



Universidad Internacional de la Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas
en Educación Secundaria y Bachillerato

El aprendizaje basado en problemas como metodología en ecuaciones de primer grado para estudiantes entre 13 y 14 años

Trabajo fin de estudio presentado por:	Edgar Antonio Gaitán Parra
Tipo de trabajo:	Propuesta didáctica
Director/a:	Irene Pitarch Andrés
Ciudad:	Duitama, Colombia
Fecha:	Febrero de 2023

Resumen

El trabajo que se presenta a continuación pretende mostrar una propuesta didáctica en la cual, estudiantes de edades entre 13 y 14 años asimilen los conceptos de matemáticas de forma atractiva y con sentido lógico, específicamente en el tema de ecuaciones de primer grado y usando la metodología del aprendizaje basado en problemas (ABP). Inicialmente, se realizan consultas sobre autores que hayan trabajado el ABP y la enseñanza de ecuaciones de primer grado, con el fin de revisar la metodología y adoptar la más adecuada, también se revisan los errores que los estudiantes cometen al solucionar ecuaciones y tenerlos en cuenta al momento de plantear las actividades. La propuesta incluye ocho sesiones que el profesor debe llevar a cabo para la enseñanza de los temas propuestos y en cada una se promueve el debate, la recolección y el análisis de información. Finalmente, para complementar la propuesta, se utiliza un problema sobre gastos de dinero en el mantenimiento de un automóvil de combustión interna como parte práctica en la verificación de las soluciones, es decir que los estudiantes desarrollarán problemas usando un paso a paso sugerido y luego, podrán afianzar su conocimiento comprobando los resultados obtenidos con datos reales. Como conclusión relevante, queda el hecho de que el aprendizaje basado en problemas es necesario abordarlo de manera integral pues ayuda a convertir un problema en un reto y a desarrollarlo de forma ordenada, fortaleciendo las competencias y habilidades de pensamiento, análisis, reflexión y proyección.

Palabras clave:

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), ecuaciones, trabajo en grupo, álgebra, educación secundaria.

Abstract

The work that is presented below aims to show a didactic proposal in which students between the ages of 13 and 14 assimilate the concepts of mathematics in an attractive way and with a logical sense, specifically in the topic of first degree equations and using Problems-Based Learning methodology (PBL). Initially, it were made consultations about authors who have worked on PBL and the teaching of first-degree equations, in order to review the methodology and choose the most appropriate, the errors that students make when solving equations are also reviewed and taken into account when planning activities. The proposal includes eight sessions that the teacher must carry out to teach the proposed topics and in each one the debate, collection, and analysis of information are promotes. Finally, to complement the proposal, a problem about spending money on the maintenance of an internal combustion car, like a practical part in the verification of the solutions, that is, the students will develop problems using a step by step suggested and then, they will be able to strengthen their knowledge by checking the results obtained with real data. As a relevant conclusion, there is the fact that problem-based learning needs approached in a comprehensive manner, since it helps to become a problem into a challenge and to develop it in an orderly manner, strengthening thinking, analysis, reflection, projection and skills thought.

Keywords:

Problems-Based Learning (PBL), equations, teamwork, algebra, secondary education.

Índice de contenidos

1. Introducción	9
1.1. Justificación	9
1.2. Planteamiento del problema.....	10
1.3. Objetivos del TFE	12
1.3.1. Objetivo general	12
1.3.2. Objetivos específicos	12
2. Marco teórico	13
2.1. Dificultades en la solución de ecuaciones de primer grado y problemas asociados.	13
2.2. Metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	15
2.3. Actividades para trabajar ecuaciones de primer grado y problemas.....	18
2.4. Experiencias similares de situaciones didácticas en la solución de ecuaciones de primer grado.	22
3. Propuesta didáctica	25
3.1. Presentación	25
3.2. Marco legislativo y contexto	25
3.2.1. Marco legislativo.....	25
3.2.2. Contexto.....	26
3.3. Objetivos	26
3.4. Contenidos	26
3.5. Competencias	27
3.5.1. Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología (CMCBCT)	28
3.5.2. Competencia Lingüística (CL)	28
3.5.3. Competencias Sociales y Cívicas (C SC).....	28

3.5.4.	Competencias Para Aprender a Aprender (CPAA)	28
3.6.	Metodología	28
3.7.	Temporalización	29
3.8.	Recursos	32
3.9.	Actividades	33
3.9.1.	Sesión 1: Presentación del ABP, conformación de grupos y explicación de roles. 33	
3.9.2.	Sesión 2: Contextualización del problema e identificación de conocimientos previos. 35	
3.9.3.	Sesión 3: Lluvia de ideas, planteamiento de respuestas e hipótesis.	37
3.9.4.	Sesión 4: Redacción del problema.....	38
3.9.5.	Sesión 5: Interacción con balanzas de platillos y usando las regletas de Cuisenaire 40	
3.9.6.	Sesión 6: Recopilación de información, desarrollo de plan de trabajo y solución 42	
3.9.7.	Sesión 7: Presentación de Informe sobre los resultados.....	43
3.9.8.	Sesión 8: Evaluación.....	44
3.10.	Evaluación	46
3.10.1.	Instrumentos de evaluación	46
3.10.2.	Tabla de evaluación de la propuesta de intervención	50
4.	Conclusiones.....	51
5.	Limitaciones y prospectiva	53
6.	Referencias bibliográficas	55
	Anexo A: Repaso sobre transposición de términos (Sesión 1).....	58
	Anexo B: Contextualizando y conocimientos previos (Sesión2)	59
	Anexo C: Entrenamiento de ecuaciones de primer grado con números enteros (sesión 2) ...	60

Anexo D: Proponer hipótesis y definir variable (sesión 3)	61
Anexo E: Paso del lenguaje verbal a lenguaje algebraico (sesión 3)	62
Anexo F: Uso de la balanza para solucionar ecuaciones (Sesión 5)	63
Anexo G: Informe final (sesión 6)	64
Anexo H. Test Final.....	66

Índice de figuras

Figura 1. Promedio OCDE vs resultados de Colombia en 2018.....	11
Figura 2. Desarrollo del proceso de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).....	15
Figura 3. Problema sobre ecuaciones de primer grado.....	20
Figura 4. Juego de la balanza.....	21
Figura 5. Balanza con polea.....	23

Índice de tablas

Tabla 1. Relación entre contenidos, criterios, estándares y competencias.....	27
Tabla 2. Cronograma de trabajo y sus contenidos	30
Tabla 3. Recursos	32
Tabla 4. Ficha de la sesión 1	34
Tabla 5. Ficha de la sesión 2	36
Tabla 6. Ficha de la sesión 3	37
Tabla 7. Ficha de la sesión 4	39
Tabla 8. Ficha de la sesión 5	41
Tabla 9. Ficha de la sesión 6	42
Tabla 10. Ficha de la sesión 7	44
Tabla 11. Ficha de la sesión 8	44
Tabla 12. Tabla de valoración actitudinal 1 (individual)	46
Tabla 13. Tabla de valoración actitudinal 2 (grupal)	47
Tabla 14. Tabla de valoración actitudinal 3 (grupal)	47
Tabla 15. Rúbrica 1, grupal usando la balanza.	48
Tabla 16. Rúbrica 2, informe final.....	48
Tabla 17. Rúbrica 3, Exposición de resultados	49
Tabla 18. Evaluación de la propuesta de intervención.....	50
Tabla 19. Autoevaluación	67

1. Introducción

Los diferentes temas de matemáticas tienen diversas formas de abordarlos y en este trabajo de fin de máster se atiende a una propuesta didáctica sobre ecuaciones de primer grado. Inicialmente, se exponen algunos aportes sobre los errores más comunes en la solución de ecuaciones, para que posteriormente, al ahondar en ellos, se intente superarlos de forma satisfactoria. A continuación, se realiza un análisis sobre la metodología seleccionada y su importancia en el desarrollo de actividades de aula, para que, en consecuencia y usando el aprendizaje basado en problemas, se diseñe una estrategia llamativa que promueva el interés de los estudiantes en la solución de ecuaciones de primer grado de tal forma, que la autonomía, el debate y el trabajo en equipo, motiven al estudiante a adquirir estos nuevos conocimientos. Por último, se exponen las conclusiones sobre la propuesta y las respectivas recomendaciones.

1.1. Justificación

Las matemáticas se continúan enseñando de forma similar desde hace mucho tiempo en la educación secundaria, primero se explica el tema y luego se solucionan ejercicios; pero, es necesario aclarar que generalizar es muy injusto porque seguramente habrá muchos docentes que intentan hacer de esta materia algo divertido y atractivo mientras investigan y aportan ideas nuevas que propendan por un aprendizaje más agradable y significativo. Sin embargo, si dichos docentes fueran mayoría, no tendríamos que ahondar tanto y preguntarnos continuamente, ¿por qué una buena cantidad de estudiantes se siguen frustrando con las matemáticas? o ¿Por qué es tan difícil lograr que la mayoría de estudiantes se muestren ávidos de conocimiento matemático?

Es entonces, cuando se hace necesario resaltar la importancia de la empatía entre el profesor y los estudiantes de secundaria e indagar qué los motiva a desarrollar sus actividades diarias, para que después, dichas actividades se modelen y transformen en situaciones que ayuden a solucionar determinado problema en la sociedad. Es por ello, que esta propuesta de trabajo de fin de máster, tiene como objeto abordar las problemáticas que presenta el alumnado en el aprendizaje de las ecuaciones lineales o de primer grado y la forma en que el docente puede profundizar en la satisfacción del estudiante cuando encuentra y verifica la solución de cada problema propuesto.

Alzate et al. (2013), en su artículo afirman que los errores evidenciados en álgebra por parte de los estudiantes son de bastante interés y preocupación en la educación matemática. Dichos errores y dificultades, se deben tener en cuenta en la resolución de ecuaciones de primer grado, pues se convierten en la herramienta esencial que producirá frustración y desánimo si no se utiliza de la forma adecuada, aun cuando el problema y su interpretación hayan sido bien planteados.

Muchos de los alumnos, inclusive, aquellos que tienen algún privilegio en matemáticas, encuentran dificultades al aprender álgebra, según Ruano et al. (2008). Es por esta razón que se debe ilustrar cada tema algebraico, de tal forma que el alumnado logre interiorizar los conceptos y se conviertan en su recurso fundamental en el desarrollo de ecuaciones de primer grado. Pero, ¿cómo hacerlo? Bueno, en primera medida, la buena actitud y disposición del profesor debe estar presente en cada momento, para que logre orientar de manera óptima a sus estudiantes en cada reto que se les indique, pero teniendo en cuenta que dichos retos, se pueden convertir en su motivación o en caso contrario, en su frustración. Luego, una buena estrategia de enseñanza y actividades preparadas ayudarán a sacar el mejor provecho de dicha actitud y potencializará el aprendizaje de los temas de forma organizada. Por último, la presentación de un problema que sea resuelto gracias a los procesos expuestos anteriormente y complementado con el trabajo en equipo y el debate puede ayudar a que las dificultades en la materia, sean menos notorias.

Por esto, usando el aprendizaje basado en problemas, se pretende llevar el conocimiento sobre ecuaciones de primer grado a un nivel de significancia que permita la satisfacción de entender el tema y la motivación para continuar con los siguientes desafíos que las matemáticas presentan.

1.2. Planteamiento del problema

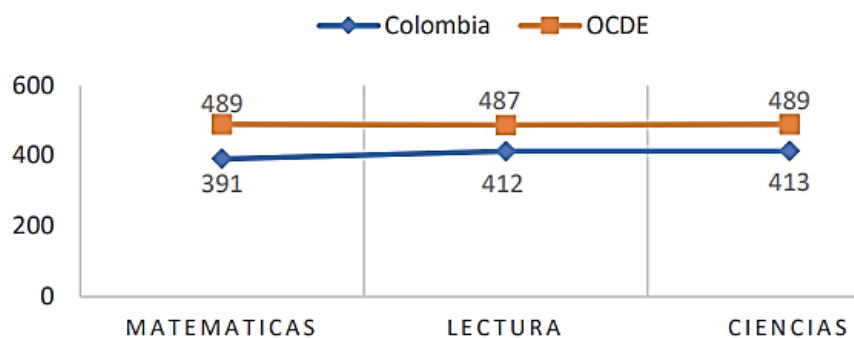
Las matemáticas como herramienta fundamental en el desarrollo de problemas sugieren tener conceptos claros que se van moldeando de forma progresiva en los estudiantes. Para el caso de secundaria se observa un cambio significativo al aplicar los contenidos relacionados con el álgebra, específicamente en problemas con ecuaciones de primer grado; las cuales requieren de un proceso lógico en su desarrollo determinado por los conocimientos previos en aritmética.

Desde la primaria, los números y las operaciones básicas se van exponiendo en cada problema de forma específica, y no dan espacio a la ambigüedad en su planteamiento, sin embargo, la situación cambia bastante cuando se llega al lenguaje algebraico generando confusión desde que se inicia el lenguaje verbal ya que, una frase puede tener demasiada información y un estudiante puede colapsar y llegar a su frustración al intentar plantear un problema de varias formas, todas incorrectas.

En la figura 1, Borrero (2020) muestra una gráfica, sobre los resultados de las pruebas PISA en Colombia, comparados con el promedio mínimo que la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) exige. El autor también afirma que, en la mayoría de casos, al solucionar problemas rutinarios no hay un razonamiento lógico por parte de los estudiantes.

Figura 1.

Promedio OCDE vs resultados de Colombia en 2018



Fuente: Adaptado de Borrero (2020), p.17

Se puede observar que en matemáticas los resultados son los más bajos y están muy por debajo del promedio, de ahí que, es necesario postular cada día nuevas estrategias por parte de los profesores con el fin de motivar a su alumnado en el desarrollo de problemas cotidianos de forma lógica.

Es por esto que se plantea la metodología de aprendizaje basado en problemas, de tal forma que el estudiante inicie la comprensión de las operaciones indicadas de forma autónoma, su planteamiento de problema y luego de forma cooperativa verifique sus resultados, a través de la retroalimentación y comparación de las metodologías alternas propuestas por sus compañeros.

Uno de los temas más relevantes en la solución de problemas es el manejo de la información inicial, la cual no es tan clara para el estudiante o es interpretada de una manera incorrecta o sencillamente no se percibe pues parece estar oculta. Por lo tanto, practicar, leer y plantear el problema por iniciativa propia genera una satisfacción al momento de desarrollarla ya que, desde el inicio se convierte en un propósito o en un reto.

1.3. Objetivos del TFE

1.3.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta de intervención educativa con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), para la enseñanza de ecuaciones de primer grado y la solución de problemas asociados a ellas, orientado a estudiantes de entre 13 y 14 años.

1.3.2. Objetivos específicos

- ❖ Estudiar las principales dificultades de los estudiantes en la solución de ecuaciones de primer grado y problemas asociados a ellas.
- ❖ Analizar la metodología basada en problemas aplicados en la enseñanza de ecuaciones de primer grado.
- ❖ Diseñar actividades que permitan trabajar las ecuaciones de primer grado y la solución de problemas.
- ❖ Indagar experiencias similares de situaciones didácticas en la solución de ecuaciones de primer grado propuestas por otros investigadores.

2. Marco teórico

2.1. Dificultades en la solución de ecuaciones de primer grado y problemas asociados.

Desde los inicios de la educación primaria, el conocimiento sobre propiedades de las operaciones se infunde de forma activa, sin embargo, hasta que se llega al tema de, álgebra, y en especial en ecuaciones, es donde se ven reflejadas dichas propiedades, pues implica un dominio de números enteros y su operatoria. Las dificultades y errores que cometen los estudiantes algunas veces se relacionan con el sistema educativo y las normas de enseñanza impuestas, las cuales determinan una limitación por parte del profesor en el aula y los procesos de interacción (García, 2010).

Las situaciones que plantean equilibrio y desequilibrio simulando la igualdad se vienen planteando desde primaria con un espacio, una incógnita o con un lugar faltante para rellenar, ya en secundaria, se pueden introducir fracciones que acompañen a la variable con lo cual se deben tener conocimientos de mínimo común múltiplo y máximo común divisor, conocimientos que en ocasiones no se tienen totalmente claros.

Sánchez (2014) enunciando a Palarea et al (1998) afirma que las dificultades asociadas a la complejidad de los objetos en álgebra operan en dos niveles:

- ❖ Semántico, el cual indica que los signos son dados con significados claros y precisos.
- ❖ Sintáctico, en el cual los signos pueden ser operados por medio de reglas sin significado.

En el caso semántico surge la dificultad de no estar inmersos en el mundo matemático y pensar que todos los problemas se solucionan de la misma manera, inclusive utilizando los mismos números, las mismas letras y olvidando la realidad matemática que radica en la similitud del proceso y la parte lógica de resolución, que a su vez, detalla las palabras claves y las organiza según la pregunta que se esté planteando.

Para el caso de las dificultades sintácticas se tiene en cuenta la falta de interés por parte del estudiante en el desarrollo de la tarea matemática y la predisposición generada por el pensamiento cultural errado de que las matemáticas son difíciles y exclusivamente para personas inteligentes.

De Moreno et al (1997), enuncian los errores más frecuentes en la solución de ecuaciones lineales con una incógnita:

- 1) El número que multiplique a la variable pasa al otro lado a restar en lugar de dividir.

$$\begin{aligned}3x + 1 &= 0 \\ x &= -1 - 3\end{aligned}$$

- 2) Cambiar el signo en un lado de la igualdad y dejando el otro lado intacto, con el fin de que la variable quede positiva.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } -3x + 4 = 2 & \text{b. } -3y = -1 \\ 3x = 2 - 4 & y = -1/3 \end{array}$$

- 3) Realizar la transposición de términos en orden incorrecto, sobre todo en operaciones racionales, en las cuales se debe sumar o restar antes de pasar a multiplicar un denominador.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } 5x/3 + 2 = 3 & \text{b. } \frac{4m-3}{2} = 6 \\ 5x + 2 = 9 & \frac{4m}{2} = 6 + 3 \end{array}$$

- 4) Al utilizar la propiedad clausurativa solo se aplica en un lado de la igualdad.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } 2x + 3 = 5 & \text{b. } 4x = 7 - 3 \\ 2x + 3 - 3 = 5 & \frac{4x}{4} = 7 - 3 \end{array}$$

- 5) Usar la propiedad distributiva de forma inadecuada, en la cual el factor solo afecta a uno de los términos o algunos términos, pero no a todos de la operación que está dentro del paréntesis.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } 2(x + 4) = 6 & \text{b. } 5(x + 2) = 15 \\ x + 8 = 6 & 5x + 2 = 15 \end{array}$$

- 6) Errores cometidos en las operaciones básicas.

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 2(-3x + 1) = 4 & \text{b. } 5y = -2 + 3 & \text{c. } x = 5/10 \\ 6x + 2 = 4 & 5y = -5 & x = 2 \end{array}$$

Todos estos errores se visualizan en los cursos donde se inicia el álgebra, pero pueden surgir por una percepción confusa desde la aritmética al momento de presentar las propiedades de los conjuntos numéricos. De otro lado, a pesar de que todos los errores expuestos anteriormente son muy comunes, entre ellos, se puede resaltar los ítems 3, 4 y 6 que contienen números racionales y sus operaciones, pues, son contenidos que en ocasiones

llegan hasta grados superiores sin tener un proceso lógico por parte del estudiante que olvida las propiedades básicas al operar dichos números.

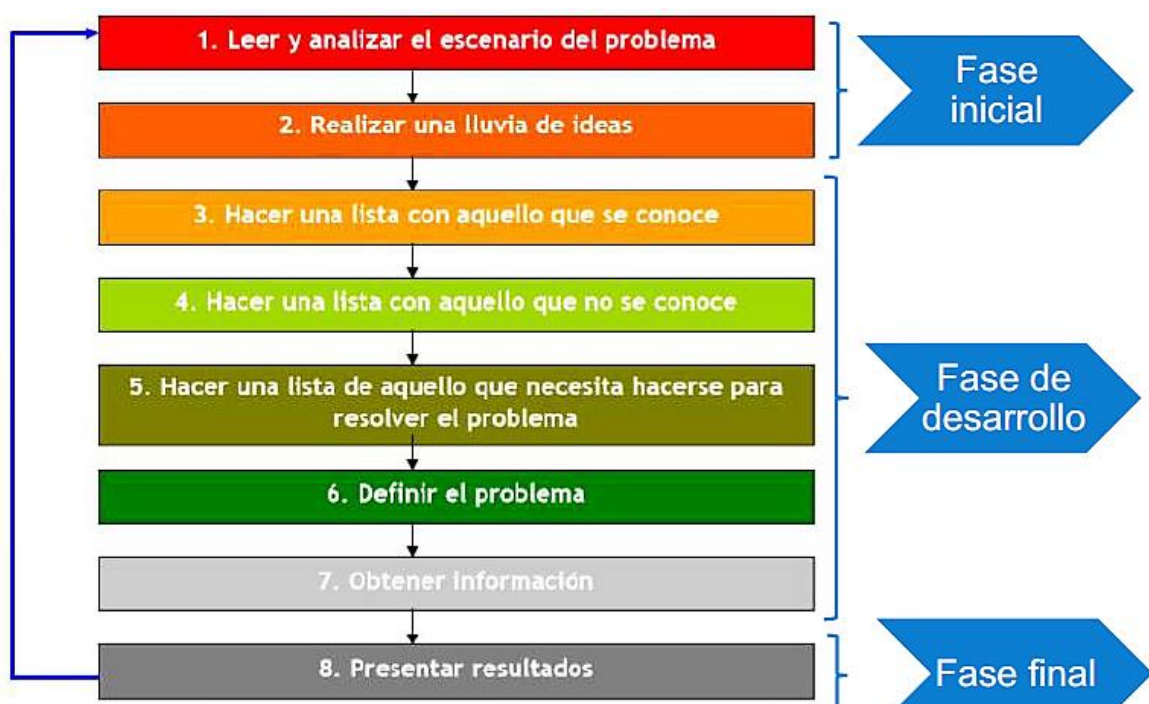
2.2. Metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Con esta metodología se busca que los estudiantes adquieran conocimientos y elaboren un diagnóstico de sus propias necesidades de aprendizaje, apliquen el trabajo cooperativo y desarrollen sus habilidades de análisis y síntesis (Escribano et al., 2008). Pero lo que más debe promover en el interés por el uso de problemas, es que hacen parte del diario vivir de las personas, y si se logra, que desde las matemáticas un estudiante no se estrese o se frustre al encontrarse con uno, y más bien, por el contrario, se disfrute el proceso para que de forma organizada y perseverante logre aclarar las ideas y encuentre la solución; entonces se habrá forjado una persona que pueda resolver no solo ecuaciones de primer grado sino que además está listo para los siguientes retos que la materia implica.

El aprendizaje basado en problemas según Morales et al. (2004) **se puede definir en tres fases**: Fase inicial, Fase de desarrollo, Fase final. Y cada una de ellas se subdivide en etapas tal y como se muestra en la figura 2 (desarrollo del proceso ABP).

Figura 2.

Desarrollo del proceso de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)



Fuente: Adaptado de Morales & Landa (2004),

El paso a paso mostrado en la figura 2, organiza una metodología que ayuda a proporcionar ideas en la resolución de problemas desde su inicio hasta su final y propone un orden en su desarrollo que ambienta la comprensión del escenario o contexto. A continuación, se desglosa cada etapa de la figura 2:

La fase inicial contiene las etapas 1 y 2:

- ✓ En la etapa 1, el estudiante debe contextualizar el problema por medio de la discusión con su equipo de trabajo.
- ✓ En la etapa 2, se realiza un listado de teorías sobre las causas del problema y que serán aprobadas o reprobadas a medida que se desarrolle el proceso.

La fase de desarrollo contiene desde la etapa 3 hasta la etapa 7:

- ✓ En la etapa 3, se debe hacer un listado sobre todo lo conocido respecto al problema, cada detalle es importante.
- ✓ En la etapa 4, de forma detallada, se debe hacer una lista con todo lo que el grupo considera necesario saber para solucionar el problema, postulando preguntas adecuadas para deducir los conceptos, teorías o metodologías que deben estudiarse.
- ✓ En la etapa 5, se deben plantear estrategias de investigación, es decir, se debe organizar un paso a paso de las acciones que deben realizarse para resolver la situación.
- ✓ En la etapa 6, el equipo de trabajo debe organizar argumentos que expliquen claramente lo que se desea resolver o demostrar.
- ✓ En la etapa 7, el grupo de trabajo debe obtener, ordenar, analizar e interpretar la información requerida

La fase final contiene la etapa 8:

- ✓ En la etapa 8, se debe presentar un informe o presentación con los resultados, inferencias y limitaciones relacionados con la solución del problema.

El anterior proceso promueve el análisis y conduce a conclusiones relevantes, inclusive una de ellas podría ser el hecho de que no hay solución, pero en sí, ésta sería una solución. Es decir, previene la frustración del estudiante y le indica algunas opciones en caso de quedar bloqueado, pues cada paso está encadenado con el anterior. La propuesta aborda el orden

desde la comprensión del escenario y hasta el reporte de las recomendaciones y predicciones que el problema haya dejado en su proceso.

Para llevar a cabo las fases, también se requiere que, desde el inicio se plantee un problema llamativo y que promueva el interés del estudiante, como lo afirma Branda (2009), el problema debe tener las siguientes características:

- La información debe darse de forma progresiva y en lo posible, el problema no debe ser estructurado.
- Se estimula la motivación, si el problema contiene elementos con los que el estudiante pueda identificarse (entorno o ambiente).
- La redacción del problema, permite una discusión entre los participantes para que aporten diferentes puntos de vista para lograr solucionarlo.

Entonces, a pesar de que la misma palabra “problema”, se asocia con una situación desconocida y que se trata al máximo de evitar, uno de los objetivos es transformar su significado en un reto, una motivación y en algo que promueva el desarrollo cognitivo y perseverante del estudiante.

Por último, se presentan a continuación algunas **ventajas e inconvenientes** en el uso del ABP que Guitart (2009) publicó en su estudio:

- El problema estimula las habilidades de razonamiento.
- El problema incita en la búsqueda de información necesaria para poder solucionarlo.
- Comparado con otras metodologías tradicionales, el conocimiento que adquieren los estudiantes es un poco menor, pero es más significativo porque lo recuerdan más.
- Hay más trabajo en equipo, comunicación y discusión en estudiantes que resuelven problemas, que en las clases convencionales.
- Puede llegar a ser un poco más abrumador tanto para profesores como para estudiantes pues requiere un poco más de tiempo y dedicación, así como de conocimientos previos que cada estudiante debe buscar y que el profesor ayuda a retroalimentar.
- Sale de la rutina en la cual, el profesor explica y el estudiante atiende. En el ABP, el estudiante no depende totalmente del profesor.

- El ABP no mejora necesariamente el rendimiento de los estudiantes, cuando presentan evaluaciones tradicionales, tal vez pueden hasta conseguir resultados un poco más bajos. No obstante, dicha metodología logra que se motiven más al desarrollar y estudiar un tema y también los prepara de una forma más adecuada hacia su vida laboral.

Es evidente que, para el listado anterior se puede realizar una tabla comparativa que clasifique las ventajas y los inconvenientes. Sin embargo, de forma empírica y observando la diversidad en el campo de la docencia se puede afirmar que, dependiendo de la actitud, el medio laboral, los recursos, la población y la ética de cada profesor; la percepción de cada postulado puede variar. Para algún lector, todas pueden ser ventajas pues, para ningún adulto es un secreto que la vida diaria y el mundo laboral conllevan una serie de inconvenientes que requieren de cierta solución y que dependen de las habilidades propias para solucionarlo, obteniendo información, preguntado, trabajando en equipo y perseverando hasta lograr el objetivo. Y que mejor aún si todo esto se logra estando motivado y hasta disfrutando el proceso por más difícil que sea.

Para otro lector, salir de la rutina, dedicar más tiempo y trabajo al grupo, o el hecho de que los estudiantes no mejoren en sus resultados de los exámenes pueden pensarse como inconvenientes. En consecuencia, por más que la percepción cambie, son muchos los trabajos que respaldan las virtudes del ABP en relaciones con las clases comunes tal y como lo afirma Gómez et al. (2011).

En conclusión, el ABP profundiza en el tema más importante y es, la motivación del estudiante en su aprendizaje, pues, salir de la rutina y abordarlo de manera distinta a la cotidiana, puede usarse como herramienta para que el alumno logre un aprendizaje significativo y la satisfacción al realizar el proceso.

2.3. Actividades para trabajar ecuaciones de primer grado y problemas.

Cuando se inicia el tema de ecuaciones de primer grado, se generan distintas expectativas sobre el estudiante al momento de proponer la búsqueda de algo desconocido, que generalmente se representa con la letra "x", y que somete al estudiante a un reto, para que por último, termine por expresarse como un problema que debe ser resuelto, es entonces cuando dichas expectativas pueden transformarse.

Para llevar a cabo una organización adecuada en la resolución de un problema que promueva la motivación, la autonomía y el trabajo en equipo por parte de los estudiantes, el docente se puede guiar desde la perspectiva que presenta Alzate, et al. (2013), y orientar de la siguiente forma:

1. Clasificación de términos.
2. Definición de problema.
3. Lluvia de ideas.
4. Discusión.
5. Definición de los objetivos.
6. Búsqueda de la información.
7. Reporte de resultados.

El proceso mencionado anteriormente ubica al estudiante para que desde la lectura interprete y contextualice la situación planteada. Siendo este último, uno de los mayores obstáculos que el estudiante percibe desde el inicio y que conduce a un camino de múltiples opciones de desarrollo, de los cuales, algunos serían correctos y otros no tanto.

Clasificar términos y definir el problema permite enlazar cada enunciado con el significado apropiado de cada palabra, para que de esta forma se logre identificar elementos claves en la interpretación de futuros problemas.

Por su parte, Bernal (2011) presenta un paso a paso para desarrollar problemas con ecuaciones de primer grado:

Paso 1: Expresar el enunciado en lenguaje algebraico.

Paso 2: Escribir la ecuación.

Paso 3: Resolver la ecuación.

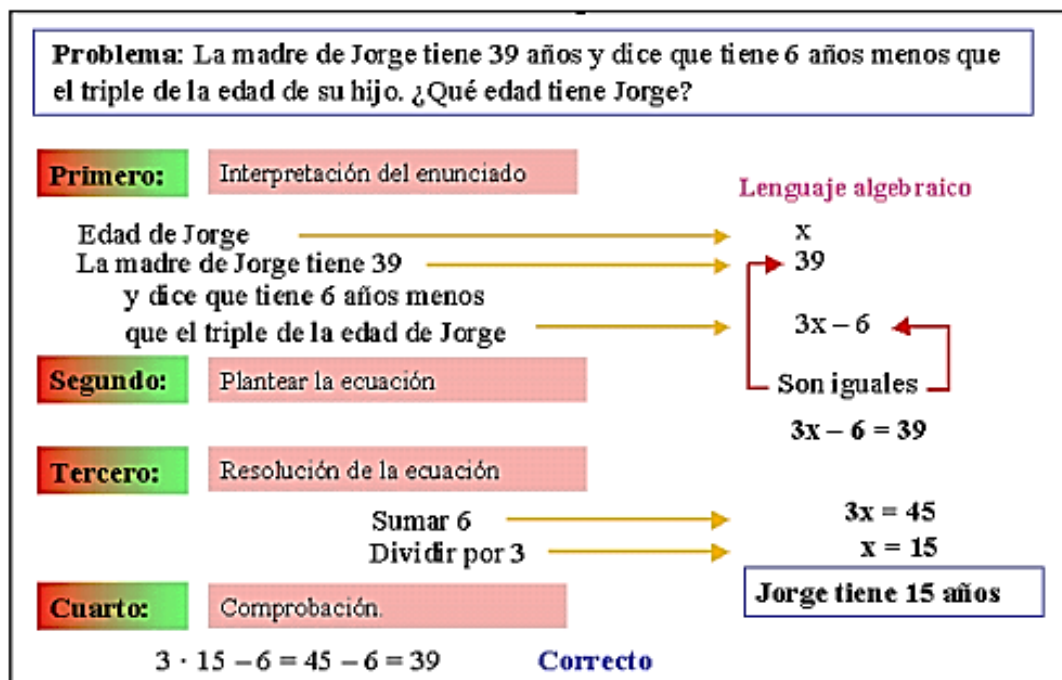
Paso 4: Interpretar el resultado.

Paso 5: Comprobar el resultado.

Y también propone el ejemplo que se muestra en la figura 3, en el cual se observa el proceso para solucionar un problema relacionado con ecuaciones de primer grado usando un orden específico.

Figura 3.

Problema sobre ecuaciones de primer grado



Fuente: Adaptado de Bernal (2011).

A pesar de que el ejemplo presentado en la figura 3 es muy dicente, si se añade un paso cero llamado: definición de la variable, se lograría explicar el significado de la incógnita, es decir, relacionando la pregunta con la respuesta se puede describir la situación representa dicha variable y así, la interpretación del resultado se daría de una forma más sencilla. Para la figura 3, x : Es la edad de Jorge, por lo tanto, el paso 5 será más fácil de desarrollar porque desde un comienzo se plantearía el significado del resultado.

Entonces, al describir la forma para solucionar un problema en general y también la forma para resolver un problema con ecuaciones de primer grado, es indispensable revisar las actividades propuestas por diferentes autores.

Martínez et al. (2011), propone que los estudiantes interactúen con una balanza real y que logren mantener su contrapeso con diferentes objetos para que, por medio del juego, la manipulación y la intuición obtengan valores que luego sean verificados por medio de la solución de ecuaciones.

Figura 4.

Juego de la balanza



Fuente: Tomado de Martínez et al. (2011)

En la figura 4 se muestran alumnos resolviendo ecuaciones con el juego de la balanza, sin embargo, a pesar de que en su artículo se enuncia como un juego, resulta de suma importancia resaltar que la balanza se ha usado a través de la historia para realizar distintos cálculos, por lo tanto, más que un juego, es una herramienta; que se podría complementar utilizando las regletas de Cuisenaire en cada platillo para que se inicie de forma intuitiva y luego se transmita en su representación semiótica a los apuntes del cuaderno.

La balanza es de por sí, el ícono de las ecuaciones de primer grado y tal vez las actividades a desarrollar se quedan cortas pues ya sea utilizando las Tics o con elementos manipulables, el objetivo es el mismo: equilibrar la balanza.

Por otro lado, y retomando uno de los inconvenientes que afectan la solución de problemas con ecuaciones, Caicedo (2017), realizó una serie de actividades que promueven la interpretación de lenguaje verbal o común al lenguaje algebraico o simbólico y la detección de errores. Una de las actividades consiste en relacionar ecuaciones con su respectiva escritura coloquial. Otra actividad consiste en presentar una ecuación y después de definir la variable, el estudiante debe postular un enunciado que la describa por medio de lenguaje común.

A modo de conclusión sobre las actividades que plantean distintos autores para la solución de problemas con ecuaciones de primer grado, se pueden detectar dos casos muy comunes:

- ✓ El primero es el uso de la balanza.

- ✓ El segundo es el postulado de problemas y su dificultad en el planteamiento y su resolución.

Por lo tanto, es de suma importancia proporcionar nuevas ideas que motiven el trabajo con ejercicios distintos a los tradicionales y que estén presentes en el ambiente que rodea al estudiante.

2.4. Experiencias similares de situaciones didácticas en la solución de ecuaciones de primer grado.

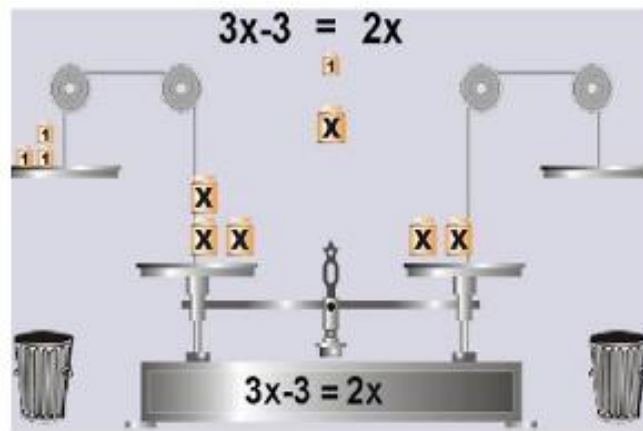
En el caso de la experiencia del autor del presente trabajo, las ecuaciones de primer grado pueden llegar a ser bastante tediosas para los estudiantes, incluso cuando haya bastante dedicación por parte del profesor al momento de enseñarlas, porque es un tema denso y que compromete conocimientos previos sobre las propiedades de las operaciones. Por lo tanto, es de sumo interés para el profesor indagar sobre diferentes metodologías que logren llevar el conocimiento de una forma adecuada y de fácil entendimiento para los alumnos. A continuación, se presentan algunas experiencias realizadas por autores que intentan mostrar el tema de manera distinta a la tradicional y que avalan la propuesta en la que se basa este trabajo de fin de máster.

Galeano et al. (2015), presentan un modelo virtual de balanza que permite trabajar las ecuaciones de primer grado de modo que se pueda comprobar los resultados con una metodología dinámica e interactiva. Sin embargo, no aplica para todas las ecuaciones, tal vez se pueda utilizar para aclarar el concepto y la metodología con algunos conjuntos numéricos, pero con los racionales y con los números negativos se presenta un conflicto. Para poder subsanar esta última dificultad, tal y como se muestra en la figura 5, los autores de la propuesta incorporaron un sistema de poleas a su modelo, para que de esta forma se logre trabajar con números negativos.

Según los autores, la balanza con poleas que aparece en la figura 5 es similar a la balanza simple, es decir aquella que únicamente tiene dos platillos cuyo objetivo es permanecer en equilibrio, sin embargo, lo importante es el hecho de que ambas llaman la atención y entusiasman al estudiante a desarrollar la ecuación.

Figura 5.

Balanza con polea.



Fuente: Tomado de Galeano et al. (2015)

De Moreno et al. (1997), exponen una serie de actividades para desarrollar en una secuencia didáctica, partiendo desde la interpretación gráfica de la ecuación con platillos de una balanza, pasando por espacios en blanco de una ecuación que se deben completar y ejemplificando el proceso de transposición de términos, hasta llegar a ejercicios prácticos.

En la tesis de Bonilla (2018), se afirma que los procesos de interpretación, comprensión y descripción textual fortalecen las metodologías para entender cualquier área de enseñanza y aprendizaje. En ese orden de ideas, el conocimiento lingüístico y semántico permiten un entendimiento claro de lo solicitado en cada problema, pues cada palabra se entrelaza con la siguiente de forma coherente y genera una interpretación precisa de la situación que se plantea.

Por su parte Mosquera (2014), usó el método de flipped classroom o aula invertida en el proceso de enseñanza de ecuaciones lineales, iniciando con una serie de videos explicativos grabados por él mismo y publicados en la plataforma de Youtube para que los estudiantes los revisaran desde su casa. Dicha metodología sugiere que la familia sea participe también del proceso de enseñanza y que no recaiga únicamente en el alumno, así lo recomiendo el autor en su estudio.

Respecto a los problemas, Ramírez (2022), hace un aporte a la didáctica matemática para el dominio del álgebra por medio de ecuaciones y usando procesos de gamificación. En este, resalta el esfuerzo inicial que realiza el docente, pero también los beneficios y éxito que tiene

la metodología. Inicialmente cada estudiante debe seleccionar un avatar de la aplicación classcraft, la cual es una herramienta de juegos motivadores para temas educativos, sin embargo, es indispensable que el estudiante cuente con dispositivos digitales para su operación. Luego los organiza en grupos y les muestra la presentación que de forma llamativa y a modo de desafío, los invita a desarrollar varios problemas que implican el uso de ecuaciones lineales, para que, a medida que los vayan resolviendo, también vayan avanzando de una estación a la otra.

La literatura sobre el aprendizaje basado en problemas es bastante amplia pues está aplicada a diferentes materias y contenidos, sin embargo, se reduce cuando se aplica a algunos temas específicos. Este es el caso del ABP aplicado a ecuaciones de primer grado pues, en los artículos relacionados, se han utilizado estrategias metodológicas diferentes para su enseñanza. A pesar de ello, es importante presentar la forma como la aplica Rendón (2018), pues la aborda en la enseñanza de razones y proporciones y explica cómo, con ayuda de la plataforma Moodle organiza grupos y discusiones en el desarrollo de problemas. En cada grupo se distribuyó un rol para cada estudiante y se destinó algunas consultas necesarias para afianzar los conocimientos. Luego, tuvieron que desarrollar el problema, realizar un informe y por último participar en el foro debate.

Todo lo expuesto en este apartado implica un nuevo conocimiento y motivación para realizar este trabajo, pues, es necesario ampliar las propuestas y referencias para futuras investigaciones en el campo educativo, respecto al tema de ecuaciones de primer grado. El aprendizaje basado en problemas es un recurso importante que transforma dicho problema en reto, la dificultad en desafío y la perseverancia en el factor común del desarrollo de barreras.

3. Propuesta didáctica

3.1. Presentación

La intención de esta propuesta didáctica es reforzar e innovar en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado por medio de un estilo que es muy común en matemáticas: el uso de problemas. Pero de una forma distinta a la convencional, usando al desafío como motivación, y al pensamiento crítico como fuente de interés para ahondar en los conocimientos. En este sentido, Fernández et al. (2012), respaldan el ABP al afirmar que “El pensamiento crítico puede mejorar si va acompañado de algunas metodologías como el aprendizaje basado en problemas (ABP)” (p. 325).

La propuesta presenta una guía para el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, usando la metodología del ABP y se lleva a cabo en ocho sesiones. En cada sesión se impulsa el debate y la lluvia de ideas para la solución de problemas elegidos por los estudiantes. Inicialmente, se organizan grupos y se distribuyen roles en cada uno, para que luego, unidos y trabajando de forma cooperativa logren su solución. Cada sesión tiene una duración de 60 minutos, distribuidos según las actividades de cada sesión.

Referente al aspecto socioeconómico, es flexible para cualquier grupo, inclusive para educación rural, donde la conectividad a internet no sea continua, pues no se requiere necesariamente de plataformas, porque inclusive los foros o debates se pueden realizar de forma presencial o escribiendo por medio de tarjetas.

3.2. Marco legislativo y contexto

3.2.1. Marco legislativo

El marco legislativo en el que se basa la propuesta se presenta a continuación:

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo.
- Ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE), con la cual se modifica la ley orgánica 2/2006 de 3 de mayo.

3.2.2. Contexto

Con la intención de tener una mejor calidad en el desarrollo de la propuesta, se sugiere para una población de 30 estudiantes por sesión, que se divida en 6 grupos con el fin de que el trabajo no se exceda, tanto para el estudiante como para el maestro. También se está diseñada para estudiantes de entre 13 y 14 años de 2° de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). La población puede ser de zona urbana e inclusive de una zona rural, donde la conectividad y los recursos tal vez sean limitados. En el grupo se pueden contemplar estudiantes con necesidades educativas especiales, pues pueden ejercer un rol específico en el trabajo.

3.3. Objetivos

La propuesta de intervención educativa pretende fortalecer los conocimientos relacionados con la solución de ecuaciones de primer grado en estudiantes de 2° de la ESO por medio de problemas y facilitar el acceso a los docentes de información útil para trabajar dichos contenidos. Por lo tanto, se plantean distintas actividades con el fin de lograr los siguientes objetivos en cada grupo de trabajo:

- ❖ Fomentar el pensamiento crítico desde las lluvias de ideas y los debates.
- ❖ Resolver ecuaciones de primer grado y problemas contextualizados que sean relacionados con medio que rodee al estudiante.
- ❖ Practicar el trabajo en grupo y el aprendizaje autónomo por medio de la motivación.
- ❖ Incentivar la representación semiótica de problemas matemáticos.
- ❖ Analizar los resultados obtenidos.

3.4. Contenidos

Los contenidos para las temáticas que se trabajan en la propuesta, están establecidos en el Bloque 2 que corresponde a Números y Algebra en El Real Decreto 1105/2014 del 26 de diciembre para el currículo de matemáticas de 1° y 2° de la ESO y en el cual se contempla: “Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas” (p. 411).

A continuación, se presenta la relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje, y las competencias clave, por medio de la tabla 1.

Tabla 1.

Relación entre contenidos, criterios, estándares y competencias.

APARTES DEL BOQUE 2. NÚMEROS Y ALGEBRA			
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES	COMPETENCIAS CLAVE
Ecuaciones de primer grado con una incógnita (método algebraico). Interpretación de las soluciones. Ecuaciones que no tienen solución. Resolución de problemas.	Usar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, utilizando para su solución métodos algebraicos y comprobando los resultados obtenidos.	Formula algebraicamente una situación de la vida real por medio de ecuaciones de primer grado, las resuelve e interpreta el resultado que se obtuvo.	✓ Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología. ✓ Competencia Digital. ✓ Competencia Sociales y Cívicas. ✓ Competencia para Aprender a Aprender.

Fuente: Elaboración propia, adaptado de Real Decreto 1105/2014

Es importante resaltar de la tabla 1, que a pesar de que en el bloque de contenidos para 1° y 2° de la ESO contemplan las ecuaciones de segundo grado, la propuesta hace énfasis en ecuaciones de primer grado con una incógnita y usando métodos algebraicos.

3.5. Competencias

La Ley Orgánica de Educación para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), aprobada el 9 de diciembre de 2013, por la cual se modifica la Ley Orgánica de Educación LOE del 3 de mayo de 2006 por medio de la Orden ECD/65/2015 de 21 de enero, define 7 competencias básicas para el aprendizaje, que están inmersas en el desarrollo de cada estudiante. Para el caso de

los contenidos planteados en la Tabla 1, solo se abordan algunas, pero el objetivo es estimularlas al máximo por medio de las actividades planteadas. Las competencias que se van a favorecer son:

3.5.1. Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología (CMCBCT)

La competencia matemática es netamente utilizada en esta propuesta y se intenta mejorar las destrezas que los estudiantes han desarrollado en la materia, por medio de la práctica, el análisis y el razonamiento lógico, se pretende llevar al estudiante a un nivel cada vez más avanzado en los temas ecuaciones de primer grado.

3.5.2. Competencia Lingüística (CL)

Es la competencia que más se puede afianzar y se espera que tenga una mayor evolución a medida que se desarrollen las actividades. Cada enunciado que logre ser planteado mientras se identifica la información e interpretado en su representación semiótica de forma correcta, potencializará los conocimientos necesarios para el aprendizaje de los diferentes temas de matemáticas. El debate ayudará a los estudiantes a argumentar y organizar ideas para que puedan ser expuestas de forma clara y organizada.

3.5.3. Competencias Sociales y Cívicas (C SC)

Como los problemas planteados surgen del entorno que rodea a los alumnos, la solución de los mismos ayudará a la concientización sobre los desafíos que la sociedad enfrenta. El trabajo colaborativo en la solución de problemas, la interacción y los aportes de ideas en los debates fomentará las habilidades sociales en los estudiantes.

3.5.4. Competencias Para Aprender a Aprender (CPAA)

Previo a la resolución de problemas y después de la organización de la información con la que se cuenta, se realizará una reflexión sobre los conocimientos previos que se requieren y la información faltante que debe ser investigada por cada estudiante. Asimismo, se solicitará la postulación de diferentes hipótesis lógicas, las cuales, serán comprobadas y verificadas según el interés de cada estudiante.

3.6. Metodología

Para los contenidos planteados, se pretenden realizar 8 sesiones de 60 minutos cada una, de los cuales, los primeros 5 minutos se destinarán para resolver preguntas e inquietudes

planteadas por los estudiantes en caso de que las haya, y el tiempo restante se establecerá para el desarrollo de las actividades. La propuesta se desarrolla con la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y se tendrá como guía el proceso dispuesto por fases de Morales et al. (2004):

- Fase inicial.
- Fase de desarrollo.
- Fase final.

Dichas fases están distribuidas en 8 etapas, sin embargo, para completar la propuesta se agregarán dos etapas adicionales, la cero y la nueve, de la siguiente manera:

La etapa 0, en la cual se realiza la presentación del ABP, la distribución de grupos y la descripción de roles, es similar a una etapa previa para que los estudiantes conozcan sobre la metodología de trabajo.

La etapa 9, es la etapa que finaliza todo el proceso y en la cual se desarrolla la evaluación.

Respecto a la distribución del grupo, para facilitar la labor docente y que sus obligaciones no se excedan, los 30 estudiantes serán repartidos en 6 subgrupos, en los cuales se identificará cada integrante con un rol específico.

En la sesión 1, se presentará el problema que se va a trabajar, en la sesión 5 se desarrollarán varios problemas sobre ecuaciones de primer grado, pero estos, no estarán directamente relacionados con el problema propuesto, pues la intención es mostrar la diversidad de ejercicios con los que los estudiantes se pueden encontrar en el desarrollo de tareas matemáticas.

3.7. Temporalización

El cronograma que se presenta a continuación en la tabla 2, muestran las sesiones y la etapa correspondiente, los contenidos y la temporalización, es decir, la semana en la cual se desarrolla cada una.

Tabla 2.

Cronograma de trabajo y sus contenidos

Sesión y Contenidos	Etapas del ABP									Semana			
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
1. Presentación, conformación de grupos y explicación de roles de cada integrante. Repaso sobre la propiedad uniforme de la igualdad y transposición de términos.													
2. Contextualización del problema e identificación de conocimientos previos a modo de debate entre cada grupo, práctica sobre solución de ecuaciones.													
3. Lluvia de ideas para la solución, planteamiento de hipótesis y posibles respuestas. Definición de la variable y su interpretación en la solución. Paso del lenguaje verbal al lenguaje algebraico.													
4. Redacción del problema y programación de un paso a paso para su solución. Práctica sobre solución de ecuaciones de primer grado con número racionales.													
5. Interacción con balanzas de platillos y usando las regletas de Cuisenaire como elementos o pesas. Desarrollo de problemas sobre área rectangular y su cuadrado equivalente contextualizado en terrenos cultivables.													
6. Plan de trabajo y presentación de informe: Cada grupo debe realizar el paso a paso, para desarrollar el problema, luego debe completar un informe donde se evidencie de forma clara. La recopilación de información, la solución, la interpretación y proyección de resultados. Debate ¿Qué información tengo y cómo la uso?													

7. Presentación de Informe sobre los resultados.													
8. Evaluación y autoevaluación. Test sobre sobre solución de ecuaciones de primer grado.													

Fuente: Elaboración propia

3.8. Recursos

Para la propuesta, se usarán los siguientes recursos (R), para poder llevar a cabo su óptimo desarrollo:

Tabla 3.

Recursos

R1	Profesor de matemáticas con conocimientos de ecuaciones de primer grado y problemas.
R2	Salón de clases que haga posible la agrupación.
R3	Estudiantes.
R4	Computador para el docente.
R5	Computador por estudiante para las actividades extra clase.
R6	Televisor o proyector en el aula.
R7	Conexión a internet
R 8	Cuadernos, lápices, borradores, esferos.
R 9	Tablero y marcadores
R 10	Plataforma Youtube
R 11	Balanza realizada a mano según tutorial y con materiales reciclables
R 12	Regletas de Cuisenaire.

Fuente: Elaboración propia

Asimismo, hay un recurso muy importante y es la actitud constante del profesor para orientar y motivar a los estudiantes, asimismo, su capacidad de dirigir al estudiante en la búsqueda de soluciones de cada problema, proponer la controversia y mirar la mayor cantidad de posturas de cada situación. El docente debe estar activo pasando por cada grupo, cuestionando y afianzando los conocimientos adquiridos, debe tener siempre la mejor disposición y estar muy enérgico al momento de desarrollar la clase.

3.9. Actividades

Las actividades de la siguiente propuesta están organizadas para que en la mayoría de ellas haya debates y a la vez un avance progresivo frente a las ecuaciones de primer grado. Para ello, se ha dispuesto de las sesiones de la siguiente manera:

3.9.1. Sesión 1: Presentación del ABP, conformación de grupos y explicación de roles.

Descripción de la sesión:

1. Inicialmente el profesor debe aclarar que empieza una nueva metodología, en la cual los estudiantes se verán inmersos en el desarrollo de problemas, trabajando en equipo y de una forma ordenada y específica, según las etapas descritas en la metodología. También debe explicar que se organizarán grupos de 5 estudiantes y que cada uno va a desempeñar un cargo en el grupo. Sin embargo, lo que más debe resaltar, es que **sin importar cual rol desempeñen, todos deben desarrollar y aportar ideas e información en cada actividad.**

La elección de los integrantes de cada grupo es por criterio del profesor. Es importante que cada estudiante quede por lo menos con un compañero con el que tenga afinidad y que se sienta bien. A modo de motivación cada grupo puede elegir un nombre referente a la materia o a algún matemático famoso.

2. Lo siguiente es definir las funciones de cada uno de los participantes, para ello, es importante aclarar, que el rol funciona como un coordinador, pero ello no implica que deba realizar todo o que, por el contrario, no realice nada y solo distribuya el trabajo. Los papeles que van a desempeñar los integrantes son:

- ✓ Moderador (a): encargado de ordenar los debates del grupo y preparar los temas que se van a desarrollar en cada sesión, debe funcionar como un líder porque también es su función recordar a los integrantes, qué se debe llevar para cada sesión.
- ✓ Secretario (a): debe estar atento y tomar nota en cada debate y en la lluvia de ideas que ayudará a preparar el informe final. Varios de sus compañeros pueden ayudarlo a la toma de apuntes.
- ✓ Informante: Debe coordinar la recolección de información teórica sobre el tema de cada sesión, ejemplos y demás. Además, debe recordar

constantemente a sus compañeros sobre dicha recolección de información para que la compartan en clase.

- ✓ Entrenador (a): se encarga de coordinar que cada integrante revise los ejercicios planteados por el profesor, sobre el tema de cada sesión para que sus compañeros los desarrollen y afiancen lo aprendido.
- ✓ Estafeta: Es aquella persona encargada de trasladar información entre los demás grupos y el docente si se requiere, así mismo, es capaz de compartir ideas de su grupo con los demás y a la vez unir las de los otros con las propias.

Al finalizar la explicación, todos los estudiantes deben escribir en sus apuntes, sobre las responsabilidades descritas anteriormente, con la finalidad de que cada integrante del grupo recuerde sus funciones, así como las de sus compañeros cuando sea necesario.

3. Presentación del problema por parte del profesor:

“Gastos promedio mensuales de un automóvil de combustión interna, según los gastos fijos: impuesto, seguro y revisión tecnomecánica y los gastos variables: combustible y aceite”.

4. Para finalizar la sesión, en los últimos 30 minutos, se debe realizar un repaso sobre la propiedad uniforme de la igualdad y la transposición de términos a modo de debate, guiándose por el ANEXO A.

En la tabla 4 se presenta la ficha de la sesión 1, la cual contiene los objetivos, la temporización, las competencias, los contenidos, los recursos, la metodología, el agrupamiento, los criterios e instrumentos de evaluación que se van a trabajar.

Tabla 4.

Ficha de la sesión 1

Objetivos	Contenidos	Temporización
Incentivar el interés frente las actividades planteadas, apersonándose de la	1. Presentación del ABP por parte del profesor y distribución de los grupos.	10 minutos
	2. Descripción y distribución de funciones de cada integrante. Los estudiantes deciden el nombre del grupo.	15 minutos

situación desde el inicio. Reforzar los conocimientos sobre propiedades de igualdades. Promover el debate y la toma de decisiones.	3. Presentación del problema que se va a trabajar.	5 minutos
	4. Repaso sobre propiedad uniforme de la igualdad y transposición de términos.	30 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC	R1, R2, R3, R4, R6, R8, R9, R 10	Etapas del ABP: 0
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Individual	Usar la propiedad uniforme y la transposición de términos en la solución de ecuaciones de primer grado.	Tabla 12 de valoración 1

Fuente: Elaboración propia

3.9.2. Sesión 2: Contextualización del problema e identificación de conocimientos previos.

Descripción de la sesión:

1. Para comenzar esta sesión, es necesario que el profesor delegue ciertas tareas a cada grupo. El *informante* debe coordinar con sus compañeros y tener la información solicitada para la sesión 6. La investigación puede realizarse por internet o preguntando directamente en almacenes y estaciones de servicio:
Según el vehículo que hayan elegido, debe consultar el costo del seguro obligatorio y revisión tecnomecánica anual y deducir su costo mensual. También deben consultar el precio del combustible por galón, cuántos kilómetros recorre el vehículo por cada galón. El precio del aceite y cada cuántos kilómetros se debe cambiar.
2. En grupos, el moderador debe organizar el debate guiándose por la ficha presentada en el anexo B. (La ficha será entregada por el profesor al informante previo a iniciar la clase). La cual, presenta dos momentos de debate, el primero es sobre lo que cada estudiante conozca sobre el ambiente y detalles que rodea la situación problema; y el segundo es sobre la información matemática que ellos saben hasta el momento y pueda ayudar a su solución. Al finalizar, el grupo debe entregar la ficha diligenciada.

3. Para todos los estudiantes del aula, se debe realizar la explicación por parte del profesor sobre solución de ecuaciones de primer grado con números enteros.
4. En grupos el entrenador debe aplicar la ficha del anexo C, entregada por el profesor y en la cual se presentan algunos ejercicios sobre solución de ecuaciones de primer grado, al finalizar, el grupo debe entregar los ejercicios resueltos y el entrenador debe verificar que cada estudiante escriba los ejercicios pendientes para que los desarrolle en su casa.

Tabla 5.*Ficha de la sesión 2*

Objetivos	Contenidos	Temporización
Promover el debate y la toma de decisiones. Usar métodos algebraicos en la solución de ecuaciones de primer grado con números enteros. Contextualizar un problema.	1. Indicaciones generales de preparación de información para la sesión 6.	5 minutos
	2. Debate: ¿Qué conozco sobre el contexto del problema y qué conocimiento matemático requiero para su solución?	15 minutos
	3. Explicación por parte del profesor sobre ecuaciones de primer grado.	20 minutos
	4. Desarrollo grupal de ejercicios sobre ecuaciones de primer grado con números enteros.	20 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC, CPAA	R1, R2, R3, R8, R9	Etapa del ABP: 1 Y 2
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Individual / grupal	Utilizar métodos algebraicos de solución de ecuaciones de primer grado y comprobar sus resultados.	Tabla 12 de valoración 1 Tabla 13 de valoración 2

Fuente: Elaboración propia

3.9.3. Sesión 3: Lluvia de ideas, planteamiento de respuestas e hipótesis.

Descripción de la sesión:

1. Inicialmente, el profesor debe realizar la retroalimentación sobre los ejercicios que se desarrollaron en casa y los que se realizaron en la clase anterior, también debe entregar al secretario de cada grupo, una copia del anexo B revisado para que lo guarde en un portafolio a modo de bitácora.
2. El informante recibirá el anexo D, y luego, en grupos deben completarla y escribir las hipótesis y posibles respuestas que solucionarían el problema y deben definir una variable, es decir, deben encontrar la incógnita de la cual depende el gasto (el objetivo es que se deduzca que el gasto de aceite y de combustible depende de la cantidad de kilómetros recorrido).
3. Explicación por parte del profesor sobre el lenguaje verbal y su significado en lenguaje algebraico.
4. En grupos se debe desarrollar de la guía que está en el Anexo E.

Tabla 6.

Ficha de la sesión 3

Objetivos	Contenidos	Temporización
Promover el debate y la toma de decisiones. Formular hipótesis de solución de problemas. Practicar el paso lenguaje verbal al lenguaje algebraico y viceversa, en el planteamiento de problemas.	1. Retroalimentación de los ejercicios pendientes.	10 minutos
	2. Desarrollo del anexo D, sobre hipótesis y definición de variable.	10 minutos
	3. Explicación sobre el paso del lenguaje verbal al lenguaje algebraico.	20 minutos
	4. Desarrollo de los ejercicios propuestos en el anexo E.	20 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC, CPAA	R1, R2, R3, R8, R9	Etapas del ABP: 2 y 3

Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Individual / grupal	Usar lenguaje algebraico para simbolizar el planteamiento de ecuaciones de primer grado.	Tabla 12 de valoración 1 Tabla 13 de valoración 2

Fuente: Elaboración propia

3.9.4. Sesión 4: Redacción del problema

Descripción de la sesión:

1. Inicialmente, el profesor debe realizar la retroalimentación sobre los ejercicios que se desarrollaron en casa y los que se realizaron en la clase anterior, también debe entregar al secretario de cada grupo, una copia del anexo D revisado para que lo guarde en un portafolio a modo de bitácora.
2. Cada grupo debe reunirse y plantear el problema basados en el enunciado: “Gastos promedio mensuales de un automóvil de combustión interna, según los gastos fijos: impuesto, seguro y revisión tecnomecánica y gastos variables: combustible y aceite”.

Y debe cumplir con los siguientes parámetros:

- ❖ El problema debe estar escrito de forma verbal y debe ser apto para que cualquiera de sus compañeros de curso logre plantear la ecuación a partir de lo leído, también debe igualarse al valor de dinero que consideren que se pueda gastar en un mes. (ejemplo: pueden pensar que se va a gastar 150 dólares en total).
- ❖ Debe tener una pregunta.
- ❖ Después de plantear el problema se debe escribir la definición de la variable.

Luego deben escribir un paso a paso que cualquier estudiante del curso puede usar para desarrollar el problema.

Todo lo expuesto anteriormente **debe estar escrito en un informe** realizado por el secretario y debe ser entregado al profesor.

Para ese momento, los estafetas de cada grupo pueden compartir la información entre grupos y preguntar al profesor.

3. Explicación y práctica sobre ecuaciones de primer grado con números racionales, en esta ocasión no se dejarán ejercicios pendientes y el profesor es libre de plantear los ejercicios.

4. En los últimos 5 minutos de la sesión, se debe indicar que, para la siguiente clase por grupo deben llevar una balanza con platillos hecha con material reciclable. Como sugerencia para realizarla se proyecta el video del canal: Herosas creaciones publicado en el año 2020 y disponible en el link <https://www.youtube.com/watch?v=k8jJWHZep8o>.

Todo el grupo es responsable de la producción de la balanza.

Tabla 7.

Ficha de la sesión 4

Objetivos	Contenidos	Temporización
Redactar un problema y sugerir un paso a paso para la solución del mismo. Practicar sobre solución de ecuaciones de primer grado con números racionales.	1. Retroalimentación de los ejercicios pendientes.	10 minutos
	2. Realización de un informe con la redacción del problema y el paso a paso para desarrollarlo	20 minutos
	3. Explicación y práctica sobre la solución de ecuaciones de primer grado con racionales.	25 minutos
	4. Presentación del video para la elaboración de una balanza de platillos.	5 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC	R1, R2, R3, R4, R6, R7, R8, R9, R10	Etapas del ABP: 3, 4 y 5
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Grupal/individual	Usar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado	Tabla 12 de valoración 1 Tabla 14 de valoración 3

Fuente: Elaboración propia

3.9.5. Sesión 5: Interacción con balanzas de platillos y usando las regletas de Cuisenaire

Descripción de la sesión:

La sesión se dedicará a desarrollar ecuaciones de primer grado usando las regletas de Cuisenaire de la siguiente forma:

1. Los primeros 5 minutos son para preparar el material y los elementos de trabajo de la balanza.
2. Por grupos y sabiendo que la unidad mínima de cada regleta es de un centímetro cúbico y que más o menos pesa un gramo, se deben utilizar las diferentes regletas para poder calcular el peso aproximado de objetos como lápices, borradores, compás, relojes o cualquier elemento con el que cuenten los estudiantes y que quepa en los platillos. Luego deben completar la guía que se encuentra en el Anexo F.
3. El profesor debe proponer el siguiente problema y explicarlo en el tablero:

Un campesino tiene un terreno en forma de rectángulo en el cual tiene sembrado maíz, cuyo lado largo es 7 metros más extenso y el lado corto es 6 metros menos extenso que el lado de otro terreno en forma de “cuadrado equivalente”, en el cual tiene sembrado zanahoria. El objetivo es hallar las distancias de los lados del terreno donde tiene sembrado el maíz.

Desarrollo:

- Primero debe aclararse que un cuadro equivalente se refiere a aquel que tiene la misma cantidad de superficie que un determinado rectángulo. Luego se define la variable.

x : es el lado del cuadrado.

En este caso, se puede realizar un esquema



- A continuación, se plantea la ecuación, como las áreas son iguales:

$$x^2 + 7x - 6x - 42 = x^2$$

$$x^2 - x^2 + 7x - 6x = 42$$

$$x = 42$$

- Sabiendo que x es el lado del cuadrado, entonces se deduce que los lados del terreno de maíz es 49 metros y 36 metros. Por último, se debe comprobar que las áreas si son iguales.

El estudiante de forma individual y en casa, debe redactar y solucionar con un paso a paso parecido al explicado, un problema similar al anterior, pero con números distintos y teniendo en cuenta que el lado largo siempre aumenta y que el lado corto siempre disminuye respecto a los lados del cuadrado. El entrenador debe estar pendiente de que todo su grupo realice la tarea.

Antes de finalizar, el profesor debe indicar que, para la siguiente clase, todos deben llevar un recibo del agua, el informante debe recordar a cada grupo para que todos lo lleven.

Tabla 8.

Ficha de la sesión 5

Objetivos	Contenidos	Temporización
Incentivar el interés frente al desarrollo de problemas con herramientas manipulativas. Reforzar el planteamiento de problemas con ecuaciones de primer grado.	1. Preparación de material para trabajar con la balanza.	5 minutos
	2. Uso de la balanza en el desarrollo del Anexo F.	35 minutos
	3. Explicación sobre el problema de área rectangular y su cuadrado equivalente	15 minutos
	4. Preguntas e inicio de desarrollo del ejercicio propuesto	5 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC, CPAA	R1, R2, R3, R4, R5, R7, R8, R9, R10, R11, R12	Etapas del ABP: 5, 6 Y 7
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Individual / Grupal	Soluciona ecuaciones por medio de elementos manipulativos y algebraicos y comprueba los resultados	Rúbrica 1 (tabla 15) Tabla 12 de valoración1

Fuente: Elaboración propia

3.9.6. Sesión 6: Recopilación de información, desarrollo de plan de trabajo y solución

Descripción de la sesión:

En esta sesión se resolverá el problema.

1. El moderador debe llevar a cabo el debate, ¿Qué información tengo y cómo la uso?
Cada integrante debe tener la información solicitada en la sesión 2: “Según el vehículo que hayan elegido, debe consultar el costo del seguro obligatorio y revisión tecnomecánica anual y deducir su costo mensual. También deben consultar el precio del combustible por galón, cuántos kilómetros recorre el vehículo por cada galón. El precio del aceite y cada cuántos kilómetros se debe cambiar” (El docente también debe haber consultado dicha información).
Luego de debatir elegirán la información más completa y aterrizada para organizarla e iniciar el borrador del informe.
El entrenador debe coordinar el trabajo para calcular el costo por kilómetro recorrido del aceite y el costo por kilómetro recorrido del combustible. También debe calcular el costo por mes del seguro y el costo por mes de la revisión tecnomecánica.
Los cálculos deben redondearse al entero más cercano.
2. Al finalizar el debate deben completar el informe que está en el Anexo G, de forma clara y ordenada, también deben entregar la bitácora que evidencie el proceso al desarrollar el problema y entregarla al profesor, en caso de no alcanzar, deben presentarla antes de iniciar la siguiente clase.
3. Retroalimentación de los parámetros para la exposición de la siguiente sesión que se encuentran en la parte final del Anexo G

Tabla 9.

Ficha de la sesión 6

Objetivos	Contenidos	Temporización
Promover el debate y la toma de decisiones.	1. Debate: ¿Qué información tengo y cómo la uso?	20 minutos

Contrastar la información requerida. Plantear y resolver problemas con ecuaciones de primer grado. Realizar el informe que evidencie el trabajo desarrollado.	2. Realización del informe, según el anexo G	35 minutos
	3. Información para la exposición	5 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC, CPAA	R1, R2, R3, R8,	Etapas del ABP: 6, 7, 8
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Grupal	Usar el lenguaje algebraico para simbolizar, plantear y solucionar ecuaciones de primer grado y problemas.	Rúbrica 2 (tabla 16)

Fuente: Elaboración propia

3.9.7. Sesión 7: Presentación de Informe sobre los resultados

Descripción de la sesión:

- Esta sesión será dedicada a la exposición de cada grupo sobre el trabajo realizado, todos los demás compañeros estarán pendientes de lo que se exponga. Se evaluará a los expositores y al mismo tiempo al público presente que corresponde a los demás estudiantes del curso.
No se dará el espacio para las preguntas sino hasta el final de todas las exposiciones. Aunque el tiempo es de 8 minutos por grupo, puede aumentar según la cantidad de estudiantes, es posible que en algunos casos haya menos de 30 estudiantes por curso.
- Al finalizar todas las exposiciones se tendrán 12 minutos para las preguntas del público, si ningún estudiante tiene inquietudes, entonces el docente será quien las realice a modo de retroalimentación, para resaltar errores cometidos en general o para mostrar los aciertos que hayan tenido determinados grupos al momento de exponer sus resultados.

Tabla 10.

Ficha de la sesión 7

Objetivos	Contenidos	Temporización
Presentar los resultados obtenidos por medio de una exposición	Realización de exposiciones	48 minutos
	Preguntas	12 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CSC	R1, R2, R3, R5, R6, R9	Etapas del ABP: 8
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Grupal	Plantear y solucionar ecuaciones de primer grado y problemas e interpretar sus resultados.	Rúbrica 3 (tabla 17) Tabla 12 de valoración 1

Fuente: Elaboración propia

3.9.8. Sesión 8: Evaluación

Descripción de la sesión: Evaluación y autoevaluación

1. En esta sesión se desarrollará un test de forma individual sobre ecuaciones y problemas, para evidenciar el avance de cada estudiante en el tema. El test se encuentra en el Anexo H.
2. Al finalizar el test se presenta en el mismo Anexo H, la autoevaluación, en la cual deben escribir sus notas y promediarlas al final.

Tabla 11.

Ficha de la sesión 8

Objetivos	Contenidos	Temporización
Evaluar el avance de forma individual sobre el tema.	Test sobre ecuaciones de primer grado	55 minutos

Realizar la autoevaluación sobre el desempeño en el trabajo realizado.	Autoevaluación	5 minutos
TIEMPO TOTAL		60 minutos
Competencias	Recursos	Metodología
CMCBCT, CL, CPAA	R1, R2, R3, R8	Etapas del ABP: 9
Agrupamiento	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
Individual	Verificar los resultados obtenidos al solucionar problemas con ecuaciones de primer grado.	Autoevaluación (tabla 19) Evaluación final (Anexo H)

Fuente: Elaboración propia

3.10. Evaluación

La evaluación se divide en las siguientes clases:

- Evaluación diagnóstica sobre los conocimientos previos, la cual, se realizará en la primera sesión por medio de un debate.
- Evaluación formativa y procesual, con la cual se verificará el avance de los estudiantes respecto a los contenidos, así como la adquisición de los nuevos conocimientos. Para esta evaluación se realizarán tablas de valoración actitudinal y cuestionarios de autoevaluación.
- Evaluación sumativa, para valorar el nivel alcanzado en los objetivos propuestos en el informe y la exposición final y se realizará por medio de las respectivas rúbricas.

3.10.1. Instrumentos de evaluación

A continuación, se enuncian los instrumentos de valoración que se deben aplicar al desarrollar la propuesta. En cada uno, la calificación para el máximo indicador de logro es de 5, y el mínimo es de 1, cuando no se realiza el indicador de logro:

❖ **Tabla 12.**

Tabla de valoración actitudinal 1 (individual)

Indicador de logro	Valoración (1-5)
Participa activamente en la clase	
Respeto la opinión y el turno de los demás	
Contribuye a la explicación con aportes que promueven un mejor entendimiento del tema	
Impulsa a sus compañeros a participar	
Permite el desarrollo de la clase y presta atención a la misma	
PROMEDIO	

Fuente: Elaboración propia

❖ **Tabla 13.**

Tabla de valoración actitudinal 2 (grupal)

Indicador de logro	Valoración (1-5)
Participa activamente en las actividades grupales	
Respeto la opinión y el turno de los demás	
Pregunta al profesor o a sus compañeros sobre las inquietudes que surjan.	
Aporta ideas en el desarrollo de la ficha o los ejercicios propuestos en clase	
Entrega los ejercicios propuestos para desarrollo en casa	
PROMEDIO	

Fuente: Elaboración propia

❖ **Tabla 14.**

Tabla de valoración actitudinal 3 (grupal)

Indicador de logro	Valoración (1-5)
El problema contiene los tres parámetros establecidos	
El proceso planteado para el desarrollo del problema es lógico	
El problema tiene una redacción coherente	
PROMEDIO	

Fuente: Elaboración propia

❖ **Tabla 15.**

Rúbrica 1, grupal usando la balanza.

Indicador de logro	Nivel 1 Bajo	Nivel 2 Básico	Nivel 3 Alto	Nivel 4 Excelente	%
Realización de la balanza	No realizaron la balanza	Realizaron la balanza pero no utilizaron elementos reciclables.	Realizaron la balanza con elementos reciclables.	Realizaron la balanza con elementos reciclables y con una presentación impecable	20
Orden y Organización en el desarrollo de los ejercicios	El desarrollo de la guía se ve desorganizado y descuidado. Es complicado entender la información	El desarrollo de la guía es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El desarrollo de la guía es organizada, ordenada y por lo general, fácil de leer.	El desarrollo de la guía es presentado de forma organizada, clara y ordenada que es fácil de leer.	15
Desarrollo de ejercicios	Poca evidencia del desarrollo de los ejercicios.	Alguna evidencia del desarrollo de los ejercicios.	Realizaron los 10 ejercicios pero no hay evidencia de los ejercicios con los demás grupos.	Desarrollaron los ejercicios propios y los de por lo menos 2 grupos más.	35
Comprobación y reflexión de resultados.	No comprobaron los valores ni escribieron las respuestas.	Comprobaron los valores, pero no escribieron las respuestas.	Comprobaron los valores y escribieron las respuestas.	Comprobaron los valores, escribieron las respuestas y asesoraron a compañeros de otros grupos.	30

Fuente: Elaboración propia

❖ **Tabla 16.**

Rúbrica 2, informe final

Indicador de logro	Nivel 1 Bajo	Nivel 2 Básico	Nivel 3 Alto	Nivel 4 Excelente	%
Recolección de datos	Ninguno de los integrantes recolectó los datos.	Algunos integrantes recolectaron los datos, pero no estaban completos.	Todos los integrantes recolectaron los datos pero algunos no estaban completos.	Todos los integrantes recolectaron todos los datos solicitados y son coherentes.	20

Orden y Organización	El informe se ve desorganizado y descuidado. Es difícil entender la información	El informe es presentado de forma organizada, pero puede ser difícil de leer.	El informe es presentado de forma organizada y ordenada que es, por lo general, fácil de leer.	El informe es presentado de una manera organizada, clara y ordenada que es fácil de leer.	15
Planteamiento del problema y definición de la variable	El planteamiento no corresponde para su solución con ecuaciones.	El planteamiento está bien pero la redacción no es del todo clara.	El planteamiento y la redacción es clara.	El planteamiento y la redacción es clara y además la variable está bien definida.	35
Solución y comprobación de resultados	No desarrollaron el problema, ni la totalidad de los ítems del informe	Solucionaron y comprobaron el resultado, pero algunos ítems del informe están sin resolver.	Solucionaron y comprobaron el resultado. Desarrollaron el informe en su totalidad.	Solucionaron y comprobaron el resultado. Desarrollaron el informe en su totalidad con argumentos sólidos.	30

Fuente: Elaboración propia

❖ **Tabla 17.***Rúbrica 3, Exposición de resultados*

Indicador de logro	Nivel 1 Bajo	Nivel 2 Básico	Nivel 3 Alto	Nivel 4 Excelente	%
Parámetros establecidos al final del informe.	Ninguno de los parámetros se llevó a cabo.	Algunos parámetros se llevaron a cabo.	Todos los parámetros se llevaron a cabo, sin embargo, la información no fue del todo clara.	Todos los parámetros se llevaron a cabo de forma clara.	40
Presentación y organización	La presentación se observa desorganizada y descuidada. Es difícil entender la información	La presentación se observa de forma organizada, pero puede ser difícil de leer.	La presentación se observa de forma organizada y ordenada que es, por lo general, fácil de leer.	La presentación se observa de forma organizada, clara y ordenada, clara que es fácil de leer.	30

El manejo de grupo	Los estudiantes no interactuaron con el grupo y se dedicaron a leer diapositivas	Los estudiantes interactuaron con el grupo.	Los estudiantes interactuaron con el grupo y su exposición fue activa,	Los estudiantes interactuaron con el grupo, su exposición fue activa y el público manifestó estar satisfecho.	30
--------------------	--	---	--	---	----

Fuente: Elaboración propia

3.10.2. Tabla de evaluación de la propuesta de intervención

A continuación, se presenta la tabla 18, con las respectivas ponderaciones de cada sesión y su puntaje final:

❖ **Tabla 18.**

Evaluación de la propuesta de intervención

Sesiones	Instrumento de valoración	Ponderación
S1	Tabla de valoración actitudinal 1 (tabla 12)	3%
S2	Tabla de valoración actitudinal 1 (tabla 12)	3%
	Tabla de valoración actitudinal 2 (tabla 13)	4%
S3	Tabla de valoración actitudinal 1 (tabla 12)	3%
	Tabla de valoración actitudinal 2 (tabla 13)	4%
S4	Tabla de valoración actitudinal 1 (tabla 12)	3%
	Tabla de valoración actitudinal 3 (tabla 14)	4%
S5	Tabla de valoración actitudinal 1 (tabla 12)	3%
	Rúbrica 1 (tabla 15)	15%
S6	Rúbrica 2 (tabla 16)	15%
S7	Tabla de valoración actitudinal 1 (tabla 12)	3%
	Rúbrica 3 (tabla 17)	15%
S8	Puntuación de autoevaluación (Tabla 19)	10%
	Puntuación del test final (Anexo H)	15%

Fuente: Elaboración propia

4. Conclusiones

Es momento de revisar las conclusiones que ha dejado la propuesta de este trabajo de fin de máster, analizando los objetivos planteados y su alcance.

El objetivo general del presente trabajo era: Diseñar una propuesta de intervención educativa con la metodología de aprendizaje basado en problemas, para la enseñanza de ecuaciones de primer grado y la solución de problemas asociados a ellas, orientado a estudiantes de 13 y 14 años. Para lograr dicho objetivo ha sido necesario realizar la recopilación y selección de bibliografía asertiva con el fin de fundamentar teóricamente la propuesta y a la vez, teniendo en cuenta el planteamiento de problema y la justificación. Es así como los trabajos de diferentes autores contribuyen de manera significativa en la elaboración de la propuesta pues aportan información relevante y guían para que cada sesión planteada promueva el aprendizaje significativo a partir del debate y la cooperación de los participantes de cada grupo y de esta forma, problemas como la brecha que se presenta en los resultados de matemáticas en las pruebas PISA, puedan ser solucionados gradualmente.

Se han establecido cuatro objetivos específicos que desglosan el objetivo general. El primero era estudiar las principales dificultades de los estudiantes en la solución de ecuaciones de primer grado. Para este objetivo se resalta la información encontrada y expresada en el marco teórico y la cual sirve como punto de partida en el diseño de actividades que contribuyan a reducir dichas dificultades. Los problemas en contexto son importantes en las situaciones de aprendizaje del estudiante especialmente relacionadas con las matemáticas y el desarrollo de ecuaciones.

El segundo objetivo era analizar la metodología basada en problemas aplicados en la enseñanza de ecuaciones de primer grado. En este caso, la metodología fomenta tanto el trabajo autónomo como el trabajo en equipo y fortalecer el proceso de enseñanza – aprendizaje, incentiva el sentido crítico y permite a cada estudiante usar un paso a paso que sustente y que a la vez juzgue el proceso que soluciona el problema.

El tercer objetivo era diseñar actividades que permitan trabajar las ecuaciones de primer grado y la solución de problemas. El diseño de actividades permite trabajar las ecuaciones de primer grado y problemas de manera lúdica y a la vez convierte al estudiante en el centro de su propio aprendizaje, además el pensamiento crítico se desarrolla en los estudiantes

generando ambientes de aprendizaje y espacios relacionados con socializaciones como la lluvia de ideas, los debates y actividades en las cuales el estudiante exponga su punto de vista.

El cuarto objetivo era indagar experiencias similares de situaciones didácticas en la solución de ecuaciones de primer grado propuestas por otros investigadores. Dichas experiencias permitieron proponer algunos ejercicios similares o relacionados en distintas sesiones pues pueden contribuir al trabajo integral desde diferentes perspectivas. Las representaciones de los problemas matemáticos fortalecen la creatividad e imaginación, hábitos de trabajo y manejo del espacio.

Como reflexión, el aprendizaje basado en problemas es necesario abordarlo de manera integral pues ayuda a convertir un problema en un reto y a desarrollarlo de forma ordenada, fortaleciendo las competencias y habilidades de pensamiento, análisis, reflexión y proyección. Por tal razón es importante que el profesor plantee y diseñe las actividades que renueven el quehacer docente y se esté capacitando continuamente, pues el recurso humano con el que trabaja está en constante cambio.

5. Limitaciones y prospectiva

Entre las carencias que se han detectado durante el desarrollo del trabajo se consideran las siguientes:

- Para el desarrollo del tema usando la metodología planteada, se requiere tiempo y acompañamiento por parte de los padres de familia.
- La información sobre metodología basada en problemas para la solución de ecuaciones de primer grado es limitada.
- El currículo necesita una actualización constante puesto que los contenidos para lograr una integralidad teniendo en cuenta la temporalización para poder trabajar cada tema con mayor dedicación logrando un aprendizaje significativo y de calidad.
- La falta de material didáctico y herramientas pedagógicas desmotivan al estudiante en su proceso de aprendizaje.
- La falta de manejo por parte del docente de las dificultades de aprendizaje encontradas en los estudiantes y el conducto que se debe llevar a cabo.
- La disposición del profesor para cambiar su estilo de enseñanza con una propuesta innovadora.
- La mayoría de la información encontrada en cuanto al manejo de metodología por parte del docente está basada en las TICs, dejando de lado el uso de material didáctico e innovador, el cual es importante para el desarrollo de la creatividad imaginación y autonomía en los estudiantes.
- Los recursos para la solución de problemas de ecuaciones de primer grado deben pensarse para condiciones rurales, donde la conectividad puede ser limitada o los estudiantes no poseen muchos dispositivos electrónicos.

En cuanto a las líneas de trabajo proyectadas dentro de la investigación se pueden destacar las siguientes:

- Llevar a cabo la propuesta en el grupo apropiado para evaluar si los objetivos didácticos son conseguidos y verificar la motivación que se pretende transmitir en cada sesión.
- Adecuar un currículo flexible para desarrollar un aprendizaje integral y distinto al tradicional y que distribuya el tiempo adecuado para trabajar cada tema.

- Diseñar estrategias para fortalecer las dificultades encontradas en los estudiantes y aplicar el respectivo plan de apoyo.

6. Referencias bibliográficas

- Alzate, E., Montes, J., Escobar, R. (2013). Diseño de actividades mediante la metodología ABP para la Enseñanza de la Matemática. *Scientia Et Technica*, 18, (3), 542-547.
- Bernal, C. (2011). *Problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita*. [Trabajo de postgrado. Universidad Autónoma de Barcelona]. FUNES. <http://funes.uniandes.edu.co/1790/>
- Bonilla, S. (2018). *Comprensión de enunciados de problemas de ecuaciones de primer grado en estudiantes del grado 3: Una propuesta en el marco de la enseñanza para la comprensión*. [Tesis de maestría. UdeA]. Repositorio institucional universidad de Antioquia. <https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/11264>
- Borrero, O. (2020). *Análisis del nivel de calidad educativo en Colombia, a partir de los resultados de las pruebas PISA en el periodo 2012-2018*. [Trabajo de especialización. Universidad Militar Nueva Granada]. Repositorio institucional UMNG. <https://repository.unimilitar.edu.co/handle/10654/35718>
- Branda, L. (2009). El aprendizaje basado en problemas: De herejía artificial a res popularis. *Educación médica*, 12(1), 11-23.
- Caicedo, J. (2017). *El uso comprensivo del lenguaje simbólico en la formulación y solución de problemas que involucran ecuaciones de primer grado*. [Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/60223>
- De Moreno, I., De Castellanos, L. (1997). Secuencia de enseñanza para solucionar ecuaciones de primer grado con una incógnita. *EMA*, 2, (3), 247-258.
- Escribano, A., del Valle López, A. (2008). *El aprendizaje basado en problemas: Una propuesta metodológica en educación superior* (18). Narcea Ediciones.
- Fernández, S., Saiz C. (2012). Pensamiento crítico y aprendizaje basado en problemas cotidianos. *Red U: revista de docencia universitaria* 10, (3), 325-346
- Galeano, O., Váquiro, L. (2015). *Una propuesta didáctica para la resolución de ecuaciones de primer grado como relación de equivalencia utilizando el modelo virtual de la balanza*.

[Tesis de grado. Universidad del Valle]. Biblioteca digital universidad del Valle.
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/9452>

García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. [Tesis de fin de Máster. Universidad de Granada]. Researchgate.

<https://www.researchgate.net/publication/320505917>

Gómez, A. (2019, agosto 19). *Propiedades de las igualdades/Despeje de ecuaciones* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=CJEsybfPQSE>

Gómez, A., Sanjosé, V., Solaz, J. (2011). Aprendizaje basado en problemas en la Educación Superior: una metodología necesaria en la formación del profesorado. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*.1(25), 177-186

Guitart, M. (2009). Un estudio empírico sobre las ventajas e inconvenientes del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en grupos numerosos. *APRENDER Caderno de Filosofia e Psicologia da Educação*, 1(12).

Hermosas creaciones (2020, agosto 8). *Como hacer una balanza escolar*. [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=k8jJWHZep8o>

Ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, *Educación*. Boletín Oficial del Estado 295 de 10 de diciembre de 2013.

Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, *Educación* Boletín Oficial del Estado 106 de 4 de mayo de 2006.

Martínez, L., Rincón, E., Domínguez, A. (2011). *El juego y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado*. Acta latinoamericana de matemática educativa, 397- 405, México. DF. Comité latinoamericano de matemática educativa
<http://funes.uniandes.edu.co/4775/>

Morales, P., Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 13, 145-157.

Mosquera, W. (2014). *Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método “Flipped Classroom” o aula invertida*. Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa Guadalupe del

municipio de Medellín. [Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional UN.

<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/52658>

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, *por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*. Boletín Oficial del Estado 25, de 29 de enero de 2015.

Ramírez, E. (2022). *Enseñanza de ecuaciones lineales mediante la modelación matemática, la gamificación y la resolución de problemas retadores en estudiantes de grado octavo del colegio Gustavo Restrepo*. [Tesis de maestría. Universidad Antonio Nariño]. Repositorio institucional UAN.

<http://repositorio.uan.edu.co/handle/123456789/7158>

Real Decreto de 1105/2014 de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Publicado en *Boletín Oficial del Estado número 3, del 3 de enero de 2015*.

Rendón, F. (2018). *Diseño de estrategia didáctica para contribuir a resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa aplicando el método ABP (Aprendizaje Basado en Problemas)*. [Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional UN.

<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/68812>

Ruano, R., Martín, S., María, P. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria, en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74.

Sánchez, N. (2014). *Análisis de errores asociados a las ecuaciones de primer grado. Una aproximación desde la zona de desarrollo próximo*. Actas Jornadas Nacionales Educación Matemática, 196-203. Santiago, Chile.

<http://funes.uniandes.edu.co/7757/>

Anexo A: Repaso sobre transposición de términos (Sesión 1).

Inicialmente, proyecte el video del canal del profe Alex, llamado: Propiedades de las igualdades|Despeje de ecuaciones (2019), disponible en el siguiente link <https://www.youtube.com/watch?v=CJEsybfPQSE> sobre la propiedad uniforme y reproducícalo en el lapso desde el minuto 9:18 hasta el minuto 17:06.

Páuselo las veces que sea necesario y realice las siguientes preguntas para que los estudiantes debatan:

- ✓ ¿Qué entiende por la propiedad uniforme?
- ✓ Si, se suma el mismo número a ambos lados de la igualdad. ¿se obtiene la misma igualdad? ¿continúa siendo una igualdad?
- ✓ ¿Qué entiende por transposición de términos?
- ✓ ¿Cuál es el objetivo al despejar una variable?
- ✓ ¿Qué se debe hacer si la variable está siendo multiplicada o dividida?
- ✓ ¿Por qué cree que es mejor simplificar primero cuando hay una multiplicación de fracciones?
- ✓ ¿Todas las ecuaciones tienen solución?
- ✓ ¿En qué casos no tendría solución una ecuación?

Por último, proponga los siguientes ejercicios para desarrollar en la clase usando la propiedad uniforme y la transposición de términos, si acaso no terminan, deben realizarlos en casa:

- 1) $x - 37 = 16$
- 2) $6x = 72$
- 3) $\frac{x}{7} = 8$
- 4) $x + 6 = 34$
- 5) $x - 3 = x + 5$

Volver a la sesión 1.

Anexo B: Contextualizando y conocimientos previos (Sesión2)

Nombre del grupo: _____

Integrantes: _____

Instrucciones: Debata con sus compañeros contesten las preguntas que se plantean. Al finalizar, el moderador debe entregar éste documento completamente diligenciado al profesor. El tiempo determinado para ésta actividad es de 15 minutos.

1. Lo que conocemos sobre el problema:

Respecto a los automóviles de combustión interna ¿Qué combustible utilizan?

¿Qué creen que es el seguro obligatorio para accidentes en automóviles?

¿Por qué se realiza la revisión tecnicomecánica en los automóviles?

¿Qué factores influyen en el gasto de combustible y el cambio de aceite?

Los conocimientos previos:

¿Qué conocimiento matemático se requiere para la solución del problema?

¿Cuáles gastos consideran que deben contemplarse al usar un automóvil?

¿Qué operaciones matemáticas están incluidas para calcular el gasto de mantenimiento de un automóvil?

Volver a la sesión 2

Anexo C: Entrenamiento de ecuaciones de primer grado con números enteros (sesión 2)

Nombre del grupo: _____

Integrantes: _____

Instrucciones: Solucionen las ecuaciones que se presentan, usando un procedimiento lógico y adecuado, según la explicación del profesor y el ejemplo propuesto. El tiempo determinado para ésta actividad es de 20 minutos.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 3x - 2 + 3 - 6x &= 2 - 2x + 2 \\ 3x - 6x - 2 + 3 &= -2x + 2 + 2 \\ \begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \swarrow \\ -3x & + 1 & = -2x + 4 \end{array} \\ \begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \swarrow \\ -3x + 2x & = & 4 - 1 \\ \swarrow & \downarrow & \swarrow \\ -x & = & 3 \\ \swarrow & \downarrow & \swarrow \\ x & = & -3 \end{array} \end{aligned}$$

Ejercicios para solucionar en clase al respaldo de la hoja:

1. $6x - 4 = -2x$
2. $-5x - 4 = -2x + 3$
3. $6x + 2x - 4 = 8x + 20$
4. $15x + 6 = -20x + 76$

Los siguientes ejercicios, se deben desarrollar de forma individual en casa y presentarlos en la siguiente clase:

1. $8x - 32 = 16x$
2. $-12x - 4 = -2x - 10x + 31$
3. $6x + 2 - 4 = -5 + 8x + 20$
4. $3x + 7 = -9x + 55$

Volver a sesión 2

Anexo D: Proponer hipótesis y definir variable (sesión 3)

Nombre del grupo: _____

Integrantes: _____

Instrucciones: Debata con sus compañeros contesten las preguntas que se plantean. Al finalizar, el moderador debe entregar éste documento completamente diligenciado al profesor. El tiempo determinado para ésta actividad es de 10 minutos.

Teniendo en cuenta que el problema en contexto se trata sobre: “Gastos promedio mensuales de un automóvil de combustión interna, según los gastos fijos: impuesto, seguro y revisión tecnomecánica y gastos variables: combustible y aceite”.

1. Propongan dos hipótesis que puedan solucionar el problema, si desean, pueden colocar algún valor estimado.
2. Teniendo en cuenta el punto 2, ¿sería conveniente usarlos de la misma forma para calcular el gasto anual? ¿Por qué?
3. El gasto de combustible y de aceite, ¿de qué depende? ¿cuáles son los gastos que no se modifican aún si el auto está detenido o está en movimiento?
4. Defina la variable, postulando una descripción de la variable x : ¿qué sería en éste caso?

Volver a la sesión 3

Anexo E: Paso del lenguaje verbal a lenguaje algebraico (sesión 3)

Nombre del grupo: _____

Integrantes: _____

Instrucciones: Solucionen las ecuaciones que se presentan, usando un procedimiento lógico y adecuado, según la explicación del profesor y el ejemplo propuesto. El tiempo determinado para ésta actividad es de 20 minutos.

Ejemplo:

El doble de un número es $\Rightarrow 2x$

$17x + \frac{x}{3} - 7 \Rightarrow$ Diecisiete veces un número, aumentado en su tercera parte y disminuido en 7 unidades.

Ejercicios para solucionar en clase, al respaldo de la hoja:

1. La mitad de un número aumentado en su cuadrado.
2. El triple de un número aumentado en 5 unidades y disminuido en su quinta parte.
3. El cuadrado de la suma de dos números.
4. El producto de un tercio de un número con su cuádruple.
5. $(x + 8)^2$
6. $x + \frac{x}{3}$
7. $x - 3x$
8. $15x + \frac{x}{5} - 18x$

Los siguientes ejercicios, se deben desarrollar de forma individual en casa y presentarlos en la siguiente clase:

1. La suma de dos números consecutivos
2. El cociente de dos números.
3. El área de una figura cuadrada aumentada en 7 centímetros cuadrados.
4. $8x + 2x - x^2$
5. $\frac{x}{4} + 2 - x^3$
6. $x - 4 + 5(x - 4)$

Anexo F: Uso de la balanza para solucionar ecuaciones (Sesión 5)

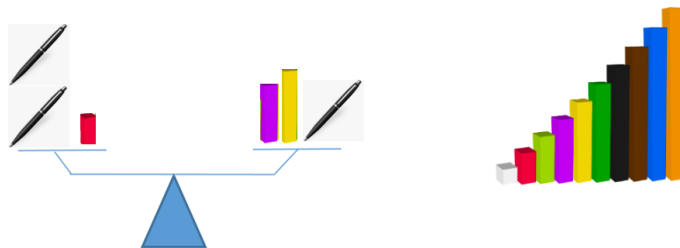
Nombre del grupo: _____

Integrantes: _____

Instrucciones: completen los siguientes ítems apoyándose en la explicación del profesor y el ejemplo propuesto. El tiempo determinado para ésta actividad es de 35 minutos.

Ejemplo:

Teniendo en cuenta que cada regleta pesa aproximadamente su número equivalente en gramos, es decir, la uno, un gramo, la dos, dos gramos, etc.



Por lo tanto, la ecuación que se debe solucionar es $2x + 2 = 4 + 5 + x$, donde x corresponde al peso del esfero. Y se deduce que pesa 7 gramos.

1. Postulen 10 ecuaciones, donde tengan variables en cada lado del platillo, ojalá de dificultad alta, luego desarróllenlas.
2. Entreguen al estafeta 5 ecuaciones, las más difíciles, con sus respectivas respuestas y envíenlo a que ponga a prueba a los demás grupos, ubicando elementos en las balanzas de ellos.
3. Reciban al estafeta de otro grupo y acepten el reto de solucionar las ecuaciones que les proponen.

El secretario debe entregar esta guía al terminar la actividad.

Volver a la sesión 5

Anexo G: Informe final (sesión 6)

Nombre del grupo: _____

Integrantes: _____

Instrucciones: Complete cada una de los siguientes ítems con la información recopilada:

1. Complete la tabla con las cantidades de dinero consultadas por cada integrante del grupo y el lugar de donde obtuvo la información.

Nombre del estudiante	Marca y modelo del automóvil seleccionado	Costo del aceite por kilómetro	Costo del combustible por kilómetro	Costo del Seguro obligatorio por mes	Costo de la revisión técnica por mes	Fuente de donde tomó la información

2. ¿Cuánto es el valor que decidieron postular para gastar en total en el mes?
3. Escriban el planteamiento del problema:
4. Definan la variable. X corresponde a
5. Escriban la ecuación:
6. Solucionen la ecuación de forma clara y ordenada y sin saltar pasos.
7. Interpreten el resultado obtenido y compruebe si es correcto
8. ¿por qué considera relevante saber esa información?

9. ¿Qué opinan sobre los automóviles eléctricos?

10. ¿Cuáles variables cree que puede utilizar para calcular el costo de mantenimiento de una auto eléctrico o de otro medio de transporte familiar?

Con base en el informe presentado, el grupo debe realizar una exposición en la siguiente sesión que tenga los siguientes parámetros:

- ❖ Todos los integrantes deben participar aportando datos relevantes sobre el trabajo.
- ❖ Uno de los participantes resolverá la ecuación en el tablero, de forma clara y ágil.
- ❖ La duración no debe exceder los ocho minutos.
- ❖ Deben presentar el problema, los datos recolectados y la definición de la variable.
- ❖ Deben terminar con una reflexión o conclusión sobre el trabajo desarrollado a lo largo de las 7 sesiones.
- ❖ Debe ser concreta.

Volver a la sesión 6.

Anexo H. Test Final

El siguiente test tiene 8 puntos, de los cuales, los primeros 5 son de selección múltiple con única respuesta y los últimos 3 son de preguntas abiertas. Para su desarrollo tiene 55 minutos y es de forma individual.

1. El resultado de la ecuación $3x + 6 = 12$ es:

- A)) -2 B) 6 C) 2 D)) -6

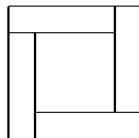
2. El resultado de la ecuación $24x + 6 = 18x - 12$ es:

- A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) $-\frac{1}{3}$ D) -3

3. El resultado de la ecuación $\frac{x}{2} + 3 = \frac{3}{5}x$ es:

- A) $\frac{1}{3}$ B) 30 C) 10 D) 3

4. Se subdivide el cuadrado grande en un cuadrado pequeño rodeado por cuatro rectángulos congruentes tal como se muestra en la figura.



El perímetro de cada uno de los rectángulos congruentes es 14. ¿Cuánto es el área del cuadrado grande?

- A) 64 B) 49 C) 100 D) 121

5. Seis veces un número más cinco es lo mismo que siete veces el número menos seis. El número es:

- A) 11 B) -1 C) 1 D) 2

6. Una de las dimensiones de una sala rectangular es el doble que la otra. Si cada dimensión aumenta en 5 metros, el área aumenta en 160 metros cuadrados. Hallar las dimensiones la sala. Realice el procedimiento definiendo la variable, luego planteando la ecuación y por último, solucione la ecuación e interprete el resultado.

7. Plantee un problema con la ecuación $300x + 200 = 7700$

8. ¿Por qué considere importante aprender a solucionar ecuaciones?

AUTOEVALUACIÓN

Califique de 1 a 5 cada ítem y luego promedie los resultados, siendo 1 el hecho de no haber cumplido en lo más mínimo y 5 al realizar todos los logros tal y como fueron solicitados.

Tabla 19

Autoevaluación

Indicador de logro	Valoración (1-5)
Participé activamente en las actividades grupales	
Respeté la opinión y el turno de los demás	
Pregunté al profesor o a mis compañeros sobre mis inquietudes.	
Desarrollé todos los ejercicios propuestos en clase	
Entregué los ejercicios propuestos para desarrollo en casa	
Alcancé la mayoría de objetivos propuestos en cada clase	
Me sentí motivado al realizar las actividades propuestas.	
PROMEDIO	

Fuente: Elaboración propia.