

**Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación**

Trabajo fin de máster

**METODOLOGÍA PARA
ENSEÑAR GEOMETRÍA A
ALUMNOS DE 3º DE LA ESO
BASADA EN EL TRABAJO
COOPERATIVO**

Presentado por: Maialen Madariaga Mujika

Línea de investigación: Métodos pedagógicos - Matemáticas

Director/a: Pedro Viñuela Villa

Ciudad: Oñati (Guipúzcoa)

Fecha: 18/01/2013

Índice de contenidos

1. INTRODUCCIÓN.....	6
1.1. Presentación y justificación del trabajo	6
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
2.1. Objetivos	10
2.2. Metodología.....	11
2.3. Justificación de la bibliografía utilizada.....	13
3. DESARROLLO.....	15
3.1. Marco teórico	15
3.1.1. Definición de la educación cooperativa.....	15
3.1.2. Principios de la educación cooperativa.....	17
3.1.3. Técnicas cooperativas.....	18
3.1. 4. Evaluación en la educación cooperativa.....	21
3.2. Estudio de campo	23
3.2.1. Marco contextual.....	24
3.2.2. Realización de la encuesta.....	24
3.2.3. Resultados de la encuesta.....	24
3.2.4 Entrevista con la profesora.....	26
3.2.5 Resultado global del trabajo de campo.....	27
3.3. Propuesta de intervención.....	28
3.3.1. Fase de introducción.....	28
3.3.2. Fase de desarrollo.....	29
3.3.3. Fase de producción.....	31
3.3.4. Fase de reflexión.....	33
4. APORTACIONES DEL TRABAJO.....	35
5. DISCUSIÓN.....	37
6. CONCLUSIONES.....	38
7. LIMITACIONES DEL TRABAJO.....	39
8. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS.....	41
9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	42
10. ANEXOS.....	44
10.1. ANEXO I - Encuesta.....	44
10.2. ANEXO II - Entrevista.....	46
10.3. ANEXO III - Juegos cooperativos.....	47
10.4. ANEXO IV - Problemas de Geometría - Grupo A.....	48

10.5. ANEXO V - Rúbrica de autoevaluación.....	49
10.6. ANEXO VI - Rúbrica de coevaluación.....	51
10.7. ANEXO VII - Rúbrica de evaluación.....	53
10.8. ANEXO VIII - Acta del grupo.....	54

Índice de tablas

Tabla 1. Educación competitiva vs educación cooperativa.....	17
--	----

Índice de esquemas

Esquema 1. Estructura de la actividad cooperativa.....	17
Esquema 2. Principios de la educación cooperativa.....	18
Esquema 3. Agrupación en la técnica del Rompecabezas.....	20

Índice de gráficas

<i>Gráfica N° 1.</i> Resultados de la encuesta (nota media por cada pregunta)	26
<i>Gráfica N° 2.</i> Resultados de la encuesta (nota media por cada principio)	26

RESUMEN

El presente trabajo está dirigido a la investigación de los métodos pedagógicos en el ámbito de las matemáticas. El objetivo principal ha consistido en realizar una adaptación metodológica e introducir la educación cooperativa en el centro analizado para tal motivo. La consecución de este objetivo requiere un largo camino con procedimientos claramente ordenados, marcados y bien estructurados. Por ello, inicialmente se ha realizado un estudio teórico, mediante una gran variedad de fuentes bibliográficas. Posteriormente, un estudio de campo apoyado en la base teórica obtenida anteriormente, ha permitido observar los posibles buenos resultados que puede ofrecer la incorporación de la educación cooperativa en el centro estudiado para ello. A su vez, el estudio se ha completado con una entrevista, en la cual se han podido detectar los obstáculos más destacables que dificultan un correcto aprendizaje de la Geometría en el tercer curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Finalmente, todo esto ha proporcionando la suficiente información como para realizar una propuesta didáctica dirigida a la incorporación de la educación cooperativa para el estudio de la Geometría. Es destacable que esta propuesta ha sido adaptada a la realidad actual del centro y a las metodologías de enseñanza actuales, proponiendo diversas modificaciones para poder incorporar la educación cooperativa, pero respetando en todo caso los contenidos y los procedimientos que han de ser trabajados en la rama de Geometría de este curso. Como conclusión, este trabajo justifica razonablemente, el poder implantar esta metodología en la estructura actual de la asignatura de Geometría, y al mismo tiempo remarcar la necesidad de incorporar la metodología del trabajo cooperativo en los centros educativos.

Palabras clave

Cooperación, Geometría, auto-aprendizaje, propuesta didáctica, evaluación continua

ABSTRACT

This work is focused on teaching methods in the field of mathematics. The ultimate goal has been to make a methodological adaptation and introduce cooperative education at the educational center analyzed for it. Achieving this goal requires a long way with clear procedures ordered and well structured. For these reasons, initially conducted a study through different theoretical literature. Subsequently, a field study supported the theoretical obtained above, has revealed the potential that can deliver good results incorporating cooperative education at school studied for it. In turn, the study has been completed with an interview, in which they have been able to detect the most significant obstacles that hinder proper geometry learning in the third year of compulsory secondary education. Finally, all this has to provide enough information to perform a didactic proposal aimed at the incorporation of cooperative education for the study of Geometry. It is noteworthy that this proposal has been adapted to the current reality of the center and current teaching methodologies, proposing various amendments to incorporate cooperative education, but always respecting the contents and procedures that have to be worked in Geometry of this course. In conclusion, in my opinion this work justifies reasonably how easy it is to implement this methodology in the current structure of the subject of Geometry, and at the same time it stresses the need for the incorporation of cooperative methodology in schools today.

Keywords

Cooperative education, Geometry, self learning, didactic proposal, continuous evaluation

1. Introducción

1.1. Presentación y justificación del trabajo

El presente trabajo es el resultado de la necesidad de realizar innovaciones en las actuales metodologías educativas. Es una respuesta a las dificultades de adaptación que tienen los centros educativos a las nuevas necesidades del alumnado. Muchos expertos afirman que el currículum de Matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria fue creado a finales del siglo XIX con el fin de que la población adquiriese las destrezas matemáticas básicas como la aritmética. Cabe destacar que esto fue un gran impulso para la sociedad industrial de la época. Sin embargo, tal y como afirman diversos expertos en educación como Ken Robinson, la economía de hoy requiere de innovaciones educativas encaminadas a formar profesionales creativos y participativos, dispuestos a arriesgar y a aprender desde sus propios errores.

En este sentido, la asignatura de Matemáticas ha de ser adaptada a los actuales requerimientos profesionales. Sin embargo, las adaptaciones no sólo se deben realizar en los contenidos impartidos, sino que también deben estar implícitos en la misma metodología ya que son el motor principal para poder fomentar la actitud creativa y participativa mencionada anteriormente. Hasta ahora, la educación se ha centrado en un proceso basado en una evaluación que principalmente ha valorado el trabajo individual de cada alumno, dejando en un segundo plano los resultados obtenidos de los trabajos realizados de forma conjunta. En este contexto, se ha desvalorizado la relación entre los alumnos, de forma inconsciente en muchos casos.

Según el contenido del Informe de la Ponencia sobre la situación de las enseñanzas científicas en la Educación Secundaria (2003), el objetivo final de un proceso educativo debe ser el aprendizaje, cuyo resultado depende básicamente del esfuerzo personal, tanto de los alumnos como de los docentes. Este esfuerzo personal es el que permite que los alumnos asuman responsabilidades tanto para trabajar de forma individual, como para adoptar una actitud favorable para trabajar de forma conjunta. Sin embargo, la considerable disminución de este esfuerzo personal ha provocado que muchas investigaciones actuales, basadas en el incremento del fracaso escolar, afirmen que esta perspectiva individualista de la educación ha quedado obsoleta con el paso del tiempo.

Ante esta situación, muchas instituciones educativas y expertos en la materia han abierto nuevos caminos dirigidos a trabajar nuevas metodologías que puedan ir solventando en la medida de lo posible el problema planteado. En este contexto, la educación cooperativa podría ser un método adaptado a una nueva situación educativa y así responder a los nuevos requerimientos profesionales y educativos siempre y cuando se lleve a cabo de una forma organizada y coordinada por parte de todos los implicados. Se trata de una metodología que consiste básicamente en adquirir una serie de hábitos y estrategias que capaciten al alumnado

a llevar adelante el proceso de aprendizaje más idóneo. Para ello, dentro de la educación cooperativa existen dos factores importantes a tener en cuenta:

- Aprender a trabajar en grupo
- Atender a las capacidades del alumnado para conseguir que cada uno de ellos sea capaz de llevar al máximo sus capacidades.

Es una metodología que permite que el alumnado no sólo se limite a la recepción de información y al cumplimiento de las instrucciones del profesor, sino que también desarrolle las técnicas de auto-aprendizaje y asuma la responsabilidad de su propio proceso educativo. En este caso, la clave del éxito no sólo se centrará en el trabajo individual sino que se completará con el trabajo realizado de forma conjunta.

El aprendizaje cooperativo se basa en el desarrollo didáctico de grupos pequeños, donde los estudiantes trabajan de forma conjunta, para maximizar el aprendizaje de ellos mismos y de los demás. Éste método contrasta con el aprendizaje competitivo, puesto que en este último cada estudiante trabaja contra los demás para conseguir los distintos objetivos de la escuela (Johnson, 1999, p. 14).

La aportación de Johnson confirma que la incorporación de las técnicas cooperativas en la escuela podrían servir para personalizar la educación, puesto que permite atender individualmente las necesidades de cada alumno, dejando en un segundo plano el carácter individualista y competitivo de la educación actual. En la educación cooperativa, todos los alumnos participan, cooperan y se ayudan mutuamente para alcanzar unos objetivos comunes que a la larga revierten en cada uno de ellos.

En este contexto, el presente trabajo pretende proponer una metodología dirigida a promover el esfuerzo de los alumnos, y proporcionar un aprendizaje estable y firme para la materia de Geometría en la asignatura de Matemáticas. Debido a la desvalorización que ha sufrido este bloque de contenidos en los últimos años, es necesario remarcar su importancia dentro de la asignatura de matemáticas. Tanto en el *Real Decreto 1631/2006* donde se establece la estructura de la Educación Secundaria Obligatoria con sus enseñanzas mínimas, y en su adaptación a la CAPV en el *Decreto 175/2007 de 16 de octubre*, se puede destacar que la geometría permite desarrollar la siguiente competencia: "identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación" (BOE, núm. 5, p. 752).

La geometría configura uno de los cinco bloques de la asignatura de matemáticas, y se imparte en todos los cursos de la ESO con una complejidad mayor o menor según se van adquiriendo más conocimientos. En el caso del tercer curso, se desarrollan los siguientes contenidos:

1. Determinación de figuras o configuraciones geométricas a partir de ciertas propiedades. Lugar geométrico.
2. Teoremas de Tales y Pitágoras: su aplicación a la resolución de problemas geométricos y del medio físico.
3. Traslaciones, simetrías y giros en el plano. Elementos invariantes de cada movimiento. Su aplicación al análisis y representación de configuraciones geométricas.
4. Poliedros. Poliedros regulares. Elementos característicos y propiedades.
5. Coordenadas geográficas y husos horarios.
6. Pautas para la interpretación de mapas y análisis de errores.

Todos estos contenidos, siempre que sean impartidos mediante una metodología adecuada, permitirán alcanzar por parte del alumnado uno de los objetivos principales que pretende desarrollar la Educación Secundaria Obligatoria, según la LOE: "Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, estructurado en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia" (BOE, núm. 106, p. 17169).

2. Planteamiento del problema

Tal y como se ha planteado anteriormente, los centros educativos actuales de Educación Secundaria están sometidos a determinados problemas que obstaculizan gravemente el aprendizaje adecuado y estable de los alumnos:

- Alta dependencia de los alumnos hacia el docente
- Valoración única del trabajo individual
- Ausencia del fomento de la relación entre alumnos
- Aprendizaje limitado a la recepción de información y al cumplimiento de las instrucciones del profesor
- Alta desmotivación del alumnado

Aunque estos problemas generales afectan principalmente a todas las asignaturas impartidas en Secundaria, hay que tener en cuenta que cada materia está compuesta por una serie de contenidos que han de ser trabajados mediante una metodología perfectamente adaptada a ellos. En el caso de la Geometría, la metodología utilizada por el docente debería de atender a los problemas generales mencionados, y al mismo tiempo, a los problemas referentes al propio bloque de contenidos, puesto que la materia de la Geometría está sometida a una serie de dificultades que obstaculizan el aprendizaje y la motivación del alumnado.

Al margen de su larga trayectoria histórica, el estudio de la geometría actualmente está limitado a la memorización de definiciones y fórmulas, y además se le dedica un tiempo muy reducido comparando con los demás bloques de contenidos de las Matemáticas. Todo esto, produce que el alumnado presente los siguientes problemas de aprendizaje:

- Dificultades para identificar y comprender las propiedades de las figuras planas y los sólidos.
- Dificultades para entender diversas demostraciones geométricas, sobre todo las que tienen un mayor nivel de abstracción.
- Dificultad para desarrollar la intuición, por el predominio del tratamiento analítico de los conceptos geométricos.

Tal y como se observa, la metodología de enseñanza actual de la Geometría dificulta la comprensión de sus contenidos, de modo que se produce que el alumnado desconozca su aplicabilidad en la vida real. Por estas razones, es difícil demostrar la importancia de la Geometría en el aula, provocando que pierda importancia respecto a otras materias más desarrolladas como la Aritmética. Sin embargo, muchos autores afirman que la Geometría es un bloque insustituible en el proceso educativo y en el razonamiento humano. En este sentido, Lluís (1982, p.4.), como miembro del Instituto de Matemáticas de la UNAM de México, afirma

que "la Geometría es la disciplina más adecuada para desarrollar la capacidad de razonamiento del alumno y despertar su interés por las Matemáticas en todos los niveles".

En este sentido, ya desde los principios de la década de los 80, las Sociedades de Profesores y la celebración de Congresos y reuniones sobre la didáctica de las matemáticas han dado como resultado la detección de la necesidad de realizar modificaciones no sólo en los contenidos impartidos, sino también en la metodología utilizada para impartir la Geometría. Estos autores han observado la necesidad de incorporar métodos de enseñanza donde se desarrolle la capacidad del razonamiento del alumnado y la investigación, mucho más allá de la memorización de definiciones y fórmulas.

De este modo, después de enumerar los problemas que afectan tanto a la totalidad de la Educación Secundaria como a la Geometría, se puede observar que están muy relacionados con la metodología educativa utilizada, y por lo tanto, han de ser solucionados en gran medida con adaptaciones metodológicas adecuadas.

Entonces, ¿existe alguna metodología que solucione todos estos problemas? Debido a la dimensión de los problemas planteados, es difícil responder a todas estas dificultades. Sin embargo, se considera que la metodología que permite trabajar de forma cooperativa puede dar solución a determinados aspectos de gran importancia. Por estas razones, en este trabajo se pretenden encaminar algunos problemas propios de la materia de Geometría, utilizando una metodología que desarrolle las características generales de la cooperación.

2.1. Objetivos

Para el desarrollo del trabajo, en primer lugar, se ha marcado un objetivo principal intentando encauzar en la medida de lo posible al problema planteado anteriormente:

Desarrollar una propuesta didáctica para enseñar Geometría en la asignatura de matemáticas de 3º de la ESO basada en el aprendizaje cooperativo.

A su vez, para alcanzar el objetivo mencionado, será necesaria la consecución de los siguientes objetivos específicos:

1. Realizar una investigación bibliográfica sobre los principios y la aplicación de la educación cooperativa.
2. Investigar el comportamiento de los alumnos según los principios cooperativos en el tercer curso de la ESO del centro educativo Txantxiku Ikastola (Oñati, Guipúzcoa).
3. Investigar los principales problemas del aprendizaje de la Geometría en el tercer curso de la ESO del centro educativo Txantxiku Ikastola (Oñati, Guipúzcoa).
4. Adaptar los resultados de la investigación a la metodología propuesta.

2.2. Metodología

Para poder alcanzar los objetivos planteados se ha llevado a cabo una metodología donde se han combinado y complementado la investigación bibliográfica y el estudio de campo. Para ello, la primera fase del trabajo ha consistido en la realización de un *estudio bibliográfico* para comprender los principios y la aplicabilidad de la educación cooperativa. En primer lugar, se ha llevado a cabo la búsqueda de libros en bibliotecas, para obtener una base fiable, estable y detallada de los conceptos necesarios. Posteriormente, se ha completado y contrastado esta información con la búsqueda realizada en internet. De esta forma, las diversas fuentes como libros, documentos educativos, o artículos encontrados en la red han proporcionado la suficiente información como para tener una visión bastante clara de los siguientes contenidos:

- Definición de la educación cooperativa
- Principios y objetivos de la educación cooperativa
- Técnicas cooperativas
- Evaluación en el trabajo cooperativo

Debido a la complejidad para definir la educación cooperativa se ha tenido que consultar una gran variedad de fuentes bibliográficas y seleccionar las aportaciones más aptas de algunos autores destacados. En cuanto a los principios, se ha contado con una información muy completa obtenida desde la Universidad de Mondragón, gracias a los documentos realizados a partir de la investigación en Educación.

De todos modos, en todo momento se ha tenido que contrastar la información obtenida, para evitar confusiones o afirmaciones erróneas, sobre todo en la investigación bibliográfica realizada en Internet. Cabe destacar que se ha evitado obtener información de aquellas páginas donde la posibilidad de la incorporación del contenido es totalmente abierto para todos los usuarios (wikis, portales educativos abiertos, etc.), puesto que se desconoce el origen de la información y además pueden mostrar contenidos erróneos o totalmente subjetivos. Por estas razones, sobre todo se han consultado documentos y artículos provenientes de instituciones universitarias y entre ellos se pueden destacar la Biblioteca de la UNIR y el portal Dialnet, los cuales están compuestos por una gran diversidad de recursos y servicios documentales fiables y de calidad. Al mismo tiempo, debido a la gran cantidad de información obtenida al respecto, se ha tenido que realizar una selección cuidadosa para poder elegir aquellos contenidos más aptos para este trabajo en concreto.

Una vez comprendida adecuadamente esta metodología, y teniendo en cuenta que el objetivo principal del trabajo consiste en la realización de la propuesta didáctica, se ha visto necesario realizar un *trabajo de campo*. Este trabajo de campo es la forma para poder obtener la suficiente información como para adaptar la propuesta al alumnado.

Por estas razones, esta tarea se ha realizado en la escuela "Txantxiku" de Oñati (Guipúzcoa), centro en el que la implantación de la educación cooperativa es un proyecto que se está llevando a cabo actualmente, dentro de las asignaturas de la modalidad científica. Para realizar el estudio, se ha observado la necesidad de realizar una encuesta a todos los alumnos del tercer curso de la ESO, mediante la cual se ha analizado la actitud que adoptan los alumnos a la hora de realizar el trabajo en grupo. Se ha optado por esta herramienta, puesto que se pretende observar la información de un colectivo amplio, es decir, todo el alumnado de 3º de ESO, y recibir información cuantitativa que permitirá generalizar los resultados obtenidos. Gracias a la encuesta, es posible el tratamiento de la información y su posterior análisis estadístico.

De esta forma, se ha propuesto una encuesta totalmente anónima que ha pretendido que los alumnos respondan a las preguntas planteadas de la forma más natural y objetiva posible. Se trata de una breve encuesta con nueve preguntas cerradas, muy significativas y directamente relacionadas con el contenido teórico observado y la información que se ha pretendido recibir. Debido a su brevedad, se le ha dedicado un tiempo estimado de 15 minutos, al inicio de la clase de matemáticas, y tras una introducción realizada para garantizar la objetividad y sinceridad del alumnado.

Esta información ha permitido observar el cumplimiento de los principios cooperativos observados en el marco teórico. Por tanto, esto ha dado como resultado una información estadística visualizada de forma muy representativa que permite la detección de aquellos aspectos más débiles y generar una propuesta metodológica que actuará en su mejora.

A su vez, los datos cuantitativos obtenidos en la encuesta se han completado con una investigación cualitativa. En este caso, se ha visto necesario realizar una entrevista a la docente de la asignatura de matemáticas del tercer curso de la ESO, con el fin de detectar las principales dificultades que se observan en la impartición de la asignatura de Geometría. Debido a su experiencia en esta tarea, se ha considerado que la docente es la persona más apta para obtener una información totalmente profesional y objetiva al respecto. Por lo tanto, los resultados de esta entrevista marcarán los aspectos a mejorar en la propuesta didáctica, en relación con la materia impartida.

Para finalizar, se ha formulado una *propuesta didáctica* con el fin de fomentar la motivación y mejorar la actitud de los alumnos ante el trabajo cooperativo. Cabe destacar, que la metodología que se ha llevado a cabo para conseguir este objetivo final es la base principal para diseñar propuestas educativas innovadoras y en este caso, para garantizar unos buenos resultados en el estudio de la Geometría, a través de la técnica cooperativa.

2.3. Justificación de la bibliografía utilizada

Tal y como se ha mencionado anteriormente la elección de la bibliografía se ha realizado con una cuidadosa observación de la información disponible. Actualmente, la información relacionada con este tipo de metodología es abundante, sin embargo, existen algunas fuentes donde se aprecian afirmaciones erróneas o confusas. La mayoría de ellas se encuentran en los documentos web de la red, y por estas razones, en todo momento se ha contrastado la información con las siguientes publicaciones:

Pujolas, P. (2008). *9 ideas clave: el aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Grao. Se ha seleccionado este libro porque aporta una gran variedad de recursos para incluir el aprendizaje cooperativo en el aula. Es un libro dedicado exclusivamente a demostrar las principales técnicas cooperativas y ofrecer formas interesantes para llevarlas posteriormente a la práctica docente. Por estas razones, ha constituido una herramienta indispensable para la elaboración y fundamentación teórica del trabajo.

Ugarte, L., Ramirez de Okariz, I., Sarasua, J., Bilbatua, M., Arregi, X., Iriondo, M., Garzia, M., Freundlich, F. (2000). *Ikaskide taldeak*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Se trata de un documento realizado tras una larga investigación en educación, y que culmina con la conclusión de que la educación cooperativa es la metodología más adecuada para la escuela actual. De esta forma, en este documento se han encontrado las justificaciones necesarias para proponer el trabajo cooperativo en el bloque de la Geometría. Al mismo tiempo, la gran cantidad de información y su carácter técnico, han permitido fundamentar de forma adecuada el apartado referido al marco teórico. En este documento en concreto, se han encontrado los cuatro principios que fundamentan el aprendizaje cooperativo.

Dirección de Renovación Pedagógica (1996). *Baliabide didaktikoen gida. Derrigorrezko bigarren hezkuntza*. Vitoria-Gasteiz: Autor. Esta publicación, junto a la anterior ha sido la herramienta básica para realizar la propuesta didáctica para la asignatura de Geometría del tercer curso de la ESO. En el libro se puede encontrar una amplia variedad de recursos didácticos para cada curso de la ESO. Al mismo tiempo, cuenta con un apartado dirigido a la asignatura de matemáticas, el cual ha servido para adaptar la metodología que permite trabajar de forma cooperativa a los requerimientos de la materia de la Geometría.

A partir de las anteriores publicaciones, ya se ha obtenido una base para el contenido de este trabajo. Sin embargo, también han sido necesarios los recursos encontrados en la red, ya que han servido para contrastar información y en algunos casos ampliarla. Tal y como se ha mencionado anteriormente, se ha recurrido a documentos provenientes de instituciones formales y de confianza:

Camacho, M., Morales, A. (1994). *Algunas características del Currículum de Geometría en la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Sugerencias didácticas*. Se trata de un

documento obtenido en el portal bibliográfico de acceso libre y gratuito Dialnet, en el cual se reúnen diversas aportaciones que justifican la importancia de la Geometría tanto en la enseñanza como en la vida real. Gracias a las citas provenientes de algunos destacados expertos en educación, se ha podido fundamentar el apartado referido al planteamiento del problema.

Por otro lado, para la consulta del marco legal se han utilizado las principales normas vigentes, tales como el Real Decreto 1631/2006, su adaptación a la CAPV en el *Decreto 175/2007 de 16 de octubre*, y la LOE. Estos documentos han permitido observar los objetivos principales de la Educación Secundaria Obligatoria, y al mismo tiempo, identificar las competencias relacionadas directamente con el aprendizaje de la Geometría.

3. Desarrollo

3.1. Marco teórico

El bloque de contenidos de la Geometría se presenta como un tema más dentro de la asignatura de matemáticas. Al igual que los demás temas, la geometría es una rama donde la asimilación de los contenidos teóricos es muy importante para poder comprender las actividades geométricas realizadas. Por ello, se imparte mediante clases magistrales con exposiciones teóricas por parte del profesor, y actividades prácticas individuales realizadas por los alumnos. Sin embargo, los resultados académicos demuestran que la asimilación de los contenidos y su aplicabilidad no está del todo garantizado. Mediante la metodología que se muestra, se propone trabajar de forma cooperativa para dar solución a esta situación.

3.1.1. Definición de la educación cooperativa

Definir el concepto de la educación cooperativa es una tarea difícil, ya que esta metodología está formada por una estructura compleja en el cual interactúan diversos agentes. La autora Barreto (2004) se aproxima mucho a este concepto en el siguiente enunciado: "el aprendizaje cooperativo es aquel en que el alumno construye su propio conocimiento mediante un complejo proceso interactivo en el que intervienen tres elementos claves: los alumnos, el contenido y el profesor que actúa como facilitador y mediador entre ambos" (p.2).

Una aproximación más detallada se ha obtenido gracias a la definición de aprendizaje cooperativo de Johnson, Johnson y Holubec (1999) y teniendo en cuenta algunas aportaciones de Spencer Kagan (1999):

El aprendizaje cooperativo es el uso didáctico de equipos reducidos de alumnos, generalmente de composición heterogénea en rendimiento y capacidad, utilizando una estructura de la actividad tal que asegure al máximo la participación equitativa y potencie al máximo la interacción simultánea entre ellos, con la finalidad de que todos los miembros de un equipo aprendan los contenidos propuestos, cada uno hasta el máximo de sus posibilidades y aprendan, además, a trabajar en equipo (p. 19).

Por lo tanto, se trata de una metodología donde un grupo reducido y heterogéneo de estudiantes comparten los mismos objetivos educativos y por ello trabajan de forma conjunta. De esta forma, al proceso de aprendizaje se le suman diversas aportaciones más, así como la socialización, la adquisición de competencias sociales, el control de impulsos agresivos y la motivación por su propio aprendizaje. Por ello, no sólo se puede mejorar el rendimiento académico de los alumnos, sino que se puede llegar a conseguir un avance considerable en las relaciones socio-afectivas que se establecen entre ellos.

La estructura de esta metodología contrasta considerablemente con las metodologías educativas actuales, en las cuales la competitividad es la garantía para poder progresar y ser el

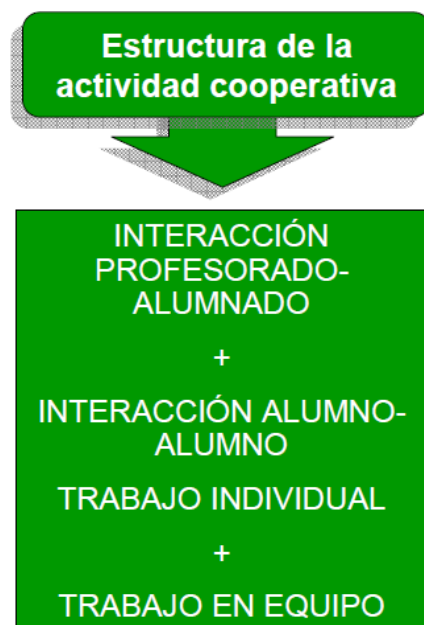
primero en la escuela. En la siguiente tabla se pueden observar las diferencias principales entre estas dos metodologías:

Tabla 1. Educación competitiva vs educación cooperativa

EDUCACIÓN COMPETITIVA	EDUCACIÓN COOPERATIVA
Cada estudiante trabaja sólo	Los estudiantes trabajan en pequeños grupos
Los estudiantes se rivalizan con sus compañeros, para aprender antes y mejor	Los estudiantes se ayudan mutuamente para que todos aprendan
El alumno consigue sus objetivos sólo cuando los demás no los consiguen.	El alumno consigue sus objetivos cuando los demás también los consiguen.

Fuente: elaboración propia, basada en Pujolàs, Lago, Naranjo, Pedragosa, Riera, Soldevilla, Olmos, Torner y Rodrigo (2006, p. 14).

Para llevar a cabo una metodología donde se aprecien las características cooperativas mencionadas en la tabla, es preciso que se mantenga una determinada estructura, la cual establecerá las posibles interacciones entre los componentes del proceso interactivo.



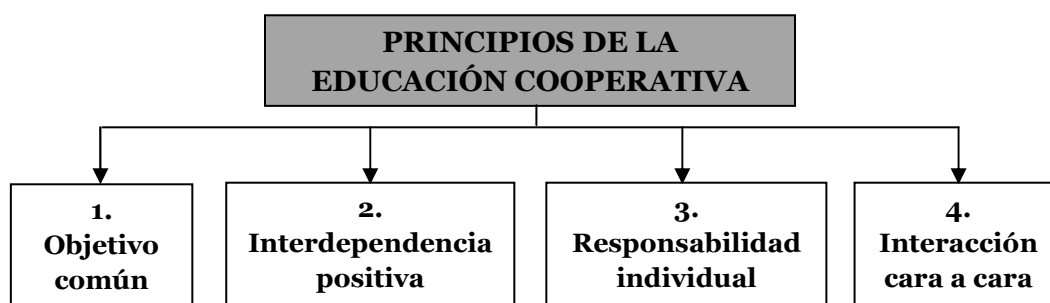
Esquema 1. Estructura de la actividad cooperativa. Fuente: Pujolàs, Lago, Naranjo, Pedragosa, Riera, Soldevilla, Olmos, Torner y Rodrigo (2006, p. 14).

Después de observar la imagen es destacable la doble interacción que permite esta metodología (profesor-alumno y alumno-alumno). A su vez, el trabajo grupal se completa con el individual, de modo que el aprendizaje se convierte mucho más consistente. Sin embargo, hay que tener muy claro, que el trabajo cooperativo es mucho más que agrupar a los alumnos y pedirles que se ayuden mutuamente:

Para conseguir que aprendan en grupo, no basta con agrupar a los alumnos; ni trabajar en grupo es sinónimo de cooperar. El aprendizaje cooperativo requiere una planificación detallada y compleja que, por supuesto, va mucho más allá de sentar juntos a alumnos y alumnas para que resuelvan una tarea. En el trabajo cooperativo el éxito individual está ligado al del equipo y viceversa. A diferencia del simple trabajo de grupo, no es posible que un alumno aprenda, o que saque una buena nota, si el equipo en su conjunto no aprende o comparte también la misma calificación. El alumno depende del equipo y el equipo del alumno. (Johnson, 1993, p. 74).

3.1.2. Principios de la educación cooperativa

Tal y como se ha mencionado anteriormente, el trabajo cooperativo tiene una base compleja y ha de ser llevada a cabo de forma adecuada para poder obtener los resultados deseados. Antes que nada, es necesario tener en cuenta que un trabajo cooperativo de calidad tiene que cumplir adecuadamente los cuatro principios que se muestran a continuación:



Esquema 2. Principios de la educación cooperativa. Fuente: Ugarte, Ramirez de Okariz, Sarasua, Bilbatua, Arregi, Iriondo, Garzia y Freundlich (2000, p. 21).

1. *Objetivo común:* Todos los miembros de cada grupo tienen el mismo objetivo final, y esto exige una clara *identificación de los objetivos* a alcanzar. Una vez definido el objetivo final, es necesario mantener una *cohesión grupal* a lo largo del trabajo, y para ello la *identidad grupal* es un factor indispensable.
2. *Interdependencia positiva:* cada miembro del grupo depende de los demás, de modo que el trabajo de cada uno será necesario y primordial para que los demás compañeros puedan desarrollar el suyo. Esto exigirá una correcta *división y gestión de roles y del trabajo*, y a su vez, la *gestión de la temporalización*.
3. *Responsabilidad individual:* cada participante del grupo debe *cumplir con su responsabilidad*, para que todos de forma conjunta lleguen a los objetivos marcados. La falta de responsabilidad de sólo un miembro del grupo, puede desequilibrar el desarrollo del trabajo y por lo tanto no conseguir el objetivo final de una forma adecuada..
4. *Interacción cara a cara:* es el principio que alude a la comunicación, es decir, para que el grupo trabaje de forma adecuada y en armonía es necesario *saber escuchar los*

intereses y las necesidades de cada uno de los participantes, y a su vez, resolver los conflictos que pueden surgir durante el proceso.

El cumplimiento de estos cuatro principios fomenta que cada integrante del grupo participe de forma activa, respetando a los demás y reconociendo que trabajando en equipo se pueden desarrollar trabajos verdaderamente buenos y de gran calidad.

Sin embargo, para asegurar su cumplimiento es muy importante remarcar la importancia de la colaboración entre los compañeros. Aquellos alumnos con una alta capacidad académica tendrán que demostrar la capacidad para ayudar a los menos capacitados. De la misma forma, los que más habilidades sociales tengan serán los participantes indispensables para fomentar la comunicación y armonía en el grupo. Es destacable que no es una tarea fácil, y por ello, el carácter mediador del docente será una herramienta útil para prevenir y solucionar problemas relacionados con este aspecto.

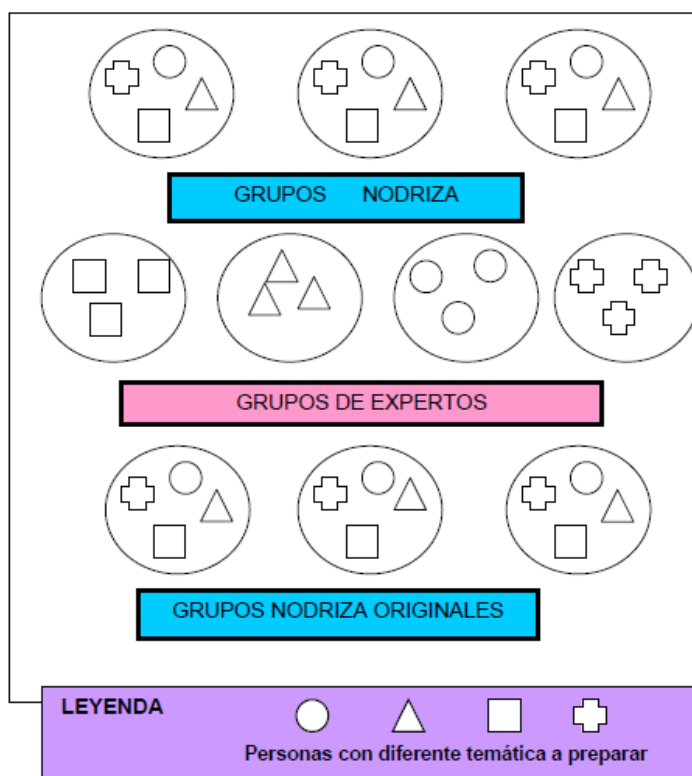
3.1.3. Técnicas cooperativas

Con el fin de asegurar el cumplimiento de los cuatro principios mencionados anteriormente, se utilizan las técnicas cooperativas. Estas son las que marcan la estructura en la que se basa la sesión de clase. Las técnicas cooperativas no tienen contenido, de manera que se pueden utilizar en cualquier asignatura del proceso educativo. Las estructuras más simples se desarrollan en una sola sesión, sin embargo las complejas se diseñan para aplicarlas en varias sesiones. En este caso, tal y como el trabajo lo requiere, se prestará especial atención a las estructuras cooperativas complejas, debido a la duración y las necesidades que requiere la rama de la Geometría.

A continuación se muestran las técnicas cooperativas consideradas como las más aptas para ser implantadas en la asignatura de matemáticas, para la rama de la Geometría, propuestas por expertos en educación y planteadas adecuadamente en la bibliografía observada en Pujolas (2008) y Ugarte, Ramirez de Okariz, Sarasua, Bilbatua, Arregi, Iriondo, Garzia, Freundlich (2000):

1. *"Jigsaw" o Rompecabezas:* Para empezar, el aula se reparte en grupos de 4-6 personas. El trabajo se divide entre los miembros del grupo, y cada uno de ellos se encarga de realizar el trabajo que se le ha asignado. Aquellos alumnos de los distintos grupos encargados de realizar la misma tarea, se reúnen en los *grupos de expertos* para trabajar juntos y compartir sus ideas. Una vez desarrollado el trabajo que les pertenece, vuelven a su grupo de origen, y explican la tarea desarrollada. De esta forma, el grupo original asimilará el contenido de todo el trabajo en su conjunto. Para asegurar esa asimilación, los alumnos deben saber demostrar cualquier actividad realizada en su grupo, mediante la presentación de ejercicios asignados al azar por el docente.

Por lo tanto, se trata de una técnica que fomenta la cooperación, puesto que cada uno de los miembros tiene una pieza del rompecabezas y se necesitan todas esas piezas para completar la actividad.



Esquema 3. Agrupación en la técnica del rompecabezas. Fuente: Martínez y Gómez (2010, p. 5.)

Evaluación:

- Calificación individual
- La presentación realizada en el grupo, evaluada por los miembros del grupo.
- La presentación realizada en el aula, evaluada por todos los alumnos del aula.

2. *Técnica "Student-Teams-Achievement Divisions (STAD)":* en este caso, el docente presenta el material académico dividido en temas. La clase se divide en grupos heterogéneos de 4-5 personas y entre todos se estudia el temario. Finalmente, se realiza un examen individual donde se evalúa la asimilación de los contenidos. En esta técnica se utiliza la recompensa grupal.

Evaluación:

- Calificación individual
- En el caso de que el alumno mantenga la nota del examen anterior o la mejore, el grupo recibirá una determinada puntuación en la nota final.

3. *Técnica "Team Assited Individuation":* es una técnica que combina el aprendizaje cooperativo y el individual. En este caso, se trabaja en grupos homogéneos en cuanto a

las habilidades académicas. Cada alumno trabaja de forma individual y siguiendo su ritmo personal, y al mismo tiempo, compara sus resultados con sus compañeros. En caso de necesitar ayuda, acude a sus compañeros del grupo o al profesor.

Evaluación:

- Calificación individual
- Cada alumno podrá ayudar en la puntuación del grupo, siempre que consiga una determinada cantidad de respuestas correctas.

4. *Técnica "CO-OP CO-OP"*: la técnica se inicia con una introducción donde se motiva al alumnado para trabajar de forma cooperativa. Se generan grupos heterogéneos mediante juegos cooperativos diseñados para ello, en los cuales la cooperación y la comunicación son indispensables.

Posteriormente se elige el tema que trabajara cada grupo, que junto a los temas trabajados por los demás grupos se conseguirá comprender la totalidad del temario. De esta forma, cada alumno desarrolla un subtema determinado y se convertirá en especialista en ello. Cada uno presentará su trabajo en su grupo y entre todos se relacionarán los subtemas para obtener una visión conjunta. Posteriormente, el grupo realiza una presentación delante de todos los miembros del aula.

Evaluación:

- La presentación realizada en el grupo, evaluada por los miembros del grupo.
- La presentación realizada en el aula, evaluada por todos los alumnos del aula.
- Calificación individual evaluado por el docente.

5. *Técnica "Pairs check"*: Se generan grupos formados por dos parejas, donde cada pareja estará formada por los miembros "A" y "B". En primer lugar, el miembro "A" resuelve el ejercicio mientras que el miembro "B" actúa como ayudante o tutor. El ayudante debe dar pistas y animar al compañero, pero nunca le mostrará la solución. Posteriormente, el miembro "B" resuelve la actividad que le corresponde con la ayuda de "A". Para finalizar, los dos miembros "A" se agrupan para compartir las soluciones de su actividad, mientras que los miembros "B" hacen lo mismo. En el caso de que la solución sea diferente, el razonamiento y la comunicación serán indispensables.

Todos los miembros del grupo deberán tener suficiente conocimiento como para presentar las actividades y sus soluciones delante de la clase.

Evaluación:

- Calificación individual
- Calificación por parejas, asignada por el compañero

- Calificación grupal, mediante la presentación realizada en el aula
6. *El número:* El aula se divide en grupos heterogéneos de 4-5 miembros. Todos los grupos tienen que resolver los mismos problemas o actividades, pero es importante que todos sus miembros sepan realizarlas correctamente.

Después de dedicar el tiempo necesario para resolver las actividades, el docente elegirá un número al azar, de modo que cada número se identifique con cada alumno. Aquel alumno que tenga el número elegido, deberá explicar la resolución del problema delante de la clase.

Evaluación:

- Calificación individual
- Calificación grupal, si el miembro elegido para exponer la actividad lo hace correctamente.

3.1.4. Evaluación en la educación cooperativa

De la misma forma que las técnicas cooperativas requieren de una estructura más compleja que los trabajos grupales actuales, la evaluación también adquiere un carácter más elaborado. En primer lugar es necesario que se lleven a cabo los tres tipos de evaluación principales:

1. *Evaluación inicial:* en esta fase se medirán los conocimientos previos tanto de los alumnos como del docente, para asegurar que el desarrollo de la metodología se realice de forma adecuada y personalizada.
2. *Evaluación formativa:* facilita el diagnóstico de un momento determinado, de forma que se pueda valorar el proceso realizado hasta el momento y actuar de forma instantánea sobre los defectos observados.
3. *Evaluación sumativa:* en esta evaluación se mide la asimilación de los contenidos y su comprensión. Se observa si se han alcanzado las competencias requeridas y se aplican en cada caso las medidas necesarias.

Para llevar a cabo estos tres tipos de evaluación se utilizarán distintas herramientas, que nos facilitarán para cada caso la calificación adecuada:

- *Cualitativas:*
 - Encuestas con preguntas abiertas
 - Entrevistas individuales o grupales

- Test de actitud personal
- Actas (individuales o grupales)
- Portafolios, cuadernos de los alumnos
- Sociogramas
- *Cuantitativas:*
 - Encuestas con preguntas cerradas
 - Encuestas con más de una respuesta
 - Test de conocimiento
 - Nivel de asistencia
 - Rúbricas

Es destacable la utilidad de las rúbricas en esta metodología. Tal y como se ha mencionado, esta técnica requiere una amplia variedad de aspectos a evaluar. Ante esta situación, la rúbrica es una forma muy eficaz para valorar objetivamente cada aspecto, por muy específico o subjetivo que sea.

3.2. Estudio de campo

Para poder realizar un estudio de campo adecuado es preciso que exista una previa documentación teórica. En este caso, después de comprender los conocimientos teóricos sobre la educación cooperativa expuestos en el apartado anterior, se considera de gran importancia el cumplimiento de los cuatro principios básicos de la educación cooperativa.

Tal y como se ha mencionado, el cumplimiento de estos principios no está asegurado en aquellos casos donde los alumnos no son conscientes de la importancia de la cooperación, o en aquellos que no sientan ninguna motivación a la hora de trabajar.

Por estas razones, se ha considerado necesario observar el comportamiento de los alumnos en aquellos casos donde se ven obligados a cooperar, dentro de la asignatura de matemáticas. Esto permitirá posteriormente actuar con eficacia y adaptarse a las necesidades específicas del centro estudiado.

Por ello, con el fin de comprender la actitud de los alumnos frente a los cuatro principios cooperativos mencionados en el apartado teórico, se ha desarrollado un cuestionario para que sea aplicado en el tercer curso de la ESO. Se trata de un cuestionario que ayuda a observar la calidad de los principios, sin que estos sean expresados de forma explícita. Es decir, es una herramienta que intenta observar de forma objetiva el cumplimiento individual de las condiciones básicas de la educación cooperativa. Es de elaboración totalmente personal, basado en el contenido de los cuatro principios cooperativos observados en el marco teórico.

- Objetivo común
- Interdependencia positiva
- Responsabilidad individual
- Interacción cara a cara

De esta forma, se han planteado dos preguntas por cada principio, dirigidas a averiguar de forma objetiva el cumplimiento de las actitudes que aseguran el alcance de los principios propuestos. Cabe destacar, que estos alumnos en concreto, en determinadas asignaturas ya han desarrollado algunas actividades mediante técnicas cooperativas, de modo que disponen de unos conocimientos previos.

De todos modos, los resultados permitirán realizar una propuesta didáctica donde se asegurará una metodología perfectamente adaptada al tercer curso de este centro en concreto, y se prestará especial atención en impulsar aquellos principios menos desarrollados. A su vez, el nivel de conocimiento previo de los alumnos sobre esta metodología determinará el tiempo dedicado a la fase introductoria.

3.2.1. Marco contextual

La escuela Txantxiku Ikastola está situada en el municipio Oñati, en una comarca de la provincia de Guipúzcoa, dentro de la Comunidad Autónoma Vasca. Como municipio más extenso de la provincia, tiene alrededor de 11.000 habitantes, la mayoría nativos. Aunque la inmigración ha aumentado en la última década, se puede decir que las políticas de inmigración y la tolerancia por parte de los nativos han dado como resultado una correcta integración de los no nativos.

En general, predomina el nivel económico medio con una tasa de desempleo reducida. Por otro lado, es destacable el carácter bilingüe de la mayoría de la población en los dos idiomas oficiales de la Comunidad Autónoma. El uso del euskera se aprecia en casi todos los sectores del municipio, y una prueba de ello es el predominio de la escolarización en el modelo D, donde todas las asignaturas, excepto las de los idiomas, se imparten en euskera.

En resumen, debemos contextualizar la escuela dentro de un municipio de tamaño medio, euskaldún con una población de nivel económico medio y una inmigración integrada.

3.2.2. Realización de la encuesta

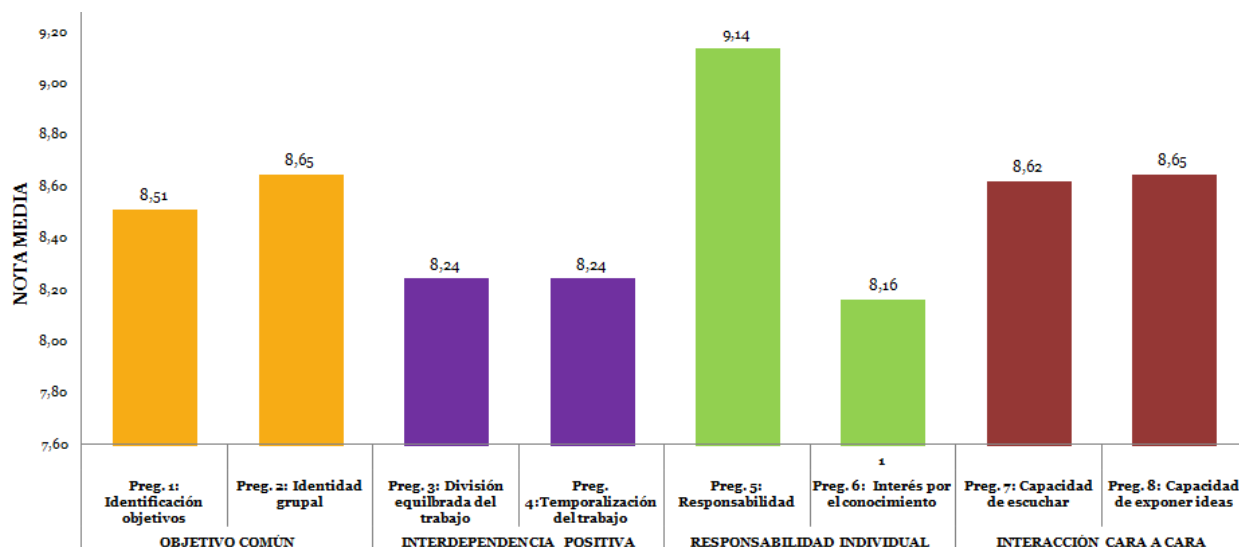
Para llevar a cabo la encuesta, se ha acudido personalmente a la *Ikastola Txantxiku* en la hora acordada con la profesora de matemáticas del tercer curso de la ESO. Los alumnos de este curso están divididos en dos grupos de 19 alumnos, y todos ellos acuden a la asignatura obligatoria de matemáticas.

Antes de repartir los cuestionarios (véase ANEXO I), se ha realizado una pequeña introducción donde se ha explicado cuál es el objetivo del trabajo, y al mismo tiempo se les ha pedido las respuestas más sinceras y objetivas posibles. Posteriormente, mediante las preguntas realizadas se ha analizado lo que se muestra a continuación:

- Actitud frente al principio del objetivo común
- Actitud frente al principio de la interdependencia positiva
- Actitud frente al principio de la responsabilidad individual
- Actitud frente a la comunicación cara a cara
- Conocimiento del concepto de la educación cooperativa

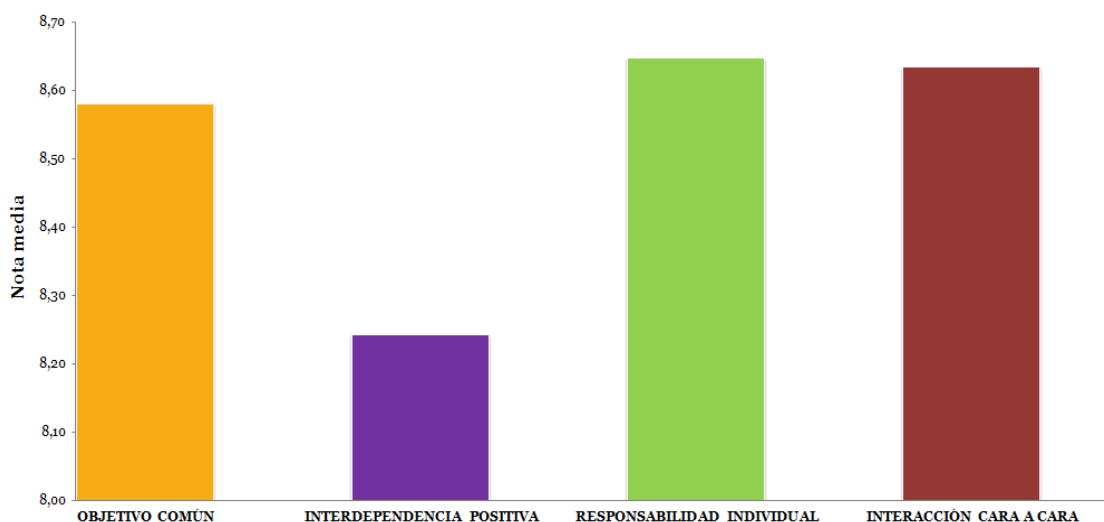
3.2.3. Resultados de la encuesta

Para interpretar de manera adecuada los resultados de la encuesta, es necesario tener en cuenta que el 100% de los alumnos han contado con el conocimiento previo del concepto de la educación cooperativa, puesto que ha sido llevado a cabo en el bloque de Resolución de Problemas de este mismo curso. Todo esto, puede explicar los buenos resultados obtenidos en la encuesta:



Gráfica N° 1. Resultados de la encuesta (nota media por cada pregunta). Fuente: Elaboración propia.

A partir de estos resultados, la agrupación de las preguntas en función del principio al que pertenecen, permite visualizar los resultados del cumplimiento de cada uno de los principios:



Gráfica N° 2. Resultados de la encuesta (nota media por cada principio). Fuente: Elaboración propia.

Mediante estos resultados, se puede observar que el aprendizaje cooperativo ha proporcionado el cumplimiento de esos cuatro principios. Es decir, el alumnado asegura haber demostrado una actitud muy buena en cuanto a las condiciones que requiere un trabajo cooperativo. La nota media de los cuatro principios se encuentra en el rango comprendido entre el 8 (actitud buena) y el 9 (actitud muy buena).

El análisis individual de cada una de las preguntas permite observar que las actitudes que han obtenido la menor calificación han sido las siguientes:

- *Interés por el conocimiento*, es decir, la actitud de que cuando no se entiende algún concepto, se intente recopilar más información (libro de matemáticas, preguntar al profesor, mirar en el diccionario, buscar en internet, etc.). Esta actitud, está

directamente relacionada con el auto-aprendizaje, característica que actualmente se presenta débilmente en los centros educativos y que se podría desarrollar mediante metodologías como la enseñanza cooperativa.

- *División equilibrada del trabajo*, actitud relacionada con el interés por distribuir el trabajo entre los miembros del grupo de la manera más equilibrada posible. En el aula se puede observar a veces, que la falta de confianza entre los miembros del grupo provoca que los más trabajadores asuman una mayor carga de trabajo.
- *Temporalización del trabajo*. Es necesario concienciar al alumnado que el hecho de no realizar el trabajo asignado en los plazos establecidos, no sólo afecta al propio alumno, sino que obstaculiza el funcionamiento de todo el grupo al que pertenece.

De todos modos, debido a la alta calificación obtenida en todas las preguntas, los resultados obtenidos, además de visualizar los aspectos mejorables en la actitud del alumnado, sobre todo demuestran los buenos resultados del aprendizaje cooperativo. De este modo, la valoración de esta encuesta sirve principalmente para justificar el trabajo, y al mismo tiempo, para asegurar el cumplimiento del objetivo principal consistente en desarrollar una propuesta didáctica de calidad.

3.2.4. Entrevista con la profesora

A la vez que se ha llevado a cabo una encuesta para medir el comportamiento general del alumnado en cuanto al trabajo en grupo, la entrevista ha servido para observar los aspectos relacionados con los problemas específicos de la materia de Geometría de este mismo curso. Por lo tanto, se ha diseñado una entrevista estructurada (véase ANEXO II), de una duración aproximada de 20 minutos, en el cual se han detectado los siguientes resultados referidos tanto a los contenidos como a la metodología utilizada.

En primer lugar, hay que destacar que la profesora ha remarcado el reducido tiempo dedicado al bloque de contenidos de Geometría. Según ella, esta falta de tiempo produce que la asignatura se imparta de forma muy simplificada, de modo que la comprensión de los conceptos queda en un segundo plano.

Por estas razones, la materia se basa en la memorización de los conceptos, y éstos posteriormente se aplican en ejercicios prácticos con un nivel de dificultad muy bajo, provocando que los alumnos observen la Geometría como un bloque de contenidos fácil y alcanzable. Sin embargo, desde el punto de vista educativo, la profesora afirma que los alumnos presentan grandes dificultades en la resolución de problemas relacionados con la materia, puesto que éstos no han desarrollado de forma adecuada la comprensión de los conceptos geométricos necesarios.

En conclusión, la docente destaca que se debería mejorar la *comprensión* de los conceptos geométricos, puesto que esto permitirá obtener unos mejores resultados en el

desarrollo de los conceptos estudiados. De esta forma se podrían incrementar las exigencias de este bloque, produciendo una revalorización de la misma y darle la importancia que verdaderamente tiene. Desgraciadamente, según ella el tiempo limita considerablemente estas modificaciones.

Por otro lado, es importante mencionar que la docente ha presentado una actitud totalmente positiva ante la educación cooperativa. Como integrante de la institución educativa, actualmente asiste a conferencias y cursos prácticos dirigidos a la incorporación de la citada metodología en la escuela, con el fin de promover esta forma de trabajar en la mayoría de las asignaturas que se imparten en el centro. Por estas razones, se puede decir que la implementación de la propuesta que se realiza en este trabajo cuenta con la aceptación y la capacitación de la docente.

3.2.5. Resultado global del estudio de campo

Los resultados obtenidos en el estudio de campo han permitido cumplir con los objetivos propios de este trabajo que consisten en investigar el comportamiento de los alumnos según los principios cooperativos y por otro lado en la investigación de los principales problemas del aprendizaje de la Geometría de este curso.

De este modo, se cuenta con unos resultados que por un lado justifican la incorporación de la educación cooperativa como herramienta para solucionar diversos problemas educativos planteados anteriormente, y por otro, permiten detectar los aspectos mejorables referentes al propio bloque de contenidos.

3.3. Propuesta de intervención

La siguiente propuesta educativa consiste en la implantación de una metodología para trabajar de forma cooperativa en el bloque de la Geometría. Es preciso remarcar que las habilidades básicas para una buena enseñanza de la Geometría deben centrarse en la comprensión y la aplicación de los conocimientos adquiridos. Para ello, es necesario que cada alumno asuma la responsabilidad para aprender lo que le enseña el educador, y a la vez ayudar de una manera solidaria para que todos los componentes del proceso educativo asimilen lo que se está trabajando. En este sentido, se pretenden fomentar las siguientes capacidades:

- Cooperar para aprender
- Aprender a cooperar

Esta propuesta pretende cumplir el siguiente objetivo principal:

Proponer una metodología para enseñar Geometría a los alumnos de 3º de la ESO basada en el trabajo cooperativo.

Para alcanzar el objetivo planteado, es necesario que se cumplan unas condiciones básicas y establecer un procedimiento ordenado. En este caso, se propone una metodología que se llevará a cabo siguiendo las fases que se detallan a continuación:

3.3.1. Fase de introducción

El aprendizaje cooperativo requiere de una fase de concienciación, para obtener la máxima garantía que nos lleve a conseguir sus objetivos. Para ello se propone dedicar el tiempo necesario para conseguir los siguientes objetivos:

-Presentar los objetivos de la educación cooperativa y de cada actividad realizada durante su desarrollo.

-Motivar para trabajar de forma cooperativa.

-Organizar el trabajo cooperativo, creando los grupos necesarios y promoviendo la identidad y la cohesión grupal.

Para llevar a cabo esta fase introductoria, es necesario mostrar el papel que asumirá cada participante del proceso:

El profesor: obtiene una gran importancia en esta metodología, puesto que esta nueva actitud como facilitador del proceso requiere unos cambios considerables. En primer lugar,

tiene que explicar y razonar la metodología utilizada y marcar claramente los objetivos a alcanzar. Al mismo tiempo, se encargará de crear los grupos heterogéneos, y de la distribución del aula y el material, y realizará una observación constante para mantener la efectividad del trabajo cooperativo e intervenir cuando sea necesario. Esta observación le permitirá mantener una evaluación continua y objetiva. En este caso, también es necesario que el profesor sea consciente de la importancia de la Geometría y que despierte la curiosidad sobre la materia en el alumnado. Para ello, es necesario fomentar la investigación y el razonamiento en cada uno de ellos.

Los alumnos: es destacable que para llevar a cabo todo este proceso es indispensable que el docente conozca con exactitud el concepto y la metodología y además, que adopte un claro compromiso para cumplir con los objetivos que esta metodología requiere. Por tanto, la principal característica que debe tener el alumnado para desarrollar adecuadamente el trabajo cooperativo es la responsabilidad. Esta responsabilidad se trabajará mediante la motivación, y para ello, es necesario que los alumnos conozcan los principios básicos y los objetivos del aprendizaje cooperativo. Una vez trabajado todo esto, los alumnos se podrán comprometer casi automáticamente a colaborar con los demás, a exponer y razonar sus ideas y a poner en práctica sus propias habilidades.

De este modo, se intentará conseguir que tanto los alumnos como el docente observen las actividades propuestas como un reto positivo. Dedicar todo el tiempo necesario a estos aspectos es de vital importancia, puesto que la calidad de la propuesta didáctica dependerá de esta fase introductoria. En este caso, teniendo en cuenta que el alumnado dispone de un conocimiento previo sobre esta metodología, se considera que el tiempo dedicado a esta fase sea reducido.

Para ello, se proponen los siguientes recursos didácticos aptos para promover la motivación del alumnado:

1. Realizar juegos cooperativos con el fin de justificar la importancia de esta metodología. (véase ANEXO III)
2. Visualizar vídeos entretenidos donde el trabajo cooperativo esté presente.
3. Leer y comentar frases de expertos en educación referidas a la educación cooperativa.

Es importante remarcar que cualquier actividad que se realice debe de ser acompañada de un determinado tiempo de reflexión, tanto individual como grupal.

3.3.2. Fase de desarrollo

En esta fase se llevarán a cabo las estrategias didácticas para desarrollar la metodología con la garantía de obtener unos resultados de calidad. Para ello, se propone el siguiente objetivo:

Llevar a cabo ejercicios dirigidos a comprender los contenidos propios de la secuencia didáctica referida a la Geometría.

Tal y como se ha observado anteriormente, el aprendizaje de la Geometría presenta grandes dificultades para trabajar la comprensión de sus contenidos, y se basa básicamente en la memorización de éstos. Ante esta situación se propone una técnica cooperativa llamada "Student-Teams-Achievement Divisions" o "STAD" para asegurar que los alumnos trabajen de forma consciente y comprensiva.

Teniendo en cuenta que en la fase anterior ya se ha presentado la metodología y las técnicas que se llevarán cabo, en este caso los alumnos las pondrán en práctica en los grupos heterogéneos de 4 o 5 personas creados anteriormente. La técnica se desarrollará de la siguiente manera:

1. El docente repartirá a cada alumno el material didáctico referido a la Geometría, que incluirá todo el temario.
2. Los grupos heterogéneos realizarán de forma conjunta el estudio y la comprensión de los contenidos, a través de las fases de lectura individual, lectura en grupo, reflexión y por último, la asimilación y memorización de los contenidos.

Para estas fases, es necesario la participación de todos los miembros, y para ello, se dividirá el temario, de modo que cada alumno se encargará de trabajar uno en particular para que finalmente una vez expuesto en el grupo todos puedan aprender e interiorizar los conceptos planteados.

3. Cuando se termine el tiempo establecido para el estudio del temario, se realizará un examen individual para evaluar el nivel de asimilación de los contenidos de cada miembro del grupo. Los resultados individuales obtenidos permitirán la posibilidad de obtener una recompensa grupal.

Cabe destacar, que esta metodología fomenta y ayuda a que el grupo trabaje de una forma conjunta para alcanzar una calificación satisfactoria final. Para ello, la división equilibrada del trabajo y el cumplimiento del tiempo establecido para el estudio serán indispensables. Al mismo tiempo, se asegura que los alumnos comprendan los contenidos geométricos, puesto que éstos deberán exponer el temario estudiado delante de los demás miembros del grupo, utilizando el lenguaje matemático necesario para ello. A su vez, se trabajará el interés por el conocimiento, puesto que los alumnos tendrán que recurrir a otras fuentes para poder comprender adecuadamente el contenido del temario.

En este caso, se trabajará la asimilación de los siguientes conceptos:

1. Semejanza de triángulos: definiciones.
2. Teorema de Pitágoras: análisis comprensivo del teorema.
3. Lugares geométricos: definiciones.

4. Movimientos en el plano y simetrías: definiciones.
5. Fórmulas de áreas y volúmenes de las figuras tridimensionales: memorización y análisis comprensivo.
6. Coordenadas geográficas: definiciones.

Evaluación: mediante esta técnica, además de una calificación individual (50% de la nota final) se tendrá en cuenta la calificación referida al grupo (50% de la nota final). En el caso de que el alumno apruebe el examen individual, el grupo recibirá una determinada puntuación en la nota final, que será mayor en función de la calificación obtenida. Por otro lado, al final del trabajo se hará uso de la rúbrica de autoevaluación (véase ANEXO V), para que cada alumno reflexione sobre la labor realizada dentro de su grupo.

Recursos: Libro de texto de Geometría de 3º de la ESO, publicaciones relacionadas con la Geometría, rúbrica de autoevaluación.

3.3.3. Fase de producción

En esta fase de la propuesta, se puede decir que ya se ha asegurado la comprensión de los contenidos que requiere la materia en el tercer curso de la ESO. Partiendo de esta realidad, ya se pueden formular actividades con una complejidad mayor y que fomenten el razonamiento y la reflexión en el alumnado. Hay que destacar que esta fase podrá ser combinada e intercalada con la fase anterior, puesto que la comprensión de los contenidos resultará más satisfactoria y fácil cuando mejor se conozca su aplicabilidad. Una forma eficaz para ello, es proponer problemas y actividades prácticas adaptadas a cada aula en concreto. Por lo tanto, el objetivo principal de esta fase será lo siguiente:

Aplicar los conocimientos geométricos en la resolución de problemas relacionados con la vida real y realizar ejercicios prácticos para su comprensión.

Para dar respuesta a este objetivo, se considera de gran utilidad la técnica del Rompecabezas o "Jigsaw", que se llevará a cabo de esta manera:

1. Se utilizarán los mismos grupos heterogéneos de la fase anterior, de forma que ya se disponga de una relación más estable entre los miembros del grupo para poder resolver los problemas detectados anteriormente, y también para mantener el ritmo de trabajo establecido. Al mismo tiempo, se evitará la pérdida de tiempo que produce el cambio de la distribución de grupos o alumnos en el aula.
2. El docente repartirá a todos los alumnos un documento compuesto por una gran variedad de problemas geométricos relacionados con los conceptos trabajados en la fase anterior. Estas actividades deberán demostrar la aplicabilidad de la Geometría en

la vida real, es decir, deberán plantearse problemas que se acerquen al máximo posible a la realidad del alumnado.

3. A cada miembro del grupo se le asignará una cantidad determinada de ejercicios a resolver. Cabe destacar que el profesor deberá tener en cuenta las capacidades y la motivación de cada uno de sus alumnos, para poder asignar los ejercicios mejor adaptados a cada uno de ellos. Para aquellos alumnos con Necesidades Educativas Especiales se deberán redactar ejercicios personalizados, asegurando en todo momento que no se queden fuera del trabajo grupal, y prestándoles la ayuda necesaria hacerles partícipes de conseguir el objetivo final.
4. Los alumnos de los distintos grupos que deben realizar las mismas actividades, se reunirán en los *grupos de expertos* para trabajar juntos en la resolución de las tareas. Esta fase requerirá el uso del razonamiento y la investigación.
5. Después de realizar el trabajo asignado, volverán a su grupo de origen para explicar los ejercicios realizados. Esto permitirá que el grupo pueda comprender la resolución de todos los ejercicios propuestos.
6. Finalmente, para asegurar esa comprensión, los alumnos deben saber demostrar cualquier actividad realizada en su grupo, mediante la presentación de ejercicios asignados al azar por el docente.

Se trata de la fase esencial para que los alumnos conozcan la aplicabilidad de la Geometría en la vida real, y de esta forma, revalorizar la materia y generar interés por alcanzar el conocimiento geométrico. Para ello, se plantearán ejercicios (véase ANEXO IV) que reflejarán el uso real de la geometría en los distintos ámbitos profesionales:

1. Arquitectura: diseño de edificaciones basado en las propiedades geométricas, cálculo de inclinaciones de tejados u otras estructuras, diseño de estructuras simétricas.
2. Construcción de carreteras: solución de problemas de medida, cubrir superficies, calcular el volumen de tierra, calcular inclinaciones de carreteras, etc.
3. Cartografía: lectura y elaboración de mapas y planos, sistemas de posicionamiento global (GPS), cálculo de ángulos.
4. Astronomía: cálculo de ángulos, aproximaciones a la figura de la Tierra.
5. Náutica: sistemas de posicionamiento, elaboración de cartas náuticas.
6. Mecánica: diseño de piezas y elementos basados en las propiedades geométricas.

En la técnica utilizada, es muy importante respetar el tiempo establecido para cada fase del trabajo, puesto que el incumplimiento de los plazos dentro del grupo de expertos puede obstaculizar el trabajo de los miembros del grupo de origen. Por otro lado, hay que destacar que los alumnos se verán obligados a cumplir su trabajo, ya que posteriormente deberán exponerlo en su grupo de origen. Por ello, se puede decir que se trata de una técnica que asegura en gran medida el cumplimiento de los cuatro principios cooperativos.

Evaluación: en esta técnica, se evaluará la labor realizada por cada miembro del grupo, tanto de forma individual como dentro del grupo, y se valorará de la siguiente manera:

- Calificación individual, obtenida por la entrega del documento de actividades (50% de la nota final).
- Trabajo realizado en el grupo, evaluada por los miembros del grupo mediante la rúbrica de coevaluación (25% de la nota final)
- La presentación realizada en el aula, evaluada por el docente (25% de la nota final)

Recursos: Documento de actividades, pizarra, rúbrica de coevaluación (véase ANEXO VI).

3.3.4. Fase de reflexión

Se refiere a la fase donde se pretende asegurar el cumplimiento de los objetivos de la propuesta, es decir, comprobar la comprensión de la materia en el alumnado. Para ello, se pretenden alcanzar los siguientes objetivos:

-Estructurar los contenidos estudiados y relacionarlos para asegurar su asimilación.

-Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje llevado a cabo e identificar los aspectos mejorables.

Para ello, se pretende abrir una fase reflexiva que se llevará a cabo en las distintas fases del desarrollo de la metodología. La primera se realizará al inicio de la secuencia didáctica, con el fin de identificar los conocimientos previos del alumnado y su actitud frente a la propuesta. La reflexión en este caso se realizará en la fase de introducción de la metodología. Para ello, se hará uso de distintas técnicas como realizar preguntas sobre los conceptos geométricos que se trabajarán, pedir algunas definiciones, pedir que realicen esquemas o imágenes de diversos elementos geométricos, etc. De esta forma, además de observar los conocimientos previos de los alumnos, también se consigue que los alumnos reflexionen o intenten comprender esos contenidos.

Posteriormente durante el desarrollo también se abrirá otra fase reflexiva para poder detectar a tiempo los aspectos mejorables y reflexionar sobre el trabajo que se está realizando en ese momento, mediante una rúbrica de autoevaluación (véase ANEXO V), mediante el cual cada alumno podrá evaluar su comportamiento dentro del grupo al que pertenece.

Al mismo tiempo, se utilizará una rúbrica de coevaluación que permitirá que el alumno reflexione sobre el trabajo realizado en grupo, y detecte los aspectos mejorables tanto en su propio comportamiento como en el de los demás miembros del grupo (véase ANEXO VI).

Por otro lado, esta propuesta exige tanto la evaluación del alumnado como del docente mismo. Para ello, se ha diseñado una rúbrica de evaluación (véase ANEXO VII) que permite

que el profesor valore de la forma más objetiva posible el trabajo realizado por cada alumno. Cabe destacar, que para que ésta rúbrica se cumpla con una máxima precisión, es necesario que el docente haya llevado a cabo un seguimiento personalizado de cada alumno.

Al mismo tiempo, esta fase reflexiva adquirirá su plenitud si el seguimiento es realizado por todos los miembros del aula. Para ello, se propone que cada grupo rellene un acta (véase ANEXO VIII) al final de cada sesión, en el cual se reflejará el trabajo realizado hasta el momento. El acta, además de garantizar el seguimiento adecuado del trabajo, permite reflejar los problemas en su planificación u otros aspectos. Para ello, un miembro del grupo adquirirá el rol de secretario y tendrá el compromiso de actualizar el acta en cada sesión.

Recursos: Rúbrica de autoevaluación, rúbrica de coevaluación, rúbrica de evaluación, documento de actas.

4. Aportaciones del trabajo

Se podría decir que en este trabajo se muestran los recursos necesarios para implantar la educación cooperativa en la materia de Geometría en el centro educativo seleccionado para ello. Se trata de una propuesta didáctica que se apoya en contenidos teóricos y en el estudio de campo específico que permite asegurar su adaptación al centro mencionado. De esta forma, se pretenden solventar algunos problemas derivados del proceso de aprendizaje referentes a la forma individualista de trabajar de los alumnos, y a los problemas propios del estudio de la Geometría.

Es preciso remarcar que el éxito de esta propuesta está condicionado por diversos aspectos, tales como la actitud de los implicados o la calidad de las actividades propuestas. Por ello, aunque se establezca una metodología adecuada, no siempre estarán garantizados unos buenos resultados. De todos modos, hay que destacar que la implantación de esta metodología en el bloque de Geometría, supone un cambio metodológico considerable en las actuales clases magistrales del centro. Esta metodología además, afecta directamente al cambio de actitud y a la labor de alumnos y docentes. Una vez asimilada y contextualizada la propuesta, puede que nos ayude a generar un clima de trabajo adecuado en el aula, y al mismo tiempo, impulse la motivación en el alumnado.

Por otro lado, si se atiende a los resultados obtenidos en la fase de investigación, se puede decir que los resultados confirman la necesidad de introducir innovaciones metodológicas en los centros educativos. Tal y como se menciona en el desarrollo del trabajo, las investigaciones educativas de diversos autores demuestran la falta de motivación que provocan las clases tradicionales en el alumnado. En este contexto, la educación cooperativa es una metodología que permite adaptarse a las necesidades personales de los estudiantes, incentivando a estos para que sean los responsables de su propio aprendizaje. Al mismo tiempo, puede ser un impulso en la formación de un alumnado con pensamiento crítico, creativo y cooperativo.

Después de la información obtenida a partir de los estudios referentes a las metodologías educativas, en este trabajo se ha optado por el aprendizaje cooperativo como herramienta para innovar las metodologías pedagógicas actuales. Según las recientes investigaciones, puede facilitar el camino hacia una escuela inclusiva, donde la diversidad de los alumnos se observa como un aspecto positivo. Tal y como se demuestra en la propuesta didáctica realizada, cada tarea se ajusta a las características personales de cada alumno y teniendo en cuenta sus capacidades, motivación e interés, hay que tratar de animarlos para que se sientan responsables e importantes en todo este proceso. Me gustaría remarcar este aspecto porque pienso que es la base primordial para un buen aprendizaje. En este contexto, la personalización de la enseñanza es evidente.

Otro aspecto positivo de la propuesta didáctica formulada es el desarrollo de la capacidad de auto-aprendizaje. Los alumnos se ven obligados a utilizar las estrategias de autorregulación del aprendizaje, de forma que esta autonomía ayuda a la disminución de la dependencia hacia el docente. Por lo tanto, el docente no es el único que ayuda o enseña a los demás, sino que los alumnos obtienen la suficiente capacidad como para ayudarse mutuamente y cooperar sin tener demasiado en cuenta las limitaciones o capacidades de los compañeros. Además, gracias a esta metodología, cada alumno tiene más oportunidades para ser atendido.

5. Discusión

Sin embargo, a pesar de los rasgos positivos que genera esta metodología, es necesario matizar que la personalización de la enseñanza es una labor compleja tanto por parte del profesorado como del alumnado. Por un lado, el profesorado tiene que obtener los suficientes conocimientos teórico-prácticos para su desarrollo, a la vez que tiene que estar motivado y mostrar una actitud abierta ante la innovación. Por otro lado, también es necesario que el alumnado asimile esta forma de trabajar, y que sea consciente de su desarrollo educativo en cada momento y en cada actividad realizada.

Para facilitar todos estos aspectos positivos de la metodología, en este trabajo se ha formulado una propuesta didáctica para la rama de la Geometría del tercer curso de la ESO. Sin embargo, es necesario remarcar que debido a la complejidad de la metodología, el camino para conseguir este objetivo final es largo. Por estas razones, conviene tener en cuenta que una modificación metodológica requiere de una previa y profunda investigación teórica. Al mismo tiempo, para una adecuada adaptación al centro donde se aplicarán las modificaciones, se deberá realizar un trabajo de campo de calidad para observar detalladamente la realidad tanto de la institución educativa como la del aula donde se implantará la metodología. Esto quiere decir, que la elaboración de una propuesta didáctica que implica una innovación metodológica requiere un trabajo complejo y específico, siempre que se quieran obtener unos resultados de calidad.

Por estas razones, se puede decir que las aportaciones de diversos autores que justifican los buenos resultados de la educación cooperativa, a veces pueden resultar un tanto utópicos, en aquellos casos donde la implantación de la metodología no se haya planificado y desarrollado de manera adecuada.

6. Conclusiones

El desarrollo de este trabajo ha estado dirigido al alcance del objetivo principal que ha consistido en realizar una propuesta didáctica basada en la educación cooperativa. Debido a la complejidad y la innovación que supone esta metodología, inicialmente se ha llevado a cabo una investigación bibliográfica, que como consecuencia ha facilitado la suficiente información como para realizar una propuesta de calidad. Al mismo tiempo, para asegurar la adaptación de la propuesta al centro donde se implantará la metodología y al propio bloque de contenidos de Geometría, se ha desarrollado un estudio de campo basado en el contenido teórico obtenido de la previa investigación bibliográfica.

Se puede decir que la relación existente entre los distintos objetivos específicos de este trabajo permite que el resultado final obtenga una base teórica estable y al mismo tiempo, adaptada tanto al centro como a la metodología misma. Por lo tanto, se puede decir que mediante este trabajo se ha cumplido con el objetivo principal de realizar una propuesta didáctica basada en la educación cooperativa. Es evidente que la educación cooperativa requiere un cambio considerable en la actual estructura del aula, sin embargo, hay que destacar que una correcta implantación consensuada y previamente analizada, producirá probablemente unos resultados inmediatos y de calidad.

Para finalizar, es preciso hacer hincapié en que la escuela y en esencia la enseñanza ha de ser innovadora y debe potenciar y fomentar nuevos métodos de enseñanza y aprendizaje que nos lleven a conseguir alumnos que adquiriendo una serie de valores basados en el respeto y ayuda mutua aprendan a interactuar de una forma coherente y consecuente en la sociedad.

7. Limitaciones del trabajo

El presente trabajo ha estado limitado principalmente a las propias condiciones de la educación cooperativa. Es preciso remarcar que para realizar una adecuada implantación de la metodología es necesario tener en cuenta una gran variedad de aspectos educativos (metodología, actitud, características del centro, etc.), puesto que ha de ser adaptada perfectamente a cada aula y a su vez, a cada alumno. Por estas razones, el planteamiento del trabajo de campo ha sido una tarea compleja, ya que se ha pretendido obtener la mayor cantidad posible de información. Sin embargo, puede que algunos aspectos no se hayan tenido en cuenta.

Por otro lado, la propia extensión del trabajo ha limitado el contenido teórico referido a la metodología cooperativa. Por estas razones, es preciso remarcar que una investigación teórica más desarrollada puede ayudar a crear una base teórica mucho más estable, que permitirá asegurar una correcta implantación de la educación cooperativa.

Por otro lado, es destacable que la propuesta que se plantea está dirigida a un aula donde la diversidad del alumnado se cuenta como un aspecto positivo. Sin embargo, para atender a esta diversidad de forma personalizada, es necesario que el grupo de alumnos no sea superior a veinte. Tal y como esta planteada, la propuesta exige un seguimiento constante y totalmente personalizado por parte del docente, que difícilmente será llevado a cabo en grupos de alumnos superiores a esta cantidad. Por otro lado, hay que tener en cuenta que cualquier propuesta didáctica, aunque sea de calidad y esté adaptada a la realidad del aula, tiene que contar con los medios necesarios para su adecuado desarrollo. Por estas razones, la propuesta realizada en este trabajo estará directamente condicionada con el comportamiento, tanto del alumnado como del docente. En este caso, los resultados obtenidos en la investigación aseguran una actitud positiva ante la metodología propuesta, que ha de mantenerse a lo largo del proceso educativo.

Al mismo tiempo, la implantación de esta metodología necesita unos determinados recursos materiales y temporales. En cuanto a los *recursos materiales*, es necesario que el docente adapte los recursos didácticos disponibles a la nueva estructura de las actividades. En este caso, se tendrá que dedicar un tiempo considerable a la selección de los ejercicios y contenidos teóricos más aptos para el aula en general y específicamente para cada alumno. Es evidente, que para asegurar los buenos resultados de la personalización de la enseñanza es necesario invertir tiempo en ello. Desgraciadamente, el *tiempo* es un recurso escaso en los centros educativos, y por ello, será un gran condicionante en la implantación de esta propuesta. Sin embargo, la constancia, la implicación de todas las partes junto con la ayuda de una buena planificación pueden solventar todas o parte de las dificultades o limitaciones que vayan surgiendo a lo largo del proceso.

Por otro lado, hay que tener en cuenta que este trabajo se ha centrado en una realidad muy concreta, ya que no sólo se ha adaptado al centro donde se implantará, sino que también se ha ajustado a un curso y a un bloque de contenidos específicos. Por estas razones, el hecho de que se haya focalizado exclusivamente en Geometría produce que la propuesta esté limitada a esta rama de las matemáticas.

Sin embargo, hay que destacar que en el caso de que se obtengan unos buenos resultados, la propuesta puede ser implantada en los demás bloques de contenidos de matemáticas mediante unas mínimas adaptaciones. Por lo tanto, se trata de una propuesta adaptable a las necesidades del alumnado y a los propios bloques de contenidos. Sin embargo, siempre se tendrá en cuenta que los resultados obtenidos dependerán de los recursos disponibles y la actitud de todos los implicados en el proceso educativo.

8. Líneas de investigación futuras

El trabajo que se ha llevado a cabo ha estado dirigido a la elaboración de una propuesta didáctica basada en el trabajo cooperativo. De este modo, el contenido que se muestra se basa en la adquisición y selección de la información útil para su desarrollo. Sin embargo, es destacable que cada vez es más abundante la información relacionada con esta metodología y por ello, puede que en un futuro muy próximo surjan grandes avances. Una muestra de ello es el incremento de las investigaciones relacionadas con la educación cooperativa. Por estas razones, una posible línea de investigación futura consistirá en ampliar la base teórica relacionada con la educación cooperativa. Una fundamentación teórica más sólida, permitirá realizar propuestas didácticas de mayor calidad y a su vez, justificar con mayor contundencia la metodología utilizada.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que la propuesta que se realiza en este trabajo no ha sido implantada aún en el centro seleccionado para ello. Por lo tanto, no se dispone de la información necesaria como para validar su eficacia. Por estas razones, puede resultar interesante comprobar los resultados obtenidos tras la implantación de esta propuesta, para mejorar tanto los aspectos metodológicos como los referentes al comportamiento de los implicados. Se trata de una nueva investigación que puede validar la calidad de la propuesta realizada en este trabajo. Para obtener esos resultados, puede ser útil volver a repetir tanto la encuesta como la entrevista realizadas en el estudio de campo de este mismo trabajo. Además, en el caso de que estos resultados sean positivos, la propuesta puede servir de base para adaptarla a otros bloques de contenidos de las Matemáticas u otras asignaturas, teniendo en cuenta que el centro quiere implantar esta metodología en todas las asignaturas de ciencias.

Por último, en cuanto a los contenidos teóricos propios de la Geometría, se ha detectado la falta de recursos didácticos aptos para justificar la necesidad de esta materia en la vida real. Es decir, es destacable la ausencia de problemas matemáticos que implican el uso de la Geometría para su resolución. Por estas razones, el docente debe prestar atención a este aspecto y realizar las modificaciones necesarias para relacionar las actividades prácticas con la aplicación de la Geometría en la vida real.

9. Referencias bibliográficas

Amiguet, L. (2010, noviembre). [Entrevista con Sir Ken Robinson, experto en educación: *La creatividad se aprende igual que se aprende a leer*]. Periódico La Vanguardia.

Arranz, E. (1993). *Juegos cooperativos y sin competición*. Recuperado 02/01/2013. Disponible en: http://www.educacionfisicaenprimaria.es/uploads/4/2/1/3/4213158/_juegos_cooperativos_y_sin_competicion_para_infantil.pdf

Boletín Oficial de las Cortes Generales del Senado (2003). *Informe de la Ponencia sobre la situación de las enseñanzas científicas en la educación secundaria, constituida en el seno de la comisión de educación, cultura y deporte*. Recuperado 28/11/2012. Disponible en: <http://www.rsme.es/comis/educ/senado/I0660.pdf>

Camacho, M., Morales, A. (1994). *Algunas características del Currículum de Geometría en la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Sugerencias didácticas*. Recuperado 23/12/2012. Disponible en: <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/117839.pdf>

Dirección de Renovación Pedagógica (1996). *Baliabide didaktikoen gida. Derrigorrezko bigarren hezkuntza*. Vitoria-Gasteiz: Autor.

Duran, D., Miquel, E. (2003). *Cooperar para enseñar y aprender*. Recuperado 26/11/2012. Disponible en: <http://zarauzgune.com/prestakuntza/formakuntza/moduloen%20dokumentuak/elkarbizitza/documents/3-Cooperarparaensenaryaprender.pdf>

Fernandez, J.C. (2012). *Contenidos de Matemáticas*. Recuperado 03/01/2013. Disponible en: <http://www.vitutor.com/index.html>

Gobierno Vasco (2010). *Decretos curriculares para la Educación Infantil, Básica y Bachiller en la Comunidad Autónoma del País Vasco*. Recuperado 28/11/2012. Disponible en: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dif10/es_5495/adjuntos/dc_educ_basic_c.pdf

Martínez, J. y Gómez, F. (2010) *La técnica puzzle de Aronson: descripción y desarrollo*. Recuperado 02/01/2013. Disponible en: <http://diversidad.murciaeduca.es/tecnoneet/2010/docs/jmartinez.pdf>

Ministerio de Educación y Ciencia (2007). *REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Recuperado 28/11/2012. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

Pons, R.M., González-Herrero, M. E., Serrano, J.M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de psicología*, vol. 24, nº2, 253-261.

Pujolas, P. (2008). *9 ideas clave: el aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Grao.

Pujolàs, P., Lago, J.R., Naranjo, M., Pedragosa, O., Riera, G., Soldevilla, J., Olmos, G., Torner, A., Rodrigo, C. (2006). *Implementación del aprendizaje cooperativo en el aula*. Recuperado 26/11/2012. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/57187244/EL-APRENDIZAJE-COOPERATIVO>.

Santamaría, S. (2004). *Principios didácticos, aprendizaje cooperativo y proceso de enseñanza*. Recuperado 26/11/2012. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos15/principios-didacticos/principios-didacticos.shtml>

Ugarte, L., Ramirez de Okariz, I., Sarasua, J., Bilbatua, M., Arregi, X., Iriondo, M., Garzia, M., Freundlich, F. (2000). *Ikaskide taldeak*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, facultad de humanidades y ciencias de la educación.

Ugarte, L., Ramirez de Okariz, I., Sarasua, J., Bilbatua, M., Arregi, X., Iriondo, M., Garzia, M., Freundlich, F. (2000). *Ikaskide taldeak, sekuentzia Didaktikoaren diseinua*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, facultad de humanidades y ciencias de la educación.

10. Anexos

10.1. Anexo I - Encuesta

CUESTIONARIO PARA ALUMNOS DEL 3º CURSO DE LA ESO EN LA IKASTOLA TXANTXIKU

El presente cuestionario ha sido redactado con el objetivo de recopilar información sobre la actitud que adoptan los alumnos a la hora de realizar los trabajos en grupo dentro de la asignatura de matemáticas, en el tercer curso de la ESO de la Ikastola Txantxiku de Oñati (Guipúzcoa).

El cuestionario es totalmente anónimo y la información obtenida tendrá como único resultado un informe estadístico sobre los aspectos cuestionados.

Valora del 0 al 10 la actitud que adoptas a la hora de realizar los trabajos en grupo en cada una de las siguientes situaciones (0 nula y 10 muy buena):

1. OBJETIVOS DEL TRABAJO

- 1) Antes de empezar a trabajar, tengo claro cuál es el objetivo final de cada tarea

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

- 2) Me siento parte del grupo y creo que trabajando en grupo se consiguen mejores resultados

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

2. RELACIÓN CON LOS COMPAÑEROS DEL GRUPO

- 3) Me encargo de repartir el trabajo de forma equilibrada entre los miembros del grupo

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

- 4) Desarrollo mi trabajo a tiempo, para no interrumpir el de los demás miembros del grupo

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

3. RESPONSABILIDAD

5) Realizo lo mejor posible la parte del trabajo que se me ha asignado

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

6) Cuando no entiendo algún concepto, intento recopilar más información (libro de matemáticas, preguntar al profesor, mirar en el diccionario, buscar en internet, etc.)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

4. COMUNICACIÓN

7) Escucho con atención la opinión y las aportaciones de todos los miembros del grupo

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

8) Realizo aportaciones y doy mi opinión a los demás miembros del grupo.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Y por último, ¿sabes lo qué es la educación cooperativa, o trabajar de forma cooperativa?

Si No

Gracias por su colaboración.

Fuente: Elaboración propia.

10.2. Anexo II - Entrevista

ENTREVISTA PARA PROFESORA DE MATEMÁTICAS DEL 3º CURSO DE LA ESO EN LA *IKASTOLA TXANTXIKU*

1. En la materia de la Geometría, ¿la comprensión de qué conceptos provoca mayores dificultades?
2. ¿La realización de qué tipo de ejercicio práctico produce mayores dificultades?
3. ¿Los alumnos presentan dificultades en la resolución de problemas relacionados con los conceptos geométricos trabajados?
4. ¿Los alumnos tienen que memorizar las definiciones y las fórmulas geométricas? y en ese caso, ¿presentan dificultades en la memorización?
5. ¿Cuál de los dos aspectos presenta más dificultades a la hora de trabajar, la **COMPRENSIÓN** o el **DESARROLLO**?

10.3. Anexo III - Juegos cooperativos

Los juegos cooperativos que se muestran a continuación, pretenden generar en el alumnado una alta motivación hacia la cooperación, de manera que la necesidad de la ayuda mutua se hace necesaria para la consecución del objetivo principal. Estos juegos están planteados en la bibliografía observada en Arranz, E. (1993). *Juegos cooperativos y sin competición*:

1. *La técnica del puzle*: Los alumnos se reúnen en grupos de tres o cuatro personas, y cada uno obtiene la misma cantidad de piezas del puzle que tendrán que completar entre todos. Para ello, cada alumno será el único responsable de colocar sus piezas cuando le llegue su turno, y los demás respetarán su decisión. De todos modos, los miembros del grupo podrán mostrar su opinión sobre la colocación de las piezas de los demás para poder ayudarse entre ellos. En ningún caso podrán coger las piezas de los demás. Éstas condiciones mínimas han de tenerse en cuenta en todo momento, puesto que el incumplimiento de las normas producirá que el grupo obtenga una penalización. El juego demuestra la necesidad de la cooperación y al mismo tiempo, responsabiliza a los participantes en su tarea.

2. *La técnica del ovillo*: Todos los alumnos se sientan formando un gran círculo. Un alumno sujeta un ovillo de lana en sus manos, y mientras sujeta un trozo de lana, pasa el resto a otra persona del grupo. Si se repite lo mismo con todos los miembros del círculo, se genera una amplia red que unirá a todos. Posteriormente, los alumnos se pondrán de pie y siguiendo un orden determinado, cada uno subirá o bajará dos aristas de lana generando una forma diferente a la red. Cada uno aportará la forma que desee, y no se podrá hablar. En el centro se observará una figura geométrica, y se seguirá haciendo movimientos hasta conseguir un diseño geométrico que guste a todos.

Finalmente, el objetivo del juego consistirá en soltar el ovillo sin que se rompa, consiguiendo recoger el ovillo entre todos de forma ordenada. La cooperación, la comunicación y la planificación serán las claves del éxito.

10.4. Anexo IV - Problemas de Geometría - Grupo A

Resuelve los siguientes problemas utilizando tus conocimientos sobre la Geometría:

1. Un pintor quiere cubrir con un papel de pared una parte de la fachada de un edificio. La superficie está formada por una parte central cuadrada de 1 m de lado y dos semicírculos adosados en dos lados opuestos. Calcula el área.
2. En una plaza de forma circular de radio 250 m se van a poner 7 farolas cuyas bases son círculos de un 1 m de radio, el resto de la plaza lo van a utilizar para sembrar césped. Calcula el área del césped.
3. Calcula el volumen de tierra que se necesitará, en centímetros cúbicos, para rellenar un agujero que tiene 5 m de largo, 40 dm de ancho y 2500 mm de alto.
4. La cúpula de una catedral tiene forma semiesférica, de radio 50 m. Si restaurarla tiene un coste de 300 € el m², ¿A cuánto ascenderá el presupuesto de la restauración?
5. ¿Cuántas losetas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para recubrir las caras de una piscina de 10 m de largo por 6 m de ancho y de 3 m de profundidad?
6. Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?

Fuente: Fernandez, J.C. (2012). *Contenidos de Matemáticas*. Disponible en:
<http://www.vitutor.com/index.html>

10.5. Anexo V - Rúbrica de autoevaluación

AUTOEVALUACIÓN a cumplimentar cada alumno

CATEGORÍA	VALORACIÓN			
	4	3	2	1
Aprovechamiento del tiempo	He aprovechado todo el tiempo disponible para realizar cada tarea	He aprovechado la mayor parte del tiempo disponible para realizar cada tarea	He aprovechado la mitad del tiempo disponible para realizar cada tarea	He aprovechado menos de la mitad del tiempo disponible para realizar cada tarea
Participación	He participado exponiendo mis ideas y defendiendo mi opinión	A veces he expuesto mis ideas y he defendido mi opinión	He participado para llevar adelante las ideas de los demás	He participado sólo cuando los demás me lo han pedido
Comunicación	Siempre he escuchado las aportaciones de los demás compañeros	A veces he escuchado las aportaciones de los demás compañeros	He escuchado las aportaciones de los demás compañeros, sólo cuando estaban de acuerdo conmigo	He escuchado en pocas ocasiones las aportaciones de los demás compañeros
Trabajo realizado	El trabajo que he realizado ha sido más de lo que me tocaba	El trabajo que he realizado ha sido lo que me tocaba	El trabajo que he realizado ha sido menos de lo que me tocaba	El trabajo que he realizado ha sido una parte pequeña de lo que me tocaba
Responsabilidad	He planificado y llevado a cabo todas las tareas	He ayudado a planificar tareas y he cumplido con lo ordenado	No he asumido responsabilidades, y he realizado lo que me han pedido los compañeros	No he asumido responsabilidades y he realizado lo que me han pedido los compañeros, sólo cuando me ha apetecido
Satisfacción del trabajo final	He realizado todo lo planificado, con una presentación adecuada	He realizado lo planificado, y he presentado a mi manera	No he conseguido todo lo planificado, pero he realizado una presentación bonita	No he conseguido lo planificado y es eso lo que he presentado

AUTOEVALUACIÓN PARA CUMPLIMENTAR CADA ALUMNO

NOMBRE- APELLIDOS: _____

Valora tu trabajo realizado, indicando la valoración (1-4) de cada categoría de esta rúbrica:

CATEGORÍA	Valoración
Aprovechamiento del tiempo	
Participación	
Comunicación	
Trabajo realizado	
Responsabilidad	
Satisfacción del trabajo final	

Fecha: _____

Firma

Fuente: Ugarte L., Ramirez de Okariz I., Sarasua J., Bilbatua M., Arregi X., Iriondo M., Garzia M., Freundlich F. (2000). *Ikaskide taldeak*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, facultad de humanidades y ciencias de la educación.

10.6. Anexo VI - Rúbrica de coevaluación

COEVALUACIÓN para realizar entre los miembros del grupo

CATEGORÍA	VALORACIÓN			
	4	3	2	1
Puntualidad	Cuando hemos comenzado con el trabajo, siempre ha llegado con puntualidad	Cuando hemos comenzado con el trabajo, normalmente ha llegado con puntualidad	Cuando hemos comenzado con el trabajo, sólo a veces ha llegado con puntualidad	Cuando hemos comenzado con el trabajo, no ha llegado con puntualidad y no ha respetado la hora
Aportación	Siempre ha realizado buenas aportaciones a la hora de lograr los objetivos y en la resolución de conflictos	En la mayoría de veces ha hecho aportaciones y a veces a propuesto medios para solucionar conflictos	Ha hecho pocas aportaciones y propuestas para solucionar conflictos	No ha realizado ninguna aportación para alcanzar los objetivos
Respeto	Siempre ha respetado la opinión y la forma de trabajar de los demás compañeros	Ha respetado la opinión y la forma de trabajar de los demás compañeros, aunque a veces no sea agradable	Ha respetado pocas veces la opinión y la forma de trabajar de los demás compañeros	No ha respetado pocas veces la opinión y la forma de trabajar de los demás compañeros, ha tenido costumbre de insultar
Compromiso	Ha asumido la necesidad de integración en los trabajos de grupo y siempre ha cumplido con sus compromisos	Ha asumido la necesidad de integración en los trabajos de grupo y normalmente ha cumplido con sus compromisos	No ha cumplido con el compromiso de trabajar en grupo, pero ha trabajado	No ha cumplido los compromisos requeridos
Actitud de comunicación	Siempre ha escuchado la opinión de los demás y también ha expuesto la suya	Normalmente ha escuchado la opinión de los demás, pero ha hablado poco	Normalmente ha dado su opinión pero pocas veces a escuchado la de los demás	Siempre ha escuchado a los demás, pero no ha hablado

NOMBRE- APELLIDOS: _____

Asigna a cada miembro del grupo una valoración (1-4) teniendo en cuenta la siguiente rúbrica:

Nombre del miembro del grupo	Puntualidad	Aportación	Respeto	Compromiso	Actitud de comunicación

Fecha: _____

Firma

Fuente: Ugarte L., Ramirez de Okariz I., Sarasua J., Bilbatua M., Arregi X., Iriondo M., Garzia M., Freundlich F. (2000). *Ikaskide taldeak*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, facultad de humanidades y ciencias de la educación.

10.7. Anexo VII - Rúbrica de evaluación

Rúbrica para que el profesor valore el TRABAJO realizado por el alumnado

CATEGORÍA	VALORACIÓN			
	4	3	2	1
Plazos	Ha entregado el trabajo en los plazos establecidos	Ha entregado fuera de plazo, por razones que no estaban a su alcance	Ha entregado fuera de plazo por razones que estaban a su alcance	Ha entregado fuera de plazo, por falta de una planificación adecuada
Información	Ha presentado de forma adecuada su trabajo	Ha presentado el trabajo realizado y ha demostrado casi todo el proceso desarrollado	Ha presentado el trabajo realizado pero casi no ha demostrado el proceso desarrollado	No ha presentado el trabajo realizado, sólo ha mostrado las soluciones
Reflexión	Han desarrollado la reflexión por partes, de forma ordenada	Han desarrollado una reflexión general	Han desarrollado una ligera reflexión	No han realizado ninguna reflexión
Presentación oral (valoración individual)	Ha utilizado un tono y unas posturas adecuadas	Ha utilizado un tono adecuado, pero no mira a los oyentes	Ha utilizado un tono demasiado bajo, aunque les mira a los oyentes	No ha utilizado un tono y unas posturas adecuadas

Fuente: Ugarte L., Ramirez de Okariz I., Sarasua J., Bilbatua M., Arregi X., Iriondo M., Garzia M., Freundlich F. (2000). *Ikaskide taldeak*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, facultad de humanidades y ciencias de la educación.

10.8. Anexo VIII - Acta del grupo

ACTA N°.....		
Nombre del grupo	Secretario	Fecha
Participantes <i>Indicad quiénes habéis tomado parte en el trabajo. Si ha faltado alguien, señaladlo e indicad los motivos de la ausencia.</i>		
Descripción de la tarea a realizar y de los compromisos adquiridos por cada miembro del grupo		
Nivel de cumplimiento de los compromisos.		
Valoración del funcionamiento del grupo <i>Identificación de las dificultades encontradas y los aspectos que funcionan bien</i>		
Trabajos que continúan pendientes		

Fuente: Ugarte L., Ramirez de Okariz I., Sarasua J., Bilbatua M., Arregi X., Iriondo M., Garzia M., Freundlich F. (2000). *Ikaskide taldeak*. Eskoriatza: Universidad de Mondragón, facultad de humanidades y ciencias de la educación.

