



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas en
Educación Secundaria y Bachillerato

**Proyecto de Aula Invertida para el
aprendizaje de los números enteros para
estudiantes de 2º curso de Educación
Secundaria Obligatoria**

Trabajo fin de estudio presentado por:	Lesly Yulieth Fajardo Carmona
Tipo de trabajo:	Propuesta didáctica
Director/a:	Constanza Ruiz Domínguez
Fecha:	09 de diciembre de 2021

Resumen

Los recursos digitales han aportado una gran cantidad de beneficios en el contexto actual, reduciendo brechas espaciales y temporales, proponiendo nuevas herramientas pedagógicas en función de fomentar el desarrollo de las competencias en los estudiantes. En correspondencia con las necesidades actuales de apertura a ambientes virtuales, este Trabajo de Fin de Máster propone la realización de un proyecto de enseñanza aprendizaje de números enteros para estudiantes de 2º de educación secundaria obligatoria en España. Utilizando el modelo de Aula invertida o Flipped Classroom, a través del diseño de seis sesiones pedagógicas a fin de contribuir en el progreso de las competencias en área de matemáticas, las competencias digitales, sociales y cívicas, de iniciativa, espíritu emprendedor, en ciencia básica, comunicación lingüística y aprender a aprender. Para esto se realiza una investigación documental en revistas y textos científicos que tengan relación con el modelo de aula invertida, el aprendizaje de matemáticas, el marco legal y la influencia de las TIC, y las TAP en los procesos de aprendizaje actual, así como estudios que hayan implementado este modelo en matemáticas para fijar las bases teóricas y constructivas de la propuesta. De este modo finalmente, establecer las actividades y las rúbricas correspondientes para cada uno de los temas a tratar, estableciendo los mejores estándares para el desarrollo de cada una de las sesiones, destacando los beneficios de este modelo, ya que en estudios recientes se ha demostrado la efectividad en la adaptación a los estilos y ritmos de aprendizaje del alumnado.

Palabras clave:

Flipped Classroom, números enteros, TIC, TAC, aprendizaje significativo 2º de ESO.

Abstract

Digital resources have provided benefits in the current context, reducing spatial and temporal gaps, proposing new pedagogical tools to promote the development of skills in students. In correspondence with the current needs of opening to virtual environments, this master's Thesis proposes the realization of a whole-number teaching-learning project for students of second year of compulsory secondary education in Spain. Using the inverted classroom or Flipped Classroom model, through the design of six pedagogical sessions to contribute to the progress of skills around mathematics, digital, social, and civic skills, initiative, enterprising spirit, in basic science, linguistic communication and learning to learn. For this, documentary research is carried in magazines and scientific texts that are related to the flipped classroom model, mathematics learning, the legal framework, and the influence of ICT, and TAP in current learning processes, as well as studies who have implemented this model in mathematics to establish the theoretical and constructive bases of the proposal. In this way, finally, establish the activities and the corresponding rubrics for each of the topics to be discussed, establishing the best standards for the development of each of the sessions, highlighting the benefits of this model, since recent studies have shown the effectiveness in adapting to the learning styles and rhythms of the students.

Keywords:

Flipped classroom, whole numbers, skills, meaningful learning 2nd of ESO.

Índice de Contenidos

1.	Introducción	9
1.1.	Justificación	10
1.2.	Planteamiento del Problema.....	11
1.3.	Objetivos del TFM.....	12
1.3.1.	Objetivo general	12
1.3.2.	Objetivos específicos	12
2.	Marco teórico	13
2.1.	Las Teorías del Aprendizaje y Las Dificultades para el Desarrollo del Área de Matemáticas	13
2.1.1.	El aprendizaje de las matemáticas	14
2.1.2.	El aprendizaje de las matemáticas	16
2.2.	Herramientas Tecnológicas en Pedagogía	18
2.2.1.	TIC y su influencia en la educación	18
2.2.2.	Las TAC y el desarrollo del conocimiento	19
2.2.3.	TEP y la educación	20
2.3.	Estrategia del Aula Invertida o Modelo Flipped Classroom	20
2.3.1.	Flipped Learning	20
2.3.2.	Definición y estrategias del modelo	22
2.3.3.	Antecedentes del modelo de Aula Invertida en el área de matemáticas	22
2.3.4.	Impactos que ha tenido en otras propuestas	23
2.3.5.	Aplicación del modelo de aula invertida en las matemáticas.....	24
2.3.6.	El sistema de evaluación aplicado desde el modelo de aula invertida	25
2.3.7.	Recursos educativos para el aula invertida.....	25

2.3.8.	Etapas Taxonómicas de Bloom	28
2.4.	Normativa Española en Educación y TIC.....	31
3.	Propuesta didáctica	32
3.1.	Presentación.....	32
3.2.	Marco legislativo y contexto	32
3.2.1.	Contextualización	32
3.2.2.	Marco legislativo.....	33
3.3.	Objetivos	35
3.3.1.	Objetivo general	35
3.3.2.	Objetivos didácticos.....	35
3.4.	Contenidos	35
3.5.	Competencias	37
3.5.1.	Competencia matemática y competencia básica en Ciencia Tecnológica	37
3.5.2.	Competencias en comunicación lingüística	38
3.5.3.	Competencia digital	38
3.5.4.	Aprender a aprender	39
3.5.5.	Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor	39
3.5.6.	Competencias sociales y cívicas	40
3.6.	Metodología	40
3.7.	Temporalización	40
3.8.	Recursos	41
3.8.1.	Recursos Humanos	41
3.8.2.	Recursos Materiales y Tecnológicos.....	42
3.9.	Actividades	43

3.10.	Evaluación	53
3.10.1.	Bloque de contenidos y su relación con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje e indicadores de logro	54
3.10.2.	Evaluación de la Propuesta	56
4.	Conclusiones	57
5.	Limitaciones y prospectiva	59
5.1.	Limitaciones	59
5.2.	Prospectiva	59
6.	Referencias bibliográficas	60
Anexo A.	Guía sesión 1	66
Anexo B.	Guía sesión 1	67
Anexo C.	Cuestionario sesión 1	69
Anexo D.	Guía sesión 2	70
Anexo E.	Cuestionario sesión 2	71
Anexo F.	Quiz sesión 2	72
Anexo G.	Taller 1 Sesión 3	73
Anexo H.	Taller 2 Sesión 3	74
Anexo I.	Sesión 3	77
Anexo J.	Sesión 4	78
Anexo K.	Sesión 4	79
Anexo L.	Sesión 5	80
Anexo M.	Sesión 5	83
Anexo N.	Sesión 5	84

Índice de figuras

<i>Figura 1. Diferencias entre el Modelo Tradicional y el Modelo de Aula Invertida</i>	<i>21</i>
<i>Figura 2. Herramienta educativa Edpuzzle</i>	<i>26</i>
<i>Figura 4. Herramientas que ofrece Google Drive</i>	<i>26</i>
<i>Figura 5. Herramientas que Office Classroom.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 6. Muestra de la elaboración de un formulario</i>	<i>28</i>
<i>Figura 8. Representación de la Taxonomía de Bloom.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 9 Matriz DOFA.....</i>	<i>56</i>

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Características de los estándares básicos en España con relación a las matemáticas de 2º de ESO.....</i>	<i>36</i>
<i>Tabla 2 Cronograma de actividades</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 3. Recursos necesarios para el desarrollo del modelo.....</i>	<i>42</i>
<i>Tabla 4 Actividades de la Sesión 1</i>	<i>43</i>
<i>Tabla 5 Actividades de la Sesión 2</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 6 Actividades de la Sesión 3</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 7 Actividades de la Sesión 4</i>	<i>49</i>
<i>Tabla 8 Actividades de la Sesión 5</i>	<i>50</i>
<i>Tabla 9 Actividades de la Sesión 6</i>	<i>52</i>

1. Introducción

En el ámbito escolar los estudiantes aprenden diferentes conocimientos básicos como leer y escribir, y consolidan sus bases fundamental para asumir la educación a lo largo de su vida, por otro lado, uno de los principales aprendizajes tiene relación con el área de las matemáticas no solamente para adquirir conocimientos como contar, sumar, restar, multiplicar y dividir, sino porque las matemáticas les permiten construir otros dominios en el conocimiento lógico en consecuencia de aprender a pensar.

Aunque las matemáticas siempre han representado una fuerte dificultad para los estudiantes en todos los niveles educativos, incluso en la educación superior. Si bien es cierto, que existe una crisis educativa porque los estudiantes no tienen buenos hábitos de estudio, también es cierto que la enseñanza de las matemáticas se continúa aplicando desde formas tradicionales de la educación. Por lo cual, los docentes deben tener en cuenta diferentes metodologías para la enseñanza, tal como el modelo de Aula Invertida que tiene múltiples ventajas para el docente y el estudiante, tales como la posibilidad de brindar una atención más personalizada, sobre todo para la educación pública que tiende a tener un gran número de estudiantes en el aula y a su vez, el estudiante se convierte en un protagonista activo de sus procesos educativos (Aguilera, et al., 2017).

Este modelo implementa las TIC dentro del aula, pero también se enfoca en la construcción de un ambiente educativo mediado por la colaboración entre el docente y el estudiante o entre los mismos estudiantes, como una base fundamental para la facilitación del aprendizaje y la flexibilización de los contenidos, como forma de personalizar la educación y que el estudiante sea un agente activo en su proceso de aprendizaje, mediante la inclusión de los contenidos multimedia y la confrontación con los temas aprendidos (Vacca, 2020).

Sin embargo, este modelo no solamente moviliza los estudiantes y a los docentes sino también a las instituciones educativas, que deben brindar las herramientas, recursos y técnicas TIC para el desarrollo de este modelo, mediante la adquisición y la garantía de estos elementos. Adicionalmente, su aprendizaje se relaciona con las teorías con la realidad y la vida cotidiana, esto permite que los estudiantes adquieran habilidades para afrontar diversas situaciones por

medio de la toma de decisiones, la adaptación a nuevas situaciones y la relación de los contenidos con la experiencia (Vacca, 2020).

1.1. Justificación

Cabe señalar que los grandes descubrimientos en el mundo se han dado por las habilidades y capacidades adquiridas a través de las matemáticas. Sin embargo, para los docentes no pasa desapercibido el hecho de que las matemáticas representan para los estudiantes, ciertas dificultades que se evidencian en la descontextualización con la realidad cotidiana en relación con los temas, la falta de atención por parte de los docentes a la evolución en el aprendizaje de temáticas, la complejidad de los temas mediante la memorización continua de reglas, teorías y leyes matemáticas (Maca & Patiño, 2016).

Sin embargo, una de las mayores dificultades de los estudiantes es el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros, lo que frecuentemente se evidencia en la resolución de problemas y ejercicios, debido a los inconvenientes para la comprensión de estos. Por lo cual, el aprendizaje de las operaciones con números enteros es fundamental para comprender los diferentes desafíos que se presentan, construir posibles soluciones y resolver problemas de mayor complejidad (López & Espinoza, 2015).

Por lo cual, esta propuesta se plantea como una necesidad de fortalecer el aprendizaje de los números enteros en estudiantes de 2 grado de secundaria, generando independencia, motivación entre estudiantes y docente en el aula de clases, no desde un rol tradicional de que el docente dirija la clase, sino donde la participación del estudiante sea clave para afrontar los contenidos a aprender.

Se recalca que las matemáticas son una de las asignaturas más importantes en el contexto educativo de los estudiantes, porque además de permitir trabajar con las diferentes operaciones aritméticas, también enseña el reconocimiento de signos y símbolos que sirven para la vida diaria, de igual forma construye esquemas de relacionamiento de ideas y pensamiento crítico (Maca & Patiño, 2016).

Asimismo, la implementación de las TIC mediante el modelo de clase inversa tiene el objetivo de propiciar un aprendizaje colaborativo en alternancia entre clases presenciales y la virtualidad como herramienta para la integración de tecnologías en los procesos formativos

para adaptarse a las necesidades del estudiante en sintonía con las matemáticas como lo afirma, Hernández & Tecpan (2017), así los cambios de metodología en las matemáticas incluyendo recursos TIC, fomenta la exploración de aprendizajes a través del trabajo colaborativo y el rol activo de los estudiantes en sus procesos, fortaleciendo la comprensión de los números enteros para este caso, pero también fomentando la adquisición de competencias tecnológicas y científicas.

1.2. Planteamiento del Problema

El aprendizaje de las matemáticas forma parte del currículo de enseñanza en la secundaria, lo cual contribuye al desarrollo de conocimientos en los estudiantes, aportando una relación con el contexto y preparando al estudiante para asumir los retos de la educación superior, como lo explica Sánchez (2019), de este modo cabe señalar que las matemáticas son primordiales para el desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas que enfrenta el ser humano. (Sánchez, 2019)

Por esto, es necesaria la implementación de metodologías activas y el uso de las TIC, los cuales son modelos novedosos educativos para los procesos de enseñanza y aprendizaje, como medio para abarcar los contenidos relacionados a los números enteros, descrito por Sánchez (2019). Por esto se han desarrollado modelos y metodologías pedagógicas, que combinan diferentes elementos como la presencialidad y la virtualidad para aprender, es así como surge el aula invertida o Flipped Classroom, como un modelo de aprendizaje que consiste en que los estudiantes sean protagonistas de su propia educación que rompe con la educación tradicional y sale del aula de clases, como espacio del aprendizaje, tomando como herramientas principales la virtualidad y el trabajo en casa (Seco, 2017).

Según Bergmann & Santiago (2018), el modelo de aula invertida o Flipped Classroom es un método pedagógico, que se impulsa a través de la innovación metodológica que se modifica mediante los roles establecidos por los agentes del aprendizaje y que generan una educación más personalizada por parte del docente. Además, se apropia de las TIC como una herramienta fundamental para la realidad mundial, debido a la creciente incorporación de los dispositivos móviles a la educación. Esta situación requiere que los docentes, implementen y adecuen estas herramientas como instrumentos de aprendizaje de diferentes áreas.

Hay que señalar que el modelo del aula invertida tiene múltiples ventajas como fomentar el autoaprendizaje en los estudiantes a través de la observación de videos que ayudan a aprender desde la visualidad y permiten una interiorización más dinámica de los contenidos. Este modelo consiente que los docentes preparen el material didáctico y las actividades mediante la cooperación, a través de la planificación del tiempo e infunde valores como la cooperación y la evaluación formativa (González & Huerta, 2019).

En síntesis, las herramientas digitales constituyen recursos importantes para el aprendizaje de las matemáticas, la evolución del pensamiento lógico mediante modelos originales para consolidar nuevos conocimientos en temas como los números enteros, así mismo, resolver problemas con estos números apoyándose además en la virtualidad desde el aula invertida o Flipped Classroom y lograr progresos en la autonomía en su educación

1.3. Objetivos del TFM

A continuación, se presentan los objetivos de Trabajo de Fin de Máster, relacionados con la meta principal de este proyecto y los pasos sobre los cuales se enfocará su desarrollo.

1.3.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta para la intervención didáctica basada en el modelo aula invertida en la enseñanza de los números enteros en 2º curso de Educación Secundaria Obligatoria.

1.3.2. Objetivos específicos

- Caracterizar las principales dificultades en el aprendizaje de los números enteros.
- Examinar los elementos principales del modelo de aula invertida.
- Identificar la aplicación del modelo de aula invertida en las matemáticas.
- Diseñar actividades y un sistema de evaluación fundamentados en el aula invertida para la enseñanza de los números enteros.

2. Marco teórico

Dentro de este aparte en el documento, se encuentran las teorías bajo las cuales se ampara esta investigación, los conceptos bajo los cuales se consolidan, el sustento y la guía para el desarrollo de la propuesta del modelo de Aula invertida dirigida a los estudiantes del segundo año de Educación Secundaria Obligatoria en España, sin embargo se realiza una comparación a la luz de los aportes académicos también con la legislación colombiana.

2.1. Las Teorías del Aprendizaje y Las Dificultades para el Desarrollo del Área de Matemáticas

Existen múltiples teorías del aprendizaje, que tiene su génesis desde diferentes enfoques psicológicos, una de las primeras teorías es el conductismo que desde Skinner y Pávlov (1974), se enuncia que el aprendizaje es el cambio de conducta de un individuo al adquirir conocimientos desde la visión de Alcalde (2010). Este aprendizaje está mediado por el docente, que permite que el estudiante tenga una respuesta a un estímulo, lo que genera la creación de un vínculo y que requiere una cuestión de repetición para que quede en la memoria. Según Beltrán (1995) el conductismo implica el aprendizaje programado como un proceso que está acompañado por diferentes etapas y que requiere un reforzamiento. Sin embargo, desde esta perspectiva se evidencia algunas desventajas como el hecho de no motivar al trabajo en equipo, la selección de rutas inapropiadas para el aprendizaje y experiencias programadas no pueden darse como una forma de aprendizaje (Alcalde, 2010).

Por otro lado, se encuentra el constructivismo, que aplicado a las matemáticas se construye como un método de enseñanza y aprendizaje que permite a los estudiantes construir un aprendizaje significativo y facilita el dar sentido sobre lo que se aprende y facilita el acceso a los conocimientos matemáticos. Según Piaget (1973) la disponibilidad para el aprendizaje está determinada por los conocimientos previos y el desarrollo intelectual individuo (Alcalde, 2010). Desde el pensamiento matemático Piaget (1973) plantea que los docentes deben procurar facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos usando materiales didácticos. Esto genera que los estudiantes puedan comprender el aprendizaje mediante representaciones concretas, tales como videos, material didáctico y herramientas TIC. Sin embargo, desde el sistema educativo actual se continúan promoviendo modelos que intentan enseñar las

matemáticas por medio de la verbalización y de estudiantes que tienen un papel pasivo en la educación, sin tener en cuenta que el entorno de aprendizaje debe procurar un ambiente que internalice la socialización y el aprendizaje colectivo.

En consecuencia, Ausubel (1976) plantea el aprendizaje significativo que consiste en que el aprendizaje viene dado por procesos como captar el significado de las palabras, luego por las representaciones de forma significativa y el estudio de las operaciones básicas, es decir que este aprendizaje se refiere al hecho de la comprensión relacional para la resolución de problemas. En su caso, Cole, Vera, & Scribner (1978) el aprendizaje de las matemáticas introduce a los estudiantes en una construcción colectiva de conocimientos desde lo conceptual y lo simbólico. De igual forma, Bruner (1988) manifiesta que el aprendizaje de las estructuras matemáticas puede darse a partir de la intuición, comprendiendo las diferentes relaciones y abstrayendo lo mejor de cada tema. Cabe señalar que Bruner afirma que el aprendizaje es dado desde las representaciones simbólicas que permite construir experiencias que se graban en la memoria. Sin embargo, la centralidad de sus estudios sobre el aprendizaje está dado por el aprendizaje por descubrimiento facilita a los estudiantes los materiales para que descubran las reglas y se basa en un aprendizaje de ensayo y error, por lo cual puede representar muchos errores en su aplicación.

2.1.1. El aprendizaje de las matemáticas

Existen múltiples teorías del aprendizaje, que tiene su génesis desde diferentes enfoques psicológicos, una de las primeras teorías es el conductismo que desde Skinner y Pávlov (1974), se enuncia que el aprendizaje es el cambio de conducta de un individuo al adquirir conocimientos desde la visión de Alcalde (2010), este aprendizaje esta mediado por el docente, que permite que el estudiante tenga una respuesta a un estímulo, lo que genera la creación de un vínculo y que requiere una cuestión de repetición para que quede en la memoria.

Según Beltrán (1995) el conductismo implica el aprendizaje programado como un proceso que está acompañado por diferentes etapas y que requiere un reforzamiento. Sin embargo, desde esta perspectiva se evidencia algunas desventajas como el hecho de no motivar al trabajo en

equipo, la selección de rutas inapropiadas para el aprendizaje y experiencias programadas no pueden darse como una forma de aprendizaje (Alcalde, 2010).

Por otro lado, se encuentra el constructivismo, que aplicado a las matemáticas se construye como un método de enseñanza y aprendizaje que permite a los estudiantes construir un aprendizaje significativo y facilita el dar sentido sobre lo que se aprende y facilita el acceso a los conocimientos matemáticos. Según Piaget (1973) la disponibilidad para el aprendizaje está determinada por los conocimientos previos y el desarrollo intelectual individuo (Alcalde, 2010). Desde el pensamiento matemático Piaget (1973) plantea que los docentes deben procurar facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos usando materiales didácticos. Esto genera que los estudiantes puedan comprender el aprendizaje mediante representaciones concretas, tales como videos, material didáctico y herramientas TIC. Sin embargo, desde el sistema educativo actual se continúan promoviendo modelos que intentan enseñar las matemáticas por medio de la verbalización y de estudiantes que tienen un papel pasivo en la educación, sin tener en cuenta que el entorno de aprendizaje debe procurar un ambiente que internalice la socialización y el aprendizaje colectivo.

En consecuencia, Ausubel (1976) plantea el aprendizaje significativo que consiste en que el aprendizaje viene dado por procesos como captar el significado de las palabras, luego por las representaciones de forma significativa y el estudio de las operaciones básicas, es decir que este aprendizaje se refiere al hecho de la comprensión relacional para la resolución de problemas. En su caso, Cole, Vera, & Scribner (1978), el aprendizaje de las matemáticas introduce a los estudiantes en una construcción colectiva de conocimientos desde lo conceptual y lo simbólico.

De igual forma, Bruner (1988) manifiesta que el aprendizaje de las estructuras matemáticas puede darse a partir de la intuición, comprendiendo las diferentes relaciones y abstrayendo lo mejor de cada tema. Cabe señalar que Bruner afirma que el aprendizaje es dado desde las representaciones simbólicas que permite construir experiencias que se graban en la memoria. Sin embargo, la centralidad de sus estudios sobre el aprendizaje está dado por el aprendizaje por descubrimiento facilita a los estudiantes los materiales para que descubran las reglas y se basa en un aprendizaje de ensayo y error, por lo cual puede representar muchos errores en su aplicación.

2.1.2. El aprendizaje de las matemáticas

La importancia del aprendizaje de las matemáticas radica en la relación que los estudiantes establecen con la asignatura y el uso que se le da a lo aprendido, mediante la experiencia y el acompañamiento de docentes y padres de familia, que permitan construir relaciones de confianza con respecto a las matemáticas (Mato, Espiñeira, & Chao, 2014).

Por lo anterior, el contexto social en donde se desarrolla la instrucción matemática facilita la resolución de los problemas matemáticos que se relacionen a las necesidades de los estudiantes. Es así como los docentes deben desarrollar estrategias pedagógicas y didácticas que responda a las fuertes diferencias que se presentan en los estudiantes en el aula de clases, por lo cual el aprendizaje bajo términos de cooperación se hace necesario para generar relaciones sociales entre el docente y los estudiantes que busquen el mismo objetivo: el aprendizaje de los temas referentes a las matemáticas (Barceló Cerdá, López Gómez, & Trujillo, 2012).

Esto determina que el aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque tradicional se basa en la memorización de los contenidos y la pasividad del alumnado, lo que no ha generado resultados satisfactorios en los escolares, por lo cual es importante que los estudiantes tengan la posibilidad de aprender a resolver problemas desde el razonamiento y la abstracción permitiéndoles reconocer e investigar los diferentes conceptos, leyes y teorías matemáticas (Castro, 2008).

Adicionalmente, las matemáticas tienen un impacto en el desarrollo del pensamiento lógico, como una destreza necesaria para la construcción de conocimientos científicos y filosóficos, partiendo desde lo inductivo y lo deductivo que le permitan deducir soluciones y plantear nuevas posibilidades para elegir una solución posible de acuerdo con Isase (2016). Además, permite construir un conocimiento creativo que se recrea en la investigación y la creación de innovaciones para beneficio social.

2.1.1.1. Dificultades en los procesos de aprendizaje y enseñanza de matemáticas

Los procesos de aprendizaje están mediados por un desarrollo evolutivo en los seres humanos que va acorde con la edad cronológica, mental y con los contextos en los que se desenvuelven los niños, en este sentido las aproximaciones al pensamiento matemático constituyen uno de

los desarrollos básicos y primordiales en todos los seres humanos, desde esta visión cualquier dificultad en su aprendizaje se convierte en un tema de gran interés para investigadores, docentes y para todos los representantes en los procesos de aprendizaje, así como los impactos que pueden tener estas dificultades a nivel personal y a nivel general dentro de una comunidad (Orrantia, 2006).

Siguiendo este contexto, para poder hablar de dificultades en los procesos de aprendizaje es importante conocer cómo se establecen estos procesos de forma sistemática, de acuerdo con el desarrollo, de este modo aparece el primer proceso importante en la ampliación y dominio matemático que es el conteo. Este se da partir del razonamiento de una sucesión de cantidades que forman parte de una secuencia lógica que incrementa en las cantidades, apoyado en algunas ocasiones por otros procesos como el habla, se establece un primer momento de acercamiento al progreso matemático de este modo, se pueden generar algunas dificultades en aproximación a la confusión y no reconocimiento de números y sus correspondencias cuantitativas (Orrantia, 2006).

2.1.1.2. El proceso de aprendizaje y enseñanza de los números enteros

Las personas consideran que las matemáticas se basan en problemas y números, pero es toda una disciplina relacionada a las operaciones aritméticas, el álgebra, la geometría y los teoremas. Todo esto surge a partir de la necesidad de contar las cosas, las personas y los animales y la necesidad de representar las cantidades numéricamente (Maca & Patiño, 2016). Se hace frecuente escuchar en la educación a docentes que manifiestan la búsqueda y el uso constante de herramientas para la enseñanza de las matemáticas, es necesario que el docente utilice, para el abordaje de los números enteros maneje y disponga de herramientas didácticas para la comprensión de conceptos científicos y pensamiento matemático (Parra, 2003).

Sin embargo, es necesario comprender que los números enteros van más allá del aprendizaje se constituyen como parte de los conocimientos fundamentales para comprender contenidos más avanzados, que se relacionan con aspectos históricos, leyes, teoremas y propiedades que permiten ser útiles para la vida diaria (Vargas, 2018).

Por lo tanto, las estrategias didácticas que usan los docentes buscan optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, en algunas ocasiones centrándose en los estudiantes o la

didáctica de los procesos. Sin embargo, es importante que los docentes se encuentren abiertos a los procesos de investigación de nuevas metodologías, teniendo en cuenta los cambios constantes del contexto social.

Lo anterior, está asociado al aprendizaje significativo ya que la enseñanza de los números enteros no puede basarse simplemente en la repetición de las leyes y conceptos matemáticos, el aprendizaje requiere aprender a resolver problemas, mediante la personalización del conocimiento (Godino, Batanero, & Font, 2003). También es necesario que el docente retome los aprendizajes previos adquiridos por los estudiantes, para que los estudiantes hilen este conocimiento con el nuevo, esto permite ponerse en espacio de aprendizaje

2.2. Herramientas Tecnológicas en Pedagogía

Los instrumentos desde la innovación tecnológica, a los que se tiene acceso, permiten un sin número de posibilidades desde las cuales se puede construir conocimiento. Es por ello, que es importante resaltar el concepto, la influencia de los medios y las herramientas tecnológicas actuales, para el desarrollo de proyectos pedagógicos que atiendan las necesidades actuales de los estudiantes.

2.2.1. TIC y su influencia en la educación

Desde el desarrollo tecnológico, se aportan nuevas herramientas como las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones que, aportan caminos hacia el avance en el desarrollo de las áreas del conocimiento, con equipos de última tecnología, así como programas educativos informáticos, diversas aplicaciones interactivas que incentivan el conocimiento, y la captación de la mayor cantidad de información posible en tiempo real (Sunkel, 2010).

Todo esto, gracias a las redes alámbricas e inalámbricas de comunicación por medio de interfaces de internet o de transmisión por otros medios y gracias a estos instrumentos se crean espacios de aprendizaje como las aulas virtuales, las redes sociales y todos aquellos espacios de interconexión e interacción personal que posibilitan que la información llegue a todos los rincones del mundo en cualquier momento, así como reproducir el mismo contenido las veces que se considere necesario (Sunkel, 2010).

De acuerdo con lo anterior, las TIC se convierten instrumento por el cual se proyecta la educación y de este modo se convierten en un medio, desde el cual se puede llegar a las metas en temas de desarrollo integral de la infancia y la adolescencia. Desde perspectivas de interacción social, las cuales hacen más fácil la escucha y el habla, la observación de los contextos y las necesidades individuales del alumnado. Así, ella se abordan temas como: la salud, el ambiente, la educación, la política, la cultura, entre otros temas; en un avance sin parar enfrentando las condiciones actuales de los contextos, las distancias y las disparidades que puedan existir en términos de barreras culturales, lingüísticas, políticas o económicas y finalmente con base en las investigaciones que se generen desde este aspecto, promulgar políticas públicas para el aprovechamiento de los recursos de conectividad y comunicación y hacerlos llegar a cada rincón del territorio (Sunkel, 2010).

2.2.2. Las TAC y el desarrollo del conocimiento

Este concepto hace referencia a las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento, como un nuevo espacio más direccionado hacia el conocimiento hacia la pedagogía y formación integral, y no tan general como las TIC, para lo cual se vale de la síntesis del proceso de enseñanza y aprendizaje, el desarrollo de las capacidades, las habilidades en temas digitales, para hacer apertura a nuevos espacios de conceptualización en los procesos pedagógicos, así como la reestructuración en las características y las funciones de maestros y alumnado (Velasco, 2017).

Esta nueva estrategia metodológica se vale de instrumentos como todos los medios audiovisuales, informativos, explicativos, de edición, así como la interactividad en las tareas, a partir de las cuales se crean infografías, imágenes y aportes muy visuales con los cuales se puede lograr un impacto mayor en los estudiantes. Algunas herramientas destacadas con Quik, para la creación de videos; Vizia en la creación de videos interactivos; Sound Cloud, desde la cual se pueden crear podcast u otro tipo de archivos de audio; Genially, entre otros para la realización de presentaciones o infografías o programas para las actividades cotidianas para el docente como Idoceo o Additio (Velasco, 2017).

2.2.3. TEP y la educación

Las Tecnologías del Empoderamiento y la Participación TEP, son el conjunto de herramientas digitales que se valen de la comunicación vía internet y que muestran consigo una afinidad hacia las dinámicas sociales dentro de la comunidad, resaltando la participación las cualidades o herramientas de personalidad de cada uno de los individuos para la promoción del desarrollo integral de la población abordando temas de su ordenamiento cotidiano en sociedad como la política, la educación y todas aquellas características sociales que los transversal, así contribuyen a la obtención de información para el registro, clasificación e interacción a partir de los resultados con todos los integrantes de la comunidad (Zambrano & Balladares, 2017).

En este sentido las TEP, permiten conocer y compartir los estados reales de las sociedades, para identificar a sus miembros activos, a sus miembros participativos, a sus miembros líderes y desde este punto reorganizar los esfuerzos, las prácticas con el fin de obtener los resultados esperados, es de las tres tecnologías la más integradora en lo que respecta a las cualidades humanizadoras, revitalizando el trabajo y las dotes personales de cada uno de los participantes, en un contexto determinado (Zambrano & Balladares, 2017).

2.3. Estrategia del Aula Invertida o Modelo Flipped Classroom

2.3.1. Flipped Learning

El Flipped Classroom o el modelo de aula invertida, se ha convertido en la última tendencia en los procesos de innovación educativa, la cual se ha consolidado y más en tiempos de pandemia. Este modelo se creó a partir de la idea de dos docentes que empezaron implementando como recurso didáctico la grabación de videos para reforzar el aprendizaje de los estudiantes, mediante esto los estudiantes empezaron a desarrollar habilidades y competencia que son producto del aprendizaje autónomo, los cuales mejoraron los resultados académicos (Hinojo, Aznar, Romero, & Marín, 2019).

Por lo cual, este modelo fue nombrada aula invertida porque se invierten los roles entre el docente y el estudiante, es decir el profesor se convierte en una guía del aprendizaje mientras el estudiante aprende los contenidos fuera del aula y desde la comodidad de su casa. Por lo

cual también la casa se convierte el lugar para aprender y el aula en el lugar donde se resuelven dudas.

Entre las ventajas del modelo se encuentra el hecho de que los estudiantes se convierten en protagonistas de su proceso de aprendizaje por lo que se desarrolla la motivación, autorregulación del aprendizaje, trabajo en equipo y mejoramiento gradualmente en el rendimiento académico, se pueden observar algunas diferencias como se aprecia en la figura 1 (González & Yáñez, 2016).

Cabe señalar que este modelo requiere que las instituciones educativas, faciliten y orienten los recursos tecnológicos y educativos para el aprendizaje de los contenidos, algunos de estos instrumentos no se reducen al computador y al Wifi, sino que también requiere del uso de foros, simposios y debates en clase para la adquisición de competencias que generen pensamiento y aprendizajes significativos (Vidal, Rivera, Nolla, Morales, & Vialart, 2016).

Figura 1. Diferencias entre el Modelo Tradicional y el Modelo de Aula Invertida



Fuente: Adaptado de BlogRegalaCuento.com

Sin embargo, los modelos educativos no son perfectos, también tienen desventajas que se enmarcan en diferentes situaciones como el hecho de que los estudiantes necesitan tener acceso a internet y disponer a computador o un dispositivo móvil para la visualización del material didáctico. Por otro lado, no hay que desconocer que los estudiantes no tienen los mismos hábitos de estudio y por eso a veces el material dispuesto por el docente para su revisión en casa, no es utilizado o revisado por los estudiantes (Pérez, 2017).

Asimismo, existen desventajas del modelo para los docentes, principalmente porque deben estar capacitados para el manejo de los recursos TIC y saber construir los videos con la finalidad de que los conocimientos sean claros para los estudiantes, por lo cual se necesita una disposición de tiempo para la selección del material didáctico (Pérez, 2017).

2.3.2. Definición y estrategias del modelo

El avance tecnológico y los factores de adaptación que traen consigo los nuevos desafíos a los que se enfrenta la educación y las sociedades, mediante los cuales se establecen respuestas de virtualidad en momentos en los que el estudiante no puede presentarse en su aula física de clase, de este modo hacia el año 2007, dos docentes estadounidenses Jonathan Bergmann & Aarom Sams, proponen una estrategia en la que graban sus clases y luego distribuyeron sus videos en internet, con el fin de que un estudiante pueda tener acceso a los recursos desde cualquier lugar y en todo momento, de este modo se aseguraba la disponibilidad del recurso y la atención a las necesidades individuales de los estudiantes (Mujica, 2017).

Así mismo, Santiago (2014), como se citó en Mujica (2017), describe el aula invertida como un espacio de interacción, en el cual los roles de los participantes en la relación de enseñanza y aprendizaje se destacan por el cambio hacia una nueva pedagogía, desde la construcción de nuevos paradigmas de conocimiento, bajo los cuales se reconocen en el alumnado todas sus necesidades, habilidades y capacidades para luego, convertirlas en oportunidades de desarrollo integral para el pensamiento crítico, a través de medios inclusivos de distribución audiovisual y experiencias de interacción activa.

2.3.3. Antecedentes del modelo de Aula Invertida en el área de matemáticas

Los estudios con base en matemáticas y aritmética han demostrado que si no se han trabajado competencias lógicas, secuenciales y si no se ha propiciado el desarrollo de un contexto de

razonamiento deductivo, se pueden presentar dificultades en las comprensiones de los temas cuantitativos. De este modo, se proponen diversos factores que pueden incidir en el aprendizaje de las matemáticas, como la actitud que se predispone hacia la materia por conceptos arraigados en la cultura en la que se han puesto las matemáticas en un lugar difícil de alcanzar. Es así como después de esto se desprenden otros factores como la ansiedad que genera la no comprensión o la falta de habilidades para el desarrollo de los problemas matemáticos, de este modo muchos estudios se centran en el rendimiento de los estudiantes en área de matemáticas y los factores que inciden en los resultados de aprendizaje (Madrid, et al., 2018).

Por consiguiente, en el estudio de Madrid, et al., (2018), se acuerda una investigación desde el cual se busca identificar cual es el grado de efectividad del aula invertida, identificando así la influencia de las técnicas pedagógicas apoyadas en la tecnología, esta investigación se realizó con dos grupos uno experimental y el grupo control a los cuales se les aplicaron dos pruebas pre y postest, concluyendo que no se evidencian diferencias significativas entre los estudiantes que estuvieron expuestos a la intervención y los que no, en este sentido se puede afirmar que los aplicativos utilizados dentro del aula invertida tienen los mismos efectos que las clases magistrales (Madrid, et al., 2018).

Otro estudio importante en el área es el de Pava (2018), en el que se hace referencia al aprendizaje desde la práctica y la resolución de problemas para seguir fortaleciendo las capacidades matemáticas, apoyado en el diseño de un instrumento de diagnóstico en estudiantes de grado tercero de primaria, con el fin de, desarrollar una estrategia de intervención apoya en el aula invertida y el aprendizaje de esta materia baso en problemas, encontrando ventajas como: la disminución del ausentismo en sus deberes escolares, el acuerdo con los ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, y el fortalecimiento de la interacción entre los estudiantes (Pava, A., 2018).

2.3.4. Impactos que ha tenido en otras propuestas

De acuerdo con los estudios de Pava (2018), los modelos de aula invertida han tenido impactos positivos dentro de los cuales se pueden resaltar; la adopción de una pedagogía centrada en los estudiantes, en sus avances, en sus dificultades y fortalezas a fin de lograr potenciarlas.

Por otra parte, también incrementa en la interacción dentro y fuera del aula por parte de estudiantes y docentes. De esta manera, cada estudiante aprende a reconocer sus fortalezas y a realizar un esfuerzo autónomo para mejorar su propio rendimiento. Estos espacios promueven la automotivación y el manejo de nuevas herramientas tecnológicas, así como el desarrollo de conceptos desconocidos, en procesos de aprendizaje que sale del aula de clase convencional involucra a otros actores como lo padres, quienes mediante esta práctica pueden tener una participación más activa.

Desde la visión del alumnado, Martín & Tourón (2017), logran indagar acerca de las ventajas o desventajas que han tenido iniciativas de aula invertida desde la visión de los estudiantes, encontrando que a la luz de las habilidades de Fullan (2013), como se citó en el mismo documento, las cuales son comunicación, ciudadanía, pensamiento crítico, carácter, creatividad y colaboración, a partir de estas dimensiones, que estos nuevos modelos aportan un gran complemento de aprendizaje, ya que permite la práctica y la experiencia, a partir de un profesor que se involucra en el proceso, no solamente da directrices, además de fortalecer la creatividad, la autonomía en el aprendizaje y la habilidades comunicativas.

2.3.5. Aplicación del modelo de aula invertida en las matemáticas

La implementación del modelo de aula invertida en las matemáticas permite que el docente desarrolle el material para los estudiantes puedan adquirir conocimiento en la casa y el aula pueda ser el espacio para resolver dudas e inquietudes con el docente. Esto permite el desarrollo de un aprendizaje continuo y significativo para el estudiante desde la personalización de la educación, aplicando un enfoque integral desde una perspectiva constructivista (García, 2013).

Para la aplicación del modelo, a nivel metodológico tanto los docentes como los estudiantes deben estar capacitados para asumir las diversas actividades y diseñar las distintas estrategias para aprender de forma colaborativa y cooperativa, también se debe adaptar el modelo a los diferentes contextos de enseñanza y aprendizaje (Pañi & Tacuri, 2019). En este caso, cuando se aplica el aula invertida a las matemáticas, se debe implementar y correlacionar con la metodología de enseñanza, adaptando los contenidos matemáticos al método pedagógico

validado por este modelo. Por lo anterior, la aplicabilidad del modelo de clase inversa a las matemáticas se desarrolla mediante el uso de las herramientas TIC.

2.3.6. El sistema de evaluación aplicado desde el modelo de aula invertida

El sistema de evaluación que se ha implementado a partir del modelo de aula invertida se traduce en la dinámica de evaluación dentro y fuera del aula de clases, atendiendo dos enfoques distintos: el formativo y el sumativo integrador. La evaluación desde el enfoque formativo se dirige hacia el seguimiento y monitoreo del aprendizaje y las actividades que llevan a cabo los estudiantes. Asimismo, la evaluación sumativa se refiere a un cierre integrador a la formación y certifica los aprendizajes alcanzados por los estudiantes (Morán, 2021).

En el contexto de aula invertida, se tiene como propuesta principal trasladar a la virtualidad las enseñanzas que son menos complejas para los estudiantes, por lo que para evaluar los aprendizajes se priorizan instrumentos como cuestionarios estructurados y actividades de intercambio para la evaluación desde lo virtual (Morán, 2021). Para los docentes, esto les permite el diseño de actividades de evaluación que se enfoquen en diferentes aprendizajes y que logran identificar el desempeño de los estudiantes con la finalidad de realizar un seguimiento.

Otra forma de practica evaluativa es el trabajo colaborativo, que consiste en la formación de ciudadanos o comunidades interactivas entre estudiantes en los entornos virtuales o tecnológicos, mediante la definición de una intención que esta descrita a partir de objetivos y competencia a desarrollar que se articula a la evaluación virtual (Morán, 2021). Sin embargo, es importante que los docentes adapten la evaluación según los espacios de desarrollo, ya sea virtual o presencial.

2.3.7. Recursos educativos para el aula invertida

El modelo de aula invertida está definido por un sistema de evaluación y una serie de actividades que se apoya en distintos recursos educativos. Las oportunidades digitales se amplían a la par de la necesidades educativas actuales, las cuales pueden ser de conectividad y cobertura para que todos los niños y adolescentes puedan acceder a ellas, de este modo, los desarrolladores han implementado y adaptado plataformas como Google para el diseño

diferentes programas, plataformas virtuales y aplicaciones que contribuyen al intercambio de información entre los diferentes usuarios, permitiendo el almacenamiento de diferentes documentos, tales como:

- *Edpuzzle*: Es un espacio online, que facilita la planeación elaboración y edición, de videos propios o no para utilizarse en el aula virtual, creada para apoyar las clases de aula invertida, es un excelente recurso para este modelo.

Figura 2. Herramienta educativa Edpuzzle



Fuente: Adaptado de Oxeducación.com

- *Gmail*: Es la plataforma de correo electrónico de Google, que se utiliza en el contexto escolar para mejorar la comunicación entre diferentes usuarios, en este caso entre los docentes y estudiantes o entre estudiantes y que tiene la posibilidad de vinculación de las demás aplicaciones o plataformas virtuales (Díaz, 2021).
- *Google Drive*: Es una herramienta de almacenamiento y que permite editar diferentes archivos que se encuentran guardados en la nube de manera segura. Adicionalmente, se puede utilizar para trabajar en línea o en grupos de forma colaborativa, para visualizar diferentes archivos, enlaces y documentos (Rodríguez, 2020).

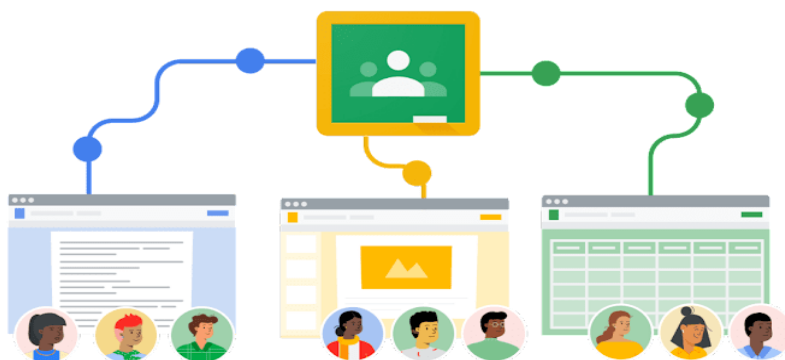
Figura 3. Herramientas que ofrece Google Drive



Fuente: Adaptado de Google Sites <http://naiarafernandez.com>

Google Classroom: Es una herramienta gratuita que sirve como aula virtual y que se puede gestionar desde la web de forma colaborativa. Esta opción debe estar enlazada en una cuenta Google, para que sea accesible desde cualquier dispositivo. Además, permite asignar tareas, crear anuncios y mantener una comunicación constante entre el estudiante y el maestro (Rodríguez, 2020).

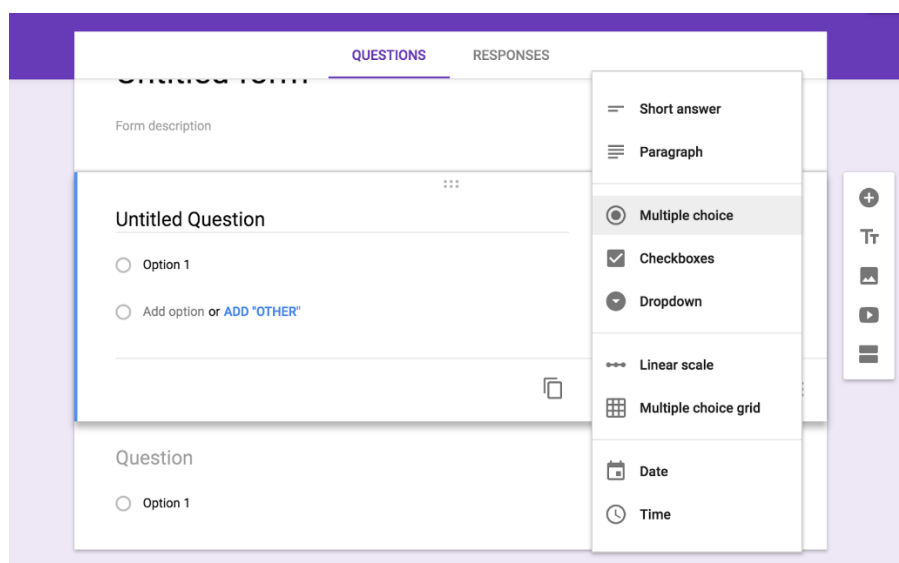
Figura 4. Herramientas que Office Classroom



Fuente: Adaptado de Classroom For Education.com

- *Google Sites*: Es un recurso que permite la creación de páginas web para plasmar contenidos que el docente ha preparado para el aprendizaje de los estudiantes. Esta herramienta permite anexar textos, enlaces, videos e imágenes (Diaz, 2021).
- *Google Forms*: Esta herramienta permite la creación de formularios para la evaluación de los estudiantes a través de diferentes preguntas que se les puede incluir texto, imágenes y videos y con la posibilidad de tratamiento de resultados de información para analizarse de forma exhaustiva (Rodríguez, 2020).

Figura 5. Muestra de la elaboración de un formulario



Fuente: Adaptado Gobierno de Canarias, Ferrera, C.,

- *YouTube*: Es un instrumento que utiliza medios audiovisuales, en diferentes categorías como entretenimiento, educación, o campañas publicitarias, en términos de pedagogía es una herramienta de aprendizaje significativo, bajo la cual un tema puede explicarse con mayor claridad, al utilizarse gráficos, animaciones, música y diversos efectos audiovisuales (Antolín & Clemente, 2017).

2.3.8. Etapas Taxonómicas de Bloom

De acuerdo con el criterio de definición hacia el concepto de taxonomía, haciendo referencia a la clasificación que puede darse por medio de un estudio cuidadoso de las características de objetos, o sujetos, de este modo Benjamín Bloom (2001), como se citó en Churches (2008), realizó una clasificación desde uno de los objetivos educativos como lo es el recurso cognitivo, desde este aparte se clasificaron las actividades educativas en un orden jerárquico al cual se les asigna unas tareas al estudiantes, palabras indicadoras y la descripción que se desarrolla en la primera fase que es el conocimiento, es decir las actividades por medio de las cuales se capta información; la segunda etapa es la comprensión, y desde esta etapa se hace un análisis de la información recogida para entender su significado.

Posteriormente, se presenta la etapa tres en la que se da la aplicación, desde esta habilidad de pensamiento se practica lo aprendido, con el fin de usar el análisis de los datos recogidos,

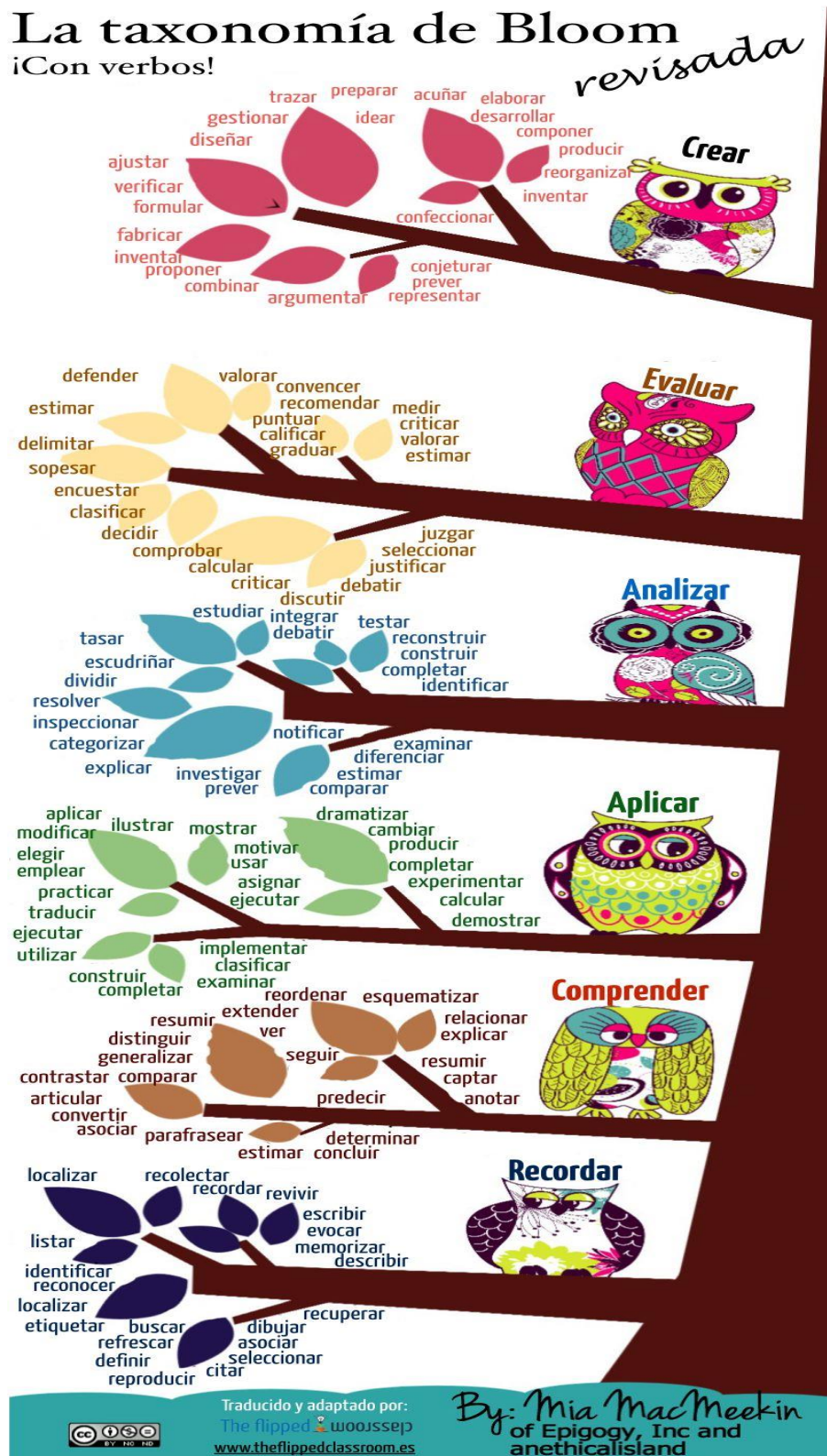
como procesos que se dieron en las etapas anteriores. Continúa con las capacidades superiores como el análisis profundo, desde el que nuevamente se dan clasificaciones en el pensamiento, para pasar a la siguiente etapa que es la sintetización, de ideas previamente estructurada para crear nuevos paradigmas de pensamiento y conducta, finalmente se da la última etapa que es la de la valoración del resultado de aprendizaje, por medio de la cual, se contrastan y aceptan los conocimientos, dicha clasificación puede evidenciarse en la Figura 1 (Churches, 2008).

Luego de la estructura de la primera clasificación se da una segunda taxonomía, Anderson & Krathwohl (2001), como se citó en Churches (2008), a partir de la cual se crean las etapas o habilidades de pensamiento de orden inferior, esta clasificación empieza con la habilidad para recordar, a partir de la cual se reconocen los conceptos e imágenes cerebrales, la segunda etapa se refiere la comprensión, explicada previamente, así como las fases siguientes de aplicación, análisis, evaluación y finalmente una nueva etapa relacionada con la creación, dentro de la cual se extrae la información consolidada en las etapas anteriores para ser utilizada en una nueva experiencia.

De acuerdo con la Taxonomía de Bloom, como se evidencia en la figura 8, los procesos de creación, evaluación, análisis y aplicación se dan en el aula de clase con el apoyo de las estrategias utilizadas en el aula invertida, las cuales requieren de una participación activa de estudiantes y docentes. Así como la utilización de todas las herramientas audiovisuales que fomenten el desarrollo cognitivo y las características de autonomía y colaboración para el conocimiento.

Por otra parte, existen niveles de actividad y dificultad cognitiva, que no necesitan una participación activa del docente, es decir el alumnado puede adelantar estos procesos por su propia cuenta, realizando aproximaciones al material de lecturas o desarrollando actividades una vez se ha comprendido la totalidad de los temas curriculares.

Figura 6. Representación de la Taxonomía de Bloom



Fuente: Adaptado de TheFlippedClassRoom.es

2.4. Normativa Española en Educación y TIC

En este aparte únicamente se hará referencia a la jurisprudencia en razón a la utilización de las diversas tecnologías para la educación, desde este punto se encuentra el Real Decreto 789 del 2015, promulgada el 4 de septiembre a partir de la cual se discrimina en ella la normativa para la preparación y consolidación desde el Centro de Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia, en este al ley se realza el desarrollo de las nuevas tecnologías refiriéndose al establecimiento del control y la valoración de las TIC, en los entornos educativos.

Si bien es cierto que la tecnología abre una gran puerta a un mundo de posibilidades a partir del cual se consideran un gran número de conocimientos a partir de los cuales se conectan los saberes de docentes y las motivaciones de los estudiantes. Es en este infinito número de posibilidades en las cuales se debe ubicar la visión de control, pues al contar con tantos canales digitales tantas posibilidades en las nuevas metodologías, también se abre la posibilidad de que no exista un control en la información que se entrega y adecuadamente revisar a quien se entrega, en relación con esto se crean además políticas de cuidado público que se explicaran más adelante dentro de los términos de la propuesta.

Por su parte la legislación colombiana, basada en la Ley 1431 de 2009, regula la utilización de herramientas que contribuyen al desarrollo dentro del sector de la tecnología, en torno a lo relacionado con las TIC, se propone una ley en la que se establezca la priorización de la masificación de estos recursos con el fin de que logre darse cobertura a cada lugar del país donde se pueda implementar.

Asimismo, en el artículo 72 dentro de la ley 115, se establece el plan decenal de educación, en el cual se exponen las características que debe tener el impacto dentro del desarrollo educativo a nivel nacional, incluyendo las herramientas tecnológicas que se van a incluir en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el sistema educativo en Colombia.

Finalmente, dentro de la Constitución Política de Colombia (1991), establece las condiciones formativas de la educación como un derecho de las personas, atendiendo a los recursos que se deben utilizar y la obligatoriedad de constituirlos con las herramientas tecnológicas y de calidad que tengan su disponibilidad en la fecha actual.

3. Propuesta didáctica

3.1. Presentación

La propuesta didáctica que se presenta se enmarca en la incorporación del modelo de aula invertida al aprendizaje de números enteros para estudiantes de 2 grado de educación secundaria. Teniendo en cuenta que, las matemáticas es una de las áreas más complejas para los estudiantes, sobre todo en la comprensión de conceptos.

Así se construye una propuesta enmarcada en el marco legislativo de las normas educativas de España y Colombia, con el fin de determinar los diferentes temas y contenidos que los estudiantes deben aprender en relación con los números enteros, que requiere de una metodología constructivista que permita que los estudiantes sean agentes centrales en el proceso de aprendizaje.

3.2. Marco legislativo y contexto

3.2.1. Contextualización

La propuesta de intervención tiene como objeto de aplicación estudiantes de 2 grado de educación secundaria en una Institución Educativa en Colombia, la cual se encuentra ubicada en un corregimiento cercano a una gran ciudad, ubicada en el suroccidente del país. Esta zona rural se caracteriza por la realización de diferentes actividades agropecuarias, en donde su población en general es campesina o realiza labores domésticas.

La Institución Educativa cuenta con diferentes niveles educativos que van desde el preescolar, nivel primario, nivel secundario y educación media, es decir bachillerato. Hay que señalar que las condiciones tecnológicas del centro educativo son precarias, puesto que se cuenta con un aula de informática y computadores de mesa, pero son equipos muy antiguos.

No obstante, la Institución Educativa se está preparando para el recibimiento de unos equipos nuevos de cómputo, unas Tablet y una instalación de Wifi para el apoyo a los procesos educativos por parte del Ministerio de las Tecnología de la Información y la Comunicación (MINTIC). Por esto, se considera que la inclusión de nuevos modelos educativos

fundamentados en recursos y actividades apoyadas por las TIC, servirán para facilitar el aprendizaje de asignaturas como matemáticas.

La población seleccionada para la aplicación de la propuesta didáctica son 30 estudiantes de 2º grado de educación secundaria, que son alumnos/as de entre 12 y 14 años de edad, quienes se caracterizan por tener un buen rendimiento académico de forma general. Sin embargo, existen fuertes dificultades para el aprendizaje de conceptos matemáticos, específicamente los números enteros que son una base fundamental para la adquisición de otros contenidos en el área.

3.2.2. Marco legislativo

Para la consolidación de esta propuesta didáctica, se consideran las leyes y normatividades referentes al ámbito educativo en España y Colombia. Para España se tienen en cuenta las siguientes leyes y decretos reales:

- Ley Orgánica 2/2006: Esta ley describe los principios y fines de la educación en España, así mismo se da la organización y clasificación de los niveles de aprendizaje, la descripción curricular, que se hace de cada uno de los niveles. Finalmente, esta ley será modificada por la Ley LOMCE en 2013.
- Ley Orgánica 8/2013: LOMCE, esta ley hace referencia a la mejora de la calidad educativa, la cual estipula dentro de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), las matemáticas hacen parte de las asignaturas troncales para el primer y segundo grado del ciclo secundario, es decir son obligatorias.
- Orden ECD/65/2015: En esta ley se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos, los criterios de evaluación referente a la educación primaria, educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Con respecto a las matemáticas, afirma que las matemáticas son determinantes para el bienestar social de la comunidad porque están estrechamente vinculadas a la capacidad crítica, a la razón y es básica para el desarrollo de ciencia y tecnología. Esta norma no solamente visualiza a las matemáticas, desde el contexto educativo sino también desde lo personal, social, profesional o científico porque permite la construcción de argumentos.

- Real Decreto 1105/2014: Este decreto establece el currículo básico para la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato, en el cual las matemáticas hacen parte de las asignaturas obligatorias para los grados primero y segundo en el nivel de secundaria.

En el caso de Colombia, se articula una serie de leyes educativas que se articulan al marco legal del país y a la educación en todos sus niveles o ciclos educativos, las cuales se presentan a continuación.

- Constitución Política de Colombia de 1991: Esta carta magna define a la educación como un servicio obligatorio desde el artículo 67 en donde todas las personas tienen derecho a acceder a la educación desde el principio de libertad para enseñar, aprender e investigar, por medio del desarrollo y organización de la educación formal en todos sus niveles, sin excepción alguna.
- Ley General de Educación- Ley 115 de 1994: Esta norma regula el servicio público de educación, según las necesidades e intereses sociales de las personas y regida por el conjunto de normas y leyes que recoge los diferentes niveles educativos, los establecimientos e instituciones que se articulan para los fines educativos. Asimismo, en su artículo 23 fundamenta las matemáticas como un área fundamental para la formación y el conocimiento de los estudiantes en los diferentes niveles educativos.
- Resolución 2343 de 1996: Esta resolución adopta el diseño de los lineamientos generales de los procesos curriculares para el servicio educativo que establecen los indicadores de logros educativos para la educación formal.
- Decreto 1290 de 2009: A partir de esta ley, se reglamenta la evaluación del aprendizaje para la promoción de los estudiantes a los diferentes niveles o ciclos educativos de educación básica y media.
- Lineamientos curriculares de las matemáticas: Desde el Ministerio de Educación en Colombia, se establecen los lineamientos curriculares para las diferentes áreas de aprendizajes, entre estos el área de matemáticas. Este documento establece un contexto histórico y conceptual del área, los diferentes procesos y estructuras curriculares para ponerse en práctica en las instituciones educativas de carácter público y privado en el país.

- Estándares básicos de competencias: Este documento construido desde el Ministerio de Educación Nacional, es una guía que recolecta los saberes de los estudiantes en las áreas de Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. En el caso de las matemáticas, se fundamenta sobre la formación en el área, que se basa en la utilización de los conocimientos matemáticos y las finalidades de la formación matemática.

3.3. Objetivos

A continuación, se presentan los objetivos de la propuesta relacionada con el aprendizaje de los números enteros desde el aula invertida en estudiantes de segundo grado de ESO.

3.3.1. Objetivo general

Aprender los números enteros mediante el manejo y el conocimiento del modelo de aula invertida.

3.3.2. Objetivos didácticos

- Aprender y comprender los conceptos relacionados con los números enteros.
- Identificar las operaciones con números enteros.
- Desarrollar actividades para desarrollo del trabajo cooperativo.

3.4. Contenidos

Según lo establecido por el Ministerio de Educación de Colombia, a partir de los Estándares Básicos de Competencias (2006) para el 2º grado de educación secundaria para el área de matemáticas, igualmente, se anexa un análisis y descripción, de los contenidos descritos por las autoridades en materia de educación desde la legislación española, en relación con la temática de números enteros, debe desarrollar el pensamiento matemático y los sistemas numéricos mediante los siguientes tópicos.

Tabla 1.*Características de los estándares básicos en España con relación a las matemáticas de 2º de ESO*

Contenidos	Criterios	Estándares	Competencias
1. Conjunto de los números enteros.	Identificar las características del conjunto de los números enteros.	Reconoce el signo de un número entero. Encuentra el opuesto de un número entero.	Competencia matemática, competencia digital
2. Representación geoméricamente números enteros en la recta numérica. Representación de los números enteros en el plano cartesiano.	Establece las relaciones entre números enteros.	Establece los símbolos $>$, $<$, $=$ entre dos números enteros. Ordena un conjunto de números enteros. Ubica números enteros en la recta numérica y en el plano cartesiano.	Aprender a aprender, competencia digital
3. Operaciones con los números enteros.	Efectúa operaciones básicas con números enteros, aplicando las propiedades correspondientes.	Da solución a operaciones de suma, resta y multiplicación entre números enteros. Reconoce y soluciona operaciones con potenciación y radicación utilizando números enteros.	Competencia social y cívica, competencia digital
4. Polinomios aritméticos con números enteros.	Resuelve polinomios con números enteros.	Reconoce el orden en las operaciones. Suprime correctamente los signos de agrupación. Soluciona polinomios con operaciones aditivas y multiplicativas.	Competencias matemáticas y aprender a aprender, competencia digital
5. Ecuaciones con números enteros.	Resuelve situaciones problemáticas con números enteros.	Asimila cada estructura para resolver problemas. Así mismo reconoce información necesaria que aporte en la resolución de problemas. Soluciona problemas dada la aplicación de relaciones, así como de operaciones básicas con números enteros relacionando sus propiedades. Desarrolla capacidades dentro del pensamiento matemático a fin de resolver situaciones lúdicas y acertijos,	Competencias matemáticas, aprender a aprender.

6. Evaluación final de contenidos	Números enteros	<p>Identifica las características de signo a un número entero.</p> <p>Reconoce el opuesto a un número entero.</p> <p>Relaciona causalmente $>$, $<$ = 0 entre dos números enteros.</p> <p>Clasifica y organiza el conjunto de números enteros.</p> <p>Ordena secuencialmente en la recta numérica y en el plano cartesiano, los números enteros.</p> <p>Resuelve operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros.</p> <p>Diferencia y soluciona las operaciones de potenciación y radicación con números enteros.</p> <p>Reconoce el orden en las operaciones.</p> <p>Elimina de forma correcta los signos de agrupación.</p> <p>Da solución a polinomios en los que se incluyen operaciones de suma y multiplicativas.</p> <p>Reconoce y sigue los pasos para resolución de problemas.</p> <p>Extracta información adicional indispensable para resolver problemas.</p> <p>Relaciona las operaciones básicas entre números enteros así como sus propiedades.</p> <p>Potencia habilidades de pensamiento derivadas de las matemáticas para resolver acertijos y situaciones lúdicas.</p>	<p>Aprender a aprender, sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, competencias sociales y cívicas, competencia digital</p>
-----------------------------------	-----------------	---	--

Fuente: Elaboración con base en RD1105/2014.

3.5. Competencias

Las competencias para desarrollar dentro de la propuesta didáctica se establecen a partir de la Orden ECD/65/2015 que tienen relación directa con el área de matemáticas y la educación secundaria, aplicando el modelo del aula invertida.

3.5.1. Competencia matemática y competencia básica en Ciencia Tecnológica

Esta competencia implica aplicar el razonamiento matemático, que en este modelo trabaja, con la elaboración de videos y actividades por medio de la plataforma Edpuzzle, para fomentar las competencias comunicativas a través de las actividades cooperativas; así como las

habilidades para plantear y resolver problemas matemáticos; la representación de razones por medio de los análisis numéricos.

De este modo incentivar el uso de herramientas para describir e interpretar los fenómenos que suceden en los distintos contextos, que requieren el reconocimiento de números, medidas y estructuras que implican el desarrollo de destrezas para la aplicación de principios y procesos matemáticos estructurados en la interpretación de los fenómenos sociales y matemáticos, esto no solamente se utiliza en el ámbito académico sino también la vida diaria. Las habilidades matemáticas inclusive nutren a las personas de actitudes y valores enfocados en la veracidad, el respeto y el rigor para la construcción y análisis de datos para la resolución de diferentes problemáticas en contexto reales y simbólicos.

3.5.2. Competencias en comunicación lingüística

Son todas las habilidades que concibe una persona para el desarrollo y ampliación de su lengua materna, el aprendizaje de lenguajes extranjeros, así como habilidades para la comunicación, incrementando su instrumento comunicativo desde la comunicación escrita, oral, gráfica, potenciando la interpretación y representación de la realidad de su contexto y describiendo la que percibe de los demás (Alias, 2011). De este modo se presentarán a los estudiantes diversas actividades que incluyan la elaboración y resolución de problemas matemáticos en los que desarrollan este tipo de competencia.

Para incluir otros factores relacionados con esta competencia, se fija también, el medio por el cual se expresan emociones, pensamientos u opiniones, la habilidad para estructurar diálogos y la comprensión de la postura del otro, el juicio sobre uno o varios temas, lo cual tiene influencia directa en la toma de decisiones, en el incremento y consolidación de la autoestima, y los valores. (Alias, 2011)

La práctica de esta competencia se da a partir de la solución de problemas, identificando de forma oral, la interpretación y reconstrucción de estos, así como en ejercicios escritos dentro del área matemática.

3.5.3. Competencia digital

Esta competencia implica el uso creativo y crítico asociado a las TIC que se adecua a los cambios sociales que se introducen a través del desarrollo de las nuevas tecnologías, que se

materializan en la creación de aplicaciones informáticas, acceso a fuentes y procesamiento de información, que requieren actitudes y valores que permiten al usuario adaptarse a las necesidades establecidas por las tecnologías, su apropiación y adaptación a los propios fines y la capacidad de interacción socialmente entre ellas.

Se espera que con la aplicación del modelo de aula invertida propicie en los estudiantes el manejo de la información digital y las herramientas que se utilizan en este modelo, liderando procesos de trabajo cooperativo en la red, la comunicación virtual y la gestión para el conocimiento en esta dimensión.

3.5.4. Aprender a aprender

Esta competencia refuerza el aprendizaje continuo y permanente que los estudiantes tendrán a lo largo de sus vidas y que surge de la capacidad para motivarse por aprender, convirtiendo al estudiante en el principal protagonista del proceso de aprendizaje. Esto requiere de procesos mentales que se desarrollan en tres dimensiones distintas como: 1. El conocimiento de lo que sabe y desconoce. 2. El conocimiento de la disciplina, el contenido concreto y las demandas de la tarea misma. 3. El conocimiento de las estrategias para afrontar la tarea. Esta competencia desarrolla procesos individuales y grupales que se desarrollan desde la confianza y la motivación como elementos para continuar el aprendizaje, que se apoya de la experiencia, los conocimientos y las capacidades.

3.5.5. Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Desde esta competencia los niños transforman las iniciativas en hechos visibles, se potencia por medio de la experiencia en la resolución de problemas, teniendo como base la contextualización gráfica y escrita, potenciando el descubrimiento de su habilidad para inventar problemas, fortaleciendo las oportunidades que les ofrece el ambiente para el avance en su conocimiento y para resolver los problemas. Así mismo, entablando procesos de planeación y estructura de proyectos, promoviendo su liderazgo, organización, delegación de tareas, ampliando destrezas como la comunicación, las relaciones, las representaciones, la iniciativa, la innovación, las relaciones de interacción y el establecimiento de vínculos con los demás, en todos los ámbitos. (Sobrado & Fernández, 2010).

3.5.6. Competencias sociales y cívicas

Dentro de esta competencia recobran importancia, todas las habilidades de integración desde el pensamiento para establecer conductas de interacción, con el manejo de circunstancias que movilicen sentimientos hacia las interacciones humanas, fundamentadas en los valores comunitarios, en la ética, bajo la imparcialidad con respecto a los actores, de este modo se dan una construcciones más elaboradas en las que se enmarcan las normas, así como, los derechos, para estructurar, planear, y finalmente organizar un ambiente, sus relaciones entre quienes en el intervienen para de este modo consolidar relaciones de aceptación, adaptación y cooperación que brinden espacios de aprendizaje. Una vez se estimula esta competencia es posible afianzar la participación asertiva, y activa de cada miembro estudiantil, el fortalecimiento de las habilidades de debatir, y argumentar desde las bases del respeto y, le escucha la comprensión de las ideas de los demás.

3.6. Metodología

Para desarrollar la propuesta, se utilizará como metodología el modelo del aula invertida, el cual se establece desde el uso de los diferentes recursos tecnológicos de la institución educativa y los que los estudiantes puedan utilizar en sus casas. Por lo cual, se pretende que los estudiantes revisen en sus hogares los temas que se relacionan con los números enteros, luego, en la clase se de apertura a espacios para el desarrollo del trabajo individual o en grupos para desarrollar el trabajo cooperativo bajo la guía del docente. Esto genera que el aula de clases sea el espacio para resolver dudas e inquietudes y la casa también sea el lugar para evaluar los aprendizajes obtenidos mediante la tutoría del docente.

Por lo anterior, el docente será el encargado de establecer el uso de diferentes mecanismos tecnológicos y comunicativos con los estudiantes, además de preparar el material didáctico que puede ser creado, replicado por otros colegas; que genere que los estudiantes comprendan de forma fácil y practica los diferentes contenidos.

3.7. Temporalización

Para el desarrollo de la propuesta didáctica, se construye a continuación un cronograma de actividades que se encuentra compuesto por seis sesiones sobre las diferentes temáticas que

se relaciona al contenido de números enteros y una sesión de evaluación de los contenidos y una encuesta de percepción del modelo de aula invertida aplicado a docentes y estudiantes.

Tabla 2

Cronograma de actividades

Contenido	Tiempos					
	Sesión 1	Sesión 2	Sesión 3	Sesión 4	Sesión 5	Sesión 6
1. Conjunto de los números enteros.						
2. Representación geoméricamente números enteros en la recta numérica. Representación de los números enteros en el plano cartesiano.						
3. Operaciones con los números enteros.						
4. Polinomios aritméticos con números enteros.						
5. Ecuaciones con números enteros.						
6. Evaluación final de contenidos						

Fuente: Elaboración propia.

3.8. Recursos

Para esta propuesta se requiere la disposición de diferentes recursos como humanos, materiales y tecnológicos, los cuales generaran que el modelo del aula invertida sea implementado en el área de matemáticas, teniendo como un eje principal la enseñanza de los números enteros.

3.8.1. Recursos Humanos

Para el desarrollo de la propuesta, se requiere como principales recursos humanos, la Institución Educativa que se fundamenta en el Personal directivo administrativo, encargados de autorizar el uso del modelo de aula invertida y el docente del área de matemáticas, quienes aplicara el modelo dentro del contenido referente a los números enteros. De igual forma, los

padres de familia quienes deben estar involucrados dentro del proceso y los cuales por ser los acudientes de los estudiantes deben informarse de dicho procedimiento

3.8.2. Recursos Materiales y Tecnológicos

Para esto, se requieren materiales que ayuden a desarrollar los contenidos en relación con la temática de números enteros, los cuales se describen en la tabla 3.

Tabla 3.

Recursos necesarios para el desarrollo del modelo

Nombre	Clase	Cantidad
Computadores	Tecnológico	A convenir
Tablet	Tecnológico	A convenir
Conexión WIFI	Tecnológico	A convenir
Aula de informática	Tecnológico	A convenir
Google Drive	Tecnológico	A convenir
Oráculo Matemágico	Tecnológico	A convenir
Correo electrónico	Tecnológico	A convenir
YouTube	Tecnológico	A convenir
Google Meet	Tecnológico	A convenir
Power Point	Tecnológico	A convenir
Edpuzzle	Otros recursos	A convenir
Hojas de papel	Otros recursos	A convenir
Lápices	Otros recursos	A convenir
Esferos	Otros recursos	A convenir

Fuente: Elaboración propia.

3.9. Actividades

A continuación, se presentan las actividades para desarrollar la propuesta didáctica, que se constituyen por competencias, metodología, recursos y duración, las cuales se construyeron con la finalidad de facilitar por medio del modelo de aula invertida implementado desde las TIC para el aprendizaje de los números enteros. Para esto se constituyeron seis (6) sesiones las cuales se encuentran divididas así:

1. Conjunto de los números enteros.
2. Representación geoméricamente números enteros en la recta numérica y representación de los números enteros en el plano cartesiano.
3. Operaciones con los números enteros.
4. Polinomios aritméticos con números enteros.
5. Ecuaciones con números enteros.
6. Evaluación final de contenidos

A continuación, se encuentran las guías de aprendizaje de cada sesión.

Tabla 4

Actividades de la Sesión 1

Sesión: 1	Bloque de contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra	Duración: 2 horas
Asignatura: Matemáticas		Curso: 2º ESO
Objetivos: Reconocer los elementos del conjunto de los números enteros. Establecer una relación de orden en el conjunto de los números enteros.		Contenidos: Conjunto de los números enteros.
Criterios de evaluación: Identificar las características del conjunto de los números enteros.		Estándares de aprendizaje evaluables: Identifica los signos de los números enteros. Reconoce el número opuesto de un entero.
<p>TRABAJO FUERA DEL AULA: El alumno con anterioridad, observará el video: https://edpuzzle.com/media/619c24525ef5354167fd5837 para iniciar la introducción a los números enteros.</p> <p>El estudiante de manera autónoma, en el móvil, Tablet o portátil, realiza el siguiente cuestionario de ideas previas: https://forms.gle/a3PQNdj3xzwKXtkq6 (Anexo C)</p>		

TRABAJO DENTRO DEL AULA

DESARROLLO: Se inicia esta unidad, los contenidos que se van a trabajar son nuevos para el alumnado. Con el desarrollo de estas actividades se pretende que los alumnos identifiquen y reconozcan los números relativos y que comprendan que es necesario la utilización de los números negativos en la vida diaria.

ACTIVIDADES:

Actividad 1: Se propone que los estudiantes de forma individual realicen la lectura “El secreto de los nudos” (Anexo A) y luego deben responder las siguientes preguntas:

- a. En la lectura se describe un quipu. Consulta qué es y cómo se representan en él los números.
- b. Escribe las operaciones que no podían resolver los incas, debido a que no conocían el cero ni los números negativos.

Después del desarrollo de la primera actividad, se contextualiza el tema.

Se comprueba que todos los estudiantes identifiquen el símbolo \mathbb{N} como la letra que designa el conjunto de los números naturales.

Se da inicio a la segunda actividad:

Actividad 2: Se forman grupos de dos estudiantes y se realiza las siguientes actividades:

1. Responde:
 - a. ¿Qué operaciones no se pueden hacer en el conjunto de los números naturales?
 - b. ¿Cuál conjunto numérico se representa hacia el lado izquierdo de cero en la recta numérica?
2. Marca con una **X** las operaciones que no se pueden hacer en el conjunto de los números naturales, y con **✓** las operaciones que si se pueden hacer:
 - a. () $7 - 8$
 - b. () $9 - 2$
 - c. () $27 - 40$
 - d. () $12 - 80$
 - e. () $80 - 50$
 - f. () $100 - 500$
 - g. () $472 - 129$
 - h. () $600 - 900$
3. Determina el opuesto de cada número:
 - a. -17
 - b. 19
 - c. 100
 - d. -357
 - e. 99
 - f. -99
 - g. 530
 - h. -3500

4. Representa en la recta numérica cada conjunto de números:

- Los números que están a la derecha de 2.
- Los números que están a la izquierda de 5.
- Los números que están entre -3 y 4.
- Los números que están a la izquierda de -1.

5. Completa la siguiente tabla:

a	b	-a	-b	a	b	-a	-b
3	4						
-2	5						
		6	-3				
-4							12
				8	12		

Nota: Recuerda que, el conjunto de los números enteros es infinito.

Actividad 3: La pista de los números (Anexo B)

EVALUACIÓN: Se tomará como nota evaluativa el desarrollo de las tres actividades propuestas en esta sesión: Actividad 1 (15%), actividad 2 (50%), actividad 3 (15%) y se sumará el puntaje obtenido en el cuestionario de ideas previas (20%).
Esta nota equivale al 10% de la nota final del tema.

Recursos: Computador, internet, tablero

Nota. Elaboración propia.

Tabla 5

Actividades de la Sesión 2

Sesión: 2	Bloque de contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra	Duración: 1 hora
Asignatura: Matemáticas		Curso: 2º ESO
Objetivos: Representar geoméricamente números enteros en la recta numérica. Representar los números enteros en el plano cartesiano.		Contenidos: El conjunto de los números enteros
Criterios de evaluación: Establece las relaciones entre números enteros.		Estándares de aprendizaje evaluables:

	<p>Establece los símbolos $>$, $<$, $=$ entre dos números enteros.</p> <p>Ordena un conjunto de números enteros.</p> <p>Ubica números enteros en la recta numérica y en el plano cartesiano.</p>
<p>TRABAJO FUERA DEL AULA: Se estudia previamente el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=R6mT0on_qRU Después de observar el video, se realiza el siguiente ejercicio: https://es.educaplay.com/recursos-educativos/10930156-numeros-enteros.html (Anexo E) El alumno debe crear su cuenta con anterioridad en Educaplay y así, registrarse con su respectivo nombre para que el docente se entere de la realización de la actividad.</p>	
<p>TRABAJO DENTRO DEL AULA</p> <p>► DESARROLLO: Se explica y se dan ejemplos de la representación de los números enteros en la recta numérica, de igual forma se explica cómo se representan los números enteros en el plano cartesiano, se realizan varios ejemplos.</p> <p>► ACTIVIDADES:</p> <p>Actividad 1: El Laberinto de números enteros (anexo D)</p> <p>Actividad 2: Se forman grupos de máximo tres integrantes y resuelven la siguiente actividad:</p> <ol style="list-style-type: none"> Responder las siguientes interrogantes: <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el número que está 2 unidades a la derecha de -9? ¿Cuál es el número que está 8 unidades a la izquierda de -13? ¿Cuál es el número que está 7 unidades a la derecha de -7? ¿Cuál es el número que está 4 unidades a la izquierda de -9? Escribe 3 números enteros mayores que -20 y menores que 0 _____ Escribe los signos $>$ o $<$ entre cada par de números según corresponda. <ul style="list-style-type: none"> • -7 _____ -13 • 19 _____ -20 • 0 _____ -21 • 0 _____ 7 • 100 _____ -20 • -30 _____ 11 Identifica el número que falta en cada una de las series identificando el patrón de formación para cada una: <ul style="list-style-type: none"> • -9,-6,-3... • 15, 10, 5, 0, -5... • -3,-2,-1... • -1,-3,-7,-10 Lee y responde: 	

- a. Si Sara es mayor que Daniel, pero menor que Paula, Carlos es menor que Daniel y Andrea menor que Nicol, ¿Cómo quedan los cinco hermanos ordenados de menor a mayor?
5. Realiza el siguiente procedimiento en Geogebra. Luego, responde:

Activa la herramienta *Deslizador*, aparecerá una ventana en la que se propone un deslizador a desde -5 hasta 5.

En la casilla *Incremento* digita 1 y haz clic en *Aplicar*.

En la casilla Entrada digita $y=ax$. Aparecerá una recta. Mueve el punto a del deslizador desde -5 hasta 5 y observa cómo cambia la recta.

¿Qué ocurre con la recta cuando $a < 0$, $a = 0$ y $a > 0$?

Actividad 3: En casa de forma individual, se realiza una línea de tiempo en la página: <https://www.tiki-toki.com/> sobre los sucesos más importantes de la vida de cada uno. Se toma como referencia 0 el día que se cumplió 6 años. Se envía el enlace de la línea de tiempo a la docente, para la respectiva calificación.

EVALUACIÓN: Se realiza el siguiente Quiz en el salón de clases, de forma individual:

<https://create.kahoot.it/share/numeros-enteros/7d9b2029-cef4-482c-8d86-c4e006dff4f4>, el docente brinda el pin del juego. (Anexo F)

Este quiz está compuesto por 10 preguntas, cada pregunta respondida correctamente equivale a 0.5 puntos (5%) de la nota, para un total máximo de 5 puntos (50%).

El desarrollo de esta actividad tiene una puntuación máxima de 2 puntos (20%).

El desarrollo de las dos actividades tiene nota máxima de 3 puntos (30%).

Quiz	5 puntos	50%
Línea de tiempo	2 puntos	20%
Desarrollo de actividades	3 puntos	30%

Esta nota equivale al 10% de la nota final del tema.

Recursos: Papeles de colores, marcadores, tablero, pantalla de presentación, pantallas digitales, internet, Geogebra, lápices, bolígrafos y hojas de papel.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 6

Actividades de la Sesión 3

Sesión: 3	Bloque de contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra	Duración: 6 horas
Asignatura: Matemáticas	Curso: 2º ESO	
Objetivos: Identificar las operaciones con los números enteros.		

<p>Interpretar la adición, sustracción, multiplicación y división en la resolución de problemas. Encontrar raíces y potencias de números enteros.</p>	<p>Contenidos: Operaciones con los números enteros.</p>
<p>Criterios de evaluación: Efectúa operaciones básicas con números enteros, aplicando las propiedades correspondientes.</p>	<p>Estándares de aprendizaje evaluables: Elabora la solución de operaciones aditivas y multiplicativas con números enteros. Reconoce y soluciona las operaciones de potenciación y radicación utilizando números enteros.</p>
<p>TRABAJO FUERA DEL AULA: Se sugiere en la clase anterior visualizar el siguiente video y desarrollar las actividades planteadas en el mismo: https://edpuzzle.com/media/61b1502b796a48430fedfb4d</p>	
<p>TRABAJO DENTRO DEL AULA</p> <p>► DESARROLLO: Se utiliza la recta numérica para explicar a los estudiantes como se realiza la suma de números enteros. Se explican las propiedades de la suma de enteros. Igualmente, se insiste al alumnado que es común utilizar el término <i>diferencia</i> para denotar una resta. Se realiza un debate con los estudiantes para llegar a la conclusión de que no se puede dividir un número entre cero y que el cociente entre dos números enteros debe ser exacto, de lo contrario no sería un número entero. Después de la contextualización de los contenidos de la clase, se proponen las siguientes actividades:</p> <p>► ACTIVIDADES:</p> <p>Actividad 1: En grupos de dos integrantes se realiza el siguiente taller: adición de los números enteros y sus propiedades (Anexo G)</p> <p>Actividad 2: De forma individual, se realiza el taller: Sustracción, multiplicación y división de números enteros. (Anexo H)</p> <p>Actividad 3: Ya contextualizado el tema de la potenciación y radicación, se propone realizar unos ejercicios en clase para afianzar el tema. En el salón de clases, se plantean los siguiente ejercicios problema, se crea un debate y se busca la solución de estos:</p> <p>a) Una empresa se dedica a la producción de muñecas rusas, de modo que cada unidad consta de 9 muñecas, que se distribuyen en cajas de 9 unidades, que a su vez se transportan en un camión con 9 estantes y en el que cada estante soporta 81 cajas.</p> <p>¿Cuál sería la expresión matemática para el número de muñecas rusas que transporta el camión?</p>	

- b) Se quiere cercar un terreno rectangular en el que el largo mide tres veces el ancho. Si el área del terreno es de 432 metros cuadrados, ¿Cuántos metros de alambre se necesitan como mínimo?

EVALUACIÓN: Según la rúbrica anexa (Anexo I)

La rúbrica tiene una puntuación máxima de 40 puntos (40%) de la nota.

La revisión de apuntes tendrá un máximo de 20 puntos (20%) de la nota.

El alumno debe preparar una exposición de forma individual, donde exponga un problema estructurado por cada operación básica con los números enteros, es decir un problema estructurado que se resuelva con la adición, sustracción, multiplicación y división de los números enteros. Esta exposición tendrá una puntuación máxima de 40 puntos (40%) de la nota.

Esta nota equivale al 20% de la nota final.

Recursos: Fichas, cuadernos, lápices, cartulina, marcadores, colores.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 7

Actividades de la Sesión 4

Sesión: 4	Bloque de contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra	Duración: 2 horas
Asignatura: Matemáticas		Curso: 2º ESO
Objetivos: Reconocer el concepto y aplicación de los polinomios aritméticos. Identificar situaciones problemas con la ayuda de polinomios aritméticos. Justificar procedimientos aritméticos utilizando relaciones y propiedades de las operaciones.		Contenidos: Polinomios aritméticos con números enteros.
Criterios de evaluación Resuelve polinomios con números enteros.	Estándares de aprendizaje evaluables: Reconoce el orden en las operaciones. Suprime correctamente los signos de agrupación. Soluciona polinomios con operaciones aditivas y multiplicativas.	
TRABAJO FUERA DEL AULA: https://edpuzzle.com/media/61b189bc568bfa42d11ee5e3		

TRABAJO DENTRO DEL AULA

► **DESARROLLO:** Se explica al alumnado, la forma de resolver diferentes tipos de polinomios aritméticos con enteros.

Después de la contextualización y exposición del tema, se proponen la siguiente actividad:

► **ACTIVIDADES:**

Actividad 1: En grupos de dos integrantes, desarrollan el taller (Anexo J)

EVALUACIÓN: Se realiza un Quiz de 7 preguntas, en el siguiente enlace:

<https://quizizz.com/join/quiz/61b21c8f8d911c001db2ab21/start?studentShare=true>

(Anexo K)

Este quiz tiene una nota máxima de 7 puntos (70%) de la nota.

El desarrollo de la actividad propuesta tiene una nota máxima de 3 puntos (30%) de la nota.

Esta nota equivale al 15% de la nota final.

Recursos: Tablero, pantalla de presentación, pantallas digitales, internet, lápices, bolígrafos y hojas de papel.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 8

Actividades de la Sesión 5

Sesión: 5	Bloque de contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra	Duración: 2 horas
Asignatura: Matemáticas		Curso: 2º ESO
Objetivos: Reconocer ecuaciones e identidades y saber distinguir unas de otras. Plantear y resolver problemas mediante ecuaciones.		Contenidos: Ecuaciones con números enteros.
Criterios de evaluación: Resuelve situaciones problemáticas con números enteros.	Estándares de aprendizaje evaluables: Identifica y sigue los pasos del proceso de resolución de problemas matemáticos. Reconoce información adicional necesaria para resolución de problemas. Soluciona problemas tras la aplicación de relaciones y operaciones básicas con números enteros, así como sus propiedades. Potencia habilidades de pensamiento propias de las matemáticas para resolver acertijos y situaciones lúdicas.	
TRABAJO FUERA DEL AULA: https://edpuzzle.com/media/61b18f97f5266543044db4a4		

TRABAJO DENTRO DEL AULA

► **DESARROLLO:** Se pide primeramente a los estudiantes, investigar la diferencia entre igualdades y ecuaciones y que den ejemplos de unas y otras.

A través de ejemplos, el docente hace que los estudiantes conozcan las técnicas de resolución, para que sepan valorar las ventajas e inconvenientes de cada una.

► **ACTIVIDADES:**

Actividad 1: De forma individual, se desarrollan los siguientes ejercicios:

1. Resuelve las ecuaciones:

a. $x - 5 = 12$

b. $y - 3 = 9$

c. $-2 + 5 = -6$

d. $a - 30 = -55$

e. $30 + y = -12$

f. $315 = 216 + t$

g. $107 = -305 + w$

2. Halla el valor de la incógnita:

a. $2x = -16$

b. $5a = 75$

c. $\frac{x}{3} = 16$

d. $-24 + 7 = -17x$

Actividad 2: En grupos de dos estudiantes se soluciona el taller **Soluciona Problemas anexo L**

Actividad 3: En grupos de 3 estudiantes, se realiza el juego **4 en raya algebraico Anexo M**

Evaluación: Según la rúbrica **Anexo N**

Esta rúbrica, tiene un puntaje máximo de 100 puntos que equivale al 100% de la nota.

Esta nota equivale al 15% de la nota final.

Recursos: Cartulinas, marcadores, lápices, cuadernos, pizarra.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 9

Actividades de la Sesión 6

Sesión: 6	Bloque de contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra	Duración: 2 horas
Asignatura: Matemáticas		Curso: 2º ESO
Objetivos: Realizar la evaluación final del contenido general de la unidad didáctica.	Contenidos: Números enteros El conjunto de los números enteros. Operaciones en Z Polinomios aritméticos	
Criterios de evaluación: Identificar las características del conjunto de los números enteros. Establece las relaciones entre números enteros. Efectúa operaciones básicas con números enteros, aplicando las propiedades correspondientes. Resuelve polinomios con números enteros. Resuelve situaciones problemáticas con números enteros.	Estándares de aprendizaje evaluables: Identifica las características de signo a un número entero. Reconoce el opuesto a un número entero. Relaciona causalmente $>$, $<$ = 0 entre dos números enteros. Clasifica y organiza el conjunto de números enteros. Ordena secuencialmente en la recta numérica y en el plano cartesiano, los números enteros. Resuelve operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros. Diferencia y soluciona las operaciones de potenciación y radicación con números enteros. Reconoce el orden en las operaciones. Elimina de forma correcta los signos de agrupación. Da solución a polinomios en los que se incluyen operaciones de suma y multiplicativas. Reconoce y sigue los pasos para resolución de problemas. Extracta información adicional indispensable para resolver problemas. Relaciona las operaciones básicas entre números enteros así como sus propiedades. Potencia habilidades de pensamiento derivadas de las matemáticas para resolver acertijos y situaciones lúdicas.	
TRABAJO DENTRO DEL AULA		
<p>► DESARROLLO: En esta sesión, se evaluará a los alumnos y verificar si el proceso de enseñanza-aprendizaje se cumplió a cabalidad.</p> <p>► ACTIVIDADES: Actividad 1: La evaluación se desarrollará de forma individual, mediante el siguiente enlace: https://forms.gle/88krecQTdPPWnVdL8</p>		
Evaluación: Esta evaluación tiene una nota máxima de 10 puntos, que equivalen al 100% de la nota.		

Esta nota equivale al 30% de la nota final.

Recursos: Tablero, pantalla de presentación, pantallas digitales, internet, lápices, bolígrafos y hojas de papel.
--

Nota. Elaboración propia.

3.10. Evaluación

Los procesos de evaluación en cualquier proyecto son bastante importantes ya que permiten reforzar los aspectos positivos siguiendo líneas de éxito, en cuanto a los impactos positivos, replicando los mismos en otros centros educativos. Por otra parte, también es importante la identificación de falencias que puedan ser sujetas de corrección, así completar procesos de mejora continua, tanto en la investigación como en la elaboración de proyectos que incluyan elementos innovadores, en las metodologías académicas.

De este modo para la evaluación de las sesiones dentro del contexto de la aplicación del proyecto, se establecen los criterios de evaluación relacionados con la identificación de las características dentro del conjunto de los números enteros. También, la comprensión de las relaciones entre los números enteros, la realización de operaciones básicas utilizando los números enteros empleando las propiedades correspondientes. Por otra parte, la resolución de polinomios con números enteros, solución de situaciones problemáticas con números enteros y finalmente la consolidación de la valoración final del contenido propuesto a nivel general dentro de la unidad didáctica, así como la equivalencia de evaluación en cada sesión.

Para la evaluación de las sesiones se tuvo en cuenta los siguientes criterios de valoración, como Identificar las características del conjunto de los números enteros, establecer las relaciones entre números enteros, desarrollar operaciones básicas con números enteros, aplicando las propiedades correspondientes. Resolver polinomios con números enteros. Así como situaciones problemáticas con números enteros. En el desarrollo de las herramientas de evaluación también se tuvo en cuenta la utilización de TIC y TAP, por medio de los instrumentos digitales como las herramientas Kahoot, Educaplay, Quizlet y Formularios de Google

3.10.1. Bloque de contenidos y su relación con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje e indicadores de logro

Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de aprendizaje	Indicadores de logro
Números negativos. Significado y utilización en contextos reales.	1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.	1.1. Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa. Reconociendo el progreso en competencias matemáticas, y competencia en ciencia tecnológica	Identifica los signos de los números enteros.
Números enteros.	2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números.	2.5. Calcula e interpreta adecuadamente el opuesto y el valor absoluto de un número entero comprendiendo su significado y contextualizándolo en problemas de la vida real. Reconociendo el avance en las competencias de ciencia tecnológica, comunicación lingüística y la competencia digital.	Encuentra el opuesto de un número entero.
Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones.			Establece los símbolos $>$, $=$, $<$ entre dos números enteros.
			Ordena un conjunto de números enteros.
Potencias de números enteros	3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.	3.1. Realiza operaciones combinadas entre números enteros. Evaluando además el desarrollo de la competencia de aprender a aprender.	Resuelve operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros. Identifica y realiza las operaciones de potenciación y radicación con números enteros.

Jerarquía de las operaciones			Reconoce el orden en las operaciones.
			Suprime correctamente los signos de agrupación.
		7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de esta. Además, el avance en la competencia lingüística, aprender a aprender y la competencia matemática.	Soluciona polinomios con operaciones aditivas y multiplicativas.
			Comprende los pasos del proceso de resolución de problemas.
			Identifica información adicional necesaria para resolver problemas.
Ecuaciones de primer grado con una incógnita	7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado.	7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido. En este aparte final, se establece la valoración de las competencias de sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, aprender a aprender, competencia de ciencia tecnológica y competencia social y cívica.	Resuelve problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones básicas entre números enteros y sus propiedades. Aplica habilidades de pensamiento propias de las matemáticas para resolver juegos, acertijos y situaciones lúdicas.

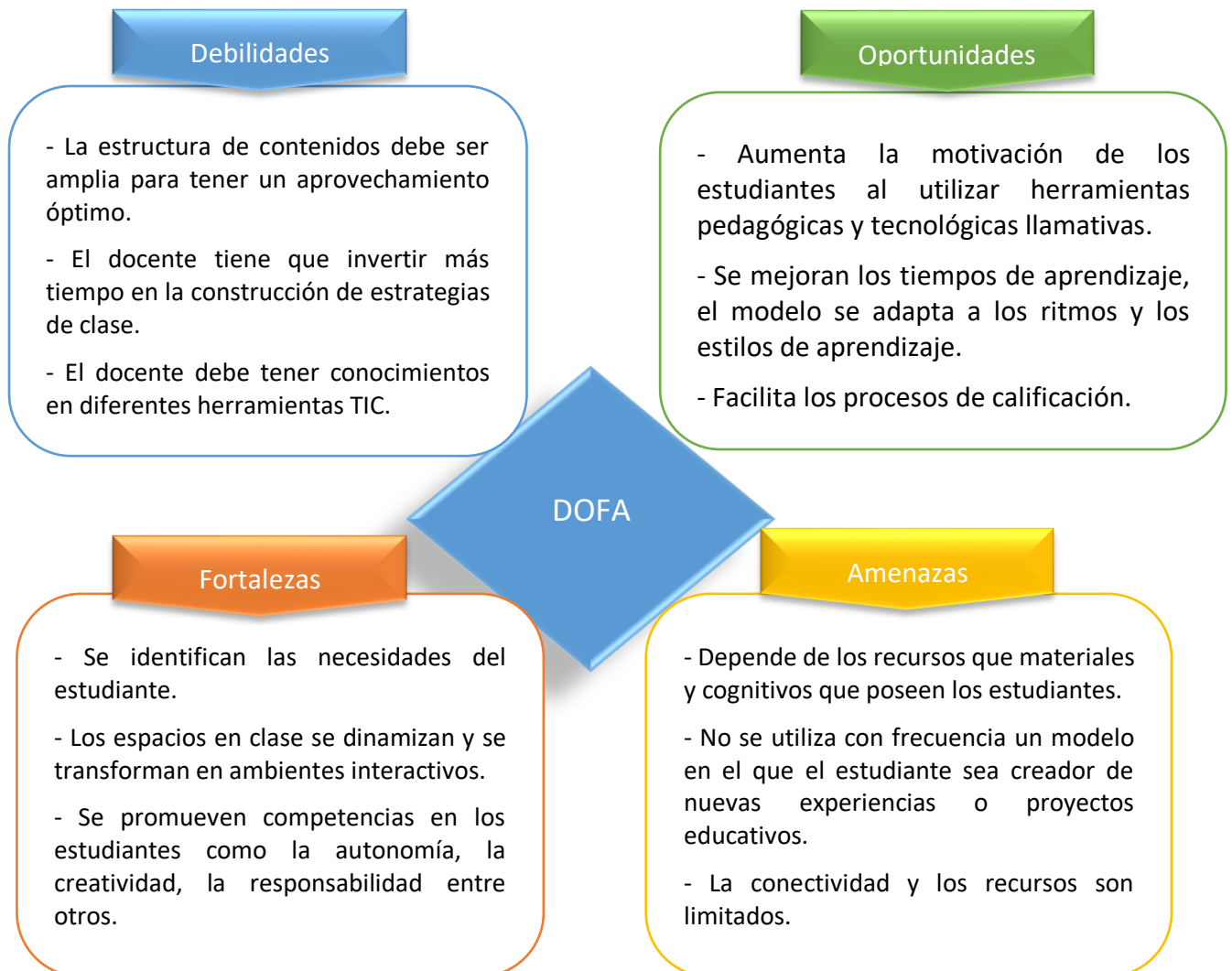
Nota. Elaboración propia.

3.10.2. Evaluación de la Propuesta

Siguiendo esta línea, en este aparte se describe la evaluación del proyecto identificando a través de la elaboración una matriz DOFA, la valoración de los alcances del proyecto, así como los posibles impactos que pueda presentar la aplicación de la propuesta.

Figura 7

Matriz DOFA



Nota. Elaboración propia.

4. Conclusiones

Una vez concluido el proyecto en el que se realiza una propuesta de aula invertida para el aprendizaje de los números enteros, dirigido a estudiantes de 2º curso de educación secundaria obligatoria, se tienen en cuenta criterios de eficacia y efectividad en cuanto al desarrollo de las actividades con el fin de establecer el cumplimiento o no de los objetivos planteados al inicio del desarrollo de este TFM.

En primer lugar, se consolidó la investigación de una gran cantidad de fuentes documentales que soportan los fundamentos teóricos que guardan evidencia, en las dificultades que se presentan en el aprendizaje de los números enteros, por lo que se propone el modelo Flipped Classroom, así como la identificación de sus beneficios, en el entorno Flipped Learning, el reconocimiento de las estrategias y los elementos más importantes del modelo y los resultados de otros estudios que lo han utilizado, así como la descripción de los impactos en los estudiantes.

En segundo lugar, se estructura una propuesta metodológica a partir de la cual se plantean seis sesiones en las que se utilizan recursos TIC y TAP, para el desarrollo de competencias matemáticas, comunicación lingüística, digital, de aprendizaje, finalmente de iniciativa y espíritu emprendedor por medio de los videos y las actividades propuestas.

Se logra establecer una serie de actividades que dan cuenta de el alcance del primer objetivo enfocado hacia el diagnóstico de habilidades frente a los conocimientos de los números enteros, dentro de estas actividades se logra la utilización de una gran cantidad de elementos del aula invertida o Flipped Classroom, con el fin de que al implementar la propuesta, esta sea llamativa para los estudiantes, y finalmente lograr un aprendizaje lúdico dinámico y mucho más significativo y fácil para los estudiantes.

Finalmente se consolida la estructura de una propuesta para implementar a futuro un proyecto de aula invertida para el para el aprendizaje de los números enteros para estudiantes de 2º de ESO, en el cual se establece un programa que cuenta con los recursos y materiales necesarios para su desarrollo, actividades dentro de las cuales se describe puntualmente la cantidad de sesiones, el bloque de contenidos, la duración, los objetivos, los criterios de evaluación, los estándares de aprendizaje, el trabajo dentro y fuera del aula, así como el desarrollo de cada uno de los procesos.

Así mismo, con el planteamiento específico de actividades dentro de este trabajo, para valorar los objetivos propuestos dentro de cada una, así se consolida el logro del aprendizaje de los números enteros, apoyados en el manejo de un modelo de aula invertida fortaleciendo, el trabajo cooperativo y el planteamiento de las autoevaluaciones en el sentido formativo y sumativo.

5. Limitaciones y prospectiva

Una vez terminada la investigación teórica que fundamenta este TFM, dentro del contexto del proyecto de Aula invertida, con el cual se propone el aprendizaje de los números enteros para estudiantes de segundo de educación secundaria obligatoria; así como el planteamiento de las sesiones, las actividades y las estrategias para el desarrollo de la propuesta, se definen las limitaciones que se han encontrado en el desarrollo de esta.

5.1. Limitaciones

En consecuencia una dificultad que puede presentarse en cualquier contexto académico en el cual se implementa el modelo de aula invertida, es el acceso a las herramientas tecnológicas necesarias para el desarrollo del primer momento dentro de ese modelo, en el cual el estudiante tiene un primer acercamiento y una interacción con el material pedagógico y autodidacta en el que encontrará los contenidos curriculares de cada sesión.

Otra de las limitaciones encontradas es el tiempo que debe invertir el docente en la creación de las sesiones de aprendizaje, para una sesión se debe disponer del material y una secuencia estructurada de actividades, que cumplan finalmente con los objetivos planteados, así como la elaboración de proyectos evaluativos y sus respectivas rúbricas a fin de valorar con un criterio más específico.

5.2. Prospectiva

En cuanto a la previsión de la aplicación del modelo Flipped Classroom ofrece un sinnúmero de ventajas y de recursos que se pueden aprovechar, de este modo se importante la capacitación a los estudiantes y principalmente a los docentes, en el funcionamiento de las TIC, así como en la combinación de los nuevos modelos y actividades que pueden apoyar la relación enseñanza y aprendizaje.

Asimismo, el desarrollo tecnológico exige además de la adopción de los modelos novedosos actuales en temas de pedagogía, lúdica, la investigación en nuevos desarrollos que permita afrontar los desafíos que exigen las demandas actuales de los contextos en la era digital para romper las fronteras de tiempo y espacio, y fomentar el desarrollo de competencias en niños, niñas y adolescentes.

6. Referencias bibliográficas

- Aguilera, C., Manzano, A., Martínez, I., Lozano, M., & Casiano, C. (2017). El modelo Flipped Classroom. *Revista Infad de Psicología*. 4(1), 261-266. Doi: <https://revista.infad.eu/index.php/IJODAEP/article/view/1055>
- Alias, D. (2011). La Competencia en Comunicación Lingüística desde el Área de Educación Física. *Puertas a la Lectura*. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4027800.pdf>
- Alcalde, M. (2010). *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la Universitat Jaume I*. (U. J. Departament D'educació, Ed.) Obtenido de Tesis doctoral: <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10368/alcalde.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Antolín, R., & Clemente, J. (2017). *YouTube como herramienta significativa para la estrategia de comunicación de marcas: caso de estudio de engagement, insight y creatividad de las cinco campañas más relevantes a nivel mundial de la plataforma de video*. *Comunicación y Hombre*, (13) ,201-216. [Fecha de Consulta 16 de noviembre de 2021]. ISSN: 1885-365X. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=129449617011>
- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa: un punto de vista cognitivo*. México: Trillas.
- Barceló Cerdá, M., López Gómez, E., & Trujillo, C. (2012). *Eficacia del aprendizaje cooperativo en comparación con situaciones competitivas o individuales*. Su aplicación en la tecnología: una revisión sistemática. *Enseñanza & Teaching: Revista interuniversitaria de didáctica*, 30(2), 81-103. Obtenido de https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/129497/Eficacia_del_aprendizaje_cooperativo_en_.pdf?sequence=1
- Beltrán, J. (1995). *Psicología de la Educación*. Madrid: Eudema.
- Bergmann, J., & Santiago, R. (2018). *Aprender al revés. Flipped Learning 3.0 y metodologías activas en el aula*. Barcelona: Paidós Educación.
- Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y Educación*. Madrid: Ediciones Morata S.L.

- Castro, E. (2008). *Resolución de Problemas Ideas, tendencias e influencias en España*. Dep. Didáctica de la Matemática. Obtenido de <https://goo.gl/bx99K3>
- Churches, A. (2008) *Taxonomía de Bloom para la Era Digital*. Eduteka.Org. <https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/TaxonomiaBloomDigital.pdf>
- Cole, M., Vera, J., & Scribner, S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Biblioteca de Bolsillo.
- Constitución Política de Colombia de 1991. (1991). *Carta Magna de la República de Colombia*. Obtenido de <https://dapre.presidencia.gov.co/normativa/normativa/Constitucion-Politica-Colombia-1991.pdf>
- Decreto 1290 de 2009. (2009). *Reglamentación la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media*. Obtenido de <http://www.suin-juriscol.gov.co/viewDocument.asp?ruta=Decretos/1260109>
- Díaz, J. (2021). *Aula Invertida en Tecnología para la 2º de ESO*. Obtenido de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/11874/D%c3%adaz%20del%20Pino%2c%20Jos%c3%a9%20Israel.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- García, A. (2013). *El aula inversa: Cambiando la respuesta a las necesidades de los estudiantes*. Avances en Supervisión Educativa (19). Obtenido de <https://avances.adide.org/index.php/ase/article/view/118/115>
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros* (Julio 2013 ed.). Madrid: Universidad de Granada. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- González, M., & Huerta, P. (2019). *Experiencia del aula invertida para promover estudiantes prosumidores del nivel superior*. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 22(2), 245-263. Doi: <http://dx.doi.org/10.5944/ried.22.2.23065>
- González, M., & Yáñez, C. (2016). El aula invertida como estrategia para la mejora del rendimiento académico. *Revista Mexicana de bachillerato a distancia*, 8(16), 68-78. Obtenido de <http://revistas.unam.mx/index.php/rmbd/article/view/57108/50653>

- Hernández, C., & Tecpan, S. (2017). *Aula invertida mediada por el uso de plataformas virtuales: un estudio de caso en la formación de profesores de física*. (3), 193-204. Obtenido de <https://scielo.conicyt.cl/pdf/estped/v43n3/art11.pdf>
- Hinojo, F., Aznar, I., Romero, J., & Marín, J. (2019). *Influencia del aula invertida en el rendimiento académico. Una revisión sistemática*. *Campus Virtuales*, 8(1), 9-18. Obtenido de <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/184523/Art.%201.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Isase, V. (2016). *Aprendizaje en el área de matemática en estudiantes del 5 de secundaria de la Institución Educativa Politécnico del Callao*. Obtenido de https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/21756/Isase_CVE.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Ley Orgánica 2 de 2006. De Educación. «BOE» núm. 106, de 04/05/2006. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2006/05/03/2/con>
- López, J., & Espinoza, H. (2015). *Estrategia Metodológica en la enseñanza de números enteros en el séptimo grado*. Obtenido de Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua: <https://repositorio.unan.edu.ni/3464/1/11073.pdf>
- Maca, A., & Patiño, L. (2016). *La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas*. Instituto Pedagógico, 194-210.
- Madrid, E., Angulo, J., Prieto, M., Fernández, M. & Olivares, K. (2018). *Implementación de aula invertida en un curso propedéutico de habilidad matemática en bachillerato*. *Apertura*. Vol. 10. No. 1. Pp. 24 – 36. <http://www.scielo.org.mx/pdf/apertura/v10n1/2007-1094-apertura-10-01-24.pdf>
- Martín, D. & Tourón, J. (2017) El enfoque Flipped Learning en estudios de magisterio: percepción de los alumnos. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 20(2), pp. 187-211. Doi: <https://doi.org/10.5944/ried.20.2.17704>
- Mato, M., Espiñeira, E., & Chao, R. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 32(1), 57-72. Obtenido de <https://revistas.um.es/rie/article/view/164921/159241>

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. *Revolución Educativa*. Obtenido de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Lineamientos curriculares de Matemáticas. Obtenido de https://www.mineduacion.gov.co/1759/articulos-89869_archivo_pdf9.pdf
- Morán, L. (2021). Prácticas evaluativas en contextos de aula invertida y aprendizaje móvil. *Innovaciones Educativas*, 23(34). Obtenido de <https://orcid.org/0000-0003-2451-0235>
- Mujica, R. (2017). Flipped Classroom. *Revista Docentes*. Edición No. 12. <https://ojs.docentes20.com/index.php/revista-docentes20/issue/view/15/26>
- Navascuez, M. (2018). *La importancia de las competencias sociales y cívicas en Historia: una propuesta de actividades sobre la Primera Guerra Mundial para 4ºESO y 1º Bachillerato*. Universitat De Les Illes Balears. https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/148855/tfm_2017-18_MFPR_mnk633_1420.pdf?sequence=1
- Orden ECD/65/2015 de 21 de enero. (2015). *Ley que describe las relaciones entre competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, secundaria obligatoria y bachillerato*. *Boletín Oficial del Estado*. Nro. 25. Obtenido de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2015/BOE-A-2015-738-consolidado.pdf>
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista de Psicopedagogía*. 23(71). pp. 158 – 180. <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoped/v23n71/v23n71a10.pdf>
- Pañi, T., & Tacuri, P. (2019). *Aprendizaje de la Matemática mediante la aplicación del Aula Invertida*. Universidad Nacional de educación. Obtenido de <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1121/1/Titulaci%C3%B3n%20-%20AULA%20INVERTIDA%20-%20Pa%C3%B1i%20y%20Tacuri.pdf>
- Parra, D. (2003). *Manual de estrategias de enseñanza/aprendizaje*. Servicio Nacional de Aprendizaje. Medellín: Primera Edición. Obtenido de <https://www.ucn.edu.co/Biblioteca%20Institucional%20Cemav/AyudaDI/recursos/ManualEstrategiasEnsenanzaAprendizaje.pdf>

- Pava, A., Florián, A., Hernández, A., Mercado, A., Guerra, A., Acosta, B., Salcedo, B., Terraza, C., Florián, D., Barraza, D., Quintero, E., Miranda, F., Torres, H., Armesto, L., Pérez, L., Saucedo, M., Camacho, U., Saucedo, V., Guerra, V., Rodríguez, Y. & Silva, J. (2018). Aprendizaje basado en problemas y el aula invertida como estrategia de aprendizaje para el fortalecimiento de competencias matemáticas. *Cultura. Educación y Sociedad* 9(3), 35-42. DOI: <http://dx.doi.org/10.17981/cultedusoc.9.3.2018.0>
- Pérez, P. (2017). *Flipped Classroom en el aula de matemáticas*. Universidad de Almería. Obtenido de http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/5866/14320_TFM_Paula_Perez.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Real Decreto 1105/2014. (2014). *Establecimiento del currículo básico de la Educación Secundaria obligatoria y del Bachillerato*. Obtenido de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2015/BOE-A-2015-37-consolidado.pdf>
- Real Decreto 789/2015, de 4 de septiembre, *por el que se regula la estructura y funcionamiento del Centro para la Innovación y el Desarrollo de la Educación a Distancia*.
- Resolución 2343 de 1996. Ministerio de Educación Nacional. (1996). *Diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo*. Obtenido de https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/280/RESOLUCION_2343_DE_JUNIO_5_DE_1996.pdf?sequence=21&isAllowed=y.
- Rodríguez, Y. (2020). *Implementación de las TIC en el aula con la herramienta "Google for Education"*. TFM-Universitat Jaume I. Obtenido de <http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/190160>
- Sánchez, G. (2019). *Integración de las TIC en la enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas con números enteros*. Universidad Tecnológica de Israel. Obtenido de <http://repositorio.uisrael.edu.ec/bitstream/47000/2311/1/UISRAEL-EC-MASTER-EDUC-378.242-2019-043.pdf>
- Seco, A. (2017). *Matemáticas con Flipped Classroom en el aula de Educación Primaria*. Universidad de Cantabria. Obtenido de <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/12775/SecolzquierdoAngela.pdf?sequence=1>

- Sobrado, L. & Fernández, E. (2010). Competencias Emprendedoras y Desarrollo del Espíritu Empresarial en los Centros Educativos. *Educación XXI*.
- Sunkel, G. (2010). TIC para la educación en América Latina. División de Desarrollo Social CEPAL. Naciones Unidas. <http://www.fediap.com.ar/administracion/pdfs/TIC%20para%20la%20Educaci%C3%B3n%20en%20Am%C3%A9rica%20Latina%20-%20Guillermo%20Sunkel%20-%20CEPAL.pdf>
- Vacca, E. (2020). *Aula invertida y trabajo colaborativo en el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Facultad de Ciencias de la Educación. Obtenido de <https://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/3440>
- Vargas, J. (2018). Planteamiento y resolución de problemas con números enteros bajo la estrategia "PENSAR". Universidad Externado de Colombia. Obtenido de https://bdigital.uexternado.edu.co/bitstream/handle/001/1224/CAA-Spa-2018-planteamiento_y_resoluci%F3n_de_problemas_con_numeros_enteros_Trabajo.pdf?sequence=1
- Vidal, M., Rivera, N., Nolla, N., Morales, I., & Vialart, M. (2016). Aula invertida, nueva estrategia didáctica. *Educación Médica Superior*, 30(3), 678-688. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412016000300020
- Velasco, M. (2017). Las TAC y los recursos para generar aprendizaje. *IEYA Infancia Educación y Aprendizaje Revista*. <https://revistas.uv.cl/index.php/IEYA/article/view/796>
- Zambrano, F. & Balladares, K. (2017). Sociedad del Conocimiento y las TEPs. *Innova Research Journal*. Vol. 2 No. 10. pp. 169 – 177. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6183861>

ANEXO A. Guía sesión 1

EL SECRETO DE LOS NUDOS

Hacia el Este se veían los picachos nevados que, como cada mañana, incapaces de contener los rayos de luz, parecían aliarse a ellos revistiéndolos de matices y tonalidades únicas.

Kinu hizo una reverencia al Sol recién nacido y se apresuró a dar las gracias por poder contemplar cada mañana el nacimiento de dios.

Mientras tanto Laymi, su esposa, ya había encendido el fuego donde comenzaban a humear unas tortillas de maíz y tras preparar el refrigerio, reclamó la atención de su marido.

- ¡Kinu, date prisa! Todavía no has preparado nada y te esperan en el palacio a primera hora.

- Cálmate, como cada año, todo está preparado.

-Este año es especial. – El gesto tenso de la mujer, delataba su estado de preocupación-. Este año además del emperador están también los extranjeros, los enviados del Sol.

Tras el refrigerio, Kinu recogió cuidadosamente las cuerdas de diferentes colores, que contenían nudos colocados de manera caprichosa, las guardó entre sus ropas y emprendió el camino hacia el palacio.

Las cuerdas y sus nudos usados como regla nemotécnica hacían las veces de libros de contabilidad, y causaron una profunda impresión entre los conquistadores, incapaces de descifrar su significado.

Los incas no conocían el cero ni los números negativos.

Tomado de Matemáticas 4ESO. España, Editorial Santillana.

ANEXO B. Guía sesión 1

La pista de los enteros

El siguiente juego de equipo requiere de dos dados que contienen en sus caras 0 y números positivos (0,1,2,3,4,5) y, 0 y negativos (0,-1,-2,-3,-4,-5) que indicarán los desplazamientos que se deben hacer para encontrar la meta en una pista sobre la que debe efectuar avances si el valor es positivo o retrocesos si es negativo, además debe realizar las indicaciones que aparecen señaladas en algunas de las casillas durante el recorrido. Se deben construir dichos dados.

1. Para poder salir del punto de partida los dos números de los dos dados deben ser enteros pares. Tiene dos oportunidades de lanzamiento, sino cede el turno.

	META				
SALIDA					PUEDES VOLVER A JUGAR
RETROCEDE DOS CASILLAS					
		SEDE EL TURNO			

2. Registra en la siguiente tabla los tiros y posición obtenida según los avances o retrocesos:

JUGADOR A

Número de tiro	Valor 1er dado	Valor 2do dado	Suma	Avance total
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

JUGADOR B

Número de tiro	Valor 1er dado	Valor 2do dado	Suma	Avance total
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ANEXO C. Cuestionario sesión 1

Correo *

Tu dirección de correo electrónico _____

Observa la figura 1.1 y completa las expresiones:

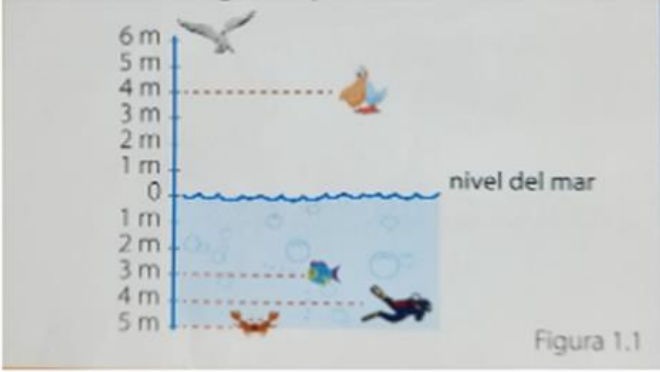


Figura 1.1

¿A cuántos metros sobre el nivel del mar esta volando la gaviota? *

2 puntos

6 m
 4 m
 5 m

¿A cuántos metros bajo el nivel del mar esta buceando el niño? *

2 puntos

5 m
 4 m
 3 m

¿A cuántos metros bajo el mar esta nadando el pez? *

2 puntos

4 m
 5 m
 3 m

¿El cangrejo se encuentra a 5 m sobre el nivel del mar? *

2 puntos

Elige

El pelcano vuela a 4 m *

2 puntos

Elige

Enviar Borrar formulario

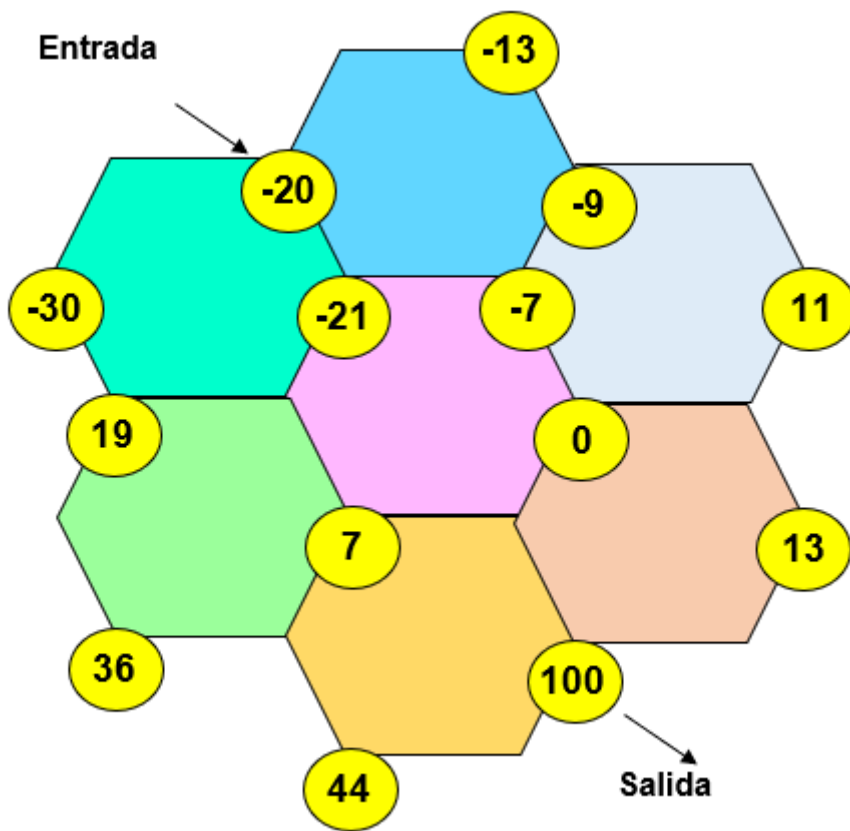
ANEXO D. Guía sesión 2

Guía de Actividades No. 2

Actividad 1: El Laberinto de números enteros

Esta actividad se desarrolla de forma individual. El docente entrega al alumnado el laberinto de los números enteros, recortan la imagen y la pegan en el cuaderno.

Para salir del laberinto de números enteros, se debe avanzar sobre los lados de los hexágonos pasando siempre por un número mayor. Indica la ruta que se debe seguir.



Ubica en una recta numérica los números enteros por los que avanzó en el laberinto para encontrar la salida.

ANEXO E. Cuestionario sesión 2

The screenshot shows the Educaplay website interface. At the top, there is a navigation bar with the Educaplay logo, a search bar containing "Ej: La revolución francesa...", and buttons for "Todas las actividades", "Crear actividad", and "Inicia sesión".

The main content area features a large green card for the activity "NÚMEROS ENTEROS". The card includes a diagram of three boxes connected by arrows, a timer set to "08:00" (TIEMPO MÁXIMO), and a counter for "2" (NUM. INTENTOS). Below this, there is a prompt "Pulsa aquí para identificarte" and a large orange "Comenzar" button. The author is listed as "Autor: lesly fajardo".

To the right of the main card, there are two interactive options: "Crea tu propia actividad gratis desde nuestro creador de actividades" with a "Crear relacionar columnas" button, and "Compite contra tus amigos para ver quien consigue la mejor puntuación en esta actividad" with a "Crear reto" button.

Below the main card, there is a Google AdSense advertisement for "Anuncios Google" with a "Enviar comentarios" button and a "Compartir" button.

At the bottom left, there is a section for "Relacionar Columnas" with the title "NÚMEROS ENTEROS", a five-star rating, and the description "Solucionar y relacionar con la respuesta correcta:". Below this, there are social media sharing icons.

On the right side, under the heading "Top 10 resultados", there is a message: "Todavía no hay resultados para esta actividad: ¡sé el primero en aparecer en el ranking! [Inicia sesión](#) para identificarte."

ANEXO F. Quiz sesión 2

Kahoot!

New to Kahoot!?
 Welcome! You can play this game as a guest without an account. Sign up to save game results, search millions of awesome kahoots, create your own or duplicate and edit existing ones!

[Sign up](#) [Play as guest](#)
 Already a user? [Log in](#)

Números Enteros
 0 favorites 0 plays 0 players
 A public kahoot
 fajardoy671
 Updated 11 hours ago

Questions (10) [Show answers](#)

1 - Quiz
 Comparemos: 5 ____ 9 20 sec

2 - Quiz
 Comparemos: -7 ____ -5 20 sec

3 - Quiz
 Comparemos: -2 ____ -25 20 sec

4 - Quiz
 Comparemos: 1-121 ____ 12 20 sec

5 - Quiz
 Comparemos: 9 ____ -6 20 sec

6 - Quiz
 Comparemos: 8 ____ 1-81 20 sec

7 - Quiz
 ¿De cuánto fueron las ganancias en diciembre? 30 sec

8 - Quiz
 ¿en cuáles meses tuvieron pérdidas? 60 sec

9 - Quiz
 ¿En cuál mes tuvieron más pérdidas? 60 sec

10 - Quiz
 Lee y elige la opción correcta: 120 sec

¡ digital fue patentado se la antigüedad han en empu, como la clepsidra acia el año 1530 a.C. Si se en una recta numérica.

ANEXO G. Taller 1 Sesión 3

Taller: Adición de los números enteros y sus propiedades

- Explica paso a paso la forma como sumarias los números -100 y -300 sin usar la recta numérica.
- Realiza las siguientes sumas:

a) $11 + 17$	k) $-4 + 6 + (-1)$
b) $7 + 22$	l) $-7 + (-8) + (-12)$
c) $8 + (-15)$	m) $(-23) + (-22) + 7$
d) $9 + (-24)$	n) $10 + (-50) + 60$
e) $-8 + (-6)$	o) $-35 + (-58) + 130$
f) $-6 + (-16)$	p) $-15 + (-18) + (-46)$
g) $-11 + (-12)$	q) $22 + (-45) + 19 + (-30)$
h) $-17 + 8$	r) $-22 + 65 + (-71)$
i) $15 + (-9)$	s) $32 + (-31) + (-7)$
j) $(-8) + (-12)$	t) $45 + 8 + (-66)$
- Completa la siguiente tabla:

a	b	a + b	b + a
-7	+3		
-9	-4		
+4	-13		
+50	-30		
+42	-15		
-270	+190		
-1500	+2700		
- Escribe en el espacio ____ el signo $>$, $<$ o $=$ de tal forma que la expresión sea verdadera:

a) $12 + (-8)$ ____ $7 + 2$
b) $9 + (-18)$ ____ $-5 + (-4)$
c) $16 + 18$ ____ $-12 + (-21)$
d) $-4 + (-3) + 12$ ____ $-16 + 1$
e) $25 + 32 - 4$ ____ $-8 + (-16) - 2$
f) $-49 + 16 + (-9)$ ____ $-11 + 8 + (-5)$
- Escribe en cada caso, la propiedad de la adición utilizada:

a) $-78 + 0 = -78$
b) $-18 + (-25) = -43$
c) $(-6 + (-4)) + 7 = -6 + ((-4) + 7) = -3$
d) $-77 + 85 = 8$
e) $-96 + 96 = 0$
f) $(-56 + 48) + 0 = 7 + 0 = 0$
- Una persona va a una ciudad **A** a una ciudad **B**. cuando lleva recorridos 60 km se devuelve 10 km. Emprende nuevamente su camino hacia la ciudad **B** y recorre 190 km hasta llegar a su destino. ¿Qué distancia hay entre las dos ciudades?

ANEXO H. Taller 2 Sesión 3

Sustracción, multiplicación y división de números enteros.

1. Realiza las siguientes restas:

a) $4 - 8$

g) $-8 - 3$

b) $6 - 5$

h) $-19 - 5$

c) $-7 - 4$

i) $12 - (-7)$

d) $3 - 9$

j) $8 - (-5)$

e) $-9 - 2$

k) $-21 - 12$

f) $5 - 10$

l) $34 - (-18)$

2. Realice las siguientes operaciones suprimiendo signos de agrupación:

a) $(-8) + (-15) + 16$

b) $35 - (-18) + (-21)$

c) $-8 + [-(13 + (-5)) - 4 + 16] - 15$

d) $55 - \{11 + [-15 - (-8)] - 21\} - (7 - (-11))$

e) $\{(31 + (-8)) - [(-17) - 16 + (-14)]\} - 41$

3. Resuelve las expresiones teniendo en cuenta que: $m = 3, n = 6, p = -2$

a) $m + [n - (p + m)] + m$

b) $n + [m + (p - m - n)] + m$

c) $\{m + [m - (m - n + p) + n]\} + p$

d) $\{[m - (-n)] + (p - n)\} + p$

4. Javier Salió de su casa en la mañana con \$120.000. Primero pagó los recibos de los servicios de luz y gas por \$85.000. Luego, se encontró con un amigo que le pagó \$50.000 que le debía y después pagó el servicio de teléfono móvil por \$42.000. ¿Con cuánto dinero regresó Javier a su casa?

5. Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor 4 pisos para ir al sótano y luego sube 6 pisos para visitar a su amiga Sara. ¿En qué piso vive Sara?

6. Realiza los siguientes productos:

a) $(-4)(5)$

b) $(-6)(-8)$

c) $(9)(-4)(-3)$

d) $(6)(-3)(6)$

e) $(-9)(7)(-5)(8)$

f) $(12)(-4)(-3)(5)(-7)$

7. Halla el valor de cada expresión de acuerdo con los valores que se asignan para cada letra:

a) $5m$ $m = -10$

b) $-3xy$ $x = 1, y = -2$

c) $-10ab$ $a = -1, b = 1$

d) $5(c - d)$ $c = -3, d = -2$

8. Dos trabajadores de una empresa de aseo limpian las ventanas de un edificio en el siguiente orden: primero, las del piso 15, luego, las del piso 8, después, las del piso 11 y finalmente las del piso 6. Si cada piso mide 2 metros, determina:

a) ¿Cuántos metros descendieron del piso 15 al 8?

b) ¿Cuántos metros ascendieron del piso 8 al 11?

c) ¿Cuántos pisos descendieron del piso 11 al 6?

9. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(-18) \div (-6) =$

b) $290 \div (-29) =$

c) $(-32) \div (-8) =$

d) $(-217) \div (-7) =$

e) $(72) \div (9) =$

10. Divide y completa la tabla de división.

\div	+2	-3		5
-60	-30		15	
-240				
		-140		
-720				
960				
-1200				
3000				

11. Lee, calcula y responde:

a) Un número entero multiplicado por -8 da como producto 4.800. ¿Cuál es el número?

b) ¿Cuál es el número entero que multiplicado por 5 da -1.550?

12. Un tanque de agua tiene una fuga por la cual salen 8 galones por día. Cuando han salido 192 galones, el tanque deja de funcionar. ¿Cuántas horas deben pasar para que ocurra eso?
13. Una empresa perdió el primer año 12.000 dólares; el segundo año, ganó el doble que el primero, y el tercer año, ganó el triple de las pérdidas de los dos años anteriores juntos. El cuarto año tuvo ingresos de 10.000 dólares, y el quinto año, unas pérdidas iguales a la mitad de todas las pérdidas de los años anteriores. ¿Cuál fue el saldo final de la empresa?
14. Carmen anotó los puntos que perdió y ganó durante los seis niveles de un juego de computadora.
12, - 8, 7, -5, 16, -4
Calcula el promedio de puntos de Carmen (el promedio se obtiene dividiendo la suma de los puntos entre los puntajes).
15. Un submarino desciende 50 m por minuto, para explorar el océano. ¿Cuánto tiempo tardar en alcanzar la posición de – 500 m?

ANEXO I. Sesión 3

Rúbrica de Evaluación

Indicadores de aprendizaje	Nivel 1 (bajo)	Nivel 2 (básico)	Nivel 3 (Alto)	Nivel 4 (Superior)	Puntaje
1. Resuelve operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros.	No resuelve operaciones aditivas ni multiplicativas entre números enteros. 0	Difícilmente resuelve algunas operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros. 5	Frecuentemente logra resolver operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros. 8	Siempre resuelve operaciones aditivas y multiplicativas entre números enteros. 10	
2. Identifica y realiza las operaciones de potenciación y radicación con números enteros.	No logra identificar ni realizar operaciones de potenciación ni de radicación con números enteros. 0	A veces identifica y realiza operaciones de potenciación y radicación de los números enteros. 5	Casi siempre identifica y realiza las operaciones de potenciación y radicación con números enteros. 8	Identifica y realiza correctamente las operaciones de potenciación y radicación con números enteros. 10	
3. Resolución de problemas matemáticos con el uso de los números enteros y sus propiedades.	No logra resolver problemas sencillos con el uso de los números enteros y sus propiedades. 0	En ocasiones resuelve problemas matemáticos utilizando los números enteros y sus propiedades. 5	Se le facilita la resolución de casi todos los problemas matemáticos planteados con el uso de los números enteros. 8	Siempre resuelve correctamente problemas matemáticos utilizando los números enteros y sus propiedades. 10	
4. Trabajo en grupo.	No trabaja en grupo o no asistió a clases sin justificación. 0	Se le dificulta el trabajo en grupo, pero realiza algunas actividades. 5	Trabaja en grupo y logra realizar la mayor parte de las actividades. 8	Trabaja en grupo correctamente, realiza todas las actividades propuestas y cumple con las funciones asignadas. 10	
				Total	

ANEXO J. Sesión 4

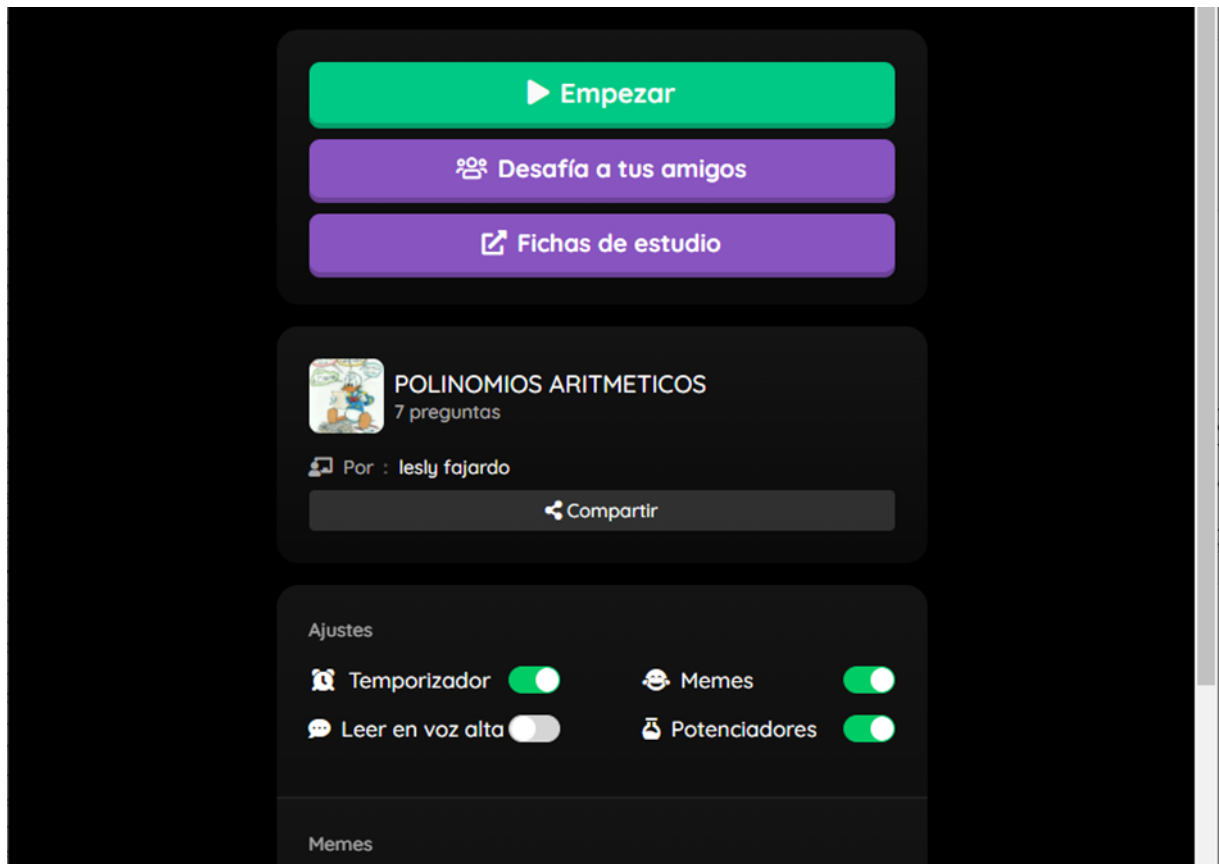
Taller de polinomios aritméticos con números enteros

- Resuelve las siguientes operaciones:
 - $8 - (5)(-3) + (-4)(7)$
 - $(-6)(4) - (-5)(8) + (-6)$
 - $(12)(6) \div (-4)(2) + 6$
 - $(-6)^2 \div (-9) + (12)(-3) + 32$
- Determina el valor de cada expresión si $a = 3, b = -2$ y $c = -4$
 - $2a - 3b + c$
 - $a^2 - 2b + c$
 - $5b + 4c \div 2a$
 - $\sqrt{a^2(-c)} + c^2b + b^3$
- Resuelve los siguientes polinomios aritméticos:
 - $(30 + 5) \div [5 * (4 - 3)] * [(6 * 8) \div (6 \div 2)]$
 - $(-2)^3 \div (-2) + \sqrt{100} \div 2$
 - $[7 * 10 - 11] * (5 * 2) + [(15 \div 3) * 8]$
 - $\sqrt{17 + \sqrt[3]{\sqrt[3]{-512}} * \sqrt{64} * (-2)^3}$
- Expresa cada enunciado como un polinomio aritmético. Luego, resuelve:
 - El producto de -3 y 6, más el doble de -8
 - El cubo de -7, menos el cociente de 8 y -4
 - La raíz cuadrada de 36 multiplicada con la raíz cubica de -27
 - El triple de 12, más la tercera parte de la raíz cuarta de 81
- Las temperaturas máximas y mínimas de algunas ciudades se encuentran en la siguiente tabla:

Ciudad	Máxima	Mínima
Bogotá	19°C	9°C
Londres	15°C	7°C
Ulán Bator	6°C	-6°C

 - Escribe un polinomio que represente la diferencia entre el promedio de las temperaturas de Bogotá y el promedio de las temperaturas de la capital de Mongolia, Ulán Bator. Luego, resuélvelo.
 - Halla el promedio de las temperaturas máximas y el promedio de las temperaturas mínimas.

ANEXO K. Sesión 4



ANEXO L. Sesión 5

4 en raya algebraico

Número de jugadores: 2 jugadores, 1 moderador

Materiales necesarios:

- Tablero
- Copia de respuestas para el moderador
- Dos dados
- Fichas de dos colores

Reglas

1. Se juega de forma alternativa.
2. El primer jugador lanza los dos dados y localiza la casilla correspondiente en el tablero de juego. Por ejemplo, si el jugador lanza un 3 y un 4, puede ir a la fila 3 y columna 4 o a la fila 4 y columna 3.
3. El jugador resuelve el problema y le pregunta al moderador si es correcto. Si la solución es correcta, el jugador coloca su ficha en esa posición. Si la solución no es correcta, el otro jugador puede poner su ficha al dar la solución correcta.
4. Si un jugador lanza el dado y el cuadro está ocupado, el jugador tira el dado de nuevo.
5. El ganador es el jugador que coloca cuatro de sus fichas en línea (fila, columna o diagonal).

Tablero 4 en raya – Ecuaciones de primer grado

	1	2	3	4	5	6
1	$x-1=-3x+27$	$2(9-x)=24$	$3x-6+x=22$	$4x+1=-17+6x$	$4(3-3x)=36$	$9+6x=3$
2	$7(x-2)=49$	$5+6x=-19$	$6x+10=22$	$-7x+3=59$	$6x+2=7x-5$	$x-8=-4x+7$
3	$-7+6x-x=13$	$-7x-4=17$	$-6(6-x)=36$	$2x+5=-7$	$14=x-5x+10$	$2x-2-x=-2$
4	$5x-5=2x+13$	$3-6x+2x=-17$	$3x+5=32$	$-3x+5-2x=35$	$4+4x=-7x-40$	$2(-1-7x)=-114$
5	$3x-6=-6x-96$	$34=5x-2x+10$	$10+6x=-20$	$-7(x-5)=-35$	$-7x-2=5$	$6x-10=-70-4x$
6	$6(-2-6x)=-84$	$-4x-9=-18+5x$	$-6(-3x+3)=-18$	$74=4x+3x+4$	$9+x+6x=93$	$6(x+1)=24$

Soluciones 4 en raya– Ecuaciones de primer grado

	1	2	3	4	5	6
1	X= 7	X= -3	X= 7	X= 9	X= -2	X= -1
2	X= 9	X= -4	X= 2	X= -8	X= 7	X= 3
3	X= 4	X= -3	X= 12	X= -6	X= -1	X= 0
4	X= 6	X= 5	X= 9	X= -6	X= -4	X= 8
5	X= -10	X= 8	X= -5	X= 10	X= -1	X= -6
6	X= 2	X= 1	X= 0	X= 10	X= 12	X= 3


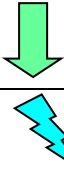
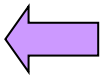













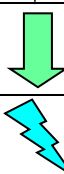
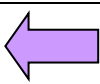







Soluciones 4 en raya– Ecuaciones de primer grado

	1	2	3	4	5	6
1	X= 7	X= -3	X= 7	X= 9	X= -2	X= -1
2	X= 9	X= -4	X= 2	X= -8	X= 7	X= 3
3	X= 4	X= -3	X= 12	X= -6	X= -1	X= 0
4	X= 6	X= 5	X= 9	X= -6	X= -4	X= 8
5	X= -10	X= 8	X= -5	X= 10	X= -1	X= -6
6	X= 2	X= 1	X= 0	X= 10	X= 12	X= 3

Anexo M. Sesión 5

Anexo: Soluciona Problemas

1. El perímetro de un triángulo equilátero es de 33 cm. ¿Cuál es la longitud de cada lado?
2. Juan y David juegan un videojuego. Si el puntaje obtenido por David es 150 menos que el de Juan y entre los dos alcanzaron 1.960 puntos, ¿cuál es el puntaje de cada niño?
3. El número de niños en un salón de clase es el doble del número de niñas más 6. Si en el salón hay 36 personas, ¿Cuántos niños y cuantas niñas hay?
4. Si el dinero que tiene Mateo se le restan \$150.000 le quedan \$352.000. ¿Cuánto dinero tiene Mateo?
5. Una gaseosa y tres perros calientes cuestan \$25.000. Si la gaseosa cuesta \$4.000, ¿Cuánto cuesta cada perro caliente?
6. Hallar cuatro números consecutivos, de tal forma que su suma sea 326.
7. Hallar dos números tales que su suma sea 105 y el número mayor exceda al menor en 9.
8. Entre tres bibliotecas tienen 575 libros. En la primera biblioteca hay 10 libros más que la segunda biblioteca y 15 más que en la tercera. ¿Cuántos libros hay en cada biblioteca?
9. Hallar el valor de cada figura en el siguiente cuadro:

					-30
					-16
					-8
					-30
					-32
-23	-4	-35	-50	-4	

Anexo N. Sesión 5

Rúbrica de evaluación

Indicadores de aprendizaje	Nivel 1 (bajo)	Nivel 2 (básico)	Nivel 3 (Alto)	Nivel 4 (Superior)	Puntaje
1. Comprende los pasos del proceso de resolución de problemas.	No logra comprender los pasos del proceso de resolución de problemas. 0	A veces comprende los pasos del proceso de resolución de problemas. 13	Casi siempre comprende los pasos del proceso de resolución de problemas. 22	Siempre comprende los pasos del proceso de resolución de problemas. 25	
2. Identifica información adicional necesaria para resolver problemas.	No logra identificar la información adicional necesaria para resolver problemas. 0	Se le dificulta identificar la información adicional necesaria para resolver problemas, sin embargo, trata de aprender. 13	Se le facilita identificar la información adicional necesaria para resolver problemas. 22	Identifica correctamente la información adicional necesaria para resolver problemas. 25	
3. Resuelve problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones básicas entre números enteros y sus propiedades.	No resuelve problemas mediante la aplicación de relaciones ni operaciones básicas entre números enteros ni sus propiedades. 0	En ocasiones resuelve problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones básicas entre números enteros y sus propiedades. 13	Casi siempre resuelve problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones básicas entre números enteros y sus propiedades. 22	Siempre resuelve problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones básicas entre números enteros y sus propiedades. 25	
4. Aplica habilidades de pensamiento propias de las matemáticas para resolver juegos, acertijos y situaciones lúdicas.	No logra aplicar habilidades de pensamiento propias de las matemáticas y no logra resolver juegos. 0	A veces aplica habilidades de pensamiento propias de las matemáticas y trata de realizar juegos, acertijos y situaciones lúdicas propuestas. 13	Logra aplicar habilidades de pensamiento propias de las matemáticas para resolver juegos, acertijos y situaciones lúdicas. 22	Aplica correctamente habilidades de pensamiento propias de las matemáticas para resolver juegos, acertijos y situaciones lúdicas. 25	
				Total	