



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

**Aprendizaje basado en juegos para la
enseñanza de álgebra en segundo de
educación secundaria obligatoria**

Trabajo fin de estudio presentado por:	Claudia Bruna Cabot
Tipo de trabajo:	Propuesta de intervención
Especialidad:	Matemáticas
Director/a:	Vilma Ismella Fajardo de Rojas
Fecha:	1 de junio del 2022

Resumen

Se elabora una intervención para la enseñanza del álgebra de 2º de la ESO a partir del Aprendizaje Basado en Juegos, la gamificación, el Aprendizaje Cooperativo y las TIC para mejorar la motivación, los resultados académicos y, en consecuencia, la autoestima académica de los estudiantes de segundo de la ESO. Se ha analizado la motivación escolar en el siglo XXI y se ha investigado sobre las distintas metodologías activas que podían impactar positivamente en la motivación de los alumnos. También se ha estudiado el aprendizaje del álgebra y las dificultades que presenta. Finalmente, se ha diseñado una propuesta de 12 sesiones con actividades innovadoras y centradas en las distintas metodologías estudiadas. Nos hemos centrado en las expresiones algebraicas y ecuaciones de primer grado ligando dichos contenidos con los aprendizajes de aritmética con el objetivo de consolidarlos. Se ha conseguido un proceso de enseñanza centrado prácticamente al 100% en dinámicas de juegos principalmente cooperativos, combinando lo tradicional con lo digital, buscando siempre ganar motivación e interés en una asignatura con tantas dificultades. Creemos que para conseguir los frutos deseados no es suficiente ejecutar las actividades, sino que el éxito de éstas, está el rol del docente. El cómo se facilitan dichas sesiones, la actitud y relación del docente con los alumnos, es clave para su éxito.

Palabras clave: Álgebra, 2º ESO, aprendizaje basado en juegos, aprendizaje cooperativo y TIC.

Abstract

An intervention is elaborated for the teaching of algebra in the 2nd year of ESO based on Game-Based Learning, gamification, Cooperative Learning and ICT to improve motivation, academic results and, consequently, the academic self-esteem of students. second year of ESO. School motivation in the 21st century has been analyzed and the different active methodologies that could have a positive impact on student motivation have been investigated. The learning of algebra and the difficulties it presents have also been studied. Finally, a proposal for 12 sessions has been designed with innovative activities focused on the different methodologies studied. We have focused on algebraic expressions and first degree equations linking these contents with arithmetic learning with the aim of consolidating them. A teaching process focused practically 100% on mainly cooperative game dynamics has been achieved, combining the traditional with the digital, always seeking to gain motivation and interest in a subject with so many difficulties. We believe that to achieve the desired results, it is not enough to carry out the activities, but rather that their success lies in the role of the teacher. How these sessions are facilitated, the attitude and relationship of the teacher with the students, is key to their success.

Keywords: Algebra, 2nd ESO, game-based learning, cooperative learning and ICT.

Índice de contenidos

1. Introducción	9
1.1. Justificación.....	10
1.2. Planteamiento del problema	12
1.3. Objetivos	13
1.3.1. Objetivo general.....	13
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
2. Marco teórico	14
2.1. Motivación	14
2.1.1. Concepto de motivación	14
2.1.2. Motivación escolar.....	16
2.1.3. Motivación en matemáticas.....	17
2.1.4. Relación entre la motivación y el rendimiento académico en matemáticas ..	17
2.1.5. El rol del docente y la motivación	18
2.2. Enseñanza-aprendizaje del álgebra	19
2.2.1. La importancia del álgebra.....	19
2.2.2. Las dificultades y errores en la enseñanza-aprendizaje del álgebra	20
2.2.3. Claves para la enseñanza-aprendizaje del álgebra	22
2.3. Metodologías activas: Aprendizaje basado en juegos	22
2.3.1. Metodologías activas	22
2.3.2. El juego como actividad de enseñanza-aprendizaje	24
2.3.3. Aprendizaje basado en juegos	26
2.3.4. La gamificación.....	29
2.3.5. Aprendizaje cooperativo	31
3. Propuesta de intervención	35
3.1. Presentación de la propuesta	35
3.2. Contextualización de la propuesta.....	36
3.3. Intervención en el aula	36

3.3.1. Objetivos	36
3.3.2. Competencias	37
3.3.3. Contenidos	38
3.3.4. Metodología.....	40
3.3.5. Cronograma y secuenciación de actividades	42
3.3.6. Recursos.....	55
3.3.7. Evaluación	55
3.4. Evaluación de la propuesta	57
4. Conclusiones.....	60
5. Limitaciones y prospectiva	62
Referencias bibliográficas	63
Anexo A. Objetivos generales de etapa	73
Anexo B. Cuestionario de satisfacción alumnos.....	75
Anexo C. Actividad para romper el hielo.....	76
Anexo D. La Pirámide de los Números	77
Anexo E. Dibujo Algebraico.....	78
Anexo F. La sabiduría del gran mago	80
Anexo G. Juego de Dados	81
Anexo H. Tarjetas recompensa.....	83
Anexo I. Juegos reunidos matemáticos.....	84
Anexo J. La Oca de ecuaciones.....	90
Anexo K. Gincana matemática	91
Anexo L. Dados Algebraicos.....	93
Anexo M. Examen final.....	98

Índice de figuras

Figura 1. <i>Evolución de la calificación de España y la OCDE en matemáticas en la prueba PISA..</i>	10
Figura 2: <i>Calificación de los países de la OCDE en matemáticas en la prueba PISA.....</i>	11
Figura 3: <i>Pasos para introducir el Aprendizaje Basado en Juegos en el aula.....</i>	27
Figura 4: <i>Ventajas del aprendizaje basado en juegos.....</i>	28
Figura 5: <i>Elementos del juego que se utilizan para gamificar.....</i>	30
Figura 6: <i>Técnicas del aprendizaje cooperativo.....</i>	32
Figura 7: <i>Ciclo de mejora continua del proceso de aprendizaje.....</i>	42
Figura 8: <i>La pirámide de los números.....</i>	77
Figura 9: <i>Pasatiempo algebraico.....</i>	78
Figura 10: <i>Tablero numerado.....</i>	81
Figura 11: <i>Tarjetas con los enunciados verbales.....</i>	82
Figura 12: <i>Tarjetas recompensa.....</i>	83
Figura 13: <i>Tablero para el parchís matemáticos.....</i>	85
Figura 14: <i>Tarjetas con expresiones algebraicas.....</i>	85
Figura 15: <i>Tarjetas para resolver el Bingo.....</i>	86
Figura 16: <i>Cuadrado mágico.....</i>	87
Figura 17: <i>Cuadrado mágico algebraico.....</i>	88
Figura 18: <i>Fichas de dominó algebraico.....</i>	89
Figura 19: <i>Tarjetas con enunciados verbales.....</i>	92

Índice de tablas

Tabla 1: <i>Diferencias entre gamificación y juegos</i>	30
Tabla 2: <i>Competencias clave</i>	37
Tabla 3: <i>Objetivos específicos, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje para matemáticas de 2º de la ESO</i>	39
Tabla 4: <i>Funciones del docente según el momento de la clase</i>	41
Tabla 5: <i>Cronograma de las sesiones</i>	43
Tabla 6: <i>Ficha sesión 1</i>	44
Tabla 7: <i>Ficha sesión 2</i>	45
Tabla 8: <i>Ficha sesión 3</i>	46
Tabla 9: <i>Ficha sesión 4</i>	47
Tabla 10: <i>Ficha sesión 5</i>	48
Tabla 11: <i>Ficha sesión 6</i>	49
Tabla 12: <i>Ficha sesión 7</i>	50
Tabla 13: <i>Ficha sesión 8,9</i>	51
Tabla 14: <i>Ficha sesión 10</i>	52
Tabla 15: <i>Ficha sesión 11</i>	53
Tabla 16: <i>Ficha sesión 12</i>	54
Tabla 17: <i>Recursos</i>	55
Tabla 18: <i>Evaluación</i>	55
Tabla 19: <i>Rúbrica para las actividades realizadas de forma cooperativa</i>	56
Tabla 20: <i>Rúbrica del cuaderno de clase</i>	56
Tabla 21: <i>Cuestionario de observación para la exposición oral</i>	56
Tabla 22: <i>Matriz DAFO de la intervención</i>	58

Tabla 23: *Autoevaluación docente de las actividades y metodologías. Escala de valoración*.....59

Tabla 24: *Cuestionario de satisfacción de las metodologías y el profesor*.....75

Tabla 25: *Cuestionario de satisfacción de los juegos*.....75

Introducción

El aprendizaje de las matemáticas supone, junto a la lectura y la escritura, uno de los aprendizajes fundamentales de la educación, pero suelen ser vistos, para muchos, como el mayor enemigo. Los seres humanos tenemos serios problemas con la capacidad de abstracción y eso hace que nos cueste trabajar con elementos simbólicos muy habituales en las matemáticas. El aprendizaje del álgebra es uno de los contenidos con mayor condición abstracta. Todo ello genera muchas dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra provocando en los estudiantes mucha frustración y desmotivación.

El psicólogo Jean Piaget (1896-1980) es la figura más relevante en el estudio del desarrollo cognitivo de las personas en las últimas décadas. Según la teoría piagetiana, el desarrollo cognitivo/psicológico, evoluciona por etapas, de un estadio a otro, de lo concreto a lo abstracto. Piaget expuso en su trabajo sobre el desarrollo cognitivo del ser humano, que la capacidad de abstracción era un elemento importante en el aprendizaje y se adquiría entre los 11-12 años y 15-6 años, periodo denominado, según Piaget, el periodo de pensamiento lógico-formal. Durante este periodo aparece el pensamiento hipotético-deductivo que permite a los adolescentes ser capaces de razonar más allá de lo real y concreto. Según esta teoría de Piaget, los estudiantes de segundo de la ESO, ya podrían empezar a dominar los conocimientos lógico-matemáticos, no obstante, es importante destacar, que no todos los alumnos alcanzan a la vez esos conocimientos ya que cada alumno tiene su ritmo de desarrollo cognitivo (Barba et al., 2007).

Por otro lado, las matemáticas se caracterizan porque los conocimientos son acumulativos, es necesario asentar lo previo para incorporar la nuevo. Con lo que, las lagunas en matemáticas al inicio, penalizan con un coste muy alto al alumno.

Es por todo ello que se ha escogido para este trabajo el diseño de una propuesta de intervención para la enseñanza del álgebra de 2º de la ESO a partir del Aprendizaje Basado en Juegos con Gamificación, el Aprendizaje Cooperativo y las TIC para potenciar el interés y la motivación, y de esta manera, anclar bien los aprendizajes al inicio del ciclo de la ESO, antes de que se compliquen los contenidos a partir de 3º de la ESO.

Para vencer la desmotivación de nuestros alumnos se considera de vital importancia en este trabajo utilizar nuevas estrategias en los procesos de enseñanza-aprendizaje que ayuden a incentivar a nuestros alumnos y vencer las dificultades intrínsecas en estos contenidos.

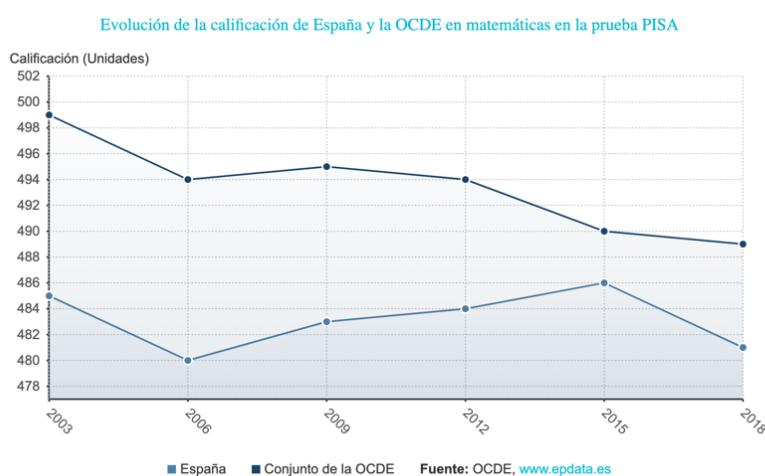
El rol del docente cambia y el alumno coge un rol más activo. Estas metodologías se centran en conectar más con los estudiantes con los contenidos, acordes con sus intereses y su realidad actual.

Como último fin de este trabajo, se esconde, no sólo la intención de mejorar el aprendizaje del álgebra en 2º de la ESO sino también promover un aprendizaje para la vida. Por ello, la idea principal y el foco del trabajo no está tanto en minimizar las dificultades, sino maximizar el interés y por tanto las ganas y la motivación por vencer las dificultades. Las dificultades en la vida siempre van a estar presentes, lo importante es la actitud con la que nos enfrentamos a ellas.

1.1. Justificación

En España empeoran los resultados en matemáticas según el informe del Programa para la Evaluación Integral de Alumnos 2018 (PISA, por sus siglas en inglés) que se elabora cada tres años por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Se observa en el gráfico a continuación una grave caída en el último año en la asignatura de matemáticas que, entre otras causas, puede ser debida a una menor motivación por parte de los alumnos (Torres, 2019).

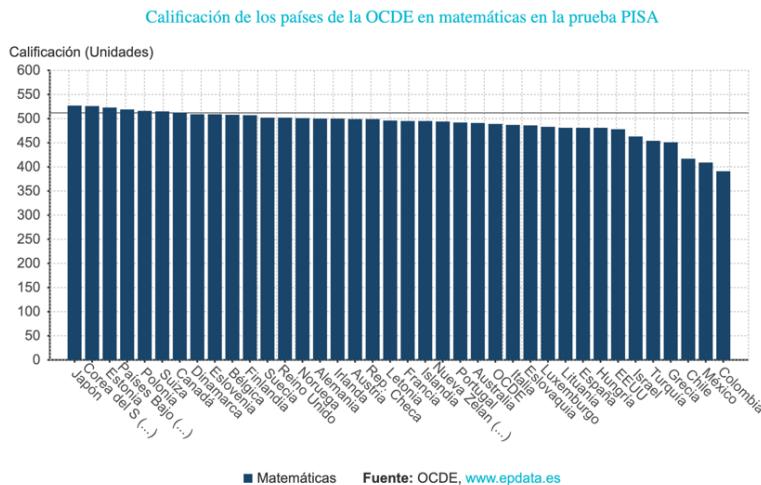
Figura 1: Evolución de la calificación de España y la OCDE en matemáticas en la prueba PISA



Fuente: OCDE. www.epdata.es

Se muestran prácticamente los peores resultados en matemáticas desde que arrancó el test en el año 2000. No sólo existe una evolución negativa, sino que como aparece en la tabla siguiente, España se posiciona de las últimas de la lista entre los países de la OCDE y por debajo de la media.

Figura 2: Calificación de los países de la OCDE en matemáticas en la prueba PISA



Fuente: OCDE. www.epdata.es

Las puntuaciones en España fueron muy similares a las de los estudiantes de Hungría y Lituania. Si miramos a los países del entorno más próximo, España tiene peores resultados que Portugal y Francia en ambas competencias, aunque mejores que Italia en ciencias.

Cuando consultamos las tasas de fracaso escolar en España, se evidencian estos resultados. Un 30 % de los alumnos repite curso al menos una vez en su vida y el 16 % no termina la educación secundaria (Méndez, 2015). Parece evidente que algo no termina de funcionar en cuanto al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en España.

Durante el periodo de prácticas se ha observado dos tipologías de alumnos. Por un lado, aquellos que siguen la clase y comprenden las explicaciones de los profesores y se sienten bien, seguros y parecen motivados. Por otro lado, están aquellos estudiantes que desconectan, no atienden y hablan o molestan en clase. En consecuencia, sus resultados son peores y emocionalmente, se observan frustrados, enfadados y acaban teniendo una actitud negativa frente las tareas, generan angustia, problemas de comprensión y al final creencias del tipo 'soy incapaz' llevando al alumno a una actitud de bloqueo e inseguridad. Y esto provoca cada vez más dificultades, más distanciamiento y un mayor rechazo hacia las

Aprendizaje basado en juegos para la enseñanza de álgebra en segundo de educación secundaria obligatoria matemáticas y el establecimiento, tal vez de por vida, de la falsa creencias de que ‘no puedo’ o ‘esto no es lo mío’.

Estas dificultades son normales dentro el proceso de construcción del conocimiento matemático, pero aparecen en mayor medida, en álgebra, debido a su condición abstracta.

Según Martín (2017), en relación a la enseñanza de las matemáticas y en concreto del álgebra, no sólo hay que tener en cuenta la dificultad cognitiva sino también las actitudes y emociones que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra. Esto se añade a los profundos cambios a los que se enfrenta la sociedad actual que demandan una continua adecuación del sistema educativo a las nuevas demandas de aprendizaje.

La ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre para la mejora de la calidad educativa (LOMCE), remarca la creación de las condiciones que permitan al alumnado su pleno desarrollo personal y profesional. Los alumnos y alumnas actuales han cambiado radicalmente en relación con los de hace una generación. La globalización y el impacto de las nuevas tecnologías hacen que sea distinta su manera de aprender, de comunicarse, de concentrar su atención o de abordar una tarea.

1.2. Planteamiento del problema

A raíz de este análisis y resultados, la propuesta que se quiere abordar en este trabajo, plantea el uso de metodologías activas y actuales, como el aprendizaje basado en juegos, el aprendizaje cooperativo o las TIC, para vencer las dificultades y desmotivación que puede generar el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra en segundo de la ESO y así plantar la semilla para promover una buena actitud hacia las matemáticas durante el resto de etapas escolares.

A través de las metodologías activas elegidas se busca realizar sesiones dinámicas, participativas y ágiles, que sorprendan a los estudiantes llamando su atención en cada sesión y cubran las distintas necesidades del grupo-clase teniendo en cuenta sus intereses y ritmos de aprendizaje. Que les generen atractivo y confianza en sí mismos y que trabajen el error y la frustración que puede generar el aprendizaje de las matemáticas de forma positiva.

Existen numerosos estudios que hablan de los beneficios del juego en el aprendizaje, desde los más tradicionales que apoyan el desarrollo pedagógico, hasta los más actuales, que hablan del juego como una herramienta clave en los procesos de enseñanza-aprendizaje de

las matemáticas para captar su atención, perder el miedo y entenderla de forma divertida, y todavía más allá, algunas actividades de ABJ que ponen el foco en el desarrollo de las llamadas 'destrezas del siglo XXI', especialmente el pensamiento crítico, la creatividad, la resolución de problemas y la comunicación (Qian y Clark, 2016).

También encontramos múltiples beneficios en el aprendizaje cooperativo probablemente el más investigado y documentado hasta el momento. Los alumnos tienen un aprendizaje que surge de su propia experiencia y el que surge de la interrelación. El aprendizaje cooperativo incrementa la motivación de los alumnos y maximiza su aprendizaje tanto individual como grupal.

Se escoge el álgebra ya que suele ser la parte de las matemáticas que genera más rechazo y dificultad siendo una pieza clave para el futuro de las matemáticas y profesional de los alumnos, y para la vida en general, ya que ayuda al desarrollo del pensamiento más abstracto y complejo. Con el aprendizaje del álgebra el alumno profundiza en la capacidad de reflexión, facilita la creatividad y ayuda a encontrar diferentes soluciones a problemas complejos su día a día.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta de intervención para la enseñanza del álgebra de 2º de la ESO a partir del Aprendizaje Basado en Juegos con Gamificación, Aprendizaje Cooperativo y las TIC para mejorar la motivación, los resultados académicos y, en consecuencia, la autoestima académica de los estudiantes de segundo de la ESO.

1.3.2. Objetivos específicos

- Analizar la motivación escolar en el siglo XXI.
- Investigar las dificultades más importantes en matemáticas y en concreto en álgebra, en la etapa del primer ciclo de la ESO.
- Estudiar la metodología de ABJ y Gamificación, con y sin TIC en el aprendizaje de las matemáticas.
- Revisar el uso de metodologías cooperativas en la enseñanza de la ESO.

- Diseñar actividades de álgebra divertidas, sorpresivas y motivantes para mejorar la motivación y el rendimiento académico de los alumnos de 2º de la ESO.

2. Marco teórico

Este trabajo se ha realizado a partir de una revisión de la literatura sobre la motivación escolar en la ESO, metodologías activas como el Aprendizaje Basado en Juegos y el aprendizaje cooperativo y la adecuada incorporación de las TIC en las aulas. También se ha revisado mucha literatura sobre la enseñanza a través de los juegos y de ella se ha extraído la elección de las mejores opciones para una adecuada motivación y comprensión en las estrategias de enseñanza-aprendizaje de álgebra.

Para la revisión bibliográfica se han tenido en cuenta los siguientes recursos:

- Biblioteca virtual de la UNIR
- Base de datos DIALNET
- Blogs de internet
- Portales educativos
- Google académico

Las palabras clave relacionadas con la búsqueda han sido: el rendimiento académico, las matemáticas, 2º de la ESO, el álgebra, la motivación, las metodologías activas, los juegos, el aprendizaje basado en juegos, la gamificación, las TIC y el aprendizaje cooperativo.

2.1. Motivación

2.1.1. Concepto de motivación

Consideramos la motivación como un motivo, estímulo o incentivo que nos impulsa a la acción y a conseguir aquello que se desea. Es el impulso que puede ayudar a cualquier individuo a permanecer en acción para alcanzar un logro, un objetivo o saciar una determinada necesidad. Es un estado interno que activa, dirige y mantiene la conducta de la persona hacia metas o fines determinados. Es el motor que da fuerza para avanzar y conseguir todo aquello que uno desea.

Christine Carter (2012) en su libro *El aprendizaje de la felicidad habla de la motivación intrínseca y motivación extrínseca*.

La motivación o impulso intrínseco nace de la automotivación, el deseo de hacer algo porque te gusta, te motiva y te apetece. Se habla de una motivación más espontánea y natural y que, en consecuencia, es más duradera. Es una motivación innata al ser humano que aparece desde que nacemos y se convierte en deseos por explorar, descubrir y aprender.

El extrínseco no surge de algo que te gusta, sino de una recompensa que obtienes tras realizar la acción. Un ejemplo de motivación extrínseca puede ser cuando los alumnos hacen los deberes para agradar al profesor o para obtener un premio de sus padres, no por el mero hecho de aprender.

La motivación extrínseca, tal vez nos empuja en un momento puntual, pero se acaba diluyendo. Lo que realmente moviliza a la acción y permanece a largo plazo es la motivación intrínseca ya que nace desde dentro del alumno, desde el propio pensamiento y deseo. Cuando hablamos de premios y castigos, no cambiamos el pensamiento de los alumnos. Es más superficial y puede o no motivar al alumno.

En su libro, Christine Carter explica que investigadores sociales han demostrado que, si un niño crece a base de motivadores extrínsecos, termina por vivir infeliz y con un miedo continuo a fracasar y a decepcionar a los demás. En cambio, los niños que crecen aprendiendo a auto-motivarse suelen ser más exitosos y felices, puesto que encuentran motivación en todo aquello que llevan a cabo (Carter, 2012).

En cuanto a motivadores intrínsecos hay muy diversos y es muy importante tener en cuenta que cada persona tiene sus propias motivaciones y que pueden ser muy diferentes a las del resto.

Robinson y Aronica (2011) en su libro, *El elemento* habla de un concepto así llamado. Dice que todos tenemos una fuerza motriz, que una vez liberada, puede hacer realidad cualquier sueño.

Esa fuerza, según Robinson y Aronica (2011), surge cuando uno está conectado con sus motivadores intrínsecos.

Es por ello, que es muy importante entender la motivación, como algo personal.

2.1.2. Motivación escolar

Se entiende por motivación escolar la manera de enfrentar y realizar las actividades, tareas educativas y cómo el alumno, se comporta frente a ellos. Si contribuye y/o participa en ellas de una manera más o menos, activa.

Printich y Schunk (2006) definen la motivación escolar como aquel comportamiento del alumno que conlleva la acción de aprender, mostrándose atento y comprometido con todas aquellas actividades que le ayuden a adquirir conocimiento; realización de nuevas tareas, escuchar las enseñanzas del profesor, organizar y preparar el material educativo correspondiente, entre otras actividades.

La motivación escolar, constituye uno de los factores más importantes en el desarrollo del aprendizaje. En el caso escolar, la motivación intrínseca está relacionada con el deseo de realizar una tarea o una actividad por la satisfacción derivada de ella o el interés del alumno sin precisar de reforzamientos externos. Se refiere a las ganas que tiene un alumno por crecer y aprender. El resultado de esta motivación, de acuerdo con Ausubel, conlleva un aprendizaje significativo ya que el constructivismo considera que una de las condiciones indispensables para que sea posible el aprendizaje significativo es que el alumno manifieste interés, ganas y una disposición a aprender.

La motivación escolar es clave para influir en el comportamiento académico de nuestros alumnos consiguiendo mejores resultados y reduciendo el fracaso escolar. En consecuencia, podemos relacionar la motivación escolar con un mayor bienestar (Usán & Salavera, 2018).

¿Qué ocurre cuando no hay motivación en los estudiantes?

Aparece un estado de apatía, desgana y falta de entusiasmo que no favorece la acción ni la consecución de los objetivos deseados. Se pierden las ganas de aprender, de participar en clase y de realizar las tareas o actividades. En educación, la desmotivación suele convertirse en un estado de indiferencia hacia los estudios y suele ir muy asociada con el fracaso escolar.

Hay varias razones que justifican la desmotivación, en cada caso, igual que la motivación, puede ser diferente. Puede venir porque el estudiante no está recibiendo motivación por parte de sus padres o profesores respecto la importancia del aprendizaje, no hay conexión o buena relación con el docente lo cual puede generar distancia y rechazo hacia

la asignatura, no hay interés por los contenidos o no se entienden, o incluso, existe una falta de autoestima o problemas intelectuales, sociales o emocionales.

2.1.3. Motivación en matemáticas

Existe una creencia social respecto las matemáticas que no favorece su atracción. Suelen verse desde una perspectiva de dificultad, imposibilidad e inutilidad, influyendo de manera negativa en la predisposición de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas. Se sienten intrínsecamente desmotivados antes incluso de empezar.

Según el informe PISA 2003 (Torres, 2019), “los estudiantes sienten mayor desgana y desinterés hacia las matemáticas que hacia otras asignaturas”

Se añade que en el aprendizaje de las matemáticas y todavía más, en el álgebra, se requiere mucha atención, dedicación, concentración y análisis, que también influye en la motivación de los estudiantes.

Se necesita romper estas creencias para motivar por un lado a los alumnos y reducir esos miedos relacionados con la asignatura y por otro lado, se debe trabajar en un proceso de enseñanza aprendizaje más ligero y divertido, como es a través del juego, que pueda compensar y diluir esa complejidad.

2.1.4. Relación entre la motivación y el rendimiento académico en matemáticas

Miñano (2009) destaca la importancia de la motivación, además de los elementos cognitivos, en la mejora del aprendizaje y resultados académicos.

Navas y Sampascual (2008) aluden a que los estudiantes de alto rendimiento se diferencian de los de bajo rendimiento en sus niveles de motivación intrínseca, que son más elevados que las extrínsecas.

El talento no es suficiente para maximizar el aprendizaje y los resultados. Necesitamos desarrollar también el talante de los alumnos. Un importante objetivo dentro de la enseñanza de las matemáticas es conseguir un cambio de comportamiento y actitud frente a ellas a través de un cambio en los pensamientos/creencias.

Podemos concluir que, si falta interés y motivación, los alumnos dejan de atender en clase, dejan de realizar las actividades y por lo tanto dejan de aprender y bajan sus calificaciones. La motivación está directamente relacionada con los resultados académicos.

2.1.5. El rol del docente y la motivación

El docente posee un rol primordial en la motivación y el desempeño académico. Tiene una gran influencia hacia el proceso educativo no sólo a través de sus explicaciones o estrategias de enseñanza-aprendizaje sino también a través de su manera de ser y de comportarse ya que no deja de ser un modelo de referencia. Existe una estrecha relación entre los comportamientos y actitud del profesor y la motivación de los alumnos. Es por ello imprescindible, si buscamos incrementar la motivación del alumnado, reflexionar primero sobre la propia motivación ya que tanto el entusiasmo como la falta del mismo, se contagian (Gilbert, 2005).

“Nuestra forma de estar en clase enseña mucho más de lo que pueda enseñar lo que digamos” (Gilbert, 2005, p.18).

Otro aspecto relevante en el rol del docente y que afecta muchísimo a la motivación de los alumnos y, en consecuencia, a sus resultados académicos, son las expectativas que el docente tiene en sus alumnos. Esto sucede ya que existe una estrecha relación entre las expectativas y creencias que los profesores mantienen sobre sus alumnos, y el apoyo y la dedicación que reciben. En ocasiones existen diferencias en el trato entre profesores y alumnos. Estas diferencias, tienen relación con las expectativas de los docentes, que, de manera inconsciente, acaban afectando a los resultados académicos (Midgley et al., 1989). Cuando las expectativas de los profesores son altas, facilitan unos buenos resultados ya que los refuerzan y respaldan, en cambio, si éstas son bajas, el profesor se aleja y se comporta de tal manera que inhibe la confianza, la motivación y minimiza los resultados del alumno. Un alumno que por ejemplo no es escuchado, ni preguntado en clase o es ridiculizado ante sus compañeros, se anula al recibir constantemente mensajes negativos. En cambio, un alumno a quien se le escucha, se le da espacio para participar en clase, se le respeta, se le reconoce y se le anima ante el fracaso, es decir, recibe mensajes positivos del profesor, aumenta su confianza, motivación y, en consecuencia, sus resultados. El poder de las expectativas puede ser realmente poderoso ya que lo que el docente espere y crea de sus estudiantes, es lo que finalmente va a obtener (Rosenthal et al., 2003).

“Cuando cambias tu forma de ver las cosas, las cosas cambian de forma” (Max Planck, 1900).

Todo ello, se hace más notable en la enseñanza de las matemáticas y en concreto, del álgebra, donde se necesita mucha motivación y seguridad para vencer todos sus obstáculos.

Se ha visto que la actitud del docente, así como sus expectativas en los estudiantes son primordiales para generar motivación en los alumnos. El estilo de liderazgo del docente, el cómo se relaciona con los estudiantes, si desde un modelo más autoritario, permisivo o democrático, también debemos considerarlo. Si buscamos promover la motivación y participación de los alumnos el liderazgo del profesor debe ser democrático y afectivo para que promover la participación, la toma de decisiones y la realización de actividades (Tinajero Márquez, 2008).

No debemos olvidar en el rol del docente la importancia de una educación contextualizada y acorde con la realidad que viven nuestros estudiantes. Igualmente se deben utilizar nuevas metodologías más actuales y cercanas a ellos y que se adapten tanto a las necesidades que demanda el aprendizaje actual, como a las necesidades individuales de los estudiantes. Es importante atraer a los estudiantes para que conseguir ese interés y aprendizaje. Es importante tener en cuenta la diversidad del aula y entender que los alumnos no se motivan por igual y tienen gustos y necesidades diferentes. Es por ello que se deben buscar y realizar actividades y metodologías que puedan estimular la diversidad que se encuentra en el grupo.

El manejo de la motivación es imprescindible en el inicio, desarrollo y cierre de la actividad docente. Debemos estar en todo momento preparados y ser creativos para despertar su interés y curiosidad por aprender.

2.2. Enseñanza-aprendizaje del álgebra

2.2.1. La importancia del álgebra

El álgebra se puede definir como aquella parte de las matemáticas en la que las operaciones aritméticas se universalizan utilizando números, signos y letras del alfabeto. Cada letra representa un número o con valor desconocido que se denomina incógnita.

El álgebra es una de las ramas principales de las matemáticas. Es sumamente útil y fundamental para una amplia gama de profesiones muy necesarias en la actualidad, que incluye desde la informática hasta la medicina. Dominar el álgebra también encamina a los estudiantes hacia el éxito universitario independientemente de la carrera que elijan.

El manejo del álgebra permite a los individuos lidiar mejor con conceptos complejos y abstractos, expresándolos de un modo más sencillo y ordenado, mediante la notación algebraica. Cuando los estudiantes realizan la transición de aritmética al lenguaje simbólico del álgebra, desarrollan las habilidades de razonamiento abstracto. El álgebra desarrolla esas facultades lógicas y les inicia en el pensamiento abstracto. Les hace entender que las incógnitas, como son la x y la y , se utilizan en lugar de números que varían que representan lo faltante en problemas de matemáticas o de la vida real. Esta habilidad que demanda el álgebra de entender conceptos complejos, cambiantes y abstractos estimula el cerebro ayudando a los estudiantes a pensar diferente y de forma más teórica.

Sobre todo, en el siglo XXI el álgebra puede brindar numerosas oportunidades de éxito ya que además de fortalecer destrezas lógicas, ayuda a ordenar la forma de pensar y promueve un pensamiento creativo e innovador muy necesario para la sociedad cambiante e inestable en la que nos encontramos. La importancia del álgebra para la vida es un hecho fuera de toda duda.

2.2.2. Las dificultades y errores en la enseñanza-aprendizaje del álgebra

Es importante analizar los errores que cometen los alumnos en álgebra para combatir mejor con las dificultades en el aprendizaje. Las destrezas algebraicas se desarrollan de manera progresiva desde el primer año de secundaria al último. Es necesario un aprendizaje constructivista y significativo y es por ello que es de vital importancia la superación de los errores. Se exponen a continuación los errores más comunes en secundaria con algún ejemplo (citado por Socas et al., 1989 en Oteiza, 2019, pp. 9-10):

a) Significado de los símbolos y las letras.

Los alumnos suelen tener dificultades con los símbolos y las letras cuando se inician en el álgebra, ya que, en la aritmética, los símbolos significan operaciones a realizar (sumas, restas, multiplicaciones...) y las letras reflejan las unidades. En álgebra en cambio, los símbolos no representan operaciones a realizar, sino que son parte de la expresión algebraica y las letras, se refieren a las incógnitas. Otra confusión que puede aparecer entre algunos alumnos es con el símbolo igual. En aritmética, el igual simboliza el resultado de una operación, un valor, en cambio, en álgebra, el símbolo igual puede simbolizar un resultado o también una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

b) El objetivo de la actividad y la naturaleza de respuestas.

Existe confusión entre los estudiantes también en álgebra cuando se busca el resultado que puede ser una expresión algebraica en lugar de un valor. Un ejemplo que refleja este tipo de error podría ser el siguiente, $2x + 3y = 5x$, donde el alumno busca un valor concreto.

c) Errores heredados de la aritmética.

Se trata de aquellos errores que ya se cometían en aritmética y se siguen haciendo en álgebra. Por ejemplo, aquellos relacionados con el orden de las operaciones a realizar o las operaciones con fracciones.

d) Uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimiento.

Este tipo de errores suceden por una falta de comprensión, de fórmulas o procedimientos.

Se expone a continuación un análisis más detallado de Pérez Zárate (2014) destacando los errores más comunes en segundo de la ESO. Dos de ellos son particulares del álgebra y el resto, posiblemente se arrastran de la aritmética.

- a) Cuando a un polinomio le antecede un signo negativo, todos los signos del polinomio cambian. Es muy común ver que los estudiantes sólo cambian el signo del primer término del polinomio. Ejemplo: $-(2x + 2y) = -2x + 2y$. Lo correcto sería $-(2x + 2y) = -2x - 2y$
- b) Multiplicación de monomios con el mismo coeficiente y diferente parte literal. Algunos estudiantes sólo multiplican la parte literal, pero conservan el mismo coeficiente. Ejemplo: $2x \times 2y = 2xy$. Lo correcto sería $2x \times 2y = 4xy$
- c) Jerarquía de operaciones. El error que comenten comúnmente algunos estudiantes es el realizar las operaciones sin respetar la jerarquía. Este error puede arrastrarse de la aritmética. Es importante recordar el orden de las operaciones desde el inicio de la aritmética. PEMDAS: Paréntesis, Exponentes, Multiplicaciones/Divisiones, Adiciones/Sustracciones.
- d) Cuando en una fracción algebraica formada por un polinomio en el numerador y un monomio en el denominador, se puede expresar cada término del numerador entre el denominador monomio. Al presentar a los estudiantes el caso contrario, algunos deciden expresar cada término del denominador, con el mismo numerador lo cual es

un error común. Ejemplo: La expresión correcta algebraica sería $(2x + y) / 2x = 2x/2x + y/2x$. El error que se realiza a menudo es: $y/2x+y=y/2x+y/y$

- e) Suma o resta de fracciones algebraicas donde los estudiantes suelen olvidarse de buscar el mínimo común múltiplo.

Este análisis que nos hace Pérez Zárate (2014) nos recuerda la importancia de anclar bien los conocimientos de la aritmética previo a iniciarse con el álgebra.

2.2.3. Claves para la enseñanza-aprendizaje del álgebra

En todos los cursos de educación secundaria obligatoria aparece un bloque de contenidos de álgebra y por ello es muy importante durante el primer ciclo de la ESO anclar bien los conocimientos. Asentar la aritmética es primordial, como también asentar las diferencias entre álgebra y aritmética. Esto debería ser el primer paso para acceder al aprendizaje del álgebra.

En la enseñanza del álgebra hay que tener en cuenta un proceso muy importante que es la generalización. Es por ello que algunos autores subrayan la importancia de empezar a desarrollar este pensamiento en educación primaria mediante el uso símbolos, diagramas o gráficos que conlleven un nivel más elevado de generalidad (Lins y Kaput, 2004) para que les facilite a posteriori el pensamiento algebraico.

2.3. Metodologías activas: Aprendizaje basado en juegos

Durante las prácticas se ha observado que la enseñanza de matemáticas se realiza principalmente por el sistema tradicional: clases magistrales en las que los profesores exponen la teoría con algunos ejemplos y plantean ejercicios para resolver en clase de forma individual y en ocasiones grupal. Los recursos más utilizados durante las prácticas han sido la pizarra tradicional y digital, el libro de texto y la calculadora. Apenas se ha observado el uso de metodologías más actuales o programas matemáticos.

2.3.1. Metodologías activas

Las nuevas metodologías de enseñanza están transformando los ambientes educativos. Permiten al docente adecuar el proceso de enseñanza-aprendizaje fomentando la participación e incentivando a los alumnos, gran reto al que nos enfrentamos en esta época del siglo XXI. A raíz de las nuevas tecnologías y las nuevas formas de ocio y de comunicación,

los estudiantes están constantemente recibiendo estímulos creando una necesidad de respuesta rápida, casi inmediata, que favorecen las distracciones en clase en muchos alumnos y alumnas. Además de ganar su atención, diferentes autores coinciden en que se crea un aprendizaje significativo y duradero ya que son metodologías más motivadoras e interesantes y donde son los estudiantes los que activamente elaboran información, en lugar de recibirla pasivamente.

Otros beneficios de las metodologías activas son, el trabajo en equipo, la toma de decisiones, el pensamiento crítico y mejoras en las habilidades comunicativas y sociales (Asunción, 2019). García-Vega (2012) resalta el bienestar emocional del alumnado que conlleva las metodologías activas. García-Rubio (2017) destaca la inclusión y la atención a la diversidad de y el reconocimiento de diferentes inteligencias. Estas metodologías son de gran ayuda para conseguir un modelo educativo que se adapte a los estudiantes.

De igual manera, el profesorado que utiliza estas metodologías afirma sentirse más motivado, más implicado y más comprometido con su tarea docente (López et al., 2015), lo cual, como hemos visto anteriormente, también influye en el alumnado.

Ventajas de las metodologías activas:

- Tiene en cuenta los intereses del alumnado.
- Está conectada con la realidad del estudiante.
- El alumnado tiene un papel activo, no es un mero receptor de información.
- Construye y/o genera conocimientos de forma autónoma.
- Mejora el grado de recepción y retención de conceptos (aprendizaje significativo).
- Toma de decisiones de forma autónoma.
- Se fomenta el criterio propio de los estudiantes: reflexionan, analizan y cuestionan.
- Es interactiva e incentiva al alumno.
- Desarrolla competencias comunicativas y sociales.
- Implicación de múltiples inteligencias y competencias más allá de la materia curricular.
- Generalmente se enmarca dentro del trabajo cooperativo o colaborativo, aunque también contempla actividades individuales.

- Favorece la innovación y la creatividad de los alumnos.
- Prepara al alumnado para retos profesionales reales, ya que desarrolla las mismas habilidades que se van a exigir en el mundo laboral cuando se trabaje en equipo o se encuentren con retos o dificultades concretas.

Estas ventajas resumen fielmente el nuevo enfoque educativo hacia el desarrollo integral del alumno.

Inconvenientes de las metodologías activas:

- Conlleva una modificación del rol del docente.
- Tiempo de adaptación al cambio por parte del profesor.
- Necesidad de nuevas habilidades para acometer el rol de guía y acompañante del proceso de enseñanza
- Se requiere más tiempo para asentar conocimientos y por lo tanto se hace más difícil cubrir todo el material curricular.
- Resistencias tanto por parte del profesor como del alumnado.
- Existe un cambio en el modelo de evaluación que lo hace más complejo y diverso.
- Puede provocar desorden e indisciplina hasta que hay una comprensión y acomodación de su funcionamiento.
- Los problemas relationales entre los estudiantes influyen negativamente en el desarrollo de las actividades.
- En ocasiones el trabajo no es repartido de forma equitativa entre los miembros de los equipos de estudiantes.

2.3.2. El juego como actividad de enseñanza-aprendizaje

El uso de juegos en matemáticas es una metodología didáctica innovadora y muy eficaz. El juego tiene un impacto muy positivo a nivel cognitivo ya que desarrolla aspectos como la atención y la memoria. Además, el juego genera placer y diversión, incorpora la imaginación y, por lo tanto, fomenta el interés y la motivación. Igualmente, si se realizan juegos en grupo, se potencia la integración social.

El juego potencia de forma natural el desarrollo tanto cognitivo como emocional y social del alumno debido a las propias características de la actividad lúdica. Es una alternativa

Aprendizaje basado en juegos para la enseñanza de álgebra en segundo de educación secundaria obligatoria que facilita en gran medida, la motivación de los alumnos. Los alumnos, por lo tanto, son más susceptibles de adquirir conocimientos si lo hacen jugando.

El juego puede ayudar a vencer el tópico de que las matemáticas son difíciles y aburridas y generar un ambiente emocionalmente positivo y una mayor predisposición a vencer los obstáculos, en concreto, del álgebra. “Para aprender conceptos matemáticos y, dentro de los materiales, los juegos aparecen en primer lugar en cuanto a su enorme atractivo para los adolescentes” (Contreras, 1993, p.151).

Shute y Ke (2012) proponen algunas ideas para diseñar un juego de calidad que ofrezca los resultados que deseamos:

- El juego requiere una interacción constante entre el jugador y el juego para resolver una serie de problemas o desafíos.
- El juego debe tener unas metas y reglas específicas que indiquen al jugador qué debe hacer y cuándo.
- Los retos propuestos deben ser desafiantes, pero a la vez realistas y realizables. Si proponemos un reto demasiado complicado, es muy posible que nuestros estudiantes se frustren y acaben por abandonar la actividad; por el contrario, si el reto es muy fácil, entonces se aburrán y, en consecuencia, pierden atención e interés. Es importante tener en cuenta las competencias y los conocimientos del alumnado a la hora de definir un juego.
- Un buen juego proporciona información permanente de cómo se está realizando el juego y cuáles son los avances, reforzando así el aprendizaje y la motivación.
- Para crear atractivo es importante introducir la variable de la incertidumbre: un juego debe tener expectación y misterio. Si es muy predecible y perderá atractivo.
- Es interesante definir estímulos sensoriales. El juego debe incorporar tanto una narrativa como unos elementos gráficos o audiovisuales que estimulan los sentidos y favorecen la inmersión en el juego.

Es importante ofrecer un marco de funcionamiento del juego de forma organizada y comprensible para que los alumnos puedan manejar todas las posibilidades durante el desarrollo de la misma y saquen el máximo provecho.

2.3.3. Aprendizaje basado en juegos

Tal y como hemos visto, uno de los retos principales en la enseñanza es captar el interés y motivación de nuestro alumnado. Gracias a los juegos, si éstos están bien estructurados, esto puede ser una tarea más sencilla.

Las siglas GBL que definen a esta metodología provienen de su denominación inglesa 'Game Based Learning'. Se trata de promover el aprendizaje a través de juegos con el objetivo de afianzar conceptos. Su traducción en España es aprendizaje basado en el juego (ABJ).

Según GameLearn (s.f.), para incorporar ABJ se deben tener en cuenta los siguientes principios:

Aprendizaje constructivista: Se debe entregar al alumno las herramientas necesarias para que él mismo pueda construir sus propios recursos e ir encontrando las soluciones a los problemas que se le plantean.

Práctica sin riesgo, aprendizaje experiencial e interacción: Aprender mediante el juego permite a los alumnos experimentar en escenarios seguros y adquirir conocimientos mediante la práctica.

Enfoque motivador: Debido a su dinamismo y atractivo el ABJ tiene la capacidad para captar la atención de los alumnos y garantizar su implicación total.

Fomento de la reflexión: El ABJ plantea situaciones que requieren reflexión y toma de decisiones por parte del alumno.

Feedback y autocontrol: A diferencia de métodos pedagógicos más tradicionales, con el ABJ los alumnos obtienen feedback instantáneo y cada uno es consciente de lo que aprende y lo que debe trabajar más.

Seguimiento del proceso: Existe un seguimiento no solo del alumno sino también del docente de tal manera que éste se asegura de que el alumno consigue sus objetivos.

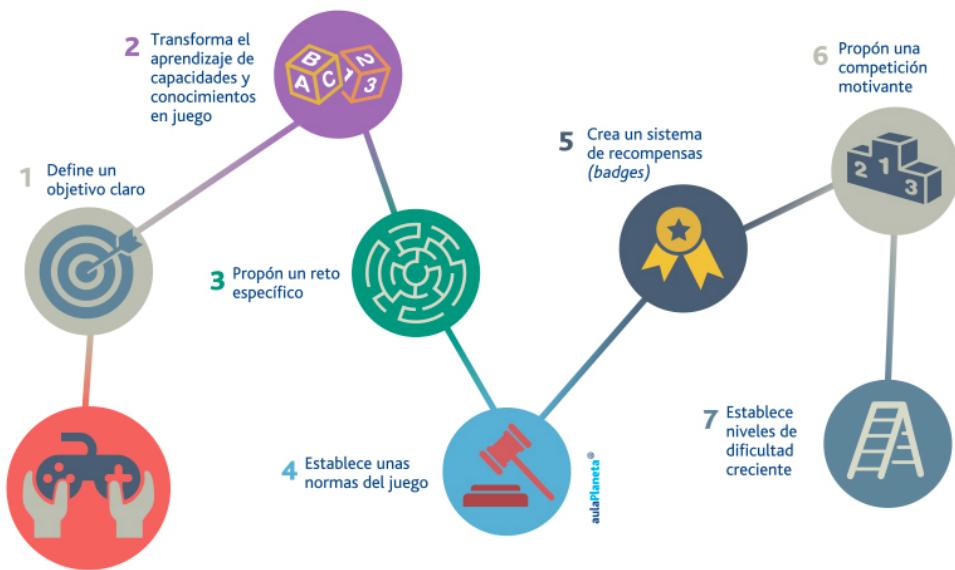
Creatividad: El juego potencia la creatividad a partir de retos y problemáticas que los alumnos deben resolver con su imaginación.

Habilidades: Como hemos ido viendo el juego impulsa el aprendizaje de habilidades emocionales y sociales como la comunicación, el autocontrol, las habilidades de resolución de conflictos, etc.

Fundamentados en estos principios, es posible utilizar juegos que ya existen, tengan o no fines educativos o crear juegos expresamente para la actividad. No importa tanto qué utilizamos sino para qué lo utilizamos. Lo esencial es que el juego que diseñemos tenga una estructura clara y se adapte a los objetivos didácticos que tenemos. Combinar con juegos educativos digitales será muy positivo ya que además estaremos favoreciendo la alfabetización digital.

En la figura 3 podemos ver los pasos a seguir para introducir una actividad basada en el aprendizaje basado en juegos:

Figura 3: Pasos para introducir el Aprendizaje Basado en Juegos en el aula



Fuente: Aulaplaneta. 2015.

<https://www.aulaplaneta.com/2015/07/21/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-juegos-o-game-based-learning-gbl>

Como hemos ido viendo, existen muchas ventajas del uso de metodologías activas y del juego en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Se resume en la figura 4 las específicas del ABJ.

Figura 4: Ventajas del aprendizaje basado en juegos

Fuente: Aulaplaneta. 2015.

<https://www.aulaplaneta.com/2015/07/21/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-juegos-o-game-based-learning-gbl>

Se observan también algunas limitaciones en esta metodología que es interesante tener en cuenta a la hora de utilizarla (Tálamo et al., s.f.).

- Aceptación del docente. El rol del docente es fundamental para el éxito de la metodología. Necesita visualizar toda la estrategia pedagógica, diseñarla y evaluarla.
- Formación por parte del docente para el uso de juegos digitales o juegos más complejos.
- Requiere una gran inversión de tiempo respecto otras metodologías y como se centra en un objetivo concreto es difícil de extrapolar a otros contenidos o asignaturas.
- A veces en las escuelas no tienen los recursos necesarios para el buen desarrollo de las actividades

Por último, es interesante destacar como cierre de este apartado, que hay que considerar con especial atención el proceso de evaluación del ABJ ya que debemos evitar eliminar el efecto motivador que hemos conseguido con el juego. Tal y como comparte Padilla et al (2015), realizar la evaluación intrínseca al juego, así el alumno no se siente presionado y pendiente de la evaluación sino puede seguir disfrutando del juego amplificando su

Aprendizaje basado en juegos para la enseñanza de álgebra en segundo de educación secundaria obligatoria motivación y aprendizaje. Ya desde 1970, la legislación española ha promovido la evaluación integrada en el proceso de aprendizaje y no un añadido del mismo.

2.3.4. La gamificación

La gamificación es una estrategia metodológica que hace referencia a la integración de los elementos propios del diseño de juegos en contextos tal vez no lúdicos para incentivar ciertos comportamientos o recompensar acciones específicas. La gamificación no sólo se utiliza en los procesos de enseñanza-aprendizaje, sino que también aparece en distintos ámbitos profesionales. Los estudios realizados hasta el momento evidencian el potencial de esta estrategia a nivel motivacional y de aprendizaje (Romero-García et al., 2019).

La gamificación a veces se confunde con el aprendizaje basado en juegos ya que ambas emplean dinámicas del juego y persiguen un mismo objetivo: convertir al estudiante en protagonista de su aprendizaje con el docente como guía. La diferencia principal reside en las recompensas que el alumno obtiene con la gamificación que no siempre ocurre en el juego.

Aprender con juegos, por lo general, incorpora la gamificación ya que es una parte propia del juego. Pero gamificar no tiene por qué ser jugar. La gamificación no utiliza juegos al uso, sino que incorpora aspectos del juego en los procesos de aprendizaje con el objetivo de enriquecerlo (Ottaviano, 2016) y con el fin de que los alumnos adopten un comportamiento determinado. Se utiliza el juego para incentivar al usuario y conseguir que se accione o complete una tarea.

Gabe Zichermann y Christopher Cunningham (2011) indican que a través del uso de ciertos elementos presentes en los juegos (insignias, puntos, niveles, barras de progreso, avatar, etc.) los jugadores incrementan su tiempo de dedicación y se implican mucho más en la realización de una determinada actividad. De acuerdo con estos autores, la actividad gamificada repercute en el aumento de la predisposición psicológica a seguir en un estado activo. Este es un fenómeno que en psicología se denomina “estado de flujo”, y que consiste básicamente en el incremento de nuestra capacidad atencional, el aumento del rendimiento y del esfuerzo que somos capaces de dedicar a una tarea, la sensación de cierta suspensión temporal y un sentimiento de agrado que nos hace mejorar en nuestra capacidad de trabajo (Foncubierta, 2016).

En la figura 5 podemos ver algunos de los elementos del juego que incorpora la gamificación.

Figura 5: Elementos del juego que se utilizan para gamificar



Fuente: Blog Educativa

<https://www.educativa.com/blog-articulos/gamificacion-el-aprendizaje-divertido/>

En la tabla que encontramos a continuación, se especifican algunas diferencias entre el juego y la gamificación:

Tabla 1: Diferencias entre gamificación y juegos

Juego	Gamificación
Reglas y objetivos definidos inicialmente	Actividades que se activan a través de puntos o recompensas
Se puede ganar o perder, o simplemente jugar	El objetivo es realizar una actividad, movilizar a la gente. No tiene un objetivo competitivo sino de resultado.
El juego recompensa en sí mismo	Las recompensas intrínsecas son optionales. Siempre hay recompensas extrínsecas.
Suele ser laboriosa su creación	Suele ser sencillo de hacer
El contenido debe adaptarse en cada momento al juego	Se pueden ir añadiendo nuevas características sin modificar sustancialmente el contenido

Fuente: Elaboración propia inspirado en Mosquera Gende (2019).

<https://www.unir.net/educacion/revista/gamificadas-o-juegas-diferencias-entre-abj-y-gamificacion/>

Una de las formas más aplicadas en las aulas, es el escape room educativo. Se basa en distintos logros de aprendizaje que deben ir resolviendo a partir de una narrativa o contexto que enmarca los desafíos que los participantes deben ir superando. Todo esto se consigue a través de una experiencia que hace que el aprendizaje para los alumnos sea mucho más atractivo. Cada vez que superan un reto reciben una recompensa que les va guiando hasta la meta final.

2.3.5. Aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo es otra de las metodologías activas que más se utilizan actualmente. Es un método que promueve la enseñanza a través de la socialización y el trabajo en equipo. Existen diferentes técnicas, pero todas tienen en común la división de la clase en grupos heterogéneos pequeños. De esta manera pueden trabajar entre sí resolviendo las actividades. Sus principios son los siguientes:

Interacción: Los objetivos de la actividad solo pueden alcanzarse si hay cooperación en el grupo.

Socialización: Es necesario desarrollar conceptos como el autocontrol, la confianza o la comunicación entre los miembros del grupo.

Interdependencia: Se debe ser consciente de que el conocimiento y la aportación individual tienen un impacto tanto en ellos mismos como en el grupo.

Responsabilidad: Los resultados finales solo se consiguen si cada miembro de forma individual cumple con su parte del trabajo.

Evaluación: Se utiliza la autoevaluación y coevaluación, fundamental para desarrollar un espíritu crítico y saber tomar decisiones para mejorar.

Existen varias técnicas para aplicar el aprendizaje cooperativo, aunque cada profesor puede utilizarlos y adaptarlos a su manera, siempre teniendo en cuenta los principios del aprendizaje cooperativo. Algunos de ellos los encontramos en la figura 6 y seguidamente se ha realizado un resumen de este contenido (Varas y Zariquey, 2011).

Figura 6: Técnicas del aprendizaje cooperativo

Fuente: FECYT. <https://www.fecyt.es/es/FECYTeedu/metodos-y-tecnicas-de-aprendizaje-cooperativo-ayudas-para-que-alumnado-y-profesorado>

1. Jigsaw o Puzzle: Cada miembro del grupo tiene que convertirse en experto de una parte de los contenidos necesarios para llegar al objetivo definido. Este método se denomina Puzzle ya que existe el grupo base y dentro del grupo, hay distintas partes (piezas del puzzle) que son los expertos. Cada miembro del equipo recibe una responsabilidad que necesita trabajar con el resto de expertos de otros grupos, para cumplir con su parte del puzzle. Finalmente, el equipo base se reúne de nuevo, y cada miembro aporta su trabajo de experto o "pieza de puzzle" para que entre todos y de manera cooperativa lleguen al objetivo didáctico. Según varios autores es de las prácticas más utilizadas y con mejores resultados en el aprendizaje.

2. Tutoría entre iguales: Esta técnica se basa en crear parejas heterogéneas con roles distintos: uno es el tutor y el otro el tutorado. Tiene un objetivo común y una estructura de trabajo definida por el profesor. El alumno tutorado aprende gracias a la ayuda que le ofrece el compañero tutor, quien a su vez aprende y consolida los conocimientos, enseñando. Es un método muy utilizado, con muy buenos resultados sobre todo para la inclusión y la educación de calidad.

3. Controversia académica: Se trata de generar un debate en grupos sobre un tema nuevo para que lo descubran y lo analicen desde distintas perspectivas y finalmente diseñen un reporte que mejor explique el tema. Es un método muy interesante para trabajar temas nuevos, donde se admiten distintas visiones y permiten a los alumnos el desarrollo del pensamiento crítico.

4. Investigación en grupo: Se considera el grupo-clase como una comunidad científica que investiga sobre un tema. El docente propone un objetivo sobre un tema, a través de un problema, pregunta o reto. Se divide la clase en subgrupos y cada uno de ellos debe investigar y encontrar la solución o la propuesta, a partir de un subtema elegido y pactado con el profesor. Finalmente, cada grupo presenta los descubrimientos y conclusiones al resto de la clase.

5. Enseñanza recíproca: Esta técnica sería interesante para trabajar la comprensión de los problemas de matemáticas, pero no es muy utilizado en esta materia. La idea del método es dividir un texto complejo en partes y así facilitar su comprensión.

6. Por número. Se da un número del 1 al 4 a cada miembro del equipo (equipos de cuatro). Se propone una actividad que deben resolver de forma cooperativa. Luego, el profesor dice un número del 1 al 4, y al que le toque, deberá explicar la resolución del problema o reto propuesto. Es una manera de que todos se impliquen ya que saben que después tendrán que explicarlo. Este método se puede combinar con algunos de los anteriores.

Otras técnicas para combinar con los anteriores son:

7. Lápices al Centro: La clase se divide en grupos de 4 o 5. El profesor plantea un ejercicio o problema e inmediatamente dice: “Lápices al centro”. Los alumnos deben dejar los lápices o bolígrafos en el centro de la mesa y comentar entre todos la resolución del ejercicio o problema. Deben ponerse de acuerdo en la resolución. Cuando acaba el tiempo permitido para esta primera parte, cada miembro del equipo debe solucionar el problema o ejercicio en silencio y de forma individual.

8. 1-2-4: Es una técnica también muy atractiva ya que permite al estudiante trabajar de forma individual, en pareja y grupal. Se suelo utilizar una hoja que dividen en 3 columnas: la primera para el trabajo individual, la segunda, en pareja y finalmente, en grupo. Se plantea un problema y primero, se trata de resolver de forma individual. Pasado un tiempo, se ponen en

parejas y ponen en común sus respuestas. Por último, comparten todas las respuestas y tratan de unificarla en una sola que escribirán en la última columna.

Con estas técnicas se consigue mejorar el aprendizaje y las habilidades sociales aprovechando el valor de la comunidad que ofrecen distintas maneras de ser, de hacer y de pensar. De esta manera, los alumnos no sólo se benefician de nosotros sino de todo su entorno. En consecuencia, el resultado final es mucho más rico.

Las ventajas de estas técnicas y del aprendizaje cooperativo son varios:

Aumenta la motivación: Al ser una metodología activa donde los alumnos tienen un rol más activo y autónomo, muestran mayor iniciativa e implicación.

Mejora la comprensión: Esta metodología facilita la comprensión de los conceptos ya que se apoyan y se lo explican entre ellos.

Incrementa el rendimiento: Las consecuencias de aumentar la motivación y la comprensión es que mejora la calidad del trabajo a realizar, así como el dominio de los conceptos.

Enriquece la convivencia: Al tener todo un mismo objetivo, se sienten más alineados y unidos y se refuerzan los lazos entre ellos mejorando la integración, las relaciones personales, y la autoestima.

En materias complejas y novedosas como son las matemáticas, se ha visto en diferentes investigaciones los múltiples efectos positivos del aprendizaje cooperativo.

3. Propuesta de intervención

3.1. Presentación de la propuesta

Con el objetivo de reducir el fracaso escolar y aumentar el rendimiento académico en matemáticas en segundo de la ESO, hemos detectado la importancia de generar interés y motivación en los estudiantes. Es por ello que se plantea una propuesta de intervención basada en la diversión y la creatividad del juego.

Ya vimos en el marco teórico la potencia que tiene el juego y el trabajo cooperativo en el aprendizaje significativo y de calidad del alumnado, así que, ambas metodologías van a estar presentes en esta propuesta.

Se trata de construir una unidad didáctica distinta a lo tradicional donde el alumno tendrá un papel mucha más activo y autónomo.

El rol del docente consta principalmente de explicar bien el funcionamiento de cada actividad, asumir el rol de guía y facilitador, y finalmente, confiar y empoderar al alumnado para que saque el máximo provecho de cada sesión.

Este es un planteamiento inicial, pero puede que necesite ser ajustado a la diversidad y necesidad del grupo una vez puesto en marcha. Por esta razón, el profesor debe ser capaz de escuchar y empatizar con ellos e ir adaptando las actividades si es necesario.

Los contenidos a trabajar en esta intervención son contenidos de álgebra de segundo de la ESO que se planifican en 12 sesiones.

Es importante tener bien construida y organizada esta parte ya que en muchas ocasiones los profesores no utilizan juegos por la falta de tiempo o de hábito. En consecuencia, si lo tenemos bien definido todo y preparado, no tendremos ese problema. Y a pesar de estar jugando e intentar crear un ambiente de diversión mientras se aprende, habrá una serie de normas y objetivos que se deberán cumplir ya que, fundamentan el aprendizaje y no debemos perder esto nunca de vista.

3.2. Contextualización de la propuesta

Esta propuesta se realiza para una escuela situada en un barrio urbano de Madrid de nivel socio-económico medio-alto. Se ofrece educación desde los 3 hasta los 18 años.

Es un centro educativo privado de iniciativa social, promovido por la Compañía de Jesús. Se define como un centro de vanguardia, innovador y en continuo crecimiento, con un clima institucional de confianza, responsabilidad y libertad y con capacidad de análisis crítico y de actuación reflexiva.

El grupo-clase donde se realiza la intervención está formado por 8 chicas y 8 chicos. Del total de 16 alumnos hay 2 personas que necesitan plan individualizado. Hay un 60% de la clase que tiene muy buenos resultados, pero el resto, no tanto. Hay cierta desmotivación y rechazo hacia las matemáticas en el grupo. No hay alumnado repetidor, pero hay una niña nueva que acaba de llegar de Méjico. Hay muy buen clima en el aula.

Para la elaboración de dicha propuesta se ha tenido en cuenta la ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE 2013), el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, así como la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de la Educación Primaria, Educación Secundaria y el Bachillerato a nivel estatal.

3.3. Intervención en el aula

3.3.1. Objetivos

Objetivos generales de etapa

Para esta propuesta se proponen en el Anexo A los objetivos generales de etapa tal y como se establece en la normativa vigente.

Objetivos específicos didácticos

OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos.

OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana.

OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.

OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, respetando la jerarquía de las operaciones U las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias.

OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.

OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido. Calcular operaciones combinadas tanto de expresiones aritméticas como algebraicas, respetando la jerarquía de las operaciones

3.3.2. Competencias

Con esta propuesta de intervención se pretende contribuir a las competencias del currículo español que establece la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Se especifica a continuación como van a ser trabajadas durante la intervención.

Tabla 2: Competencias clave

Comunicación lingüística (CL)	Comprender los enunciados y problemas. Expresar de forma oral y escrita la resolución de distintos ejercicios o problemas. Saber exponer de forma clara los contenidos de la unidad didáctica. Preguntar o debatir sobre distintos contenidos. Comunicarse de manera clara y comprensible en las dinámicas grupales.
Competencia matemática (CM)	Intrínseca en la asignatura.
Competencia digital (CD)	Utilizar recursos tecnológicos para distintos juegos matemáticos. Uso de videos para profundizar el aprendizaje de los contenidos. Uso de recursos tecnológicos para la búsqueda de información. Uso de la calculadora.
Aprender a aprender (AA)	Uso de recursos tecnológicos para trabajar el álgebra. Búsqueda de información y descubrimiento de conocimientos en internet. Ordenar y esquematizar la información a partir de un mapa conceptual. Preparar presentaciones y realizar exposiciones en clase.

Competencias sociales y cívicas (SC)	Trabajar en grupos de forma cooperativa estableciendo unas normas de comunicación para que haya respeto, igualdad y tolerancia en el grupo. Trabajar en clase problemas de la vida cotidiana de tipo social y cívico teniendo en la educación en valores. A través de los enunciados de los problemas se les puede hacer reflexionar sobre los valores que nos hemos propuesto trabajar este curso y que están concretados en la programación.
Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (IE)	Proponer ejercicios o problemas para salir a la pizarra o realizar en casa de forma voluntaria. Participación en debates que surjan sobre los contenidos de forma espontánea. Realizar de forma voluntaria un proyecto sobre la evolución del álgebra y sus diferentes usos.

Fuente: Elaboración propia a partir de las competencias establecidas en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre.

3.3.3. Contenidos

En esta intervención nos centramos en los siguientes contenidos que detallamos a continuación y que se determinan en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, en el bloque de contenidos de Números y Álgebra de 1º y 2º de la ESO:

C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.

C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.

C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.

C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.

Se muestran en la tabla 3 los contenidos de la unidad didáctica relacionándolos con los objetivos específicos y los estándares.

Tabla 3: Objetivos específicos, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje para matemáticas de 2º de la ESO

OBJETIVOS DIDÁCTICOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<p>OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos.</p> <p>OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana.</p>	<p>C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.</p>	<p>CE1: Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sobre su comportamiento al modificar las variables, y operar con expresiones algebraicas.</p>	<p>EA1: Describe situaciones o enunciados que dependen de cantidades variables o desconocidas y secuencias lógicas o regularidades, mediante expresiones algebraicas, y opera con ellas.</p> <p>EA2: Identifica propiedades y leyes generales a partir del estudio de procesos numéricos recurrentes o cambiantes, las expresa mediante el lenguaje algebraico y las utiliza para hacer predicciones.</p>
<p>OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.</p> <p>OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias.</p>	<p>C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p>C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.</p>	<p>CE2: Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver ecuaciones de primer y segundo grado aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.</p>	<p>EA3: Identifica y calcula expresiones algebraicas sencillas, como sumas, restas, producto y fracciones.</p> <p>EA4: Utiliza las identidades algebraicas notables y las propiedades de las operaciones para transformar expresiones algebraicas.</p>

OBJETIVOS DIDÁCTICOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DEAPRENDIZAJE
OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido.	C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.	CE3: Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.	EA5: Comprueba, dada una ecuación de primer o segundo grado, si un número (o números) es (son) solución de la misma. EA6: Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado y las resuelve e interpreta el resultado obtenido.

Fuente: Elaboración propia a partir de los elementos de aprendizaje que se detallan en el Real Decreto

1105/2014, de 26 de diciembre.

3.3.4. Metodología

La esencia metodológica de esta intervención es la participación y la movilización del alumnado a través del juego es por ello que se minimizarán las explicaciones de conocimientos de forma magistral. Se combinarán juegos en formato individual o grupal y a partir de estructuras más tradicionales hasta las más novedosas. Las sesiones se realizarán en el aula habitual.

En la primera sesión se hará una introducción de las metodologías activas a utilizar y se les explicará brevemente los beneficios de dichas metodologías. Asimismo, se les hará un resumen de las sesiones, los contenidos a trabajar y las evaluaciones que se realizarán.

Las clases se iniciarán siempre con una introducción de la sesión junto a un espacio para solucionar dudas respecto las sesiones anteriores. Luego se realizará la actividad o las actividades previstas en clase y se cerrará la sesión con un resumen destacando las cosas más importantes del día y las tareas previstas para preparar la siguiente sesión. Se dedicarán cinco minutos de inicio y cinco de cierre. Se realizará al alumnado un cuestionario de satisfacción al finalizar las sesiones (Anexo B) y así podremos ir mejorando las siguientes.

Se intentará optimizar el trabajo en el aula y minimizar las tareas en casa.

El docente actuará como guía y facilitador del aprendizaje con una mirada de confianza y fe en sus alumnos. Se buscará una relación cercana y espacios seguros de comunicación tanto individuales como grupales para que puedan expresar tanto sus dificultades cognitivas como emocionales.

Se incorporará un buzón con preguntas, dudas, inquietudes o sugerencias de forma anónima. Se recogerán las aportaciones en la última clase de la semana y se compartirán en la primera clase de la semana siguiente, siempre de forma anónima. Dependiendo de cada tema, si es necesario, se organizará un espacio ad-hoc para su revisión. Lo que se pueda resolver durante los 5 minutos de la primera clase, se resolverá.

A pesar de haber una planificación de contenidos y actividades, se podrán realizar las adaptaciones que sean necesarias en función de las necesidades del grupo.

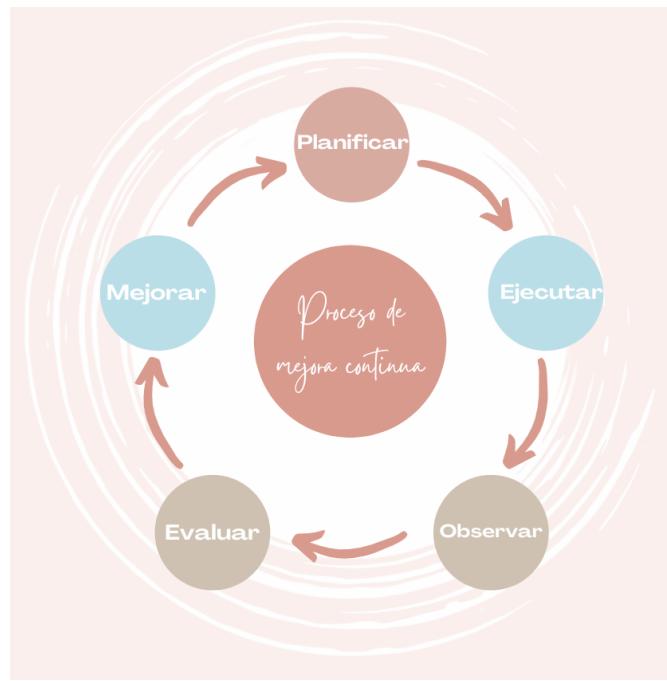
En la tabla 4 encontramos una repartición de funciones del docente según su momento respecto la clase: antes, durante y después de la clase.

Tabla 4: Funciones del docente según el momento de la clase

Momentos	Funciones
Antes	Preparar y planificar la clase y los recursos necesarios.
Durante	Estar presente, escuchar con atención y facilitar el conocimiento de manera activa y participativa.
Después	Revisar las valoraciones de las actividades y realizar las adaptaciones.

Fuente: Elaboración propia

Podemos convertir estos momentos o funciones en un ciclo de mejora continua del proceso de aprendizaje del docente. Lo podemos ver en la figura 7.

Figura 7: Ciclo de mejora continua del proceso de aprendizaje

Fuente: Elaboración propia

3.3.5. Cronograma y secuenciación de actividades

En la siguiente tabla, se presenta un cronograma de la propuesta. Se presentan las actividades, la evaluación de cada actividad, así como su relación con las competencias y los objetivos didácticos. También encontramos los objetivos de etapa para secundaria establecidos por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, que se relacionan con todos los objetivos didácticos.

Esta propuesta didáctica se sitúa a mitad de curso durante el segundo trimestre justo a la vuelta de las vacaciones de Navidad. Los alumnos ya habrán realizado los contenidos sobre fracciones y porcentajes y proporcionalidad. Se realizarán 12 sesiones de 55' minutos durante 4 semanas. De estos 55' hay que tener en cuenta que de manera aproximada y dependiendo del día y de la sesión, 5 minutos deberán dedicarse a la apertura de la sesión y 5 minutos, al cierre.

Seguido del cronograma, se detalla en una ficha la descripción de cada sesión. Esta propuesta se adaptará al nivel y necesidades del grupo-clase.

Tabla 5: Cronograma de las sesiones

Nº	OD	ACTIVIDADES	MIN	EVALUACIÓN	COMPE-TENCIAS
1	OD1 OD2 OD3	Actividad 1: Juego para 'romper el hielo' Actividad 2: Presentar el cronograma Actividad 3: Ideas previas Actividad 4: Reto "Pirámide de los números"	10' 10' 20' 15'	Rúbrica	CM, CL, AA, SC, IE
2	OD1 OD2 OD3 OD4	Actividad 5: Expertos que estudian sobre el álgebra Actividad 6: Dibujo de expresiones algebraicas	35' 15'	Rúbrica + escala de valoración	CM, CL, AA, SC, IE
3	OD1 OD2 OD3	Actividad 7: La sabiduría del Gran Mago Actividad 8: Juego de dados "del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico"	25' 25'		CM, CL, AA, SC, IE, CD
4	OD4 OD5	Actividad 9: Debate sobre el uso del álgebra. 'Es útil' vs 'no es útil' o como alternativa, el uso del juego en el aprendizaje de las matemáticas/álgebra. Actividad 10: Escape brujería.	15' 40'	Escala de valoración	CM, CL, AA, SC, CD, IE
5	OD3 OD4 OD5	Actividad 11: Juegos reunidos matemáticos: Bingo, dominó y cuadrado mágico.	45'	Rúbrica	CM, CL, AA, SC,
6	OD5	Actividad 12: Juego de la Oca	45'		
7	OD2 OD3 OD4 OD5 OD6	Actividad 13: Gincana Matemática (introducción a la resolución de problemas)	45' 10'		CM, CL, AA, SC,
8,9	OD2 OD3 OD4 OD5 OD6	Actividad 14: Juego de dados para elegir problemas (parejas) Actividad 15: Juego de dados para elegir problemas (individual) Entrega del cuaderno de clase	25' 20'	Rúbrica	CM, CL, AA, SC,
10	OD2 OD3 OD4 OD5 OD6	Actividad 16: Síntesis y repaso Actividad 17: Trivial matemático individual de repaso de todo (sobre todo problemas)	30' 25'		CM, CL, AA, SC, CD
11	OD1 OD2 OD3 OD4 OD5 OD6	Actividad 18: Prueba final	55'	Examen final	CM, CL, AA
12	OD1 OD2 OD3 OD4 OD5 OD6	Actividad 19: Corrección Examen Actividad 20: Escape room juego de mesa	25' 30'		CM, CL, AA, SC, IE

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Ficha Sesión 1

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		1
Contenidos		
C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.		
Objetivos		
OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos. OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana. OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Se inicia la sesión con un juego para 'romper el hielo' tras las vacaciones de navidad y conseguir mayor atención y presencia a la vez que reconectamos con ellos (Anexo C). Seguidamente se presenta el cronograma con los contenidos, las actividades, la evaluación y una sencilla introducción de porqué vamos a utilizar el juego como base metodológica. Tras esta sencilla presentación del temario y de cómo vamos a trabajar, se inicia la actividad 3. Se trata de una actividad para conocer lo que saben los alumnos. Para ello se les propone realizar una lluvia de ideas sobre el álgebra. Se enganchan 4 cartulinas en la pared alrededor del aula y en cada una de ellas en la parte superior, se escribe uno de estos temas: Origen/Historia, usos del álgebra, lenguaje algebraico y expresiones algebraicas. Se divide la clase en 4 grupos y cada grupo se coloca al lado de una de las cartulinas. Se les deja 5 minutos para exponer y escribir el máximo número de ideas posibles de cada tema. El grupo que consiga más ideas escritas, será el primero en exponer su tema. Para que sea una lluvia de ideas constructiva pediremos a los estudiantes que sigan este sencillo guion: 'lo que me gusta de tu idea es...y además yo añadiría...' de esta manera intentamos evitar juicios sobre otros fomentando la creatividad del grupo. Todas las ideas son bienvenidas. Tendrán un minuto para exponerlas. Al terminar, se deja un espacio para preguntas o nuevas aportaciones. El profesor completa la información y proyecta el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=XdQNsTJ7R3I Finalizaremos la clase con otra actividad, un juego llamado la pirámide de los números. Se trata de un juego para introducir el álgebra y el uso de las letras como incógnitas. Se realiza por parejas que elegirá el profesor de forma aleatoria (Anexo D). 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CM, CL, AA, SC, IE	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos		Evaluación
Cartulinas DIN A3, rotuladores y un aula amplia con pizarra digital y proyector.		Diagnóstica e inicial: Rúbrica para la actividad grupal. Heteroevaluación y coevaluación.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7: Ficha Sesión 2

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		2
Contenidos		
<p>C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.</p> <p>C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p>C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.</p>		
Objetivos		
<p>OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos.</p> <p>OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.</p> <p>OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias.</p>		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Se inicia la sesión dejando un espacio para dudas o preguntas respecto lo visto el día anterior. Se continua con una actividad de aprendizaje cooperativo basada en la técnica Jigsaw o Puzle. Se dividen en grupos y recordamos rápidamente el funcionamiento de esta técnica. El objetivo final consta de realizar un mapa conceptual sobre los contenidos de álgebra (pueden hacerlo en papel o en formato digital). Los temas que los expertos deben investigar son: <ul style="list-style-type: none"> - El lenguaje algebraico. Elementos de las expresiones algebraicas. Valor numérico - Operaciones de Monomios y Polinomios - Transformación de expresiones algebraicas - Ecuaciones de primer y segundo grado Dejaremos 10 minutos para la fase de investigación de los expertos y 10 minutos para que el grupo base llegue al objetivo final. Finalmente, cada equipo presenta el mapa conceptual que ha realizado. El profesor facilita el contenido que va surgiendo y añade lo que sea conveniente para completarlo. Se termina la sesión, con una actividad sencilla para empezar a practicar ejercicios con expresiones algebraicas (Anexo E). 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, CS, AA, IE	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos		Evaluación
Cartulinas DIN A3, rotuladores y un aula amplia con pizarra digital y proyector.		Inicial. Rúbrica de la actividad cooperativa. Heteroevaluación y coevaluación. Diagnóstica e inicial. Escala de valoración del mapa conceptual. Heteroevaluación.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8: Ficha Sesión 3

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		3
Contenidos		
<p>C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.</p> <p>C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p>C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.</p>		
Objetivos		
<p>OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos.</p> <p>OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.</p>		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Se inicia la clase con un juego de magia llamado la sabiduría del Gran Mago. Se les pide que piensen en un número y seguidamente iniciamos el juego (Anexo F). Seguimos con otra actividad para seguir practicando el lenguaje algebraico (Anexo G). Para cerrar la sesión cada alumno debe compartir 'el aprendizaje del día o de la semana'. Primero se les deja 1 minutos para reflexionarlo, luego lo escriben en un papel y finalmente, lo comunican a toda la clase. El docente va anotando en la pizarra todos los aprendizajes y hace un resumen final de los contenidos sobre expresiones algebraicas y sobre ecuaciones: <ul style="list-style-type: none"> - Del lenguaje verbal al lenguaje algebraico. - Equivalencias y simplificación de expresiones algebraicas. - Suma, resta y producto de polinomios. 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, AA, SC, IE, CD	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos		Evaluación
Pizarra electrónica o tradicional, 10 fichas de diferentes colores para los 4 grupos, impresión de las tarjetas y del tablero de números.		

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Ficha Sesión 4

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		4
Contenidos		
C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos. C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.		
Objetivos		
OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias. OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Se inicia la clase con un debate sobre el uso del álgebra. 'es muy útil para mi futuro versus 'no es muy útil para mi futuro'. El día anterior se les comunicó que todos debían preparar todos 3 argumentos a favor y 3 en contra ya que aleatoriamente se escogería el grupo a favor y otro, en contra. Se les deja 5 minutos para revisar los argumentos en grupo y seleccionar los más convincentes que comunicará un portavoz del grupo. El equipo que en 3 minutos convenza mejor con sus argumentos, recibirá una tarjeta recompensa (Anexo H). Al terminar, se les reconoce su esfuerzo y participación. Continuamos la sesión con una explicación rápida de los contenidos que vamos a practicar en esta sesión: las operaciones combinadas, las fracciones algebraicas, identidades notables, ecuaciones de primer grado. Para ello, se pide a 4 voluntarios que salgan a la pizarra y expongan los conceptos con algún ejemplo. Que escriban un ejemplo de operación aritmética y al lado, una algebraica. Previamente se pueden ayudar de internet o del libro de matemáticas. Tras este rápido repaso, realizarán un escape room por parejas para practicar estos temas: https://view.genial.ly/6283a95104e8fd0012d8cd1c/interactive-content-escape-room-brujeria 		
		
Competencias		Temporalización
CL, CM, AA, SC, IE, CD		55'
Espacio y agrupamiento		
Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.		
Recursos		Evaluación
Ordenadores, libros de texto, pizarra digital o tradicional, tarjetas recompensa.		Procesual y formativa. Rúbrica para la actividad grupal. Heteroevaluación y coevaluación.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10: Ficha Sesión 5

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		5
Contenidos		
C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos. C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.		
Objetivos		
OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos. OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana. OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios. OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias. OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Para esta sesión se ha diseñado unos Juegos Reunidos Matemáticos (Anexo I). Vamos a dividir el aula en 4 zonas diferentes. En cada zona habrá un juego diferente. Dividimos la clase en grupos de 4 y se intenta que coincidan con nuevos compañeros. Cada grupo elige con qué juego quiere iniciar y se colocan en ese lugar. Se les deja 10 minutos para jugar y luego, se les pide que cambien de juego. Así sucesivamente hasta que hayan participado en todos los juegos. Se incentivará a los alumnos con las tarjetas recompensa que vimos en la sesión 4. Cada vez que se gana en un juego, se anota 2 puntos, si se empata, 1 punto y si se pierde, cero puntos. Así van sumando los puntos hasta terminar los 4 juegos. El equipo que haya conseguido más puntos, obtendrá una tarjeta recompensa para cada uno de sus miembros. El rol del profesor durante la actividad es asegurar el buen funcionamiento de la misma y observar cuáles son las dificultades que siguen teniendo algunos alumnos para hacer un repaso en la siguiente sesión. 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, AA, SC	55'	Aula de matemáticas (reorganizada) y grupos heterogéneos.
Recursos		Evaluación
Mesas y sillas o pufs para crear distintos espacios distendidos y material de los juegos (Anexo I).		Procesual y formativa. Rúbrica para la actividad grupal. Heteroevaluación y coevaluación.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11: Ficha Sesión 6

Título de la unidad didáctica	Número de Sesión	
Juegos algebraicos recreativos	6	
Contenidos		
C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.		
Objetivos		
OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> • Esta sesión la dedicaremos a practicar las ecuaciones de segundo grado utilizando la fórmula o a partir de las identidades notables. • Se trata de un juego de la oca tradicional pero que se juega de forma virtual. Los alumnos se pondrán en grupos de 4 (Anexo J). • El link al juego es el siguiente: <p>https://view.genial.ly/627be79c2bc29b0011e7be95/interactive-content-juego-de-la-oca-claudia-bruna</p>		
		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CM, AA, CD, SC	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos	Evaluación	
Ordenadores.		

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Ficha Sesión 7

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		7
Contenidos		
C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.		
Objetivos		
OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana. OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Esta sesión la dedicaremos a introducir los problemas y la conversión al lenguaje algebraico. Lo haremos a través de un juego llamado Gincana Matemática (Anexo K). La actividad durará 45 minutos y dedicaremos el resto de la clase a dudas y preguntas. 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, AA, SC, CD, IE	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos		Evaluación
Material para las actividades (Anexo K). Evaluación del juego		

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13: Ficha Sesión 8,9

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		8,9
Contenidos		
C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.		
Objetivos		
OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Continuamos en estas sesiones con la resolución de problemas de álgebra. Se iniciará con una actividad que durará 40-45' para trabajar los problemas en grupos y en la siguiente sesión, se realizará la misma actividad, pero de forma individual y con otros problemas (Anexo L). Se guardarán los 30 últimos minutos para resolver los problemas de la lista pendientes de resolver o donde han tenido dificultades o dudas. Se cierra la sesión con un resumen de la tipología de problemas en álgebra y se definirá un esquema para facilitar la resolución de los mismos. En esta sesión los alumnos entregarán el cuaderno de clase para su evaluación. 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, SC, AA, CD, IE	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos		Evaluación
Dados, material actividades		Formativa y procesual. Rúbrica de la actividad cooperativa. Heteroevaluación y coevaluación.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14: Ficha Sesión 10

Título de la unidad didáctica	Número de Sesión	
Juegos algebraicos recreativos	10	
Contenidos		
<p>C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.</p> <p>C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.</p>		
Objetivos		
<p>OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.</p>		
<p>OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias.</p>		
<p>OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.</p>		
<p>OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido.</p>		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> • Iniciamos la sesión con un repaso de todo lo visto y lo que entrará en el examen final. De cada subtema, se realiza un ejercicio en la pizarra y se resuelven las dudas. • La segunda parte de la sesión se les da la opción de estudiar, de practicar o de sentarse con el profesor para resolver dudas. De forma autónoma cada uno decide qué es lo que necesita en estos momentos para preparar mejor su examen final. Los que quieran seguir practicando podrán jugar de forma individual o por parejas a un trivial matemático en formato digital <p>https://view.genial.ly/627be732d7583100182c39eb/interactive-content-trivial-algebraico.</p>		
		
<ul style="list-style-type: none"> • Para aquellos que no tengan dudas ni necesiten practicar se les da la opción de crear un escape room matemático. Esta opción se valorará con un punto extra en la nota final. Se puede realizar de forma individual o en parejas y deben diseñar tanto el juego como los ejercicios y problemas. Se les muestra la herramienta genial.ly para realizarlo y algunos ejemplos. Si no les da tiempo, lo podrán terminar en casa y entregar en la próxima sesión. 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, AA, SC, CD	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos	Evaluación	
Ordenadores, cuadernos de clase, libro de texto.		

Fuente: Elaboración propia

Tabla 15: Ficha Sesión 11

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		11
Contenidos		
<p>C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.</p> <p>C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p>C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.</p> <p>C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.</p>		
Objetivos		
<p>OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos.</p> <p>OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios.</p> <p>OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias.</p> <p>OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.</p> <p>OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido.</p>		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> En esta sesión se realizará el examen final (Anexo M). 		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, AA, SC, CD	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos	Evaluación	
Exámenes impresos	Examen escrito	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 16: Ficha Sesión 12

Título de la unidad didáctica		Número de Sesión
Juegos algebraicos recreativos		12
Contenidos		
C1: Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. C2: El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. C3: Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos. C4: Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.		
Objetivos		
OD1: Identificar el lenguaje algebraico, sus elementos y tipos. OD2: Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales o situaciones de la vida cotidiana. OD3: Realizar operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Calcular la equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas y suma, resta y producto de polinomios. OD4: Calcular operaciones combinadas de expresiones algebraicas, las identidades notables y máximo común divisor para transformar expresiones algebraicas normales o fraccionarias. OD5: Resolver y comprobar ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. OD6: Resolver problemas utilizando expresiones algebraicas e interpretando el resultado obtenido.		
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> Dedicamos los primeros 25 minutos de la clase a resolver el examen. Se proyectarán las soluciones en la pantalla digital y el profesor las irá explicando. La segunda parte de la clase podrán jugar a un escape room de mesa. Se sentarán en grupos de 4 y deberán resolver los enigmas del juego: jeroglíficos, adivinanzas, sudokus, crucigramas. 		
		
Competencias	Temporalización	Espacio y agrupamiento
CL, CM, AA, SC, CD	55'	Aula de matemáticas y grupos heterogéneos.
Recursos	Evaluación	
Ordenador, proyector, pizarra digital, juego de mesa.		

Fuente: Elaboración propia

3.3.6. Recursos

Tabla 17: Recursos

Personales	<ul style="list-style-type: none"> - El docente
TIC	<ul style="list-style-type: none"> - Ordenadores - Pizarra digital - Proyector y pantalla - Aplicaciones informáticas
Espaciales	<ul style="list-style-type: none"> - Aula de matemáticas - Mobiliario para trabajar en grupos de distintas formas: pufs, sofás, sillones, colchonetas...
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Cuadernos - Hojas de papel - Materiales didácticos y audiovisuales - Fichas juegos y dados

Fuente: Elaboración propia

3.3.7. Evaluación

En la tabla 18 encontramos un resumen de los instrumentos de evaluación y los porcentajes de calificación.

Tabla 18: Evaluación

ACTIVIDAD	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	PORCENTAJE DE CALIFICACIÓN (%)
Actividades Cooperativas	Rúbrica de heteroevaluación y coevaluación para el trabajo cooperativo de la actividad. (Formativa y procesual)	10%
Producciones orales (Ideas previas)	Rúbrica de heteroevaluación y coevaluación (Diagnóstica)	10%
Debate	Escala de valoración (Formativa y procesual)	5%
Mapa conceptual	Rúbrica mapa conceptual en equipo (Formativa)	20%
Cuaderno de clase	Rúbrica. (Sumativa y final)	5%
Prueba final	Prueba escrita final realizada por los propios alumnos y rúbrica del cuaderno de clase (Final)	45% prueba final 5% rúbrica cuaderno

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presentan las herramientas que vamos a utilizar para la evaluación de las actividades descritas anteriormente. Para los criterios de evaluación e indicadores nos hemos basado en los objetivos de cada actividad, en los estándares de aprendizaje y en las competencias:

Tabla 19: Rúbrica para las actividades realizadas de forma cooperativa

Aspectos	Nivel 1 Insuficiente	Nivel 2 Mejorable	Nivel 3 Satisfactorio	Nivel 4 Excelente	Pesos
Contribución	Rara vez o prácticamente nunca aporta conocimientos al grupo	Algunas veces, muy casualmente aporta alguna idea	Casi siempre contribuye con ideas	El alumno contribuye y aporta conocimientos e ideas al grupo	2
Participación y cooperación	El profesor le llama la atención y no deja trabajar al resto del grupo	Le llaman la atención los compañeros para que esté atento y coopere con el grupo	El alumno participa pero se distrae puntualmente o se aísla	El alumno está atento, participa de forma activa y trabaja cooperativamente	2
Comunicación	Casi nunca se comunica de manera clara y escucha activamente y con comprensión	A veces se comunica de manera clara y escucha activamente y con comprensión	Generalmente se comunica de manera clara y escucha activamente y con comprensión	Siempre se comunica de manera clara y escucha activamente y con comprensión	2
Roles	No se conocen los roles	No hay roles claros	Confusión de algún rol	Desempeño efectivo de los roles y respeto hacia ellos	2
Conocimientos	Menos del 50% de los resultados correctos	El 60% de los resultados son correctos	El 80% de los resultados son correctos	Cumplimiento de la actividad con todos resultados correctos	2

Fuente: Elaboración propia

Tabla 20: Rúbrica del cuaderno de clase

Aspectos	Nivel 1 Insuficiente	Nivel 2 Mejorable	Nivel 3 Satisfactorio	Nivel 4 Excelente	Pesos
Presentación	Rara vez ha expresado su opinión	Es poco limpio y claro en sus notas y ejercicios	Casi siempre tiene el cuaderno limpio y claro	El cuaderno está limpio y claro	2,5
Contenidos	En el cuaderno no hay ni notas ni tareas ni apuntes de lo realizado en clase	En el cuaderno faltan algunos contenidos y tareas de las realizadas en clase	Está prácticamente todo lo que hemos trabajado en clase	El cuaderno muestra todos los contenidos y ejercicios de la unidad presentada	2,5
Organización	El cuaderno está totalmente desordenado	Muchas partes del cuaderno que están desordenadas	Algunas partes que están desordenadas	Los apuntes y tareas están organizados de manera temporal	2,5
Ortografía	Presenta muchísimas faltas de ortografía	Presenta algunas faltas de ortografía	Apenas presenta faltas de ortografía	No presenta faltas de ortografía	2,5

Fuente: Elaboración propia

Tabla 21: Cuestionario de observación para la exposición oral

Indicadores	Valorar en una escala de 1-10
Se expresa con claridad	
Utiliza una tono de voz tranquilo y mantiene un buen ritmo y realiza las pausas adecuadas	
Mira al público cuando habla	
Se expresa con un amplio vocabulario	
Domina el tema	
Expone de forma coherente y organizada	
Se muestra motivado y activo	
Utiliza soportes visuales u otros recursos	

Fuente: Elaboración propia

Para evaluar la propuesta de intervención no sólo se debe valorar si se han cumplido los objetivos de aprendizaje de los alumnos, sino que también debemos reflexionar sobre las metodologías utilizadas y el rol del profesor. Para ello se ha elaborado un cuestionario de satisfacción que se dará al alumno a mitad y al final del proceso (Anexo B).

En todo momento el profesor estará atento a las necesidades específicas de cada alumno dando un apoyo adicional a aquellos que tengan más dificultades. Cuando se realicen los trabajos en grupo, se harán siempre grupos heterogéneos para que se puedan apoyar y ayudar entre ellos.

3.4. Evaluación de la propuesta

A continuación, se ha realizado una matriz DAFO (tabla 22) para evaluar la propuesta de intervención teniendo en cuenta los objetivos marcados, las metodologías utilizadas, las actividades propuestas, el desempeño del profesor y del alumno y los recursos para llevarla a cabo.

Tabla 22: Matriz DAFO de la intervención

<p>Fortalezas</p> <p>F1. Recurso de juegos entretenidos y divertidos.</p> <p>F2. Diversidad de actividades y juegos.</p> <p>F3. Buena planificación.</p> <p>F4. Alumnado más interesado y motivado.</p> <p>F5. Rol activo del alumno.</p> <p>F6. Combinación de trabajo individual y grupal.</p> <p>F7. Motivación del profesorado por tener actividades diferentes y un sol más secundario (facilitador del aprendizaje).</p> <p>F8. Flexibilidad en la ejecución.</p>	<p>Oportunidades</p> <p>O1. Conseguir motivar a los alumnos e interesarse por las matemáticas y reducir miedos y dificultades</p> <p>O2. Aumentar la seguridad y autoestima.</p> <p>O3. Volver a tener a bordo a aquellos alumnos que habían renunciado a carreras que tuvieran que ver con las matemáticas.</p> <p>O4. Cambiar la perspectiva de que las matemáticas son aburridas y difíciles.</p> <p>O5. Contagiar al resto de docente para cambiar sus modelos de enseñanza.</p> <p>O6. Ser una escuela de referencia en el aprendizaje de las matemáticas</p>
<p>Debilidades</p> <p>D1. Falta de experiencia en el uso de nuevas metodologías por parte del profesor y de los alumnos.</p> <p>D2. Al ser sesiones de trabajo en equipos puede haber más ruido en el aula.</p> <p>D3. Atender a todos sin que el grupo se desbarajuste</p> <p>D4. Complejidad en la aplicación de algunos juegos y necesidad de tiempo para explicar.</p> <p>D5. Falta de tiempo</p>	<p>Amenazas</p> <p>A1. Falta de experiencia como docente en estas nuevas metodologías.</p> <p>A2. Falta de confianza en las nuevas metodologías.</p> <p>A3. Falta de recursos materiales en la escuela.</p> <p>A4. Falta de espacio adecuado para las actividades.</p> <p>A5. Carencias en contenidos o ritmos distintos de aprendizaje</p>

Fuente: Elaboración propia

Se propone también en la tabla 23 un cuestionario de autoevaluación del profesor para su mejora continua.

Tabla 23: Autoevaluación docente de las actividades y metodologías. Escala de valoración.

	1	2	3	4	5
Las actividades estaban bien explicadas y fueron sencillas de ejecutar					
El tiempo que marca cada paso de la actividad es el adecuado					
Las explicaciones son precisas y los estudiantes entendieron bien la actividad y los pasos a seguir					
Los estudiantes mostraron interés en la actividad					
Los estudiantes son los que han construido su propio conocimiento					
Se lo han pasado bien a la vez que han desarrollado competencias sociales y emocionales					
El trabajo en equipo ha funcionado bien y todos han participado					
Se ha observado mayor seguridad y menos miedos					
Los alumnos llegan a clase contentos y con ganas					
Los estudiantes han consolidado los contenidos y aprendido nuevos					

Fuente: Elaboración propia

4. Conclusiones

El objetivo de esta intervención era diseñar una propuesta de intervención para la enseñanza del álgebra de 2º de la ESO a partir del Aprendizaje Basado en Juegos (Gamificación), Aprendizaje Cooperativo y las TIC para mejorar la motivación, los resultados académicos y, en consecuencia, la autoestima académica de los estudiantes de segundo de la ESO. Esto se ha conseguido gracias a la investigación que se ha compartido en el marco teórico y la elaboración de 12 sesiones de trabajo donde se han elaborado diferentes materiales de apoyo.

En el marco teórico se visualizan los objetivos específicos planteados y logrados.

- Analizar la motivación escolar en el siglo XXI.
- Investigar las dificultades más importantes en matemáticas y en concreto en álgebra, en la etapa del primer ciclo de la ESO.
- Estudiar la metodología de ABJ y Gamificación, con y sin TIC en el aprendizaje de las matemáticas.
- Revisar el uso de metodologías cooperativas en la enseñanza de la ESO.

En esta intervención nos hemos centrado en el álgebra ya que suelen ser los contenidos que presentan más dificultades en la ESO. En esta propuesta se ha buscado romper con creencias respecto las matemáticas como que son aburridas y difíciles para reducir el miedo hacia ellas y maximizar la seguridad de los estudiantes aumentando así los resultados académicos. De esta manera, las matemáticas dejan de ser un freno a la hora de elegir una carrera universitaria.

Se ha analizado la motivación de los alumnos en el siglo XXI y se ha investigado sobre las distintas metodologías activas que podían impactar positivamente en su motivación, en concreto, en el aprendizaje del álgebra.

Se ha conseguido una propuesta muy atractiva ya que está centrada en el interés y la diversión de los estudiantes. La variedad tanto a nivel metodológico (ABJ, cooperativo, TIC, gamificación), como de actividades, hace que sea realmente distintiva y original. Todas las actividades son cercanas a los alumnos, sencillas y entretenidas. Es muy relevante prepararlo bien y confiar en los alumnos (Efecto Pigmalion).

Al finalizar este trabajo se concluye que:

- es posible enseñar sin ser el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- es posible enseñar y aprender jugando y divirtiéndose.
- es posible ver las matemáticas de forma más amena e interesante.
- Es necesario conocer en profundidad a los alumnos y adaptarnos a sus necesidades más propias del S.XXI.

5. Limitaciones y prospectiva

Principalmente centraría las limitaciones de este trabajo en la falta de tiempo para desarrollar la propuesta debido a un día a día de mucho trabajo profesional y de madre. Esto ha limitado un poco la profundidad del mismo y la creación de nuevos juegos. Otra limitación que se ha encontrado es la poca experiencia en educación. Es la primera vez que la autora está en contacto con la docencia y eso ha dificultado el trabajo ya que la experiencia de la autora ha sido tan solo las prácticas. Otra limitación que se ha encontrado es la poca información respecto a la autoestima y las matemáticas.

A futuro, sería interesante investigar con mayor profundidad sobre las emociones y la autoestima alrededor del aprendizaje de las matemáticas y las metodologías activas y como éstas afectan en los resultados académicos y éstos, en el futuro de los alumnos y en sus decisiones.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, P., Zamorano, A., Moreno de Barreda, I. (2006). El álgebra y los problemas. Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid <https://www.mat.ucm.es/~imgomez/almacen/piscina/>
- Asunción, S. (2019). Metodologías Activas: Herramientas para el empoderamiento docente. Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0, 7(1), 65–80. Recuperado a partir de <https://ojs.docentes20.com/index.php/revista-docentes20/article/view/27>
- Aulaplaneta. (2015, julio 21). Ventajas Del Aprendizaje Basado En Juegos o Game-Based Learning (GBL) [Infografía]. aulaplaneta.com/2015/07/21/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-juegos-o-game-based-learning-gbl.
- Aulaplaneta. (2015, agosto 11). Cómo aplicar el aprendizaje basado en juegos en el aula [Infografía]. <http://www.aulaplaneta.com/2015/08/11/recursos-tic/como-aplicar-la-gamificacion-en-el-aula-infografia/#sthash.nonAfZ86.dpuf>
- Ausubel, D.P. (1976). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Ed. Trillas. México.
- Ausubel, D.P. (2002). Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Ed. Paidós. Barcelona
- Barba, M. N., Cuenca, M., y Rosa, A. (2007). Piaget y L.S. Vigotsky en el análisis de la relación entre educación y desarrollo. Revista Iberoamericana de Educación, 42(7), 1-12. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/1616Tellez.pdf>
- Barzilai, S., & Blau, I. (2014). Scaffolding game-based learning: Impact on learning achievements, perceived learning, and game experiences. Computers & Education, 70, 65-79.
- Batista Silva A., Gálvez Espinos M., Hinojosa Cueto I. Bosquejo histórico sobre las principales teorías de la motivación y su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Rev Cubana Med Gen Integr. 2010. [citado 22 abr 2013]; 26(2). Disponible en

http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21252010000200017&lng=es&nrm=iso&tlang=es

Beltrán Llera, J.B. (1995). *Psicología de la Educación*. Barcelona: Editorial Boixareau Universitaria.

Bruna, C. (2015). *Descubriendo a Matías*. Editorial Alba.

Carter, C. (2012). *El aprendizaje de la felicidad*. Urano.

Coll Salvador, C. (1988). *Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo*. Infancia y Aprendizaje.

Contreras, M. (1993). Capítulo 8. *Las Matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos. Juegos Algebraicos*. En Grupo Azarquiel (1^a Ed.), *Ideas y actividades para enseñar álgebra* (pp. 151-198). Madrid: Editorial Síntesis.

De Guzmán, M. (2004). *Juegos matemáticos en la enseñanza. Números*: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 59, 5-38. Recuperado de <https://mdc.ulpgc.es/utils/getfile/collection/numeros/id/589/filename/586.pdf>

De Guzmán, M. (1989). *Juegos y Matemáticas. Suma: revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, 84, 61-64. Recuperado de https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/4/SUMA_4.pdf

Del Toro Alonso V. (2012). *El Juego en alumnos con necesidades educativas especiales: Síndrome de West y otras Encefalopatías Epilépticas*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid. facultad de Educación. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid.

Durán Gisbert, D. (2021) *Métodos y técnicas de aprendizaje cooperativo: ayudas para que alumnado y profesorado utilicen la cooperación en el aula*. FECYT. <https://www.fecyt.es/es/FECYTedu/metodos-y-tecnicas-de-aprendizaje-cooperativo-ayudas-para-que-alumnado-y-profesorado>

Aprendizaje basado en juegos para la enseñanza de álgebra en segundo de educación secundaria obligatoria

Fontcubierta, J.M. (2016). Didáctica de la gamificación en la clase de español. Recuperado de https://espanolparainmigrantes.files.wordpress.com/2016/04/didactica_gamificacion_ele.pdf

Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. Suma: Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, (17), 10-16. Recuperado de https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/17/SUMA_17.pdf

Friedman, M. (2005). No school left behind. How to increase student achievement. Columbia, SC: Institute for Evidence-Based Decision-Making in Education, Inc.

GameLearn (s.f) *La teoría del game-based learning.* <https://www.game-learn.com/es/recursos/blog/la-teoria-del-game-based-learning/>

Gardner, H. (2019). Inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI. Madrid: Paidós Ibérica.

Garcés, Enrique J. (1995). Burnout en niños y adolescentes: un nuevo síndrome en psicopatología infantil. Psicothema Vol. 7, nº 1, pp. 33-40. Extraído de la red de <https://www.psicothema.com/pi?pii=954>

García, A. (2011). Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas. Recuperado el 18 de febrero de 2022. <https://anagarciaazcarate.wordpress.com/about/>

García-Rubio, J. (2017). Inclusión y exclusión oculta en la escolarización obligatoria española. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de profesorado, 21 (4), 119-138. <https://www.redalyc.org/pdf/567/56754639007.pdf>

García-Vega, N.O. (2012). La pedagogía de proyectos en la escuela: una revisión de sus fundamentos filosóficos y psicológicos, Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación, 4(9), 685-707. <https://www.redalyc.org/pdf/2810/281022848010.pdf>

Gardner, H. y Davis K. (2013) The app generation: How today's youth navigate identity, intimacy and imagination in a digital World. Yale University Press.

Godino, J., Batanero, C., Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática para Maestros. Matemática y su Didáctica. Manual para Maestros.* Facultad de Ciencias de la Educación. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros>

Hamari, J., Shernoff, D. J., Rowe, E., Coller, B., Asbell-Clarke, J., & Edwards, T. (2016). Challenging games help students learn: An empirical study on engagement, flow and immersion in game-based learning. *Computers in human behavior*, 54, 170-179.

Huertas, J.A (1996). Motivación en el aula y Principios para la intervención motivacional en el aula. En: Motivación. Querer aprender. Buenos Aires: Editorial Aique; 1996.p. 291-379.

Ian Gilbert. (2005). Motivar para aprender en el aula. Las siete claves de la motivación escolar. Barcelona: Paidós Ibérica.

Jiménez, R. (2003): Aprender matemáticas jugando: 1º premio de innovación e investigación educativa. Andalucía.

Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 106, de 4 de mayo de 2006, 17158-17207. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2006/05/03/2>

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 295, de 10 de diciembre de 2013, pp. 97858-97921. <https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 340, de 30 de diciembre de 2020, 122868-122953. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3>

Lins, R. y Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: the current state of the field. En K. Stacey, H. Chick y M. Kendal. (Eds.), *The teaching and learning of algebra. The 12th ICMI Study* (pp. 47-70). Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers

López Fernández I. y Chinchilla Minguet J.L. (2008). "Los juegos y la actividad física en la formación inicial del educador social en España". Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 11 (1), 1-11.

López, A., Ugalde, A.I., Rodríguez, P. y Rico, A. (2015). La enseñanza por proyectos: una metodología necesaria para los futuros docentes. Opción, 31(1), 395-413. [fecha de Consulta 26 de Mayo de 2022]. ISSN: 1012-1587.
<https://www.redalyc.org/pdf/310/31043005022.pdf>

Macías, J. (2017). Metodologías Activas aplicadas por los docentes para alumnos con NEE, asociadas a Discapacidad Intelectual; en la Unidad Educativa Calm. Manuel Nieto Cadena.

Martín, Antonio. H. (2017). Competencia digital educativa: formación del profesorado en las TIC. Tecnología en el aula - Recursos TIC. <https://www.foe.org/competencia-digital-educativa-profesorado/>

Maslow, A. (1954). Motivación y personalidad. Barcelona: Sagitario

Méndez, I. (2015). Prácticas docentes y Rendimiento Estudiantil. Evidencia a partir de PISA 2012 y TALIS 2013. Fundación Santillana, Gobierno de La Rioja e Instituto Nacional de Evaluación Educativa.

Midgley, C., Feldlaufer, H., & Eccles, J. S. (1989). Change in teacher efficacy and student self- and task-related beliefs in mathematics during the transition to junior high school. Journal of Educational Psychology, 81(2), 247-258. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.81.2.247>

Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2018). PISA 2018. Programa para la *Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe Español*. Capítulo 2 (38-80). <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2018/pisa-2018-informes-es.html>

Miñano Pérez, P. (2009). Un modelo casual-explicativo sobre la incidencia de las variables cognitivo-motivacionales en el rendimiento académico. Tesis Doctoral no publicada. Alicante, Valencia, España

Mosquera Gende, I. (2019, Marzo). ¿Gamificas o Juegas? Diferencias entre ABJ y Gamificación. Artículos de Educación. UNIR. <https://www.unir.net/educacion/revista/gamificas-o-juegas-diferencias-entre-abj-y-gamificacion/>

Muntaner Guasp, J., Pinya Medina, C. & Mut Amengual, B. (2020). El impacto de las metodologías activas en los resultados académicos. Profesorado, Revista De Currículum Y Formación Del Profesorado, 24(1), 96-114. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v24i1.8846>

Navas Martínez, L., Sampascual Maicas, G. An exploratory and predictive analysis on the students' goal orientations and goals content. Horizontes Educacionales, Vol. 13, Nº 1: 23-34, 2008. <file:///Users/claudiabruna/Downloads/Dialnet-UnAnalisisExploratorioYPredictivoSobreLasOrientaci-3987426.pdf>

Oteiza, M. (2019). Enseñanza del Álgebra en Secundaria. Estado actual y propuestas didácticas. Trabajo fin de master. UNIR (Re-unir). https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/151008/tfm_2018-19_MFPR_mob868_2544.pdf?sequence=1

Olfos, R. y Villagrán, E. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. Universidad de Viña del Mar. *Integra*, 5. Recuperado el 28 de septiembre del 2016 de <http://matclase.pbworks.com/f/JUEGO2.pdf>

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 25, de 29 de enero de 2015, 6986-7003. <https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2015-738>

Ortega, R (1986). Juego y pensamiento en los niños. Cuadernos de Pedagogía, 133, 33-35.

Ottaviano, M. (2017). Gamificación. Hub Educación.

http://www.hubeducacion.com/descargas/16765_vivero_ottaviano.pdf

Qian, M., & Clark, K. R. (2016). Game-based Learning and 21st century skills: A review of recent research. *Computers in Human Behavior*, 63, 50-58.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 3, de 3 de enero de 2015, pp. 169-546.
<https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

Ripoll O. (2006). El juego como herramienta educativa. *Revista de intervención Socioeducativa. Educación Social*, 33, 11-27.

Robinson, K. y Aronica, L. (2011). El elemento. Descubrir tu pasión lo cambia todo. Debolsillo.

Rodriguez, F. y Santiago, R. (2015). Gamificación: Cómo motivar a tu alumnado y mejorar el clima en el aula. Grupo Océano.

Romero-García, C. Buzón-García, O. & Olivets, A. (2019). Gamificación y Escape Room educativo: Una experiencia para el aprendizaje del álgebra. Congreso iberoamericano. La educación ante el nuevo entorno digital. <http://formacionib.org/congreso-entorno-digital/0023.pdf>.

Rosenthal, R. y Jacobson, L. (2003). "Pygmalion in the classroom: Teacher expectation and Pupils' Intellectual development". Crown House Publishing.<https://www.semanticscholar.org/paper/Pygmalion-in-the-Classroom-Rosenthal-Jacobson/59c14fab51544dc9c5ec4e56c5a962346859c06a>

Padilla, N. et al. (2015). Evaluación continua para el aprendizaje basado en competencias. Una propuesta para videojuegos educativos. *IE Comunicaciones: Revista Iberoamericana de Informática Educativa*, 21.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5113266>

Pérez Zárate, J.I. (2014). Errores algebraicos más comunes que comenten los alumnos de bachillerato. *Con-Ciencia Boletín Científico De La Escuela Preparatoria* No. 3, 1(2). <https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa3/article/view/1644>

Pintrich, P. R. y Schunk, D. H. (2006). Motivación en Contextos Educativos. Teoría investigación y aplicaciones. (2º ed.) (Cap 1). Madrid: PEARSON EDUCACION, S. A.

Qian, M., y Clark, K. R. (2016). Game-based Learning and 21st century skills: A review of recent research. *Computers in Human Behavior*, 63, 50-58.

Salvador, A. (sin fecha). El juego como recurso didáctico en el aula de Matemáticas. (Presentación Power Point). Material no publicado. Universidad Politécnica de Madrid, Madrid. <https://slideplayer.es/slide/14180818/>

Shute, V. J., & Ke, F. (2012). Games, learning, and assessment. In *Assessment in game-based learning* (pp. 43-58). Springer, New York, NY.

Socas, M.M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la educación Secundaria. (Cap. V, pp. 125-154). En Rico, L. y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: ICE/ Horsori.

Socas, M. M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1989). Iniciación al Álgebra. Madrid: Síntesis.

Tálamo, A., Mellini, B., Frossard, F. y Barajas, M. (s.f). Cuando los profesores diseñan juegos. Recomendaciones para prácticas creativas de aprendizaje basado en juegos. *ProActive Project – Fostering teachers' creativity through Game-Based Learning*. http://www.ub.edu/euelearning/proactive/documents/ProActive_guidelines_ES.pdf

Tapia, J.A. (1991). Motivación y aprendizaje en el aula: Cómo enseñar a pensar. Madrid: Aula XXI/Santillana

Tinajero Márquez, L. (2008). Desmotivación en el aula y fracaso escolar en España desde la psicología de la educación. La Libreta.

Tippelt, R. y Lindemann, H (2001). *El Método de proyectos*. Basel: Beltz.

Toro, F (2009). *Motivación para el Trabajo. Conceptos, Hechos y Evidencias Contemporáneos*.

Medellín: Editorial Cincel.

Torres, A. (2019). Informe PISA: España obtiene sus peores resultados en ciencias y se estanca en matemáticas. Los alumnos españoles de 15 años se sitúan por debajo de la media de la OCDE, aunque el estancamiento en los resultados se extiende a la mayoría de los países avanzados. Recuperado el 16 de diciembre de 2019 de https://elpais.com/sociedad/2019/12/03/actualidad/1575328003_039914.html

Tourón, J., Santiago, R. y Díez, A. (2014) *The flipped classroom: Cómo convertir la escuela en un espacio de aprendizaje* (Libro electrónico) Digital-Text. Grupo Océano. Recuperado de Apple iBooks Store (iTunes): <https://itunes.apple.com/es/book/the-flipped-classroom/id930102415?mt=11>

Usán Superviá., P., & Salavera Bordás, C. (2018). Motivación escolar, inteligencia emocional y rendimiento académico en estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria. *Actualidades en Psicología*, 32(125), 95. <https://doi.org/10.15517/ap.v32i125.32123>

Vallejo Portuondo G. El aprendizaje desde la perspectiva de la motivación profesional y las actitudes. Medisan.2011. [citado 22 abr 2013]; 15(3). Disponible en: http://bvs.sld.cu/revistas/san/vol_15_3_11/san14311.htm

Varas, M. y Zariquey, F. (2011). Técnicas formales e informales de aprendizaje cooperativo. J. C. Torrego (Coord.). *Alumnos con Altas Capacidades y Aprendizaje Cooperativo. Un modelo de respuesta educativa*. Madrid: SM. https://educrea.cl/wp-content/uploads/2018/11/Tecnicas_de_aprendizaje_cooperativo.pdf

Vázquez, J.L. (2004). Matemáticas, ciencia y tecnología. Una relación profunda y duradera. En Rodríguez, R y Zuazua, E (coordinadores), *De la aritmética al análisis: historia y desarrollos recientes en matemáticas* (pp.183-244). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Woofolk, A. (1996). *Psicología Educativa*. México: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

Woolfolk, A. (2022). *Psicología Educativa*. Prentice Hall.

Wonnova (2013). Gamificación. Recuperado el 3 de abril de 2013.

<http://wonnova.es/gamification>

Yuste, F.C. (1994) *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid: Síntesis

Zemelman, S. et Al. (1998). *Best Practise: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools*. Ed. Hinemann

Anexo A. Objetivos generales de etapa

OG1: Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

OG2: Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

OG3: Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

OG4: Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

OG5: Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

OG6: Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

OG7: Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

OG8: Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

OG9: Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

OG10: Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

Anexo B. Cuestionario de satisfacción alumnos

Tabla 24: Cuestionario de satisfacción de las metodologías y el profesor.

			Nunca	A veces	Siempre
			1	2	3
Metodologías de Aprendizaje	Me he sentido motivado por aprender				
	He resuelto las dudas que tenía				
	Me lo he pasado muy bien				
	He llegado a los objetivos de aprendizaje				
	Me siento más seguro con las matemáticas				
	Hago menos errores				
	Me gustan las matemáticas				
Profesor	Explica de forma clara				
	Es cercano y empático				
	Transmite pasión por lo que hace				
	Te ayuda a pensar				
	Confía y te conecta con tu mejor versión				
	Resuelve las dudas de forma clara				
	Promueve la participación de todos				
Comentarios					

Tabla 25: Cuestionario de satisfacción de los juegos.

	Nada	Bastante	Mucho
Con este juego se aprende matemáticas			
Es estimulante y motivador			
Es fácil de ejecutar			
El juego es divertido y entretenido			
Jugando se aprende más			
Las instrucciones eran claras			
Se aprende más cuando jugamos en grupo que de forma individual			
Comentarios			

Fuente: Elaboración propia

Anexo C. Actividad para romper el hielo

Se trata de un juego de observación. Se colocan los estudiantes en dos filas enfrentadas. Si hay un número impar de estudiantes, el profesor puede incorporarse. Se les da 30 segundos para que se miren prestando atención a todos los detalles de su pareja, persona que tiene enfrente. Los estudiantes de una fila se dan la vuelta hacia el otro lado mientras que la otra fila cambia algo de su aspecto. Por ejemplo, una alumna que lleva el pelo suelto puede hacerse una coleta o un alumno puede ponerse las gafas de ver. Los niños de la primera fila se dan la vuelta y tienen que adivinar qué ha cambiado en el otro. Después es la primera fila que debe cambiar algo y la segunda adivinar el cambio.



Anexo D. La Pirámide de los Números

La utilización del álgebra y el uso de las letras como incógnitas facilita muchas veces la resolución de acertijos y problemas aparentemente muy alejados de las matemáticas tradicionales. Vamos a practicarlo con esta pirámide de números.

Material:

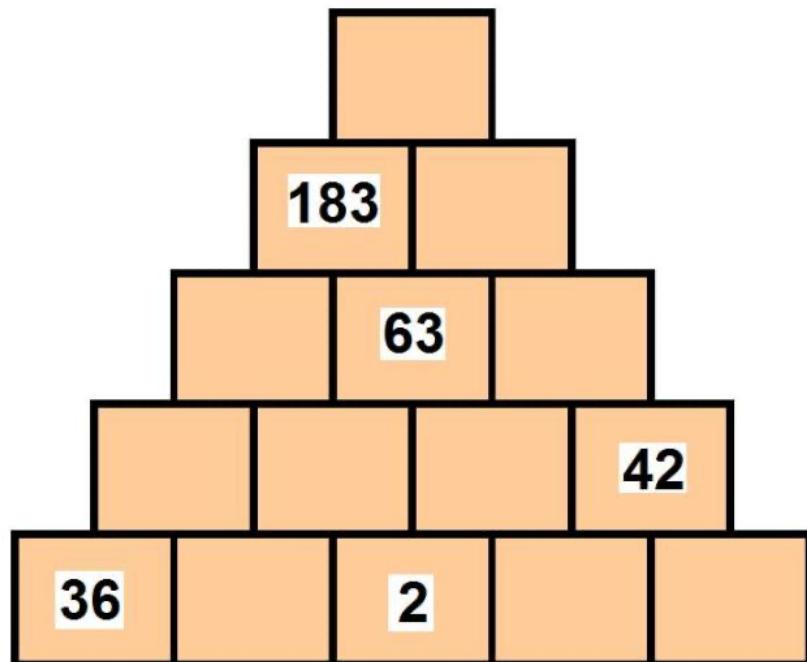
- Pirámide de los números (figura 8)
- Lápices o bolígrafos.

Desarrollo del juego:

Se trata de llenar con números toda la pirámide, teniendo en cuenta que el número en cada casilla es la suma de los dos números que tiene debajo. Lo trabajaremos en clase por parejas.

Se les dejará 10 minutos para resolverlo y 5 para corregirlo entre todos.

Figura 8: La pirámide de los números



Fuente: García, A. (2011). Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas

Anexo E. Dibujo Algebraico

Este pequeño pasatiempo refuerza las diversas formas de trabajar con expresiones algebraicas, sumar, multiplicar, dividir, reducir, expandir, sacar factor común. Es muy útil al empezar o volver, al uso de las letras en álgebra.

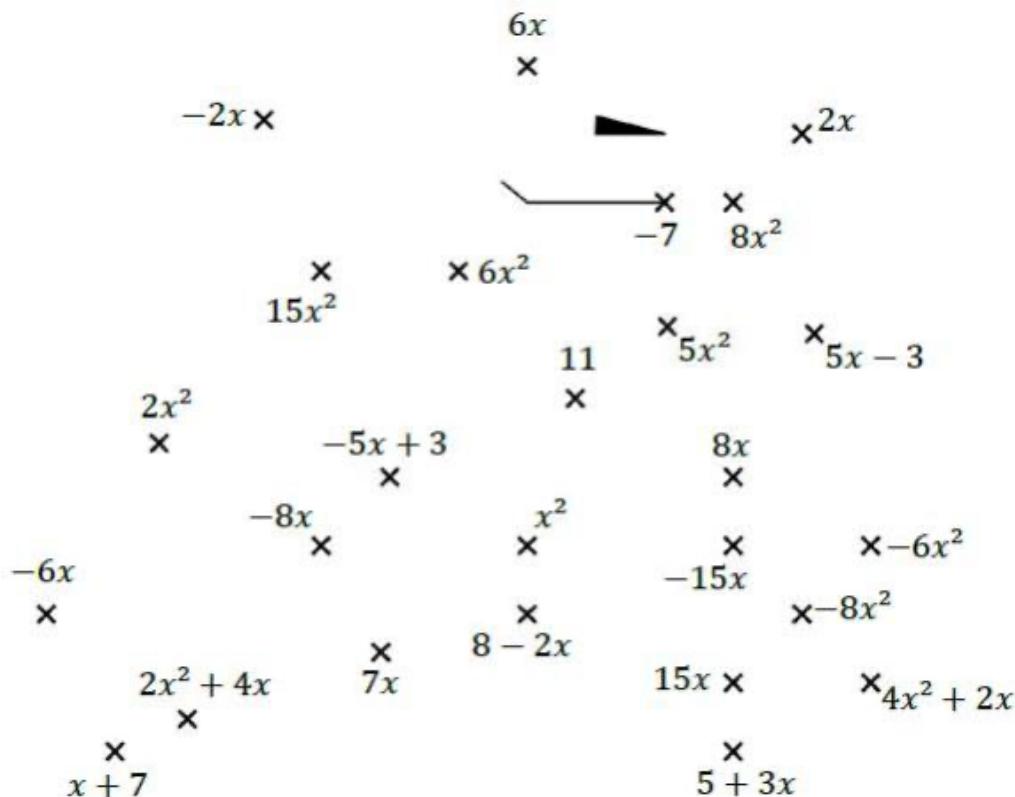
Material:

- Pasatiempo algebraico
- Lápices o bolígrafos.

Desarrollo del juego:

En este dibujo, aparecen expresiones algebraicas reducidas asociadas a un punto del dibujo, marcado con una cruz. Traza una línea entre estos puntos, siguiendo el orden de las expresiones que te damos a continuación:

Figura 9: Pasatiempo algebraico



NOTA: Esta actividad está sacada de un material de la APMEP francesa (Asociación de profesores de Matemáticas de la Enseñanza Pública)

Expresiones algebraicas:

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $5x \cdot 3x$ | 11) $2x(2x+1)$ |
| 2) $-6x^2 + 4x + 2x + 7x^2 - x^2$ | 12) $5x - (2x - 5)$ |
| 3) $x + x$ | 13) $-5x^2 + 7 + x + 6x^2 - x^2$ |
| 4) $(-2x)(-4x)$ | 14) $2(x - 4x)$ |
| 5) $(3x + 2) - (3x + 9)$ | 15) $(-4x^2 + 6x) + (6x^2 - 2x)$ |
| 6) $x \cdot 6x$ | 16) $5 \cdot 3x$ |
| 7) $3 - 5x$ | 17) $-5x^2 - 3x^2$ |
| 8) $x \cdot x$ | 18) $5(-3x)$ |
| 9) $2x \cdot 4$ | 19) $2 + (6 - 2x)$ |
| 10) $x^2 + 7x - 7(x^2 + x)$ | 20) $-7x - x$ |
| | 21) $(-3x)(-5x)$ |

Por ejemplo, la primera expresión, $5x \cdot 3x$, cuando se reduce da como resultado $15x^2$. Debes por lo tanto iniciar el dibujo por el punto que lleva esta expresión. Desde ese punto trazarás una línea hasta el punto que lleve la expresión reducida de $-6x^2 + 4x + 2x + 7x^2 - x^2$ y así sucesivamente.

Anexo F. La sabiduría del gran mago

Seguimos con los acertijos, el juego y la diversión mientras aprendemos matemáticas.

Material:

- Hojas de papel
- Lápices o bolígrafos
- Pizarra digital o tradicional

Desarrollo del juego: Este juego trata de magia numérica y realiza la explicación el docente y luego hará preguntas a los alumnos que deberán responder de forma individual. El gran mago ordena que hagamos la siguiente operación: "Piensa un número cualquiera. Súmale 3. Multiplica el resultado por 2. Réstale 8. Divide por 2"

¿Cuánto os da? El número que pensaste es X.

Pedimos que piensen en otro número y realizamos el juego de nuevo. A continuación, se les pide que por parejas traduzcan al lenguaje algebraico la operación del Gran Mago:

$$x, \quad x+3, \quad 2(x+3), \quad (2x+6)-8, \quad 2x - 2, \quad x - 1$$

Veamos otro ejemplo y dejamos 10 minutos para que reflexionen:

El gran mago ordena que hagamos la siguiente operación: "Piensa un número cualquiera. Multiplícalo x 3. Suma al resultado 12. Después réstale 9 y finalmente, divídelo por 3 y súmale 7".

Se ponen por parejas para reflexionar sobre esta actividad y crear su propio acertijo.

- ¿Cuáles son las expresiones algebraicas de este acertijo?
- ¿Cómo podemos saber el valor de x?
- ¿Qué conclusiones podéis sacar?

Cerramos la actividad escuchando las conclusiones y aprendizajes.

Anexo G. Juego de Dados

El objetivo de este juego es practicar y comprender mejor el lenguaje algebraico sobre todo de cara a los enunciados verbales de los problemas.

Material:

- Dados
- Tablero numerado
- Fichas de 4 colores diferentes
- Tarjetas con enunciados

Desarrollo del juego: Se juega en grupos de 4. Se les reparte 2 dados, 10 fichas de distintos colores para cada jugador, 20 tarjetas con enunciados verbales y un tablero numerado del 1 al 49 como el de la figura 10.

Figura 10: Tablero numerado

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Fuente: Contreras (2004)

Se inicia la partida tirando todos los jugadores los dados. El que tenga menor puntuación empieza. El primer jugador tira los dados, el compañero que está a su lado siguiendo las agujas del reloj, saca una de las tarjetas con los enunciados verbales que están boca abajo. Dependiendo del número obtenido en los dados debe resolver el enunciado.

Ejemplo:

- Sale un 2 y un 4 en los dados. Total 6.
- Sacamos la tarjeta de 'lo mío es 6 veces lo tuyo'
- Lo calculamos y nos da: $6 \times 6 = 36$.

- Como el número está libre en la tabla, podemos colocar la ficha de nuestro color.

En el caso de que el número obtenido no esté en el tablero, el jugador pierde su turno. También se pierde el turno si la casilla ya está ocupada o si el cálculo es erróneo. El ganador es el primero que consigue colocar todas sus fichas.

Figura 11: Tarjetas con los enunciados verbales

Contenido de las tarjetas:		
Tengo lo mismo	¡Vaya!, si tienes 4 veces menos que yo.	
Lo mismo es el doble de lo tuyo	Lo mío es 6 veces lo tuyo	Tengo el triple de lo tuyo, más 20
Entre los dos tenemos 47	Si te diera 25, tendríamos lo mismo	Tengo el doble de lo tuyo, más 15
Lo mío es el triple de lo tuyo	Te gano por 27	La diferencia entre lo Tuyo y lo mío es 45, pero yo te gano.
La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 23, pero yo tengo más	Tienes la mitad que yo	Tengo 2 menos que 4 veces lo tuyo
Si te diera 15, tendríamos lo mismo	No me quites 8, que entonces te quedas con 1 más que yo	¡Vaya!, lo tuyo es sólo la cuarta parte de lo mío.
Si te consigues 6 más, tendrás el doble que yo.	Vamos a buscar 2 más cada uno, así tendré justo el doble que tú.	¡No me compares!. Tres veces lo tuyo sólo llega a la mitad de lo mío

Fuente: Contreras (2004)

Anexo H. Tarjetas recompensa

Figura 12: Tarjetas recompensa

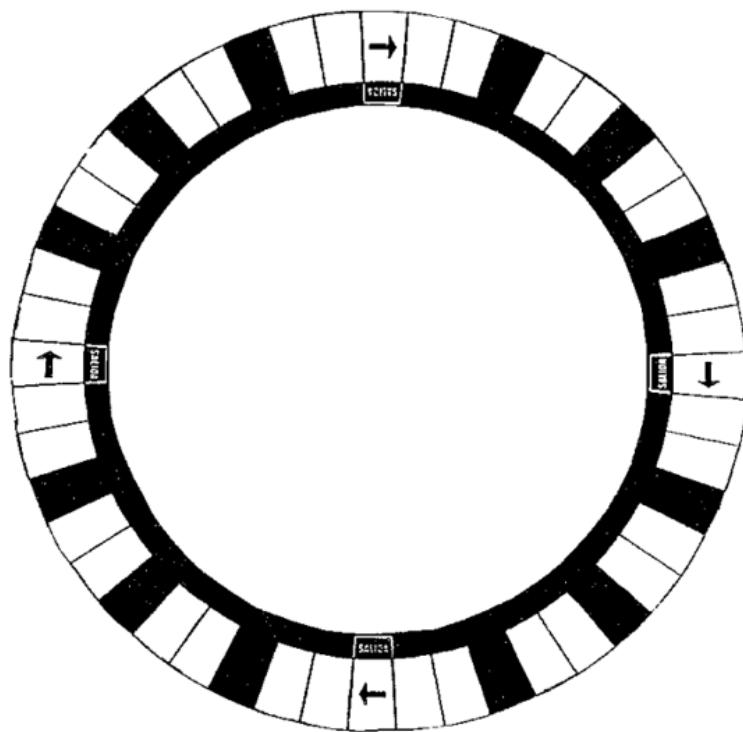


Fuente: Liarte, R. (2015) <https://leccionesdehistoria.com/noticias/motivacion-en-clase-con-tarjetas-para-gamificacion/>

Anexo I. Juegos reunidos matemáticos

1. EL PARCHÍS MATEMÁTICO

Figura 13: Tablero para el parchís matemáticos



Fuente: Contreras (2004)

Material:

- Tablero circular
- Un dado de 6 caras
- Tres fichas de distintos colores por cada jugador
- 15 tarjetas con expresiones algebraicas

Figura 14: Tarjetas con expresiones algebraicas

$y = \frac{5(x^2 + 2x + 1)}{x + 1}$	$y = \frac{4(x^2 - 1)}{x - 1}$
$2y = 4(x + 6)$	$y = \frac{8(x^2 - 2x + 1)}{x - 1}$
$3y = 6(3x + 1)$	$y = -5x + 8$
$y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$	$y = \frac{3x^2 + 3x}{x + 1}$
$y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$	$y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$
$4y = 16(x - 2)$	$y = -3x + 4 + 7x$
$y = 6(x - 4)$	$y = x + 10$
$y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$	$y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

Fuente: Contreras (2004)

Es un juego diseñado para 4 jugadores e inspirado en el Parchís y la Oca. La finalidad del juego es comerse las fichas del resto de jugadores. Gana el que más se coma tras un tiempo pactado al inicio o un número de jugadas.

Desarrollo del juego:

- Cada jugador coloca sus 3 fichas sobre una de las casillas de salida.
- Todos los jugadores empiezan a girar en el sentido de las flechas.
- Sale quien saque mayor número con el dado.
- Los jugadores van moviendo las fichas en el tablero. Cuando alguno de ellos cae en una casilla negra debe coger una de las tarjetas y calcular el resultado siendo la x el número del dado.
- Este resultado es el número de casillas que puede avanzar el jugador con cualquiera de sus fichas y si cae en una casilla donde hay otra ficha, puede comérsela. En ese caso, ocupa ese lugar y pasa el turno.
- Si no se puede comer ninguna ficha, coge una nueva tarjeta y hace de nuevo el cálculo con el número del dado.
- Si al cabo de dos jugadas, el jugador no consigue comerse ninguna ficha, permanece en su sitio y pasa el turno.
- Si se obtiene un número negativo el recorrido se hace en sentido contrario.

2. BINGO MATEMÁTICO

Material

- 20 tarjetas. Cada tarjeta tiene una ecuación que se consideran de Nivel 2 al tener denominadores. Las soluciones de todas las ecuaciones son los valores 1, 2 ... hasta 20.
- Cartones de bingo, uno para cada alumno
- Reloj de arena

Desarrollo del juego:

- Se reparte un cartón del bingo a cada miembro del grupo.
- Se dejan las tarjetas en el centro dentro de una bolsa.
- Un miembro del equipo se encarga de sacar las tarjetas y dar la vuelta al reloj.
- Tienen un minuto para resolver la ecuación.
- Van señalando en sus cartones de bingo las soluciones de las ecuaciones que van obteniendo.
- Si no les da tiempo de solucionarla, no pueden anotarlo
- Gana el primero que rellena su cartón o si se termina el tiempo de juego antes, el que tengas más líneas rellenadas.

Figura 15: Tarjetas para resolver el Bingo

Bingo de Ecuaciones de Primer grado: Nivel 2: para Segundo o Tercero de la ESO			
$8x - (1+x) = 14 - 8x$	$\frac{3(x+4)}{2} = x+7$	$\frac{(x-1)}{2} - x = -2$	$x - \frac{(8-x)}{2} = 2$
$\frac{(x+3)}{2} = x-1$	$x - \frac{(x-4)}{2} = 5$	$\frac{2x - (x-5)}{7} = 1$	$\frac{3x}{2} - x = x-4$
$2x - \frac{(x-3)}{2} = 15$	$\frac{-x+2}{2} = x-14$	$x - \frac{(x+1)}{6} = 9$	$\frac{x}{2} - 6 = -x$
$2x - \frac{(x+2)}{3} = 21$	$\frac{x}{7} = 2 - (x+15)$	$\frac{x - x}{5} = 8$	$3x - \frac{(x-20)}{2} = 50$
$\frac{(x-7)}{2} = \frac{x-2}{3}$	$\frac{(2x-6)}{3} = x-8$	$\frac{(3x-17)}{4} = \frac{x+1}{2}$	$\frac{(x+7)}{3} = \frac{x-2}{2}$

Fuente: García, A. (2011). Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas

3. CUADRADOS MÁGICOS

Material

- Cuadrado Mágico

Desarrollo del juego

- Se les explica qué es un cuadrado mágico: un cuadrado mágico es aquel que todas sus columnas, filas y diagonales suman lo mismo. Al resultado común de todas estas sumas se le denomina número mágico. Por ejemplo, el número mágico de este cuadrado es 15.

Figura 16: Cuadrado mágico

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Fuente: García, A. (2011). Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas

- Se reparte un cuadrado mágico a cada miembro del equipo
- Gana el primero que consiga el cuadrado numérico o el que haya consigo más números

Observa ahora el siguiente cuadrado y resuelve los puntos del 1 al 5.

Figura 17: Cuadrado mágico algebraico

$(2-x)(2+x)$	$(x+5)^2$	$(x+4)^2$	$11(1-x)$	$5(x+4)$
$5(1-3x)$	$-4(x-1)$	$(5-2x)(5+2x)$	$7(x+1)+14$	$3+x$
$4(1-x)-1$	$(x+6)^2$	$-15x-2$	$-x$	$-(1+20x)$
$(3-x)^2+8$	$6(1-x)$	$-x+4$	$(x+5)^2+2$	$-3x+3$
$-10x+1$	$(x-1)^2$	$(x-3)^2+1$	$(x-2)^2+1$	$(x-4)^2-2$

Fuente: García, A. (2011). Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas

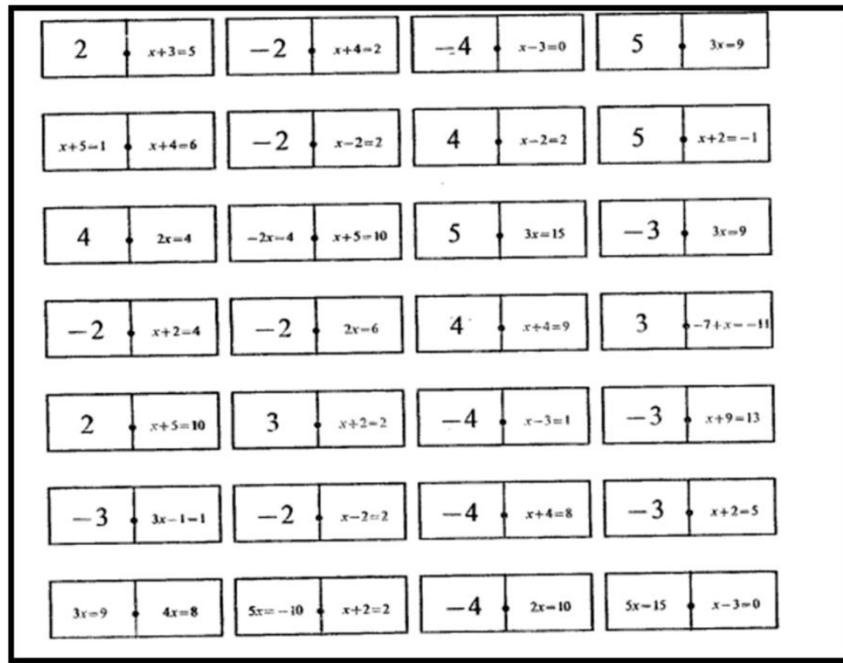
1. Escribe las sumas de las doce líneas del cuadrado mágico
2. Igualando dos líneas entre sí y resolviendo la ecuación, halla el valor de x. Repítelo con otras dos líneas.
3. Si el número mágico de este cuadrado es 65, halla de nuevo el valor que debe tener x.
4. Comprueba, con este valor de x, que se trata realmente de un cuadrado mágico.
5. Halla el cuadrado numérico correspondiente

4. DOMINÓ MATEMÁTICO

Material:

- Fichas de dominó algebraico

Figura 18: Fichas de dominó algebraico



Fuente: Contreras (2004)

Desarrollo del juego:

- Cogiendo el tradicional juego del dominó podemos construir un dominó algebraico. El sistema de juego es similar al tradicional, lo que es diferente es que, en lugar de tener números en las fichas, tiene ecuaciones de primer grado y expresiones numéricas.
- Dos fichas se pueden enlazar cuando la solución de la ecuación, de la x, es la expresión numérica.
- Igual que en el juego tradicional, el juego se termina cuando un jugador se queda sin fichas.
- Dependiendo del nivel y la necesidad del grupo, se puede adaptar la dificultad e incluso poner expresiones algebraicas en ambas partes de la ficha.

Anexo J. La Oca de ecuaciones

Material

- Ordenador con acceso a internet

Desarrollo del juego:

- Se trata de un juego de la Oca normal, pero en formato digital y con algunas sorpresas que deberás resolver para seguir avanzando.
- Se juega en grupos de 4.
- El link al juego es: <https://view.genial.ly/627be79c2bc29b0011e7be95/interactive-content-juego-de-la-oca>
- El primero que llegue a la meta, tendrá una tarjeta bonificación.

Anexo K. Gincana matemática

Material

- 28 tarjetas con enunciados
- Tabla con las frases

Desarrollo del juego

- Se organizan de nuevo en grupos de 4.
- Se reparten 5 tarjetas por equipo y una hoja con las frases (notas de los alumnos). Deben primero traducir las frases al lenguaje algebraico y luego resolver las preguntas que aparecen en las tarjetas.
- El equipo que primero termina con todos los resultados correctos, gana.
- Se harán 4 rondas rotando las tarjetas para que todos resuelvan las mismas tarjetas y no haya diferencias.
- El equipo ganador de cada ronda, obtendrá una tarjeta recompensa.

Introducción al juego

Este año se ha realizado una gincana en 4º de la ESO. En la primera fase pasaron 14 alumnos y alumnas: Daniel, Ana, Rafael, Pablo, Sergio, etc. Todos habían sacado muy buenas notas en esta primera fase, pero los profesores de matemáticas de 4º son muy despistados y las han perdido.

Notas de los alumnos Fuente: Olfos y Villagrán (2001):

- Ana tenía x puntos.
- Isabel, el doble de Ana menos 100 puntos.
- A Pablo le faltaban 500 puntos para alcanzar a Isabel.
- Sergio consiguió el triple de Ana más 300 puntos.
- Lo de Pilar menos lo de Isabel es 3 veces lo de Ana. Pilar tuvo entonces...
- Marta tuvo la quinta parte de lo de Pilar.
- A Rafael le faltan 1000 puntos para tener lo de Sergio.
- Si a Raquel le quitase Ana Belén 500 puntos, tendría como Ana. Raquel tiene...
- Patricia tiene dos veces los de Raquel, más 100 puntos.
- Juntas, Teresa y Patricia, suman tres veces lo de Ana. Teresa tiene...

- Daniel obtuvo la tercera parte de Sergio más 2000 puntos.

Figura 19: Tarjetas con enunciados verbales

Tarjetas:		
1. Si Raquel obtuvo 3500 puntos, ¿cuántos puntos sacó Teresa?	2. Si Daniel y Pablo juntaron 7500 puntos, ¿cuántos puntos sacó Isabel?	3. Si Pilar consiguió 4900 puntos, ¿cuántos tenía Patricia?
4. Si Isabel obtuvo la misma puntuación que Rafael, ¿cuántos puntos sacó Marta?	5. Si Marta e Isabel juntaron ellas dos 5520 puntos, ¿cuántos puntos tuvo Daniel?	6. La puntuación de Isabel menos la de Marta fue de 1320 puntos, ¿cuántos sacó Teresa?
7. Lo de Pablo menos lo de Rafael fueron 90 puntos, ¿cuántos puntos sacó Daniel?	8. Dos veces lo de Ana menos lo de Marta fueron 9020 puntos, ¿cuántos sacó Raquel?	9. Sumando lo de Sergio, lo de Pablo y lo de Rafael se obtienen 7000 puntos, ¿cuántos tuvo Patricia?
10. La novena parte de los de Pablo son 600 puntos, ¿cuánto sacó Ana?	11. La puntuación de Pilar menos la de Isabel fueron 3600 puntos, ¿cuántos sacó Sergio?	12. Teresa y Patricia tuvieron 800 puntos más que Isabel, ¿cuánto obtuvo Ana?
13. Ocho veces lo de Marta fueron 6240 puntos, ¿cuántos puntos tuvo Sergio?	14. Daniel sacó 12100 puntos, ¿cuántos puntos sacó Patricia?	15. Tres veces lo de Patricia es 18300 puntos, ¿cuántos obtuvo Daniel?
16. Lo de Sergio menos lo de Teresa eran 11400 puntos, ¿cuántos sacó Patricia?	17. La quinta parte de los de Pilar más lo de Raquel eran 7520 puntos, ¿cuántos sacó Teresa?	18. El doble de los puntos de Rafael son 16300, ¿cuántos puntos sacó Marta?
19. Si Daniel hubiese sacado 400 puntos más, tendría 12500 puntos, ¿cuántos puntos sacó Pilar?	20. Si Rocío le regalase 1000 puntos a Marta, entonces éste tendría 2980 puntos, ¿cuántos puntos obtuvo Rafael?	21. Pablo obtuvo la tercera parte de Daniel, ¿cuántos puntos consiguió Ana?
22. Si a Patricia le diese alguien 1700 puntos más, llegaría a tener cinco veces lo de Pilar. ¿Y Ana cuánto tuvo?	23. La cuarta parte de los puntos de Marta son 1370 puntos, ¿cuántos tiene Isabel?	24. La raíz cuadrada de los puntos de Patricia son 90 puntos, ¿cuántos sacó Rafael?
25. La tercera parte de los puntos de Raquel, aumentado en 450 son 1550, ¿cuántos puntos sacó Teresa?	26. Raquel obtuvo cinco veces más puntos que Teresa, ¿cuántos puntos sacó Ana?	27. La quinta parte de lo que ha sacado Daniel, más 400 puntos suman 1500, ¿cuántos puntos sacó Pilar?
28. Lo de Rafael menos lo de Pablo fueron 1650 puntos, ¿cuántos consiguió Raquel?		

Fuente: Olfos y Villagrán (2001)

Anexo L. Dados Algebraicos

A través de este juego queremos seguir trabajando la traducción al lenguaje algebraico de diferentes enunciados de problemas y la resolución de los mismos utilizando ecuaciones.

Inicialmente se jugará en grupos de 4 que competirán entre sí. La metodología del juego consiste en ir tirando los dados por grupos y el número que salga nos indicará el problema a resolver de una lista de problemas que el profesor dispone. El grupo que tira el dado lee el enunciado que le repartirá el profesor, en alto, un par de veces. El resto de alumnos escuchan y toman notas para resolverlo posteriormente. El grupo que resuelva antes el problema obtendrá +1 punto, si el resultado es erróneo se les restará -1 punto. Se dará válida la respuesta una vez sea explicada correctamente tanto el proceso como el resultado por uno de los miembros del grupo que irá cambiando en cada ronda. El profesor apoyará la explicación y anclará los mensajes clave. Se realizarán 8 rondas, para que cada grupo tenga la posibilidad de tirar dos veces los dados. Para resolver cada problema se dejarán 3 minutos. Si nadie lo resuelve en el tiempo exacto, se les dará uno o dos minutos extra. Si finalmente nadie lo resuelve, nadie obtendrá ningún punto y se anotarán como tarea para el próximo día, la resolución del problema. El que lo traiga resuelto tendrá un punto extra en la competición del siguiente día.

Se irá anotando los puntos en la pizarra y ganará aquel grupo con mayor puntuación, obteniendo una tarjeta recompensa.

Se proponen a continuación una serie de problemas de álgebra de nivel medio para segundo de la ESO. Su complejidad se adaptará al grupo-clase.

FASE I: Problemas en grupo

1. Un padre tiene 35 años y su hijo 5. ¿Al cabo de cuántos años será la edad del padre tres veces mayor que la edad del hijo? (Solución: Dentro de 10 años)
2. Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número? (Solución: El número es 36)
3. La base de un rectángulo es doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm? (Solución: La base mide 10 cm y la altura 5 cm)

- 4.** En una reunión hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas? (Solución: 16 mujeres, 8 hombres y 72 niños)
- 5.** Se han consumido $7/8$ de un bidón de aceite. Reponemos 38 l y el bidón ha quedado lleno hasta sus $3/5$ partes. Calcula la capacidad del bidón. (Solución: La capacidad del bidón es de 80 litros)
- 6.** Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay? (Solución: 23 cerdos y 12 pavos)
- 7.** Luís hizo un viaje en el coche, en el cual consumió 20 l de gasolina. El trayecto lo hizo en dos etapas: en la primera, consumió $2/3$ de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa, la mitad de la gasolina que le queda. Se pide: (a) Litros de gasolina que tenía en el depósito. (b) Litros consumidos en cada etapa. (Solución: En la primera etapa consumió 16 l, en la segunda 4 l y el depósito contenía 24 l)
- 8.** En una librería, Ana compra un libro con la tercera parte de su dinero y un cómic con las dos terceras partes de lo que le quedaba. Al salir de la librería tenía 12 €. ¿Cuánto dinero tenía Ana? (Solución: Tenía 54 €)
- 9.** Las dos cifras de un número son consecutivas. La mayor es la de las decenas y la menor la de las unidades. El número es igual a seis veces la suma de las cifras. ¿Cuál es el número? (Solución: El número es 54)
- 10.** Las tres cuartas partes de la edad del padre de Juan excede en 15 años a la edad de éste. Hace cuatro años la edad del padre era doble de la edad del hijo. Hallar las edades de ambos. (Solución: El padre tiene 68 años y el hijo 36 años)
- 11.** Trabajando juntos, dos obreros tardan en hacer un trabajo 14 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en hacerlo por separado si uno es el doble de rápido que el otro? (Solución: Uno de ellos tarda 21 horas y el otro, 42 horas)
- 12.** Halla el valor de los tres ángulos de un triángulo sabiendo que B mide 40° más que C y que A mide 40° más que B. (Solución: A = 100° , B = 60° , C = 20°)

FASE II: Problemas para la resolución individual

- 1.** Gasté un tercio de mi paga en el cine y un cuarto en un bocadillo. Si aún me sobran 3'75 €, ¿cuál es la paga?
- 2.** Unos amigos preparan una fiesta y quieren confeccionar banderolas de 20 x 25 cm. Cada palo de la banderola cuesta 20 céntimos y cada metro cuadrado de tejido para hacer las banderolas cuesta 9 €. Si entre todos tienen 22'75 €, ¿cuántas banderolas pueden fabricar? Explica el procedimiento de resolución del problema.
- 3.** El dueño de un restaurante mezcla 3 litros de aceite a 4€ el litro con 2 litros de otro aceite de mejor calidad que cuesta a 7€ el litro. ¿A cómo le sale el litro de mezcla? Sol: 5,2€/l.
- 4.** Para fabricar cierta colonia se mezcla 1 litro de esencia con 5 litros de alcohol y 2 litros de agua destilada. La esencia cuesta 200€/litro; el alcohol. 6€/litro; y el agua destilada, 1€/litro. ¿Cuál es el coste de un litro de esa colonia? Sol: 29€
- 5.** Hace 15 años mi edad era de la que tengo ahora. ¿Cuál es mi edad actual?
- 6.** Melisa tiene el triple de edad que su hija Marta. Calcula la edad de cada una sabiendo que, dentro de 12 años, la edad de Melisa será solamente el doble que la de Marta. Sol: Melisa 36 y Marta 12.
- 7.** María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?
- Sol: Luis 15 y María 20
- 8.** Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre? Sol: 15 años.
- 9.** Calcular la longitud de los lados de un triángulo isósceles, sabiendo que el perímetro mide 50cm y que el lado desigual es 7 cm menor que uno de los lados iguales.
- Sol: 19 cm y el lado desigual 12cm
- 10.** En un triángulo isósceles, cada uno de los lados iguales es 5cm más largo que el lado desigual. El perímetro mide 55cm. ¿Cuánto mide cada lado? Sol: 15 cm y 20 cm.

11. Pablo pesa 7 kilos menos que Federico. Federico pesa 5 kilos más que Marta. Andrea pesa la mitad de lo que pesan Pablo y Marta juntos. Rubén pesa $\frac{7}{8}$ de lo que pesa Andrea. Entre todos pesan 240 kilos. Teniendo en cuenta eso, y llamando x al peso de Marta:

(a) Expresa en la tabla, el peso de cada uno:

	Federico	Pablo	Marta	Andrea	Rubén	Todos
Peso			x			

(b) Escribe y resuelve una ecuación que te permita calcular el peso de cada uno.

12. Ayer Roberto compró una camisa rebajada el 12 %. Hoy ha ido a comprar una igual su hermano Andrés, viendo con sorpresa que la rebaja había aumentado al 18 %, por lo que paga 2'4 € menos que Roberto. ¿Cuál era el precio de la camisa sin rebajar?

	Precio pagado por:
Roberto	
Andrés	

Al final de las dos rondas, dejaremos un espacio para resolver las dudas.

Anexo M. Examen final

Examen de expresiones algebraicas y ecuaciones de 2º de la ESO

Nombre y Apellidos:

Tiempo: 55'

1. Calcula en cada caso el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes: (0,5 punto):

a) $(7x^2 - xy) \cdot (-6y + x^2)$ para $x = -2, y = 4$

b) $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 2x + 5$ para $x = -2$

2. Expresa los siguientes polinomios en su forma reducida: (0,5 punto):

a) $4x^3 + 2x^2 - 2x^5 y^3 + 8x^3 - 6x^2 - 2x^2 - 4y^3 x^5 + 5x^3 + 8x^5 y^3 =$

b) $4x^7 - 5x^6 + 6x^3 - 2x + 6x^7 - 6x^6 - 2x^3 - 3 + 5x - 5x^3 + 6 =$

3. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios y ordena el resultado: (0,5 punto):

a) $(-3x^5 + 6x - 15x^2 + 14x + 6x^5 + 3) - (9x^5 + 7x - 6x^3 - 3x - 5) =$

b) $(3x^2 - 2x) \cdot (x^2 - 6x) - 3x \cdot (x^3 - 5x^2) =$

4. Efectúa los siguientes productos de monomios por polinomios y ordena el resultado (0,5 punto):

a) $5x^3 \cdot (-3x^2 + 12x^6 + 8x^3 - 6x + 1) =$

b) $(-4x^2 + 6x^4 - 7x^3 + 9x - 5) \cdot (-5x^3) =$

5. Calcula utilizando las igualdades notables (1 puntos):

a) $(b - 5)^2 =$

b) $(3a - 4b)^2 =$

c) $(3x + 5) \cdot (3x - 5) =$

d) $(1 - 2z)^2 =$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado: (2 puntos)

a)

$$1 - \frac{2x-2}{5} = \frac{x}{3} + \frac{x-1}{5}$$

b)

$$\frac{4}{3}(9x - 5) - \frac{2x}{9} = \frac{5(x-3)}{3}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado aplicando la formula correspondiente y di si es completa o incompleta (2 puntos)

a) $x^2 + 5x - 24 = 0$

b) $-x^2 = 1x$

8. Resuelve los siguientes problemas (3 puntos)

- a) Un día faltaron a clase 6 alumnos, con lo cual sólo asistieron las tres cuartas partes del total de los estudiantes más dos alumnos. ¿Cuántos alumnos tiene la clase? (1 punto)

b) Tres hermanos se reparten 1300 €. El mayor recibe el doble que el mediano y este el cuádruplo que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno? (1 punto)

c) Un señor tiene 42 años y su hijo 10 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será triple que la del hijo? ¿Y dentro de cuántos será cinco veces mayor la edad del padre que la del hijo? (1 punto)