



Universidad Internacional de La Rioja  
Facultad de Educación

Máster Universitario en Formación del Profesorado de  
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación  
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

## Aprendizaje activo en la enseñanza de Geometría en 3º de la ESO a través de la Arquitectura y el Patrimonio

Trabajo fin de estudio presentado por:	Amanda Soler Vela
Tipo de trabajo:	Propuesta de intervención
Especialidad:	Matemáticas
Director/a:	Jorge Asensio Ramon
Fecha:	Junio de 2022

## Resumen

Las necesidades del siglo XXI requieren de una transformación del sistema educativo y de sus modelos tradicionales de enseñanza, dejando paso a la implantación de metodologías activas y participativas en las que el alumno actúe como principal protagonista del proceso de aprendizaje. Desde el ámbito de las matemáticas, y concretamente, de la geometría, esta evolución es más necesaria que nunca a fin de revertir la percepción de rechazo de buena parte de su alumnado actual.

En consecuencia, la motivación del presente Trabajo de Fin de Máster, es la de diseñar una propuesta de intervención para el bloque de Geometría de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, para el curso de 3º de ESO, en la cual se fomente el aprendizaje activo -incidiendo en el aprendizaje cooperativo- y apoyándose en la temática de la arquitectura patrimonial local.

La ciudad de Girona es el espacio didáctico escogido para la enseñanza de la geometría de esta unidad didáctica. La presencia continua de elementos matemáticos y geométricos en su patrimonio arquitectónico conforma una base idónea para ejemplificar el contenido de dicho bloque curricular. Tanto las actividades propuestas, como el trabajo final consistente en un paseo matemático por la ciudad, al formar parte del contexto real y cotidiano del alumnado, pretenden fomentar su interés y motivación consiguiendo así una mejora en el proceso de aprendizaje significativo.

A la vez, la implementación de las TIC en el aula, así como de otras metodologías activas - aprendizaje cooperativo, gamificación, *flipped classroom*, etc.-, permiten una concepción mucho más dinámica, atractiva y motivadora, tanto de la geometría, como del proceso educativo competencial de enseñanza-aprendizaje.

**Palabras clave:** matemáticas, geometría, aprendizaje activo, arquitectura, patrimonio.

## Abstract

The needs of the 21st century require a transformation of the educational system and its traditional teaching models, allowing the implementation of active and participatory methodologies in which the student acts as the protagonist of the learning process. In the field of mathematics, and specifically geometry, this evolution is more necessary than ever in order to overcome the lack of interest and engagement in most of the current students.

Consequently, the aim of this Master's Final Project is to design an intervention proposal for the geometry section of the subject of Mathematics for Academic Teaching. The target group is the 3rd year of Compulsory Secondary Education and the idea is to encourage their active learning by using cooperative learning strategies and the theme of local heritage architecture.

The city of Girona is the chosen educational space for the teaching of geometry in this learning unit. The continuous presence of mathematical and geometric elements in its architectural heritage gives us the opportunity to exemplify the content of this curricular subject. Both the proposed activities and the final project, which is a mathematical walk through the city, are related to the students' familiar places and daily real life. This increases their motivation and interest for the field, thus achieving an improvement in the significant learning process.

At the same time, the implementation of ICT in the classroom, as well as other active methodologies -cooperative learning, gamification, flipped classroom, etc.-, allow a much more dynamic, attractive and motivating approach to geometry and to the educational process of teaching-learning competence.

**Keywords:** *mathematics, geometry, active learning, architecture, heritage*

## Índice de contenidos

1.1.	Justificación.....	10
1.2.	Planteamiento del problema .....	11
1.3.	Objetivos .....	14
1.3.1.	Objetivo general .....	14
1.3.2.	Objetivos específicos .....	14
2.	Marco teórico.....	15
2.1.	Aprendizaje activo .....	15
2.1.1.	Contextualización del aprendizaje activo.....	15
2.1.2.	La realidad del aprendizaje activo en el aula .....	17
2.1.3.	Aprendizaje activo en la enseñanza de las matemáticas y de la geometría .....	18
2.1.4.	Características del Aprendizaje Cooperativo .....	20
2.2.	Arquitectura, Patrimonio y Geometría .....	23
2.2.1.	Relación entre Arquitectura, Patrimonio y Geometría .....	23
2.2.2.	Didáctica a través del Patrimonio.....	23
2.2.3.	Didáctica de la Geometría a través del Patrimonio.....	28
3.	Propuesta de intervención .....	31
3.1.	Presentación de la propuesta .....	31
3.2.	Contextualización del centro y de la propuesta .....	31
3.3.	Marco normativo de la propuesta .....	32
3.4.	Intervención en el aula .....	33
3.4.1.	Cuadro resumen de la intervención .....	33
3.4.2.	Objetivos.....	33
3.4.3.	Competencias .....	35
3.4.3.1	Competencias básicas y dimensiones.....	35

3.4.3.2	Competencias básicas.....	36
3.4.4.	Contenidos.....	38
3.4.5.	Criterios de evaluación .....	39
3.4.6.	Relación objetivos, competencias, contenidos, y criterios de evaluación.....	40
3.4.7.	Metodología .....	41
3.4.8.	Cronograma y secuenciación de actividades .....	43
3.4.9.	Recursos.....	55
3.4.10.	Atención a la diversidad.....	56
3.4.11.	Evaluación .....	57
3.5.	Evaluación de la propuesta.....	60
4.	Conclusiones.....	61
5.	Limitaciones y prospectiva .....	63
	Referencias bibliográficas.....	64
Anexo A.	Objetivos de etapa .....	70
Anexo B.	Material para las sesiones de la unidad didáctica .....	72
Anexo C.	Evaluación .....	77
a.	Evaluación de las actividades la Unidad Didáctica.....	77
b.	Encuestas de evaluación de la propuesta .....	82
b.1	Cuestionario de evaluación para el alumnado.....	82
b.2	Cuestionario de autoevaluación para el docente .....	83
b.3	Cuestionario de evaluación para la familia .....	84

## Índice de figuras

Figura 1. Clasificación de los tipos de aprendizaje en los procesos de educación. ....	17
Figura 2. Cualidades de la concepción actual del aprendizaje matemático. ....	19
Figura 3. Estructuras de una actividad. ....	20
Figura 4. Elementos esenciales del aprendizaje cooperativo. ....	22
Figura 5. Tipología, visión y características del patrimonio ....	24
Figura 6. Características principales de los paseos matemáticos. ....	29
Figura 7. Breakout ‘Atrapados en el museo de la geometría’. Sala Pitágoras. ....	44
Figura 8. Conocimiento previo de conceptos relacionados con la geometría. ....	45
Figura 9. Palau de Justícia de Girona. ....	46
Figura 10. Sección del Palau de Justícia de Girona. ....	46
Figura 11. Hotel Doubletree Hilton Girona y barandilla Rambla Llibertat. ....	47
Figura 12. Pavimento hidráulico en forma de mosaico de la Casa Masó de Girona. ....	48
Figura 13. Actividad ‘pavimentando con lúnulas’ en GeoGebra. ....	48
Figura 14. Planos en planta de la evolución histórica de la Catedral de Girona. ....	49
Figura 15. Simetrías. Torre Carlemany y rosetones. ....	50
Figura 16. Barandilla de un edificio de la Rambla de la Llibertat de Girona. ....	51
Figura 17. Baños Árabes de Girona. ....	51
Figura 18. Sección Colegio Arquitectos de Girona. ....	52
Figura 19. Fotomontaje para determinar la altura de la Catedral de Girona. ....	53
Figura 20. Breakout ‘Atrapados en el museo de la geometría’. Sala Euler. ....	72
Figura 21. Breakout ‘Atrapados en el museo de la geometría’. Sala Fibonacci. ....	72
Figura 22. Mercado de Girona, escultura de la Rambla de la Llibertat y edificio de turismo. ....	72
Figura 23. Edpuzzle de repaso del Teorema de Pitágoras. ....	73
Figura 24. Edpuzzle de repaso del Teorema de Tales. ....	73

Figura 25. Edpuzzle de repaso del Teorema de Tales. ....	73
Figura 26. Coordenadas en el plano. Perfil de Instagram de Plataforma arquitectura. ....	74
Figura 27. Pavimento lúnula gerundense.....	75
Figura 28. Fachada posterior del Colegio de Arquitectos de Girona. ....	75
Figura 29. Itinerario del recorrido del paseo matemático ‘Geometrizando la ciudad’ .....	75
Figura 30. Pont de Pedra de Girona. ....	76
Figura 31. Ajuntament de Girona. ....	76

## Índice de tablas

Tabla 1. <i>Enfoques constructivistas centrados en el campo educativo.</i> .....	16
Tabla 2. <i>Ventajas e inconvenientes del aprendizaje activo en la enseñanza de las matemáticas y la geometría.</i> .....	19
Tabla 3. <i>Enseñanza-aprendizaje del patrimonio.</i> .....	26
Tabla 4. <i>Obstáculos en la educación patrimonial.</i> .....	27
Tabla 5. <i>Cuadro resumen de la intervención.</i> .....	33
Tabla 6. <i>Objetivos didácticos relacionados con los objetivos generales.</i> .....	34
Tabla 7. <i>Dimensiones y competencias matemáticas.</i> .....	35
Tabla 8. <i>Dimensiones y competencias transversales.</i> .....	36
Tabla 9. <i>Competencias básicas.</i> .....	36
Tabla 10. <i>Contenidos clave del bloque de Geometría para 3º de la ESO.</i> .....	38
Tabla 11. <i>Contenidos curriculares del ámbito matemático. Espacio y forma en 3º de la ESO.</i> .....	38
Tabla 12. <i>Relación entre los contenidos clave y las competencias del ámbito matemático.</i> .....	39
Tabla 13. <i>Criterios de evaluación.</i> .....	39
Tabla 14. <i>Objetivos didácticos y sus relaciones.</i> .....	41
Tabla 15. <i>Cronograma de sesiones de la Unidad Didáctica ‘Geometrizando la ciudad’.</i> .....	43
Tabla 16. <i>Sesión 1. Geomeorganización y punto de partida.</i> .....	44
Tabla 17. <i>Sesión 2. ¿Geometría en casa?</i> .....	45
Tabla 18. <i>Sesiones 3 y 4. Pitágoras y Tales en los juzgados de Girona.</i> .....	46
Tabla 19. <i>Sesión 05. Decorar vectorizando.</i> .....	47
Tabla 20. <i>Sesión 06. El equilibrio del gótico.</i> .....	49
Tabla 21. <i>Sesión 7. La semejanza y los giros de Fibonacci.</i> .....	50
Tabla 22. <i>Sesión 08. Artistas de la Geometría.</i> .....	52
Tabla 23. <i>Sesiones 9 y 10. Geometrizando la ciudad – Parte I.</i> .....	53

Tabla 24. <i>Sesiones 11 y 12. Geometrizando la ciudad – Parte II.</i> .....	54
Tabla 25. <i>Recursos necesarios para la Unidad Didáctica ‘Geometrizando la ciudad’</i> .....	55
Tabla 26. <i>Evaluación de la unidad didáctica de ‘Geometrizando la ciudad’.</i> .....	58
Tabla 27. <i>Tabla de observación 1.</i> .....	59
Tabla 28. <i>Rúbrica 1.</i> .....	59
Tabla 29. <i>Matriz DAFO de la estudiante en prácticas.</i> .....	60
Tabla 30. <i>Objetivos generales de etapa relacionados con las Competencias Clave.</i> .....	70
Tabla 31. <i>Tabla de observación 2.</i> .....	77
Tabla 32. <i>Rúbrica 2.</i> .....	77
Tabla 33. <i>Rúbrica 3.</i> .....	78
Tabla 34. <i>Rúbrica 4.</i> .....	78
Tabla 35. <i>Rúbrica 5.</i> .....	79
Tabla 36. <i>Rúbrica 6.</i> .....	80
Tabla 37. <i>Rúbrica 7.</i> .....	80
Tabla 38. <i>Cuestionario de evaluación para el alumnado.</i> .....	82
Tabla 39. <i>Autoevaluación para el docente.</i> .....	83
Tabla 40. <i>Cuestionario de evaluación para la familia.</i> .....	84

## Introducción

El presente Trabajo de Fin de Máster se estructura en los siguientes apartados principales: una introducción para exponer y justificar los argumentos que han motivado su realización con el establecimiento de unos objetivos; un marco teórico de contextualización, análisis y reflexión; una propuesta de intervención; unas conclusiones valorando la consecución de las metas fijadas; y un apartado final de limitaciones y prospectiva del trabajo realizado.

### 1.1. Justificación

Las matemáticas aparecieron para resolver necesidades básicas de los seres humanos en su vida diaria. Para conseguirlo, tal y como expone González Urbaneja (2004), su historia y evolución ponen de manifiesto que han sido sometidas a un permanente proceso de cambio dinámico, vivo y abierto.

De la misma manera es cómo funciona la sociedad actual. Bauman (2008) comenta que existen pocos elementos que permanezcan estables en el tiempo, de manera que todo evoluciona y se transforma.

Queda claro, entonces, que el papel pasivo que caracteriza al alumno en el enfoque tradicional de la enseñanza-aprendizaje ya no tiene sentido. Y mucho menos en el campo de la matemática. En consecuencia, las necesidades del siglo XXI requieren de una transformación del sistema educativo (Ramírez, 2018).

Según Farias y Pérez (2010) el alumnado percibe la matemática como una asignatura formal, difícil y rigurosa. Además, Ricoy y Couto (2018) destacan el hecho de que, al abordar esta disciplina con metodologías tradicionales -memorísticas, repetitivas y monótonas- sumado a la poca aplicabilidad de sus contenidos para la vida cotidiana, produce al estudiantado una percepción de rechazo hacia su estudio a la vez que provoca un clima de desmotivación que puede afectar a su aprendizaje. Los referidos autores consideran que la relación entre la motivación y el rendimiento académico aumenta en función del logro de conductas positivistas y de un aprendizaje significativo.

Para conseguirlo, en el transcurso de la última década se ha fomentado la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a través de la potenciación de metodologías activas en las que el alumno actúe como principal protagonista del proceso educativo (Barrantes et al., 2013).

La educación matemática, en especial del área de la Geometría, tiene la finalidad de conectar al alumnado con el entorno en que se mueve a través de la creatividad y del conocimiento en el espacio tridimensional (Alsina, 2010, p.1). Además, según Barrantes y Balletbó (2012) permite desarrollar algunas capacidades como el razonamiento lógico, la resolución de problemas, la percepción visual y la expresión verbal entre otras.

La Arquitectura es un claro ejemplo que vincula todos los referidos aspectos de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría con el contexto cotidiano de los alumnos. En el enfoque educativo, se puede utilizar como un modelo interdisciplinar que integra la Ciencia, el Arte, la Tecnología y el Diseño, generando, en su conjunto, un aprendizaje significativo en el alumnado.

Tal y como explica Calcerrada (2013) existe un paralelismo entre el pensamiento arquitectónico y las concepciones matemáticas: la geometría euclidiana. La Arquitectura utiliza la construcción para operar en el espacio. Mientras que la Geometría se ocupa del espacio abstracto.

Concretamente, el patrimonio local entendido no solo como monumentos arquitectónicos, sino como conjuntos urbanos e itinerarios y paisajes culturales (Monteagudo y Oliveros, 2016), entrelaza ambas disciplinas (Arquitectura y Geometría) siendo un claro ejemplo, al abasto de cualquiera, para poder ser estudiado e integrar una multitud de conceptos y conocimientos transversales.

## 1.2. Planteamiento del problema

Una vez expuesta la justificación del contexto de partida del presente Trabajo Final de Máster, se procede a exponer algunas de las principales problemáticas relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y de la Geometría en las aulas de educación secundaria.

Son las siguientes:

Uso de metodologías tradicionales para la docencia y didáctica de las matemáticas en un gran número de centros educativos de secundaria. Aunque Barrantes y Balletbó (2012) destacan el aumento creciente de investigaciones sobre la innovación en enseñanzas y aprendizajes de la Educación Secundaria, la realidad educativa muestra una plantilla docente compuesta por una gran diversidad de profesores de los cuales sólo una pequeña parte aplica metodologías activas en sus clases.

En consecuencia, el proceso de enseñanza lo imparte el profesor, que se limita a exponer los conocimientos de la materia; y el aprendizaje por parte de los alumnos consiste en la recepción de esa información y al cumplimiento de las instrucciones del docente. Se tiende a la memorización y a la repetición mecánica de ejercicios sin saber si existe un aprendizaje real, y se valora únicamente el trabajo individual.

Acumulación de la no consolidación de conceptos matemáticos en el proceso educativo. En el transcurso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, un número elevado de estudiantes va pasando de curso sin contar con conocimientos previos suficientes, ni haber afianzado las nociones y conocimientos requeridos en la asignatura de matemáticas (Ricoy y Couto, 2018, p.76). Al ser una disciplina acumulativa, cada año resulta más evidente la incapacidad de un buen número de alumnos para seguir las explicaciones del profesor y alcanzar un nivel básico de la materia. Esas carencias, muchas veces sumadas al poco trabajo e implicación personal por parte de los estudiantes, dificultan enormemente la labor de los docentes para poder desarrollar unas clases inclusivas que integren a la gran disparidad de niveles académicos dentro de una misma aula.

La situación se agrava debido a la permisividad por parte de la legislación vigente (LOMCE 2013) de promocionar de curso con dos materias suspendidas. El alumnado se aprovecha del emparo legal para dar por perdida la asignatura.

Gamboa y Ballesterro (2010) destacan que un elevado número de docentes prioriza las otras áreas matemáticas frente a la geometría. El bloque de Geometría, juntamente con el de Probabilidad y Estadística, suele dejarse para el final y, además, se le dedica un menor tiempo en comparación con otros de los bloques de contenidos de la propia asignatura.

Poca significatividad del aprendizaje de las matemáticas para el alumnado. La metodología de enseñanza actual de dicha materia, y más específicamente de la rama de Geometría, dificulta la comprensión de sus contenidos ya que produce que el alumnado desconozca e ignore su aplicabilidad en la vida real.

Barrantes (2003) asegura que la intuición y el conocimiento de las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana. Además, Ricoy y Couto (2018) remarcan la importancia de hacer hincapié en la relación entre la realidad de un contexto conocido y habitual para los estudiantes y la asignatura de matemáticas. Además, creen que

es necesario crear en los alumnos unas emociones que les generen una predisposición positiva frente a la referida asignatura y conseguir, tanto la mejora de los resultados académicos, como la adquisición de un aprendizaje significativo.

Falta de motivación del alumnado en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en general y de la geometría de forma específica. La limitación del estudio de la geometría ligado a la memorización de fórmulas y definiciones abstractas provocan un desinterés creciente en el alumnado. La introducción de la contextualización, así como de ejercicios mediante materiales manipulativos -papel, espejos, rompecabezas- en el aula, les permiten la exploración y la investigación y pueden ayudar, según Barrantes et al. (2013), a afianzar conceptos geométricos y a generarles interés y motivación.

Dificultad específica de la Geometría. Esta rama de las matemáticas es particularmente abstracta y requiere de visualización espacial. En consecuencia, provoca una serie de problemáticas en los estudiantes que les causan dificultades en su proceso de aprendizaje. Algunas de estas dificultades son: de comprensión de definiciones y demostraciones geométricas; de aplicación de las propiedades para las figuras planas y sólidos; de tratamiento analítico de los cuerpos geométricos, etc.

Además, tal y como establece el Decreto 187/2015, cabe destacar que la Geometría está directamente relacionada con otras asignaturas del currículo educativo de educación secundaria. Por ejemplo, en Física y Química -para el estudio de las estructuras moleculares orgánicas-; en Educación Plástica, Visual y Audiovisual -para la confección de manualidades volumétricas y como punto de partida para el dibujo técnico-; en Dibujo Técnico -la geometría representa todo un bloque de contenidos-; y en Fundamentos del Arte -se estudia la relación matemáticas-geometría-arquitectura-. Queda claro, entonces, la importancia holística de la Geometría en el sector educativo por lo que es importante su estudio y comprensión con la finalidad de conseguir el desarrollo integral del alumnado.

Integración de la tecnología en los procesos de enseñanza de las matemáticas de un modo incompleto, sin aprovechar todas sus potencialidades. Ramírez (2018) apunta que el manejo y uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación por parte de los docentes en las aulas no tiene porqué implicar un resultado de mejora del aprendizaje. Sino que también puede mantenerse o incluso bajar. No es suficiente con simplemente cambiar el formato de presentación de la materia, o dejar de hacer aquello que funcionaba perfectamente con la

forma tradicional. Es necesaria una transformación pedagógica integral para un uso correcto de las TIC que se adecue a todas y cada una de las necesidades del proceso de enseñanza-aprendizaje de la materia.

Todas esas problemáticas requieren una renovación de la metodología didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y, específicamente, de la Geometría. El presente trabajo se particulariza en cómo llevar a cabo la enseñanza de la geometría, en la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, para el alumnado de 3º de la ESO mediante el aprendizaje cooperativo a través de la arquitectura patrimonial local.

### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo general

El objetivo general del presente Trabajo Fin de Máster es el de desarrollar una propuesta de intervención para el bloque de Geometría de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de la ESO, utilizando la metodología del Aprendizaje Activo a través de la arquitectura y el patrimonio.

#### 1.3.2. Objetivos específicos

Para la consecución del referido objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Analizar el uso del Aprendizaje Activo como metodología que implique el aprendizaje significativo del alumnado en la asignatura de matemáticas, profundizando en el aprendizaje cooperativo.
- Investigar sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la educación patrimonial, junto con su didáctica y su aplicación en el transcurso de la etapa de Educación Secundaria.
- Identificar el patrimonio arquitectónico local como un recurso educativo significativo que vincula el entorno cotidiano del alumnado con el procedimiento didáctico de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

## 2. Marco teórico

El marco teórico del trabajo objeto de estudio se focaliza en dos bloques. El primero, está constituido por dos niveles: uno didáctico, centrado en las metodologías activas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y la geometría; y otro metodológico, que analiza el aprendizaje cooperativo. El segundo, de nivel formal, se basa en la arquitectura y, más concretamente, en el patrimonio. Acorde con ello, se formulan las siguientes líneas de investigación:

- Aprendizaje activo
- Arquitectura, Patrimonio y Geometría

A continuación, se procede al desarrollo de cada una de ellas.

### 2.1. Aprendizaje activo

En el presente apartado, se procede a definir y a enmarcar teóricamente el aprendizaje activo; a analizar la realidad de su aplicación en las aulas; y a examinar su aplicación en la enseñanza de las matemáticas y de la geometría. Como ejemplo de metodología activa, se describe el uso del aprendizaje cooperativo.

#### 2.1.1. Contextualización del aprendizaje activo

En contraposición a los procesos educativos de enseñanza-aprendizaje basados en metodologías tradicionales, pasivas, memorísticas y repetitivas, apareció el denominado aprendizaje activo. Éste se caracteriza por el protagonismo que adquiere cada alumno como constructor de sus propios conocimientos (Ortega, 2003), a través del desarrollo de actitudes como la creatividad, la autonomía y el sentido crítico.

Las bases del aprendizaje activo nacieron entre las décadas del 1970 y el 1990, del enfoque del Constructivismo, el cual entiende el aprendizaje como un proceso donde el alumno construye activamente nuevos conceptos e ideas a partir de conocimientos pasados y presentes (Huber, 2008). Los principales teóricos cognitivos fueron Jean Piaget (1896-1980), a través de la teoría del desarrollo cognitivo, la cual ponía énfasis en un modelo de equilibración a partir de la generación de conflictos cognitivos y su reestructuración conceptual; David Ausubel (1918-2008), con la teoría del aprendizaje significativo y la importancia de los conocimientos y experiencias previas de los sujetos; y Lev Vigotsky (1896-

1934), con la teoría sociocultural, enfatizando el aprendizaje situado o contextualizado y la creación de zonas de desarrollo próximo (ZDP).

La siguiente tabla integra los enfoques constructivistas de estos tres autores, trasladados al campo de la educación, concibiendo la enseñanza como una ayuda para el proceso de construcción de conocimientos a través del aprendizaje a partir de experiencias y conocimientos previos de cada alumno (Díaz-Barriga y Hernández, 2002).

Tabla 1. **Enfoques constructivistas centrados en el campo educativo.**

	JEAN PIAGET	DAVID AUSUBEL	LEV VIGOTSKY
Enfoque	Psicogenético	Cognitivo	Sociocultural
Alumno	Constructor de esquemas y estructuras operatorios.	Procesador activo de la información.	Efectúa apropiación o reconstrucción de saberes culturales y sociales.
Profesor	Facilitador del aprendizaje y desarrollo.	Organizador de la información tendiendo a puentes cognitivos, promotor de habilidades del pensamiento y aprendizaje.	Labor de mediación por ajuste de la ayuda pedagógica.
Enseñanza	Indirecta, por descubrimiento.	El 'cómo' del aprendizaje: inducción de conocimiento esquemático significativo y de estrategias o habilidades cognitivas.	Transmisión de funciones psicológicas y saberes culturales, mediante interacción en ZDP.
Aprendizaje	Determinado por el desarrollo.	Determinado por los conocimientos y las experiencias previas.	Interacción y apropiación de representaciones y procesos.

Fuente: Elaboración propia a partir de Díaz-Barriga y Hernández (2002, p.31).

Coll (1990) organizó la concepción constructivista de la enseñanza en función de tres ideas. La primera, parte de que el responsable del proceso de aprendizaje es el propio estudiante. La segunda, de que los contenidos a enseñar al alumnado son el resultado de un proceso de elaboración y de construcción ya definidos a nivel social. Y, la tercera, de que el docente debe guiar y orientar de forma deliberada y explícita las actividades y procesos de construcción de los discentes. (p. 441-442)

Zepeda et al. (2016) exponen que el objetivo del Aprendizaje Activo es el de involucrar al alumnado en el aula, dejando de ser sólo escuchas, haciéndoles ser protagonistas pensando constantemente sobre lo que aprenderán, haciéndoles sentir parte de la clase.

A continuación, partiendo de la propuesta de Huber (2008), se han resumido los tipos de aprendizaje que suceden -de manera individual o simultánea- en los procesos de educación orientados hacia el estudiantado y su participación activa.

**Figura 1.** Clasificación de los tipos de aprendizaje en los procesos de educación.

APRENDIZAJE ACTIVO	APRENDIZAJE AUTORREGULADO	APRENDIZAJE CONSTRUCTIVO	APRENDIZAJE SITUADO	APRENDIZAJE SOCIAL
<ul style="list-style-type: none"><li>•Cada persona tiene que aprender por sí misma</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Percibir, evaluar y retroalimentar sus propias actividades.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Interpretación de sus propias percepciones y experiencias previas</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Importancia de la vinculación entre situaciones reales y contextos relevantes</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Proceso de interacción social para la adquisición de conocimientos.</li></ul>

Fuente: Elaboración propia a partir de Huber (2008).

### 2.1.2. La realidad del aprendizaje activo en el aula

Cómo ya se ha expuesto de manera genérica en el apartado de introducción, la realidad predominante en las aulas de secundaria son la desmotivación y la falta de interés que muestra su alumnado. Romero et al. (2014) lo atribuye a factores que pueden ser propios o ajenos al aula.

Prensky (2010) analiza a los nuevos estudiantes concluyendo que piensan y procesan la información de forma distinta, y los denomina como *Nativos Digitales*. Algunas de las características principales de estos nativos son: que ante el rigor tradicional prefieren formarse de forma lúdica; que quieren recibir información de forma rápida e inmediata; y que son conscientes que progresan a partir de la obtención de satisfacción o recompensas inmediatas.

Arreguín (2011) afirma que, si en este nuevo contexto no se genera entendimiento entre profesores y estudiantes, aparecen ambientes negativos en las aulas. Las consecuencias visibles principales en los estudiantes son el aburrimiento, los períodos muy breves de atención, y las continuas distracciones. Y las que afectan al profesorado son la desmotivación, el cansancio y la frustración.

Partiendo de esta realidad, las nuevas características y necesidades de nuestra sociedad reclaman nuevos modelos educativos (Ramírez, 2018, p.9). Además, García (2014) apunta que la didáctica utilizada por el docente es fundamental para modificar la actitud del alumnado, el ambiente en el aula, e influir en su motivación.

El término didáctica no tiene una única definición, y cada autor contribuye a enriquecerla. Mallart (2001) certifica que el máximo objetivo de la didáctica es el de lograr la formación intelectual de los estudiantes a partir de la intervención en su proceso de enseñanza

aprendizaje (p.7). Además, Torres y Girón (2009) añaden que eso se consigue mediante una metodología basada en una multitud de técnicas, procedimientos y recursos (p.11).

A día de hoy, existe una extensa propuesta didáctica de metodológicas innovadoras: *Flipped Classroom* (FC) o Aula Invertida (AI), Aprendizaje Grupal, Aprendizaje Colaborativo, Aprendizaje Cooperativo, Aprendizaje Artesanal (AA), Educación Basada en Competencias (EBC), Aprendizaje basado en Retos, Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Aprendizaje por Proyectos (ApP), Aprendizaje Basado en Juegos, Gamificación, etc. Tal y como exponen Zepeda et al. (2016), cada una de estas metodologías de aprendizaje es única, con características propias, y permiten diferentes enfoques para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y la interacción profesor-estudiante.

### 2.1.3. Aprendizaje activo en la enseñanza de las matemáticas y de la geometría

Tradicionalmente, la enseñanza de las Matemáticas se ha impartido bajo un estilo formal y estructurado. Mediante exposiciones magistrales por parte de sus docentes, y el uso predominante de los libros de texto, apuntes y la copia literal de la pizarra, se ha propiciado que su estudio sea a través de estilos teóricos y reflexivos en los alumnos. Tal y como apunta Santaolalla (2009) este modo de proceder contribuye al bajo rendimiento escolar en esta materia.

Sin embargo, la actualidad aboga por emplear métodos de enseñanza activos que promuevan y favorezcan unos estilos dinámicos y pragmáticos. Guzmán (2007) pone énfasis en la necesidad de emplear una enseñanza-aprendizaje de las matemáticas activa, centrada en la individualización del aprendizaje.

Clausen (2005) reflexiona de como actualmente, a pesar del enorme interés que generan los nuevos estilos de aprendizaje, no ha habido demasiada concreción en el campo de las matemáticas y de la geometría. A pesar de ello, muchos estudios educativos coinciden en que los conceptos matemáticos deben transmitirse utilizando distintos métodos de enseñanza y diferentes enfoques para así propiciar un aprendizaje significativo en los alumnos.

Alsina et al. (1997), expertos en la didáctica de las matemáticas y, concretamente, de la geometría, exponen la necesidad de su enseñanza a partir del concepto de utilidad (representando, relacionando, clasificando, resolviendo, abstrayendo, razonando, etc.), ligado a la concepción del futuro. (p.18)

**Figura 2.** Cualidades de la concepción actual del aprendizaje matemático.



Fuente: Elaboración propia a partir de Flores (2001).

Asimismo, no se puede menospreciar el hecho de que las propias actitudes y creencias -tanto de los docentes como del alumnado- desempeñan un papel fundamental en el desarrollo del proceso educativo matemático (Santaolalla, 2009, p.64). Éstas, pueden generar tanto contradicciones de sentimientos -de ansiedad o confianza-, como de sus efectos -positivos o negativos-. García-Varcárel et al. (2012) determinan algunas de las principales ventajas y desventajas del aprendizaje activo. A continuación, se ha confeccionado una tabla focalizándolas en la enseñanza de las matemáticas, particularmente de la geometría:

**Tabla 2. Ventajas e inconvenientes del aprendizaje activo en la enseñanza de las matemáticas y la geometría.**

VENTAJAS	DESVENTAJAS
Motivación para el alumnado y aumento del interés por la asignatura. Superación de la barrera que suelen suponer las matemáticas y la geometría.	Necesita un proceso personalizado y acurado de aprendizaje estructurado y sistemático.
Mejora general del rendimiento de todo el alumnado, no sólo de los mejores en matemáticas.	Ha de romper con la estructura individualista predominante.
Participación activa, búsqueda de información, potenciación de la creatividad. Facilidad de utilización de recursos online para la representación geométrica.	Posible coordinación entre docentes de distintas asignaturas complicada en el ámbito de la geometría puesto que deben poseer los conocimientos necesarios.

Apoyo al aprendizaje. Facilita la asimilación y profundización de conceptos que a priori pueden ser complicados, como los geométricos.	El desconocimiento de la metodología puede provocar incertidumbre, que sumada a la inseguridad matemática y geométrica suponen un obstáculo más.
Mejora de la capacidad crítica y de la autonomía. Las dos fundamentales para el proceso de adquisición de un aprendizaje significativo.	Se suaviza la calificación individual, pero implica más dificultad a la hora de llevar a cabo la evaluación, complicándose aún más en el ámbito de la geometría.
La calificación no se obtiene exclusivamente de exámenes y pruebas escritas, derivando a fuentes de motivación extrínseca. Potenciación de métodos evaluativos distintos a los tradicionales para evaluar la geometría.	Algunos alumnos presentan dificultades para seguir los horarios y disciplina del grupo. Trabajo no ecuánime dentro de un grupo. Exige asumir responsabilidades y aprender a ser más tolerantes.
Aprendizaje mutuo entre iguales. Compartir experiencias y puntos de vista favorecen al entendimiento de la Geometría.	Implica una mayor dedicación y tiempo para elaborar las tareas y trabajos. Al no obtener resultados rápidos puede suponer un detrimento de la motivación.

Fuente: Elaboración propia a partir de García-Valcárcel et al. (2012, p.180).

#### 2.1.4. Características del Aprendizaje Cooperativo

Previamente, comentar que existen diversas tipologías activas de agrupamiento para trabajar en el aula. Destacan la individual y la grupal. Baztán (2020) distingue entre el aprendizaje en grupo tradicional y el aprendizaje grupal. El primero, elige a un líder, se distribuyen las tareas de forma igualitaria, se establece un nivel de compromiso moderado y no se realiza una evaluación en conjunto. Mientras que el segundo, elige un liderazgo compartido, con una distribución de tareas según las capacidades y habilidades de los integrantes del grupo, consiguiendo un nivel de compromiso alto y la existencia de una evaluación grupal.

**Figura 3.** Estructuras de una actividad.

INDIVIDUALISTA	COMPETITIVA	COOPERATIVA
<ul style="list-style-type: none"> <li>•El alumnado trabaja solo y no se fija en lo que hacen los otros.</li> <li>•Lo que enseña el profesor es lo que se espera que aprendan.</li> <li>•Los objetivos se consiguen independientemente de si los otros lo consiguen (no hay interdependencia de finalidades)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Cada alumno trabaja solo, estableciéndose una rivalidad con sus compañeros.</li> <li>•Se espera que cada alumno aprenda más o antes que los otros aquello que enseña el profesor.</li> <li>•Los objetivos se consiguen solo si los otros no los asumen (interdependencia de finalidades negativa)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Se forman equipos pequeños de trabajo en que los alumnos se ayudan y se motivan.</li> <li>•Se espera que cada alumno aprenda aquello que se le enseña y que, además, contribuya a que sus compañeros también lo aprendan.</li> <li>•Los objetivos se consiguen solo si los otros también los asumen (interdependencia de finalidades positiva)</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia a partir de Johnson (1997) y Pujolràs (2012).

Dentro del aprendizaje grupal, destacan, principalmente, el aprendizaje cooperativo y el colaborativo. A continuación, como representación de una metodología activa, se analiza de

forma genérica el Aprendizaje Cooperativo, promovido en los años 90 por los hermanos David y Roger Johnson (1997). Éstos, establecieron que las situaciones de aprendizaje y las interacciones entre alumnos pueden suceder de tres maneras distintas: de manera individual, competitiva y cooperativa. (Ver figura 3)

Para la implantación del aprendizaje cooperativo en el aula, Pujolràs (2012) establece que es necesario considerar los siguientes factores esenciales:

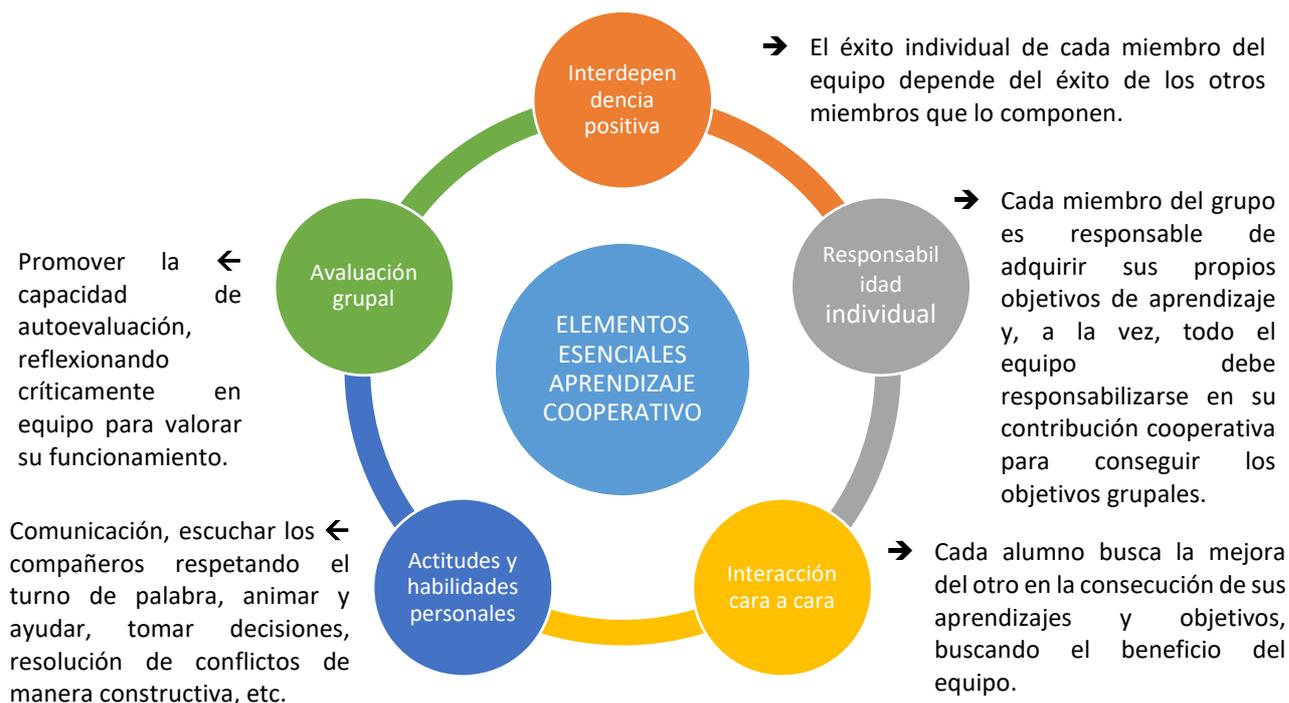
- Generación de un buen clima en el aula. Si el alumno concibe que pertenece a un grupo, sintiéndose seguro y próximo a sus iguales, tendrá una mejor predisposición para la ayuda mutua y participar en las actividades propuestas.
- Formación de equipos base considerando la heterogeneidad como un factor imprescindible en su diseño y composición. Según ese autor, se debe agrupar el alumnado, en grupos de dos a seis, en tres categorías: una con alumnos capaces de proporcionar ayuda -son los estudiantes más empáticos y con más habilidades sociales y sensibilidad hacia los demás-. Otra con alumnos con más necesidad de recibir ayuda -son los alumnos con más dificultades ante las relaciones sociales, autonomía, compromiso o responsabilidad en las tareas-. Y otra, con los alumnos medios -que no necesitan demasiada ayuda ni tampoco la ofrecen-. Además, el mismo autor fomenta tener presente otros aspectos como el equilibrio de género, la compatibilidad de caracteres y/u otras características específicas de nuestra aula para su formación. Así como la importancia de una buena disposición de situación en el aula.

Del mismo modo, propone la adjudicación de roles entre los integrantes de cada equipo: el coordinador organiza las tareas, explica cómo hacerlas, vela por el correcto desempeño de cada cargo, modera y fomenta la participación, etc. El secretario controla la temporalización de las actividades, toma nota de las decisiones de equipos y rellena todos sus documentos. El portavoz y/o ayudante, controla el tono de voz entre compañeros, proporciona ayuda cuando la necesitan y habla en representación del grupo. El encargado del material lo cuida y vela por el orden y limpieza de las zonas de trabajo. Sarto y Venegas (2009) afirman que para la distribución de cargos es importante permitir su rotación entre todos los miembros del equipo, revisar de manera habitual la operatividad de los cargos y sus funciones, y explicar a los alumnos sus responsabilidades en beneficio del equipo.

- Cohesión de los equipos base consiguiendo la interacción entre iguales para conseguir que se acepten y reconozcan como equipo capaz de cooperar y ayudarse mutuamente.

Para empezar a trabajar de forma cooperativa, los hermanos Johnson (1997) y Pujolràs (2008) establecieron cinco elementos esenciales que deben suceder en cualquier proceso de cooperación en equipo. Se muestran en la figura siguiente.

**Figura 4.** Elementos esenciales del aprendizaje cooperativo.



Fuente: Elaboración propia a partir de Johnson (1997) y Pujolràs (2008).

Además, Spencer Kagan (1994) simplifica las anteriores cualidades afirmando que la máxima cooperación de una actividad se produce si hay interacción simultánea entre todos los miembros del equipo y si la participación es equitativa. El propio Kagan emplea el acrónimo PIES (P: *Positive Interdependence*; I: *Individual Responsibility*; E: *Equitable Participation*; y S: *Simultaneous Interaction*) para hablar de esas estructuras imprescindibles cooperativas que 'obligan' a los alumnos a contar los unos con los otros.

El Aprendizaje Cooperativo se caracteriza por estar muy estructurado y sumamente dirigido por el profesor. En consecuencia, existen una serie de técnicas y dinámicas que marcan el desarrollo de las actividades. Según Johnson (1997), Pujolràs (2008) y Sarto y Venegas (2009), en el caso de la enseñanza-aprendizaje en el ámbito matemático, las más destacadas son: lápices al centro; parada de 3 minutos; mapa conceptual a 4 bandas; 1-2-4; *puzzle* de Aronson o *Jigsaw*; tutoría entre iguales; y el número.

## 2.2. Arquitectura, Patrimonio y Geometría

El presente apartado pretende abordar la relación existente entre la Arquitectura, el Patrimonio y la Geometría; analizar la didáctica del patrimonio: su definición y tipologías, la situación real de la educación patrimonial actual, y los obstáculos a los cuales se enfrenta; y, finalmente, la didáctica de la geometría a través del patrimonio.

### 2.2.1. Relación entre Arquitectura, Patrimonio y Geometría

La arquitectura es una disciplina compleja, integradora, autónoma y con lenguaje propio en la cual se integran las Matemáticas, el Arte, la Tecnología, el Humanismo, la Ciencia, etc. Calcerrada (2013) expone que su finalidad es la de dotar al hombre de un escenario para su vida y que, para lograrlo, opera en el espacio mediante la construcción. (p.2)

Por otro lado, la Geometría es una disciplina que elabora modelos matemáticos que describen parcelas concretas del espacio. Concretamente, es el espacio geométrico quien permite la definición formal del espacio arquitectónico. El mismo autor asegura que la Geometría Descriptiva, la Geometría Euclídea, y la Geometría Proyectiva son los medios base que permiten la representación fiable y precisa de la arquitectura.

Alsina et al. (1997) comentan que la Geometría ha aportado a la Arquitectura una sugestiva gama de elementos básicos: «formas, figuras, métodos para trazarlas o edificarlas y sistemas de representación (axonometrías, perspectivas, planos...)» (p.35). Exponen que el patrimonio arquitectónico tanto histórico como actual -las pirámides, los templos clásicos, las catedrales, los rascacielos...- no existiría sin la geometría espacial ni la teoría de la proporción. Del mismo modo que si no hubiese habido la necesidad de expresar la realidad tridimensional -en cuadros, dibujos y planos- no existirían las Geometrías Descriptivas y Proyectivas.

Con lo cual, Arquitectura, Patrimonio y Geometría, a pesar de ser creaciones distintas, están totalmente interrelacionadas. Además, el estudio efectuado por Monteagudo y Oliveros (2016), concluye que, en el ámbito educativo, los elementos monumentales que conforman el patrimonio arquitectónico son los más recurridos por parte de los docentes en sus clases.

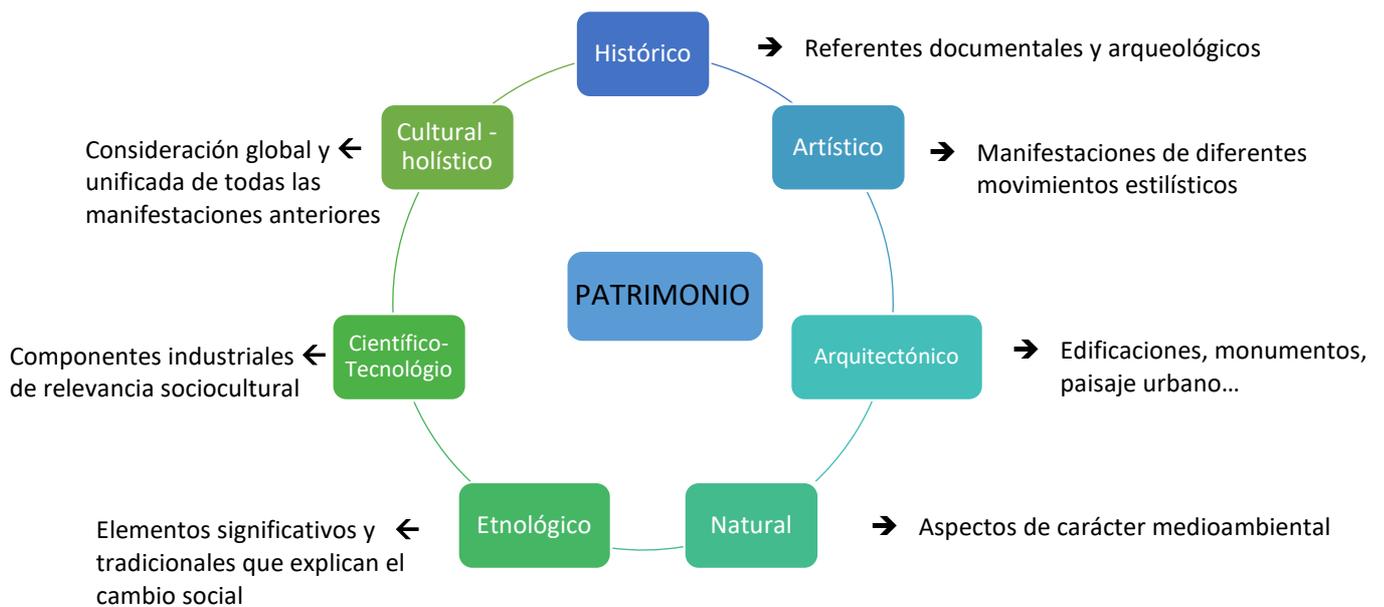
### 2.2.2. Didáctica a través del Patrimonio

#### a. Definición y tipologías de patrimonio

El concepto de patrimonio es complejo y abstracto. Tal y como comenta Hernández (2003), su carácter polisémico dificulta enormemente su concreción. A lo largo de la historia, y en función de cada autor, su definición ha ido mutando y enriqueciéndose.

La UNESCO (2005) define el patrimonio como «el legado que recibimos del pasado, lo que vivimos en el presente y lo que transmitimos a las futuras generaciones, constituyendo en definitiva nuestra identidad». Monteagudo y Oliveros (2016) aseguran que, en las últimas décadas, la didáctica del patrimonio se está configurando como una disciplina emergente con especificidad propia. De hecho, desde un punto de vista legislativo, la propia LOMCE, en el artículo 11, establece como objetivo de la Educación Secundaria Obligatoria el «conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural». (p.177)

**Figura 5.** Tipología, visión y características del patrimonio.



Fuente: Elaboración propia a partir de Cuenca (2014).

Una versión más reciente y desde un enfoque educativo es la que ofrecen Cuenca et al. (2011), que entienden el patrimonio como un referente interdisciplinar que interrelaciona de manera sistémica e integradora contenidos de todos los ámbitos (histórico, artístico, etnológico, científico-tecnológico, natural, etc.). En su conjunción, permiten el conocimiento integral para conocer la realidad tanto del pasado como del presente, sociohistórica y natural (figura 5).

Queda claro entonces que el concepto de patrimonio engloba no tan sólo a los grandes monumentos de carácter histórico, sino también a edificios, iglesias, castillos, muebles,

máquinas, libros y documentos, paisajes urbanos, yacimientos arqueológicos, leyendas y costumbres, artesanía, etc.

#### b. Didáctica del patrimonio

Una vez analizado el término de patrimonio y constatado su importancia, a continuación, se analiza su función y progreso dentro del escenario didáctico.

Martín y Cuenca (2015) definen la educación patrimonial como una disciplina que analiza y desarrolla escenarios didácticos (en contextos educativos informales, no formales y formales) que fomenten la construcción de valores identitarios propiciando el cambio social, el respeto intercultural, y contribuyendo a la formación de unos ciudadanos socioculturalmente comprometidos. (p. 38)

Autores como Cuenca, Estepa y Martín (2011) recalcan la importancia de que la didáctica del patrimonio se integre en el proceso educativo, como una meta más de la educación reglada. El conocimiento de nuestro legado fomenta el respeto y la tolerancia hacia la gran diversidad de culturas, creencias, identidades, y valores existentes en el mundo, y contribuye a la formación de jóvenes ciudadanos sensibilizados ante el patrimonio cultural.

García (2014) asegura que, a día de hoy, la impartición de la práctica docente, tanto en general como específicamente sobre el patrimonio, sigue manteniendo parámetros de la enseñanza tradicional, basada en la memorización de contenidos, un enfoque expositivo, la acumulación de conocimientos, la aplicación de la teoría aprendida, etc.

En el apartado 2.1 del presente trabajo se ha expuesto la necesidad e importancia de impartir una enseñanza educativa a través de la aplicación de un aprendizaje activo. Así pues, autores como Fernández (2008) y Ortega (2003), afirman que para la enseñanza del patrimonio a través de metodologías en las que el alumnado sea sujeto activo de su propio aprendizaje, cada vez adquieren mayor importancia las nuevas pedagogías colaborativas e innovadoras que aportan parámetros educativos significativos y constructivistas. De este modo se permite una metodología participativa donde se fomente el desarrollo de actitudes como la autonomía, la reflexión, el sentido crítico y la creatividad para la construcción de conocimientos.

A continuación, se analiza el desempeño de la enseñanza-aprendizaje del patrimonio en función de tres variables establecidas por Cuenca (2003): la integración del contenido

patrimonial en el currículo educativo; los recursos y las estrategias que se pueden utilizar para su enseñanza; y los contenidos caracterizados para trabajar sobre el patrimonio.

Tabla 3. *Enseñanza-aprendizaje del patrimonio.*

Variables	Indicadores	Descriptorios
<b>Integraciones en el currículo</b>	Sin interés educativo	El patrimonio no se tiene en cuenta en la enseñanza.
	Integración anecdótica	Actividades puntuales, sin diseño didáctico ni contexto.
	Fuente para análisis	Permite recabar información para interpretar el contexto socioeconómico
	Implicación plena	Permite trabajar todos los ámbitos del diseño curricular.
<b>Estrategias y recursos para la enseñanza del patrimonio</b>	Clases magistrales	Comunicación unidireccional por parte del docente con baja participación del alumnado.
	Materiales específicos	Empleo de materiales con comunicación unidireccional, principalmente, libros de texto.
	Charlas-coloquios	Introducción de nuevos componentes de comunicación y participación en el aula.
	Visitas	Salidas del aula y excursiones, para intensificar el proceso y contextualizar la información.
	Experiencias-simulaciones	El profesor es un guía del proceso. El alumno participa en la construcción de su conocimiento. Motivación.
	UD integradoras	Diseños alternativos con carácter investigativo-constructivista.
<b>Contenidos</b>	Conceptuales	Datos, informaciones y hechos socioculturales de carácter patrimonial.
	Procedimentales	Uso del patrimonio para el desarrollo de procesos sistemáticos de análisis histórico.
	Actitudinales	Valores culturales y sociales de carácter patrimonial
	Integrados	En las propuestas didácticas, introducción de forma conexa de los tres tipos de contenidos.

Fuente: Adaptado de Cuenca (2003, p.40).

El mismo autor, Cuenca (2014), apunta que es fundamental entender que el patrimonio no es sólo un recurso educativo, sino que también puede ser un objetivo del proceso de enseñanza-aprendizaje ya que, a través de la relevancia de sus contenidos, permite una mayor comprensión, motivación y significación en el proceso educativo de los estudiantes.

Para conseguirlo, es primordial conseguir la implicación del alumnado. Hacerles entender que la realidad que conocen se ha construido a lo largo del tiempo, con lo cual, el conocimiento del pasado es sumamente relevante.

Una manera es la que propone Lozano (2013), el cual denota la necesidad de proporcionar al estudiantado experiencias de contacto directo con los elementos patrimoniales. Para la enseñanza didáctica del patrimonio, las salidas y visitas culturales son una clara oportunidad de mejora. Partiendo de lo concreto y conocido hasta llegar a soluciones de problemas desconocidos y lejanos se ayuda a los estudiantes a producir un aprendizaje por maduración

y descubrimiento. Además, García (2014) asegura que el itinerario didáctico fomenta el aprendizaje entre iguales y propicia el aprendizaje colaborativo y cooperativo en grupos pequeños.

### c. Obstáculos en la didáctica del patrimonio

La educación patrimonial, así como la socialización del patrimonio, se enfrentan a numerosos obstáculos que dificultan su enseñanza-aprendizaje. Diversos autores como Estepa (2001); Cuenca, Estepa y Martín (2011); Cuenca (2014); y Monteagudo y Oliveros (2016), los han definido y clasificado. A continuación, se ha confeccionado una tabla resumiendo los obstáculos más primordiales.

Tabla 4. *Obstáculos en la educación patrimonial.*

TIPO OBSTÁCULO	DESCRIPTORES Y CAUSAS
<b>EPISTEMOLÓGICOS</b> (conocimiento y comprensión de las disciplinas relacionadas con el patrimonio y sus procedimientos de trabajo).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dificultades de conocimiento del concepto de 'Patrimonio': amplitud, complejidad, abstracción, diversidad, renovación constante, con carácter cada vez más fragmentario y disperso.</li> <li>• Falta de formación del profesorado en general y permanente.</li> <li>• Formación inicial deficiente respecto al conocimiento sobre el patrimonio y su enseñanza.</li> <li>• Desconocimiento de la estructura interna de la materia de estudio, así como del diseño de estrategias y propuestas.</li> <li>• Problemas específicos para cada sector del patrimonio: tecnológico, etnológico, arquitectónica, arqueológico, etc.</li> <li>• El archivo es la institución que custodia el patrimonio documental: difícil acceso, no catalogación, etc.</li> <li>• El patrimonio documental presenta dificultad de comprensión en sus lecturas para un ciudadano medio.</li> </ul>
<b>IDEOLÓGICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fácil manipulación ideológica desde la enseñanza-aprendizaje si no se estimula al alumnado a adquirir una actitud reflexiva y crítica.</li> <li>• Pervivencia del tratamiento del patrimonio en el aula como una consideración elitista, enfocada solo a eruditos e intelectuales.</li> <li>• Aumento del turismo cultural del ocio que potencia el bien patrimonial en función del número de visitas.</li> <li>• Valoraciones negativas del patrimonio cualificándolo como un estorbo para el desarrollo económico frente a nuevos y modernos proyectos de ingeniería o comunicaciones.</li> </ul>
<b>METODOLÓGICOS</b> (estrategias y recursos empleados en los procesos de enseñanza y comunicación del	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Predominio de la visión tradicional y tecnológica de la enseñanza.</li> <li>• Descontextualización de los referentes patrimoniales -temporal, espacial y funcional- al incluirse en museos o salas de exposiciones.</li> <li>• Predominio de un enfoque unidisciplinar en la enseñanza del patrimonio en lugar de transdisciplinar.</li> <li>• Las salidas fuera del aula para romper la monotonía y la rutina lectivas suponen al profesorado un esfuerzo adicional -organización, planificación, responsabilidad laboral- y son limitadas.</li> </ul>

patrimonio)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Inexistencia de formación de competencias profesionales en relación a la enseñanza y didáctica del patrimonio. Los pocos cursos específicos son realizados por un especialista sobre una modalidad concreta, sin una visión transversal y global.</li><li>• Investigación publicada sobre el tratamiento didáctico del patrimonio en el aula escasa y centrada en la historia y las ciencias sociales.</li></ul>
<b>TELEOLÓGICOS</b> (sentido del valor y finalidad de la educación patrimonial)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dependiendo de los valores socioculturales y educativos, así como de las estrategias y propuestas de la enseñanza, se incidirá en mayor o menor medida a la educación patrimonial.</li><li>• Visión simbólico-identitaria, holística y sistémica del patrimonio que requiere la potenciación de actitudes crítico-reflexivas para evitar manipulaciones sociales, económicas y políticas para justificar determinados intereses partidistas.</li><li>• Clara tendencia hacia finalidades de carácter academicista, y conservacionistas del patrimonio.</li></ul>

Fuente: Elaboración propia a partir de Estepa (2001); Cuenca, Estepa y Martín (2011); Cuenca (2014); y Monteagudo y Oliveros (2016).

La superación de dichos obstáculos puede ser complicada. Seguidamente se exponen algunas propuestas para su resolución.

Adler (2008) indica que, para solventarlos, tanto el papel del profesorado como el de su formación es fundamental en el ámbito de la didáctica del patrimonio y de la educación en general. Sumado a la necesidad imprescindible de profundizar en el diseño y análisis de los programas de formación en el campo de la educación patrimonial.

Conseguir experiencias de enseñanza-aprendizaje significativas para el alumnado a través de proporcionarles salidas escolares (Monteagudo y Miralles, 2014, p.70). que permitan el contacto directo con el entorno exterior.

Martín y Cuenca (2015) apuntan que las programaciones didácticas de las distintas asignaturas en relación con el patrimonio deben mejorar considerablemente, determinando para cada caso qué objetivos, contenidos y estrategias metodológicas se deben desarrollar.

Finalmente, conseguir que la didáctica del patrimonio sea un campo de investigación dentro de cada materia (Monteagudo y Oliveiros, 2016, p.75) que ayude a capacitar a los docentes a una correcta enseñanza de la realidad social actual.

### 2.2.3. Didáctica de la Geometría a través del Patrimonio

Toda la bibliografía consultada para la elaboración del presente trabajo en referencia con el patrimonio, su didáctica y su educación se centra, principalmente, en los ámbitos históricos, de las ciencias sociales y artísticos.

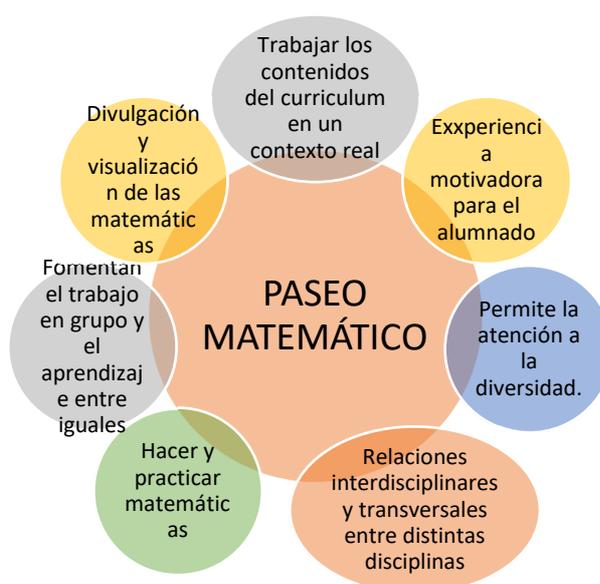
Se han encontrado numerosas coincidencias entre los autores citados que destacan la escasa consideración holística que sería necesaria para trabajar el patrimonio. Así pues, las diferentes tipologías patrimoniales se abordan desde un tratamiento unidisciplinar en lugar de con una aplicación multidisciplinar, transversal, multifuncional e interconectada, cualidades que se encuentran implícitas en el propio término de 'patrimonio'.

No se ha encontrado estudios, ni artículos científicos, ni tesis, específicos y focalizados en una posible relación entre las matemáticas, concretamente la Geometría, y el patrimonio.

Como ya se ha expuesto en el apartado anterior, la LOMCE establece como objetivo el incluir el patrimonio artístico y cultural en el currículum docente. En consecuencia, a nivel curricular, los distintos libros de texto del ámbito matemático se han esforzado para incluir algunos apartados puntuales con ejemplos de aplicación práctica en relación con la vida diaria del alumnado, y con algunos ejemplos anecdóticos mediante el patrimonio arquitectónico.

En las últimas décadas, con la evolución de los medios tecnológicos, han resurgido las propuestas didácticas denominadas <<Paseos Matemáticos>>. Consisten en proyectos de innovación didáctica, enmarcados dentro de las buenas prácticas docentes, que permiten, por un lado, vincular las matemáticas transversalmente con otras disciplinas como la arquitectura, la historia o el arte; y, por el otro, descubrir las matemáticas que nos rodean en nuestras calles, pueblos o ciudades, contextualizándolas en la vida cotidiana del alumnado.

**Figura 6.** Características principales de los paseos matemáticos.



Fuente: Elaboración propia a partir de Navas (2019).

La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), en su página web (fespm.es), clasifica los paseos matemáticos en distintos niveles y tipologías, no necesariamente excluyentes entre sí. Así pues, diferencia los paseos en función de su carácter: divulgativo, escolar, yincanas o concursos; en función de su entorno: urbano o natural; y en función de quién los diseña: docentes o alumnos. También aconseja sobre algunos aspectos para una buena praxis de este tipo de actividades: la duración -no más de dos horas y un máximo de seis paradas-; el desarrollo -prepaseo, paseo, y pospaseo-; y la preparación -público a quién se dirige, tiempos, actividades, recursos tecnológicos y material-.

A continuación, merece la pena destacar algunos de estos paseos matemáticos -educativos formales, yincanas y virtuales- que combinan las competencias matemáticas de forma transversal con el estudio del patrimonio a través de la arquitectura y el arte.

«Las matemáticas en el arte Salmantino» (Mielgo, 2016). Galardonado con el Premio de Innovación Educativa de la Comunidad Autónoma de Castilla León (2015-2016) es un proyecto de innovación docente del centro IES Federico García Bernalt, en Salamanca, coordinado por Teodora Egido de la Iglesia. Consiste en un proyecto interdisciplinar -asignaturas de Matemáticas, Geografía e Historia, Lengua Castellana y Educación Plástica Visual- en el cual participa todo el instituto -ESO y Bachillerato-. Se utiliza el trabajo cooperativo y transversal introduciendo las TIC -e.portafolios y blogs-. El objetivo es relacionar las distintas materias de conocimiento con el Arte Salmantino, realizando actividades innovadoras -en el aula, o en el exterior- para interrelacionar los distintos ámbitos de conocimiento. Concretamente, en el ámbito matemático, se centra en los contenidos de Geometría aplicados en el Arte Salmantino, siendo este de interés por formar parte de la vida cotidiana del alumnado.

«Gymkhana Matemática por Córdoba» (Pedrosa, 2016). Organizada por el CEP Luisa Revuelta e IMGEMA (Jardín Botánico de Córdoba). En su XXI edición, reunió a treinta centros educativos, con unos setecientos estudiantes, para competir entre ellos superando una serie de pruebas matemáticas por el casco histórico de Córdoba. Además, se potenciaban otras cualidades como el trabajo en equipo, la cooperación, el conocimiento histórico, y la implicación común en una tarea social.

«Paseo matemático por Granada», coordinado por la Fundación Descubre (s.f.). Se trata de una ruta virtual por la Granada monumental que permite el conocimiento de sus monumentos a través de las matemáticas con una mirada histórica, científica y artística.

## 3. Propuesta de intervención

### 3.1. Presentación de la propuesta

El presente Trabajo de Fin de Máster tiene como objeto el desarrollo de una propuesta de intervención que integre el aprendizaje cooperativo y la arquitectura patrimonial en la enseñanza de la Geometría en 3º de la ESO.

Para su desarrollo, se tienen en cuenta los objetivos iniciales y el marco teórico descritos anteriormente para así poder plantear una Unidad Didáctica que dé respuesta a los requerimientos legislativos, académicos y didácticos del sistema educativo actual.

Bajo el título 'Geometrizando la ciudad', de la asignatura de matemáticas aplicadas a las enseñanzas académicas de 3º de la ESO, la presente unidad didáctica pretende profundizar y asentar los conocimientos de la semejanza entre figuras y los movimientos en el plano a partir de su identificación y conexión con el patrimonio arquitectónico de la ciudad de Girona. Mediante espacios didácticos conocidos y próximos en la vida cotidiana del alumnado, se pretende desarrollar un aprendizaje significativo, contextualizado en experiencias reales, que les ayude a fomentar un espíritu crítico, y a adquirir actitudes de reflexión, razonamiento y justificación. Todo ello a través de una práctica didáctica interdisciplinar, con metodologías activas muy alejadas de las estrategias tradicionales de sistematización y memorización de los conceptos matemáticos.

A continuación, se describe la contextualización y el marco normativo de la propuesta, y se presentan los objetivos, competencias, contenidos y criterios de evaluación que intervienen en su desarrollo. Además, también se detalla la metodología y los recursos empleados para el desarrollo de las actividades, así como la atención a la diversidad y su evaluación.

### 3.2. Contextualización del centro y de la propuesta

La Unidad Didáctica propuesta se encuadra dentro del primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria, concretamente para el curso de 3º de ESO de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. Está diseñada para un centro de Educación Secundaria ubicado en la Comunidad Autónoma de Cataluña, concretamente, de la ciudad de Girona. Se trata de un instituto de titularidad pública, laico, encuadrado en un contexto socioeconómico medio que ofrece la formación de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Dispone de cuatro líneas por curso

con grupos de 30 alumnos por clase. Como criterio general se procura que los grupos sean lo más equilibrados posible en cuanto a género y nivel, garantizando al máximo la inclusión del alumnado.

El currículo académico designado por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se organiza mediante 5 bloques: números y álgebra; geometría; funciones; estadística y probabilidad y procesos; y métodos y actitudes en matemáticas -que se desarrolla de modo transversal al resto de bloques-. Por el contrario, el Decreto 187/2015, de 25 de agosto, de ordenación de las enseñanzas de la educación secundaria obligatoria de la Generalitat de Cataluña, también se organiza en los mismos 5 bloques, pero denominados de forma distinta: numeración y cálculo; espacio y forma; cambio y relaciones; estadística y azar; y medida.

El bloque objeto de la presente propuesta es el de 'Geometría' o también denominado 'Espacio y Forma'. Temporalmente, si se respeta rigurosamente el orden institucional de impartición propuesto -tras números y álgebra, pero antes de funciones-, se situaría al inicio del segundo trimestre, desarrollándose en un total de 3 semanas y 12 sesiones de 60 minutos cada una.

### 3.3. Marco normativo de la propuesta

El desarrollo de la siguiente propuesta de intervención se rige por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), la cual es una modificación de la Ley Orgánica, 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE).

A nivel estatal, el diseño de la Unidad Didáctica se ha llevado a cabo teniendo en cuenta el Real Decreto 1105/2016, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y del Bachillerato; y la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato.

A nivel autonómico, se han seguido las normas de educación de la comunidad autónoma de Cataluña. Concretamente, la Ley 12/2009, de 10 de julio, de Educación (LEC) de la Generalitat de Cataluña; el Decreto 187/2015, de 25 de agosto, de ordenación de las enseñanzas de la educación secundaria obligatoria de la Generalitat de Cataluña; y, también, se han utilizado las guías sobre competencias básicas en los ámbitos de matemáticas, digital, social y personal del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (DEGC. 2017a, 2017b, 2018); así como el Decreto 150/2017, de 17 de octubre, de la atención educativa en el alumnado en el marco de un sistema educativo inclusivo.

### 3.4. Intervención en el aula

#### 3.4.1. Cuadro resumen de la intervención

Tabla 5. **Cuadro resumen de la intervención.**

Unidad didáctica: Geometrizando la ciudad					
Objetivos (RD 187/2015)			Contenidos (RD 187/2015)		
<b>De etapa</b>	a, b, c, d, e, f, g, h, j, y l		<b>Clave</b>	CC8, CC9, CC10, CCD9, CCD24, CCPS14	
<b>Didácticos</b>	O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O10, O11, O12, O13, O14, O15		<b>Curriculares</b>	CU1, CU2, CU3, CU4, CU5, CU6, CU7, CU8, CU9, CU10, CU11, CU12, CU13	
Criterios de evaluación (RD 187/2015 de 25 de agosto)					
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10 Ce11, Ce12, CeD1, CePS1					
Secuenciación					
Sesión	Descripción	Competencias		Agrupamiento	Instrumento de Evaluación
		Básicas	Clave		
1	Presentación U.D. y evaluación nivel inicial	C2, C10, C11	CL, CM, CD	Gran grupo e individual	-
2	Consolidación y aplicación de conceptos geométricos previos	C2, C6, C8, C9, C10, C11, C12	CL, CM CD, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 1
3-4	Consolidación y aplicación de conceptos geométricos previos.	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 2
5	Nuevos conocimientos y puesta en práctica	C1, C2, C6, C7, C9, C11	CL, CM CSC, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 3
6	Nuevos conocimientos y puesta en práctica	C2, C3, C5, C6, C7, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 4 (profe. + autoev.)
7	Nuevos conocimientos y puesta en práctica	C1, C2, C3, C4, C6, C7, C8, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 5 (profe. + coev.)
8	Consolidación y aplicación de nuevos conceptos geométricos	C1, C2, C3, C6, C7, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 6
9- 10	Consolidación y aplicación de nuevos conceptos geométricos	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 2
11- 12	Consolidación y aplicación de nuevos conceptos geométricos	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC	Grupos coop. 4-5 alumnos	Tabla obs. 1, Rúbrica 7
Atención a la diversidad			Metodología		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Trabajo por equipos cooperativos</li> <li><i>Flipped Classroom</i></li> <li>Actividades dinámicas</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>Aprendizaje cooperativo</li> <li><i>Flipped Classroom</i></li> <li>Aprendizaje autónomo</li> </ul>		
Procedimiento de calificación					
Inicial (0%)		Procesual (45%)		Final (55%)	
Sin repercusión		Mediante la observación y recogida de producciones		Proyecto de Paseo Matemático	

Fuente: elaboración propia.

#### 3.4.2. Objetivos

Siguiendo la normativa vigente, los objetivos se han dividido en objetivos generales de etapa y objetivos didácticos. A continuación, se procede a su definición y enumeración.

### 3.4.2.1 Objetivos generales de etapa

Los objetivos generales de etapa están relacionados con los logros que debe alcanzar el alumnado al finalizar la etapa correspondiente. Están definidos en el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre y, en Cataluña, se concretan en el artículo 3 del Decreto 187/2015 de 25 de agosto. En la tabla 30 del Anexo A, aparecen nombrados y numerados, así como relacionados con las competencias clave establecidas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero. ‘Geometrizando la ciudad’ incorpora los catalogados como a, b, c, d, e, f, g, h, j, y l.

### 3.4.2.2 Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos tienen un carácter específico y concretan aquello que el alumnado debe saber y hacer, conocer y alcanzar en relación con los contenidos.

En la siguiente tabla 6 se presentan los objetivos didácticos establecidos para la presente unidad didáctica ‘Geometrizando la ciudad’ en relación con los objetivos generales de etapa descritos en el apartado anterior. Destacar que el último objetivo de la tabla (O11) tiene un carácter actitudinal.

Tabla 6. **Objetivos didácticos relacionados con los objetivos generales.**

Id.	Objetivo didáctico	Objetivos generales de etapa
O1	Reconocer, describir y aplicar características y propiedades de las figuras planas	a, b, j, k
O2	Reconocer, describir y aplicar características y propiedades de los cuerpos geométricos elementales	a, b, j, k
O3	Identificar e apreciar, en la arquitectura y el arte, elementos geométricos en el patrimonio arquitectónico local	b, e, j, k, l
O4	Utilizar programas informáticos para trabajar la geometría dinámica	e, j
O5	Conocer personajes históricos (Pitágoras, Tales de Mileto, Euclides), la importancia de sus contribuciones en el ámbito matemático y su aplicación en la vida actual.	b, c, d, e, h, k, l
O6	Asimilar y comprender el significado numérico y geométrico de los teoremas de Pitágoras y de Tales.	b, j, k
O7	Aplicar los teoremas de Pitágoras y de Tales en situaciones y contextos reales	a, b, c, j, k, n
O8	Identificar y aplicar transformaciones geométricas en el plano: isometrías, traslaciones y movimientos en el plano	a, b, j, k
O9	Identificar y aplicar transformaciones geométricas en el plano: simetrías centrales y axiales.	a, b, j, k
O10	Conocer e investigar la historia del patrimonio arquitectónico local	b, c, d, e, h, k, l
O11	Identificar y aplicar transformaciones geométricas en el plano: giros y semejanza	a, b, j, k
O12	Reconocer, describir y aplicar características y propiedades de la proporción áurea y de la espiral de Fibonacci	a, b, j, k
O13	Identificar y reproducir figuras proporcionales a través de criterios de semejanza	a, b, j, k
O14	Manejar escalas numéricas y gráficas para interpretar planos, dibujos y resolver problemas	a, b, g, j, n
O15	Contribuir positivamente al trabajo cooperativo en la elaboración de una actividad	a, b, c, d, e, f, h

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015, del DEGC (2017a, 2017b, 2018) y del RD 1105/2014.

### 3.4.3. Competencias

Las actividades programadas de ‘Geometrizando la ciudad’ pretenden la adquisición de una serie de competencias del ámbito matemático. Cada comunidad autónoma establece sus propios criterios para la definición de dichas competencias. Como el trabajo objeto de estudio se desarrolla en Cataluña, se ha dividido el presente apartado en dos: uno para las competencias básicas y dimensiones, regido por la normativa catalana; y otro para las competencias clave, regido por la normativa estatal.

#### 3.4.3.1 Competencias básicas y dimensiones

Las competencias básicas referidas al ámbito matemático se establecen en el Decreto 187/2018, de 25 de agosto. Se clasifican en 4 dimensiones: resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones y comunicación y representación. A la tabla 7 siguiente, se muestran dichas competencias en función de la dimensión a la cual pertenecen y cómo se aplicarán en la unidad didáctica objeto de estudio.

Tabla 7. **Dimensiones y competencias matemáticas.**

Dimensión	Id.	Competencia del ámbito matemático
Resolución de problemas	C1	Convertir un problema a representación o lenguaje geométrico utilizando variables y modelos apropiados.
	C2	Solucionar problemas a través de manejar diversos conceptos, materiales y estrategias geométricas.
	C3	Conservar una actitud de investigación ante problemáticas geométricas probando estrategias diversas.
	C4	Fomentar el planteamiento de problemas y preguntas de carácter geométrico y matemático.
Razonamiento Y prueba	C5	Fundar, formular y contrastar argumentaciones para justificar y admitir las afirmaciones geométricas que se inventan en matemáticas.
	C6	En entornos no matemáticos fomentar el razonamiento matemático.
Conexiones	C7	Razonar y analizar situaciones mediante las relaciones existentes entre las distintas áreas de la geometría y las matemáticas.
	C8	En situaciones cotidianas y académicas identificar, relacionar y fomentar ideas matemáticas y geométricas concretas.
Comunicación y representación	C9	Representar contenidos geométricos usando como estrategia de trabajo el cambio de representación.
	C10	Formular y expresar con exactitud y claridad ideas matemáticas.
	C11	Fomentar el trabajo colaborativo y la comunicación para compartir y construir conocimientos geométricos a partir de ideas matemáticas.
	C12	Gestionar, seleccionar, estructurar, visualizar y emplear diversas tecnologías para mostrar información, procesos e ideas geométricos-matemáticos.

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015 y DEGC (2017a, 2017b, 2018).

Del mismo modo, las competencias transversales, es decir, las digitales y personales sociales, también se clasifican en dimensiones. En la siguiente tabla 8, se han seleccionado las que tienen relación con la presente unidad didáctica.

Tabla 8. **Dimensiones y competencias transversales.**

Ámbito	Dimensión	Id.	Competencia del ámbito matemático
Digital	Instrumentos y aplicaciones	CTD1	Configurar, seleccionar y programar, en función del trabajo a desarrollar, dispositivos digitales.
		CTD2	Fomentar las presentaciones multimedia, las aplicaciones de edición de textos y el procedimiento de datos numéricos para la elaboración de documentos digitales.
		CTD3	Manejar las aplicaciones básicas de edición de sonido, y de imagen fija o en movimiento para producciones de documentos digitales.
	Tratamiento de la información y organización de los entornos de trabajo y aprendizaje	CTD4	Considerar diversos medios digitales y fuentes según el trabajo a realizar a partir de investigar, contrastar y seleccionar información digital adecuada.
		CTD5	Fomentar el soporte de aplicaciones digitales para la construcción de nuevo conocimiento personal mediante estrategias de tratamiento de la información.
Comunicación interpersonal y colaboración	CTD8	Ejecutar actividades en grupo utilizando entornos virtuales y herramientas de trabajo colaborativo.	
Personal Y social	Aprender a aprender	CTPS3	Desarrollar actitudes y habilidades que a lo largo de la vida permitan afrontar los retos de aprendizaje.
	Participación	CTPS4	Reflexionar y participar de manera responsable en el aula, en el centro y en el entorno.

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015 y DEGC (2017a, 2017b, 2018).

### 3.4.3.2 Competencias básicas

La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) juntamente con la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, definen siete competencias clave. A continuación, en la tabla 9, se enumeran las principales competencias que se pretende trabajar en la unidad didáctica y cómo se llevará a cabo.

Tabla 9. **Competencias básicas.**

Id.	Competencia Clave	Aspectos principales a trabajar
CL	Comunicación Lingüística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresar tanto por escrito como oralmente los conocimientos adquiridos en la unidad didáctica de geometría.</li> <li>• Comprender enunciados de los problemas de geometría en el plano.</li> <li>• Manejar con soltura el vocabulario específico de la unidad didáctica de geometría.</li> <li>• Mantener un diálogo crítico y constructivo entre alumnos en los trabajos por parejas y en grupo.</li> <li>• Expresar correctamente de forma escrita el cuaderno, trabajos, actividades y exámenes.</li> <li>• Exponer de manera clara, sintética y sin nerviosismo trabajos de clase.</li> </ul>

CM	Competencia Matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar conceptos y procedimientos referidos a geometría en el plano, figuras planas y cuerpos geométricos para la resolución de problemas en contextos reales de la vida cotidiana</li> <li>• Aplicar conceptos sobre los Teoremas de Pitágoras y Tales, escalas y semejanza para su aplicación en usos de la vida diaria.</li> <li>• Seleccionar las estrategias adecuadas para la resolución de problemas geométricos.</li> <li>• Reflexionar sobre los procedimientos utilizados en la resolución de problemas, así como de los resultados obtenidos, sacando conclusiones adecuadas.</li> <li>• Combinar el conocimiento matemático con el de otras disciplinas para dar una respuesta integral a diferentes situaciones de la vida real.</li> </ul>
CD	Competencia Digital	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de recursos tecnológicos para la búsqueda y selección de información matemática.</li> <li>• Utilizar herramientas TIC específicas (GeoGebra, <i>Genially</i>, <i>EdPuzzle</i>...) para la realización de actividades matemáticas y geométricas.</li> <li>• Elaborar documentos digitales como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante.</li> </ul>
AA	Aprender a Aprender	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas relacionados con la geometría contextualizados que requieren un proceso de investigación con autonomía, curiosidad e interés.</li> <li>• Reflexionar sobre el proceso seguido en una investigación o resolución de un problema detectando puntos débiles y fuertes y estableciendo pautas de mejora.</li> </ul>
CSC	Competencias Sociales y Cívicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver pacíficamente los conflictos que puedan surgir en los trabajos por parejas y grupales.</li> <li>• Aplicar los conceptos y procedimientos matemáticos a problemas reales relacionados con el entorno y fenómenos sociales.</li> <li>• Integrarse en los grupos de trabajo de clase valorando y respetando la diferencia de sexos e igualdad de derechos y oportunidades.</li> <li>• Participar en las actividades cooperativas y en los debates de clase con iniciativa, comunicándose de forma asertiva con los compañeros.</li> </ul>
SIEE	Sentido de la Iniciativa y Espíritu Emprendedor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planificar las tareas y las estrategias a aplicar para resolver problemas geométricos complejos contextualizados.</li> <li>• Revisar el trabajo realizado detectando aspectos a mejorar.</li> <li>• Exponer los resultados de forma ordenada y tener argumentos para su justificación.</li> </ul>
CEC	Conciencia y expresiones culturales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apreciar las aportaciones de la geometría en la resolución de problemas geométricos de la vida cotidiana, y su relación con el arte y la arquitectura patrimonial.</li> <li>• Reconocer la historia que existe detrás de las expresiones matemáticas (teoremas de Pitágoras y de Tales).</li> <li>• Conocimiento de figuras históricas relacionadas con las matemáticas.</li> </ul>

Fuente: elaboración propia a partir de la Orden ECD/65/2015.

### 3.4.4. Contenidos

El Decreto 187/2015, de 25 de agosto, describe los contenidos como los objetivos de aprendizaje y conocimiento, presentados de forma integrada (conceptuales, procedimentales y actitudinales) que colaboran en la adquisición de los objetivos y de las competencias básicas.

Para el ámbito matemático, establece dieciséis contenidos clave que se distribuyen en función de su relación con cada dimensión. A continuación, se presenta la tabla 10 en la cual se han seleccionado los contenidos clave de los ámbitos matemático (CC) y transversales: digital (CCD) y personal y social (CCPS), relacionados con la unidad de 'Geometrizando la ciudad'.

Tabla 10. **Contenidos clave del bloque de Geometría para 3º de la ESO.**

Id.	Contenido clave bloque de Geometría para 3º de la ESO
CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
CC9	Figuras geométricas, características, propiedades y procesos de construcción
CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
CCD9	Herramientas de edición de documentos de texto, presentaciones multimedia y procesamiento de datos numéricos.
CCD24	Aprendizaje permanente: entornos virtuales de aprendizaje, recursos para el aprendizaje formal y no formal en la red
CCPS14	Habilidades y actitudes para el trabajo en grupo

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015 y DEGC (2017a, 2017b, 2018).

La normativa también establece unos contenidos curriculares mínimos (CU) del ámbito matemático. En la tabla 11 siguiente, se detallan los contenidos curriculares y se vinculan con los contenidos clave anteriormente descritos.

Tabla 11. **Contenidos curriculares del ámbito matemático. Espacio y forma en 3º de la ESO.**

Id.	Contenido Clave	Contenido curricular: Espacio y forma
	(CC8, CC9, CC10)	<b>PROPORCIONALIDAD Y SEMEJANZA</b>
CU1	CC8 y CC9	Conceptos básicos de cálculo geométrico: superficies y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos.
CU2	CC8 Y CC9	Conceptos básicos de elementos geométricos en el plano y en el espacio: rectas, planos, ángulos, poliedros, perpendicularidad y paralelismo
CU3	CC9	Identificación, aplicación y resolución de los teoremas de Pitágoras y Tales.
CU4	CC9	Conceptos básicos sobre la proporción áurea y la espiral de Fibonacci.
CU5	CC10	Identificación y aplicación de transformaciones geométricas en el plano: semejanzas.
CU6	CC9	Identificación y aplicación de transformaciones geométricas en el plano: escala y proporción.

(CC10)	<b>TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS</b>	
CU7	CC10	Comprensión y resolución de transformaciones geométricas en el plano: isometría, traslación y coordenadas.
CU8	CC10	Identificación y aplicación de transformaciones geométricas en el plano: simetrías.
CU9	CC10	Identificación y aplicación de transformaciones geométricas en el plano: giros.
CU10	CC10	Interpretación y aplicación de los conceptos de transformaciones geométricas en el plano: composiciones.
CU11	CC10	Uso de las transformaciones geométricas para la resolución de problemas en contextos cotidianos.
CU12	CC10	Integración de los conceptos geométricos con el patrimonio arquitectónico local.
CU13	CC10	Utilización de programas de geometría dinámica (GeoGebra)

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015 y DEGC (2017a, 2017b, 2018).

A continuación, se ha confeccionado la tabla 12 que relaciona los contenidos clave del bloque de Espacio y Forma con las competencias básicas del ámbito matemático establecidas por el Decreto 187/2015, de 25 de agosto.

Tabla 12. **Relación entre los contenidos clave y las competencias del ámbito matemático.**

Contenidos Clave	Competencias ámbito matemático											
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
CC8	√		√	√		√		√	√			√
CC9					√				√	√		√
CC10			√	√	√		√			√	√	

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015.

### 3.4.5. Criterios de evaluación

En el Decreto 187/2015, de 25 de agosto, de la Generalitat de Cataluña, se establecen los criterios de evaluación. Para poder comprobar la adquisición de competencias por parte del alumnado, en la tabla 13 siguiente, se han seleccionado los principales.

Tabla 13. **Criterios de evaluación.**

Ámbito	Dimensión	ID	Criterio de evaluación
Matemático	Resolución de problemas	Ce1	Resolver problemas de la vida cotidiana, de otras materias y de las propias matemáticas utilizando diferentes tipos de números (rationales), símbolos y métodos algebraicos (ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones), y evaluar otros métodos de resolución posibles, como, por ejemplo, el ensayo error o bien el cálculo numérico con medios tecnológicos.
		Ce3	Estimar, medir y calcular longitudes, áreas y volúmenes de espacios y objetos con una precisión adecuada a la situación planteada y comprender los procesos de medida, expresando el resultado de la estimación o el cálculo en la unidad de medida más adecuada.

	Ce4	Obtener medidas indirectas en la resolución de problemas de ámbitos diversos, utilizando la proporcionalidad geométrica y las transformaciones geométricas, y relacionarlo con los medios tecnológicos que actualmente se utilizan para hacer medidas indirectas.
Razonamiento y prueba	Ce8	Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático propio y de los otros, a través del trabajo por parejas, en grupo o bien la puesta en común con toda la clase.
Conexiones	Ce9	Utilizar modelos geométricos para facilitar la comprensión de conceptos y propiedades de otros bloques de las matemáticas (por ejemplo, numéricos y algebraicos) y para la resolución de problemas en contextos de otras disciplinas. También usar otras relaciones entre diversas partes de las matemáticas que favorezcan el análisis de situaciones y el razonamiento.
	Ce10	Reconocer modelos numéricos (rationales y sucesiones numéricas), funcionales (lineales y de proporcionalidad inversa), geométricos (proporcionalidad geométrica y transformaciones geométricas), estadísticos y situaciones aleatorias en contextos no necesariamente matemáticos o en otras materias y utilizar sus características y propiedades para resolver situaciones que aparecen en trabajos realizados desde la propia área o de manera interdisciplinaria.
Comunicación y representación	Ce11	Expresar con precisión verbalmente y por escrito razonamientos, relaciones cuantitativas e informaciones que incorporen elementos matemáticos, simbólicos o gráficos, valorando la utilidad del lenguaje matemático y su evolución a lo largo de la historia.
	Ce12	Seleccionar y usar tecnologías diversas para gestionar y mostrar información, y visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos.
Digital	CeD1	Utilizar simuladores para llevar a cabo experimentos aleatorios e interpretarlos.
Personal y social	CePS1	Trabajar en grupo cooperativo para preparar memorias que reflejen, de forma argumentada, el trabajo realizado.

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015 y DEGC (2017a, 2017b, 2018).

En la legislación correspondiente de la comunidad autónoma de Cataluña no hay estándares de aprendizaje evaluables, con lo cual, no se han tenido en cuenta para la presente unidad didáctica.

#### 3.4.6. Relación objetivos, competencias, contenidos, y criterios de evaluación

A continuación, se ha confeccionado la tabla 14, la cual relaciona cada objetivo didáctico con las competencias -básicas y clave-, los contenidos, los criterios de evaluación -curriculares y de evaluación- y los objetivos generales de etapa para la unidad didáctica de 'Geometrizando la ciudad'.

Tabla 14. **Objetivos didácticos y sus relaciones.**

Objetivo Didáctico	Competencias Básica	Competencias Clave	Contenidos Clave	Contenidos Curriculares	Criterios de evaluación	Objetivos generales etapa
O1	C2, C10	CL, CM	CC8, CC9	CU1	Ce3, Ce4	a, b, j, k
O2	C2, C10	CL, CM	CC8, CC9	CU2	Ce3, Ce4	a, b, j, k
O3	C6, C8, C9	CM, CEC	CC10	CU12	Ce9, Ce10,	b, e, j, k, l
O4	C1, C2, C9, C12	CM, CD	CC10	CU13	Ce12	e, j
O5	C3, C4, C10	CL, CM, AA, CEC	CC9	CU3	Ce9, Ce11	b, c, d, e, h, k, l
O6	C1, C2, C5, C8, C10	CL, CM	CC8, CC9	CU2, CU3	Ce9, Ce10	b, j, k
O7	C1, C2, C7, C8, C10	CM	CC9	CU3	Ce1, Ce3	a, b, c, j, k, n
O8	C1, C2, C8, C10	CL, CM	CC10	CU7	Ce3, Ce4, Ce10	a, b, j, k
O9	C1, C2, C8, C10	CL, CM	CC10	CU8	Ce3, Ce4, Ce10	a, b, j, k
O10	C3, C6, C8	CL, AA, CEC	CC10	CU12	Ce10	b, c, d, e, h, k, l
O11	C1, C2, C8, C10	CL, CM	CC10	CU5, CU9	Ce3, Ce4, Ce10	a, b, j, k
O12	C2, C10	CL, CM	CC9	CU4	Ce3, Ce4	a, b, j, k
O13	C1, C2, C8, C10	CL, CM	CC10	CU5	Ce3, Ce4, Ce10	a, b, j, k
O14	C1, C2, C9, C10	CL, CM	CC9	CU6	Ce3, Ce4, Ce10	a, b, g, j, n
O15	C11	CL, AA, CSC, SIEE	-	-	Ce8, CePS1	a, b, c, d, e, f, h

Fuente: elaboración propia.

### 3.4.7. Metodología

Para el desarrollo de la unidad didáctica de ‘Geometrizando la ciudad’ se plantea una metodología de enseñanza-aprendizaje activa y participativa, basada en un modelo constructivista. Es decir, el docente actúa como facilitador y guía del desarrollo competencial y, el alumno, como protagonista de su propio aprendizaje. El objetivo fundamental es que el alumnado pueda afrontar la vida cotidiana a partir del conocimiento y habilidades adquiridas a través del desarrollo de las competencias clave de la asignatura de matemáticas.

La presentación de contenidos de las diferentes sesiones será, fundamentalmente, a través de las explicaciones por parte del profesor -las cuales procurarán ser cortas, explícitas, y concretas- para incidir en la ejemplificación a través del patrimonio local. En alguna ocasión se pondrá en práctica el modelo *flipped classroom* combinado con la plataforma *Edpuzzle* -herramienta que permite hacer un seguimiento del alumnado que visualiza el vídeo y también plantearles dudas y ejercicios de comprensión-.

Para el trabajo de los contenidos, tal y como se ha expuesto en el marco teórico, se utilizará principalmente la metodología del aprendizaje cooperativo. Al tratarse de una unidad didáctica del segundo trimestre, los alumnos conocen perfectamente la dinámica de esta forma de trabajar en clase, así como de sus técnicas. Mayoritariamente, se formarán grupos-base formados por cuatro integrantes asumiendo un rol específico cada uno. Se complementará con algunas actividades individuales, en parejas y a nivel grupal de toda la clase.

La estructura de las sesiones será de una o dos horas como máximo con la siguiente estructura: breve repaso de los contenidos aprendidos en la sesión anterior; contextualización y motivación de la clase en cuestión; explicación de los contenidos teóricos con ejemplificación cotidiana a través del patrimonio local; resolución de actividades y/o problemas prácticos; cierre de contenidos, conclusiones y posibles deberes.

La secuenciación descrita será la habitual, pudiendo variar dependiendo de las actividades o metodologías aplicadas en el aula.

A lo largo de la unidad didáctica se plantearán distintas tipologías de actividades: de evaluación previa -para determinar los conocimientos previos del alumnado-; de evaluación continua -las que se desarrollan en el transcurso práctico de las clases de las cuales deberán entregar evidencias-; TIC -utilización de herramientas informáticas como GeoGebra para aplicar y consolidar conocimientos geométricos de manera dinámica; *Genially* para un *breakout* digital; soporte informático para buscar información contrastada en Internet; medios donde realizar los trabajos y plasmar los contenidos (*Word, Power Point*, murales colaborativos tipo *Padlet, Linoit*, etc.); plataformas digitales de trabajo en clase como *Google Classroom* o *Moodle* -; y complementarias -el paseo matemático-.

La elección de dichas metodologías, estructuración de las clases y las distintas tipologías de actividades, pretenden conseguir el aprendizaje significativo del alumnado, a través de un enfoque atractivo -contextualizado en el patrimonio local de su ciudad- y motivador -potenciación del trabajo en equipo, cualidad esencial para el mundo laboral actual-.

### 3.4.8. Cronograma y secuenciación de actividades

El Anexo 2 del Decreto 187/2015, de 25 de agosto, establece a la asignatura troncal de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas una asignación horaria semanal de 4 horas, para 3º de la ESO. Se ha considerado que cada sesión tendrá una duración de una hora.

Las diferentes sesiones que conforman la Unidad Didáctica de ‘Geometrizando la ciudad’ son:

Tabla 15. ***Cronograma de sesiones de la Unidad Didáctica ‘Geometrizando la ciudad’.***

SEMANA	SESIÓN	TÍTULO	TEMÁTICA
1	1	Geomeorganización y punto de partida	Presentación y organización de la UD. Conocimientos previos de figuras y cuerpos geométricos.
	2	¿Geometría en casa?	Elementos de la geometría en el plano y el espacio: rectas, planos, ángulos, poliedros, perpendicularidad y paralelismo.
	3 y 4	Pitágoras y Tales en los juzgados de Girona	Consolidación y aplicación de los Teoremas de Pitágoras y de Tales
2	5	Decorar vectorizando	Isometría, traslación y coordenadas en el plano (vector, dirección, sentido y figuras homólogas)
	6	El equilibrio del gótico	Simetría central y axial en el plano
	7	La semejanza y los giros de Fibonacci	Giro y semejanza en el plano
	8	Artistas de la geometría	Composiciones en el plano
3	9, 10	Geometrizando la ciudad (paseo matemático)	Consolidación y repaso Final
	11,12	Geometrizando la ciudad (trabajo en el aula)	Consolidación y repaso Final

Fuente: elaboración propia.

Para la confección de este cronograma se ha previsto que la presente unidad didáctica se desarrolle durante tres semanas, dedicando cuatro sesiones de 1 hora en cada una de ellas.

La primera sesión se destina a la explicación del desarrollo y evaluación de la presente unidad, así como a una evaluación inicial para valorar los conocimientos previos y el punto de partida del alumnado. Algunas sesiones (3 y 4; 9 y 10; y 11 y 12), son dobles, ocupando dos clases de la semana. Las dos últimas sesiones dobles están destinadas a un paseo matemático por la ciudad de Girona, a la resolución de sus actividades y a la preparación de la presentación final de la unidad didáctica. A continuación, se exponen las 12 sesiones que conforman ‘Geometrizando la ciudad’.

Tabla 16. **Sesión 1. Geomeorganización y punto de partida.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
Geomeorganización y punto de partida		01	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O1, O2	CC8, CC9	CU1	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Presentación general de la unidad didáctica 'Geometrizando la ciudad'. Implantación de la metodología del aprendizaje cooperativo. Explicación de la actividad final consistente en un paseo matemático. Y actividad para determinar los conocimientos previos y el estado de partida del alumnado.		C2, C10, C11	CL, CM, CD
Tiempo	Descripción		
5'	1. Presentación general de la unidad didáctica 'Geometrizando la ciudad' del bloque de Espacio y Forma/Geometría: contenidos, metodología, temporización y evaluación.		
5'	2. Explicación de la actividad final correspondiente a un 55% de la nota y consistente en un paseo matemático por la ciudad de Girona, la resolución de un trabajo y su exposición.		
5'	3. El docente dejará formados los equipos cooperativos -de 4 o 5 alumnos- para el trabajo de la presente unidad didáctica, estableciendo los roles de cada componente.		
40'	<p><b>Figura 7. Breakout 'Atrapados en el museo de la geometría'. Sala Pitágoras.</b></p>  <p>4. Evaluación de los conocimientos geométricos previos a través de un <i>breakout</i> en formato digital, a realizar de forma individual, para repasar contenidos de 2º de ESO y poder establecer el nivel de partida de la presente unidad. (Véase figuras 20 y 21 del Anexo B).</p>		
5'	<p>Fuente: elaboración propia a través de la plataforma digital <i>Genially</i>. Enlace del juego de elaboración propia: <a href="https://view.genial.ly/6183f7c06f01f00dc7c37b15/interactive-content-atrapados-en-el-museo">https://view.genial.ly/6183f7c06f01f00dc7c37b15/interactive-content-atrapados-en-el-museo</a></p> <p>5. Cada alumno deberá entregar un documento con la resolución de las pruebas del juego. Este se evaluará mediante heteroevaluación por parte del profesor. Deberes: Para la sesión 2: ¿Geometría en casa?, el alumnado debe buscar fotografías de interiores y/o exteriores de sus casas, edificios, barrios, en los que identifiquen algunos elementos geométricos, y colgarlos a la plataforma <i>Google Classroom</i>.</p>		
Metodología			
Aprendizaje individual; Gamificación ( <i>breakout</i> digital)			
Espacio	Agrupamiento	Recursos	
Aula habitual	Individual	R1, R2, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R19, R20	
Criterios de evaluación		Tipo de evaluación	
Ce3, Ce4		Inicial, diagnóstica y heteroevaluación	
Procedimientos de evaluación		Instrumentos de evaluación	
Prueba específica ( <i>breakout</i> )		Resultados examen inicial	
Atención a la diversidad			
Equipos cooperativos. Posibilidad de tiempo extra a los ACNAE para realización del <i>breakout</i> .			

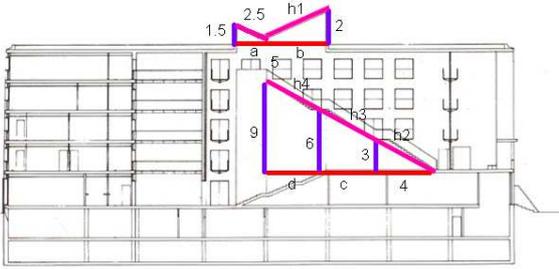
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 17. **Sesión 2. ¿Geometría en casa?**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
¿Geometría en casa?		02	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O1, O2, O3, O4, O15	CC8, CC9	CU2	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Conocimiento previo de conceptos geométricos. Identificación, análisis y práctica de los conceptos básicos de la geometría en el plano y el espacio: rectas, planos, ángulos, poliedros, paralelismo y perpendicularidad.		C2, C6, C8, C9, C10, C11, C12	CL, CM CD, CEC
Tiempo	Descripción		
5'	0. Previo: Los alumnos han colgado en el <i>Google Classroom</i> fotografías interiores y/o exteriores de sus casas, edificios, barrios, en los que identifiquen algunos elementos geométricos.		
10'	1. Pasar lista, comentarios sobre los resultados de la evaluación inicial de conceptos previos de la sesión anterior e introducción de la sesión de hoy. <b>Figura 8. Conocimiento previo de conceptos relacionados con la geometría.</b>		
15'	<p><b>Conceptos relacionados con la geometría</b> </p> <p>Fuente: elaboración propia a partir de <i>Mentimeter</i>.</p>		
20'	2. Realización entre todo el grupo clase de una nube de palabras con la herramienta <i>Mentimeter</i> sobre qué contenidos geométricos conocen. (Ver figura 8).		
10'	3. El docente utilizará las fotografías subidas por los alumnos en el <i>Google Classroom</i> como ejemplo para repasar los conceptos básicos de la geometría en el espacio: rectas, planos, ángulos, poliedros, paralelismo y perpendicularidad. Reflexión conjunta con todo el grupo clase.		
	4. En grupos cooperativos, a partir de la información colgada por el docente en el <i>Google Classroom</i> , analizar los espacios arquitectónicos de la ciudad de Girona propuestos identificando todos los conceptos descritos en la primera parte de la clase. Utilización de GeoGebra y entrega del documento a una tarea específica del <i>Google Classroom</i> . (Véase figura 22 del Anexo B).		
	5. Comentario final de valoración de la actividad, con las impresiones y comentarios de los alumnos. Cada grupo-base deberá colgar el análisis producido en el <i>Google Classroom</i> .		
	Deberes: para las sesiones 3 y 4, visionar 2 vídeos con cuestionario <i>EdPuzzle</i> incorporado.		
Metodología			
Aprendizaje colaborativo grupal; Aprendizaje Cooperativo.			
Espacio	Agrupamiento	Recursos	
Aula habitual	Grupo clase – grupo base	R1, R2, R3, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, R19, R21, R22	
Criterios de evaluación		Tipo de evaluación	
Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce11, Ce12, CePS1		Procesual, formativa y heteroevaluación	
Procedimientos de evaluación		Instrumentos de evaluación	
Observación y producción grupo-base		Tabla de observación 1 y Rúbrica 1	
Atención a la diversidad			
Equipos cooperativos			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 18. **Sesiones 3 y 4. Pitágoras y Tales en los juzgados de Girona.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
Pitágoras y Tales en los juzgados de Girona		03 y 04	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O3, O4, O5, O6, O7, O10, O15	CC9	CU3, CU12, CU13	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Consolidación de conocimientos de los Teoremas de Pitágoras y de Tales mediante ejemplos de aplicación práctica en el patrimonio local de la ciudad de Girona.		C1, C2, C3, C4, C5, C6, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC
Tiempo	Descripción		
5'  110'	<p>0. <i>Flipped Classroom</i>. Visualización de dos vídeos explicativos para recordar los Teoremas de Pitágoras y de Tales con preguntas incorporadas mediante <i>Edpuzzle</i>:  <a href="https://edpuzzle.com/media/62851bf7f677e240ecfdaf20">https://edpuzzle.com/media/62851bf7f677e240ecfdaf20</a> (Ver figura 23 del Anexo B).  <a href="https://edpuzzle.com/media/6285279e65abd840c5618451">https://edpuzzle.com/media/6285279e65abd840c5618451</a> (Ver figuras 24 y 25 del Anexo B)</p> <p>1. Pasar lista. Repaso de los conceptos de la sesión anterior y explicación del contenido de la clase de hoy. Resolución de posibles dudas de los vídeos sobre los Teoremas de Pitágoras y de Tales.</p> <p>2. <u>Parte práctica</u>: trabajo de investigación y aplicación de ambos teoremas. Agrupación en grupos cooperativos. Creación de un documento que resuelva:</p> <p><b>PARTE I: INVESTIGACIÓN HISTÓRICA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Quién fue Pitágoras?</li> <li>• ¿Qué dice el Teorema de Pitágoras?</li> <li>• Breve recorrido histórico sobre el teorema de Pitágoras que explique qué son la Ternas Pitagóricas, la tablilla babilónica, la influencia de los chinos y de los indios, etc.</li> <li>• ¿Quién fue Euclides? ¿Qué relación tiene con el Teorema de Pitágoras?</li> <li>• ¿Por qué es importante hoy en día el Teorema de Pitágoras?</li> <li>• ¿Quién fue Tales de Mileto?</li> <li>• ¿Qué dice el Teorema de Tales?</li> <li>• Breve recorrido histórico sobre el teorema de Tales.</li> <li>• ¿Por qué es importante hoy en día el Teorema de Tales?</li> </ul> <p><b>PARTE 2: APLICACIÓN PRÁCTICA</b></p> <p>La plaza y el edificio del Palau de Justicia de Girona están diseñados y construidos con muchos elementos geométricos (ver figura 9). A partir de la información de la página web:  <a href="https://www.arquitecturacatalana.cat/ca/obres/palau-de-justicia-de-girona">https://www.arquitecturacatalana.cat/ca/obres/palau-de-justicia-de-girona</a></p> <p><b>Figura 9. Palau de Justicia de Girona.</b>      <b>Figura 10. Sección del Palau de Justicia de Girona.</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Fuente: elaboración propia [Fotografía].</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Fuente: elaboración propia. Rescatado de <a href="https://www.arquitecturacatalana.cat/ca/obres/palau-de-justicia-de-girona">https://www.arquitecturacatalana.cat/ca/obres/palau-de-justicia-de-girona</a></p> </div> </div> <p>• Estudiar brevemente la historia del edificio elaborando un esquema de sus datos más relevantes.</p> <p>• A partir de fotografías y planos del edificio, identificar las formas geométricas que componen sus fachadas, planos -en planta y sección-, y su plaza exterior (análisis con GeoGebra, <i>Paint</i> o similares).</p> <p>• Calcular las medidas de los elementos arquitectónicos indicados a figura 10.</p>		

5'	<ul style="list-style-type: none"> <li>De todo el conjunto del edificio, proponer dos ejemplos más donde poder aplicar los teoremas de Tales y Pitágoras e indicar como lo haríais.</li> </ul>
3. Comentarios generales sobre el ejercicio. Cada equipo-base presentará el documento a una tarea específica de la plataforma <i>Google Classroom</i> .	
<b>Metodología</b>	
Aprendizaje Cooperativo	
<b>Espacio</b>	<b>Agrupamiento</b>
Aula habitual	Grupo-base
<b>Recursos</b>	
R1, R2, R3, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R19, R23, R24	
<b>Criterios de evaluación</b>	<b>Tipo de evaluación</b>
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce11, Ce12, CePS1	Procesual, formativa y heteroevaluación
<b>Procedimientos de evaluación</b>	<b>Instrumentos de evaluación</b>
Observación y producción grupo-base	Tabla de observación 1 y Rúbrica 2
<b>Atención a la diversidad</b>	
<i>Flipped Classroom</i> , equipos cooperativos	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 19. **Sesión 05. Decorar vectorizando.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
Decorar vectorizando		05	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O3, O4, O8, O15	CC10	CU7, CU11, CU12, CU13	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Introducción a las transformaciones geométricas incidiendo en la isometría. Concepto de traslación, vector, dirección, sentido, figuras homólogas y coordenadas en el plano		C1, C2, C6, C7, C9, C11	CL, CM CSC, CEC
Tiempo	Descripción		
5'	1. Pasar lista. Repaso de los contenidos de la sesión anterior y explicación del programa de la clase de hoy.		
10'	2. Presentación e introducción de las transformaciones geométricas: giros o rotaciones, traslaciones, simetrías y, particularmente, de las isometrías.		
5'	3. Profundización en el concepto de isometría con el soporte de imágenes relacionadas con el patrimonio arquitectónico de la ciudad de Girona (figura 11): pavimentos de baldosas hidráulicas, mosaicos, frisos, ventanas, edificios, llantas de vehículos, etc. Interaccionar con el alumnado para encontrar puntos en común y que aprendan su aplicación.		
<b>Figura 11. Hotel Doubletree Hilton Girona y barandilla Rambla Llibertat.</b>			
			
Fuente: elaboración propia [Fotografías].			
10'	4. Se proyecta un perfil de la red social <i>Instagram</i> -relacionado con el patrimonio arquitectónico (véase figura 26 del Anexo B)- para mostrar que el <i>timeline</i> se organiza en forma de cuadrícula. A modo de juego con todo el grupo-clase, se propone que escojan qué edificio les gusta más y		

25'

5. Actividad práctica de lo aprendido con los grupos cooperativos. Técnica 1-2-4.

#### ACTIVIDAD 1

El modernismo es un período destacado de la arquitectura catalana. En Girona, la casa Masó destaca como uno de sus edificios más significativos.

**Figura 12.** Pavimento hidráulico en forma de mosaico de la Casa Masó de Girona.



Fuente: elaboración propia. [Fotografías].

A partir del siguiente mosaico (véase figura 12), que conforma el pavimento de una de sus habitaciones, y mediante el uso de GeoGebra:

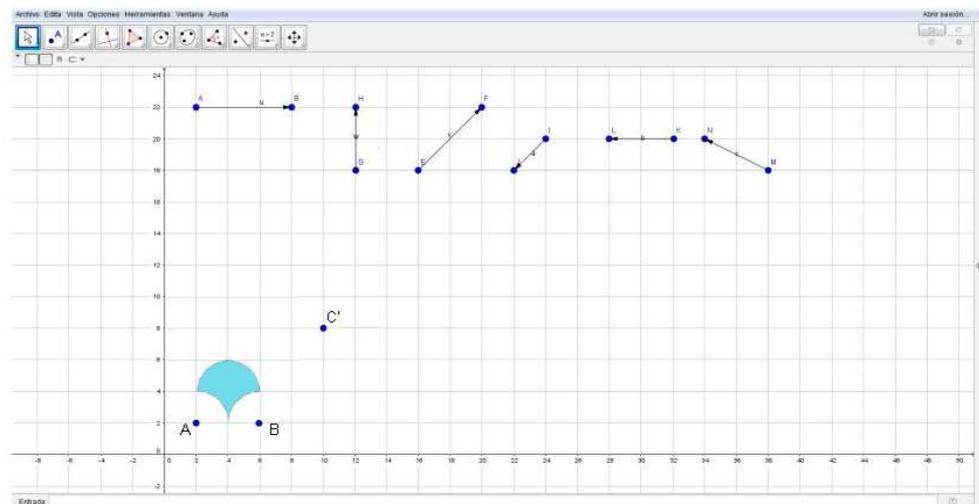
- Analizar e indicar los vectores de traslación entre la estrella central y las de su alrededor (figuras homólogas).
- Graficar en la imagen los siguientes parámetros:
  - Un vector -como los determinados en el primer apartado- de igual dirección y sentido.
  - Un vector -como los determinados en el apartado anterior- de igual dirección, pero sentido contrario.
  - Un vector de dirección diferente.

#### ACTIVIDAD 2

Uno de los pavimentos más característicos de la ciudad de Girona es el formado por lúnulas (véase figura 27 del Anexo B). Utilizando GeoGebra, a partir de la figura 13, trasladar la lúnula siguiendo los vectores indicados:

- Las coordenadas del punto A (2,2) y B (6,2).
- Determinar el vector de traslación sabiendo el punto C(10,8) de la figura homóloga.

**Figura 13.** Actividad 'pavimentando con lúnulas' en GeoGebra.

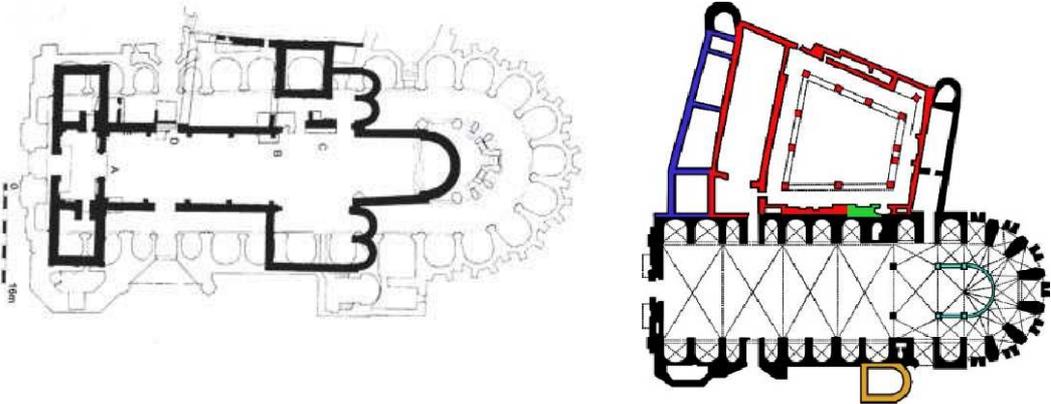


Fuente: elaboración propia [GeoGebra].

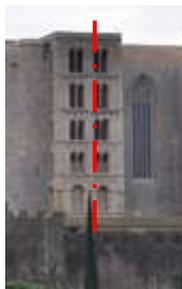
5'	6. Entrega de un documento por grupo-base en una tarea específica del <i>Google Classroom</i> . Se evaluará mediante rúbrica por heteroevaluación del profesor y su diario de observación durante el transcurso de la actividad.	
<b>Metodología</b>		
Aprendizaje colaborativo; Aprendizaje Cooperativo		
<b>Espacio</b>	<b>Agrupamiento</b>	<b>Recursos</b>
Aula habitual	Grupo-clase; Grupo-base	R1, R2, R3, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R15, R19, R22, R25
<b>Criterios de evaluación</b>		<b>Tipo de evaluación</b>
Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce12, CePS1		Procesual, formativa y heteroevaluación
<b>Procedimientos de evaluación</b>		<b>Instrumentos de evaluación</b>
Observación y producción grupo-base		Tabla de observación 1 y Rúbrica 3
<b>Atención a la diversidad</b>		
Equipos cooperativos		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 20. **Sesión 06. El equilibrio del gótico.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
El equilibrio del gótico		06	
Objetivos		Contenidos	
O1, O2, O3, O4, O6, O10, O15		<b>Clave</b> CC10	<b>Curriculares</b> CU7, CU11, CU12, CU13
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Introducción y aplicación de las transformaciones geométricas en el plano consistentes en la simetría central y axial.		C2, C3, C5, C6, C7, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, CEC
Tiempo	Descripción		
5'	1. Pasar lista. Repaso de la clase anterior y exposición del programa de la presente.		
10'	2. Teoría sobre las transformaciones geométricas en el plano consistentes en la simetría central y axial a partir de los conceptos de vector, dirección, sentido y figuras homólogas.		
35'	3. En grupos colaborativos, estudiar la historia de la Catedral de Girona elaborando un esquema con los datos más relevantes. Mirar la siguiente página web: <a href="http://www.artmedieval.net/castella/Catedral%20de%20Girona.htm">http://www.artmedieval.net/castella/Catedral%20de%20Girona.htm</a> A partir de los planos de la Catedral de Girona (véase figura 14):		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Señalar las simetrías axiales de la evolución histórica del edificio.</li> <li>• Buscar imágenes de la Catedral donde poder indicar las simetrías existentes (tanto en el interior como en sus fachadas). Por ejemplo, tal y como se indica a la figura 15, en las fachadas de la Torre Carlemany.</li> <li>• Analizar los rosetones y sus simetrías centrales y axiales utilizando GeoGebra.</li> </ul>		
	<p><b>Figura 14. Planos en planta de la evolución histórica de la Catedral de Girona.</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div>		
	Fuente: Recuperado de <a href="http://www.artmedieval.net/castella/Catedral%20de%20Girona.htm">http://www.artmedieval.net/castella/Catedral%20de%20Girona.htm</a>		

**Figura 15. Simetrías. Torre Carlemany y rosetones.**



Fuente: elaboración propia [Fotografías].

10'

4. Entrega de un documento por grupo-base a la plataforma *Google Classroom*. Comentarios en común con el grupo clase sobre los resultados obtenidos.  
A modo de autoevaluación, cada grupo-base evaluará su propio informe, anotando posibles mejoras y oportunidades de mejora. Utilizarán la rúbrica 4. Para la evaluación global de la sesión, se tendrá en cuenta el informe, la autoevaluación y las anotaciones del diario de observación del docente durante el transcurso de la clase.

Metodología		
Aprendizaje Cooperativo		
Espacio	Agrupamiento	Recursos
Aula habitual	Grupo-base	R1, R2, R3, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R19, R22, R26
Criterios de evaluación		Tipo de evaluación
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce11, Ce12, CePS1		Procesual, formativa y autoevaluación
Procedimientos de evaluación		Instrumentos de evaluación
Observación y producción grupo-base		Tabla de observación 1, Rúbrica 4 (por parte del profesor más autoevaluación alumnado)
Atención a la diversidad		
Equipos cooperativos		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 21. **Sesión 7. La semejanza y los giros de Fibonacci.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
La semejanza y los giros de Fibonacci		07	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O1, O2, O3, O4, O10, O11, O12, O13, O14, O15	CC10	CU1, CU5, CU9, CU11, CU12, CU13	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Introducción y aplicación de nuevos conceptos de transformaciones geométricas en el plano: giro y semejanza. Repaso de la proporción áurea y de la espiral de Fibonacci.		C1, C2, C3, C4, C6, C7, C8, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, CEC
Tiempo	Descripción		
5'	1. Pasar lista. Repaso de la sesión anterior y explicación del contenido de la clase de hoy.		
10'	2. Presentación de los conceptos de giro y semejanza en el plano. Repaso de la proporción áurea y su relación con la espiral de Fibonacci para la construcción y resolución de figuras semejantes.		
35'	3. En grupos cooperativos, mediante la técnica 1-2-4, resolver los siguientes ejercicios. <b>EJERCICIO 1. Barandillas con Fibonacci.</b> Observa la siguiente barandilla de un edificio de la Rambla de la Llibertat de Girona de la figura 16. Mediante el uso de GeoGebra:		

**Figura 16. Barandilla de un edificio de la Rambla de la Llibertat de Girona.**



Fuente: Elaboración propia [Fotografía].

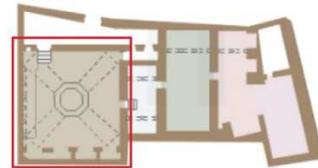
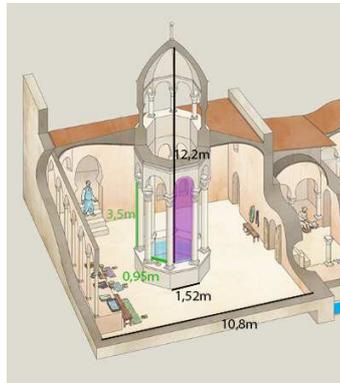
- Representar la espiral de Fibonacci base.
- Analizar los giros de la figura base que configuran la barandilla.
- Determinar el ángulo de giro de cada espiral.
- Establecer la proporción entre los espirales, del más pequeño al más grande.

**EJERCICIO 2. Un baño octogonal.**

Los Baños Árabes de Girona constituyen uno de los inmuebles románicos cristianos más emblemáticos de la ciudad. Estudia brevemente la historia del edificio expuesta en la siguiente página web: <https://www.banysarabs.cat/es/apoditeri/> y elabora un esquema con los datos más relevantes.

A partir de las siguientes imágenes de la estancia del *Apoditerium* de la figura 17 determina:

**Figura 17. Baños Árabes de Girona.**



Fuente: Elaboración propia a partir de <https://www.banysarabs.cat/es/apoditeri/>

- Las figuras geométricas, giros y movimientos que componen la sala.
- El área del octágono mayor que constituye la base de la fuente.
- El área del octágono menor que constituye la base de la fuente.
- La corona circular entre ambos octógonos.
- El área de la figura morada.
- Si el lado del octógono en el dibujo mide 1,52cm, ¿a qué escala está representado?
- Si represento el dibujo a escala 1:20, ¿cuánto medirá el ancho de la sala?

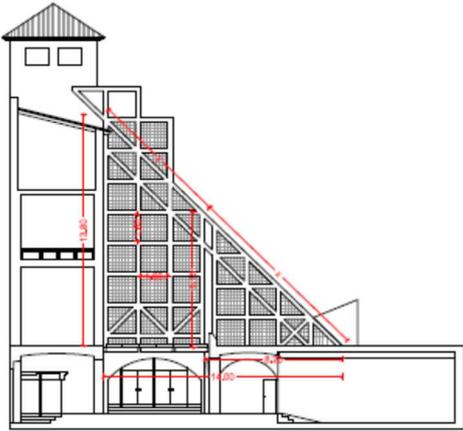
10'

4. Los alumnos presentaran de manera individual y digitalmente en *Google Classroom* el documento de la actividad. El docente distribuirá aleatoriamente los informes entre los discentes para que ellos mismos, mediante coevaluación, se evalúen el trabajo realizado. Dispondrán de la rúbrica 5 con los elementos a valorar.

Metodología		
Aprendizaje Cooperativo, técnica 1-2-4; Aprendizaje individual		
Espacio	Agrupamiento	Recursos
Aula habitual	Grupo-base; individual	R1, R2, R3, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R16, R19, R22, R27
Criterios de evaluación		Tipo de evaluación
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce11, Ce12, CePS1		Procesual, formativa y coevaluación
Procedimientos de evaluación		Instrumentos de evaluación
Observación y producción individual		Tabla de observación 1, Rúbrica 5 (por parte del profesor más coevaluación alumnado)
Atención a la diversidad		
Equipos cooperativos		

Fuente: Elaboración propia.

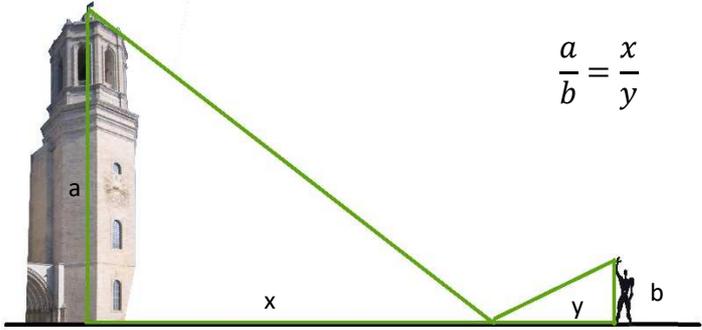
Tabla 22. **Sesión 08. Artistas de la Geometría.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
Artistas de la Geometría		08	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O1, O2, O3, O4, O7, O8, O9, O10, O11, O13, O15	CC8, CC9, CC10	CU1, CU2, CU3, CU5, CU6, CU7, CU8, CU9, CU10, CU11, CU12, CU13	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
Puesta en práctica de todos los conceptos aprendidos en la presente unidad didáctica para la creación de un mosaico. Actividad lúdica y creativa.		C1, C2, C3, C6, C7, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC
Tiempo	Descripción		
10'	1. Pasar lista. Repaso general de todos los conceptos aprendidos en esta unidad didáctica y explicación del contenido de la clase de hoy.		
45'	2. En grupos cooperativos, mediante la técnica Lápices al centro. <b>PARTE 1.</b> El Colegio de Arquitectos de Girona está situado en el edificio histórico de La Pia Almoina, ubicado justo al lado de las escalinatas de la Catedral de Girona. En su parte posterior existe una estructura metálica que combina figuras geométricas (véase figura 28 del Anexo B). <b>Figura 18. Sección Colegio Arquitectos de Girona.</b>		
			
	<p>Estudia brevemente la historia del edificio elaborando un esquema con los datos más relevantes a partir de la siguiente página web: <a href="https://tectonica.archi/articles/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/">https://tectonica.archi/articles/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/</a></p> <p>Tal y como se indica a la figura 18, calcular:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El valor de la hipotenusa <math>x</math> e <math>y</math>.</li> <li>• La superficie de uno de los cuadrados.</li> <li>• La superficie del triángulo exterior que compone la fachada.</li> <li>• La superficie de uno de los triángulos pequeños.</li> <li>• Siendo 6,5 m la anchura de la estructura, encuentra su volumen.</li> </ul>		
	<p>Fuente: elaboración propia. Rescatado de <a href="https://tectonica.archi/articles/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/">https://tectonica.archi/articles/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/</a></p>		
5'	3. Se deberá presentar un informe en el <i>Google Classroom</i> detallando todas las transformaciones utilizadas para el diseño, así como el resultado final. Una vez finalizado, se configurará, entre todos, un fotomontaje de la fachada del edificio decorado con las composiciones de los estudiantes. Se evaluará el trabajo presentado mediante heteroevaluación.		
Metodología			
Aprendizaje cooperativo, técnica lápices al centro; Aprendizaje individual.			
Espacio	Agrupamiento	Recursos	
Aula habitual	Grupo-base; individual	R1, R2, R3, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R19, R22, R28	
Criterios de evaluación		Tipo de evaluación	
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce12, CePS1		Procesual, formativa y heteroevaluación	
Procedimientos de evaluación		Instrumentos de evaluación	
Observación y producción individual		Tabla de observación 1, Rúbrica 6	

Atención a la diversidad
Equipos cooperativos. Posibilidad de dejar a los ACNAE tiempo extra.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 23. **Sesiones 9 y 10. Geometrizando la ciudad – Parte I.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
Geometrizando la ciudad – Parte I (paseo matemático)		09 y 10	
Objetivos	Contenidos		
	Clave	Curriculares	
O1, O2, O3, O4, O7, O8, O9, O10, O11, O12, O13, O14, O15	CC8, CC9, CC10	CU1, CU2, CU3, CU4, CU5, CU6, CU7, CU8, CU9, CU10, CU11, CU12, CU13	
Actividad		Competencias	
Síntesis		Básicas	Clave
PARTE 1. Salida en horario lectivo de 2h por el centro de la ciudad de Girona para trabajar y consolidar todos los conceptos aprendidos en la presente unidad didáctica. Trabajo de campo con grupos cooperativos a través de un paseo matemático. Cada grupo dispone de un dossier impreso de actividades.		C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC
Tiempo	Descripción		
15'	<b>PRIMERA PARTE. PASEO MATEMÁTICO</b> -excursión, trabajo de campo-.		
90'	<ol style="list-style-type: none"> <li><b>1. Inicio: Plaça Catalunya.</b> Desplazamiento hasta la Plaça Catalunya, donde se inicia el paseo matemático. Explicación de la actividad y de su evaluación. Revisión de los grupos de trabajo cooperativos. Los equipos pueden ir por libre y realizar las paradas en el orden que consideren oportuno. (Véase figura 29 del Anexo B con el itinerario y paradas propuesto).</li> <li><b>2. Primera parada: Pont de Pedra.</b> Mide 65 m de largo y 10 m de ancho y está compuesto por 3 arcos rebajados apoyados sobre dos pilares centrales. Desde la base del río, tomar medidas de los arcos y fotografías. Analizar las figuras geométricas que componen el puente, y calcular las 3 longitudes de arco que lo componen. (Véase figura 30 del Anexo B).</li> <li><b>3. Segunda parada: Ajuntament de Girona a la Plaça del Vi.</b> Análisis geométrico de la fachada y porche público del Ayuntamiento de Girona. Hacer fotografías de detalle para luego analizarlas con GeoGebra y tomar medidas de referencia para luego escalarlas. (Véase figura 31 del Anexo B).</li> <li><b>4. Tercera parada: Rambla de la Llibertat.</b> Buscar al menos 4 ejemplos de transformaciones geométricas trabajadas en clase (isometrías, simetrías, giros, semejanza, composiciones, etc.) en elementos concretos del patrimonio arquitectónico (barandillas, rejas, edificios, frisos...) de la Rambla de la Llibertat. Tomar fotografías, medidas, y realizar un análisis con GeoGebra. Confeccionar un mural con <i>Linoit</i> con los resultados finales.</li> <li><b>5. Cuarta parada: Catedral de Girona.</b> Calcular la altura del campanario de la Catedral de Girona aplicando los teoremas de Tales y Pitágoras (figura 19). <b>Figura 19. Fotomontaje para determinar la altura de la Catedral de Girona.</b></li> </ol>		
			
Fuente: elaboración propia [Fotomontaje].			

15'	<p><b>6. Quinta parada: Pavimentos gerundenses.</b> Durante todo el recorrido por el casco antiguo de Girona es fundamental fijarse en los pavimentos que recubren la ciudad. Escoger al menos 4 tipos distintos de pavimentos, tomar fotografías y medidas, y analizar sus formas y transformaciones geométricas.</p> <p><b>7. Final: Plaça Catalunya.</b> Finalización del paseo matemático. Reencuentro en el punto de inicio. Retorno al instituto.</p>
<b>Metodología</b>	
Aprendizaje Cooperativo	
<b>Espacio</b>	<b>Agrupamiento</b>
Centro y casco antiguo de la ciudad de Girona	Grupo-clase; Grupo-base
<b>Recursos</b>	
R1, R2, R3, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R17, R18	
<b>Criterios de evaluación</b>	<b>Tipo de evaluación</b>
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce11, Ce12, CePS1	Final, sumativa y heteroevaluación
<b>Procedimientos de evaluación</b>	<b>Instrumentos de evaluación</b>
Observación	Tabla de observación 2
<b>Atención a la diversidad</b>	
Equipos cooperativos	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 24. **Sesiones 11 y 12. Geometrizando la ciudad – Parte II.**

Título de la sesión de trabajo		Sesión	
Geometrizando la ciudad – Parte II (trabajo en el aula)		11 y 12	
Objetivos		Contenidos	
O1, O2, O3, O4, O7, O8, O9, O10, O11, O12, O13, O14, O15		<b>Clave</b> CC8, CC9, CC10	<b>Curriculares</b> CU1, CU2, CU3, CU4, CU5, CU6, CU7, CU8, CU9, CU10, CU11, CU12, CU13
Actividad		Competencias	
<b>Síntesis</b>		<b>Básicas</b>	<b>Clave</b>
PARTE 2. Trabajo en el aula por equipos cooperativos para completar el dossier del paseo matemático, terminar los cálculos y presentarlo en formato digital en una tarea específica del <i>Google Classroom</i> .		C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C11	CL, CM, CD, AA, CSC, SIEE, CEC
Tiempo	Descripción		
	<b>SEGUNDA PARTE. PASEO MATEMÁTICO</b> - trabajo en el aula-		
	<b>PARTE 1.</b>		
5'	1. Comentario general sobre desarrollo de la salida del paseo matemático y de cómo terminar en la sesión de hoy la actividad. Colocación del aula en grupos cooperativos.		
55'	2. Finalización del dossier de trabajo. Realización de cálculos, análisis de fotografías, etc.		
	<b>PARTE 2.</b>		
55'	3. Cada grupo base deberá hacer una exposición oral de entre 5 y 7 minutos de duración explicando y mostrando uno de los cuatro ejercicios del paseo matemático. De cada una el profesor dará un <i>feedback</i> y un <i>feedforward</i> .		
5'	4. Presentación de la actividad en una tasca específica de la plataforma digital <i>Google Classroom</i> . Comentario final de conclusión de la Unidad Didáctica. Evaluación de la actividad mediante rúbrica.		
<b>Metodología</b>			
Aprendizaje cooperativo			
<b>Espacio</b>	<b>Agrupamiento</b>	<b>Recursos</b>	
Aula habitual – espacio expositivo	Grupo-base	R1, R2, R3, R4, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R19, R22, R26, R29	
<b>Criterios de evaluación</b>		<b>Tipo de evaluación</b>	
Ce1, Ce3, Ce4, Ce8, Ce9, Ce10, Ce11, Ce12, CePS1		Final, sumativa y heteroevaluación	

Procedimientos de evaluación	Instrumentos de evaluación
Observación, producción individual e intercambio oral	Tabla de observación 1 y Rúbrica 7
Atención a la diversidad	
Equipos cooperativos	

Fuente: Elaboración propia.

### 3.4.9. Recursos

Los recursos que intervienen en la presente propuesta didáctica se diferencian en cuatro categorías: personales, espaciales, materiales y digitales.

Tabla 25. **Recursos necesarios para la Unidad Didáctica ‘Geometrizando la ciudad’.**

Tipo	Id.	Recurso	Sesiones
Personal	R1	Profesor de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas (nivel 3º de la ESO) con conocimientos sobre patrimonio y TIC	Todas
	R2	Alumnado	Todas
Espacial	R3	Aula que posibilite agrupación	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
	R4	Aula con zona expositiva	12
	R5	Centro y casco antiguo de la ciudad de Girona	9 y 10
Material	R6	Ordenador / Tablet por alumno o grupo en clase	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R7	Ordenador / Tablet por alumno en casa	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R8	Ordenador para el docente	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R9	Pizarra (de tiza/rotulador o digital)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R10	Proyector para visualización (PDI)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R11	Pantalla o espacio para proyección	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R12	Conexión a internet	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R13	Cuaderno, folios, lápices y bolígrafos	Todas
	R14	Fotografías digitales para trabajar conceptos básicos de la geometría en el espacio	2
	R15	Fotografías digitales para trabajar conceptos de transformaciones geométricas en el plano: isometrías	5
R16	Fotografías digitales para trabajar conceptos de transformaciones geométricas en el plano: giro y semejanza	7	
R17	Teléfono móvil (para tomar fotografías) por alumno o grupo	9 y 10	
R18	Cinta métrica por grupo	9 y 10	
Digital	R19	Plataforma <i>Google Classroom</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12
	R20	<i>Breakout con Genially</i>	1
	R21	Acceso a <i>Mentimeter</i> <a href="https://www.mentimeter.com/">https://www.mentimeter.com/</a>	2
	R22	Acceso a <i>GeoGebra</i> <a href="https://www.geogebra.org/">https://www.geogebra.org/</a>	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11
	R23	Acceso a <i>EdPuzzle</i>	3
	R24	Acceso a la web de Arquitectura Catalana del Palau de Justicia de Girona <a href="https://www.arquitecturacatalana.cat/ca/obres/palau-de-justicia-de-girona">https://www.arquitecturacatalana.cat/ca/obres/palau-de-justicia-de-girona</a>	3, 4

R25	Acceso a <i>Instagram</i>	5
R26	Acceso a la web de Art Medieval sobre la Catedral de Girona <a href="http://www.artmedieval.net/castella/Catedral%20de%20Girona.htm">http://www.artmedieval.net/castella/Catedral%20de%20Girona.htm</a>	6, 11
R27	Acceso a la web de los Baños Árabes de Girona <a href="https://www.banysarabs.cat/es/apoditeri/">https://www.banysarabs.cat/es/apoditeri/</a>	7
R28	Acceso a la web de Tectónica sobre el edificio de la Pia Almoina de Girona <a href="https://tectonica.archi/articulos/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/">https://tectonica.archi/articulos/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/</a>	8
R29	Acceso a <i>Linoit</i> <a href="http://en.linoit.com">http://en.linoit.com</a>	11, 12

Fuente: Elaboración propia.

Todo el trabajo en el aula se desarrolla a través de la plataforma digital educativa *Google Classroom*, de acceso gratuito, integrada con la suite de Google -que incluye el *Google Drive* para almacenar los trabajos y contenidos del alumnado-. Se aprovecha que el *Google Workspace for Education* está instaurado en un gran número de centros educativos.

Para la detección de ideas previas se propone la herramienta *Mentimeter*, la cual permite crear un mural colaborativo instantáneo, gratuito, y de gran facilidad de uso. Así mismo, para alguna actividad concreta, se ha buscado un recurso de mural digital colaborativo como *Linoit*, debido a su versatilidad, gratuidad y fácil manejo.

Para el desarrollo de diversas sesiones, se han utilizado herramientas como *Genially*, *EdPuzzle*, *Youtube*, *Instagram*, y proyecciones varias. Con ellas se pretende aumentar la motivación y captar la atención del alumnado para lograr un aprendizaje significativo.

#### 3.4.10. Atención a la diversidad

La presente propuesta de intervención utiliza como metodología activa principal el aprendizaje cooperativo. Peirats y López (2013) afirman que el aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo está aceptado como medida de atención a la diversidad. Con lo cual, el diseño de todas las actividades grupales de la propuesta atiende a dicho aspecto.

El docente debe prestar especial atención a la hora de configurar los grupos-base de trabajo cooperativo para la unidad didáctica en cuestión, procurando que queden todos ellos equilibrados. Deben estar compuestos por estudiantes con diferente nivel madurativo, nivel de aprendizaje, capacidades, etc. La finalidad es la de buscar una interrelación entre todos ellos generando cualidades beneficiosas para todo el equipo.

También, comentar que el modelo *flipped classroom* permite dar atención a la diversidad puesto que admite que el alumno pueda visualizar el vídeo las veces que sea necesario para su comprensión.

En cuanto a las actividades individuales, se deberán ajustar a las necesidades particulares de aquellos alumnos que lo precisen.

Finalmente, ante los casos de alumnado con necesidades educativas especiales, ya sea con discapacidad auditiva, visual o motora; o bien con dificultades de aprendizaje derivadas de autismo o trastorno por déficit de atención por hiperactividad (TDAH), se realizarán las modificaciones y adaptaciones pertinentes a fin de posibilitar su correcta integración.

#### 3.4.11. Evaluación

La evaluación del aprendizaje del alumnado pretende valorar de forma objetiva y sistemática el cumplimiento de los objetivos y la adquisición de competencias de la unidad didáctica 'Geometrizando la ciudad' que, al ubicarse en Cataluña, quedan determinados por los criterios de evaluación.

La valoración se desarrollará en función del tipo de evaluación: según el agente evaluador - autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación-; según la finalidad -diagnóstica, formativa o continua y sumativa-; y según el momento -podrá ser inicial, procesual o final-. Principalmente, se efectuará de la manera siguiente:

- Evaluación inicial y diagnóstica: para la detección de ideas previas y sin repercusión en la nota académica. Tendrá lugar en la primera sesión, durante la gamificación digital consistente en un *breakout* de repaso de contenidos geométricos de 2º de ESO.
- Evaluación procesual y formativa: se llevará a cabo a lo largo de la intervención. Se emplearán procedimientos de observación y de análisis de producciones de los alumnos. Corresponde a un 45% de la evaluación.
- Evaluación final y sumativa: se basará en la producción del alumnado de la actividad en grupos-base correspondiente al paseo matemático 'Geometrizando la ciudad' en la cual tendrán que aplicar todos los conceptos adquiridos en la unidad y presentarlos de forma oral. Corresponde a un 55% de la evaluación.

Para la evaluación de la presente unidad didáctica del bloque de Espacio y Forma, se ha procurado prescindir del instrumento tradicional de evaluación correspondiente a una prueba escrita, evitando, así, un aprendizaje memorístico y poco significativo. Se substituye por una actividad innovadora, contextualizada y motivadora: un paseo matemático, con su correspondiente desarrollo geométrico.

Además, a parte de la heteroevaluación realizada por el propio docente, en algunas sesiones se ha incorporado el formato de autoevaluación y coevaluación de las actividades del aula con el objetivo de que el alumnado adquiera conciencia de su propia evolución en el proceso de aprendizaje de la unidad didáctica y pueda reaccionar al respecto.

La mayoría de las actividades se presentarán en formato digital a través de tareas específicas de la plataforma *Google Classroom*. Es esencial que, de cada una, el docente ofrezca, en un breve plazo de tiempo, no solamente la calificación obtenida, sino también un comentario de *feedback* y *feedforward* para favorecer la motivación de los estudiantes y darles margen para la mejora.

La tabla 26 siguiente, relaciona cada actividad de la unidad didáctica con el tipo de evaluación, el procedimiento, el instrumento y el porcentaje de calificación.

Tabla 26. **Evaluación de la unidad didáctica de ‘Geometrizando la ciudad’.**

SESIÓN	TIPO EVALUACIÓN			PROCEDIMIENTO	INSTRUMENTO	% CALIFICACIÓN	
	M	FI	AG			PARCIAL	TOTAL
Geomeorganización y punto de partida	I	D	H	Prueba específica	Resultado prueba	0%	<b>0%</b>
¿Geometría en casa?	P	FO	H	Observación Producción grupal	Tabla de observación 1 Rúbrica 1	2,5% 2,5%	<b>5%</b>
Pitágoras y Tales en los juzgados de Girona	P	FO	H	Observación Producción grupal	Tabla de observación 1 Rúbrica 2	2,5% 2,5%	<b>5%</b>
Decorar vectorizando	P	FO	H	Observación Producción grupal	Tabla de observación 1 Rúbrica 3	2,5% 2,5%	<b>5%</b>
El equilibrio del gótico	P	FO	A	Observación Producción grupal	Tabla de observación 1 Rúbrica 4 (profesor) Rúbrica 4 (Autoevaluación)	2,5% 5% 2,5%	<b>10%</b>
La semejanza y los giros de Fibonacci	P	FO	C	Observación Producción indiv.	Tabla de observación 1 Rúbrica 5 (profesor) Rúbrica 5 (Coevaluación)	2,5% 5% 2,5%	<b>10%</b>
Artistas de la geometría	P	FO	H	Observación Producción indiv.	Tabla de observación 1 Rúbrica 6	2,5% 7,5%	<b>10%</b>
Geometrizando la ciudad (Parte I. Paseo matemático)	F	S	H	Observación	Tabla de observación 2	10%	<b>10%</b>
Geometrizando la ciudad (Parte II. trabajo en el aula)	F	S	H	Observación Producción indiv+ Intercambio Oral	Tabla de observación 1 Rúbrica 7	10% 35%	<b>45%</b>
<b>TOTAL</b>						<b>100%</b>	

M: Momento; FI: Finalidad; AG: Agente; I: Inicial; P: Procesual; F: Final; D: Diagnóstica; FO: Formativa; S: Sumativa; A: Autoevaluación; C: Coevaluación; H: Heteroevaluación.

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se muestra un ejemplo de tabla de observación (tabla 27) y una rúbrica de evaluación (tabla 28). Todos los documentos de evaluación utilizados para la unidad didáctica de ‘Geometrizando la ciudad’ aparecen en el Anexo C.

Tabla 27. **Tabla de observación 1.**

Tabla de observación para evaluar el trabajo de clase				
Indicadores de actitud en clase	S	CS	AC	N
<b>En relación al trabajo individual</b>				
Presta atención a las explicaciones del docente				
Participación activa en el transcurso de la clase				
Demuestra interés para desarrollar las actividades planteadas				
Sabe trabajar de forma individual				
Acepta las correcciones del docente procurando mejorar				
Utiliza adecuadamente las herramientas TIC				
<b>En relación al trabajo en grupo cooperativo</b>				
Colabora con sus compañeros/as				
Aporta ideas al equipo				
Respeto la opinión de sus compañeros/as				
Dialoga, discute y aprende de los demás miembros del equipo				
Ofrece ayuda cuando se la piden				
<b>En relación al desarrollo de actividades</b>				
Realiza las tareas y ejercicios planteados				
Demuestra interés para desarrollar las actividades planteadas				
Aporta ideas en la resolución de las actividades				
Acepta las correcciones del docente procurando mejorar				
Aprende y saca provecho de las correcciones				
Utiliza estrategias adecuadas para la resolución de las actividades				

S: Siempre; CS: Casi Siempre; AV: A Veces; N: Nunca

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 28. **Rúbrica 1.**

Rúbrica de evaluación: elementos básicos geometría en el plano y el espacio				
Indicadores	Sobresaliente (2,5 puntos)	Notable (1,8 puntos)	Suficiente (1,3 puntos)	Suspense (0,7 puntos)
<b>Adecuación del contenido</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Identificación de elementos geométricos en el plano y el espacio</b>	Identificación correcta, muy precisa e incluso profunda.	Identificación correcta y con buena precisión.	Identificación aceptable y/o con algún fallo enmendable.	Identificación insuficiente y/o presenta excesivos errores.
<b>Análisis de los elementos geométricos</b>	Análisis detallado, y muy preciso que demuestra un alto nivel de comprensión.	Análisis correcto presentando un claro nivel de comprensión.	Análisis aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Análisis insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Representación gráfica</b>	Representaciones gráficas claras, precisas y que ayudan al entendimiento del procedimiento.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender.	Representaciones gráficas aceptables presentando alguna dificultad para la comprensión del procedimiento.	Representaciones gráficas insuficientes dificultando la comprensión del procedimiento.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

### 3.5. Evaluación de la propuesta

La evaluación de la propuesta de intervención permite la oportunidad de reflexionar, por un lado, sobre la práctica del proceso educativo y, por el otro, sobre la mejora de las estrategias adoptadas en el proceso de enseñanza. Para ello, se tendrá en cuenta al profesor, al alumnado, y a la familia. El instrumento de evaluación utilizado es un cuestionario semiestructurado que puede encontrarse en el Anexo C (tablas 38, 39 y 40). Éste, se realizará de forma anónima, al final de la unidad didáctica con el objetivo de proporcionar al docente información sobre la calidad de las metodologías, recursos, actividades, explicaciones y sistema de evaluación empleados. De ese modo, tras su valoración, el profesor adquiere un valioso *feedback*.

Además, ante la imposibilidad de llevar a cabo la realización de la presente propuesta práctica en el aula, y, en consecuencia, la falta de su evaluación real, se ha elaborado una matriz DAFO (tabla 29). Según Díaz et al. (2021), ésta, permite un análisis sistemático de los factores internos (debilidades y fortalezas) con la articulación de los factores externos (amenazas y oportunidades) de la práctica de la propuesta.

Tabla 29. **Matriz DAFO de la estudiante en prácticas.**

	ORIGEN INTERNO		ORIGEN EXTERNO	
	DEBILIDADES		AMENAZAS	
<b>PUNTOS DÉBILES</b>	D1	Necesidad de profesorado con conocimientos de patrimonio.	A1	Brecha digital para el seguimiento de la U.D. desde casa para los alumnos.
	D2	Falta de formación en TIC del profesorado para integrarlas en el aula.	A2	Disconformidad de las familias con la formación de grupos heterogéneos.
	D3	Esfuerzo adicional del docente.	A3	Insuficiencia de recursos TIC en el centro.
	D4	Inexperiencia del alumnado en el manejo del programa informático GeoGebra.	A4	Manca de formación básica o sobre las TIC por parte de las familias para apoyar las actividades académicas de sus hijos.
	D5	Limitación de tiempo para una realización profunda de las actividades.	A5	Leyes de educación cambiantes.
	D6	Más concentración en el uso de la tecnología que en la adquisición de contenidos por parte del alumnado.	A6	Confrontación entre el aprendizaje de contenidos según el currículo normativo y la metodología activa de AC
<b>PUNTOS FUERTES</b>	FORTALEZAS		OPORTUNIDADES	
	F1	Mejora de la cohesión en el grupo clase	O1	Transversalidad con otras asignaturas.
	F2	Empleo de las TIC fomenta el aprendizaje activo y la motivación.	O2	Implantación en el aula de nuevos recursos y metodologías.
	F3	Preferencia del alumnado a la realización de aprendizaje en grupo.	O3	Posibilidad de involucrar a más cursos y ciclos del centro.
	F4	Práctica docente significativa y contextualizada.	O4	Concienciar al alumnado de la importancia de las matemáticas en su entorno más próximo y cotidiano.
	F5	Motivación del alumnado frente propuestas educativas nuevas	O5	Cambio en la cultura de centro

Fuente: elaboración propia.

## 4. Conclusiones

Tras el desarrollo del presente trabajo se procede a exponer las conclusiones obtenidas en relación con la consecución de los objetivos iniciales.

El primer objetivo pretendía analizar, en la asignatura de matemáticas, el uso del Aprendizaje Activo como metodología que implique el aprendizaje significativo del alumnado profundizando en el Aprendizaje Cooperativo (AC). Tras el estudio y análisis de la cuestión efectuado en el marco teórico, queda patente la necesidad de un redireccionamiento de los procesos de enseñanza de las matemáticas hacia una educación significativa y contextualizada, de visión constructivista. El alumno pasa a ser el protagonista activo de su proceso de aprendizaje y el docente actúa como facilitador y guía que motiva y potencia su desarrollo. La finalidad por parte del alumnado es la adquisición de una actitud creativa y crítica para comprender y relacionarse con el mundo real a partir del perfeccionamiento de sus habilidades, competencias y destrezas.

La incorporación de las TIC y de las metodologías activas en el aula fomentan y facilitan el aprendizaje significativo de las matemáticas y, concretamente, de la geometría, puesto que permiten su exploración a partir de nuevos enfoques y perspectivas. En cuanto al AC y su implantación en el aula, cabe tener presente de que es una metodología compleja. Previamente, debe potenciarse la cultura del trabajo en equipo, la colaboración y la cohesión entre el alumnado, así como un buen ambiente en el aula. Es necesario incorporarlo de manera gradual y progresiva para dar al alumnado el tiempo necesario para aprender a trabajar en equipo y asumir sus responsabilidades y roles. Su puesta en marcha exige dejar más tiempo para la realización de actividades, puesto que se tienen que debatir y consensuar en equipo. Además, tiene la limitación de que no puede aplicarse como única metodología de enseñanza, debiendo combinarse con otras como breves clases explicativas, trabajo individual, etc. Por el contrario, el trabajo en pequeños grupos aumenta la motivación y fomenta el interés del estudiantado buscando una mejora de su rendimiento y potenciando sus habilidades competenciales para la adquisición de un aprendizaje integral y significativo.

El segundo objetivo específico perseguía la investigación sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la educación patrimonial, junto con su didáctica y su aplicación en el transcurso de la etapa de Educación Secundaria. Según el estudio efectuado, la didáctica patrimonial se centra, fundamentalmente, en los ámbitos históricos, de las ciencias sociales y artísticos, partiendo de un

tratamiento unidisciplinar en lugar de uno multidisciplinar, transversal y holístico que requeriría un elemento tan complejo como es el patrimonio. Todos los autores consultados coinciden en que el estudio del patrimonio es fundamental, no solamente porqué el conocimiento del pasado es sumamente relevante, sino por la concienciación social y cultural del alumnado. De hecho, como ya se ha citado anteriormente, la propia LOMCE establece la necesidad de conocer, valorar y respetar el patrimonio artístico y cultural. Otro aspecto relevante y común detectado, es la necesidad de fomentar experiencias de contacto directo con los elementos patrimoniales puesto que su contextualización permite una mayor comprensión, motivación y significación en el proceso educativo de aprendizaje por maduración y descubrimiento de los estudiantes. Como limitaciones, destacar, por un lado, la falta de formación en el campo de la educación patrimonial; y, por el otro, que la indagación realizada confirma la poca existencia de bibliografía específica focalizada en la relación entre las matemáticas, concretamente la Geometría, y el patrimonio.

El tercer objetivo específico procuraba identificar el patrimonio arquitectónico local como un recurso educativo significativo que vincula el entorno cotidiano del alumnado con el procedimiento didáctico de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría. A partir de las experiencias de proyectos innovadores denominados ‘paseos matemáticos’ que pretenden trabajar esta disciplina de manera transversal con el arte, la arquitectura, la cultura, etc. se ha propuesto una unidad didáctica que tome el patrimonio arquitectónico local de la ciudad de Girona como base para estudiar los contenidos de geometría requeridos en el currículum legislativo. La ciudad es un elemento clave en la vida diaria del estudiantado, que ofrece una enorme variedad de ejemplos matemáticos contextualizados y, en especial, geométricos. Juntamente con la metodología activa del AC pretende una mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje significativo del alumnado.

El logro de los citados objetivos específicos reafirmaría la consecución del objetivo principal del presente trabajo que pretendía desarrollar una propuesta de intervención para el bloque de Geometría de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de la ESO, utilizando la metodología del Aprendizaje Activo a través de la arquitectura y el patrimonio. La propuesta está basada en las herramientas y oportunidades que ofrecen la arquitectura y el patrimonio local para la enseñanza de la geometría, a partir de un diseño de actividades contextualizadas y significativas que promueven y facilitan la adquisición y desarrollo de destrezas y habilidades matemáticas y geométricas del alumnado.

## 5. Limitaciones y prospectiva

Para el desarrollo del presente trabajo ha existido la limitación de la poca información bibliográfica publicada que relacione el patrimonio arquitectónico con la didáctica y la enseñanza de las matemáticas y, más específicamente, con la geometría. Otra gran limitación de la propuesta de intervención consiste en que es totalmente teórica, es decir, no puesta en práctica en la realidad de un aula. La implementación de esta unidad didáctica supondría la obtención de resultados fidedignos sobre su funcionamiento, así como el establecimiento de oportunidades de mejora en su totalidad (secuenciación y adecuación de las actividades, contenidos, recursos, materiales, etc.). Un contexto auténtico, juntamente con la evaluación de la propuesta didáctica -efectuado tanto por parte del profesorado como de los alumnos-, permitirían reflexionar sobre la adaptación de las estrategias y metodología adoptadas en consonancia a las verdaderas necesidades.

Por otra parte, es esencial que el profesorado que lleve a cabo la propuesta disponga de conocimientos sobre arquitectura patrimonial, experiencia en el uso de TIC -en especial, de algún programa de geometría dinámica tipo GeoGebra o similar-, y en metodologías activas -como el aprendizaje cooperativo-. La inmediata rapidez con la que se producen innovaciones en el ámbito tecnológico, así como la aparición de nuevas metodologías activas, suponen un reto permanente para el profesorado que, a fin de proporcionar una enseñanza de calidad, debe estar en constante formación. Añadir que la metodología del aprendizaje cooperativo, al desarrollarse de manera grupal, precisa de más tiempo a la hora de realizar las actividades de clase -puesto que cualquier decisión de trabajo debe consensuarse-; si se le añade la limitación temporal de una hora por sesión, puede provocar que parte de las tareas propuestas deban terminarse fuera del horario lectivo.

Respecto a las perspectivas, los nuevos modelos de enseñanza educativa promueven el trabajo multidisciplinar y transversal para la adquisición de un desarrollo integral del alumnado que fomente sus valores sociales, culturales y cívicos. En este sentido, el patrimonio arquitectónico permite abrir muchas líneas de investigación futuras. Por ejemplo, desde las matemáticas, no solamente emplearlo como base de ejemplificación en el bloque de Geometría, sino también implementarlo al resto de bloques de esta disciplina. De igual forma, se puede utilizar como referente el patrimonio de cualquier localidad, permitiendo así contextualizar el aprendizaje matemático a los estudiantes de cualquier centro educativo. O, también, la colaboración con otros departamentos -como el de Historia, o Dibujo-, pudiendo realizar proyectos de manera conjunta, enriquecería enormemente las actividades y, por ende, el aprendizaje significativo e integral de los estudiantes.

## Referencias bibliográficas

- Adler, S. A. (2008). The Education of Social Studies Teachers. *Handbook of Research in Social Studies Education*. Levstik y C. A. Tyson Eds., 329-351.
- Alsina i Català, C. (2005) Los secretos geométricos en diseño y arquitectura. *Sociedad, ciencia, tecnología y matemáticas 2005 (sctm2005)*. <http://textos.pucp.edu.pe>
- Alsina, C., Burgués, C. y Aymemmi, J.M. (1997). *Invitación a la didáctica de la Geometría*. Editorial Síntesis.
- Arreguín, M.G. (2011). La Tecnología Celular: Un recurso motivacional-cognoscitivo en la pedagogía de la Ciencia. *Didac*, (59), 24-29.
- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza aprendizaje de la geometría en primaria y secundaria. *Campo abierto*, (24), 15-36.
- Barrantes-López, M. y Balletbo-Fernández, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8 (1), 25-42. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3999141>
- Barrantes, M., Balletbo, I., y Fernández, M. A. (2013). *La enseñanza-aprendizaje de la matemática (geometría) en educación secundaria en la última década*. *Premisa*, 56, 41-50.
- Bauman, Z. (2008). *Los retos de la educación en la modernidad líquida*. Gedisa.
- Baztan, P. (2020). *Didáctica General y Didáctica de las Matemáticas*. Universidad Internacional de la Rioja.
- Calcerrada, F. (2013). Las Matemáticas y la arquitectura. [https://www.academia.edu/34362732/LAS\\_MATEM%C3%81TICAS\\_Y\\_LA\\_ARQUITECTURA](https://www.academia.edu/34362732/LAS_MATEM%C3%81TICAS_Y_LA_ARQUITECTURA)
- Clausen, T. (2005). *Teaching maths to pupils with different learning styles*. PCP. London.
- Coll, C. (1990). Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza. *Desarrollo psicológico y educación. II. Psicología de la educación*. Madrid Alianza. 435-453.

Cuenca López, J. M. (2003). Análisis de concepciones sobre la enseñanza del patrimonio en la educación obligatoria. *Enseñanza de las ciencias sociales: revista de investigación*, 2, 37-45.

<https://raco.cat/index.php/EnsenanzaCS/article/view/126155>

Cuenca López, J.M. (2014). El papel del patrimonio en los centros educativos: hacia la socialización patrimonial. *Tejuelo. Didáctica de la lengua y la literatura. Educación*. 19, Año VII-enero, 76-96 <https://www.redined.mepsyd.es/xmlui/handle/11162/102249>

Cuenca López, J.M., Estepa Jiménez, J. y Martín Cáceres, M.J. (2011). El patrimonio cultural en la educación reglada. *Patrimonio cultural de España*, 5, 45-58. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/9437>

Decret 187/2015, de 25 d'agost, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, de 28 de agosto de 2015, núm. 6945. <https://dogc.gencat.cat/ca/document-del-dogc/?documentId=701354>

Decret 150/2017, de 17 de octubre, de l'atenció educativa en l'alumnat en el marc d'un sistema educatiu inclusiu. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, de 19 de octubre, núm. 7477. <https://dogc.gencat.cat/ca/document-del-dogc/?documentId=799722>

Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (2017a). *Competències bàsiques de l'àmbit digital. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Servei de Comunicació i Publicacions. <https://educacio.gencat.cat/ca/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/ambit-digital/>

Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (2017b). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Servei de Comunicació i Publicacions. <https://educacio.gencat.cat/ca/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/ambit-matematic/>

Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (2018). *Competències bàsiques de l'àmbit personal i social. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Servei de Comunicació i Publicacions. <https://educacio.gencat.cat/ca/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/ambit-personal-social/>

- Díaz-Barriga, F. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- Estepa Giménez, J. (2001). El patrimonio en la didáctica de las ciencias sociales: obstáculos y propuestas para su tratamiento en el aula. *Íber: Didáctica de las Ciencias Sociales, Geografía e Historia*, 30. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/9606>
- Farias, D. y Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación universitaria*, 3(6), 33-40. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062010000600005>
- Fernández, M. (2008). La utilización del patrimonio cultural como recurso didáctico en la enseñanza secundaria al tiempo que como vía de conocimiento y valoración del mismo. *Patrimonios culturales: educación e interpretación. Cruzando límites y produciendo alternativas*. Ankulegi Antropologia Elkartea, 110-123.
- Flores, P. (2001). Matemáticas y su Didáctica para la formación inicial de maestros de primaria. *Aprendizaje y Evaluación en Matemáticas. Síntesis, Madrid*.
- Fundación Descubre (s. f.). Paseos matemáticos por Granada. [Página web]. <https://paseosmaticos.fundaciondescubre.es/>
- Gamboa, R. y Ballester, E. (2010) La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933>
- García de la Vega, A. (2014). El aprendizaje basado en problemas en los itinerarios didácticos vinculados al patrimonio. *Educación y Futuro*, 27, 155-175.
- García-Varcárcel, A., Hernández Martín, A., Recamán Payo, A. (2012). La metodología del aprendizaje colaborativo a través de las TIC: una aproximación a las opiniones de profesores y alumnos. *Revista Complutense de Educación*. 23 (1), 161-188. [https://doi.org/10.5209/rev\\_RCED.2012.v23.n1.39108](https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2012.v23.n1.39108)
- González-Urbaneja, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *SUMA*, 45, 17-28.
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43. <https://rieoei.org/RIE/article/view/750>

- Hernández, F. X. (2003). El patrimonio como recurso en la enseñanza de las Ciencias Sociales. *El patrimonio y la Didáctica de las Ciencias Sociales*, 2, 455-466.
- Huber, G.L. (2008). Aprendizaje activo y metodologías educativas. *Revista de educación*, núm. extraordinario, 59-81 <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/72275>
- Johnson, D., Johnson, R., y Holubec E.J. (1994). *Cooperative Learning in the Classroom*. Association for Supervision and Curriculum Bavelopment (ASCD).
- Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Juan Capistrano, California.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, de 10 de diciembre de 2013, núm. 295.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del estado*, de 4 de mayo de 2006, núm. 4.
- Lozano, E. (2013). Patrimonio, arte y didáctica de las ciencias sociales. Análisis y reflexiones sobre una estrategia de aprendizaje en el marco de innovación docente. *Clío. History and Hystory Teaching*, 39, 1-18.
- Llei 12/2009, del 10 de juliol, d'educació. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, de 16 de julio de 2009, núm. 5422.  
<https://educacio.gencat.cat/ca/departament/publicacions/monografies/llei-educacio/>
- Mallart, J. (2001). *Didáctica: concepto, objeto y finalidades. Didáctica general para psicopedagogos*. Ed. Universidad Nacional de Educación a Distancia, UNED, 125-142.
- Martín Cáceres, M. J. y Cuenca López, J. M. (2015). Educomunicación del patrimonio. *Educatio Siglo XXI*, 33(1 marzo), 33-54. <https://doi.org/10.6018/j/222491>
- Mielgo, G. (2016). *El arte Salmantino. LETIC promoción 2015-2016 blog*.  
<http://promociontic2015-16.blogspot.com/>
- Monteagudo, J. y Miralles, P. (2014). *Utilización didáctica del patrimonio mediante las salidas escolares. Los niveles de bachillerato-COU en la Región de Murcia*. Publicia Stuttgart, Alemania.

- Monteagudo, J. y Oliveros, C. (2016). La didáctica del patrimonio en las aulas. Un análisis de las prácticas docentes. *Revista UNES. Universidad, Escuela Y Sociedad*, 64. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/revistaunes/article/view/12150>
- Navas, J. (2019). Seminario federal: paseos matemáticos. *SUMA*, 90, 119-125. <http://funes.uniandes.edu.co/14905/>
- Orden ECD/65/2015 de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 25, de 29 de enero de 2015, 6986-7003. <https://www.boe.es/buscar/pdf/2015/BOE-A-2015-738-consolidado.pdf>
- Ortega, N. (2003). El estudio del patrimonio y las manifestaciones artísticas en la formación inicial. *El patrimonio y la Didáctica de las Ciencias Sociales*, 51-60.
- Pedrosa, Y. (13 de abril de 2016). *Córdoba hoy*. Unos 759 estudiantes participan en la XXI Gymkhana Matemática por Córdoba. *Cordobahoy.es*. Recuperado en marzo de 2022: <https://www.cordobahoy.es/articulo/la-ciudad/759-estudiantes-participan-xxi-gymkhana-matematica-cordoba/20160413144742009146.html>
- Peirats, J., López, M. (2013). Los grupos interactivos como estrategia didáctica en la atención a la diversidad. *Ensayos, Revista de la facultad de Educación de Albacete*, 28, 197-211. Recuperado en mayo de 2022. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4911414>
- Prensky, M. (2010). Nativos e inmigrantes digitales. *Cuadernos SEK 2.0*. Institución Educativa SEK, S.A., 1-21.
- Pujolrás, P. (2005). El cómo, el porqué y el para qué del aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Pedagogía*, 345, 51-54.
- Pujolrás, P. (2012). Aulas inclusivas y aprendizaje cooperativo. *Educatio siglo XXI*, 1(30), 89-112.
- Quintanal Díaz, J., Trillo Miravalles, M. P., & Goig Martínez, R. M. (2021). *La matriz DAFO: un recurso en el contexto socioeducativo*. Universidad Nacional de Educación a Distancia – UNED.

- Ramírez, M.S. (2018). *Modelos y estrategias de enseñanzas para ambientes innovadores*. Editorial Digital Tecnológico de Monterrey.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 3, de 3 de enero de 2015. 169-546. [https://www.boe.es/diario\\_boe/txt.php?id=BOE-A-2015-37](https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2015-37)
- Ricoy, M.C. y Couto, M.J. V. S. (2018). Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*, 20(3), 69-79. <https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.3.1650>
- Romero, L., Utrilla, A. y Utrilla, V.M. (2014). Las actitudes positivas y negativas de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, su impacto en la reprobación y la eficiencia terminal. *Ra Ximhai*, 5(10), julio-diciembre.
- Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de Aprendizaje*, 4(4), 56-69.
- Sarto, M.P. y Venegas, M.E. (2009). *Aspectos clave de la Educación Inclusiva*. Publicaciones del INICO, colección investigación.
- Torres, H. y Giron, D. (2009). *Didáctica General*. Editorama, S.A.
- UNESCO. Centro de Patrimonio Mundial. (2005). *Directrices prácticas para la aplicación de la Convención del Patrimonio Mundial*. Ministerio de cultura España.
- Zepeda, S., Abascal, R. y López, E. (2016). Integración de gamificación y aprendizaje activo en el aula. *Ra Ximhai: revista científica de sociedad, cultura y desarrollo sostenible*, 12(6), 315-325. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7933127>

## Anexo A. Objetivos de etapa

En la tabla siguiente están definidos los objetivos de etapa según el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre y el artículo 3 del Decreto 187/2015, de 25 de agosto de Cataluña. Además, se incluye su relación con las competencias clave establecidas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, y si contribuyen o no en el ámbito de la Geometría.

**Tabla 30. *Objetivos generales de etapa relacionados con las Competencias Clave.***

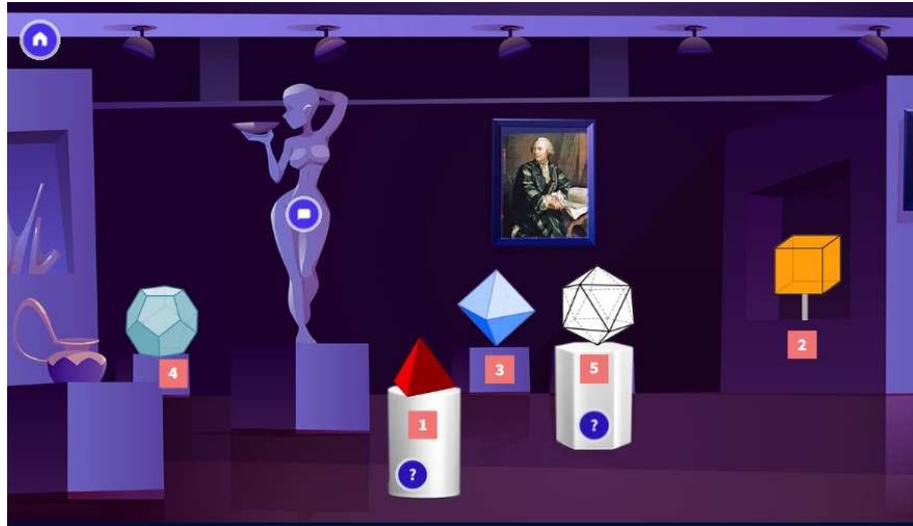
Id.	Objetivos generales de etapa	Contribución	Competencias
		Geometría	Clave
a	Asumir con responsabilidad sus deberes y ejercer sus derechos respecto a los otros, entender el valor del diálogo, de la cooperación, de la solidaridad, del respeto a los derechos humanos como valores básicos para una ciudadanía democrática.	v	CSC
b	Desarrollar y consolidar hábitos de estudio, de trabajo individual y cooperativo y de disciplina como base indispensable para un aprendizaje responsable y eficaz para conseguir un desarrollo personal equilibrado.	v	AA SIE
c	Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres.	v	CSC
d	Fortalecer las capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y con la relación con los otros, y rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver los conflictos pacíficamente.	v	CSC
e	Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.	v	SIE AA
f	Conocer, valorar y respetar los valores básicos y la manera de vivir de la propia cultura y otras culturas en un marco de valores compartidos, fomentando la educación intercultural, la participación en el tejido asociativo del país, y respetar el patrimonio artístico y cultural	v	CEC
g	Identificar como propias las características históricas, culturales, geográficas y sociales de la sociedad catalana, y progresar en el sentimiento de pertenencia al país.	v	CEC
h	Adquirir unas buenas habilidades comunicativas: una expresión y comprensión orales, una expresión escrita y una comprensión lectora correctas en lengua catalana, en lengua castellana y, en su caso, en aranés; y consolidar hábitos de lectura y comunicación empática, así como el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura	v	CL
i	Comprender y expresarse de manera apropiada en una o más lenguas extranjeras.	X	CL
j	Desarrollar habilidades para el análisis crítico de la información, en diferentes apoyos, mediante instrumentos digitales y otros, para transformar la información en conocimiento propio, y comunicarlo a través de diferentes canales y formatos.	v	CD CL AA
k	Comprender que el conocimiento científico es un saber integrado que se estructura en varias disciplinas, y conocer y aplicar los métodos de la ciencia para identificar los problemas propios de cada ámbito para su resolución y toma de decisiones.	v	CMCT

l	Disfrutar y respetar la creación artística, comprender los lenguajes de las diferentes manifestaciones artísticas y utilizar varios medios de expresión y representación.	v	AA CEC
m	Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo y el medio ambiente, y contribuir a su conservación y mejora.	X	CSC
n	Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de salud e incorporar la práctica de la actividad física y el deporte en la vida cotidiana para favorecer el desarrollo personal y social.	X	CSC
o	Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad y preservar el derecho a la igualdad y a la no-discriminación por razón de orientación sexual.	X	CSC
p	Valorar la necesidad del uso seguro y responsable de las tecnologías digitales, teniendo cura de gestionar la propia identidad digital y el respecto a la de los otros.	X	CD

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 187/2015 y del RD 1105/2014.

## Anexo B. Material para las sesiones de la unidad didáctica

**Figura 20.** Breakout 'Atrapados en el museo de la geometría'. Sala Euler.



Fuente: elaboración propia a través de la plataforma digital Genially.

**Figura 21.** Breakout 'Atrapados en el museo de la geometría'. Sala Fibonacci.



Fuente: elaboración propia a través de la plataforma digital Genially.

**Figura 22.** Mercado de Girona, escultura de la Rambla de la Llibertat y edificio de turismo.

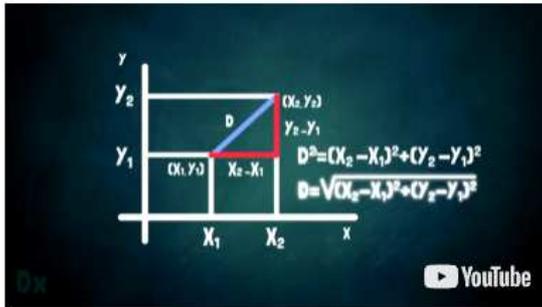


Fuente: Elaboración propia [Fotografía].

**Figura 23.** Edpuzzle de repaso del Teorema de Pitágoras.

¿Por qué es tan importante el TEOREMA DE PITÁGORAS?

Amanda Soler i Vela



OPEN ENDED QUESTION

Vamos a ver si lo hemos entendido...

Si  $X_1 = 2$ ,  $X_2 = 6$ ;  $Y_1 = 1$ ,  $Y_2 = 4$ .

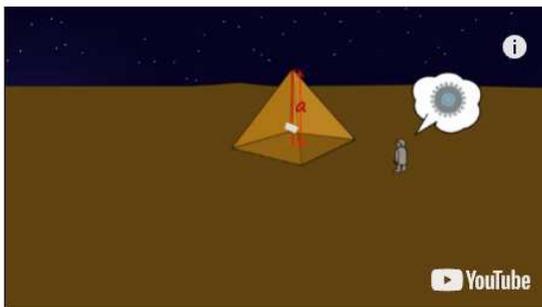
¿Cuánto mide D?

Fuente: Edpuzzle de elaboración propia a partir de <https://www.youtube.com/watch?v=4I6YlccTkCA>

**Figura 24.** Edpuzzle de repaso del Teorema de Tales.

El Teorema de Tales Explicación y Ejemplos

Amanda Soler i Vela



MULTIPLE CHOICE QUESTION

La altura 'a' de la pirámide es perpendicular a la base por ...

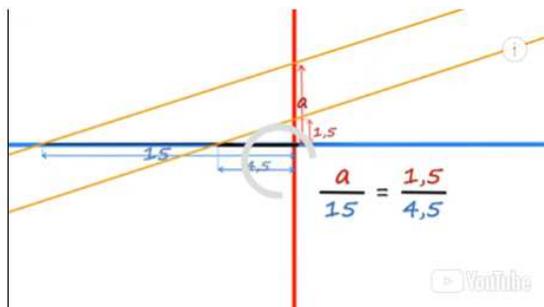
- Formar un ángulo obtuso.
- Formar un ángulo recto.
- Formar un ángulo agudo.

Fuente: Edpuzzle de elaboración propia a partir de <https://www.youtube.com/watch?v=6nYnXeqrhKQ>

**Figura 25.** Edpuzzle de repaso del Teorema de Tales.

El Teorema de Tales Explicación y Ejemplos

Amanda Soler i Vela

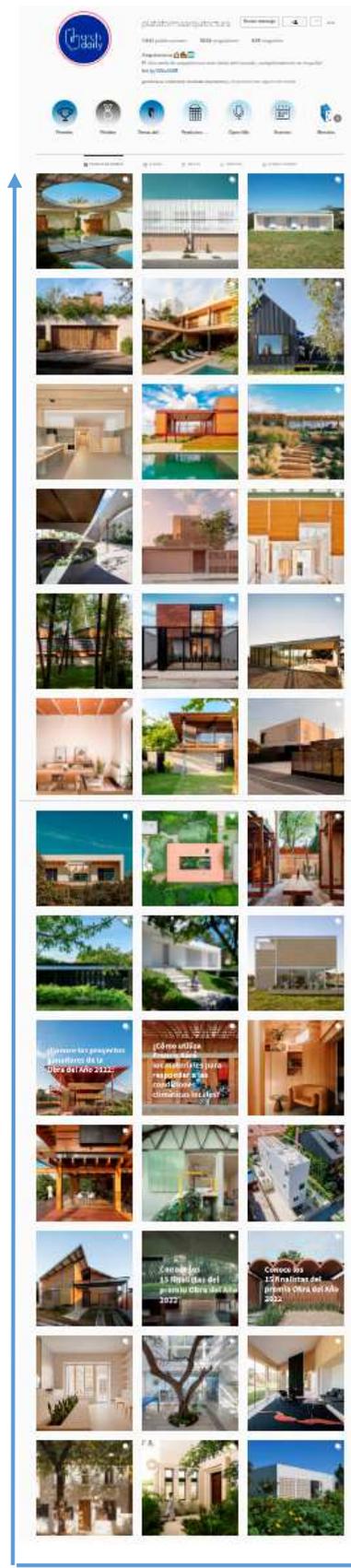


OPEN ENDED QUESTION

Según la equivalencia del Teorema de Tales de la imagen, ¿cuánto mide 'a'?

Fuente: Edpuzzle de elaboración propia a partir de <https://www.youtube.com/watch?v=6nYnXeqrhKQ>

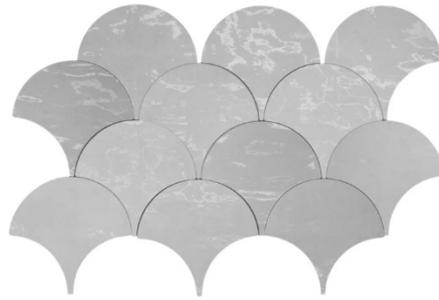
**Figura 26.** *Coordenadas en el plano. Perfil de Instagram de Plataforma arquitectura.*



Fuente: adaptado del Perfil de Instagram de Plataforma arquitectura [@plataforma arquitectura]. (2022, abril 3).

[Foto]. Instagram. <https://www.instagram.com/plataformaarquitectura/>

**Figura 27.** Pavimento lúnula gerundense.



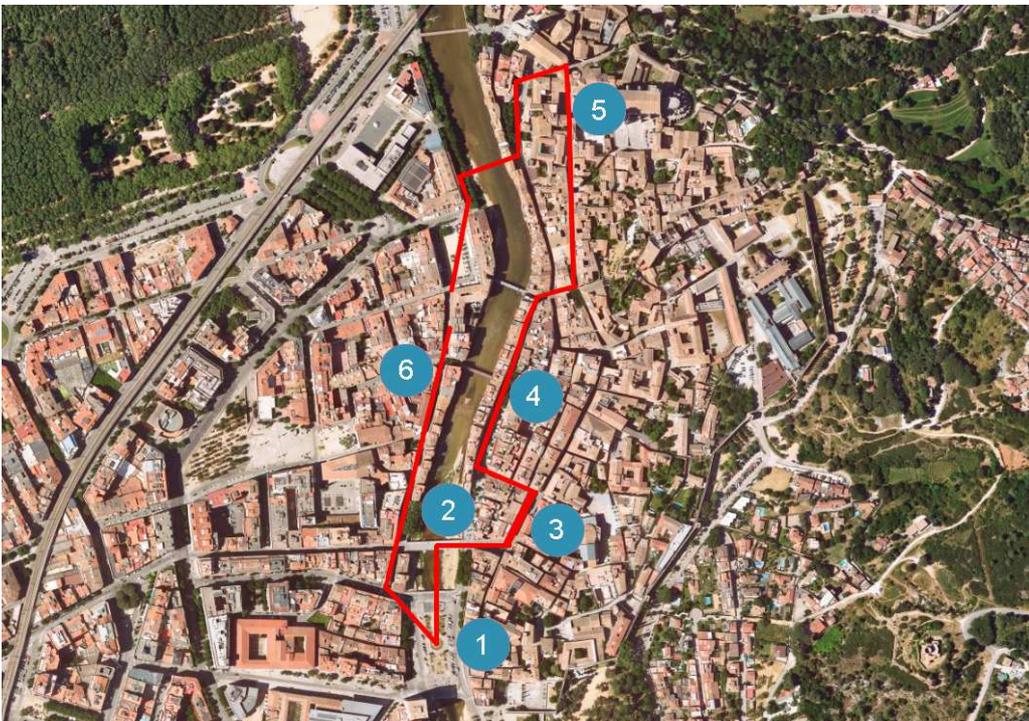
Fuente: elaboración propia con AutoCAD.

**Figura 28.** Fachada posterior del Colegio de Arquitectos de Girona.



Fuente: Rescatado de Tectónica <https://tectonica.archi/articulos/edificio-del-colegio-de-arquitectos-de-girona/>

**Figura 29.** Itinerario del recorrido del paseo matemático 'Geometrizando la ciudad'.



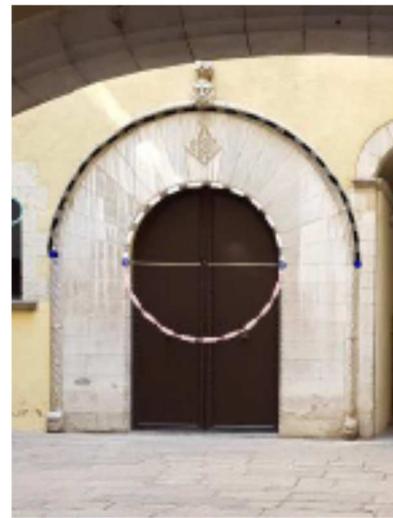
Fuente: Elaboración propia.

**Figura 30.** *Pont de Pedra de Girona.*



Fuente: Elaboración propia [Fotografía].

**Figura 31.** *Ajuntament de Girona.*



Fuente: Elaboración propia [Fotografía].

## Anexo C. Evaluación

### a. Evaluación de las actividades la Unidad Didáctica

A continuación, se muestran las tablas de observación y rúbricas para la evaluación de la unidad didáctica de 'Geometrizando la ciudad'.

Tabla 31. **Tabla de observación 2.**

Tabla de observación para evaluar el trabajo de campo del paseo matemático				
Indicadores de actitud	S	CS	AC	N
<b>Individuales</b>				
Colabora con sus compañeros/as				
Participación activa y proactiva dentro del equipo				
Lleva a cabo las tareas que se le asignan dentro de su equipo.				
Respeto a sus compañeros/as, sus opiniones y sus turnos de participación				
Dialoga, discute y aprende de los demás miembros del equipo				
Ofrece ayuda cuando se la piden				
<b>Grupo cooperativo</b>				
Intervenciones dentro del grupo realizadas de manera respetuosa				
Organización y asignación de tareas a llevar a cabo.				
Existencia de una participación conjunta de todo el equipo				
Uso provechoso del tiempo de trabajo grupal				
Buena convivencia con el resto de equipos				

S: Siempre; CS: Casi Siempre; AV: A Veces; N: Nunca

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 32. **Rúbrica 2.**

Rúbrica de evaluación: Teoremas de Pitágoras y Tales				
Indicadores	Sobresaliente (2 puntos)	Notable (1,5 puntos)	Suficiente (1 puntos)	Suspense (0,5 puntos)
<b>Adecuación del contenido</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Investigación histórica</b>	Investigación detallada, muy precisa y que demuestra un alto nivel de comprensión.	Investigación correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Investigación aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Investigación insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Resolución de problemas</b>	Resolución correcta, muy precisa y clara demostrando un alto nivel de comprensión.	Resolución correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Resolución aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Resolución insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Representación gráfica</b>	Representaciones gráficas claras, precisas y que ayudan al entendimiento del procedimiento.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender.	Representaciones gráficas aceptables presentando alguna dificultad para la comprensión del procedimiento.	Representaciones gráficas insuficientes dificultando la comprensión del procedimiento.

<b>Originalidad y creatividad</b>	Los ejemplos son originales, creativos e innovadores.	Los ejemplos son bastante originales y creativos.	Los ejemplos cuentan con cierta originalidad y creatividad.	Los ejemplos carecen de originalidad y creatividad.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

Tabla 33. **Rúbrica 3.**

<b>Rúbrica de evaluación: isometrías y traslaciones</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>Sobresaliente</b> (2,5 puntos)	<b>Notable</b> (1,8 puntos)	<b>Suficiente</b> (1,3 puntos)	<b>Suspense</b> (0,7 puntos)
<b>Adecuación del contenido</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Trabajo con vectores y coordenadas de forma gráfica y analítica</b>	Expresión gráfica y analítica de las operaciones con vectores y coordenadas muy correcta y precisa.	Expresión gráfica y analítica de las operaciones con vectores y coordenadas correcta.	Expresión gráfica y analítica de las operaciones con vectores y coordenadas aceptable y/o con algún fallo enmendable.	Expresión gráfica y analítica de las operaciones con vectores y coordenadas insuficiente presentando excesivos errores.
<b>Realización de traslaciones en el plano.</b>	Resolución de traslaciones correcta, muy precisa y clara demostrando un alto nivel de comprensión.	Resolución de traslaciones correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Resolución de traslaciones aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Resolución de traslaciones insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Manejo del programa informático GeoGebra</b>	Representaciones gráficas claras, precisas y que ayudan al entendimiento del procedimiento.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender.	Representaciones gráficas aceptables presentando alguna dificultad para la comprensión del procedimiento.	Representaciones gráficas insuficientes dificultando la comprensión del procedimiento.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

Tabla 34. **Rúbrica 4.**

<b>Rúbrica de evaluación: simetrías</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>Sobresaliente</b> (2 puntos)	<b>Notable</b> (1,5 puntos)	<b>Suficiente</b> (1 puntos)	<b>Suspense</b> (0,5 puntos)
<b>Adecuación del contenido</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Investigación histórica</b>	Investigación detallada, muy precisa y que demuestra un alto nivel de comprensión.	Investigación correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Investigación aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Investigación insuficiente demostrando problemas de comprensión.

<b>Identificación y representación de distintos tipos de simetrías</b>	Identificación correcta, muy precisa e incluso profunda.	Identificación correcta y con buena precisión.	Identificación aceptable y/o con algún fallo enmendable.	Identificación insuficiente y/o presenta excesivos errores.
<b>Aplicación de simetrías en el plano.</b>	Aplicación de simetrías correcta, muy precisa y clara demostrando un alto nivel de comprensión.	Aplicación de simetrías correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Aplicación de simetrías aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Aplicación de simetrías insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Manejo del programa informático GeoGebra</b>	Representaciones gráficas claras, precisas y que ayudan al entendimiento del procedimiento.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender.	Representaciones gráficas aceptables presentando alguna dificultad para la comprensión del procedimiento.	Representaciones gráficas insuficientes dificultando la comprensión del procedimiento.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

Tabla 35. **Rúbrica 5.**

<b>Rúbrica de evaluación: giros y semejanzas</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>Sobresaliente (2,5 puntos)</b>	<b>Notable (1,8 puntos)</b>	<b>Suficiente (1,3 puntos)</b>	<b>Suspense (0,7 puntos)</b>
<b>Adecuación del contenido</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Investigación histórica</b>	Investigación detallada, muy precisa y que demuestra un alto nivel de comprensión.	Investigación correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Investigación aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Investigación insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Identificación y representación de giros en el plano</b>	Identificación correcta, muy precisa e incluso profunda.	Identificación correcta y con buena precisión.	Identificación aceptable y/o con algún fallo enmendable.	Identificación insuficiente y/o presenta excesivos errores.
<b>Conocimiento y aplicación de semejanzas en el plano</b>	Aplicación de semejanzas correcta, muy precisa y clara demostrando un alto nivel de comprensión.	Aplicación de semejanzas correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Aplicación de semejanzas aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Aplicación de semejanzas insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Manejo del programa informático GeoGebra</b>	Representaciones gráficas claras, precisas y que ayudan al entendimiento del procedimiento.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender.	Representaciones gráficas aceptables presentando alguna dificultad para la comprensión del procedimiento.	Representaciones gráficas insuficientes dificultando la comprensión del procedimiento.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

Tabla 36. **Rúbrica 6.**

<b>Rúbrica de evaluación: mosaicos</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>Sobresaliente (1,6 puntos)</b>	<b>Notable (1,2 puntos)</b>	<b>Suficiente (0,8 puntos)</b>	<b>Suspense (0,4 puntos)</b>
<b>Adecuación del contenido</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Investigación histórica</b>	Investigación detallada, muy precisa y que demuestra un alto nivel de comprensión.	Investigación correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Investigación aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Investigación insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Identificación y aplicación práctica de conceptos geométricos en contextos patrimoniales urbanos</b>	Identificación y aplicación de conceptos geométricos correcta, muy precisa e incluso profunda.	Identificación y aplicación de conceptos geométricos correcta y con buena precisión.	Identificación y aplicación de conceptos geométricos aceptable y/o con algún fallo enmendable.	Identificación y aplicación de conceptos geométricos insuficiente y/o presenta excesivos errores.
<b>Conocimiento y aplicación de transformaciones geométricas en el plano para la creación mosaicos</b>	Aplicación de transformaciones geométricas correcta, muy precisa y clara demostrando un alto nivel de comprensión.	Aplicación de transformaciones geométricas correcta presentando un claro nivel de comprensión.	Aplicación de transformaciones geométricas aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Aplicación de transformaciones geométricas insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Manejo del programa informático GeoGebra</b>	Representaciones gráficas claras, precisas y que ayudan al entendimiento del procedimiento.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender.	Representaciones gráficas aceptables presentando alguna dificultad para la comprensión del procedimiento.	Representaciones gráficas insuficientes dificultando la comprensión del procedimiento.
<b>Originalidad y creatividad</b>	Los mosaicos creados son originales, creativos e innovadores.	Los mosaicos creados son bastante originales y creativos.	Los mosaicos creados cuentan con cierta originalidad y creatividad.	Los mosaicos creados carecen de originalidad y creatividad.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

Tabla 37. **Rúbrica 7.**

<b>Rúbrica de evaluación: paseo matemático – actividad final</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>Sobresaliente (100%)</b>	<b>Notable (75%)</b>	<b>Suficiente (50%)</b>	<b>Suspense (25%)</b>
<b>Adecuación del contenido (1 punto)</b>	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa de manera correcta a la tarea encomendada.	El contenido se adecúa a la tarea encomendada con alguna incoherencia.	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta demasiadas incoherencias.
<b>Identificación de conceptos y transformaciones geométricas en</b>	Identificación y aplicación de conceptos y transformaciones	Identificación y aplicación de conceptos y transformaciones	Identificación y aplicación de conceptos y transformaciones	Identificación y aplicación de conceptos y transformaciones geométricas

<b>contextos patrimoniales urbanos</b> (2 puntos)	geométricas correcta, muy precisa e incluso profunda.	geométricas correcta y con buena precisión.	geométricas aceptable y/o con algún fallo enmendable.	insuficiente y/o presenta excesivos errores.
<b>Aplicación y resolución de cálculos geométricos</b> (2 puntos)	Aplicación y resolución de cálculos geométricos correcta, muy precisa y clara demostrando un alto nivel de comprensión.	Aplicación y resolución de cálculos geométricos correcta, presentando un claro nivel de comprensión.	Aplicación y resolución de cálculos geométricos aceptable y/o con alguna dificultad de comprensión.	Aplicación y resolución de cálculos geométricos insuficiente demostrando problemas de comprensión.
<b>Representación gráfica y empleo de las TIC (GeoGebra, Linoit, programas de edición)</b> (1 punto)	Representaciones gráficas claras y precisas, junto con un buen empleo de las TIC que ayudan al entendimiento de la actividad.	Representaciones gráficas claras y fáciles de comprender, junto con un empleo correcto de las TIC.	Representaciones gráficas y empleo de las TIC aceptables, presentando alguna dificultad para la comprensión de la actividad.	Representaciones gráficas y empleo de las TIC insuficientes dificultando la comprensión de la actividad.
<b>Cohesión, redacción y claridad</b> (1 punto)	Documento claro, perfectamente cohesionado y preciso, bien redactado y sin faltas de ortografía.	Documento bien cohesionado y preciso, redactado adecuadamente, con 5 faltas de ortografía como máximo.	Documento con falta de cohesión y precisión, justamente redactado, con 8 faltas de ortografía como máximo.	Documento en el cual no se aúnan conceptos, carece de buena redacción y claridad. Más de 10 faltas de ortografía.
<b>Originalidad, creatividad e innovación en los ejemplos presentados.</b> (1 punto)	El trabajo presentado presenta elementos originales, creativos e innovadores.	El trabajo presentado presenta un buen nivel de originalidad, innovación y creatividad.	El trabajo presentado presenta cierta originalidad y creatividad, pero innovación justa.	El trabajo presentado presenta carece de originalidad, creatividad e innovación.
<b>Oratoria</b> (1 punto)	Expresión oral con soltura, empleo de riqueza de vocabulario matemático, volumen adecuado y buen control postural.	Buena expresión oral, empleo de vocabulario matemático, correcto volumen y control postural.	Expresión oral aceptable, empleo justo de vocabulario matemático, volumen no controlado excesivamente y justo control postural.	Problemas con la expresión oral, no empleo de vocabulario matemático, volumen muy bajo y mal control postural.
<b>Trabajo en equipo</b> (1 punto)	Comunicación fluida y participación equitativa entre todos los miembros del equipo-base.	Buena comunicación, pero implicación no equitativa por parte de algún miembro del equipo-base.	Comunicación suficiente, pero participación no equitativa o inexistente por parte de algún miembro del equipo-base-	Mala comunicación y manca de participación por parte de algunos integrantes del equipo-base.
<b>Calificación final</b>				

Fuente: elaboración propia.

## b. Encuestas de evaluación de la propuesta

### b.1 Cuestionario de evaluación para el alumnado

Tabla 38. **Cuestionario de evaluación para el alumnado.**

Evaluación de la propuesta de intervención: 'Geometrizando la ciudad'					
Valorar de 1 a 5 donde 1 significa la nota más baja y 5 la más alta	1	2	3	4	5
<b>El profesor</b>					
Ha empleado una metodología adecuada					
Ha mostrado interés en la impartición de la unidad didáctica					
Ha atendido tus dudas, inquietudes y demandas					
Observaciones y comentarios:					
<b>Las clases</b>					
Han empleado recursos suficientes					
Han sido variadas, dinámicas y atractivas					
Han resultado divertidas					
Te han permitido aprender					
Observaciones y comentarios:					
<b>La unidad didáctica y sus actividades</b>					
Han resultado interesantes					
Han sido novedosas					
Han tenido un tiempo para su realización suficiente					
Te han permitido aprender y entender mejor la geometría					
Te han motivado					
Han permitido un sistema de evaluación justo					
Observaciones y comentarios:					
<b>El trabajo en grupos cooperativos</b>					
Te ha permitido sentirte cómodo					
Te ha permitido aprender a trabajar en equipo					
Ha fomentado tu participación y motivación en la materia					
Ha potenciado tu aprendizaje de la geometría.					
Observaciones y comentarios:					

Fuente: elaboración propia.

## b.2 Cuestionario de autoevaluación para el docente

**Tabla 39. Autoevaluación para el docente.**

Autoevaluación de la propuesta de intervención: 'Geometrizando la ciudad'					
Valorar de 1 a 5 donde 1 significa la nota más baja y 5 la más alta	1	2	3	4	5
<b>El profesor</b>					
Está conforme con la metodología utilizada					
Ha mostrado interés en la impartición de la unidad didáctica					
Ha efectuado un seguimiento adecuado del alumnado					
Ha informado pertinentemente a la familia del desarrollo de la U.D.					
Observaciones y comentarios:					
<b>Las clases</b>					
Han empleado recursos suficientes y útiles					
Han sido variadas, dinámicas y atractivas para el alumnado					
Han permitido mejorar el aprendizaje de los estudiantes					
Han resultado divertidas y motivadoras para los alumnos.					
Le han permitido aprender					
Observaciones y comentarios:					
<b>La unidad didáctica y sus actividades</b>					
Le han resultado interesantes					
Le han semblado novedosas					
Han tenido un tiempo para su realización suficiente					
Le han permitido una mejora en el proceso de enseñanza de la geometría					
Han mejorado la motivación del alumnado					
Han permitido un sistema de evaluación justo					
Observaciones y comentarios:					
<b>El trabajo en grupos cooperativos</b>					
Le ha permitido sentirse cómodo desempeñando el papel de guía					
Le ha permitido poner en práctica nuevas formas de enseñar geometría					
Ha fomentado su participación y motivación en la materia					
Ha potenciado su proceso de enseñanza de la geometría.					
Observaciones y comentarios					
<b>Objetivos</b>					
Las actividades planteadas son adecuadas para los estudiantes					
El aprovechamiento de la U.D. ha sido adecuado					
El alumnado ha asimilado los contenidos de la U.D.					
Se han alcanzado los objetivos didácticos propuestos					
Observaciones y comentarios					

Fuente: elaboración propia.

### b.3 Cuestionario de evaluación para la familia

Tabla 40. **Cuestionario de evaluación para la familia.**

Evaluación de la propuesta de intervención: 'Geometrizando la ciudad'					
Valorar de 1 a 5 donde 1 significa la nota más baja y 5 la más alta	1	2	3	4	5
<b>El profesor</b>					
Está conforme con la metodología utilizada					
Ha mostrado interés en la impartición de la unidad didáctica					
Ha efectuado un seguimiento adecuado del alumno					
Ha informado pertinentemente a la familia del desarrollo de la U.D.					
Observaciones y comentarios:					
<b>Las clases</b>					
Han empleado recursos suficientes y útiles					
Han sido variadas, dinámicas y atractivas para el alumnado					
Han permitido mejorar el aprendizaje del estudiante					
Han resultado divertidas y motivadoras para el alumno.					
Han resultado de provecho					
Observaciones y comentarios:					
<b>La unidad didáctica y sus actividades</b>					
Le han resultado interesantes					
Le han semblado novedosas					
Han tenido un tiempo para su realización suficiente					
Han permitido una mejora en el aprendizaje de la geometría					
Han mejorado la motivación del alumno					
Han permitido un sistema de evaluación justo					
Observaciones y comentarios:					
<b>Objetivos</b>					
Las actividades planteadas son adecuadas para el estudiante					
El aprovechamiento de la U.D. ha sido adecuado					
El alumno ha asimilado los contenidos de la U.D.					
Se han alcanzado los objetivos didácticos propuestos					
Observaciones y comentarios:					

Fuente: elaboración propia.