíe en el proceso de aprendizaje.

Por tanto, este trabajo se ha centrado en estudiar la utilización de las redes sociales como medio de comunicación para establecer actividades de aprendizaje cooperativo. Las redes sociales son entornos de comunicación capaces de generar comunidades virtuales educativas que son propicias para establecer procesos de aprendizaje tanto a nivel formal como informal (de Haro, 2010a).

Los contenidos matemáticos seleccionados para la elaboración del presente trabajo son sistemas de ecuaciones. La normativa legal que regula el currículo de la Educación Básica en la Comunidad Autónoma del País Vasco, se encuentra articulada en el Decreto 175/2007 (BOPV, 2007), de 16 de octubre. Dentro del mismo en su Anexo V, queda recogido el contenido específico de la asignatura de matemáticas. Los sistemas de ecuaciones son contenidos que podemos encontrar en el bloque 2 (Números y Álgebra) tanto del tercer como del cuarto curso de la ESO.

La propuesta didáctica que se presenta en este trabajo, se centra en un grupo de 4º de ESO. Este curso se ha considerado adecuado para establecer una metodología como la que se propone, debido al nivel conocimientos previos que tienen los alumnos, tanto de los contenidos matemáticos seleccionados, como del uso de redes sociales y de otras herramientas 2.0.

Según las indicaciones que establece el currículo, los alumnos comienzan a adquirir los primeros conocimientos de resolución de sistemas de ecuaciones a partir del tercer curso de ESO. Ello nos permitirá establecer metodologías más centradas en la resolución de problemas y en la práctica, elaboración y manipulación de estos conocimientos a través de medios diversos.

## 2. Planteamiento del problema

### 2.1 El problema

El trabajo cooperativo en la enseñanza de matemáticas aporta grandes beneficios, pero su grado de cooperación puede verse afectado si no se cuidan algunos aspectos importantes en su implantación. Es habitual que del contexto al cual se enfrenta el docente para implantar metodologías de trabajo cooperativo se deriven algunos problemas que impidan que la actividad llegue a su fin.

El problema observado en el período de prácticas de este máster universitario y que hemos querido tratar a través de este trabajo, es el bajo grado de cooperación que se da en el aula de matemáticas debido al difícil contexto de aplicación que tienen las metodologías cooperativas.

La solución que se pretende estudiar a lo largo de este documento está basada en el impacto que tiene combinar la técnica de trabajo cooperativo con el uso de las redes sociales. Con ello se plantea la posibilidad de mejorar algunos aspectos problemáticos que se derivan de la propia realidad educativa, mejorando así el grado de cooperación de las actividades.

### 2.2 Objetivos

El objetivo principal que se ha propuesto para este trabajo es:

*Elaborar una metodología para enseñar sistemas de ecuaciones a un grupo de 4º de ESO mediante el trabajo cooperativo a través de una red social.*

Los objetivos específicos que llevarán al correcto cumplimiento del objetivo principal son los siguientes:

- ✓ Conocer y exponer las características y las ventajas que aportan las redes sociales para establecer metodologías de trabajo cooperativo en matemáticas.
- ✓ Configurar una metodología apropiada, que cumpla con los requisitos que establece la ley y que integre los aspectos importantes que sugieren las teorías existentes sobre la didáctica del álgebra.
- ✓ Conocer y exponer los principales problemas a los que se enfrentan los alumnos en el aprendizaje de álgebra.

- ✓ Investigar mediante un trabajo de campo el nivel de conocimientos previos, la experiencia y los problemas habituales encontrados en la didáctica de sistemas de ecuaciones, así como con el trabajo cooperativo en el contexto seleccionado.

### **2.3 Fundamentación de la metodología**

Para la obtención de los datos necesarios se ha utilizado una combinación de consultas bibliográficas y un estudio de campo. A continuación se enumeran las distintas fases por las que se ha pasado para la elaboración del trabajo:

1. *Análisis de datos de estudios evaluativos.* Se han revisado algunos informes emitidos por los organismos oficiales que periódicamente analizan y evalúan la situación actual en el mundo de la educación por medio de las publicaciones que el Gobierno español hace a través de la página web del Ministerio de Educación y Deporte.
2. *Estudio de la ley vigente.* Posteriormente se ha realizado un análisis de las indicaciones que establece la ley sobre los contenidos curriculares seleccionados y el trabajo cooperativo. Para acceder a dicha información se han consultado las publicaciones oficiales de la página web del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno español, así como los documentos que recogen las adaptaciones a la Comunidad Autónoma del País Vasco en la página web del Departamento de Educación, Política Lingüística y Cultura del Gobierno Vasco.
3. *Estudio de las teorías imperantes.* Se ha realizado una búsqueda de los autores y documentos que han tratado los temas que afectan a este trabajo. Las búsquedas se han realizado a través de la biblioteca virtual de la UNIR, Dialnet y el buscador académico de páginas web Google Académico. Algunas obras se han comprado para su consulta, otras se han pedido prestadas a través del servicio municipal de bibliotecas del Gobierno Vasco y las restantes se han podido obtener directamente de los sitios web indicados en el apartado de referencias bibliográficas.
4. *Realización del trabajo de campo.* Una vez fundamentada la base teórica, mediante un trabajo de campo se extraen los datos necesarios para adecuar la propuesta didáctica al contexto seleccionado. Se basa en la realización de tres entrevistas estructuradas. Los datos se han recogido a través de un teléfono móvil tipo “Smartphone”. Para la consulta de los datos relevantes se utiliza un programa informático de tratamiento de audio.

5. *Elaboración de la propuesta didáctica.* Con lo comentado hasta ahora se han dado forma a los fundamentos teóricos y prácticos que dan solidez a la propuesta didáctica. Para diseñar la propuesta didáctica se han consultado los datos recogidos en el marco teórico así como los resultados obtenidos en el trabajo de campo.

## **2.4 Justificación de la bibliografía empleada**

Para el desarrollo de la fundamentación teórica, se han considerado una serie de obras cuidadosamente seleccionadas, teniendo presente cuatro criterios fundamentales. El primero hace referencia a la relevancia, de manera que la fuente tenga relación directa con la temática elegida. El segundo se basa en considerar que todas son publicaciones de un cierto prestigio profesional, con un vocabulario adecuado a la temática y un registro académico apropiado. Como tercer punto, se ha procurado que los autores de las obras sean personas reconocidas en la materia a tratar. Por último, se han seleccionado obras de cierta actualidad, con la intención de evitar recoger información que se haya podido quedar obsoleta (UNIR, 2013).

En la elaboración del marco legal se han tenido en cuenta por un lado las indicaciones de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE, núm. 106, 2006), el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre en que se establecen las enseñanzas mínimas para la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, núm. 5, 2007) y su adaptación a la Comunidad Autónoma del País Vasco en el Decreto 175/2007 (BOPV, núm. 218, 2007). En previsión de la implantación de la nueva Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) aprobada el pasado 17 de mayo del 2013, se hace un breve análisis para prever los posibles cambios que se establecen sobre los temas que afectan a este trabajo.

Para fundamentar algunos datos existentes sobre el uso de las TIC y su impacto en la implantación, se ha revisado el informe realizado por el Instituto de Evaluación y Asesoramiento Educativo (IEAE), Neturity y Fundación Germán Sánchez Ruipérez (2007). En él se aprecian datos y conclusiones de interés sobre el efecto que tiene en la comunidad educativa el uso de las TIC. Su análisis ofrece una visión general del potencial que éstas ofrecen en la educación y de las deficiencias que se encuentran en su uso.

A la hora de estudiar el uso de las redes sociales en la educación, se ha considerado la obra de Juan José de Haro, *Redes sociales para la educación* (de Haro, 2010a). Es un libro que recoge información interesante basada en experiencias reales y

constituye un ejemplo valioso sobre la forma en la que podemos apoyarnos en estos medios para establecer procesos de enseñanza y aprendizaje.

En relación al trabajo cooperativo se ha estudiado el libro de Pujolás (2008) titulado *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Para conseguir una visión más cercana al contexto que se plantea en este trabajo en concreto, se han seguido de cerca también algunas ideas recogidas en el trabajo realizado por Pons, Serrano y González (2008), en que se demuestra cómo el aprendizaje cooperativo en matemáticas es siempre beneficioso y sobre todo cuando los contenidos a tratar son más novedosos o complejos.

A la hora de estudiar la didáctica general de los contenidos seleccionados se ha considerado la recientemente publicada segunda edición de la obra de Chambers y Timlin (2013), *Teaching Mathematics in the Secondary School*. En ella se aportan también ideas interesantes sobre del aprendizaje activo y el trabajo en grupo. Para estudiar las dificultades habituales en el aprendizaje del álgebra, se ha revisado la obra de Godino y Font (2003), *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*.

Se han analizado las indicaciones de Goñi et al. (2011a), en el libro titulado *Didáctica de las matemáticas*. Se trata de una obra colectiva coordinada por Jesús María Goñi, en la que se recogen aspectos de interés relacionados con la legislación, los nuevos enfoques educativos, consideraciones en la elaboración de unidades didácticas y otros datos de interés sobre la interacción comunicativa en las clases de matemáticas y el lenguaje empleado.

## **3. Fundamentación teórica**

### **3.1 Marco legal**

#### ***a) Ley Orgánica de Educación (LOE)***

La LOE insiste en la necesidad de cooperar en todos los ámbitos que afectan a la educación. La cooperación es descrita como mecanismo de actuación entre las distintas administraciones, territorios, padres con hijos, alumnos y profesores, en la consecución del bien común.

De entre los objetivos que la misma indica para la educación secundaria obligatoria aparece en primer lugar:

Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática. (BOE, núm. 106, 2006, p.17169).

La adquisición de la competencia matemática viene reflejada dentro de los principios pedagógicos, como una de las enseñanzas a las que se ha de prestar especial atención en la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, núm. 106, 2006, p.17170).

#### ***b) Enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria***

El currículo de matemáticas en educación secundaria en España viene regulado por el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre (BOE, núm. 5, 2007). La propuesta didáctica se basa en el trabajo de campo realizado sobre el contexto concreto de un grupo de 4º de ESO del colegio Madre de Dios de Bilbao. Por esa razón se han considerado también las indicaciones dispuestas en la adaptación que la Comunidad Autónoma de País Vasco ha hecho de dicho documento en el Decreto 175/2007 (BOPV, núm. 218, 2007), de 16 de octubre.

En el Cuadro N° 19 del *Anexo V*, se puede ver una comparativa de la información recogida en ambos documentos sobre los contenidos, criterios de evaluación, actitudes y objetivos que afectan a la temática del trabajo. La información no presenta diferencias importantes dentro de cada documento. Por otro lado se ha revisado la misma información para cada uno de los dos modelos existentes de la asignatura de Matemáticas del 4º curso y tampoco se han apreciado diferencias relevantes sobre los puntos indicados en el cuadro anterior.

Llama ligeramente la atención la inclusión del apartado de actitudes del bloque uno, *Contenidos comunes*, donde se incide de manera específica sobre la necesidad de realizar trabajo en grupo a la hora de abordar la resolución de problemas (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 385).

También hay que destacar el enfoque amplio y abierto que se le dan a los contenidos relacionados con sistemas de ecuaciones. En relación a esto veremos más adelante un breve análisis sobre las finalidades que determina el currículo y la acción docente que se lleva a cabo como consecuencia de ello.

### **c) Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa**

Tras la reciente aprobación el pasado 17 de mayo del 2013, del proyecto de Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), es conveniente considerar la inminente llegada de una nueva reforma del sistema educativo actual. Por esa misma razón, se ha considerado necesario realizar un breve análisis de la información que se recoge en dicho documento sobre los temas que se tratan en este trabajo.

El documento pone de manifiesto en un primer bloque, los diversos motivos que han llevado al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte a presentar dicho Proyecto de Ley entre los cuales cabe destacar los puntos recogidos en el Cuadro N° 1.

**Cuadro N° 1. Motivos de la reforma.**

<b>1</b>	Propiciar un cambio metodológico que convierta al alumno en un elemento activo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Necesidad de atender al impacto de la globalización y de las nuevas tecnologías de los actuales alumnos (Proyecto de LOMCE, 2013, p. 4).
<b>2</b>	Poner remedio a los malos resultados obtenidos por los alumnos en las pruebas de evaluación internacionales como PISA (2009). Destaca de forma específica el nivel insuficiente obtenido en competencia matemática entre otros (Proyecto de LOMCE, 2013, p. 5).
<b>3</b>	Interés en simplificar el desarrollo curricular para garantizar la efectividad en la adquisición de competencias básicas (Proyecto de LOMCE, 2013, p. 9).
<b>4</b>	Uno de los tres ámbitos que destacan para la motivación a la transformación del sistema educativo, son las Tecnologías de la Información y Comunicación, como elemento que permite la personalización de la educación, por la variedad de recursos que aporta y su papel importante en el cambio metodológico que se plantea (Proyecto de LOMCE, 2013, pp. 9-10).

*Nota:* Motivos de la reforma. Fuente: Proyecto de LOMCE (2013).



#### **d) Breve análisis sobre las finalidades del currículo de matemáticas y la acción docente**

Si analizamos las leyes que regulan el currículo de matemáticas en educación secundaria, se puede apreciar la falta de claridad que la administración tiene al determinar la finalidad de la enseñanza de matemáticas (Goñi, 2011b).

La normativa encamina al profesorado a elaborar su propuesta de enseñanza a través de los sucesivos proyectos de concreción curricular, el proyecto curricular de centro (PCC) y la programación de aula (PA). Pero la realidad es bien distinta, puesto que la distancia existente entre las bases que establece la ley y los proyectos educativos mencionados, es realmente amplia y finalmente provoca que tanto los centros como el profesorado deban definir por sí mismos la finalidad de sus enseñanzas (Goñi, 2011b, p. 16).

El instrumento utilizado habitualmente en la práctica docente es el que Goñi (2011b) denomina *currículum propositivo*, que no es otra cosa que la infinidad de propuestas que se realizan sobre lo que se entiende que hay que enseñar a través de libros, páginas web, etc. Haciendo una breve interpretación diagonal de toda esa información, Goñi (2011b, p. 17) establece tres principales funciones de las matemáticas.

1. Las matemáticas como conocimiento que desarrolla capacidades cognitivas de alto valor.
2. Las matemáticas como instrumento que sirve para trabajar en otras áreas, sobre todo científicas.
3. La aplicación funcional de las matemáticas, su utilización en diferentes ámbitos de la vida diaria.

El sistema educativo español tiene una disposición jerarquizada en cuanto a los niveles de formación que en él se establecen. Ello quiere decir que los cursos superiores, suelen condicionar las finalidades que se establecen en los cursos inferiores. Goñi (2011b) indica como ejemplo la realización del examen de selectividad, que condiciona en la mayoría de los casos a que la cultura imperante en la práctica docente centre la finalidad principal de las matemáticas como herramienta, sobreponiéndola a las otras dos.

Sin embargo, a día de hoy existen muchas corrientes docentes que tratan de hacer frente a esta cultura mayoritaria y tratan de establecer enseñanzas más amplias y abiertas, de forma que se conjuga más con lo establecido en el currículo de orden

general (Goñi, 2011b). Mediante el presente trabajo se propone una metodología que además de cumplir con la normativa legal, trate de integrar estas tres finalidades de las matemáticas.

## **3.2 Evaluación de la situación actual**

### ***a) El informe PISA***

PISA (Programme for International Student Assessment) es un estudio impulsado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) que representa la respuesta al compromiso de los gobiernos, por establecer y definir los objetivos y competencias que son relevantes para sus sistemas educativos.

A través de este informe se da a conocer los resultados que obtiene España en las pruebas evaluativas que se han realizado a un gran número de países de todo el mundo. El estudio tiene por objeto realizar la evaluación de tres competencias clave: comprensión lectora, competencia matemática y competencia científica.

A continuación se comentan algunos datos significativos del último informe realizado, que corresponde al ejercicio del año 2009:

- ✓ La competencia matemática ha tenido resultados similares a lo largo de los cuatro ejercicios (2000, 2003, 2006 y 2009), siendo en 2009 valores inferiores a los promedios OCDE (Ministerio de Educación, 2010, p. 154).
- ✓ Los niveles de rendimiento en competencia matemática hace que España se sitúe en la parte media de la tabla con respecto al resto de países que han participado (Ministerio de Educación, 2010, p. 78).

Como vemos son datos que llaman la atención para encaminar acciones orientadas a atender y mejorar los resultados obtenidos en 2009. Esto ha supuesto un buen motivo para seleccionar contenidos matemáticos a la hora desarrollar el presente trabajo.

### ***b) El informe TALIS***

La OCDE (2009) realiza a través del documento TALIS (Teaching and Learning International Survey) una comparación a nivel internacional de las prácticas educativas llevadas a cabo en diferentes países. Entre los temas que se recogen se han considerado interesantes para este trabajo los resultados que se obtienen en relación a la mejora de las prácticas de enseñanza (OCDE, 2009, p. 13). A continuación se enumeran los detalles más significativos:

- ✓ Los profesores tienen una visión general a favor del aprendizaje activo, donde su papel consiste en apoyar el aprendizaje.
- ✓ En España el aprendizaje constructivista se considera como complemento. Las preferencias entre la enseñanza mediante transmisión directa de conocimientos o prácticas constructivistas son bastante similares.
- ✓ En matemáticas las prácticas tienden a ser más estructuradas y no es tan habitual las prácticas orientadas al alumno o el trabajo de proyectos. El documento sugiere específicamente a los profesores de matemáticas ampliar su repertorio para mejorar éste aspecto.

Otra dato que conviene subrayar de las conclusiones finales del documento (OCDE, 2009, p. 25), es la demanda de los profesores en formaciones no satisfechas para su propio desarrollo profesional. Entre las áreas que se enuncian se detalla expresamente la necesidad de formación en las herramientas de información y comunicación.

Esta última idea, junto con las enumeradas previamente, motiva al diseño mediante el presente trabajo de una metodología que aporte soluciones en ese sentido y que además pueda servir de ejemplo a otros docentes en la elaboración de nuevas metodologías más participativas y constructivistas en la asignatura de matemáticas.

### ***c) La implantación y el uso de las TIC en los centros docentes***

Justo antes de la implementación del programa estatal Escuela 2.0, el Instituto de Evaluación y Asesoramiento Educativo, Neturity y Fundación Germán Sánchez Ruipérez (2007), elaboró un estudio a fondo sobre el impacto que tiene la implantación de las TIC en la educación primaria y secundaria de los centros españoles en el curso 2005-2006.

De su análisis se extraen conclusiones relevantes acerca del efecto que la integración de las TIC tiene en la comunidad educativa y en sus procesos. Podemos destacar que los datos más relevantes a tener en cuenta para el presente trabajo son los relativos a las posturas que muestran los alumnos, docentes y familias, con respecto al uso de la TIC en la enseñanza.

Las conclusiones que extrae dicho documento se centran en destacar los aspectos positivos de la implantación de las TIC en la enseñanza así como en desenmascarar las posibles limitaciones que se encuentran en su implantación. El análisis de avances y limitaciones se realiza sobre toda la comunidad educativa, los recursos y los procesos educativos.

Según el informe realizado por IEAE et al. (2007, p. 214), en el contexto familiar se aprecian como elementos positivos en su implantación los puntos reflejados en el Cuadro N° 2.

**Cuadro N° 2: Puntos positivos de las TIC en el contexto familiar.**

1.	El acceso ampliamente generalizado a ordenadores e internet (aunque, en el hogar, es menos frecuente el acceso a internet que a ordenadores).
2.	La alta frecuencia de uso de estos recursos en el hogar (casi todos los días o varias veces en semana) por parte de los chicos y las chicas de todas las edades.
3.	El papel activo de la familia en la formación para el uso de los ordenadores e internet.
4.	El interés de las familias para que los hijos aprendan a utilizar bien estos recursos.
5.	La promoción de actitudes positivas en los hijos hacia las TIC (la utilidad de los ordenadores, la facilidad de uso, el interés por estos recursos, etc).

*Nota:* Puntos positivos de las TIC en el contexto familiar. Fuente: IEAE et al. (2007, p. 214).

En cuanto a las limitaciones que se encuentran en este ámbito, poco se puede decir. Simplemente se hace alusión a las diferencias existentes en el acceso a ordenadores e internet en el hogar, viéndose más diferencias cuando se considera la variable nacionalidad, formación de los padres, etc. (IEAE et al., 2007).

En lo relativo al equipo directivo y docente, se aprecia una enorme satisfacción en el empleo de las TIC. Sin embargo, se hace una incidencia especial en materia de formación. Los docentes muestran interés en recibir una formación complementaria por las dificultades que les acarrea la puesta en práctica de actividades con las TIC en los procesos diarios de aula (IEAE et al., 2007).

Lo más relevante de las limitaciones y problemas encontrados por el profesorado y los equipos directivos en su implantación, es la falta de tiempo para poder implantar las TIC en el día a día de su profesión y el escaso nivel de formación que poseen para lograrlo. Sin embargo, ambos agentes educativos, opinan la necesidad de trabajar de forma conjunta en la adaptación y mejora de las TIC a los procesos de educativos (IEAE et al., 2007).

Como última consideración sobre lo expuesto en el informe, hay que destacar el análisis que se realiza sobre el impacto en los procesos de aula. Como primer aspecto hay que señalar la postura positiva que recoge la opinión del profesorado frente al uso de las TIC. En ellas aprecian un beneficio para su profesión en diversos aspectos: la elaboración de metodologías más flexibles, la posibilidad de mejorar la personalización de la enseñanza, la participación del alumno, el trabajo en grupo y la colaboración.

También hay que tener presente la motivación que produce en los alumnos su uso en las actividades de aula (IEAE et al., 2007).

Sin embargo, el informe destaca que es quizás en ese ámbito educativo donde se percibe un uso menor de las TIC. En el estudio de campo que veremos más adelante, se aprecia cómo todavía hoy, a pesar de los proyectos estatales posteriores de mejora en el uso de las TIC, sigue existiendo en muchos casos un bajo uso de las mismas para las aplicaciones prácticas realizadas en el aula.

### **3.3 Didáctica del álgebra**

#### ***a) El contexto de la resolución de problemas***

Cuando nos planteamos la enseñanza de cualquier disciplina matemática debemos tener en cuenta la necesidad de enseñar a desarrollar procesos matemáticos a través de la resolución de problemas. Este medio de aprendizaje favorece la construcción del conocimiento matemático a base de creación de modos propios del pensamiento matemático, como representar la información, organizarla, formular conjeturas y justificar resultados (Goñi, 2011c). Por ello no es de extrañar el tratamiento transversal que da el currículum de Matemáticas a la resolución de problemas (Real Decreto 1631/2006 y Decreto 175/2007).

El desarrollo del conocimiento a través situaciones problemáticas en contextos diversos, es una importante vía de aprendizaje para adquisición de las competencias básicas (Goñi, 2011c). Gracias a esta modalidad de aprendizaje, contamos con un recurso flexible para diseñar actividades sobre temáticas bien distintas, ofreciendo posibilidades variadas para desarrollar cada una de las competencias básicas que el currículum establece.

#### ***b) Capacidades que los alumnos deben desarrollar***

Cuando el informe PISA 2006 hace mención al álgebra, es para considerarla como una herramienta de utilidad mediante la cual podemos expresar el cambio o las regularidades existentes en todo tipo de situaciones, ya sean naturales, cotidianas, sociales, etc. (Goñi, 2011c, p. 74). Para que esto sea posible, el álgebra debe servir para que el alumno pueda desarrollar las capacidades representadas en el Cuadro N° 3.

**Cuadro N° 3. Capacidades que desarrolla el álgebra.**

<b>1.</b>	<b>Comprender patrones, relaciones y funciones</b>	Iniciarse descubriendo regularidades en secuencias geométricas, para posteriormente ampliarlas a patrones numéricos. Finalmente, llevarlo a la descripción de relaciones funcionales primero lineales y más tarde ir
-----------	--	--

		ampliando el abanico.
<b>2.</b>	<b>Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos</b>	Definir correctamente el concepto de variable en los inicios y desarrollar a lo largo de la educación secundaria habilidades para hallar expresiones equivalentes y adquirir fluidez suficiente en las operaciones con símbolos.
<b>3.</b>	<b>Modelos para representar y comprender relaciones</b>	Dar oportunidades para modelizar matemáticamente fenómenos de naturaleza diversa. Utilizar el modelo matemático para predecir o extraer conclusiones del contexto que lo ha originado.
<b>4.</b>	<b>Analizar el cambio en contextos diversos</b>	Utilizar el lenguaje algebraico para estudiar las relaciones y dependencias existentes entre variables.

*Nota:* Capacidades que desarrolla el álgebra. Fuente: Goñi (2011c, p. 74).

Como vemos, el álgebra es una disciplina que el alumno debe experimentar en contextos diversos. Es una potente herramienta que nos permite expresar generalidades en situaciones muy diversas. De hecho, Chambers y Timlin (2013, p. 189) proponen como clave para enseñar a resolver ecuaciones, dar al alumno oportunidades para expresar la generalidad.

La experiencia en la enseñanza de álgebra hace que además de lo comentado hasta ahora, podamos tener en cuenta una serie de pautas a la hora de diseñar actividades de aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales. Enumeramos en el Cuadro N° 4 las que podamos tener en cuenta para el diseño de nuestra propuesta didáctica.

**Cuadro N° 4. Consideraciones para la enseñanza de sistemas de ecuaciones.**

<b>1.</b>	Las expresiones algebraicas se entienden más fácilmente cuando se tiene la experiencia de generarlas personalmente, más que si se exponen como una característica impuesta desde fuera.
<b>2.</b>	Tener oportunidades para hacer y construir expresiones algebraicas es la mejor forma para aprender el proceso de deshacer. Es un concepto importante para aprender a resolver ecuaciones.
<b>3.</b>	Enseñar a relacionar y experimentar las equivalencias algebraicas para evitar la memorización mecánica de pasos y adquirir el conocimiento del concepto de ecuación. Es importante que el alumno se sienta cómodo con el álgebra en los primeros pasos.
<b>4.</b>	En sistemas de ecuaciones es bueno comenzar por experimentar el método de obtención de soluciones por sentido común, aplicando valores que cumplan con el sistema propuesto. Cuando se desarrolla la confianza suficiente se pasa a los distintos métodos de solución.
<b>5.</b>	El método gráfico es importante puesto que ayuda a representar los sistemas de ecuaciones en un lenguaje matemático distinto.
<b>6.</b>	Evitar ejemplos confusos que asocien a las letras la idea de elementos que no sean números. Ejemplo: $(5a + 4b) + (6a + 2b)$ explicado como 5 ajos y 4 berenjenas se suman a 6 ajos y 2 berenjenas, resultando 11 ajos y 6 berenjenas $(11a + 6b)$ . Esto dificultaría la

posibilidad de entender operaciones como  $ab$  o  $a^2$ .

*Nota:* Consideraciones para la enseñanza de sistemas de ecuaciones. Fuente: Chambers y Timlin (2013).

### **c) Dificultades en el aprendizaje del Álgebra**

Es importante tener en cuenta el efecto de las experiencias que tienen los alumnos con la aritmética a la hora de iniciarse en la comprensión del álgebra. Los primeros pasos que se dan hacia el razonamiento algebraico corresponden con la aritmética generalizada (Godino y Font, 2003).

#### **1. La variable**

El primer concepto que genera dificultades en el proceso de abstracción hacia esa generalización, es el concepto de *variable*. Por medio de diferentes investigaciones (Kuchemann, 1981, citado en Godino et al., 2003) se reconoce que los alumnos dan el paso del uso de las letras al dominio de las variables por medio de los seis estadios o niveles resumidos en el Cuadro N° 5.

**Cuadro N° 5: Estadios en la comprensión de variables.**

<b>1. Letra evaluada</b>	Asigna un valor numérico a las letras. <i>Ejemplo:</i> En la ecuación $5 + 2x = 13$ si le preguntas ¿Cuánto vale $x$ ? responde 4 con un simple cálculo mental.
<b>2. Letra ignorada</b>	Ignora la presencia de la letra o no le da ningún significado. <i>Ejemplo:</i> Si se le pregunta el valor de $a + b + 2$ sabiendo que $a + b$ es igual a 27, el niño puede responder 29 sin pensar sobre el valor de $a$ o $b$ o la suma $a + b$ .
<b>3. Letra usada como objeto</b>	Se le asocia a la letra un objeto concreto. <i>Ejemplo:</i> Cuando a la expresión $3m + 7m$ se le asocia la frase “tres manzanas y siete manzanas”.
<b>4. Letra usada como incógnita específica</b>	Consideran las letras como un número desconocido y específico. <i>Ejemplo:</i> A la pregunta, ¿Cuál es el resultado de añadir 4 a $3n$ ? EL niño puede responder $3n + 4$ , $7n$ o $7$ . Los elementos se combinan sin tener en cuenta la presencia de la letra.
<b>5. Letra usada como un número generalizado</b>	La letra se ve como la representación de diferentes valores en lugar de uno solo. <i>Ejemplo:</i> Si se pregunta para que listen los valores de $A$ cuando $A + B = 10$ , ofrecen uno o varios números que cumplan la condición, pero no reconocen la necesidad de listar todos los valores.
<b>6. Letra usada como variable</b>	La letra se reconoce como un rango de valores no especificados. <i>Ejemplo:</i> Si se pregunta, ¿Qué es mayor $3n$ o $n + 3$ ? El

alumno es capaz de considerar todos los números, aunque pueda basarse en ejemplos específicos para tomar la decisión.

*Nota:* Estadios en la comprensión de variables. Godino et al. (2003, p. 814).

## **2. El signo igual**

La interpretación de la igualdad suele ser errónea en la comprensión de las ecuaciones. Diversos estudios muestran que el alumno tiende a interpretar el signo igual como la separación entre el problema y la respuesta. De esa forma, la igualdad  $2 + 3 = 5$  puede interpretarse como que la suma de dos más tres da como resultado cinco, en vez de la equivalencia entre las expresiones “ $2 + 3$ ” y “ $5$ ” (Godino et al., 2003, p. 815).

Un ejercicio común en la enseñanza de álgebra suele consistir en la búsqueda de un número que operado con otro dé un resultado, por ejemplo  $3 + \_ = 5$ . En este caso, la idea que adquiere el espacio en blanco es la de un valor único y no la de una variable. Es importante que el profesor tenga en cuenta la necesidad de dar oportunidades para ampliar el significado del signo igual y el uso de variables (Godino et al., 2003, p. 815).

## **3. El uso de notaciones**

Tanto en la enseñanza de álgebra como de aritmética se utilizan convenios ambiguos en el uso de notaciones. Esto implica una serie de dificultades en el aprendizaje del álgebra. A menudo se utilizan expresiones muy similares con significados muy diferentes (Godino et al., 2003, p. 816).

Por ejemplo, si analizamos el número 27 y la expresión  $2x$ , el 2 del 27 coincide con el lugar de las decenas, mientras que el 2 de la expresión  $2x$ , significa que el número 2 multiplica a la  $x$ . El signo de multiplicación se suele omitir con frecuencia y, cuando se incluye, suele ser confundido con la letra equis ( $x$ ). Esto deriva a veces en interpretaciones erróneas como pensar que  $2x$  es una palabra que significa “dos equis”, en vez de reconocer que el número dos multiplica a la variable equis. Otros errores similares pueden darse al manejar expresiones como  $27x$  (Godino et al., 2003, p. 816).

De la misma manera, en álgebra, la expresión  $ab$  significa el producto  $a \cdot b$ , pero en aritmética  $3 \cdot 5 \neq 35$ . Lo mismo sucede en casos como la expresión algebraica  $ab = ba$ , mientras que en aritmética, sin embargo, se tiene que  $35 \neq 53$  (Godino et al., 2003, p. 816).

En las operaciones con fracciones también suelen darse errores con la eliminación de denominadores de forma automática en situaciones donde no se deberían eliminar. Esto sucede a menudo con alumnos que poseen el conocimiento



instrumental y sin saber muy bien por qué, consideran que en una ecuación “los denominadores siempre se van” (Godino et al., 2003, p. 816).

### **3.4 El trabajo cooperativo en matemáticas**

#### ***a) Por qué diseñar metodologías cooperativas en matemáticas***

La asignatura de Matemáticas tiende a considerarse habitualmente como una materia que por su naturaleza debe ser aprendida en solitario. Sin embargo son varias las investigaciones que ponen de manifiesto el beneficio que se obtiene al tratar la construcción del conocimiento matemático a través de procesos de aprendizaje participativo y constructivista (Pons et al., 2008). Algunas investigaciones como la realizada por Pons et al. (2008), demuestran que el trabajo cooperativo en matemáticas puede llegar a mejorar el rendimiento académico en matemáticas de manera significativa sobre todo cuando los contenidos son parcial o totalmente novedosos.

Desde comienzos del siglo XXI, ya se conoce la importancia que tiene que el alumno sea el autor de su propio proceso de construcción del conocimiento. El grupo, como medio de trabajo, posibilita oportunidades idóneas de aprendizaje en este sentido, ya que en él los alumnos tienen la posibilidad de preguntar, discutir, rectificar, recibir nuevas ideas y resumir descubrimientos. El grupo hace posible que todos los alumnos alcancen el éxito y el progreso, gracias a la diversidad de las aportaciones que tienen lugar en los procesos de cooperación y además conforma un mecanismo de apoyo social fundamental para el aprendizaje de las matemáticas (Robertson, Davidson y Dees, 1994, citado en Pons et al., 2008).

#### ***b) Ideas clave para el aprendizaje cooperativo***

El trabajo cooperativo necesita ser diseñado de forma que cumpla con su propio objetivo y para ello debemos tener en cuenta algunas ideas clave que nos ayudarán a entender y configurar procesos de aprendizaje efectivos. En el Cuadro N° 6 se resumen nueve ideas clave que Pujolás (2008) propone para atajar las cuestiones o problemas habituales que surgen en el momento de estructurar una actividad de forma cooperativa.

**Cuadro N° 6. Nueve ideas clave sobre el trabajo cooperativo.**

<b>1</b>	Las escuelas y las aulas inclusivas son imprescindibles para configurar una sociedad sin exclusiones.
<b>2</b>	Hay que saber gestionar la heterogeneidad de un grupo clase, en lugar de ignorarla o reducirla.

3	Introducir el aprendizaje cooperativo equivale a cambiar la estructura de aprendizaje en un aula.
4	La cohesión del grupo es una condición necesaria, pero no suficiente, para trabajar en equipos cooperativos dentro de la clase.
5	La estructura cooperativa asegura la interacción entre los estudiantes de un equipo.
6	El aprendizaje cooperativo es también un contenido que hay que enseñar.
7	El aprendizaje cooperativo facilita y potencia el desarrollo de algunas competencias básicas.
8	El grado de cooperación de un grupo depende del tiempo que trabajan juntos y la calidad del trabajo en equipo.
9	El aprendizaje cooperativo es una forma de educar para el diálogo, la convivencia y la solidaridad.

*Nota:* Nueve ideas clave sobre el trabajo cooperativo. Fuente: Pujolás (2008, p.14).

### ***c) Aspectos a considerar en el diseño de una actividad cooperativa***

Para empezar debemos considerar que nuestra actividad supondrá realizar cambios significativos en la configuración habitual de las actividades, pero también en las estructuras de los grupos de trabajo. También hay que tener presente la necesidad de enseñar a trabajar en equipo, no solo en las clases de tutoría, sino también en las clases de matemáticas (Pujolás, 2008).

Como síntesis de las nueve ideas que Pujolás (2008) indica para tener en cuenta en el diseño de esta metodología cooperativa, en el Cuadro N° 7 se enuncian algunos aspectos relevantes.

**Cuadro N° 7. Aspectos para diseñar actividades de trabajo cooperativo.**

Aspecto	Como llevarlo a cabo
<b><i>Favorecer la autonomía del alumnado</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Comunicar previamente los objetivos de la unidad de trabajo.</li> <li>✓ Comunicar previamente los criterios de evaluación.</li> <li>✓ Enseñar a aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones nuevas.</li> </ul>
<b><i>Estructura de la actividad</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>Simple:</i> Durante una sesión.</li> <li>✓ <i>Compleja:</i> Llevan más de una sesión. Proyectos o grupos de investigación</li> </ul>
<b><i>Comenzar poco a poco</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Disponiendo pequeñas experiencias gratificantes de inicio con grupos esporádicos heterogéneos en todos los sentidos.</li> </ul>
<b><i>Clasificación de los elementos del grupo-aula</i></b>	<p>Mediante la técnica del test sociométrico se realiza una tabla para distribuir el aula en tres grupos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ○ Los más capaces (1/4 de la clase)</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>\Delta</math> El resto (2/4 de la clase)</li> <li>✓ <math>\square</math> Los más necesitados de ayuda (1/4 de la clase).</li> </ul>
<b>Organización de los elementos de grupo cooperativo</b>	<p>Es aconsejable realizar grupos de 4 y se pueden hacer dos tipos de distribución:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Heterogénea: <math>\circ + \Delta + \Delta + \square</math></li> <li>✓ Homogénea: para finalidades muy concretas agrupando elementos de la misma tipología. Puede ser muy estimulante en momentos puntuales.</li> </ul>
<b>Elementos esenciales de los equipos cooperativos</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Interdependencia positiva de <b>finalidades</b>.</li> <li>2. Igualdad de oportunidades para el <b>éxito</b>.</li> <li>3. Interdependencia positiva de <b>tareas, recursos y roles</b>.</li> <li>4. <b>Participación</b> igualitaria. Interacción cara a cara.</li> <li>5. Responsabilidad <b>individual</b>.</li> <li>6. <b>Autoevaluación</b> y objetivos de mejora.</li> </ol>

*Nota:* Aspectos para diseñar actividades de trabajo cooperativo. Fuente: Pujolás (2008).

Los aspectos enumerados en el Cuadro N° 7 no configuran una cuestión de todo o nada, sino el grado de cooperación que tendrán los equipos de trabajo. Con ellos podemos establecer unos condicionantes apropiados para que la actividad cooperativa resulte ser una interacción positiva y ayude a mejorar la construcción de los conocimientos a cada uno de los participantes del grupo.

Para finalizar es importante asumir el desempeño de un papel especial por parte del profesor. El profesor desempeñará un papel clave en este proceso interactivo del grupo (Ding, Li, Picco-lo y Kulm, 2007, Grassl y Mingus, 2007, citados en Pons et al. 2008). El trabajo cooperativo debe contar con un rol de profesor para servir de guía y orientador de la actividad que los alumnos deben llevar a cabo (Pons et al., 2008).

#### ***d) Técnicas para trabajar en grupo contenidos matemáticos***

Uno de los puntos que se deben atender cuidadosamente a la hora de diseñar el trabajo en grupo, es el número de alumnos que conformará cada grupo y el tipo de integrantes que incluirán. Chambers y Timlin (2013) insisten en configurar grupos acorde con las actividades que se van a desempeñar e insisten en la importancia de asociar y clarificar los roles que van a desempeñar cada uno de los integrantes dentro del equipo.

La importancia de estos roles viene dada por la necesidad de establecer una interdependencia positiva para la consecución de un fin común a través del trabajo en grupo. Existen muchas y muy variadas técnicas para disponer este tipo de

condicionantes en los trabajos cooperativos (Pujolás, 2008, p. 199). A continuación explicamos dos de ellas para ilustrar y desarrollar el presente trabajo.

### 1. Jigsaw

Chambers y Timlin (2013) recomiendan para trabajar contenidos matemáticos la técnica conocida como *Jigsaw*. Esta técnica puede aplicarse para configurar estructuras de actividades complejas, pero también puede considerarse la posibilidad de utilizarse en actividades simples que duren una sola sesión.

En el Cuadro N° 8 se exponen 10 sencillos pasos para aplicar esta técnica:

**Cuadro N° 8. Diez sencillos pasos para aplicar la técnica del Jigsaw.**

1.	Dividir a los alumnos en grupos
2.	Designar un líder. Inicialmente el más responsable del grupo.
3.	Dividir los contenidos en tantas partes como miembros tenga el grupo.
4.	Asignar a cada alumno una parte de los contenidos
5.	Dar un tiempo definido para leer cada uno lo suyo. No es necesario memorizar.
6.	Juntar en nuevos grupos a los expertos de cada tema para discutir entre todos las ideas principales de su parte y presentar lo que van a explicar.
7.	Lo alumnos vuelven al grupo de origen
8.	Cada estudiante presenta y explica su parte al resto del grupo.
9.	El profesor recorre de grupo en grupo observando el proceso e interviniendo en los problemas que puedan surgir. Es preferible que el líder sea el encargado de esta tarea.
10.	Se hace una evaluación y calificación del material obtenido al final de la sesión.

*Nota:* Diez sencillos pasos para aplicar la técnica del Jigsaw. Fuente: Aronson (2013).

### 2. Lápices al centro.

Esta técnica puede ser de utilidad para formar estructuras de trabajo cooperativo simple que duren no más una sesión (Pujolás 2008, p. 199). En el Cuadro N° 9 se explican los pasos para aplicar esta técnica.

**Cuadro N° 9. Pasos para aplicar la técnica de lápices al centro.**

1.	Dividir a los alumnos en grupos.
2.	Designar un líder. Inicialmente el más responsable del grupo.
3.	Asignar al grupo tantos ejercicios como miembros tenga el grupo.
4.	Asignar a cada alumno un ejercicio y establecer el orden de resolución.

5.	El estudiante responsable de su ejercicio lee y comentan la resolución entre todos.
6.	Una vez que todos lo tienen claro, cada uno resuelve su ejercicio de forma individual

*Nota:* Pasos para aplicar la técnica de lápices al centro. Fuente: Pujolás (2008).

### **3.5 Las redes sociales para la educación**

#### ***a) Por qué usar redes sociales***

Como ya se demuestra a través de numerosos estudios (Gomez et al., 2011, Echeburúa et al., 2010 y EFE, 2013) las redes sociales son a día de hoy una herramienta de comunicación muy presente en la vida de nuestros alumnos. El beneficio que aporta la realización de actividades cooperativas en el aula de matemáticas, hace que nos planteemos la posibilidad de utilizar las redes sociales como medio para diseñar actividades en grupo.

Estudios como el de Suárez (2010) hace que podamos pensar en el beneficio adicional que puede aportar una metodología cooperativa a través de estas herramientas de comunicación, por la condición de interacción asincrónica que ofrecen. Esta característica añade a la actividad cooperativa básica una oportunidad temporal y espacial mediante la cual los alumnos pueden regular y reconfigurar sus oportunidades y estrategias de participación (Suárez, 2010, p.62).

La interacción escrita en entornos asíncronos ofrece la posibilidad de medir la acción de cada participante. Por tanto, es un espacio con buenas posibilidades tanto para ejercer el control y evaluación de las actividades, como para guiar y orientar la propia interacción. La presencia del texto en la cooperación, añade un plus a la interacción al generar un tiempo de escritura flexible, pausado e íntimo que confiere a la cooperación una nueva característica (Suárez, 2010, p.64).

Los servicios existentes de redes sociales ocupan un nivel superior en cuanto a comunicación. Son sistemas ideales a partir de los cuales se pueden organizar, gestionar y compartir un sinfín de herramientas y recursos con objetivos pedagógicos. La educación no puede permanecer ajena a los beneficios que esta herramienta puede aportar (de Haro, 2010a).

#### ***b) Que tipología de redes son las más apropiadas***

En España son muchas y muy variadas las redes que usan los alumnos con frecuencia, sin embargo cada una de ellas ofrece unas posibilidades distintas. A la hora de diseñar una actividad a través de estas herramientas de comunicación deberemos

tener muy en cuenta tanto el tipo de actividad que queremos llevar a cabo, como el tipo de alumnos a quienes va dirigida la actividad.

Actualmente, Facebook y Tuenti son de los servicios de redes sociales más usados por los alumnos españoles en los momentos de ocio. Estudios como el de Gomez (2011), afirman que a día de hoy estas redes sociales conforman entornos de aprendizaje no presencial muy interesante a través de numerosos diálogos, debates, etc. Uno de los detalles más interesantes es la capacidad que tienen para conformar comunidades cooperativas, igualitarias y participativas, frente a actitudes individualistas y competitivas.

Sin embargo, de Haro (2010a), quien ha investigado ampliamente la aplicación de las redes sociales en la educación, afirma que las redes sociales verticales son las más apropiadas, ya que permiten a los usuarios crear sus propias redes independientes del resto de usuarios del servicio. Esta característica cubre los problemas que pueden derivarse de la falta de privacidad que se da en las redes horizontales (de Haro, 2010b).

### **c) Usos educativos de las redes sociales**

Dada la flexibilidad que tienen las redes sociales, podemos tener un número de aplicaciones realmente amplio y variado. Cada docente puede darle el uso que más le convenga según sus necesidades, teniendo la posibilidad de configurar actividades diversas y creativas más allá de la simple capacidad para comunicar. En el Cuadro N° 10 quedan reflejados algunos ejemplos de uso.

**Cuadro N° 10. Ejemplos de uso de una red social.**

<b>Uso</b>	<b>Descripción</b>
<b>Redes de asignaturas</b>	Para establecer diálogo sobre la asignatura, consultar dudas, realizar trabajos, etc.
<b>Redes de centros y grupos</b>	Generar la red social de todo un colegio, academia o universidad para crear el sentimiento de pertenencia a una comunidad
<b>Lugar de consulta y actividades</b>	Lugar privado de contacto para los alumnos y el profesor de su asignatura donde aprovechan para preguntar dudas sobre la materia, consultan las notas de un examen, etc.
<b>Tablón de anuncios</b>	Como espacio para anunciar todas las tareas, trabajos, deberes, etc.
<b>Grupos de alumnos</b>	Grupos aislados de alumnos para discutir en sus propios foros, compartir información e ir elaborando trabajo conjuntamente.
<b>Tutorización de trabajos</b>	Para trabajos realizados en grupo, el profesor puede pertenecer a cada uno de los grupos para poder orientar en el desarrollo de la actividad.

*Nota:* Ejemplos de uso de una red social. Fuente: de Haro (2010b, p.6).

#### ***d) Matrices de evaluación***

El trabajo cooperativo a través de las redes sociales puede llegar a constituir una actividad compleja con muchos aspectos a evaluar. La ventaja que podemos encontrar a través de este tipo de plataformas de comunicación es la facilidad con la que podemos observar el proceso y los resultados de la interacción entre los alumnos de un grupo (Suárez 2010).

Las matrices de evaluación, también conocidas como rúbricas, permiten evaluar las actividades realmente complejas. Este método propuesto por de Haro (2010a, p. 84) dentro del aprendizaje basado en problemas (ABP), consiste en la construcción de una tabla donde podemos listar las categorías de elementos que queremos evaluar. De esta forma nos forzamos a observar el resultado obtenido no solo en el aspecto matemático sino también en el proceso de cooperación llevado a cabo por cada participante.

Las rúbricas también son un buen instrumento que se puede dar a conocer de antemano al alumno, para que éste sepa qué es lo que se espera de él. Podemos elaborarlas de manera muy sencilla mediante cualquier procesador de textos o con la ayuda del servicio Rubistar (ALTEC, 2008), que cuenta con un asistente muy sencillo para crearlas. También permite búsquedas simples por palabras clave para reutilizar rúbricas ya creadas por otros profesores y que luego podemos modificar y adaptar a nuestra actividad.

## **4. Estudio de campo**

### **4.1 Justificación**

La realización del presente trabajo viene motivada por la experiencia llevada a cabo en el período de prácticas de este máster universitario en el colegio Madre de Dios. Durante su realización se pudo observar un uso amplio de las metodologías de trabajo cooperativo en las actividades de aula en la asignatura de matemáticas.

El centro cuenta con un amplio número de recursos informáticos y telemáticos proporcionados por el programa Escuela 2.0 (Eskola 2.0 en la CAPV). Además, recientemente han implantado una plataforma de red social que este mismo año empieza a funcionar en toda la comunidad educativa de la Educación Secundaria (alumnado, profesorado y familias).

El trabajo de campo en este contexto será fundamental para recoger datos relevantes de esta realidad educativa. Datos acerca de sus experiencias con el trabajo cooperativo, del uso de redes sociales y de la enseñanza de sistemas de ecuaciones y los problemas que se hayan podido observar. Estos datos serán de utilidad para poder enfocar un diseño adecuado de la propuesta didáctica.

### **4.2 Objetivos del trabajo de campo**

El objetivo principal del trabajo de campo es recoger información directa del contexto educativo al que vamos a orientar la propuesta didáctica. Para conseguirlo se han perseguido los siguientes objetivos específicos:

- ✓ Extraer información sobre las características del alumnado y el nivel de conocimientos previos en sistemas de ecuaciones del grupo de 4º de ESO seleccionado.
- ✓ Extraer información sobre las dificultades habituales encontradas en la didáctica de sistemas de ecuaciones.
- ✓ Extraer información sobre las experiencias llevadas a cabo en la clase de matemáticas con el trabajo cooperativo.
- ✓ Extraer información sobre la experiencia llevada a cabo hasta ahora con la nueva red social.



### 4.3 Metodología y materiales empleados

Para poder realizar la extracción de datos en el tiempo disponible, se ha optado por la realización de entrevistas estructuradas a tres agentes educativos distintos del centro. Se ha considerado una metodología apropiada por facilitar la recolección de los aspectos cualitativos y prácticos que interesan a este trabajo en el tiempo disponible. Además permite de manera espontánea adentrarnos en la realidad educativa seleccionada.

Para encaminar adecuadamente las herramientas empleadas a la consecución de su fin, primeramente se ha consultado la posibilidad de realizar esta investigación de campo a la dirección del centro. Una vez aceptada la propuesta por parte de la dirección, se ha solicitado la participación voluntaria a través de un correo electrónico a cada uno de los destinatarios. En él se les ha planteado a los entrevistados la situación y el objetivo del trabajo de campo. Además se les ha solicitado la cesión del consentimiento para tratar las respuestas en apoyo a la elaboración de este trabajo, asegurándoles la protección de su anonimato así como la confidencialidad en el tratamiento de sus respuestas.

Para lograr la consecución de los objetivos en el tiempo disponible se han realizado tres entrevistas estructuradas dirigidas y orientadas tal y como se muestra en la Cuadro N° 11.

**Cuadro N° 11. Relación de destinatarios y objetivos de la entrevista.**

Destinatario	Datos que interesan extraer
<b>Tutor de Matemáticas de 4º de ESO</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Características generales del grupo elegido.</li><li>• Nivel de conocimientos previos de los alumnos en sistemas de ecuaciones.</li><li>• Dificultades encontradas en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones.</li><li>• Experiencias con el trabajo cooperativo.</li><li>• Experiencia con la nueva red social.</li></ul>
<b>Tutor de Tecnología de 4º de ESO</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Nivel de conocimientos previos de los alumnos con el uso de TIC.</li><li>• Experiencias con el trabajo cooperativo mediante el uso de TIC.</li><li>• Experiencia con la nueva red social.</li></ul>
<b>Director pedagógico</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Feedback general de la práctica docente realizada hasta ahora con la nueva plataforma de red social.</li><li>• Dificultades formativas percibidas en la comunidad educativa para integrar la red social en los procesos de aula.</li><li>• Impacto percibido sobre la participación de las familias en el</li></ul>

proceso de aprendizaje de sus hijos.

*Nota:* Relación de destinatarios y objetivos de la entrevista. Fuente: elaboración propia.

Cada entrevista consta de una batería de preguntas no muy extensa y las respuestas se han recogido mediante el uso de un Smartphone. Posteriormente se ha tratado el material digitalmente para transferir la información obtenida y posibilitar un análisis de resultados.

Dada la abundante cantidad de datos que se han recogido en las entrevistas realizadas, para facilitar el análisis de los resultados, se ha realizado una reducción de datos para simplificar y resumir la selección de información de manera que se haga abarcable y manejable (Gómez y Jiménez, 1996). Para ello se han organizado los datos obtenidos según las temáticas que nos han interesado para así poder facilitar la elaboración de las conclusiones.

## 4.4 Marco contextual del trabajo de campo

### a) Descripción del contexto del colegio

El contexto elegido es un grupo de 4º de ESO del colegio Madre de Dios. En la siguiente imagen se puede observar la ubicación del mismo.

**Imagen Nº 1: Ubicación del centro**



*Nota:* Ubicación del centro. Fuente: Google Maps (2013).

El barrio se podría definir como un barrio de clase predominantemente media. En el pasado era de una clase más orientada a la clase trabajadora, pero con los años se ha situado a un nivel mayoritariamente medio, donde existen muchos jóvenes con titulaciones universitarias en su mayoría y un alto índice de familias que tienen acceso a trabajos cualificados que requieren titulaciones superiores.

En los últimos años, se ha dado un asentamiento amplio de familias extranjeras de origen sudamericano o afroamericano en su mayoría y muchos de estos niños acceden a la enseñanza obligatoria en éste colegio. El perfil del alumnado es en su mayoría de origen español, encontrando cada vez más alumnos de origen extranjero y pudiendo encontrar un número amplio de alumnos con necesidades educativas especiales.

### ***b) Contexto de la entrevista***

La hora y el lugar de la entrevista ha sido fijada según la disponibilidad de los participantes. Dada la época escolar cercana a las evaluaciones finales, el entrevistador se ha desplazado al colegio para facilitar la participación de todos los entrevistados. Todas ellas se han realizado en aulas del colegio que estaban vacías a excepción de la entrevista del director pedagógico que se realizó en su propio despacho.

El ambiente de realización de las entrevistas ha sido cordial y cercano, lo que hace que la fiabilidad de la información recogida a través de la herramienta sea bastante aceptable.

## **4.5 Resultados**

### ***a) Entrevista al tutor de matemáticas***

En el cuadro siguiente se organiza la reducción de los datos obtenidos a través de la entrevista realizada el 04/06/2013 a la tutora de Matemáticas del grupo de 4º de ESO en la modalidad A del colegio Madre de Dios de Bilbao. En el cuadro se recogen los datos que se consideran importantes para tratar la temática elegida.

**Cuadro N° 12. Datos de la entrevista al tutor de Matemáticas.**

<b>Número de alumnos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 21</li> </ul>
<b>Modalidad de matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A</li> </ul>
<b>Edad de los alumnos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 15-16 años</li> </ul>
<b>Nivel de conocimientos de matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bastante malo en general.</li> </ul>
<b>Diversidad de la clase</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 alumnos con matemáticas de 3º suspendidas.</li> <li>• 1 alumna con diversificación curricular.</li> <li>• 1 alumna con problemas de dislexia y de comprensión de problemas.</li> </ul>
<b>Resultados obtenidos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy malos.</li> </ul>

<b>en matemáticas</b>	
<b>Motivación del alumnado</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy bajo. El alumno se considera que no sabe y que se le da mal la asignatura.</li> </ul>
<b>Conocimientos previos de sistemas de ecuaciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Es muy bueno en general.</li> <li>• Desde segundo de ESO se enseñan a fondo.</li> <li>• Es un apartado de la asignatura donde el alumno se encuentra más relajado.</li> </ul>
<b>Dificultades específicas con sistemas de ecuaciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Método de igualación y reducción son los que menos les gusta.</li> <li>• Suelen tener dificultades para llegar a la ecuación simplificada para aplicar los métodos de resolución.</li> <li>• El método gráfico no les gusta nada.</li> <li>• Les cuesta entender la naturaleza de las clasificaciones de sistemas al no aplicar el método gráfico.</li> <li>• Les cuesta resolver problemas con sistemas de ecuaciones por problemas de lectura e interpretación. Prefieren resolver a través de fórmulas o pasos de resolución mecánicos.</li> </ul>
<b>Metodología empleada con sistemas de ecuaciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las explicaciones se basan en los conocimientos previos.</li> <li>• Combinación de trabajo individual y cooperativo.</li> </ul>
<b>Recursos que emplean</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Libro para ejercicios de clase.</li> <li>• Fichas de refuerzo para trabajar en casa.</li> </ul>
<b>Participación del alumno en la construcción del conocimiento</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• No se da para esta asignatura y este grupo concreto.</li> <li>• El aprendizaje suele ser pasivo pero puntualmente trabajan en grupo de manera activa y participativa.</li> </ul>
<b>Criterios de evaluación de sistemas de ecuaciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Qué se evalúa: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Razonamiento lógico.</li> <li>○ Planteamiento de las ecuaciones en los problemas.</li> <li>○ Precisión y rigor del procedimiento empleado.</li> <li>○ Cumplir plazos de entrega de fichas.</li> <li>○ Cuaderno y fichas.</li> <li>○ Participación.</li> </ul> </li> <li>• Cómo se evalúa: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Evaluación continua: 40%</li> <li>○ Examen: 60%</li> </ul> </li> </ul>
<b>Frecuencia de uso del trabajo cooperativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aproximadamente el 25% de las actividades se realizan en grupo.</li> <li>• Como complemento.</li> </ul>
<b>Consideraciones positivas hechas sobre el trabajo cooperativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lo considera importantísimo.</li> <li>• Es la metodología con la que más aprenden.</li> <li>• Considera que lo ideal, si no fuera por la actitud del grupo, sería impartir la parte de teoría y seguidamente hacer que ellos pasen a construir el conocimiento.</li> <li>• La cercanía que les ofrece trabajar en grupo les hace comprender mejor los contenidos.</li> <li>• Entre ellos saben mucho mejor donde tienen las</li> </ul>

	dificultades para explicárselas mutuamente.
<b>Dificultades a la hora de aplicar trabajo cooperativo en el grupo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos hablan y lo asocian a pasarlo bien.</li> <li>• Dificultad de evaluar.</li> <li>• Aparecen los alumnos <i>parásitos</i> que no atienden pero preguntan a compañeros que realizan grandes esfuerzos por aprender. Éstos acaban obstaculizándoles y sin embargo consiguen sacar buena nota sin esfuerzo.</li> <li>• Cuando atiendes a un grupo es complicado controlar qué está pasando en el resto de grupos. Algunos se copian unos a otros.</li> </ul>
<b>Forma de evaluar el trabajo cooperativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se evalúa el proceso por encima de los resultados.</li> </ul>
<b>Uso de TIC en matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se cuelgan fichas de refuerzo en una plataforma digital del colegio.</li> <li>• No se utilizan mucho porque tiene muchas deficiencias de trabajo previo en matemáticas.</li> <li>• Uso del correo electrónico para alumnos que no se atreven con las dudas. También se ha dado el caso de utilizarlo como soporte externo a los alumnos que están en la universidad.</li> </ul>
<b>Experiencia con la nueva red social</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Casi nula.</li> <li>• Herramienta de implantación muy reciente.</li> </ul>

*Nota:* Datos de la entrevista al tutor de Matemáticas. Fuente: Elaboración propia.

### ***b) Entrevista al tutor de tecnología***

En el cuadro siguiente se organiza la reducción de los datos obtenidos a través de la entrevista realizada el 04/06/2013 al tutor de Tecnología del grupo de 4º de ESO del colegio Madre de Dios de Bilbao. En el cuadro se recogen los datos que se consideran importantes para tratar la temática elegida.

**Cuadro N° 13. Datos de la entrevista al tutor de Tecnología.**

<b>Nivel de conocimientos de los alumnos con las TIC</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medio bajo.</li> <li>• No son muy autónomos frente a nuevos entornos.</li> <li>• Conocen lo básico en cuanto a procesadores de textos.</li> </ul>
<b>Aspectos que se tratan en la asignatura a ese nivel</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ofimática en general.</li> <li>• Creación de Blogs y Páginas web.</li> </ul>
<b>Tratamiento de las redes sociales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lo tiene en la programación pero no se toca a lo largo del curso.</li> <li>• Ellos mismos lo buscan y lo usan de manera autónoma.</li> </ul>
<b>Frecuencia de uso del trabajo cooperativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Este año sí que han realizado trabajo cooperativo por el tipo de grupo.</li> <li>• Generalmente se evita esta metodología por la facilidad que tienen los trabajos de tecnología para ser copiados entre los alumnos.</li> </ul>

<b>Consideraciones positivas hechas sobre el trabajo cooperativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se opina que el trabajo cooperativo es fundamental.</li> </ul>
<b>Dificultades a la hora de aplicar trabajo cooperativo en el grupo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El trabajo cooperativo es fundamental, pero los alumnos no lo entienden como tal.</li> <li>• Uno de los problemas que se ve en su aplicación es la falta de responsabilidad que tienen los alumnos con cualquier tipo de trabajo. Ello hace que quien sepa mucho se acomode y quien no sabe nada vaya aprobando.</li> <li>• Aunque existan normas, los alumnos siempre tienden a ir a lo más fácil y quienes trabajan son capaces de ocultar la falta de cooperación por no entrar en conflicto.</li> <li>• Dificultades a la hora de evaluar.</li> <li>• Aunque disponga de plantillas para configurar un proyecto cooperativo con los roles de cada alumno y las fechas a las que se compromete, suele ser muy difícil saber quién ha hecho qué en realidad.</li> </ul>
<b>Experiencia con la nueva red social</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Casi nula.</li> <li>• Herramienta de implantación muy reciente.</li> <li>• Considera que existe la necesidad de educar en su uso correcto al alumno, para generar el pensamiento crítico.</li> </ul>
<b>Valoración sobre el uso pedagógico de las redes sociales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera positivo para acercarnos más al alumno y motivarle.</li> <li>• Si el contenido no es de su interés pueda acabar siendo igual de aburrido que con cualquier otra metodología.</li> <li>• Los alumnos pueden usarlas casi desde 2º de ESO.</li> </ul>

*Nota:* Datos de la entrevista al tutor de Tecnología. Fuente: Elaboración propia.

### **c) Entrevista al director pedagógico del centro**

En el cuadro siguiente se organiza la reducción de los datos obtenidos a través de la entrevista realizada el 04/06/2013 al director pedagógico del colegio Madre de Dios de Bilbao. En el cuadro se recogen los datos que se consideran importantes para tratar la temática elegida.

**Cuadro N° 14. Datos de la entrevista al director pedagógico del centro.**

<b>Datos sobre la implantación de la nueva red social</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Altas en la red: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Primaria: familias y profesores</li> <li>○ Secundaria: familias y profesores. La semana que viene se les da acceso a todos los alumnos de ESO</li> </ul> </li> <li>• Intención de que se genere una comunidad educativa con cualquier persona que tenga que ver con el colegio (profesores, alumnos, familias, proveedores, antiguos alumnos, etc.)</li> <li>• Implantación motivada por la necesidad de dar un espacio virtual seguro y aislado a grupos de todos los niveles (alumnos, clase, profesorado, familias, etc.)</li> <li>• Por el momento se utiliza tan solo a nivel de comunicación. El arranque se ha dado este último trimestre.</li> </ul>
<b>Cómo se asegura el</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La propia existencia de la red social autorregula el buen</li> </ul>

<b>buen uso de la red social</b>	<p>uso y control del funcionamiento.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A la hora entrar en la red se aceptan unos certificados de uso que incluyen las normas de trabajo a través de la red social.</li> <li>• En cada grupo que se genera, el administrador del grupo puede eliminar contenidos inapropiados e incluso expulsar grupos o usuarios del propio grupo.</li> <li>• El profesor tiene unos privilegios extra pero los propios alumnos pueden generar sus propios grupos.</li> </ul>
<b>Experiencias positivas llevadas a cabo con la red social</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En infantil la interacción es constante ya que los profesores son personas muy jóvenes con mucha facilidad de uso de la red. Comunicación directa familia-profesor.</li> <li>• En Primaria interactúan mucho las familias con los profesores. Incluso han llegado a organizar alguna actividad presencial en el aula impartida por padres.</li> <li>• En ESO es muy reciente.</li> <li>• La familia está más volcada en la marcha de las clases. Se está formando una ventana directa a lo que sucede en el aula.</li> </ul>
<b>Dificultades para diseñar actividades pedagógicas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los docentes no estamos en ese mundo.</li> <li>• Puede suponer un mundo hostil para el profesor. Genera desconfianza.</li> <li>• Los profesores más jóvenes lo usan sin problemas.</li> </ul>

*Nota:* Datos de la entrevista al director pedagógico del centro. Fuente: Elaboración propia.

## 4.6 Análisis de los resultados obtenidos

### *a) Características del alumnado y nivel de conocimientos previos*

Dentro de los objetivos de este trabajo de campo está la necesidad de evaluar las características y los conocimientos previos del grupo al cual está dirigida la propuesta didáctica. Esto nos permite adecuar la propuesta para que pueda ser llevada a cabo dentro del contexto elegido.

A la luz de los resultados del Cuadro N<sup>o</sup> 12, podemos afirmar que el grupo elegido es un grupo con un nivel de conocimientos en matemáticas bastante bajo. Sin embargo los contenidos elegidos no suponen un gran problema para ellos por haber sido tratados en profundidad desde el 2<sup>o</sup> curso de ESO. Con lo cual podemos considerar que los contenidos son adecuados para iniciar la puesta en práctica de una nueva metodología de trabajo cooperativo orientada a la participación y experimentación del alumno en la construcción del conocimiento matemático.

Como vemos, en el aula existen varios alumnos con necesidades educativas especiales. A pesar de que en general esta disciplina matemática no debería suponer un

gran esfuerzo para ellos, la metodología de trabajo cooperativo es apropiada para que los alumnos que tengan más dificultades, cuenten también con el apoyo de sus compañeros.

### ***b) Dificultades habituales en la didáctica de sistemas de ecuaciones***

La falta de motivación es uno de los principales problemas que tiene el alumnado con la asignatura en general, con lo que la didáctica de sistemas de ecuaciones por medio del uso de las redes sociales en combinación con una nueva modalidad del trabajo cooperativo, tiene grandes posibilidades de incidir positivamente en su actitud con la asignatura.

A la hora de diseñar las actividades y contenidos de la propuesta didáctica tendremos en cuenta cubrir la falta de motivación que muestran los alumnos frente al método de resolución gráfico de sistemas de ecuaciones lineales, dado que según avalan las teorías estudiadas, es necesario trabajar ambos modelos matemáticos de resolución para construir y experimentar el conocimiento en contextos diversos. Por otro lado, se intuye la necesidad de reforzar el trabajo en la resolución de problemas, dada la dificultad o falta de interés que muestran los alumnos para enfrentarse a esta fundamental aplicación de las matemáticas.

### ***c) El trabajo cooperativo***

Como podemos observar en la información de los Cuadros N° 12 y 13, el trabajo en grupo es una actividad que se da con cierta frecuencia en el aula de matemáticas. Ambos coinciden en el beneficio que aporta para la construcción del conocimiento. Sin embargo se perciben problemas en su aplicación que suelen estar relacionados con la evaluación de la actividad y el control o mecanismo para poder guiar adecuadamente las actividades. Llama la atención que, a pesar de crear condicionantes interdependientes para las actividades, los alumnos han buscado el camino para efectuar copias en los trabajos, aprovecharse de la ocasión y en definitiva no cooperar en la consecución de los objetivos de la actividad.

### ***d) Uso de redes sociales***

Como se puede observar en el Cuadro N° 14, el colegio Madre de Dios acaba de inaugurar una nueva plataforma de red social con la intención de mejorar la comunicación de toda su comunidad educativa. La implantación es todavía muy reciente para poder extraer conclusiones de buenas experiencias, sin embargo se



aprecia a día de hoy cómo está influyendo de manera muy positiva en las relaciones entre las familias y el profesorado de primaria.

Los alumnos de secundaria, según la información que refleja el Cuadro N° 13, como ya demostraban los estudios teóricos analizados previamente, muestran una buena disposición para usar este tipo de plataformas de forma autónoma.

Una de las dificultades para que los profesores pongan en práctica actividades pedagógicas a través de la red social, es la falta de uso que tienen en comparación con los alumnos. Como se puede observar, por el momento, ninguno de los entrevistados hace uso cotidiano de servicios de redes sociales. Sin embargo, según la información aportada por el Cuadro N° 14, los profesores de Primaria están consiguiendo un nivel alto de interacción con las familias de sus alumnos, habiendo conseguido en alguna ocasión que los propios padres intervengan y se motiven a participar en alguna actividad del grupo de sus hijos.

#### **4.7 Interpretación global de los resultados**

Al comparar los datos obtenidos con las teorías estudiadas en la primera fase del trabajo, vemos que la realidad educativa lejos de oponerse, corrobora el énfasis que hacen las teorías en todos los aspectos estudiados.

El hecho de que las teorías hagan especial hincapié en aspectos de la enseñanza del algebra como son la necesidad de construir conocimiento, participar y experimentarlo en contextos diversos, aplicarlo a la resolución de problemas de la vida cotidiana y favorecer la relación con los aspectos gráficos o geométricos, hace inevitable observar las deficiencias del grupo en ese sentido. Por ello no es raro pensar que tengamos la oportunidad de ofrecer una solución apropiada a las actuales necesidades de motivación que tienen los alumnos del grupo mediante el empleo puntual de una nueva metodología.

En vista de la problemática observada en las actividades de trabajo cooperativo, podemos observar en contraste con las teorías existentes, que el trabajo cooperativo no puede aplicarse sin un trabajo de desarrollo previo, clave para poder cumplir con su objetivo. Uno de los apartados en los que más inciden las teorías estudiadas, es la necesidad de tratar el trabajo cooperativo como un contenido más. Pero tampoco se puede obviar la problemática existente por parte del profesorado, para poder llevar a buen puerto la puesta práctica de este tipo de metodologías. Lo cual hace interesante una vez más la necesidad de establecer oportunidades para configurar algún mecanismo metodológico adicional que cubra esta problemática.

Las redes sociales por tanto pueden constituir un medio interesante para incidir de forma positiva en los aspectos problemáticos relacionados con la motivación del alumnado y el desempeño de la actividad de trabajo cooperativo. Sin duda, los beneficios que ya se están viendo en las etapas de educación primaria, hace que su progresivo desarrollo en la educación secundaria pueda aportar beneficios que poco a poco deriven en interesantes innovaciones pedagógicas.

El hecho de que el estudio realizado esté basado en una realidad educativa reducida y sin embargo, ésta encuentre apoyo a su problemática en las teorías extraídas de experiencias llevadas a cabo en contextos más amplios, permite la posibilidad de considerar que la propuesta didáctica que propone este trabajo, pueda servir también de solución a otros contextos educativos que motivaron la elaboración de las propias teorías.

## **5. Propuesta didáctica**

### **5.1 Presentación**

El tema elegido para esta propuesta didáctica es *Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas*.

Esta propuesta pretende ilustrar una metodología capaz de cubrir algunos aspectos problemáticos que se dan en la implantación del trabajo cooperativo incorporado el uso de una red social como complemento de la actividad, de forma que sirva de mecanismo de control y orientación de la actividad llevada a cabo en el aula.

Según el estudio de campo, los contenidos seleccionados no supondrán un nivel de dificultad demasiado alto para el alumno por lo que el alumno puede centrar más la atención en el novedoso proceso participativo que va a llevar a cabo en el aula y el docente tendrá oportunidades para regular y orientar la actividad cooperativa adecuadamente.

Es conveniente aclarar que la intención de esta propuesta es reflejar una metodología y no el diseño específico de una unidad didáctica, por lo que los puntos que se reflejan a continuación engloban los conceptos teóricos y prácticos estudiados hasta ahora con el fin de proporcionar una adecuada fundamentación conceptual.

Por lo tanto, las actividades así como las temporalizaciones que se indican en adelante, deben considerarse como un ejemplo para ilustrar y ayudar a la comprensión de la metodología. Para la elaboración de algunos puntos específicos de la propuesta se han tenido en cuenta algunas consideraciones hechas por Goñi y López (2011d, p. 125) sobre los elementos que conviene tener en cuenta a la hora de programar y planificar las actividades del aula.

### **5.2 Objetivos de la propuesta didáctica**

#### ***a) Objetivos generales***

Los objetivos generales corresponden con los objetivos extraídos del Decreto 175/2007 (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 364):

- ✓ Utilizar de manera autónoma y creativa, las herramientas propias del lenguaje y la expresión matemática para explicitar el propio pensamiento de manera clara y coherente, utilizando los recursos tecnológicos más apropiados.

- ✓ Razonar y argumentar, elaborando argumentos y justificaciones sólidas que les permitan justificar y presentar resultados y conclusiones, criticar rebatir otros argumentos o aplicarlos a nuevas situaciones.
- ✓ Plantear y resolver, de manera individual o en grupo, problemas extraídos de la vida cotidiana.
- ✓ Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos y de la comunicación (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para los cálculos como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones de índole diversa y, así mismo, para ayudar en el aprendizaje de las matemáticas.

### **b) Objetivos didácticos**

El objetivo didáctico es el instrumento que recoge de manera clara y precisa las intenciones educativas de la propuesta didáctica (Goñi et al., 2011d, p. 127). En el Cuadro N° 15 se muestran los objetivos directamente relacionados con los contenidos matemáticos que el alumno tiene que aprender.

**Cuadro N° 15. Objetivos didácticos.**

1.	Comprobar si un par de números es o no solución de un sistema de ecuaciones, argumentando la validez de los resultados de forma clara y precisa.
2.	Distinguir los tipos de sistemas, según la existencia o no de soluciones y el número de éstas, utilizando como argumento la representación gráfica de las ecuaciones.
3.	Resolver sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante cualquiera de los tres métodos analíticos: sustitución, igualación y reducción.
4.	Resolver sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante el método gráfico y experimentar la representación gráfica y modificación de los sistemas y sus soluciones a través de un programa informático.
5.	Plantear, resolver y representar problemas de la vida cotidiana a través de la elaboración de sistemas de ecuaciones.

*Nota:* Objetivos didácticos. Fuente: Elaboración propia.

### **c) Objetivos propios de la metodología**

Además de los objetivos planteados hasta ahora, en el Cuadro N° 16 se recogen los objetivos propios de la metodología.

**Cuadro N° 16. Objetivos propios de la metodología.**

1.	Comunicar al alumno los objetivos y los criterios de evaluación de la actividad cooperativa.
2.	Generar actividades de grupo donde se genere una interdependencia positiva.
3.	Guiar la actividad de trabajo cooperativo para asegurar la participación de todos los

	integrantes.
4.	Reflejar un uso sencillo de la red social, de manera que sea adaptable a cualquier entorno de red social.

*Nota:* Objetivos propios de la metodología. Fuente: Elaboración propia.

## 5.3 Competencias

A continuación se detalla la contribución que la propuesta didáctica presente hace a las competencias básicas que se establecen en el currículo detallado en el Decreto 175/2007 (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 11):

### 1. Competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud.

Utiliza el álgebra como recurso para expresar fenómenos y situaciones reales. Traduce problemas de situaciones reales al lenguaje algebraico. Resuelve problemas cotidianos con sistemas de ecuaciones.

### 2. Competencia para aprender a aprender.

Aplica lo que sabe para enfrentarse a nuevas situaciones o problemas. Analiza y critica los problemas resueltos. Aprende estrategias para investigar y aprender.

### 3. Competencia matemática.

Los contenidos elegidos contribuyen a la adquisición de la competencia matemática ya que forma parte del objetivo propio de aprendizaje, entre los que se encuentran por ejemplo, razonar matemáticamente, expresarse en lenguaje matemático y resolver problemas de la vida cotidiana.

### 4. Competencia en comunicación lingüística.

Es capaz de extraer información de una situación dada y transferirla a lenguaje algebraico, analiza un problema resuelto y describe el proceso seguido, entiende los enunciados de las actividades, expresa, defiende tanto por escrito como oralmente, las ideas y conclusiones personales.

### 5. Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital.

Utiliza internet para buscar información y elaborar conocimiento matemático. Emplea una red social para compartir y discutir información. Utiliza programas informáticos como recurso para construir su aprendizaje.

### 6. Competencia social y ciudadana.

Participa activamente en el trabajo en grupo cooperativo. Discute y valora puntos de vista de otros compañeros de clase. Desarrolla habilidades sociales para defender argumentos propios y valorar puntos de vista ajenos con el fin de desarrollar un trabajo en grupo.

#### **7. Competencia para la autonomía e iniciativa personal.**

Desarrolla el espíritu crítico a la hora de utilizar internet y las redes sociales para aprender. Cuestiona ideas y se enfrenta a prejuicios. Planifica estrategias y asume el reto de investigar para elaborar y transmitir su conocimiento.

### **5.4 Contenidos seleccionados**

Los tópicos seleccionados en la elaboración de esta propuesta han sido los siguientes:

- ✓ Definición de sistemas de ecuaciones. Soluciones.
- ✓ Clasificación de sistemas de ecuaciones: sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado y sistema incompatible.
- ✓ Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales: sustitución, igualación y reducción.
- ✓ Método gráfico de resolución.
- ✓ Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones.

La resolución de sistemas lineales de ecuaciones pertenece al mismo bloque temático de *Números y Álgebra* también presente en cursos inferiores. Su tratamiento engloba la puesta en práctica de varios conceptos matemáticos como son las operaciones matemáticas con números reales, las operaciones algebraicas, resolución de ecuaciones, la idea de variable, la idea de ecuación, interpretación gráfica de ecuaciones, soluciones de sistemas de ecuaciones y resolución de problemas.

### **5.5 Estructura cooperativa de la actividad**

Para diseñar esta propuesta didáctica, nos basaremos primeramente en la técnica de trabajo cooperativo recomendada por Chambers y Timlin (2013) conocida con el nombre de *Jigsaw*. Esta técnica se puede aplicar en actividades complejas que requieran más de una sesión de trabajo en grupo. Su funcionamiento se describe en el Cuadro N° 8.

Dependiendo de los contenidos a tratar, algunas actividades posteriores se configurarán por medio de una variante trasladada también al entorno de red social e inspirada en una estructura cooperativa simple llamada *Lápices al centro* (Pujolás, 2008, p. 199). Los pasos de aplicación pueden verse en el Cuadro N° 9.

## **5.6 Formación y rol de los grupos de alumnos**

### ***a) Grupo de clase y el rol del profesor***

El profesor será el encargado de la creación del grupo de clase en la red social. Este grupo estará integrado por todos los alumnos de clase y servirá para plantear los objetivos generales de la actividad y los criterios de evaluación que se tendrán en cuenta para evaluar el conjunto de la actividad.

Este grupo también servirá para resolver las dudas que puedan existir y para publicar los hitos que los alumnos deben cumplir para que la actividad se desarrolle dentro del tiempo disponible.

El profesor será el encargado de guiar todo el proceso. Su labor más importante será la de cuidar el buen funcionamiento de cada uno de los grupos de investigación. Para ello deberá realizar las tareas siguientes:

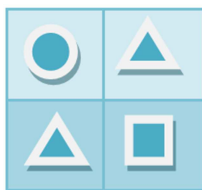
1. Decidir la formación de los grupos y los roles que desempeñará cada uno de los integrantes del grupo de trabajo
2. Explicar con claridad los objetivos que se pretenden llevar a cabo a través de la actividad.
3. Exponer con claridad los criterios de evaluación de la actividad.
4. Guiar y apoyar las aportaciones que se hacen a través de la red social.

### ***b) Grupo de trabajo cooperativo***

Los sistemas de ecuaciones se pueden resolver a través de cuatro métodos distintos, por lo que el profesor formará grupos de 4 alumnos cada uno. De esta manera podremos asignar a cada componente un papel de responsable en uno de los métodos de resolución.

Siguiendo las indicaciones de Pujolás (2008) sobre la formación de los equipos cooperativos, cuidaremos que cada grupo esté integrado siempre que sea posible por una configuración heterogénea como la reflejada en la imagen siguiente.

## Imagen N° 2: Configuración del grupo cooperativo



*Nota:* Configuración del grupo cooperativo. Fuente: Pujolás (2008).

● : Alumnos más capaces en todos los sentidos (rendimiento, motivación, etc.)

▲ : Resto de los estudiantes del grupo.

■ : Los alumnos más necesitados de ayuda.

A cada uno de los integrantes se le asignara el rol de responsable de su método de resolución:

- ✓ Alumno 1: Método de sustitución
- ✓ Alumno 2: Método de igualación
- ✓ Alumno 3: Método de reducción
- ✓ Alumno 4: Método gráfico

En caso que se tenga la necesidad de integrar algún alumno más, a éste se le puede asignar la parte de clasificación de los sistemas de ecuaciones, que en el resto de grupos se estudiará de manera conjunta. Otra opción para cuadrar los grupos con el número de alumnos de la clase, es hacer algún grupo de tres personas donde todos son los responsables del método gráfico.

El profesor asignará la responsabilidad de administrar este grupo a uno de los alumnos más capaces de cada grupo cooperativo. Su misión será la portavoz del grupo y además, deberá asegurarse de que todos los integrantes participen de manera adecuada para conseguir los objetivos de la actividad. Entre los integrantes también estará el profesor para poder ejercer de guía en todo el proceso.

### **c) Grupo de expertos**

Se deberá considerar la existencia del grupo temporal de expertos de una temática concreta para llevar a cabo la actividad de trabajo cooperativo Jigsaw.

El profesor asignará la responsabilidad de administrar estos grupos a los alumnos de la categoría de los más capaces que él considere más apropiados. Su misión será la de asegurarse que todos sus integrantes participen de forma adecuada y consiguen los objetivos de la actividad. Entre los integrantes también estará el profesor para poder ejercer de guía de todo el proceso.



## 5.7 Organización del aula

Teniendo en cuenta que esta metodología de trabajo cooperativo propone una nueva modalidad para cooperar a través de una red social, los alumnos, en un principio, podrán permanecer en su sitio habitual para poder desarrollar las actividades que se proponen.

También puede considerarse el hecho de juntar los grupos de trabajo físicamente en el aula, pero es aconsejable valorar el beneficio que puede aportar la separación física del alumno para cooperar, forzando a que cada integrante realice su actividad de manera autónoma, evitando así la posibilidad de que puedan darse negociaciones ocultas o la realización de copias. Esta forma de cooperar también será favorable para generar un ambiente de aula tranquilo, sin el alboroto causado por las diferentes discusiones que se dan habitualmente en cada grupo en las actividades cooperativas tradicionales.

## 5.8 La red social

Dentro de los servicios de redes sociales existentes, podemos encontrar un gran número de ellas orientada a la educación como es el caso de RedAlumnos (Casado, 2012). El colegio Madre de Dios ha puesto a disposición de este estudio, un acceso a su propia red social, la cual se ha podido comprobar que corresponde con un formato típico de red social vertical.

Sin embargo, se ha considerado importante que la elección de la herramienta no suponga ningún condicionante a la hora de abordar la metodología. Por ello se propondrá una actividad a través de una red social imaginaria que dispone de las funcionalidades que se detallan en el Cuadro N° 17.

### **Cuadro N° 17. Funcionalidades de la red social.**

1. Posibilidad de creación del perfil del alumno.
2. Posibilidad de creación del grupo de clase por parte del profesor.
3. Posibilidad de creación del grupo de trabajo cooperativo y de expertos por parte de los alumnos.
4. Disponibilidad de un muro o foro de discusión dentro de cada grupo.
5. Posibilidad de compartir material dentro de cada grupo: enlaces a páginas web, cualquier tipo de documento, enlaces a videos, etc.
6. Posibilidad de configurar notificaciones al correo electrónico cuando se dan nuevas aportaciones o comentarios sobre aportaciones realizadas.

7. Disponibilidad de un calendario con la posibilidad de indicar eventos dentro de los grupos.

*Nota:* Funcionalidades de la red social. Fuente: Elaboración propia.

## 5.9 Actividades y temporalización

A continuación se ofrecen algunos ejemplos concretos de actividades para ilustrar la aplicación de esta metodología. Las explicaciones tienen un carácter esquemático para centrar la atención en la aplicación de la metodología más que en la composición detallada de las actividades o ejercicios. En el *Anexo IV*, se propone algún ejercicio tipo para ilustrar como ejemplo de aplicación.

Dada la novedad de la metodología a través del uso de ordenadores y de la red social, se considera necesario dedicar una primera sesión a la preparación exclusiva de los grupos y a la aclaración del funcionamiento de la actividad que se va a llevar a cabo en el aula. En esta sesión el profesor compartirá y explicará con el grupo de clase a través de la red social, los objetivos y las instrucciones de las actividades, así como los criterios que se van a tener en cuenta para evaluar.

A continuación se escriben algunas actividades concretas. Éstas pueden servir de ejemplo para ser aplicadas y adaptadas a otros tópicos matemáticos.

### ACTIVIDAD 1: Los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

<b>Duración</b>	4 sesiones (50 minutos/sesión)
<b>Técnica</b>	Jigsaw a través de la red social
<b>Objetivo</b>	Realizar actividades de investigación para convertirse en el experto responsable del método de resolución que se le ha asignado.
<b>Recursos</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuatro sistemas propuestos por el profesor. El profesor preparará una colección de 4 sistemas distintos para cada modo de resolución. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uno de nivel básico, dos de nivel medio y uno de nivel avanzado (Ver ejemplos del <i>Anexo IV</i>).</li> </ul> </li> <li>2. Ordenadores (1 por cada alumno).</li> </ol>
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Sesión 1 (50 min.):</b></p> <p>Cada integrante debe investigar sobre su método de resolución para resolver los 4 ejercicios propuestos por el profesor.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Primeramente deberá organizar adecuadamente en un fichero de texto toda la información que considera necesaria para aprender a resolver los sistemas propuestos (páginas web, vídeos, etc.).</li> <li>• Una vez concluida la búsqueda de información, debe resolver en su cuaderno los 4 sistemas con su método de resolución, indicando claramente los pasos que ha llevado a cabo e indicando la comprobación de la solución.</li> <li>• Seguidamente deberá presentar en el grupo de expertos, la</li> </ul>

información que ha obtenido para aprender a resolver los sistemas de ecuaciones. Entre todos deberán discutir y compartir los recursos empleados para investigar.

- Finalmente, cada uno deberá dejar su documento con la información que considere más adecuada para explicárselo posteriormente a sus compañeros de grupo cooperativo.

#### **Sesión 2 (50 min.):**

Puesta en común con su grupo cooperativo para explicarse mutuamente la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con cada uno de los métodos. El responsable de cada método explicará y aclarará las dudas de sus compañeros a través de la red social, compartiendo los recursos que haya recopilado y utilizando los ejemplos que considere oportunos. Cada integrante deberá modificar y acordar con el resto de sus compañeros la información que deberá incluir el documento de texto con los recursos empleados. La actividad llevará el siguiente orden:

1. Exposición del método de sustitución.
2. Exposición del método de igualación.
3. Exposición del método de reducción.
4. Exposición del método gráfico.

#### **Sesión 3 (50 min.):**

Sesión dedicada a que cada alumno resuelva de manera individual en su cuaderno los de sistemas de ecuaciones por los cuatro métodos de resolución que han estudiado en la sesión anterior. Los alumnos expertos en cada método ayudarán al resto a resolver los problemas que encuentren en la resolución de los sistemas.

Todas las dudas se resuelven por medio de la red social. Si en esta fase, algún alumno tiene la necesidad de explicar algún concepto en papel a su compañero de grupo, deben comunicarlo al profesor y deben definir claramente en la red social la problemática encontrada y la explicación de la solución.

#### **Sesión 4 (50 min.):**

Sesión de presentación y repaso de la actividad.

En esta sesión, el portavoz o representante de cada uno de los grupos cooperativos, expondrán a toda la clase por medio de la red social, cuáles han sido los recursos más utilizados y cuáles han sido los problemas o mayores dificultades que han encontrado los integrantes en desarrollar la actividad. Los líderes de cada grupo deberán compartir con el resto de la clase los recursos de cada integrante, organizados adecuadamente en un fichero de texto. El profesor empleará la sesión para aclarar las dudas que propongan cada uno de los grupos y aprovechará para resolver y aclarar entre todos los problemas que se han podido observar en el desarrollo de la actividad.

## **ACTIVIDAD 2: Resolución y creación de problemas de la vida cotidiana**

<b>Duración</b>	2 sesiones (50 minutos/sesión)
<b>Técnica</b>	Lápices al centro a través de la red social
<b>Objetivo</b>	Interpretar, resolver y crear problemas de la vida cotidiana mediante el uso de los sistemas de ecuaciones.
<b>Recursos</b>	1. Cuatro problemas propuestos por el profesor. El profesor preparará una colección de 4 problemas distintos.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uno de nivel básico, dos de nivel medio y uno de nivel avanzado (Ver ejemplos del <i>Anexo IV</i>).</li> </ul> <p>2. Ordenadores (1 por cada alumno).</p>
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Sesión 1 (50 min.):</b></p> <p>A cada integrante se le asigna un problema y entre todos deberán encontrar la solución. Los problemas deberán resolverse en conjunto, uno a uno y en el orden propuesto. En cada problema se seguirán los pasos siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada uno lee el problema individualmente y plantea el sistema de ecuaciones en su cuaderno.</li> <li>• Según los van teniendo, los escriben en la red social, comparan y discuten con sus compañeros de grupo, qué sistema es el adecuado para representar el problema.</li> <li>• Discuten en la red social cual es el método más apropiado o recomendable para resolver el sistema.</li> <li>• Resuelven individualmente cada uno en su cuaderno y comprueban la solución asegurando a través de la red social que todos han conseguido entender el problema y la solución empleada.</li> </ul> <p><b>Sesión 2 (50 min.):</b></p> <p>Cada alumno debe pensar y escribir de manera individual un problema de la vida cotidiana para que resuelvan sus compañeros. Los problemas deberán resolverse en conjunto, uno a uno y en el mismo orden que se resolvieron los problemas de la sesión anterior. En cada problema se seguirán los pasos siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada uno lee el problema individualmente y plantea el sistema de ecuaciones en su cuaderno.</li> <li>• Según los van teniendo, los escriben en la red social, comparan y discuten con sus compañeros de grupo, qué sistema es el adecuado para representar el problema.</li> <li>• Discuten en la red social cual es el método más apropiado o recomendable para resolver el sistema.</li> <li>• Resuelven individualmente cada uno en su cuaderno y comprueban y discuten la solución a través de la red social.</li> </ul>

### ACTIVIDAD 3: Estudio de la clasificación de sistemas de ecuaciones

<b>Duración</b>	1 sesión (50 minutos/sesión)
<b>Técnica</b>	Lápices al centro a través de la red social
<b>Objetivo</b>	Clasificar los sistemas de ecuaciones propuestos en sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado o sistema incompatible, trabajando con el software libre GeoGebra (2013).
<b>Recursos</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuatro sistemas propuestos por el profesor. El profesor preparará una colección de 4 sistemas distintos. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uno de nivel básico, dos de nivel medio y uno de nivel avanzado (Ver ejemplos del <i>Anexo IV</i>).</li> </ul> </li> <li>2. El profesor ofrecerá algún recurso para poder investigar y estudiar los conceptos de clasificación de sistemas de ecuaciones (Ver ejemplo del anexo IV).</li> <li>3. Ordenadores (1 por cada alumno).</li> </ol>

**Desarrollo****Sesión 1 (50 min.):**

A cada integrante se le asigna un sistema de ecuaciones y entre todos deberán clasificar los sistemas propuestos por el profesor. Como ayuda deberán representar los sistemas gráficamente mediante el programa GeoGebra (2013). Los ejercicios deberán resolverse en conjunto, uno a uno y en el orden propuesto. En cada problema se seguirán los pasos siguientes:

- El encargado del problema consulta y discute con los compañeros de grupo, cuál es el mejor método de solución. Una vez acordado, lo resuelven cada uno a mano en su cuaderno de forma individual y comprueban y discuten la solución por medio de la red social.
- Seguidamente deberán representarlo cada uno gráficamente a través del programa GeoGebra en su ordenador.
- Clasificar el sistema de ecuaciones y compartir y argumentar las razones con sus compañeros.
- Cada uno manipula individualmente el sistema en Geogebra para ofrecer a sus compañeros otros 2 sistemas de ecuaciones con las otras clasificaciones existentes.

## 5.10 Evaluación

Debido a la complejidad de las actividades propuestas, a la hora de evaluar se propone la utilización de una matriz de evaluación. La rúbrica que proponemos se ha elaborado con la ayuda del servicio Rubistar (ALTEC, 2008). Mediante una sencilla búsqueda, hemos incorporado y adaptado a nuestro trabajo una rúbrica ya existente para evaluar sistemas de ecuaciones. En el Cuadro N° 19 del *Anexo VI*, se puede ver un ejemplo de la rúbrica que podemos emplear para evaluar las actividades.

Para poder evaluar los conceptos que se indican contamos con los siguientes instrumentos:

- ✓ Cuaderno de clase con los ejercicios resueltos.
- ✓ Archivo de texto con la recopilación de los recursos obtenidos de la actividad 1.
- ✓ Muro o foro de discusión con las interacciones realizadas por los participantes.

La evaluación será individual en base al proceso de trabajo observado y a los resultados obtenidos.

## 6. Aportaciones del trabajo

Como hemos visto a través de las investigaciones teóricas y del trabajo de campo realizado, el trabajo cooperativo conforma una actividad beneficiosa para el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo también se puede apreciar la importancia de gestionarlo adecuadamente para dar con un diseño de actividad eficaz donde asegurar un proceso con un grado de cooperación aceptable (Pujolás, 2008).

Las técnicas de trabajo cooperativo como las que se han descrito, configuran una participación bastante activa del sujeto. Parte de esta participación viene del simple hecho de cooperar con sus compañeros y parte por su combinación con el trabajo individual, donde además el alumno se encuentra aislado físicamente de su grupo para resolver de forma autónoma algunas de las actividades.

El profesor también cuenta con un entorno de comunicación escrito y asíncrono en el que podrá exponer de manera muy clara los objetivos y los criterios de evaluación. En caso de dudas por parte de los alumnos, el profesor siempre puede hacer referencia a los textos publicados para encaminar adecuadamente la actividad a su propósito y compartir las aclaraciones con todos los participantes.

Quizás una de las aportaciones que mejor se pueden apreciar en esta propuesta práctica es la aparición de un nuevo instrumento para guiar y evaluar. La red social permite al profesor ejercer de guía en los procesos cooperativos que se dan en cada uno de los grupos a través de la observación que puede hacer sobre los muros o foros de los grupos cooperativos. Esta oportunidad para enseñar a cooperar se verá apoyada por un ambiente de aula más relajado, puesto que no será necesario juntar físicamente los grupos de trabajo cooperativo en el aula.

Por otro lado, el hecho de que el alumno deba interactuar con sus compañeros por escrito, sabiendo que sus intervenciones conforman uno de los objetivos de la evaluación de la actividad, hace que éste tienda a esmerarse algo más en cada una de sus aportaciones.

## 7. Discusión

En la didáctica del álgebra es importante implantar metodologías donde el alumno tenga oportunidades para relacionar y experimentar el álgebra en contextos diversos a la par que aplicar los conocimientos en la resolución de problemas (Goñi, 2011c). Sin embargo no debemos menospreciar por ello la importancia de que el alumno adquiera destreza y precisión en el desarrollo de los algoritmos matemáticos, sobre todo en alumnos orientados a enseñanzas superiores. La aparición de errores matemáticos en los procesos de cálculo debe ser considerada como uno de los elementos a evaluar.

La metodología de trabajo cooperativo para el aprendizaje de matemáticas es un buen sistema para hacer que el alumno participe en la construcción del conocimiento matemático tal y como demuestran Pons et al. (2008) en su investigación. Sin embargo como pudimos observar en el periodo de prácticas en el colegio Madre de Dios, su preparación para ponerlo en práctica en el aula, parece estar afectado por la carga de trabajo o lo que es lo mismo por la falta de tiempo de la que dispone el docente para cuidar los aspectos importantes de su implantación.

Lo mismo puede suceder con el uso de las redes sociales para establecer actividades con fines pedagógicos. Hay que reconocer el enorme potencial que tienen para la educación y las buenas experiencias llevadas a cabo a través de este medio de comunicación (de Haro, 2010a). Sin embargo, no hay que olvidar que además del hándicap que supone para el profesor el escaso tiempo que tiene disponible para innovar, hay que añadir que a pesar de que estas redes sociales están basadas en un concepto sencillo y amigable web2.0, todavía hoy puede suponer un gran esfuerzo para el docente adquirir la soltura necesaria para diseñar y gestionar el proceso de estas actividades. Es un problema que el tiempo puede mejorar a medida que los docentes vayan compartiendo estas experiencias con el resto de la comunidad educativa.

## 8. Conclusiones

El trabajo cooperativo trae consigo enormes beneficios tanto para el aprendizaje de contenidos matemáticos como para el aprendizaje de habilidades, actitudes y valores necesarios para desempeñar un buen papel en la sociedad. Sin embargo, la realidad a la que se enfrentan hoy las comunidades educativas a la hora de disponer trabajos cooperativos eficientes y bien orientados, se ve muchas veces limitada por el contexto mismo de aplicación. La falta de tiempo, la cantidad de alumnos por aula y las dificultades a la hora de evaluar, entre otros, son muchas veces ejemplos de dificultades que pueden encontrarse en su aplicación y que contribuyen a disminuir el grado de cooperación de las actividades. Sin embargo, como puede observarse a través de las aportaciones realizadas por la propuesta didáctica, las redes sociales, incorporadas como medio para establecer actividades de trabajo cooperativo, aportan beneficios al proceso de enseñanza y aprendizaje de sistemas de ecuaciones.

El objetivo principal planteado al inicio de este documento era *la elaboración de una metodología de trabajo cooperativo a través de una red social, orientada a enseñar sistemas de ecuaciones en un grupo de 4º de ESO*. Para cumplir con este objetivo, ha sido necesaria la consecución de varios objetivos específicos enumerados a continuación.

En relación al primer objetivo específico, *conocer y exponer las características y las ventajas que aportan las redes sociales para establecer metodologías de trabajo cooperativo en matemáticas*, se han comprobado los beneficios que pueden obtenerse de la combinación de ambos elementos. A través del marco teórico se ha visto que el trabajo cooperativo aporta múltiples beneficios en el aprendizaje de contenidos matemáticos. Por otro lado, tal y como hemos podido comprobar tanto en el marco teórico como en la propuesta didáctica, las redes sociales son un medio de comunicación asíncrono que por sus características conforman un complemento ideal para cubrir algunos de los problemas de orientación y evaluación de la actividad cooperativa. Por tanto podemos afirmar que hemos cumplido con este primer objetivo.

En relación al segundo objetivo específico, *configurar una metodología apropiada que cumpla con los requisitos que establece la ley y que integre los aspectos importantes que sugieren las teorías existentes sobre la didáctica del álgebra*, se ha recogido información a través de diferentes obras y normativas sobre la importancia que tiene que el alumno pueda trabajar las matemáticas de forma participativa, dando oportunidades para experimentarlas en contexto distintos y aplicándolas a la



resolución de problemas de la vida cotidiana. Por tanto, podemos afirmar igualmente la consecución de este segundo objetivo.

En relación al tercer objetivo, *conocer y exponer los principales problemas a los que se enfrentan los alumnos en el aprendizaje de álgebra*, se han estudiado y comprendido por medio del marco teórico cuáles son las complicaciones que los alumnos tienen habitualmente en el aprendizaje del álgebra. Se ha observado la importancia de considerar las dificultades que se derivan de la transición del mundo de la aritmética al mundo del álgebra, para ayudar en los posibles errores que el alumno pueda cometer a la hora de interpretar el concepto de variable, el significado de ecuación y los posibles errores producidos por los convenios de notación. Además de eso, en el estudio de campo se ha podido comprobar que la resolución de problemas y el tratamiento del álgebra en otro tipo de lenguajes como puede ser el gráfico, es donde mayores dificultades de aprendizaje se dan. Por tanto podemos afirmar que este tercer objetivo también se ha cumplido.

En relación al cuarto y último objetivo específico, *investigar mediante un trabajo de campo el nivel de conocimientos previos, la experiencia y los problemas habituales encontrados en la didáctica de sistemas de ecuaciones, así como con el trabajo cooperativo en el contexto seleccionado*, se ha comprobado que los contenidos seleccionados son apropiados para implantar una nueva metodología. Según los resultados obtenidos y teniendo en cuenta las dificultades enumeradas en el párrafo anterior, los contenidos seleccionados no deberían suponer grandes dificultades para la puesta en práctica de una nueva metodología. Además, se ha observado la necesidad de introducir elementos que ayuden tanto a mejorar la motivación del alumnado con la asignatura de matemáticas como a mejorar el grado de cooperación de los grupos de trabajo. Por tanto, podemos afirmar el cumplimiento de este último objetivo.

A través de cumplimiento de estos cuatro objetivos específicos, se han podido reunir los fundamentos teóricos y prácticos para diseñar una propuesta didáctica que refleje la metodología propuesta. Por tanto podemos afirmar que finalmente hemos cumplido con el objetivo principal de este trabajo.

Como vemos, las redes sociales son un medio con muchas posibilidades para configurar nuevas metodologías de enseñanza. Además, conviene tener presente la amplia experiencia de los alumnos de secundaria en el uso de redes sociales. Nuestra labor es empezar a pensar en que no podemos obviar dicha realidad. De hecho, si lo analizamos bien, debemos comenzar a creer que ese fenómeno social debe constituir un nuevo compromiso en nuestra labor educativa para hacer que los alumnos aprendan a

utilizar dichas herramientas tecnológicas en su propio beneficio educativo, enseñándoles a operar con inteligencia y a desarrollar su pensamiento crítico.

## 9. Limitaciones del trabajo

Una vez visto el desarrollo llevado a cabo en el trabajo, se pueden tener en cuenta una serie de limitaciones que detallamos en este apartado.

1. El trabajo de campo que se ha realizado, ha operado sobre un contexto muy pequeño, lo cual lleva a pensar que los datos obtenidos no pueden representar toda la realidad educativa.
2. La propuesta didáctica contribuye a poder observar la aplicación de la metodología. Sin embargo, se entiende que la propuesta debería contar con una aplicación práctica real en un contexto similar al descrito en el estudio de campo. Esto permitiría analizar los resultados en un contexto educativo real y ayudaría a incorporar algunos detalles que podrían reforzar la propuesta haciéndola más completa.
3. El trabajo tampoco incluye un análisis del efecto que puede tener la metodología sobre el rendimiento del alumno en los contenidos matemáticos seleccionados.
4. La preparación y diseño de este tipo de propuestas didácticas, deben contar con unos tiempos de preparación por parte del docente que en vista de lo observado tanto en el período de prácticas, como en el trabajo de campo, se observa que es bastante reducido.

## **10. Líneas de investigación futura**

De cara a futuras investigaciones, sería conveniente ampliar el contexto manejado en el trabajo de campo. De esta forma podríamos enfocar una metodología más fácilmente exportable a otros contextos educativos.

Por otro lado también sería interesante analizar la aplicación de esta nueva metodología teniendo en cuenta otro tipo de técnicas cooperativas. En la actualidad se han realizado estudios suficientes que facilitan un gran número de técnicas con sus pasos de aplicación, fácilmente exportables a entornos de redes sociales.

De la misma manera se sugiere estudiar su aplicación sobre otros bloques de contenidos de la asignatura de matemáticas, otros niveles de enseñanza secundaria o incluso otro tipo de materias. El beneficio que puede aportar su uso en la asignatura de matemáticas, permite valorar la posibilidad de que también puedan sumarse el mismo tipo de beneficios a otras materias.

Para acabar, se puede considerar interesante estudiar la confección de nuevos recursos que ayuden a guiar en la aplicación de este tipo de metodologías. Materiales que simplifiquen y faciliten la preparación de este tipo de actividades sin que el docente deba realizar un uso desmedido de ese recurso tan preciado: el tiempo.

# 11. Bibliografía

## 11.1 Referencias

ALTEC (2008). Rubistar. Recuperado de <http://rubistar.4teachers.org>

Aronson, E. (2013). Jigsaw in 10 Easy Steps. Recuperado de <http://www.jigsaw.org/steps.htm>

Casado, Iñigo (2012). *La metodología del aprendizaje basado en problemas, con las redes sociales como herramienta educativa, para la enseñanza del bloque de funciones en 4º curso de ESO*. Trabajo Fin de Máster para obtener el grado de Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato por la Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). Recuperado de <http://reunir.unir.net/handle/123456789/703>

Chambers, P. y Timlin, R. (2013). *Teaching Mathematics in the Secondary School* (2ª edición). Londres: SAGE Publications.

de Haro, J. J. (2010a). *Redes sociales para la educación*. Madrid: Anaya Multimedia.

de Haro, J. J. (2010b). *Redes sociales para la educación. Ponencia para la jornada Educar para la Comunicación y la Cooperación Social*. 28 de mayo de 2010, Navarra. Recuperado de <http://www.slideshare.net/jjdeharo/redes-sociales-en-educacin-4237119>

Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Boletín Oficial del País Vasco (13 de Noviembre de 2007), núm. 218, pp. 26035-26074. Recuperado de [http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2459/es/contenidos/informacion/dif10\\_curriculum\\_berria/es\\_5495/f10\\_c.html](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2459/es/contenidos/informacion/dif10_curriculum_berria/es_5495/f10_c.html)

Echeburúa Odriozola, E., y Corral Gargallo, P. D. (2010). Adicción a las nuevas tecnologías ya las redes sociales en jóvenes: un nuevo reto. *Adicciones: Revista de sociodrogalcohol*, 22(2), 91-96. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3230123>

EFE (2013, enero 15). España, a la cabeza de la UE en riesgo de adicción por abuso de las redes sociales. *Agencia EFE*. Recuperado de <http://www.efe.com/efe/noticias/espana/patrocinada/espana-cabeza-riesgo-adiccion-por-abuso-las-redes-sociales/1/22/1947445>

- GeoGebra (2013). *International GeoGebra Institute*. Recuperado de <http://www.geogebra.org/cms/es/>
- Godino, J. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Universidad de Granada. Consultado el 13 de agosto de 2012. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7\\_Algebra.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf)
- Gómez Nieto, B. y Tapia Frade, A. (2011). Facebook y Tuenti: de plataforma de ocio a herramienta e-learning. *Prisma Social: revista de ciencias sociales*, (6), 238-260. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3686423.pdf>
- Gómez, G. R., Flores, J. G., y Jiménez, E. G. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: Aljibe. Recuperado de <http://media.utp.edu.co/institutoambiental2011/archivos/metodologia-de-la-investigacion-cualitativa/investigacioncualitativa.doc>
- Goñi, Jesús María (2011b). Las finalidades del currículo de matemáticas en secundaria y bachillerato. En Goñi, Jesús María (coord.) (2011a). *Didáctica de las matemáticas* (pp. 9-25). Barcelona: Editorial Grao.
- Goñi, Jesús María (coord.) (2011a). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Grao.
- Goñi, Jesús María (coord.) (2011c). *Complementos de formación disciplinar*. Barcelona: Editorial Grao.
- Goñi, Jesús María y López-Goñi, Irene (2011d). La programación como labor del docente de matemáticas. En Goñi, Jesús María (coord.) (2011a). *Didáctica de las matemáticas* (pp. 111-135). Barcelona: Editorial Grao.
- Instituto de Evaluación y Asesoramiento Educativo, Neturity y Fundación Germán Sánchez Ruipérez (2007). *Las tecnologías de la información y de la comunicación en la educación. Informe sobre la implantación y el uso de las TIC en los centros docentes de educación primaria y secundaria (curso 2005-2006)*. Madrid. Recuperado de <http://www.oei.es/tic/TICCD.pdf>
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 de mayo de 2006), núm. 106, pp. 17158-17207. Recuperado de <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>
- Ministerio de Educación (2010). *PISA 2009. Programa de Evaluación Internacional de los Alumnos. OCDE Informe español*. Madrid: Autor. Recuperado de [http://www.mcu.es/libro/docs/MC/Observatorio/pdf/PISA\\_espanol\\_2009.pdf](http://www.mcu.es/libro/docs/MC/Observatorio/pdf/PISA_espanol_2009.pdf)

- Ministerio de educación y CEDEC. *Web 2.0 y nuevas metodologías*. Recuperado de <http://www.slideshare.net/cedecite/web-20-y-aprendizaje-cooperativo>
- OCDE (2009). *Informe TALIS. La creación de entornos eficaces de enseñanza y aprendizaje. Síntesis de los primeros resultados*. Santillana Educación. Recuperado de <http://www.oecd.org/centrodemexico/medios/43058438.pdf>
- Pons, R. M., Serrano, J. M., y González Herrero, M. E. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de psicología*, 24(2), 253-261. Recuperado de <http://digitum.um.es/xmlui/handle/10201/8175>
- Proyecto de Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) (2013). Documento aprobado por el consejo de ministros (17 de mayo de 2013). Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/servicios-al-ciudadano-mecd/participacion-publica/lomce/20130517-aprobacion-proyecto-de-ley.html>
- Pujolás i Masset, P. (2008). *9 Ideas clave. El aprendizaje cooperativo* (Vol. 8). Barcelona: Graó.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773. Recuperado de <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>
- RedAlumnos (2012). *Tutorial v 1.1*. Recuperado de <http://www.redalumnos.com/help.php?s=usermanual>
- Suárez Guerrero, C. (2010). Aprendizaje cooperativo e interacción asincrónica textual en contextos educativos virtuales. *Pixel-Bit: Revista de medios y educación*, (36), 53-67. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3177965>
- Universidad Internacional de La Rioja (2013). *Contextualizar la investigación para un Trabajo Fin de Máster* (Tema 3). Documento inédito de la asignatura de “Innovación e investigación para la mejora de la práctica docente” del Máster en formación del profesorado de Educación Secundaria. Logroño: Autor.

## 11.2 Bibliografía complementaria

- Bru-Domingo, E. (2013). *Enseñanza del Álgebra en 4º de ESO usando Moodle*. Trabajo Fin de Máster para obtener el grado de Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato por la

Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). Recuperado de <http://82.223.209.184/handle/123456789/1805>

Cabero Almenara, Julio y Castañeda Quintero, Linda (2010). *Aprendizaje con redes sociales. Tejidos educativos para los nuevos entornos*. Sevilla: Editorial MAD.

Miranda, Ana, Fortes, Carmen y Gil, M<sup>a</sup> Dolores (2009). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Archidona (Málaga): Ediciones Aljibe.

Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. *RED. Revista de Educación a Distancia*, número monográfico II. Recuperado de <http://www.um.es/ead/red/M2/>

Rojano Ceballos, M. T. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. *Números*, (75), 5-20. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3323486>

The Algebra Project, Inc. (2013). *The Algebra Project*. Recuperado de <http://www.algebra.org/>



## **12. ANEXOS**

### **ANEXO I: Entrevista al tutor de la asignatura de Matemáticas**

Guía de preguntas al tutor de la asignatura de matemáticas del grupo de 4º de ESO:

1. ¿Cuántos alumnos tiene el grupo de matemáticas?
2. ¿Qué edad tienen aproximadamente?
3. ¿Cómo es la diversidad de la clase?
4. ¿Hay algún caso de NEE?
5. ¿Cómo son los resultados obtenidos en matemáticas hasta ahora?
6. ¿Cómo crees que es la motivación del alumnado con la asignatura de matemáticas?
7. ¿Cuál es su nivel de conocimientos de sistemas de ecuaciones?
8. ¿Cuál es su nivel de complejidad a la hora de realizar operaciones algebraicas?
9. ¿Resuelven sistemas de ecuaciones lineales sin problema con cualquiera de los tres métodos básicos de resolución?
10. ¿Resuelven con el método gráfico de resolución?
11. ¿Cuál es el método que más les gusta? ¿Cuál el que menos?
12. ¿Entienden la naturaleza de las clasificaciones de sistemas?
13. ¿Son capaces de aplicar sistemas de ecuaciones a problemas de la vida cotidiana?
14. ¿Cuáles dirías que son las dificultades principales que tienen los alumnos con los sistemas ecuaciones?
15. ¿Cuál es la metodología empleada para su enseñanza de sistema de ecuaciones?
16. ¿Participan los alumnos de manera activa en la elaboración de sus conocimientos de sistemas de ecuaciones?

17. ¿Qué criterios de evaluación empleas para evaluar a los alumnos sus conocimientos en sistemas de ecuaciones? ¿Se evalúa el trabajo y la participación en clase?
18. ¿Disponéis de actividades de trabajo en grupo o cooperativo?
19. ¿Con qué frecuencia se dan las actividades de trabajo cooperativo?
20. ¿Qué beneficios crees que aporta ese tipo de actividades en tus procesos de aula?
21. ¿Qué aspectos negativos crees que puede traer consigo la aplicación de esta metodología?
22. ¿Se evalúa el trabajo en grupo o cooperativo? ¿Cómo se evalúa?
23. ¿Cuáles consideras que son las mayores dificultades a la hora de evaluar el trabajo cooperativo?
24. ¿Con qué frecuencia haces uso de las TIC en la clase de matemáticas?
25. ¿Conoces la nueva red social de colegio? ¿Has utilizado alguna vez una plataforma similar como Facebook o Twitter?
26. ¿Cuál es el uso que sueles darle a la nueva red social actualmente?
27. ¿Tienes alguna experiencia que consideres positiva a través de este tipo plataformas?
28. ¿Encuentras algún aspecto negativo en el uso de las redes sociales?
29. ¿Has realizado alguna actividad didáctica con tus alumnos a través de una red social?
30. ¿Crees que tienes formación suficiente para elaborar propuestas didácticas a través de la TIC o de las redes sociales?
31. ¿Crees que tiene algún beneficio para tus alumnos el uso de las TIC o de las redes sociales?
32. ¿Crees que la red social puede mejorar el intercambio de buenas experiencias, recursos y metodología de aprendizaje entre los profesores? ¿Puede mejorar la comunidad educativa?

## **ANEXO II: Entrevista al tutor de la asignatura de Tecnología**

Guía de preguntas al tutor de la asignatura de tecnología del grupo de 4º de ESO:

1. ¿Cuál es el nivel de conocimientos de tus alumnos con el uso de la TIC?
2. ¿Qué tipo de actividades habéis realizado con herramientas 2.0?
3. ¿Disponéis actividades de trabajo en grupo o cooperativo?
4. ¿Con qué frecuencia se dan las actividades de trabajo cooperativo?
5. ¿Qué beneficios crees que aporta ese tipo de actividades en tus procesos de aula?
6. ¿Qué aspectos negativos crees que puede traer consigo la aplicación de esta metodología?
7. ¿Se evalúa el trabajo en grupo o cooperativo? ¿Cómo se evalúa?
8. ¿Cuáles consideras que son las mayores dificultades a la hora de evaluar el trabajo cooperativo?
9. ¿Conoces la nueva red social de colegio? ¿Has utilizado alguna vez una plataforma similar como Facebook o Twitter?
10. ¿Cuál es el uso que sueles darle a la nueva red social actualmente?
11. ¿Tienes alguna experiencia que consideres positiva a través de este tipo plataformas?
12. ¿Encuentras algún aspecto negativo en el uso de las redes sociales?
13. ¿Has realizado alguna actividad didáctica con tus alumnos a través de una red social?
14. ¿Crees que tienes formación suficiente para elaborar propuestas didácticas a través de la TIC o de las redes sociales?
15. ¿Crees que tiene algún beneficio para tus alumnos el uso de las TIC o de las redes sociales?
16. ¿Cuáles crees que son los cursos más apropiados para establecer actividades didácticas a través de la red social del colegio?

17. ¿Crees que la red social puede mejorar el intercambio de buenas experiencias, recursos y metodología de aprendizaje entre los profesores? ¿Puede mejorar la comunidad educativa?

## **ANEXO III: Entrevista al director pedagógico del centro**

Guía de preguntas al director pedagógico del centro:

1. ¿Quiénes utilizan actualmente la red social del colegio?
2. ¿Cuánto tiempo lleva funcionando la red social del colegio en la comunidad educativa de Educación Secundaria?
3. ¿Cómo se administra y se asegura el buen uso de la red social?
4. ¿Se han establecido algunos principios de uso de la red social? ¿Cómo?
5. ¿Qué uso se le está dando a la red educativa a nivel de profesorado?
6. ¿Qué uso se le está dando en relación a la gestión del centro?
7. ¿Interactúan las familias con la nueva plataforma?
8. ¿Sabes si se ha realizado alguna actividad pedagógica mediante el uso de la red social en ESO? ¿Podrías describir alguna actividad?
9. ¿Qué dificultades se aprecian en el uso pedagógico de la red social? ¿Cuáles crees que son las causas?
10. ¿Qué aspectos positivos crees que ha traído hasta ahora la implantación de la nueva plataforma educativa?
11. ¿Crees que hay algún aspecto negativo que deba cuidarse sobre el uso de la red social con los alumnos y la comunidad educativa en general?
12. ¿Existe alguna metodología para evaluar el funcionamiento general de la red social?
13. ¿Crees que la red social puede mejorar el intercambio de buenas experiencias, recursos y metodología de aprendizaje entre los profesores? ¿Puede mejorar la comunidad educativa?

## ANEXO IV: Ejercicios para las actividades de la propuesta

### ACTIVIDAD 1:

1.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} 2x + y + 6 = 0 \\ 5x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

4.

$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} - \frac{y-5}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2x - y \end{cases}$$

### ACTIVIDAD 2:

#### **Problema 1**

Mi madre ha comprado 6 kg de azúcar y 3 kg de café por un precio total de 8,4€. Si sabemos que el mes pasado pagó 4,8€ por 3 kg de azúcar y 2 kg de café, ¿Cuál es el precio del kilogramo de café y de azúcar?

#### **Problema 2**

Un crucero tiene habitaciones de dos tipos: dobles (2 camas) y sencillas (1 cama). En total tiene 47 habitaciones y 79 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

#### **Problema 3**

Un campo de forma rectangular tiene un área de 240dm<sup>2</sup>. La diagonal del campo mide en total 26m. Calcula sus dimensiones

#### **Problema 4**

Se sabe que una botella de Coca Cola de 1 litro cuesta 1€ y que una botella de 1 litro de ginebra cuesta 10€. El dueño de un bar desea vender cubatas de un cuarto de litro a 1€. ¿Qué cantidad de ginebra tiene que emplear?

### **ACTIVIDAD 3:**

Recursos para profundizar en la clasificación de sistemas de ecuaciones:

<http://www.vitutor.com/ecuaciones/sistemas/tipos.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=VFcRwUFnaoc>

Resolver y clasificar en sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado o sistema incompatible. Representarlo con Geogebra y manipulándolo gráficamente, ofrecer 2 sistemas con otras dos clasificaciones distintas.

1.

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 9 \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

4.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

## ANEXO V: Comparativa de enseñanzas mínimas

Cuadro N° 18. Comparativa de enseñanzas mínimas

	Real Decreto 1631/2006	Decreto 175/2007
<b>Contenidos</b>	Resolución gráfica y algebraica de los sistemas de ecuaciones. Resolución de problemas cotidianos y de otras áreas de conocimiento mediante ecuaciones y sistemas. Además de eso, se observa que estos contenidos se introducen por primera vez en el mismo bloque del tercer curso de ESO (BOE, núm. 5, 2007, p. 757)	Sistemas lineales de ecuaciones. Resolución gráfica y algebraica de los sistemas de ecuaciones. Además de eso, se observa que estos contenidos se introducen por primera vez en el mismo bloque del tercer curso de ESO (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 386).
<b>Criterios de evaluación</b>	Resolución de problemas de la vida cotidiana mediante el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas (BOE, núm. 5, 2007, p. 758).	Resolución de problemas de la vida cotidiana mediante el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 388).
<b>Actitudes</b>	No se especifican actitudes concretas dentro de la asignatura de Matemáticas	Valoración del trabajo en grupo como elemento básico para aportar y contraponer ideas en la resolución de problemas (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 385).
<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático.</li> <li>• Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.</li> <li>• Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática.</li> <li>• Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar, de manera autónoma y creativa, las herramientas propias del lenguaje y la expresión matemática para explicitar el propio pensamiento de manera clara y coherente, utilizando los recursos tecnológicos más apropiados.</li> <li>• Razonar y argumentar, elaborando argumentos y justificaciones sólidas que les permitan justificar y presentar resultados y conclusiones, criticar rebatir otros argumentos o aplicarlos a nuevas situaciones.</li> <li>• Plantear y resolver, de manera individual o en grupo, problemas extraídos de la vida cotidiana.</li> <li>• Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos y de la comunicación (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para los cálculos como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones de índole diversa</li> </ul>



	en el aprendizaje. (BOE, núm. 5, 2007, p. 752).	y, así mismo, para ayudar en el aprendizaje de las matemáticas. (BOPV, Suplemento al núm. 218, 2007, p. 364).
--	--	--

*Nota:* Comparativa de enseñanzas mínimas. Fuentes: Ministerio de Economía y Hacienda (BOE, núm. 5, 2007) y el Departamento de Educación, Política Lingüística y Cultura del Gobierno Vasco (BOPV, núm. 218, 2007).

## ANEXO VI: Matriz de evaluación

Cuadro N° 19. Matriz de evaluación individual

CATEGORÍA	4 Excelente	3 Muy bien	2 Aceptable	1 Mal
<b>Orden y organización</b> (10%)	El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada y organizada que es, por lo general, fácil de leer.	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El trabajo se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.
<b>Terminología matemática y notación empleada</b> (10%)	La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo que fue hecho.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación.
<b>Razonamiento matemático</b> (10%)	Usa razonamiento matemático complejo y refinado.	Usa razonamiento matemático efectivo.	Alguna evidencia de razonamiento matemático.	Poca evidencia de razonamiento matemático.
<b>Estrategia y procedimientos</b> (10%)	Por lo general, usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.
<b>Conceptos matemáticos</b> (10%)	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas.	La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no está escrita.
<b>Problemas resueltos</b> (10%)	Todos los problemas fueron resueltos.	Todos menos 1 de los problemas fueron resueltos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos.	Varios de los problemas no fueron resueltos.
<b>Errores matemáticos</b> (10%)	90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Casi todos (85-89%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	La mayor parte (75-85%) de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Más del 75% de los pasos y soluciones tienen errores matemáticos.

<b>Explicación (10%)</b>	La explicación es detallada y clara.	La explicación es clara.	La explicación es un poco difícil de entender, pero incluye componentes críticos.	La explicación es difícil de entender y tiene varios componentes ausentes o no fue incluida.
<b>Contribución Individual a la actividad grupal (20%)</b>	El estudiante fue un participante activo, atendiendo las sugerencias de sus compañeros y trabajando cooperativamente durante toda la lección.	El estudiante fue un participante activo, pero tuvo dificultad al escuchar las sugerencias de los otros compañeros y al trabajar cooperativamente durante la lección.	El estudiante trabajó con su(s) compañero(s), pero necesito motivación para mantenerse activo.	El estudiante no pudo trabajar efectivamente con sus compañeros/as.

*Nota:* Matriz de evaluación. Fuente: Rubistar (ALTEC, 2008).