



**Universidad Internacional de La Rioja**  
**Facultad de Educación**

**Trabajo fin de máster**

**Idoneidad del uso del  
software Geogebra para la  
mejora del proceso  
enseñanza-aprendizaje de las  
matemáticas en 4º de E.S.O.**

**Presentado por:** Rafael Conde Serrano  
**Línea de investigación:** Tecnologías de la Información y la  
Comunicación (TIC)  
**Director/a:** Ana Isabel Leal García

**Ciudad:** Sevilla  
**Fecha:** 16 de Enero de 2013

## RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Master pretende informar de los resultados obtenidos en una investigación consistente en el estudio de la idoneidad de la aplicación del software GeoGebra como recurso educativo en último curso de la Educación Secundaria Obligatoria.

La dificultad que la asignatura de las matemáticas plantea para gran parte del alumnado de la E.S.O. se podría ver paliada si se ampliara la dimensión geométrica dentro de las aulas. La inclusión del software GeoGebra podría ser ideal para ello, ya que, como su propia definición indica, Geometría + Álgebra, se presenta con dos espacios principales dentro de la misma ventana que combinan simultáneamente las ecuaciones empíricas y las figuras espaciales que representan. Este software ha alcanzado una enorme expansión a nivel mundial desde que su creador Markus Hohenwater (Johannes Kepler University, Linz, Austria) lo iniciara hace diez años.

Para ello se ha realizado una investigación utilizando bibliografía adecuada y fundamentada, además de un estudio de campo en dos centros educativos de Sevilla, de naturaleza muy diferente, con objeto de obtener diferentes perspectivas. El primero, el IES Gustavo Adolfo Bécquer, es público, con horario nocturno y posee educación para adultos. El segundo, el Colegio Santa Ana, es concertado, con horario de mañana y sus alumnos son menores de edad.

**Palabras claves:** software, GeoGebra, recurso educativo, E.S.O., Geometría, Álgebra.

## ABSTRACT

This Master's Thesis aims to report the results of an investigation involving the study of the suitability of the Geogebra software application as an educational resource in the last year of compulsory secondary education.

The difficulty that the subject of mathematics raises for most of the students of ESO could be remedied if geometric dimension were shown in the classroom. The inclusion of software GeoGebra could be ideal for this, since, as its definition implies, Geometry + Algebra, comes in two main areas within the same window that simultaneously combine empirical equations and their equivalent spatial figures. This software has achieved enormous worldwide expansion since its creator Markus Hohenwater (Johannes Kepler University, Linz, Austria) started it ten years ago.

This research has been carried out using appropriate and substantiated literature, plus a field study in two schools of Seville, very different in nature, in order to get different perspectives. The first, the IES Gustavo Adolfo Becquer, is public, and has night timetable for adults. The second, Santa Ana College, is a state-subsidised school, with morning timetable and students under 18 years old.

**Key words:** software, GeoGebra, educational resource, E.S.O., Geometry, Algebra.

## **ÍNDICE**

<b>RESUMEN.....</b>	<b>1</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>1</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO Y SU TÍTULO.....</b>	<b>3</b>
<b>1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>3</b>
<b>1.3 OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>1.4 BREVE FUNDAMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA.....</b>	<b>5</b>
<b>1.5 JUSTIFICACIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA SELECCIONADA .....</b>	<b>5</b>
<b>2. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>7</b>
2.1.1 LEGISLACIÓN.....	7
2.1.2 NUEVAS TECNOLOGÍAS EN EL AULA. GEOMETRÍA .....	8
2.1.3 VENTAJAS E INCONVENIENTES DEL USO DEL GEOGEBRA .....	10
2.1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA ELECCIÓN DEL SOFTWARE. DESARROLLO Y EXPANSIÓN.....	13
<b>2.2 MATERIALES Y MÉTODOS.....</b>	<b>20</b>
2.2.1 ESTUDIO DE CAMPO.....	20
2.2.2 AREAS, VARIABLES Y RECOGIDA DE DATOS.....	21
<b>2.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS .....</b>	<b>22</b>
2.3.1 RESULTADOS ALUMNOS .....	22
2.3.2 RESULTADOS PROFESORES.....	30
<b>3. PROPUESTA PRÁCTICA .....</b>	<b>35</b>
<b>4. CONCLUSIONES.....</b>	<b>42</b>
<b>5. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS .....</b>	<b>44</b>
<b>6. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>45</b>
<b>6.1 REFERENCIAS.....</b>	<b>45</b>
<b>6.2 BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA .....</b>	<b>47</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>49</b>
<b>ANEXO I: TRAYECTORIA. BREVE INTRODUCCIÓN AL FUNCIONAMIENTO DEL SOFTWARE. ....</b>	<b>50</b>
<b>ANEXO II: CUESTIONARIOS .....</b>	<b>57</b>

# **1. INTRODUCCIÓN**

## **1.1 JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO Y SU TÍTULO**

Los adelantos que se vienen dando desde finales del siglo XX – principios del siglo XXI en lo que se refiere a Internet, fibra óptica, satélites, etc., han provocado lo que conocemos hoy día como “Sociedad de la Información”. Esto ha originado la modificación de la economía mundial, se ha transformado el mercado de trabajo y los modelos de producción y ha generado que millones de puestos de trabajo en los sectores primario y secundario se hayan trasladado sector terciario o de servicios.

En la actualidad son cada vez más corrientes los puestos de trabajo en los que las personas pasan la mayor parte de su tiempo utilizando un ordenador. Esta situación era muy poco usual hace unas pocas décadas.

La sociedad actual se encuentra situaciones como la de que cinco de los diez puestos de trabajo más demandados no existían hace 20 años, o en la que un Ingeniero de Telecomunicaciones estará obsoleto en un 50% al acabar su último año de carrera. La educación siempre ha debido responder a la sociedad que la mantiene, y, por tanto, debe suponer una adaptación al modelo social imperante y responder a sus demandas.

Ante esta sociedad tan cambiante, la educación debe formar a personas con gran capacidad de adaptación. No se sabe cómo habrá evolucionado la sociedad dentro de 20 años. Esta es la razón de ser del lema de la Sociedad de la Información: “aprender a aprender”.

La introducción de software educativo en las aulas puede ser un gran paso en este propósito. Para ello es fundamental un proceso de selección del mismo. La presente investigación tratará la idoneidad del uso del software GeoGebra para la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en 4º de E.S.O.

## **1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La asignatura de las matemáticas se plantea como una de las más duras de la Educación Secundaria Obligatoria. Prueba de ello es la existencia de gran número de academias, profesores particulares, etc... que imparten clases extra a los alumnos con mayores dificultades.

A pesar de los probados beneficios de la inclusión de software educativo en matemáticas, y a pesar de contar con infraestructura para ello (Escuela 2.0), en España existe una resistencia al cambio de los hábitos tradicionales de pizarra, libro de texto y apuntes, tal y como señala Gutiérrez (2000).

La inclusión del software educativo GeoGebra podría ayudar a la comprensión de esta asignatura, ya que abre la dimensión geométrica de las matemáticas más allá del empirismo mecánico.

Para el presente Trabajo Fin de Master se opta por el estudio del 4º curso de la E.S.O. ya que al ser el último de este período, y por tanto se les supone a los alumnos ciertas habilidades con esta asignatura, puede ser el más representativo para esta investigación.

### **1.3 OBJETIVOS**

El objetivo general de la presente investigación es evaluar la idoneidad del uso del software GeoGebra como herramienta didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el último curso de la Educación Secundaria Obligatoria.

Dentro de este objetivo general, los objetivos específicos planteados fueron:

- Analizar el grado de formación de profesorado y alumnado con respecto a las nuevas tecnologías.
- Determinar el grado de implantación de las TIC en el Centro Educativo.
- Estudiar el grado de formación en geometría matemática del alumnado.
- Evaluar el conocimiento del software GEOGEBRA entre profesorado y alumnado.
- Estudiar el grado de acogida del nuevo software GEOGEBRA entre profesorado y alumnado (aceptación-resistencia).
- Comparar el grado de utilización de las TIC y el software Geogebra en dos centros diferentes como son el IES Gustavo Adolfo Bécquer y el Colegio Santa Ana, los dos de Sevilla.

## **1.4 BREVE FUNDAMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA**

La metodología empleada para el desarrollo de la presente investigación ha sido la que se expone a continuación.

En primer lugar se ha realizado una investigación bibliográfica, para cuya elección se han valorado aspectos tan relevantes como la especialización de la publicación. Se ha procurado que los estudios consultados provengan de organismos oficiales o autores expertos en la materia, de forma que se pueda obtener información fiable y de calidad en la que basar la investigación.

Así mismo se ha procurado que la bibliografía consultada posea un grado de actualidad adecuado, habida cuenta de los grandes cambios que se han producido en los últimos años, razón por la cual es fácil encontrar publicaciones obsoletas, que no concuerdan con el modelo de sociedad actual y futura.

A continuación se ha realizado un trabajo de campo. Para ello se han utilizado la herramienta de los cuestionarios, que se han repartido en dos centros educativos. El primero es el IES Gustavo Adolfo Bécquer de Sevilla. Corresponde a un Instituto de Educación Secundaria Público, con horario nocturno, en el que son muy habituales personas mayores de edad entre su alumnado. El segundo es el Colegio Santa Ana también de Sevilla. Se trata de un centro religioso, diurno y concertado hasta final de la ESO, en el que el alumnado todavía no ha cumplido la mayoría de edad. De esta forma la investigación se ve enriquecida al poseer resultados de centros de naturaleza muy diferente.

Ambos centros poseen una ubicación geográfica cercana el uno del otro. Ambos se encuentran a menos de un kilómetro del centro de la ciudad muy cercanos a una de las principales avenidas de Sevilla, República Argentina. El nivel sociocultural de la zona es medio-alto.

Más tarde se explican las conclusiones obtenidas a partir de la investigación realizada.

## **1.5 JUSTIFICACIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA SELECCIONADA**

Se ha realizado una selección bibliográfica con objeto de valorar los siguientes aspectos fundamentales para la presente investigación:

- Legislación vigente respecto a la utilización de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje en general, y específicamente en el área de las matemáticas.
- Utilización de las nuevas tecnologías en el aula en general, específicamente en el área de matemáticas y ahondando aún más en el sentido del presente Trabajo Fin de Máster, en la rama de la geometría.
- Ventajas e inconvenientes de la utilización de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje, y más concretamente en la aplicación del software de estudio.
- Justificación de elección del programa: en la actualidad existen numerosos tipos de software para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Es por ello que cabe una justificación de elección del software GEOGEBRA para la presente investigación. Para ello se deberán analizar los siguientes puntos:
  - Orígenes del software. Creación, razón de ser y desarrolladores.
  - Grado de expansión del programa en la Comunidad Educativa.
  - Estudios anteriores en la aplicación del software GeoGebra.
- Utilización del software GEOGEBRA: se ha procedido a describir a modo introductorio el manejo del software, en lo que se refiere a presentación del programa, diferentes vistas o ventanas que posee y exposición del significado de los principales botones de la barra de herramientas. Dicha descripción se puede encontrar en el Anexo I de la presente investigación, en el que además se muestra la trayectoria que ha tenido el software a través de la descripción de las diferentes versiones por las que ha pasado.

## **2. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

#### **2.1.1 LEGISLACIÓN**

El Ministerio de Educación y Ciencia en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (recogido en la Ley Orgánica de Educación) expone que una de las competencias básicas que los alumnos deberán adquirir será:

*“Competencia para aprender a aprender”.*

El documento normativo en la Comunidad Autónoma Andaluza es el Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. Este decreto es desarrollado por la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. En el Anexo I de este documento se expone el contenido de la enseñanza de matemáticas, estableciéndose seis bloques de contenidos. La resolución de problemas y el uso de los recursos TIC son los dos primeros bloques. El tratamiento de la información, azar y probabilidad es el bloque sexto (BOJA, núm. 171, pp. 18-22).

En el Real Decreto 1467/2007 del 2 de noviembre, se cita una recomendación del uso de recursos de las Tecnologías de la Información y Comunicación para las clases de Matemáticas:

*“Uno de los objetivos de la asignatura de matemáticas I y II es emplear los recursos aportados por las tecnologías actuales para obtener y procesar información, facilitar la comprensión de fenómenos dinámicos, ahorrar tiempo en los cálculos y servir como herramienta en la resolución de problemas”.*

En el apartado “g” Anexo I del mencionado Real Decreto se encuentra la siguiente frase:

*“Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y comunicación”*

Por último destacar que la UNESCO posee unas Normas sobre competencias TIC para docentes (2008).

### **2.1.2 NUEVAS TECNOLOGÍAS EN EL AULA. GEOMETRÍA**

Como se exponía en la introducción, la sociedad actual ha experimentado y sigue experimentando enormes cambios a causa de las nuevas tecnologías. Dussel, Quevedo y Santillana (2011) indican que la evolución experimentada por la sociedad en los últimos 30 años se presenta para la escuela como un desafío totalmente diferente a los que se ha encontrado a lo largo de su historia. La educación se deberá adaptar a este movimiento para no dejar obsoletos a los educandos. La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE,2003) define la alfabetización tecnológica como la actitud y habilidad de los individuos para usar apropiadamente la tecnología digital y las herramientas de comunicación con el fin de acceder, gestionar, integrar y evaluar información, construir nuevo conocimiento y comunicarse con otros, a fin de participar efectivamente en la sociedad.

La Sociedad de la Información ha creado unas características peculiares que no se deben pasar por alto (Cabero, 2006)

- El mundo gira en torno a las nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación.
- Aparición de nuevos sectores laborales.
- Un exceso de información que puede encontrar con rapidez.
- Sociedad donde aprender a aprender es de máxima importancia.
- El impacto alcanza a todos los sectores de la sociedad.
- Gran velocidad de cambio.

Según Cabero (2006) ante todos estos nuevos escenarios, las instituciones educativas deben cambiar en todos sus niveles, y tienen que hacerlo en una serie de direcciones, como las siguientes:

- Adecuación ante la nueva demanda que la sociedad exige y requiere.
- La formación de la ciudadanía que tendrán que transformar.

- La necesidad de reevaluar los currículum tradicionales y las formas de enseñar.
- Comprender que las instituciones educativas no son las únicas vías de la formación de la ciudadanía.

Existen numerosos autores que han investigado sobre el uso de las nuevas tecnologías en el área específica de las matemáticas. Beeland (2002) y Weaver (2000) concluyen que el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mejora tanto en rendimiento como en sus actitudes hacia esta asignatura. Las nuevas tecnologías poseen herramientas muy útiles para la enseñanza-aprendizaje. Su aplicación podría paliar la visión oscura que numerosos estudiantes poseen de las matemáticas.

Corbalán (2011) afirma que "el papel del profesor ya no puede ser el de proveedor único de saberes, problemas, preguntas, etc. [...] sino el de "experto" que está atento a los intereses de los alumnos y es quien acompaña el aprendizaje desde su experiencia y conocimientos [...] sólo es abordable desde la introducción de medios tecnológicos" (Corbalán, 2011, p. 54). Esta última afirmación puede ser demasiado precipitada ya que existen numerosas estrategias y metodologías para llevar a cabo esta tarea. Los recursos educativos tecnológicos deben observarse desde la perspectiva de herramienta que, bien utilizada, ayuda en gran medida al proceso enseñanza aprendizaje (Pedró, 2011).

Mark Prensky en su obra "Digital Natives, Digital Immigrants" (2001) hace una reflexión sobre el alumnado que ha nacido en el ámbito de las nuevas tecnologías, adquiriendo éstos habilidades con las mismas desde la infancia. Prensky los llamó "Nativos Digitales".

En consonancia con lo anterior, Lagrange, Artigue, Laborde y Trouche (2001) afirman que se extiende la creencia de que si se usan las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas, el proceso enseñanza-aprendizaje mejorará en esta asignatura.

Una vez expuesta la idoneidad de aplicación de las TIC en matemáticas, se procede a ahondar en la presentación de la simultaneidad de la geometría y el empirismo matemático.

En el Proyecto Gauss creado por el Instituto de Tecnologías Educativas (ITE) existe un artículo titulado "Los *applets* de funciones en el Proyecto Gauss" (Álvarez García y Losada, 2011) en el que se destacan la potencialidad de los *applets* (aplicaciones

integradas en una página web) para mostrar simultáneamente diversas representaciones de una función, en lo que se refiere a gráficas, numéricas o algebraicas. Afirman que “la capacidad de animación e interactividad que permiten los applets propicia una mejor comprensión de las distintas representaciones” (p.32). Este estudio apoya la idea de que la aplicación de las TIC a la geometría matemática puede ayudar en gran medida a la comprensión de la asignatura por parte del alumnado, y facilitar la tarea de enseñanza de los docentes.

### **2.1.3 VENTAJAS E INCONVENIENTES DEL USO DEL GEOGEBRA**

Tras una exhaustiva investigación bibliográfica, se expone porqué el uso del software educativo GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas posee numerosas ventajas tanto para el alumnado como para el profesorado. A continuación se procede a exponer dichas ventajas:

- Individualización y autonomía del trabajo del alumnado: Alemán de Sánchez (2002, citado en Macías, 2007) señala que el uso del ordenador fomenta la participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje, además de permitir el control de tiempos y la secuencia de su propio aprendizaje. En consonancia con esta conclusión está Preiner (2008), que afirma que el ordenador permite un trabajo más autónomo del estudiante ya que adecua el tiempo de trabajo a sus ritmos y situación personal. Para el software de estudio, existen numerosos tutoriales y videotutoriales en la red, en lo que se refiere a uso del programa a distintos niveles de especialización, resolución de ejercicios, etc....lo cual ofrece la posibilidad de aprendizaje autónomo a través de las nuevas tecnologías.
- Motivación del alumnado: García y Romero (2007) afirmaba que el uso de nuevas tecnologías estimula la participación del alumnado acercando el aprendizaje de la materia al mundo real. El software educativo en general atrae a los alumnos. Además el programa de estudio cuenta con elementos para captar la atención de los alumnos, mantener el interés y focalizarlo hacia los elementos más importantes del temario. En este caso se puede contar con una motivación extra mediante la apertura a la visión espacial del empirismo al facilitar la comprensión de una asignatura que usualmente resulta complicada para gran parte del alumnado.

Además el trabajo con ordenadores y software posee a menudo connotaciones lúdicas para los estudiantes según Ferro, Martínez y Otero (2009).

- **Facilidad de evaluación:** Preiner (2008) afirmaba que el uso del ordenador facilita el suministro de información a los profesores de los avances de los alumnos. El software de estudio permite la posibilidad de adaptación al ritmo de trabajo de cada alumno al ofrecer la funcionalidad de guardado del trabajo, realizado en formato magnético, con posibilidad de transporte y control a través de la red del docente.
- **Investigación:** el programa ofrece un interesante entorno de trabajo en el que investigar, en lo que se refiere a la búsqueda determinadas informaciones, cambio de variables de un sistema (como se explicará en la propuesta práctica), etc....

Además el software de estudio facilita para profesores y alumnos herramientas e instrumentos de gran utilidad para el desarrollo de trabajos de investigación. Como ejemplo, el gran número de blogs referentes al programa GeoGebra (ej: *geogebreando.blogspot.com/*) a cuyo desarrollo contribuyen docentes y alumnos de todos los niveles.

- **Metalingüística:** Ferro et al. (2009) señalan que el empleo de software educativo favorecen la alfabetización tecnológica. El uso del software de estudio permite la enseñanza-aprendizaje de lenguajes propios de la informática (ej: funciones, corchetes, etc....) lo cual proporciona un acercamiento de alumnos y profesores la programación informática, que tantas posibilidades posee en la sociedad actual.
- **Innovación:** García y Romero (2007) señalan que el uso de nuevas tecnologías en la enseñanza permiten el diseño de nuevas y novedosas actividades ya que cambia la interacción sujeto-aprendizaje. El software de estudio utiliza nuevas tecnologías para su uso. Es cierto que no siempre una innovación educativa contribuye a un mayor rendimiento, pero en este caso el desarrollo durante diez años y el gran éxito mundial que el software de estudio ha experimentado, avalan la idoneidad de implantación de esta innovación educativa.

Una vez expuestas las numerosas ventajas que la inclusión del software de estudio podría proporcionar, no se debe obviar que existen algunos inconvenientes de relevancia. Con la exposición de este apartado no se pretende la negación del uso del programa GeoGebra, sino todo lo contrario, cuanto más se conozcan los posibles errores de aplicación, mayor probabilidad de éxito poseerá su implantación. Es por esto que Sordo (2005) advertía de ciertos peligros:

- La resolución automática de la mayoría de operaciones podría causar una pérdida de habilidades operatorias por parte del alumnado.

La alternancia de ejercicios a mano y con ordenador podrían paliar este inconveniente.

- Se debe tener siempre en cuenta que el ordenador lo maneja una persona. Más si cabe en la aplicación de la resolución de problemas matemáticos, cuyo planteamiento debe proceder del alumno.

Otro inconveniente que cabría esperar es la “resistencia” de diversos sectores de la enseñanza al cambio tecnológico. Esta “resistencia” sería directamente proporcional a la edad de las personas, ya que existe una lógica dificultad y rechazo a la adaptación a las nuevas tecnologías de personas que han completado gran parte de su vida laboral docente exitosamente sin las mismas. Prensky (2001) afirma que las personas que no han nacido en el ámbito de las nuevas tecnologías han debido de adaptarse a la nueva era digital, aprendiendo nuevas habilidades con mayor o menor destreza. Los llamaba “Inmigrantes digitales”, los cuales se deben enfrentar a los “Nativos Digitales”, que, como se ha expuesto anteriormente, es el nombre que Prensky atribuye a la juventud que ha nacido en el ámbito de las nuevas tecnologías. Las diferencias existentes entre éstos dos es denominada “Brecha Digital”.

La Administración ha tomado iniciativas para la reducción de la “Brecha digital” y facilidad de implantación de las nuevas tecnologías. Prueba de ello es el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, el cual cuenta ya con más de 20.000 docentes registrados.

### 2.1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA ELECCIÓN DEL SOFTWARE. DESARROLLO Y EXPANSIÓN

Existe un elevado número de alumnos con grandes dificultades a la hora de representar el concepto de función. Como afirma Font (2011):

*“La explicación de estas dificultades hay que buscarla, entre otras causas, en la falta de actividades de este tipo en los problemas escolares que los alumnos han resuelto anteriormente. [...] se trabaja relativamente poco las transformaciones de funciones, y aún se trabaja menos el paso de gráfica a la expresión analítica de una función (p.176).”*

El software de estudio se presenta como la apertura simultánea de la visión geométrica a su correspondiente algebraica, lo cual puede ayudar enormemente la dificultad anteriormente expuesta.

El programa GeoGebra es un software de libre acceso. Proviene de la unión de las palabras geometría y álgebra:

**GEOGEBRA = GEOMETRÍA + ÁLGEBRA**

Posee enormes posibilidades de enseñanza de las matemáticas ya que se puede aplicar en las aulas a partir de los 6 años en adelante. Ejemplo:

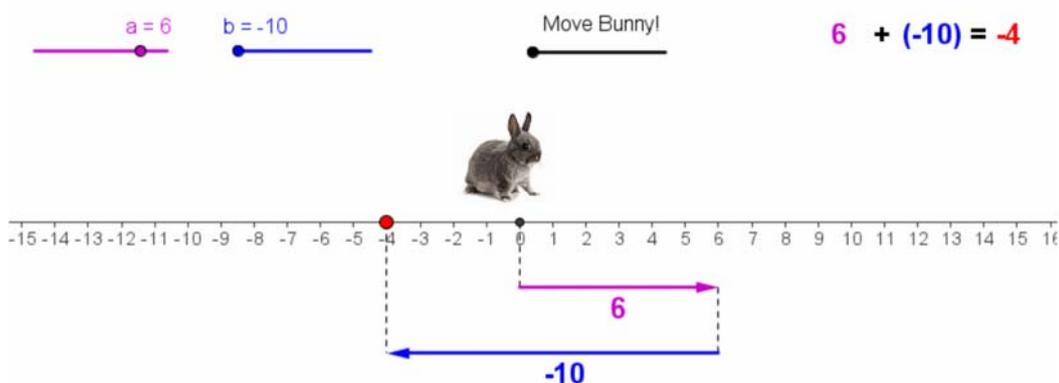


Figura 1: GeoGebra a partir de los 6 años. (<http://www.geogebra.org/student/m17495>)

Según su página web <http://www.geogebra.org/cms/es/info> GeoGebra es un software educativo de libre acceso que se centra en la presentación simultánea de la geometría y el álgebra, mediante una interfaz muy sencilla que presenta una “Vista

algebraica”, una de las ventanas con las que se presenta el software, en la que se presentan las ecuaciones algebraicas, y la “Vista geométrica”, otra ventana presentada junto a la anterior, en la que se muestran simultáneamente los objetos geométricos correspondientes. Además posee otras herramientas tan sencillas como potentes, tales como la estadística, hoja de cálculo, etc.

El programa ha ido sufriendo diversas modificaciones dando como resultado numerosas versiones. La última versión disponible es “GeoGebra 4.2, lanzada el pasado 1 de diciembre de 2012 (anteriores versiones descritas en el Anexo I). Según la página web <http://www.geogebra.org/cms/es/roadmap>, entre sus nuevas posibilidades destacan:

- Vista CAS de Álgebra Simbólica: nueva vista simbólica para trabajar con fracciones, literales y variables
- Disposiciones en la Barra Lateral para agilizar la adaptación a la interfaz de GeoGebra
- Velocidad: se han reescrito extensos tramos del código de GeoGebra para agilizarlo y ganar celeridad
- GeoGebraTube con hojas dinámicas para trabajar en iPad, Android tablets y Chromebooks
- Arrastres que permiten desplazar y ampliar una parábola manteniendo el vértice fijo (simplemente pulsando la tecla Alt)
- Nuevas y potentes herramientas como; el Lápiz, Mano Alzada Funcional, Polígono Rígido y el que limpia como Borrador
- Múltiples nuevos comandos como el de CampoDeDirecciones, EcuaciónLugar, TextoRacionalIrracional, ...
- GeoGebraTube: facilidades para compartir hojas dinámicas en línea (ver menú "Archivo")
- GeoGebraPrim: interfaz especialmente destinada a los alumnos de los primeros años.
- Interfaz de Uso: arrastrar y ubicar (drag & drop), barra de estilo, disposiciones, accesibilidad
- Nuevas Herramientas: análisis de datos vinculada a hojas de cálculo, esquemas y cajas de diálogo, calculadora de probabilidades, inspección de funciones
- Copiar y Pegar de la Vista Algebraica a la Gráfica

- Dos Vistas Gráficas
- Desigualdades, inecuaciones y curvas o ecuaciones implícitas
- Herramientas de Texto mejoradas, disposición de ecuaciones más clara,
- Opciones de Sombreado con imágenes y diseños rayados
- Animación de puntos sobre rectas, límites dinámicos para los deslizadores y ejes
- Botones, cajas de entrada, guiones
- Exportar como GIF animados
- 50 idiomas

Álvarez García y Losada (2011) afirman que una de las principales herramientas del GeoGebra es el deslizador, con la que se pueden observar los cambios de los elementos matemáticos geométrica y algebraicamente con sólo pinchar y arrastrar mediante el mouse.

El equipo desarrollador cuenta con 43 personas. A continuación se muestran los dos coordinadores principales:

**Tabla 1. Principales desarrolladores del software GeoGebra.**

	<p><b>Markus Hohenwarter</b> Creador de GeoGebra. Director de Proyecto Johannes Kepler University Linz, Austria</p>
	<p><b>Michael Borchers</b> Director de desarrollo Birmingham, UK</p>

A continuación se enumeran una serie de datos que clarifican la enorme expansión mundial que el software posee en la actualidad:

- El programa está traducido a 50 lenguajes
- Se distribuye en 190 países
- Existen 107 Institutos GeoGebra repartidos en 75 países.
- Se encuentra en libros de texto de 40 países.
- Existen 43 desarrolladores.
- En la web se pueden encontrar hasta 35.000 herramientas de aprendizaje.
- La web cuenta con 900.000 visitas al mes.

- El programa es descargado 400.000 veces al mes.
- El pasado año 2011 el software fue descargado por 6,20 millones de personas.
- Actualmente se puede encontrar en 5,50 millones de ordenadores de clase.

En la siguiente imagen se puede observar la expansión mundial que se ha alcanzado en 2012:



Figura 2. 120 Institutos GeoGebra distribuidos en 80 países (<http://prezi.com/ymjhmxyzpct/dia-geogebra-segovia-2012/>)

Se cuenta además con diversos Institutos desarrolladores repartidos por la geografía española:



Figura 3. Institutos GeoGebra en España. (<http://prezi.com/ymjhmxyzpct/dia-geogebra-segovia-2012/>)

Por último son dignos de mención los numerosos premios internacionales que avalan al software de estudio, que ha recibido a lo largo de sus diez años de vida, tal y como se puede encontrar en <http://prezi.com/ymjhmxyzpct/dia-geogebra-segovia-2012/>:

- Tech Awards Distinción en Tecnología 2009 (Silicon Valley, EE. UU.)
- EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Suecia)
- Learnie Award 2003: Austrian Educational Software Award (Viena, Austria)
- Digita 2004: German Educational Software Award (Colonia, Alemania)
- Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlín, Alemania)
- Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award for Andreas Lindner (Viena, Austria)
- Les Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, Francia)

#### *EXPERIENCIAS ANTERIORES EN LA APLICACIÓN DEL GEOGEBRA*

El presente apartado pretende dar una visión de los resultados de experiencias anteriores que traten sobre la aplicación de software de geometría dinámica en aulas de matemáticas. El estudio de resultados de aplicación directa del mencionado software sobre los alumnos puede enriquecer en gran medida la presente investigación.

El presente Trabajo Fin de Máster se centra sobre el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria, si bien, se ha considerado relevante ampliar el rango para cursos cercanos al estudiado, con objeto de la obtención de resultados de un abanico más amplio de edades y cursos.

Aranda y Callejo (2012) realizaron un experimento de enseñanza-aprendizaje con applets elaborados con el programa de geometría dinámica GeoGebra para alumnos de bachillerato cuyas edades comprendían los 17-18 años.

El estudio pretendía aproximar a los estudiantes a diferentes construcciones del concepto de función primitiva, barajando de esta forma las ideas de integral y derivada de una función. El principal objetivo era la observación de si los resultados obtenidos se basarían más en el pensamiento visual o en el analítico.

El origen de dicho experimento se encuentra en la observación de cómo la enseñanza de conceptos básicos y la resolución de diferentes problemas matemáticos se basan en aspectos de tipo procedimental, reglas y fórmulas empíricas. Según Tall, Smith y Piez (2008), muchos estudios sobre la enseñanza del Cálculo mostraban la necesidad del uso de diferentes representaciones para la

enseñanza de conceptos y la relación entre los mismos, de modo que se logre una comprensión más profunda de los mismos. Además Zazkis, Dubinsky y Dautermann (1996) afirmaban que la comprensión matemática estaba directamente relacionada con la habilidad de uso simultáneo del pensamiento visual y analítico.

Como muestra se tomaron a 15 estudiantes de 2º de Bachillerato, con edades comprendidas entre los 17 y 18 años, y cuyo rendimiento era medio alto en 4 de ellos, medio en 5 de ellos y bajo o muy bajo en los 6 restantes. El experimento transcurrió en 8 sesiones de 1 hora durante tres semanas, en las que estudiaron diferentes conceptos mediante applets visuales y elementos habituales (hoja de cálculo, calculadora, lápiz y papel) simultáneamente, tales como derivada, integral definida o el teorema fundamental del Cálculo. Además se pedía que se relacionaran resultados de problemas a la vida real. La recogida de datos se realizó mediante test adaptados de Hong y Thomas (1997).

Los resultados mostraron cómo la mayor parte de los estudiantes relacionaba conceptos en sus respuestas, y los tipos de solución de los problemas correspondía mayoritariamente a la visual. Por tanto se concluyó que trabajar con distintos tipos de representación es importante para la construcción de los conceptos matemáticos (Aranda y Callejo, 2010) ya que promueve la capacidad de relacionar los pensamientos analítico y visual (Haciomeroglu, Aspinwall y Presmeg, 2010).

García (2011) elaboró una tesis doctoral titulada “Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de Secundaria al introducir el GeoGebra en el aula”. Sus objetivos eran diversos, aunque fuertemente interrelacionados entre sí. El primero era el diseño de un proceso para la enseñanza-aprendizaje mediante el uso del software GeoGebra. Seguidamente analizó las actitudes provocadas en el alumnado tras introducir el GeoGebra en el aula. Finalmente estudió el mayor o menor desarrollo de las competencias matemáticas de los alumnos de muestra al implementar el proceso anteriormente mencionado.

El trabajo de campo se realizó durante un año tomando de muestra a alumnos del tercer curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Como recogida de datos utilizó diferentes tipos de recursos, entre los que destacaban cuestionarios, entrevistas, grabaciones de audio y vídeo, parrillas de observación de competencias y actitudes y diarios del profesor docente.

El resultado respecto al primer objetivo fue que era posible el diseño y puesta en práctica de una secuencia de enseñanza-aprendizaje basada en el uso de GeoGebra,

resultando muy adecuada para trabajar contenidos geométricos seleccionados. En cuanto a la transformación de las actitudes relacionadas con las matemáticas del alumnado al incluir el GeoGebra, el estudio arrojó resultados muy homogéneos entre los estudiantes, mostrando evoluciones de las actitudes positivas en los mismos. Los resultados fueron bastante satisfactorios en cuanto al desarrollo de las competencias matemáticas en los alumnos estudiados.

Se han descrito dos estudios de gran relevancia sobre la inclusión del GeoGebra en el aula, en los que se experimentó con alumnos de edades diferentes en un año (por encima y por debajo) a los que son objeto de estudio de la presente investigación. Los resultados de ambos fueron muy positivos, tanto en la adquisición de competencias matemáticas y relación de conceptos y uso de pensamiento visual y analítico, como en la mejora de actitudes de los alumnos hacia la asignatura de las matemáticas.

## **2.2 MATERIALES Y MÉTODOS**

### **2.2.1 ESTUDIO DE CAMPO**

En este apartado se pretende analizar la idoneidad del uso del software GEOGEBRA desde el punto de vista de dos de los principales roles de la Comunidad Educativa en lo que se refiere a Centros de Enseñanza, alumnos y profesores, mediante el uso de la herramienta del cuestionario.

Las investigaciones, en general, dan lugar a diferentes resultados dependiendo de si se centra en un determinado ámbito o abarca más de un entorno. En el presente estudio se pretende obtener información de dos Centros Educativos muy diferentes desde el punto de vista sociocultural. El primero es el IES Gustavo Adolfo Bécquer, y el segundo el Colegio Santa Ana, los dos dentro de Sevilla. Si bien los dos se encuentran ubicados muy cercanos el uno del otro, el primero corresponde a un Instituto de Educación Secundaria Público, con horario nocturno, en el que son muy habituales personas mayores de edad entre su alumnado, y el segundo es un centro religioso, diurno y concertado hasta final de la ESO, en el que el alumnado todavía no ha cumplido la mayoría de edad.

Como se comentaba anteriormente, ambos centros poseen una ubicación geográfica cercana el uno del otro. Los dos se encuentran a menos de un kilómetro del centro de la ciudad muy cercanos a una de las principales avenidas de Sevilla, República Argentina. El nivel sociocultural de la zona es medio-alto. Es posible que ello facilite el acceso a las nuevas tecnologías.

Para la recogida de datos se ha utilizado la herramienta sociológica de los cuestionarios, repartidos a un total de 40 alumnos del curso de estudio (20 por centro educativo), y a 10 profesores (5 por centro educativo) del área de matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria. Se ha procurado que el número de encuestados fuera el mismo para ambos centros con objeto de obtener mayor capacidad de comparación a la hora de interpretar los resultados. Todos los cuestionarios eran anónimos con objeto de obtener la mayor sinceridad y por tanto mayor fiabilidad de los resultados. Dichos cuestionarios se encuentran en el Anexo II.

Este apartado se ha centrado en aspectos tan importantes como:

- Grado de formación de profesorado y alumnado con respecto a las nuevas tecnologías.
- Grado de implantación de las TIC en el Centro Educativo.
- Grado de formación en geometría matemática del alumnado.
- Conocimiento del software GEOGEBRA entre profesorado y alumnado.
- Grado de acogida del nuevo software GEOGEBRA entre profesorado y alumnado (aceptación-resistencia).

### 2.2.2 AREAS, VARIABLES Y RECOGIDA DE DATOS

El estudio se ha dividido en diferentes bloques que a su vez contienen diversas variables. Se muestran a continuación:

- Alumnos:

**Tabla 2. Áreas y variables de los cuestionarios de los alumnos.**

AREAS	VARIABLES
Datos sociodemograficos	Edad
	Sexo
	Repetidor
Uso de TIC fuera de clase	Uso de TIC (movil, tablet, ordenador, internet, videojuegos)
	Tiempo de uso de ordenador (<1hora, 1-3 horas, +3 horas)
	Dedicación didáctica ordenador (<1hora, 1-3 horas, +3 horas)
Implantacion de las TIC en clase	Existencia de: Pizarra Digital, 1 ordenador por alumno, Internet en el aula
	Grado de conocimiento de uso de los docentes (1-10)
	% Tiempo de uso de TIC en general
	% Tiempo de uso de TIC en matemáticas
Conocimiento de geometría matemática	Nº soluciones de un sistema de ecuaciones
	Resolución del sistema de ecuaciones planteado anteriormente
	Concepto de pendiente de una función parabólica
	Fórmula del concepto anteriormente planteado
Software	Aceptabilidad del software educativo en general
	Aceptabilidad del software educativo en el área de las matemáticas
	Conocimiento del software GeoGebra

➤ Profesores:

**Tabla 3. Áreas y variables de los cuestionarios de los profesores.**

AREAS	VARIABLES
Datos sociodemograficos	Edad
	Sexo
	Titulación
Uso de TIC	Uso de TIC (movil, tablet, ordenador, internet, videojuegos)
	Tiempo de uso de ordenador (<1hora, 1-3 horas, +3 horas)
	Dedicación didáctica ordenador (<1hora, 1-3 horas, +3 horas)
	Grado de conocimiento de uso de los docentes (1-10)
	% Tiempo de uso de TIC en su matematicas
Software	Aceptabilidad del software educativo en el área de las matemáticas
	Conocimiento del software GeoGebra

## 2.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS

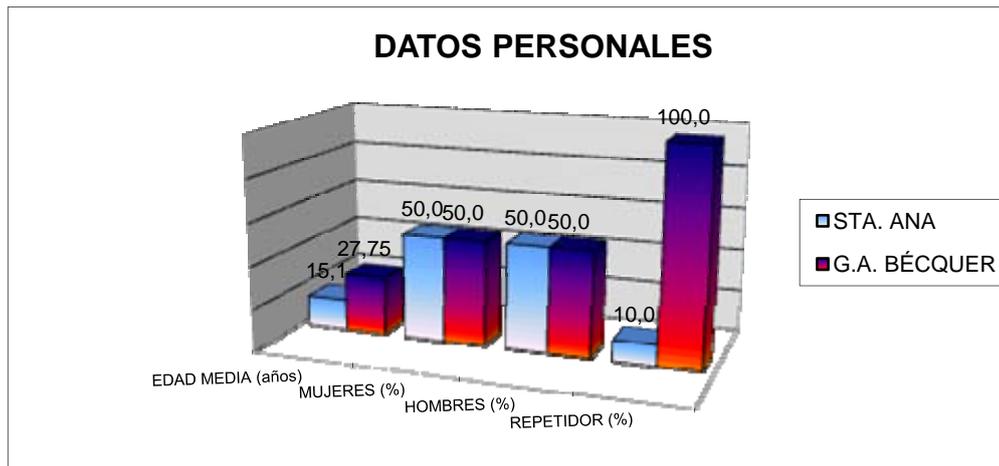
A continuación se presentan los resultados obtenidos en el presente Trabajo Fin de Máster.

### 2.3.1 RESULTADOS ALUMNOS

#### *DATOS SOCIODEMOGRÁFICOS*

En este bloque se pretende estudiar los datos sociodemográficos de las personas que componen la muestra de estudio. Este punto es muy importante en la presente investigación, ya que se observarán resultados desde dos puntos de vista muy diferentes, razón por la cual posee mayor posibilidad de generalización.

Para la exposición de los resultados se ha optado por una gráfica de barras comparativa entre los dos centros en los que se muestran la edad media, sexo, y grado de repetición de curso:



*Figura 4 Datos sociodemográficos alumnos.*

Como se observa los encuestados de los dos centros pertenecen a ambos géneros por igual (al 50%). Las principales diferencias radican en:

- La edad: es lógico que la media de edad del segundo supere en casi el doble al primero, debido a las diferencias existentes entre los dos centros estudiados.
- Repetición de curso: como se observa, en el segundo centro la totalidad de los encuestados ha repetido curso, mientras que en el grado de repetición de curso se reduce a sólo el 10%.

#### *USO DE TIC EN LA VIDA DIARIA*

En este apartado se ha pretendido dar una visión del uso que tienen los alumnos de las Tecnologías de Información y la Comunicación en su vida diaria mediante cuestiones referentes a la posesión y uso de las TIC más habituales o expandidas en la sociedad, las cuales son móvil, tablet, ordenador, Internet y videojuegos.

Para mostrar los datos se ha optado por una gráfica de columnas agrupadas dos a dos con objeto de mostrar la comparativa de resultados de los dos centros educativos estudiados:

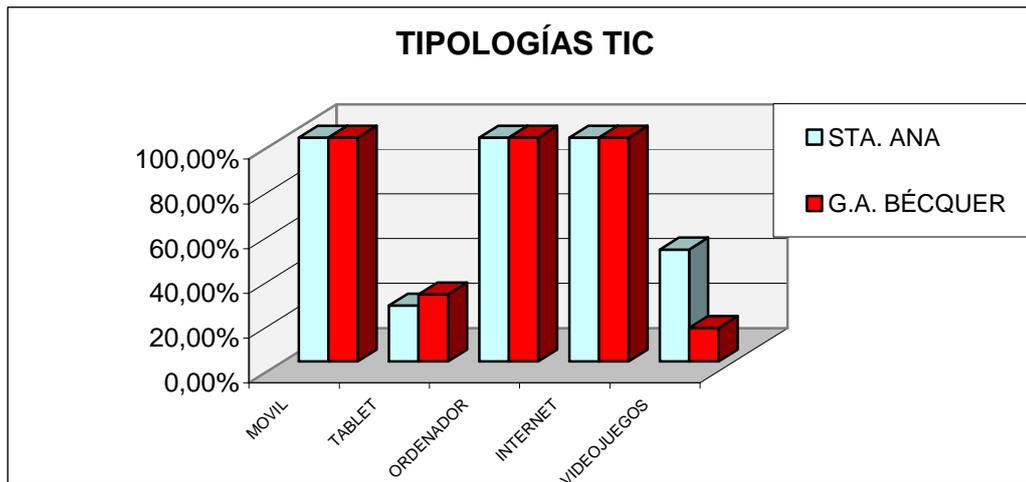


Figura 5. Uso TIC en la vida diaria alumnos

Como se observa en la gráfica, la totalidad de los encuestados hacen uso de la tecnología móvil, Internet y la más relevante para la presente investigación, el ordenador. El porcentaje de los alumnos que usan la tablet son muy reducidos en ambos centros, sin llegar al 25%. Por último, el uso de los videojuegos está mucho más extendido en el Colegio Santa Ana que en el IES Gustavo Adolfo Bécquer. Una posible explicación puede ser la mayor edad de los alumnos del segundo centro.

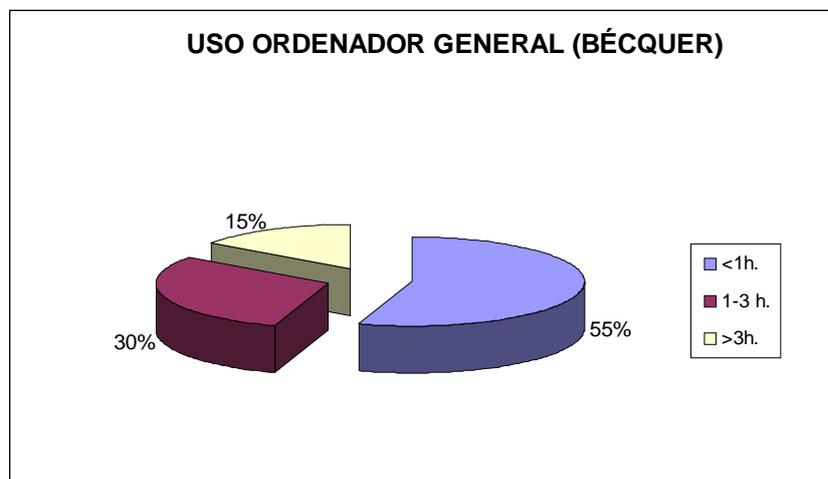
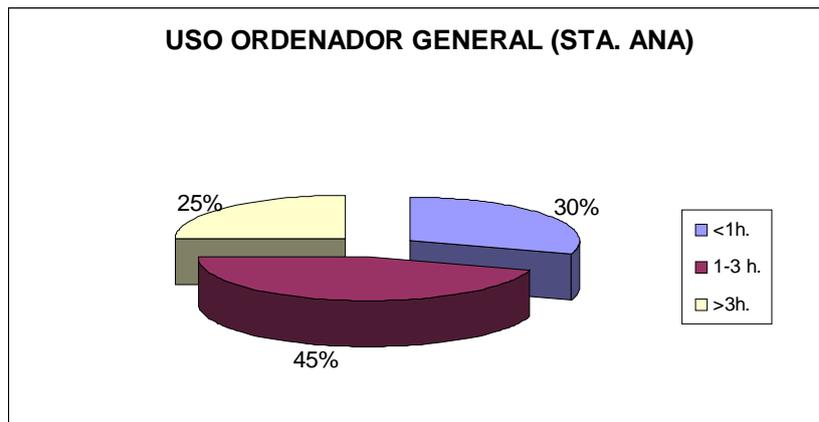
Por tanto se puede afirmar que existe una gran extensión de las nuevas tecnologías entre la población, especialmente en lo que se refiere a móvil, ordenador e Internet. En caso resultar positiva, la implantación del nuevo software contaría con el contexto adecuado en lo que a manejo de nuevas tecnologías de los alumnos se refiere.

#### *USO DE OCIO/DIDÁCTICO DEL ORDENADOR*

Esta investigación trata de mostrar la idoneidad de implantación de un software informático, razón por la cual es básico el estudio del uso del ordenador, que como se observó en el anterior apartado, está plenamente extendido e instaurado en la sociedad. En el presente apartado se pretende ahondar en la cuestión mediante la investigación del tiempo de uso diario de esta tecnología, y dentro del mismo, qué porcentaje se le dedica a ocio y cuál a uso didáctico.

Para la exposición de los resultados se opta por una representación gráfica mediante círculos, en los que cada división representa diferentes tiempos de uso de, menos de una hora, entre una y tres horas o más de tres horas al día:

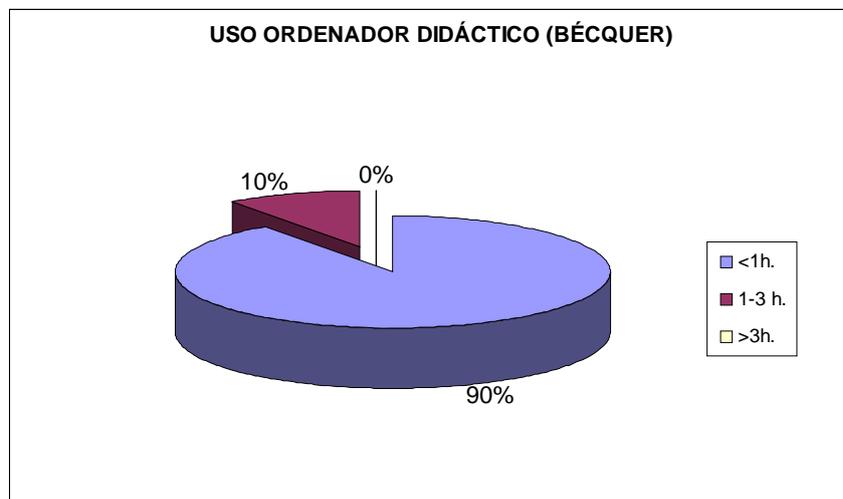
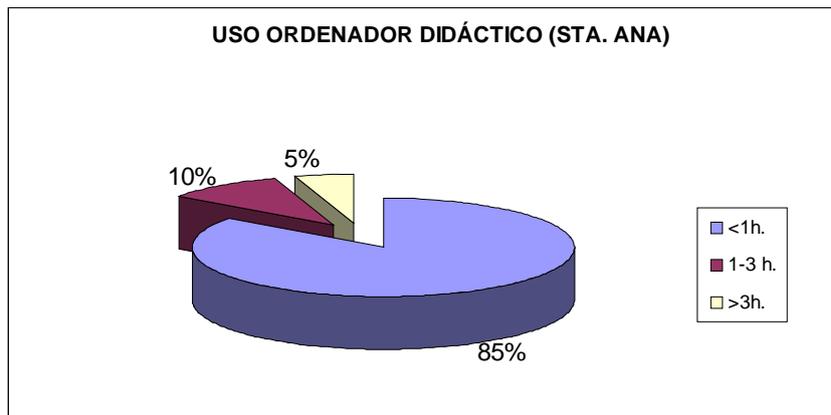
➤ **Tiempo se uso diario general**



*Figuras 6 y 7. Uso general del ordenador alumnos.*

Como se observa, si bien la totalidad de alumnos del IES Gustavo Adolfo Bécquer usan a diario el ordenador, el tiempo dedicado en general es relativamente inferior a los alumnos del Colegio Santa Ana, ya que sólo un 15% de los primeros lo hace durante más de tres horas al día, frente al 25% de los alumnos de los segundos. Además se observa que la mayoría de tiempo de uso de los primeros coincide con menos de una hora (en un 55%) mientras que la mayor parte de los segundos (45%) usan el ordenador de una a tres horas diariamente.

➤ **Tiempo de uso diario del ordenador con fines didácticos**



*Figuras 8 y 9. Uso didáctico del ordenador alumnos.*

Es de destacar que si bien los alumnos del Colegio Santa Ana poseen un tiempo alto de uso diario del ordenador, la mayor parte del ese tiempo lo dedican al ocio, habida cuenta de los resultados obtenidos, en los que se observa que el 85% dedican menos de una hora al día al uso didáctico de esta tecnología.

Los porcentajes son muy parecidos en el caso del IES Gustavo Adolfo Bécquer. Estos porcentajes eran esperados a la vista de los resultados obtenidos en el apartado anterior en los que se indicaba que poseían un menor porcentaje de uso diario general del ordenador que el otro centro.

***IMPLANTACIÓN DE LAS TIC EN LOS CENTROS ESTUDIADOS***

En este apartado se pretende mostrar el grado de implantación de las nuevas tecnologías en los centros estudiados. Para ello se han estudiado diversos aspectos tales como la existencia de pizarra digital en las aulas, posesión de un ordenador por

alumno facilitado por el centro y señal wifi de Internet en las clases. Para este apartado, además de instalaciones, se han considerado otros aspectos de igual importancia tales como la calificación que los alumnos otorgan a los profesores en cuanto a manejo de las TIC y los porcentajes de uso de las nuevas tecnologías en general y en matemáticas dentro del centro.

Primeramente se indica que los resultados de los cuestionarios muestran que los dos centros educativos poseen las tres tecnologías plenamente implantadas. En el Colegio Santa Ana los profesores obtienen una nota media de 6,30 en lo que a manejo de nuevas tecnologías se refiere. En el IES Gustavo Adolfo Bécquer supera al anterior ya que la calificación obtenida en este concepto es de 7,90. Para mostrar los demás resultados se ha optado por una gráfica de barras verticales para mostrar la comparativa de calificaciones de los docentes y tiempos de uso de las TIC en general y en matemáticas dentro del centro:

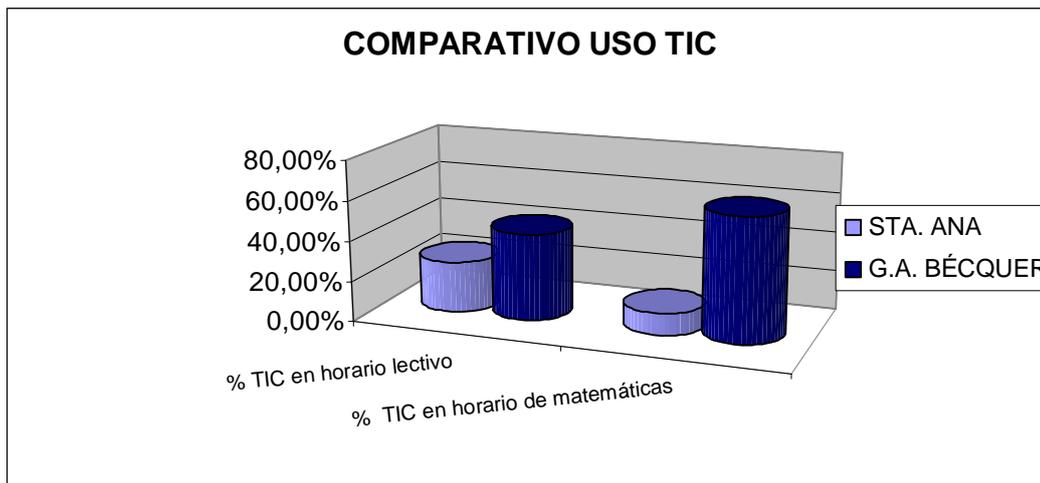


Figura 10. Implantación de las TIC en los centros de estudios alumnos.

Como se observa en cuanto a porcentajes de tiempos de uso de TIC el IES Gustavo Adolfo Bécquer aventaja al Colegio Santa Ana en los dos los aspectos, aventajando al Colegio Santa Ana en 17,75% mientras que en el uso de las matemáticas esta ventaja se eleva enormemente hasta el 50,50%.

En general se observa que existe un alto grado de implantación de las nuevas tecnologías en ambos centros, si bien, según los resultados obtenidos, la educación pública aventajaría grandemente a la privada-concertada en este aspecto. Es posible que fuera necesario un control por parte de la Administración de este tipo de centros no sólo de posesión de instalaciones sino de aplicación de las mismas en el proceso enseñanza-aprendizaje.

## CONOCIMIENTO DE GEOMETRÍA

Como se indicaba anteriormente el software GeoGebra combina la geometría con el álgebra. Por tanto se considera indispensable para esta investigación el estudio del conocimiento de geometría que los alumnos poseen en la actualidad. Para ello se han planteado cuatro preguntas, relacionadas entre ellas dos a dos:

- ¿Cuántas soluciones podría tener el sistema de ecuaciones ( $x+y+1=0$ ,  $x^2-y+4=0$ )?

En este caso se pretende estudiar si los alumnos conocen la geometría de las dos ecuaciones, recta y parábola, y dilucidar que el posible número de soluciones equivale con la intersección de ambas, es decir, dos (corte), una (tangencia) o ninguna (no corte).

- ¿Sabría resolver el sistema anterior?

En este caso se pretende el estudio del grado de conocimiento de resolución empírica.

- ¿Sabría describir el concepto de pendiente de una función parabólica?
- ¿Conoce la fórmula para hallar la pendiente de una parábola?

Las preguntas tercera y cuarta son de la misma índole que la primera y segunda. Se pretende comparar los grados de conocimiento empírico y geométrico de la misma cuestión matemática, y la capacidad de relacionar ambos conceptos por parte de los alumnos objeto de este estudio.

Para mostrar los resultados obtenidos se opta por un diagrama de barras en el que se agrupan los resultados de cada pregunta según los dos institutos encuestados con objeto de exponer de forma gráfica la comparativa realizada:

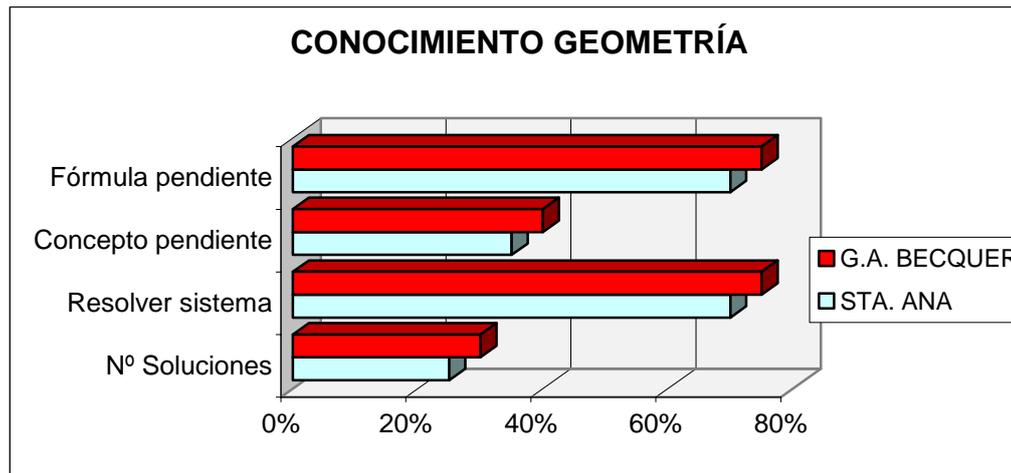


Figura 11. Conocimiento geometría alumnos.

Como se observa, si bien los alumnos de ambos centros conocen en su mayoría la forma empírica de resolver los problemas, pocos de ellos son capaces de relacionar el planteamiento del problema con la geometría correspondiente. Esta puede ser una de las razones por las que la asignatura de matemáticas plantea tantas dificultades para gran parte del alumnado. La inclusión del software GeoGebra podría paliar esta deficiencia, ya que, como se ha mostrado anteriormente, posee dos ventanas en las que se relacionan simultáneamente las ecuaciones empíricas y sus equivalencias geométricas.

#### ACEPTABILIDAD DEL SOFTWARE EDUCATIVO

En este bloque se pretende estudiar la aceptabilidad que el software educativo posee entre los alumnos encuestados. Para ello se han planteado tres preguntas

- ¿Crees que la implantación de software educativo puede ayudar en el proceso enseñanza-aprendizaje de las materias?
- ¿Crees que la implantación de un programa gráfico ayudaría para la mejor comprensión de las matemáticas?
- ¿Conoces el programa GeoGebra?

Para mostrar los resultados se opta por un diagrama de barras horizontales en el que se han agrupado los resultados de cada uno de los dos centros estudiados en cada pregunta realizada, de forma que la comparativa realizada se presente de forma gráfica:

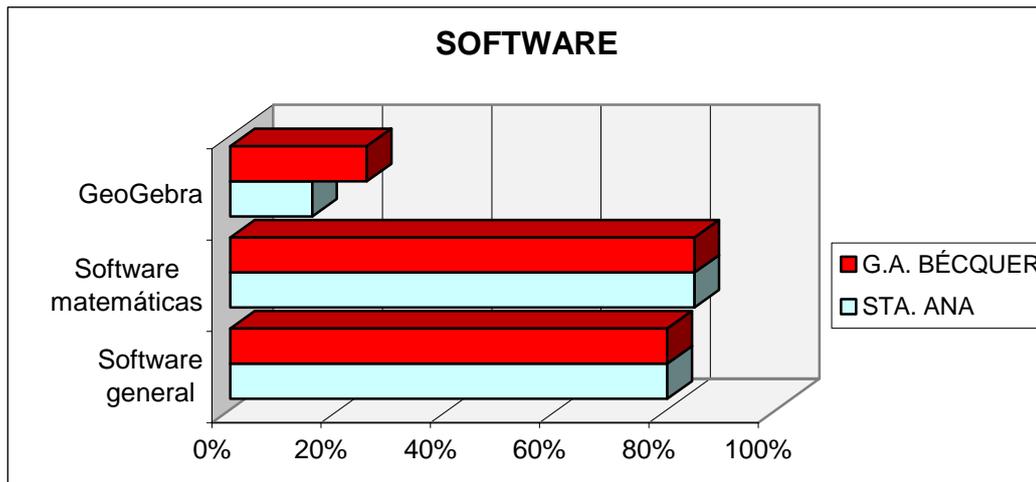


Figura 12. Aceptabilidad del software.

Como se observa en el gráfico presentado, si bien los alumnos en su mayoría no tienen conocimiento del programa de estudio, la mayor parte de ellos opinan que el software educativo ayuda al proceso enseñanza-aprendizaje de las materias, tanto a nivel general, como específicamente en el área de las matemáticas.

### 2.3.2 RESULTADOS PROFESORES

#### DATOS SOCIODEMOGRÁFICOS

En este bloque se han planteado las cuestiones de edad, sexo y titulación. La edad se considera el dato más importante para la presente investigación habida cuenta de la relación inversamente proporcional entre la habilidad con las TIC y la edad de la persona, que habitualmente encontramos en la sociedad. Por tanto se ha pretendido escoger docentes de edades muy diversas, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4. Datos sociodemográficos profesores.

SANTA ANA				G.A. BÉCQUER			
	Edad	Sexo	Titulación		Edad	Sexo	Titulación
1	27	Hombre	Arquitectura	1	61	Hombre	Matemáticas
2	53	Hombre	Farmacia	2	24	Mujer	Matemáticas
3	45	Mujer	Matemáticas	3	54	Hombre	Matemáticas
4	31	Hombre	Arquitectura	4	61	Mujer	Matemáticas
5	60	Mujer	Matemáticas	5	32	Hombre	Arquitectura

### USO DE LAS TIC EN LA VIDA DIARIA

En este bloque se pretende hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías que los docentes hacen habitualmente en su vida diaria. Para ello se han planteado las cuestiones de si poseen y usan habitualmente los elementos tecnológicos más expandidos, que son el móvil, tablet, ordenador, Internet y videojuegos.

Para mostrar los resultados se opta por un diagrama de columnas con los resultados de los dos centros agrupados en cada pregunta, de forma que se facilite la visión comparativa de ambos:

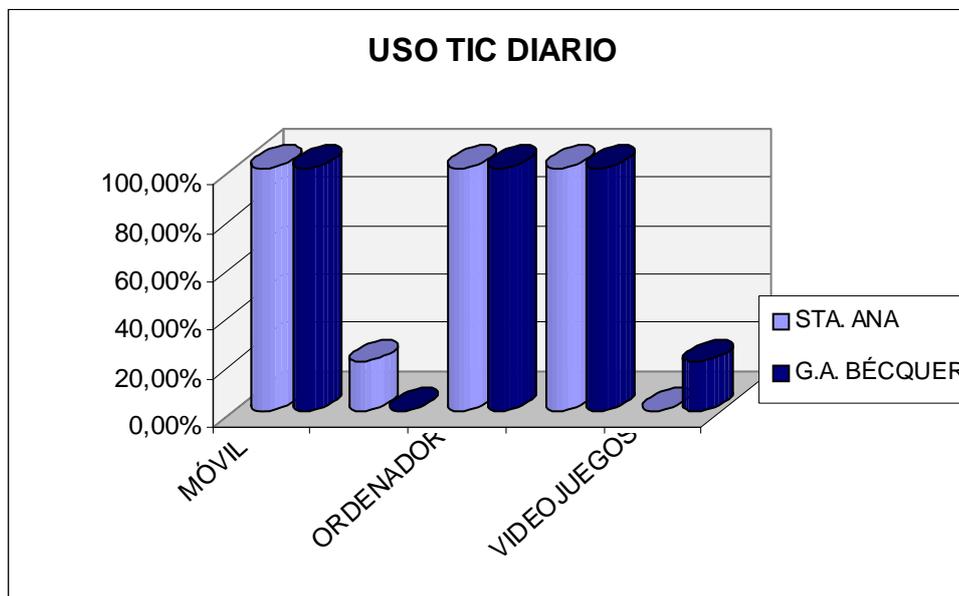


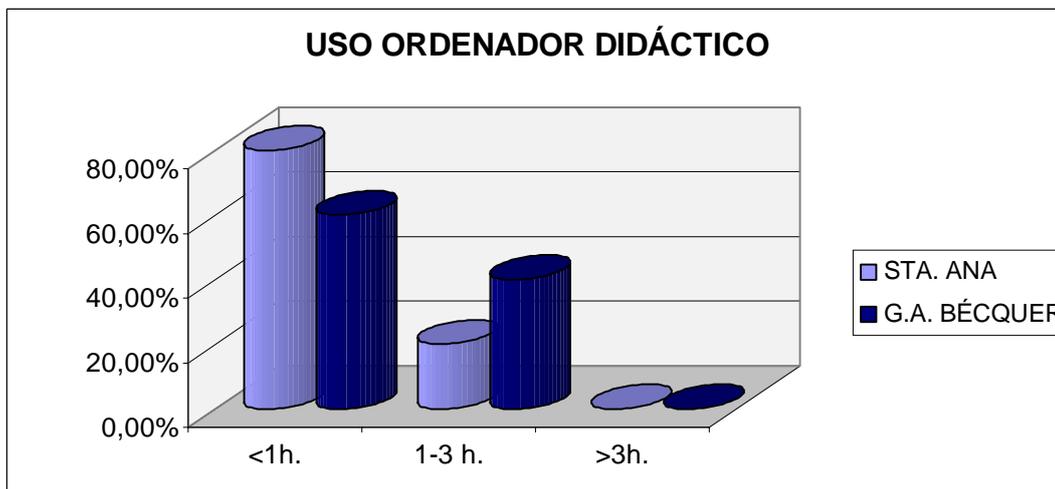
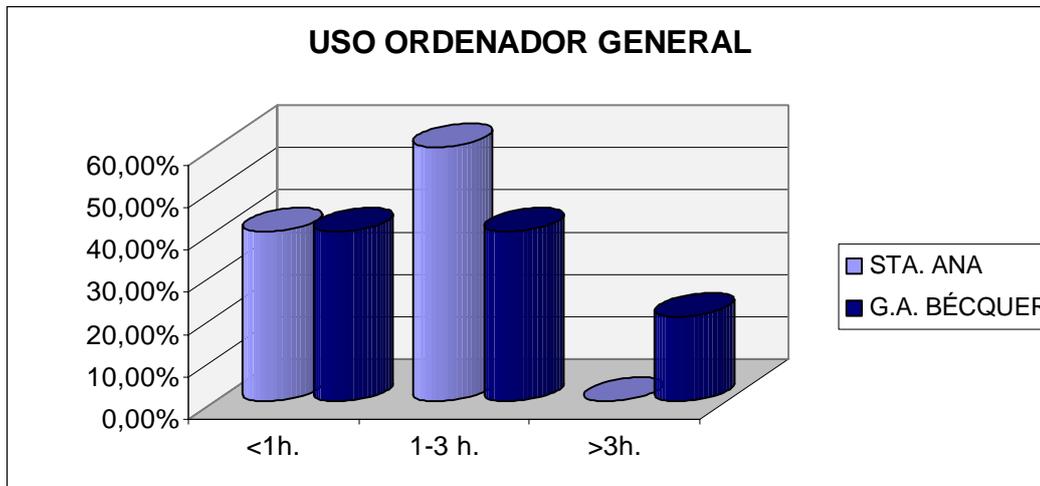
Figura 13. Uso de TIC en la vida diaria profesores.

Como se observa los resultados de ambos centros son muy parecidos. Los elementos más extendidos entre los docentes son el móvil, el ordenador e Internet con la totalidad de las respuestas positivas. El tablet y los videojuegos no superan el 20% de posesión y uso habitual.

### USO DEL ORDENADOR

Una vez estudiado el uso general de las TIC que los docentes encuestados hacen en su vida diaria se considera importante ahondar en el uso del ordenador, debido a su importancia para la presente investigación, puesto que se pretende el estudio de la inclusión de un software informático en las aulas. Para ello se pregunta por el tiempo dedicado a esta tecnología y, ahondando aún más, en el tipo de uso, de ocio o didáctico, que se hace del mismo.

Para mostrar los resultados se ha optado por diagramas de columnas en los que se agrupan los resultados de cada pregunta según los dos centros estudiados:



*Figuras 14 y 15. Uso del ordenador general y didáctico profesores.*

Como se observa en los gráficos mostrados, el IES Gustavo Adolfo Bécquer supera relativamente al Colegio Santa Ana en cuanto al uso general del ordenador. En el primer gráfico se observa que un 15% de los encuestados del primer centro usan el ordenador más de tres horas diarias mientras que ninguno de los del segundo supera este valor. Los resultados son muy parecidos en el caso del uso didáctico del ordenador.

Destaca que el 35% de los docentes del IES Gustavo Adolfo Bécquer dedican entre una y tres horas a uso didáctico del ordenador frente al 15% de los pertenecientes al Colegio Santa Ana.

### TIC EN EL AULA. HABILIDAD

En este bloque se han agrupado dos variables interrelacionadas, el porcentaje del tiempo en el que se usa alguna TIC dentro del aula y la nota auto impuesta por los docentes a si mismos.

En los resultados obtenidos se observa que existe una gran diferencia entre el porcentaje de tiempo en el que se usa alguna TIC en el aula de los dos centros, superando el IES Gustavo Adolfo Bécquer enormemente al Colegio Santa Ana, con un 50% del primero frente al 8% obtenido del segundo. Esta gran diferencia es causada ya que dos de los profesores del primer centro utilizan de forma habitual el proyector para impartir sus clases.

En cuanto a la nota auto impuesta, el IES Gustavo Adolfo Bécquer supera levemente al Colegio Santa Ana, sin superar ninguno de los dos el 6,50. Es posible que sea necesario el apoyo de la Administración en cuanto al uso de las nuevas tecnologías de los docentes.

### ACEPTABILIDAD DEL SOFTWARE EDUCATIVO. GEOGEBRA

En este último bloque se pretende estudiar la aceptabilidad que el software educativo posee entre los docentes. Además se investiga el grado de expansión que el programa GeoGebra posee entre los docentes.

Para mostrar los resultados se opta por un diagrama de barras horizontales con los resultados de ambos centros agrupados en cada pregunta:

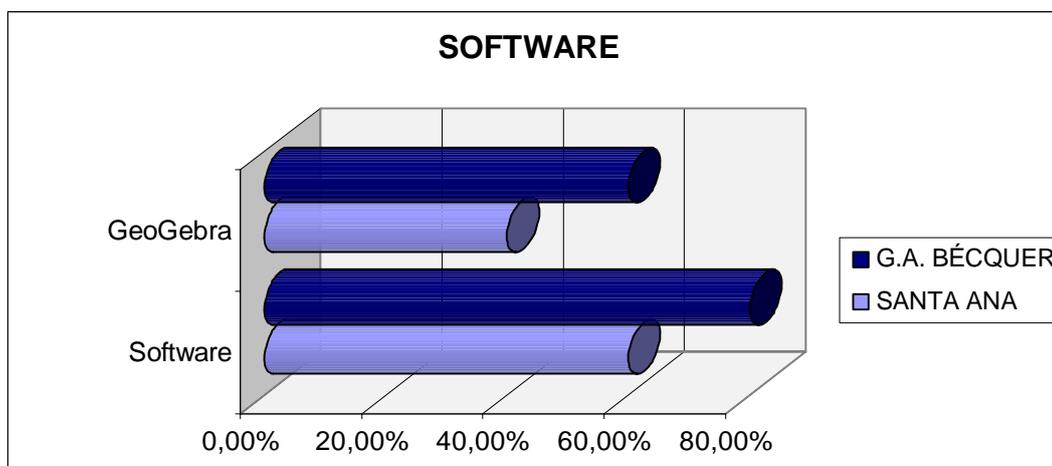


Figura 16. Aceptabilidad del software en el aula y GeoGebra profesores

Como se observa de nuevo el IES Gustavo Adolfo Bécquer vuelve a superar al Colegio Santa Ana en ambas preguntas. En general se considera que el software educativo posee gran aceptación entre los docentes. El programa GeoGebra no posee tanta popularidad como cabría esperar habida cuenta de la expansión mundial anteriormente expuesta. Es posible que el conocimiento de los principales programas debiera obtener un mayor apoyo por parte de la Administración.

### 3. PROPUESTA PRÁCTICA

Una vez analizados los resultados del Trabajo Fin de Máster, seguidamente se muestra una propuesta práctica con objeto de indicar las posibilidades que posee el programa dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas al combinar simultáneamente la geometría y el álgebra. En este caso se estudia el significado geométrico de la pendiente de una función en un punto, que coincide con una de las cuestiones más reveladoras del estudio de campo realizado, ya que si bien la mayor parte de los alumnos encuestados conocían la fórmula empírica, pocos de ellos sabían definirla geoméricamente.

#### Propuesta práctica: Tangente y derivada de una función

Desafío: Representar gráficamente la función seno, su derivada y su tangente en un punto, así como el triángulo ilustrativo de la pendiente de la misma.

A continuación se mostrarán los pasos a seguir para la elaboración del desafío planteado mediante descripción textual e imágenes de elaboración propia.

- Teclear en el campo de entradas la función " $f(x)=\sin(x)$ " y pulsar "Enter":

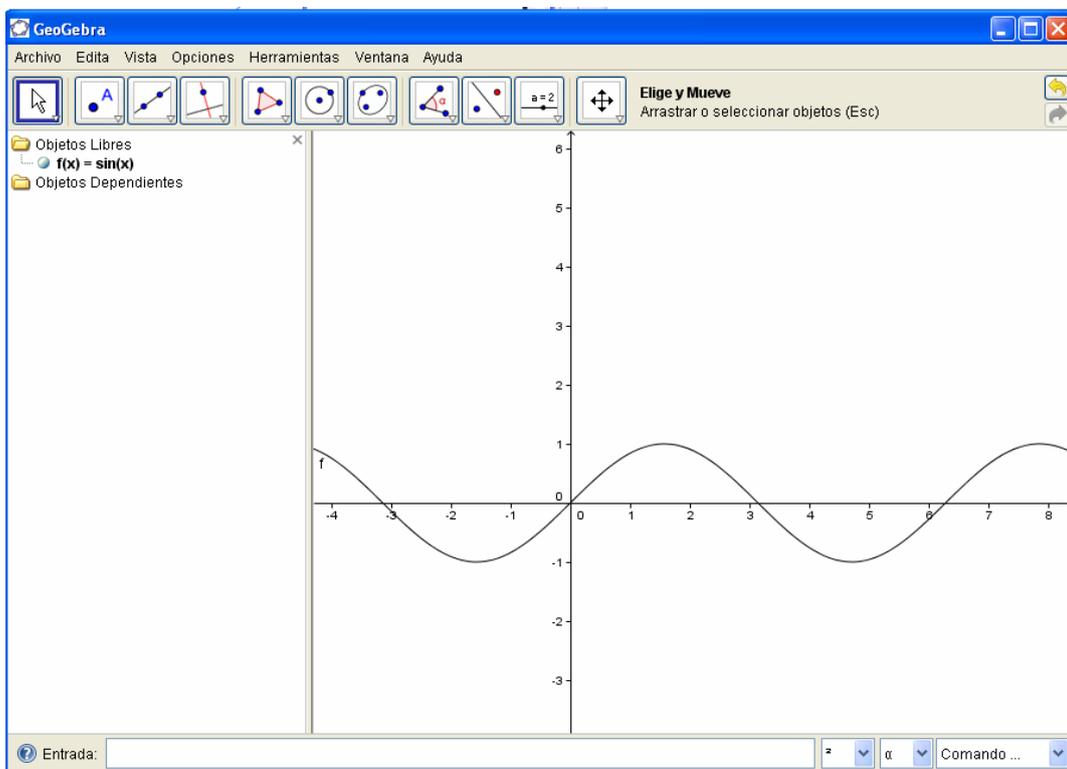


Figura 17. Paso 1 Propuesta Didáctica.

- Seleccionar la herramienta “Nuevo Punto” y dar clic sobre la representación gráfica de la función “f” para crear un punto “A” sobre la gráfica “f”.

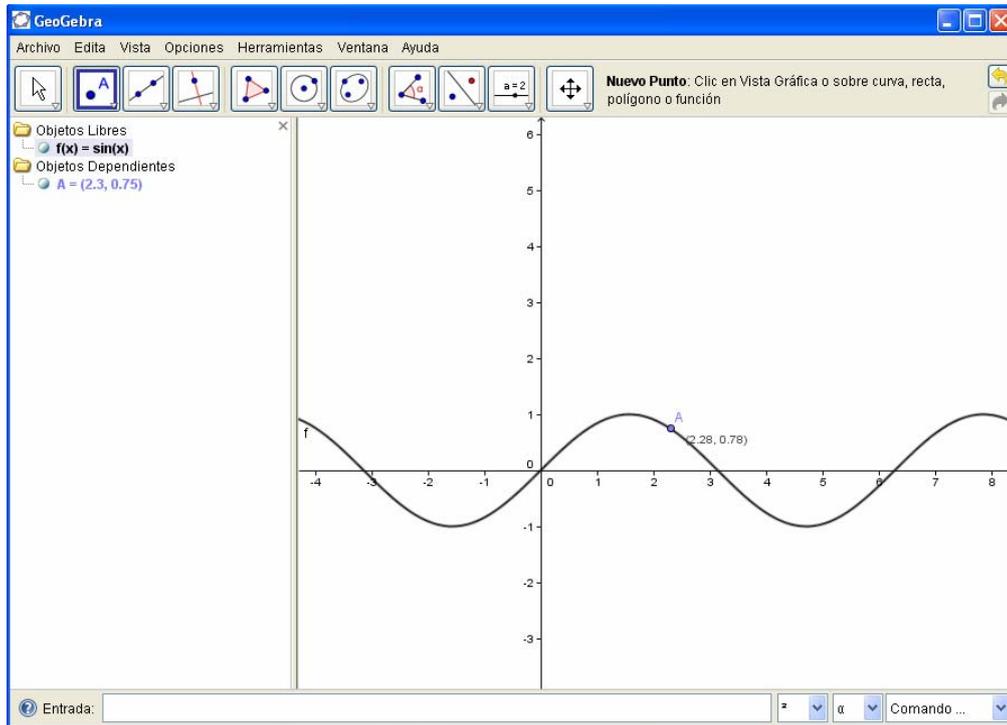


Figura 18. Paso 2 Propuesta Didáctica.

- Activar la herramienta “Tangente” y dar clic sobre el punto “A” y sobre la gráfica de “f”. Renombrar “t” a la tangente mediante clic derecho sobre ella y “Renombra”.

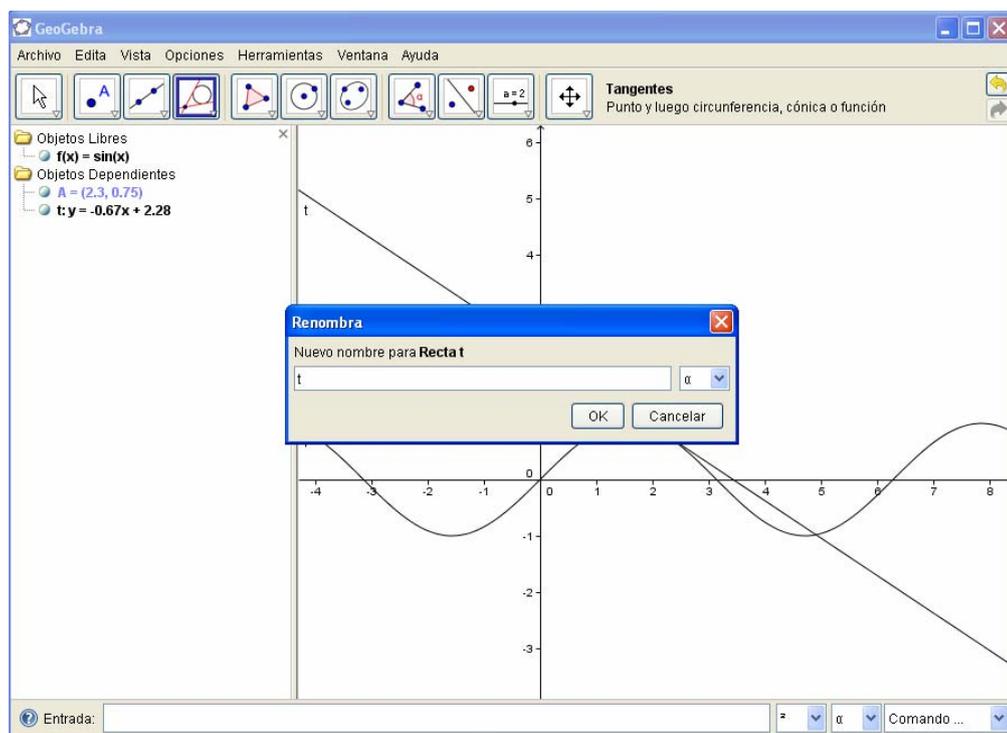


Figura 19. Paso 3 Propuesta Didáctica.

- Seleccionar la herramienta “Elige y Mueve” y arrastrar el punto “A” observando el movimiento de la tangente. Obsérvese cómo la tangente y el punto han cambiado respecto a la imagen anterior tanto en la vista gráfica como en la algebraica:

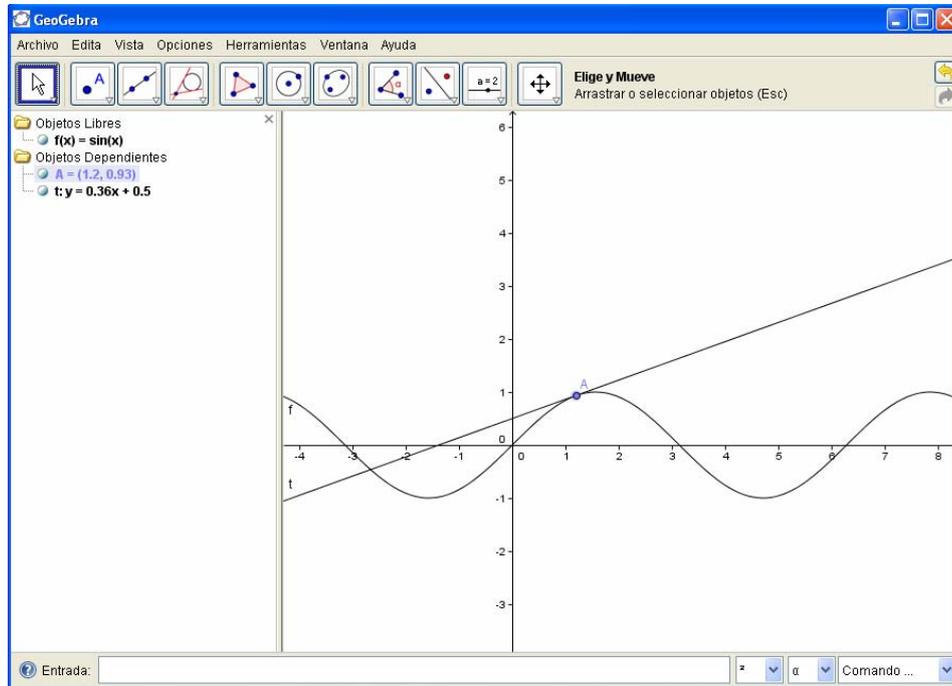


Figura 20. Paso 4 Propuesta Didáctica.

- Activar la herramienta “Pendiente” y dar clic sobre la tangente trazada en el punto “A”.

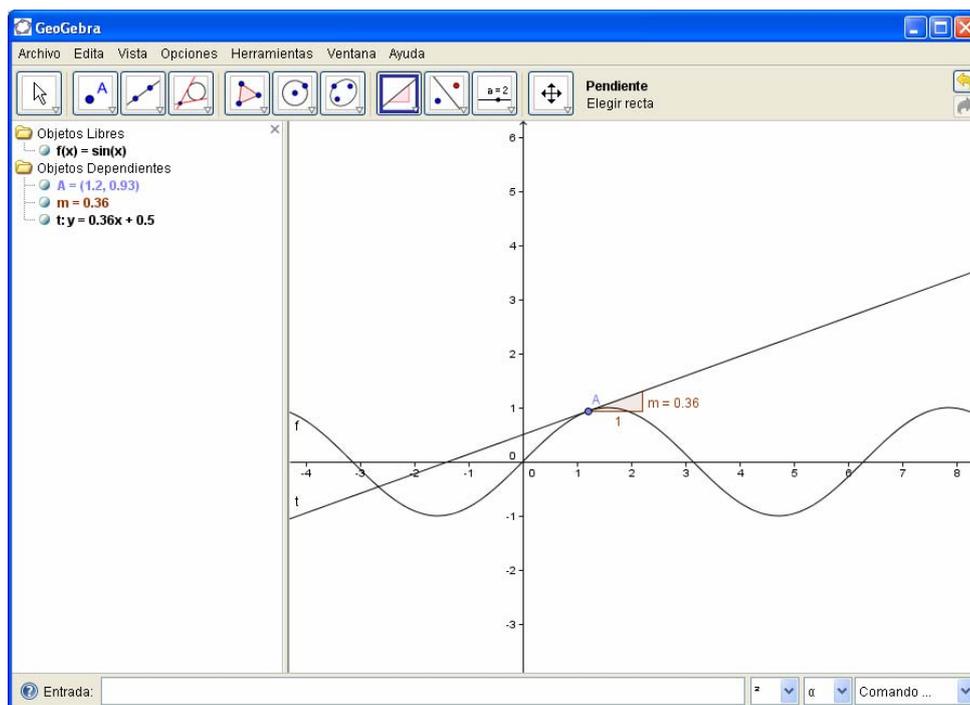


Figura 21. Paso 5 Propuesta Didáctica.

- Seleccionar de nuevo la herramienta “Elige y Mueve” y arrastrar el punto “A” observando el movimiento de la tangente y de la pendiente “m” correspondiente.

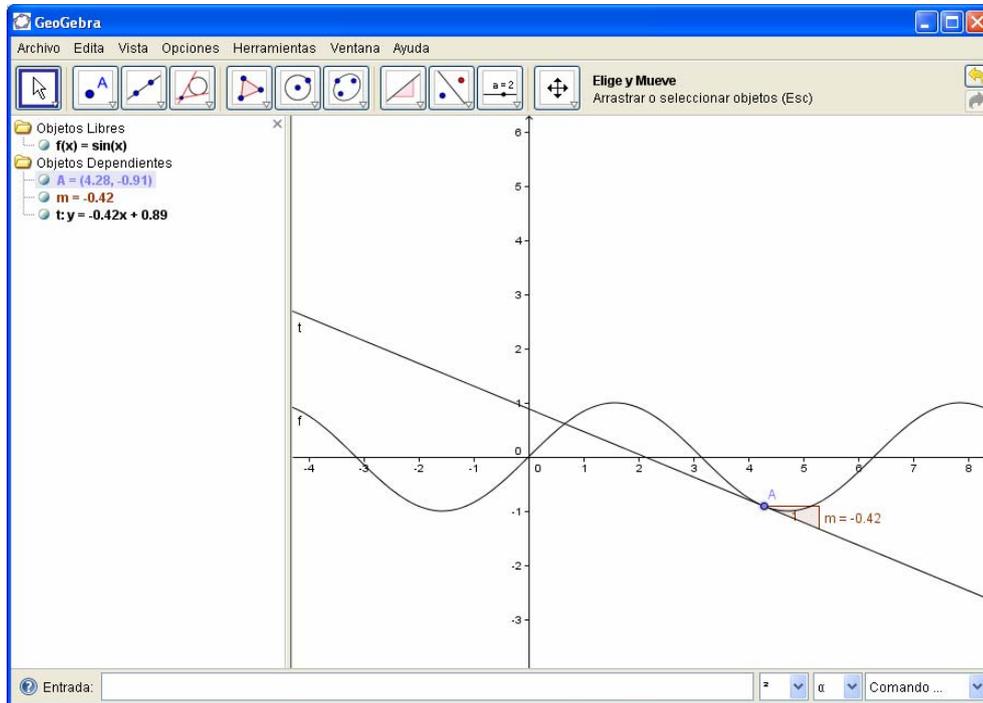


Figura 22. Paso 6 Propuesta Didáctica.

- Teclear “B=(x(A),m)” y activar la traza de este punto mediante clic derecho sobre “B” y “Activa Rastro”.

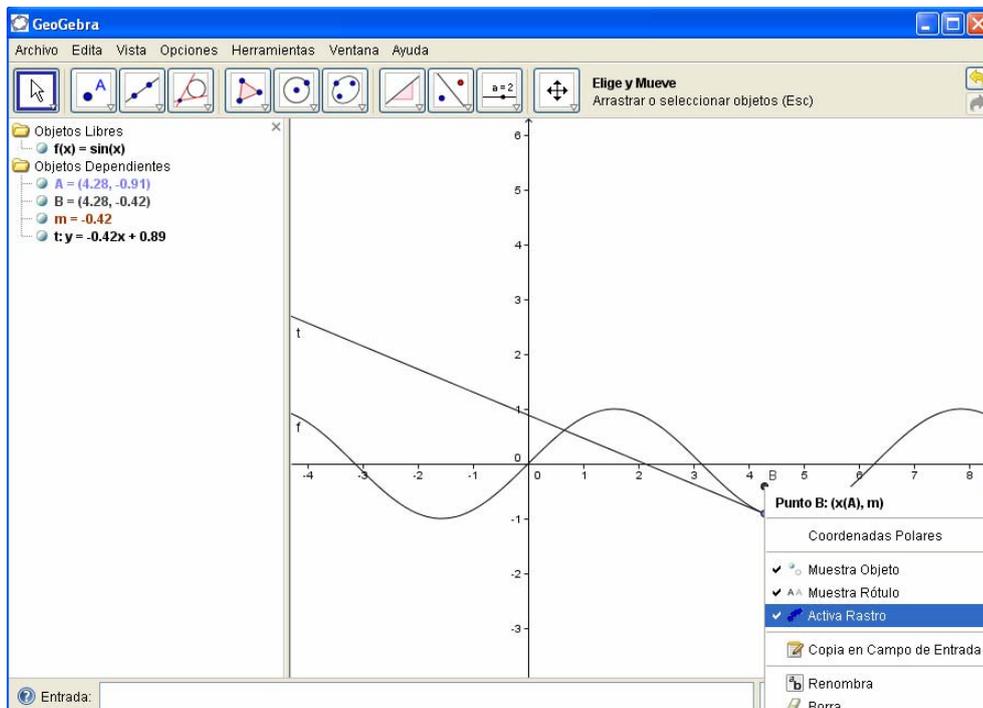


Figura 23. Paso 7 Propuesta Didáctica.

- Seleccionar la herramienta “Elige y Mueve” y arrastrar el punto “A” observando el movimiento de la tangente y de la pendiente “m” correspondiente y el rastro dejado por “B”.

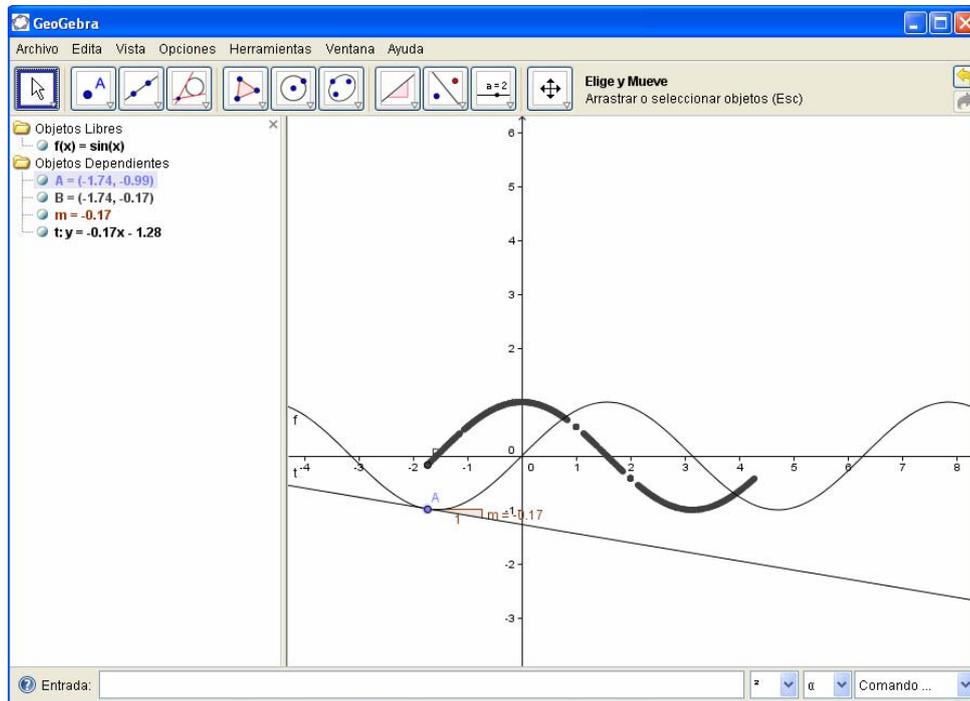


Figura 24. Paso 8 Propuesta Didáctica.

- Teclear el comando “Derivada[f]” en la Barra de Entrada.

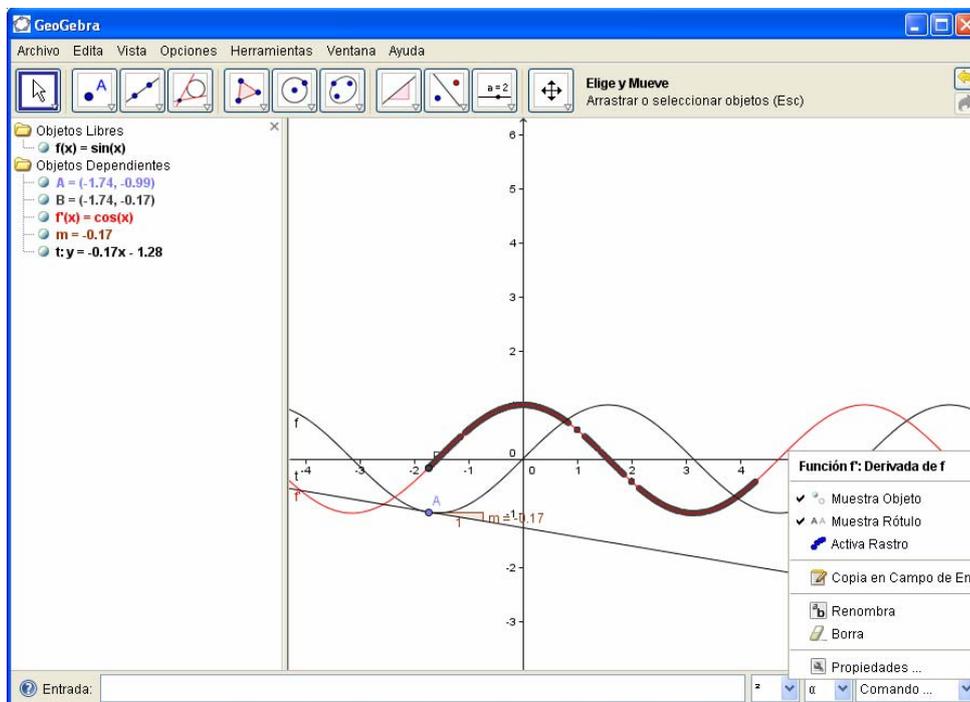


Figura 25. Paso 9 Propuesta Didáctica.

En este momento se podría indicar a los alumnos que el valor de la pendiente “m” corresponde con el valor de “y’” de forma que observen gráficamente lo aprendido empíricamente.

NOTAS:

- Si se ingresa en la Barra de Entrada una función diferente, p.e.  $f(x)=x^3-2x^2$ , e inmediatamente aparecerán las características estudiadas en la función anterior.

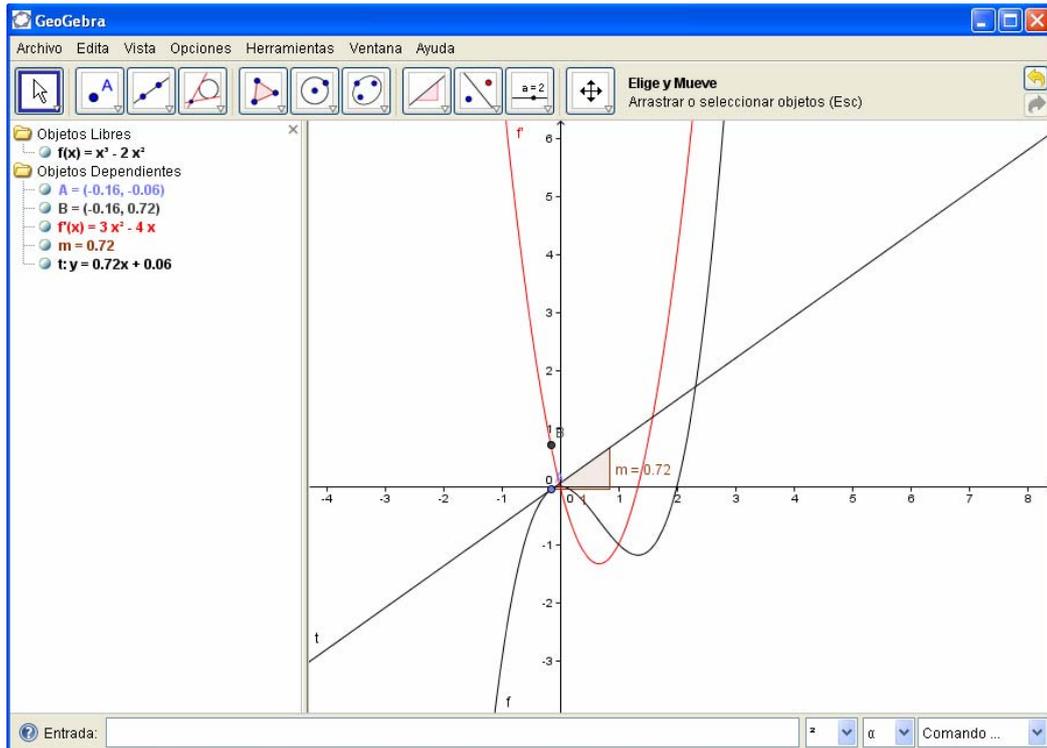


Figura 26. Nota 1 Propuesta Didáctica.

- Si se selecciona “Elige y Mueve” y se arrastra la gráfica de “f” se pueden observar los cambios en las expresiones de la función y su derivada en la Vista Gráfica y simultáneamente en la Vista Algebraica.

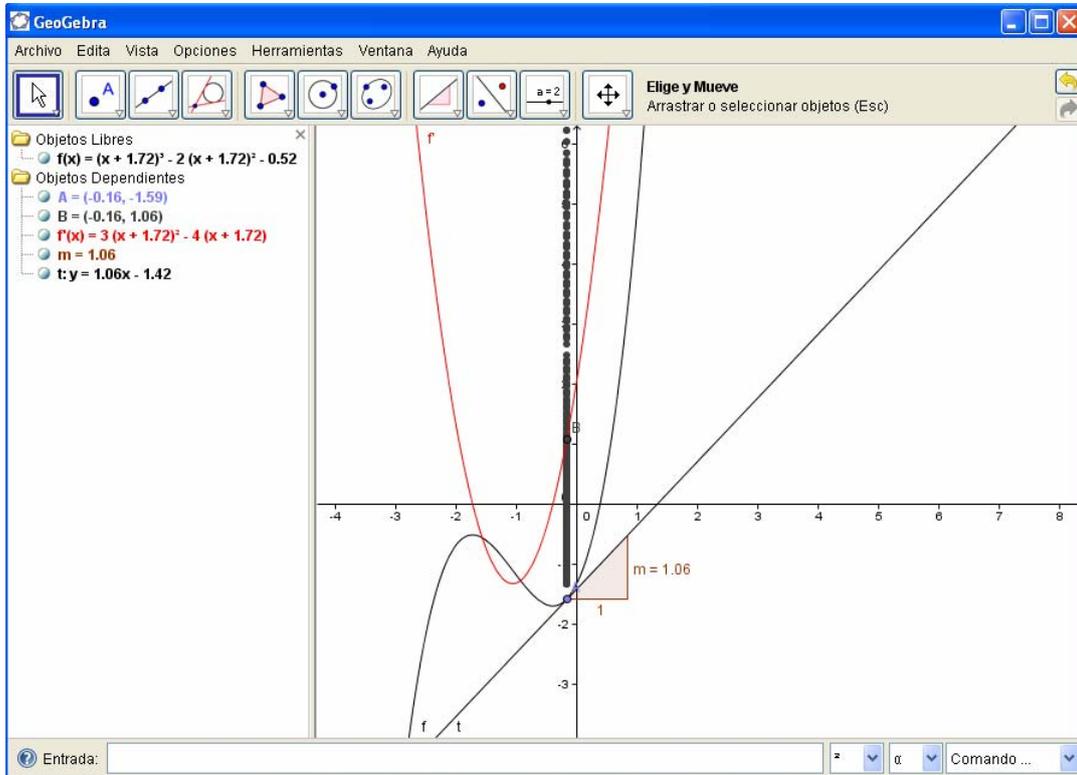


Figura 27. Nota 2 Propuesta Didáctica.

## **4. CONCLUSIONES**

Tras la investigación realizada en el presente Trabajo Fin de Máster, se obtienen las siguientes conclusiones:

- 1) La aplicación de las nuevas tecnologías es enormemente positiva en el proceso enseñanza-aprendizaje en general y más concretamente en el área de las matemáticas. La investigación bibliográfica realizada muestra que la aplicación del software educativo GeoGebra dentro de las aulas de matemáticas de los últimos cursos de la Educación Secundaria Obligatoria y los dos cursos de Bachiller es altamente positiva tanto para la adquisición de competencias matemáticas como para la mejora de actitudes del alumnado. Se observa una pérdida del “miedo” existente en los alumnos a la asignatura de las matemáticas, con lo cual se desmitifica esta materia como una de las más duras del período de la Educación Secundaria Obligatoria.
- 2) Tanto las encuestas realizadas a los profesores como a los alumnos de ambos centros revelan que todos ellos están en contacto habitualmente con las nuevas tecnologías. Es de especial relevancia el uso del ordenador diario que realiza la totalidad de los encuestados. Por tanto se concluye que la implantación del software GeoGebra poseería la coyuntura necesaria en lo que a habilidades o conocimientos de nuevas tecnologías de profesores y alumnos se refiere.
- 3) Los resultados mostraban cómo la Escuela 2.0 se encuentra plenamente extendida en ambos centros. Es decir, que la implantación del software GeoGebra dispondría de la tecnología necesaria para su uso dentro de clase.
- 4) Los resultados muestran cómo si bien los alumnos de ambos centros conocen la resolución empírica de problemas, sólo un pequeño porcentaje de ellos es capaz de relacionar los problemas matemáticos con su correspondencia en geometría. Por tanto se concluye que la implantación del software de estudio ayudaría en gran medida a la comprensión de la asignatura de matemáticas al dar no sólo una versión empírica-mecánica de las matemáticas, sino que se ampliaría simultáneamente la visión espacial correspondiente, aumentando las posibilidades de entendimiento de la materia por parte del alumnado.

- 5) Los resultados mostraban cómo si bien pocos profesores, y menos alumnos son conocedores de la tecnología de GeoGebra, el software educativo cuenta con gran acogida entre ellos tanto a nivel general como específicamente en el área de las matemáticas.

## **5. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS**

Como líneas de investigación futuras se propone:

- La presente investigación trata sobre la idoneidad del uso del software GeoGebra en 4º de E.S.O. Una posible línea de investigación futura es la ampliación del estudio a otros cursos, habida cuenta de que el programa está diseñado para comenzar a aplicarse desde los 6 años hasta los 18 años de edad.
- Otra posible línea de investigación futura es la ampliación del período de investigación a un año lectivo con aplicaciones prácticas dentro de diferentes aulas, obteniendo de esta forma resultados más precisos de docencia y alumnado.
- Finalmente se propone otra línea de investigación futura muy parecida a la anterior, aunque tomando como muestra específicamente a alumnos de diferentes niveles en el área de matemáticas, bajo (en clases de refuerzo), medio y alto. Primeramente se podrían hacer estudios iniciales de las competencias y actitudes de los alumnos y observar la evolución conforme se aplica el software GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje. Los resultados se podrían comparar con otros alumnos que no hubieran utilizado el programa. Sería de especial interés la evolución de actitudes hacia las matemáticas en los alumnos de menor nivel, con objeto de observar si se logra paliar el mito de que la asignatura de las matemáticas es una de las más duras de la Educación Secundaria Obligatoria, ya que esta visión inicial puede ser en muchos de los casos, causa de fracaso en la asignatura.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

### 6.1 REFERENCIAS

- Álvarez, J. L. y Losada, R. (2011). Los *applets* de funciones en el Proyecto Gauss. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, N° 58, pp. 25-37.
- Aranda, C. y Callejo, M.L. (2010). Construcción del concepto de dependencia lineal en un contexto de geometría dinámica: Un estudio de casos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(2), 129-158.
- Aranda, C. y Callejo, M.L (2012). *Aproximación al concepto de función primitiva: un experimento de enseñanza con applets de geometría dinámica*. (pp 247-256). Recuperado el 11 de enero de 2013 de: [http://biblioteca.universia.net/html\\_bura/ficha/params/id/54697575.html](http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/id/54697575.html)
- Beeland, J. W. D. (2002). Student engagement, visual learning and technology: Can interactive white-boards help? *Action Research Exchange*, 1(1). Recuperado el 10 de enero de 2013 de [http://chiron.valdosta.edu/are/abstracts\\_vollno1.htm](http://chiron.valdosta.edu/are/abstracts_vollno1.htm)
- Cabero, J. (2006). *Nuevas tecnologías aplicadas a la Educación*. Madrid: McGraw Hill.
- Corbalán, F. (2011). *Didáctica de las matemáticas* (pp. 53-74). Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Dussel, I., Quevedo, L. A., y Santillana, F. (2011). *Educación y nuevas tecnologías: Los desafíos pedagógicos ante el mundo digital*. Fundación Santillana.
- Ferro, C., Martínez, A.I. y Otero, M<sup>a</sup>.C. (2009). *Ventajas del uso de las TICs en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde la óptica de los docentes universitarios españoles*. *EduTEC: Revista electrónica de Tecnología educativa*, (29), 3-6.
- Font, V. (2011). *Matemáticas. Complementos de formación disciplinar* (pp. 145-186). Barcelona: Editorial GRAÓ.

- García, M. M. y Romero, I. M. (2007). *Influencia de las nuevas tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas*. Almería: Editorial Universidad de Almería.
- Gutiérrez, A. (2000). Los ordenadores en la enseñanza de las matemáticas. En A. Martín (Ed.), *Las Matemáticas del siglo XX una mirada en 101 artículos* (pp. 427-430). Universidad de La Laguna: Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas: Nívola.
- Haciomeroglu, E. S., Aspinwall, L., y Presmeg, N. C. (2010). Contrasting cases of Calculus students' understanding of derivative graphs'. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 152 -176.
- Hong, Y., y Thomas, M. (1997). Using the computer to improve conceptual thinking in integration. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 3, pp. 81–88). Lahti, Finland: University of Helsinki.
- Macias, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(4) Recuperado el 11 de enero de 2013 de: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf>
- Prensky, M. (2001). *Digital Natives, Digital Immigrants. On the Horizon* (MCB University Press, Vol. 9 No. 5, Recuperado el 11 de enero de 2013 de: <http://www.marcprensky.com/writing/prensky%20-%20digital%20natives,%20digital%20immigrants%20-%20part1.pdf>
- Tall, D., Smith, D., y Piez, C. (2008). Technology and calculus. En M. K. Heid & G.W. Blume (Eds.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics. Research Syntheses*. Vol. 1 (pp. 207-258). Charlotte N.C.: NCTMIAP.
- Weaver, G. (2000). An examination of the national educational longitudinal study (NELS: 88) database to probe the correlation between computer use in school and improvement in test scores. *Journal of Science Education and Technology*, 9, 121-133.
- Zazkis, R., Dubinsky, E., y Dautermann, J. (1996). Coordinating visual and analytic strategies: A study of students' understanding of the group D4. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 435-457.

## 6.2 BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- *Blog geogebreando*. Recuperado el 21 de diciembre de 2012 de: <http://geogebreando.blogspot.com.es/>
- Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía, desarrollado por la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. BOJA, núm. 171, pp. 18-22.
- García, M. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula* (Tesis Doctoral). Universidad de Almería. Recuperado el 21 de diciembre de 2012 de: <http://www.ual.es/Universidad/Depar/dmce/Tesis.pdf>
- INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas. Recuperado el 12 de diciembre de 2012 de: <http://formacionprofesorado.educacion.es/index.php/es/materiales/236-geogebra-en-la-ensenanza-de-matematicas?showall=1>
- Lagrange, J. B., Artigue, M., Laborde, C. y Trouche, L. (2001). A meta study on IC technologies in education. Towards a multidimensional framework to tackle their integration. En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, (pp. 111-122). Utrecht, Países Bajos: PME.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo de 2006.
- Hohenwater, M. (2012). *Adding Integers*. Recuperado el 15 de diciembre de 2012 de: <http://www.geogebra.org/student/m17495>
- Hohenwater, M. *¿Qué es GeoGebra?*. Recuperado el 12 de diciembre de 2012 de: <http://www.geogebra.org/cms/es/info>
- Hohenwater, M. (2012). *Día GeoGebra, Segovia 2012. Presentación de GeoGebra*. Recuperado el 22 de diciembre de 2012 de: <http://prezi.com/ymjhmxyzpct/dia-geogebra-segovia-2012/>

- Hohenwater, M. y Hohenwater, J. (2012). *Manual Oficial de GeoGebra 4.2*. Recuperado el 12 de diciembre de 2012 de: <http://www.geogebra.es/cvg/manual/index.html>
- OCDE (2003). *Feasibility study for the PISA ICT literacy assessment*. Recuperado el 10 de enero de 2013 de: <http://www.oecd.org/dataoecd/35/13/33699866.pdf>
- Pedró, F. (2011). *La tecnología y la educación: una dosis de realismo. El País*. Recuperado el 11 de enero de 2013 de: [http://elpais.com/diario/2011/11/21/educacion/1321830001\\_850215.html](http://elpais.com/diario/2011/11/21/educacion/1321830001_850215.html)
- Preiner, J. (2008). *Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of geogebra*. (Tesis Doctoral). Universidad de Salzburgo, Austria. Recuperado el 11 de enero de 2013 de <http://www.geogebra.org/publications/jpreiner-dissertation.pdf>
- Real Decreto 1467/2007 del 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. Boletín Oficial del Estado, 266, de 6 de noviembre de 2007.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado, 5, de 5 de enero de 2007.
- Sordo, J. M. (2005). *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría*. (Tesis Doctoral). Universidad Complutense de Madrid, España. Recuperado el 11 de enero de 2013 de <http://eprints.ucm.es/tesis/edu/ucmt28911.pdf>
- UNESCO. (2008). Normas sobre competencias TIC para docentes. Paris: Sector de Comunicación e Información.
- Web oficial de GeoGebra. *Último lanzamiento. Historia*. Recuperado el 14 de diciembre de 2012 de: <http://www.geogebra.org/cms/es/roadmap>

## **ANEXOS**

## **ANEXO I: TRAYECTORIA. BREVE INTRODUCCIÓN AL FUNCIONAMIENTO DEL SOFTWARE.**

## TRAYECTORIA

Desde su creación hace 10 años el software se presentan las diferentes versiones por las que ha pasado, tal y como muestra la web <http://www.geogebra.org/cms/es/roadmap>:

- **“GeoGebra 1.0”**: primera versión del programa. La fecha de lanzamiento es el 28 de enero de 2002. Sus principales características eran:
  - Objetos disponibles: punto, vector, ángulo, número, recta, sección cónica.
  - Muestra/Ocultar objetos
  - Zoom de Acercamiento / Alejamiento
  - Modos: desplazamiento, relación, movimiento de zona gráfica.
  - Menús contextuales para los objetos.
  - Construcciones con el ratón.
  - Selección de comandos de teclado.
  - Opciones: unidad angular, gráficos.
  - Idiomas: Inglés, Alemán.
  
- **“GeoGebra 2.0”**: dos años más tarde, el 9 de enero de 2004, se lanzaba la segunda versión del software, cuyas principales características y mejoras eran:
  - Funciones de  $x$  (graficación)
  - Derivadas
  - Integrales
  - Función de Translación  $f(x)$
  - Tangente de  $f(x)$  en  $x=a$
  - Funciones hiperbólicas (cosh, sinh, tanh, acosh, asenh, atanh)
  - Coordenadas de funciones  $x()$ ,  $y()$
  - Mejor diagramación de ecuaciones
  - Mejor zoom

- “GeoGebra 3.0”: el 23 de marzo de 2009 se lanzaba la tercera versión del software. Es de destacar la ampliación del programa a 39 idiomas, dato que hace intuir que comienza la expansión mundial del software. Las características y mejoras de esta versión son:
  - Polígonos regulares, curvas paramétricas, listas, casillas de controles
  - Herramientas / Funciones de usuarios y determinación de la barra de herramientas
  - Facilidades para la exportación de páginas web, incluyendo barra de herramientas y de menús.
  - Nuevas herramientas: área, pendiente, longitud y perímetro
  - Secuencias e interpolaciones polinomiales
  - Exportación de imágenes a pdf, svg, emf, pstricks
  - Numerosos comandos nuevos: Mín, Resto, Curvatura, etc.
  - Ajuste almacenables, nuevas propiedades de diálogo
  - 39 idiomas
  
- “GeoGebra 3.2”: tres meses después, el 3 de junio de 2009, se lanza esta nueva versión, ampliándose a 45 idiomas:
  - Vista de Hoja de Cálculo (ver menú de "Vistas")
  - Animación automática de deslizadores (clic derecho para ordenar este comando al deslizador)
  - Nuevas herramientas: compás, inversión circular, cónicas, mejor ajuste lineal, registro a hoja de cálculo
  - Comandos de funciones estadísticas y gráficos
  - Matrices y números complejos
  - Capas y colores dinámicos
  - Exporta a PGF/TikZ
  - 45 idiomas
  
- “GeoGebra 4”: esta versión fue lanzada el 20 de octubre de 2011, y sus principales mejoras y características son:

- **GeoGebraTube: para compartir con agilidad bocetos de trabajo (ver el menú "Archivo")**
- **GeoGebraPrim: interfaz especial para alumnos de primaria**
- **Interfaz de Uso: arrastre y desplaza, barra de estilo, apariencias, accesibilidad**
- **Nuevas Herramientas: análisis de datos, diagramación interactiva, calculadora de probabilidad, inspección de funciones**
- **Copiar y Pegar, dos Vistas Gráficas**
- **Inecuaciones y ecuaciones implícitas**
- **Herramientas de texto ampliadas y disposición de ecuaciones mejorada**
- **Opciones de sombreado con rayados, texturas y/o imágenes**
- **Animación de puntos sobre rectas y curvas, límites dinámicos para deslizadores y ejes**
- **Botones, casillas de entrada, guiones**
- **Exportación de GIF animados**
- **50 idiomas**

## BREVE INTRODUCCIÓN AL FUNCIONAMIENTO DEL PROGRAMA

El GeoGebra es un software de libre acceso que pretende facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje desde edades muy tempranas (6 años) en adelante. Forma un encuadre versátil en el que se conjugan geometría interactiva, álgebra, el cálculo propio del análisis y las estadísticas y sus registros gráficos, de organización en tablas y de formulación simbólica.

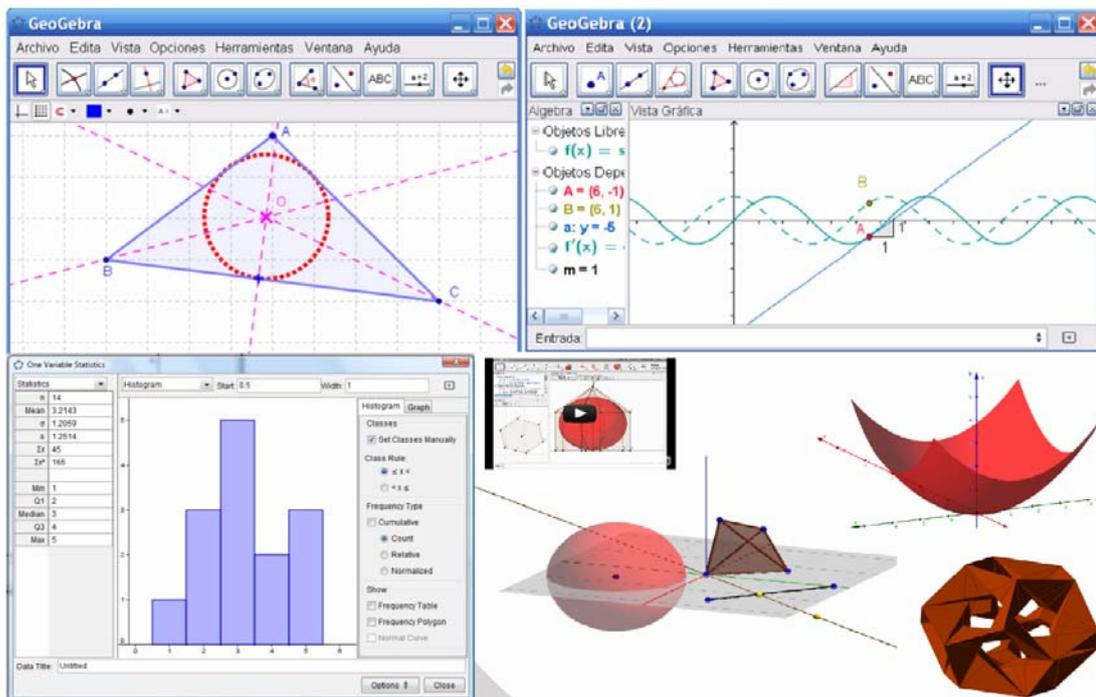


Figura 28. Presentación de las posibilidades de GeoGebra (Extraído del Manual Oficial de GeoGebra 4.2. 2012)

El programa se presenta de la siguiente forma:

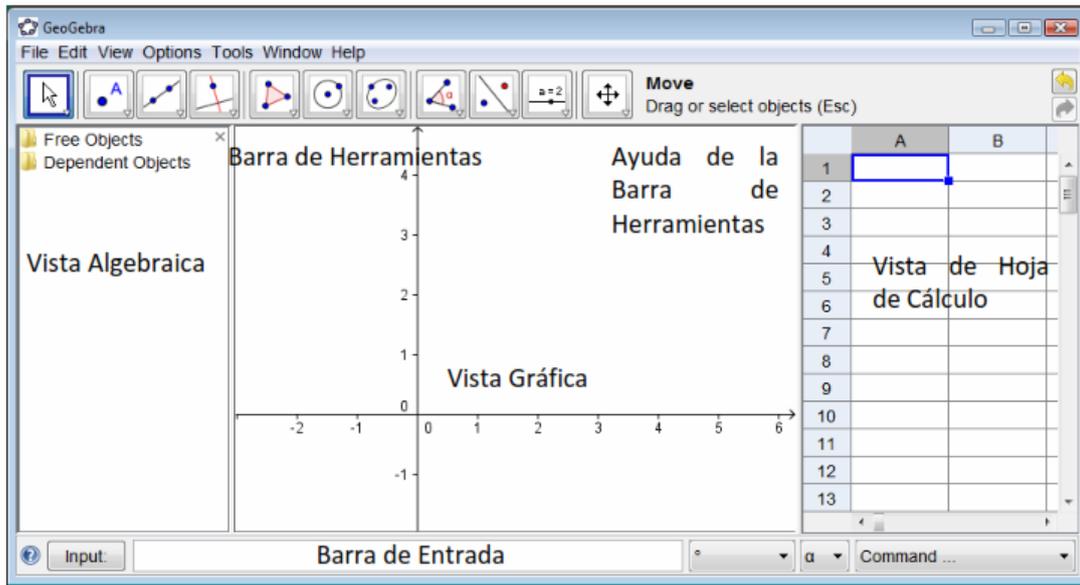


Figura 29. Presentación del GeoGebra (Extraído del Manual Oficial de GeoGebra 4.2. 2012)

Como se observa existen tres tipos de vistas:

- **Vista Gráfica:** En este espacio se construyen los elementos gráficos, tales como puntos, rectas, circunferencias, elipses, funciones, etc.
- **Vista Algebraica:** En este espacio se representan las ecuaciones o funciones y coordenadas de todos los elementos presentes en la Vista Gráfica. De esta forma se coordinan lo geométrico y lo algebraico en GeoGebra.
- **Vista de Hoja de Cálculo:** Análoga a la Vista Algebraica, con la diferencia de que los objetos son representados a modo de hoja de cálculo.

Existen dos formas de entrada de datos:

- Vista Gráfica, mediante el uso del mouse:

Este método de entrada se utiliza guiando con el mouse los útiles de la Barra de Herramientas. De esta forma se pueden trazar construcciones en la Vista Gráfica. En la Vista Algebraica se mostrarán simultáneamente las coordenadas o ecuaciones en correspondencia con la Vista Gráfica.

A continuación se describen los principales elementos de la Barra de Herramientas:

**Tabla 5. Elementos de la Barra de Herramientas del software GeoGebra.**

1		<b>Elige y Mueve</b>	Este es el modo en el que se pasa a arrastrar y soltar objetos libres con el mouse.
2		<b>Nuevo punto</b>	Con un click sobre la Vista Gráfica se crea un nuevo punto.
3		<b>Semirecta que pasa por dos puntos</b>	Al seleccionar A y B se crea una semirecta que parte de A y cruza B.
4		<b>Recta Perpendicular</b>	Al seleccionar una recta "g" y un punto A, queda definida la recta que pasa por A y es perpendicular a "g".
5		<b>Polígono</b>	Para trazar un polígono y que su área quede expuesta en la Vista Algebraica, basta con marcar al menos tres puntos que construirán sus vértices y, con un clic reiterado sobre el primero de ellos, cerrarlo.
6		<b>Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos</b>	Al seleccionar un punto M y un punto P queda definida una circunferencia con el centro en M que pasa por P.
7		<b>Elipse</b>	La elipse se trazará al seleccionar sus dos focos en primer lugar y luego, uno de sus puntos.
8		<b>Ángulo</b>	Esta herramienta crea ángulo entre tres puntos, dos segmentos, dos rectas, dos vectores o un polígono.
9		<b>Refleja Objeto en Recta</b>	Se selecciona el objeto a ser reflejado. Luego basta un clic sobre la recta para que quede establecida la simetría.
10		<b>Deslizador</b>	Un clic en cualquier espacio libre de la Vista Gráfica crea un "dial" o deslizador para ajustar el valor de un número o un ángulo.
11		<b>Desplaza Área Gráfica</b>	Con esta herramienta se puede arrastrar y soltar la Vista Gráfica para cambiar la zona visible de esa área.

(Extraído del Manual Oficial de GeoGebra 4.2. 2012)

➤ Barra de Entrada, mediante el uso del teclado:

En la Barra de Entrada pueden teclearse directamente coordenadas, ecuaciones, comandos o funciones que automáticamente pasarán a representarse en la Vista Gráfica y en la Vista Algebraica al pulsar el Enter.

➤ Hoja de cálculo, mediante el uso del teclado:

En las celdas de la hoja de cálculo pueden ingresarse tanto números como cualquier otro tipo de objeto matemático tratado por GeoGebra, ya sean coordenadas de puntos, funciones o comandos.

## **ANEXO II: CUESTIONARIOS**

## **CUESTIONARIO ALUMNOS**

### **DATOS PERSONALES**

- Edad:
- Sexo:
- ¿Eres repetidor?: SÍ NO

### **USO DE TECNOLOGÍAS FUERA DE CLASE**

- Por favor, señala con un círculo las tecnologías que sueles usar en tu vida diaria fuera del centro educativo:
  - a) Móvil
  - b) Tablet
  - c) Ordenador
  - d) Internet
  - e) Videojuegos
- Por favor, señala con un círculo el tiempo que, en general, sueles dedicar al uso del ordenador fuera del centro educativo:
  - a) Menos de una hora
  - b) Entre una y tres horas
  - c) Más de tres horas
- Por favor, señala con un círculo el tiempo que sueles dedicar al uso DIDÁCTICO del ordenador fuera del centro educativo:
  - a) Menos de una hora
  - b) Entre una y tres horas
  - c) Más de tres horas

## **IMPLANTACIÓN DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS EN CLASE**

- Por favor, señala con un círculo las tecnologías que posees dentro de tu clase:
  - a) Pizarra Digital
  - b) Un ordenador por alumno
  - c) Internet en el aula
- ¿Qué nota del 1 al 10 le otorgarías a tus profesores en cuanto a uso de las nuevas tecnologías en clase?:
- ¿Qué porcentaje del tiempo de enseñanza en general se imparten las lecciones usando las nuevas tecnologías antes mencionadas?:
- ¿Qué porcentaje del tiempo de enseñanza de matemáticas se imparten las lecciones usando las nuevas tecnologías antes mencionadas?:

## **CONOCIMIENTO DE LA GEOMETRÍA MATEMÁTICA**

- ¿Sabes cuántas soluciones podría tener el sistema de ecuaciones ( $x+y+1=0$ ,  $x^2-y+4=0$ )?: SÍ NO
- ¿Sabrías resolver el sistema de ecuaciones anterior?: SÍ NO
- ¿Sabrías describir el concepto de pendiente de una función parabólica?: SÍ NO
- ¿Conoces la fórmula para hallar la pendiente de una parábola?: SÍ NO

## **ACEPTACIÓN DE SOFTWARE. GEOGEBRA**

- ¿Crees que la implantación de software educativo puede ayudar en el proceso enseñanza-aprendizaje de las materias?: SÍ NO
- ¿Crees que la implantación de un programa gráfico ayudaría para la mejor comprensión de las matemáticas?: SÍ NO
- ¿Conoces el programa GeoGebra?: SÍ NO

## **CUESTIONARIO PROFESORES**

### **DATOS PERSONALES**

- Edad:
- Sexo:
- ¿Cuál es su titulación?:

### **USO DE TIC**

- Por favor, señale con un círculo las tecnologías que suele usar en tu vida diaria:
  - f) Móvil
  - g) Tablet
  - h) Ordenador
  - i) Internet
  - j) Videojuegos
- Por favor, señale con un círculo el tiempo que, en general, suele dedicar al uso del ordenador a diario:
  - d) Menos de una hora
  - e) Entre una y tres horas
  - f) Más de tres horas
- Por favor, señale con un círculo el tiempo que suele dedicar al uso DIDÁCTICO del ordenador:
  - d) Menos de una hora
  - e) Entre una y tres horas
  - f) Más de tres horas

- ¿Qué nota del 1 al 10 se otorgaría a si mismo en cuanto a uso de las nuevas tecnologías en clase?:
- ¿Qué porcentaje del tiempo de enseñanza utiliza usted las nuevas tecnologías de la Escuela 2.0?:

### **ACEPTACIÓN DE SOFTWARE. GEOGEBRA**

- ¿Cree que la implantación de un programa gráfico ayudaría para la mejor comprensión de las matemáticas?: SÍ NO
- ¿Conoce el programa GeoGebra?: SÍ NO