



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

**Aprendizaje basado en Proyectos con
material manipulativo para enseñar
Geometría en 2º de Educación
Secundaria Obligatoria**

Trabajo fin de estudio presentado por:	Helena Aranda López
Tipo de trabajo:	Propuesta de intervención
Especialidad:	Matemáticas
Director/a:	Vilma Ismella Fajardo de Rojas
Fecha:	12 de enero de 2022

Resumen

La evolución de la sociedad en los últimos años ha evidenciado la necesidad de transformar el sistema educativo para adaptarlo a nuevos requerimientos. Los métodos de enseñanza que se vienen impartiendo de forma tradicional están obsoletos y los resultados que se obtienen con ellos solo llevan cada vez más al fracaso escolar, especialmente en las materias de Ciencias. De acuerdo a los cambios legislativos ocurridos en España, se requiere que el docente, tanto a nivel individual como representando a la institución educativa, se transforme y adapte sus metodologías de enseñanza hacia procesos dirigidos a la participación activa del alumno. Se hace necesario un intercambio de roles, dónde el profesor deje el protagonismo en el día a día del aula y se lo ceda al estudiante para que sea este el que se conduzca a sí mismo hacia el conocimiento. El estudiante por su parte debe dejar el rol de observador y este ser asumido por el docente junto con el papel de guía, orientador o mentor. El Aprendizaje basado en Proyectos se convierte en una herramienta muy adecuada para este intercambio de roles. El presente trabajo pretende diseñar una propuesta didáctica basada en Aprendizaje basado en Proyectos combinando esta metodología con otras estrategias (Aprendizaje Colaborativo, material manipulativo y uso TIC) que resultan también muy interesantes e innovadoras para la enseñanza de hoy día. El fin de la docencia en nuestros días debe ser el desarrollo integral del estudiante y su adaptación a la sociedad en la que vive, mediante la adquisición de competencias clave que le permitan afrontar un futuro con éxito.

Palabras clave: Educación Secundaria Obligatoria, Geometría, Aprendizaje basado en Proyectos, Aprendizaje Colaborativo, Material Manipulativo.

Abstract

The evolution of society in recent years has shown the need to transform the education system to adapt it to new requirements. Traditional teaching methods are obsolete and the results obtained with them are increasingly leading to school failure, especially in science subjects. In accordance with legislative changes in Spain, teachers, both as individuals and as representatives of the educational institution, are required to transform and adapt their teaching methodologies towards processes aimed at active student participation. It is necessary an exchange of roles, where the teacher leaves the protagonism in the day to day classroom and gives it to the student, who is the one who leads himself to knowledge. The student, on the other hand, must leave the role of observer and this role must be assumed by the teacher together with the role of guide, counselor or mentor. Project-based learning becomes a very appropriate tool for this role exchange. The present work aims to design a didactic proposal based on Project based Learning combining this methodology with other strategies (Collaborative Learning, manipulative material and use of ICT) which are also very interesting and innovative for today's teaching. The aim of teaching nowadays must be the integral development of students and their adaptation to the society in which they live, through the acquisition of key competences that will enable them to face a successful future.

Keywords: Compulsory Secondary Education, Geometry, Project Based Learning, Collaborative Learning, Manipulative Material.

Índice de contenidos

1. Introducción	9
1.1. Justificación.....	10
1.2. Planteamiento del problema	12
1.3. Objetivos	13
1.3.1. Objetivo general	13
1.3.2. Objetivos específicos	13
2. Marco teórico.....	14
2.1. Importancia de la Geometría.....	14
2.2. Teorías de los procesos cognitivos en el aprendizaje de Geometría	15
2.2.1. Piaget	15
2.2.2. Van Hiele.....	16
2.3. Dificultades en el aprendizaje de figuras geométricas.....	19
2.4. Aprendizaje basado en Proyectos en el aula para enseñar Geometría	21
2.4.1. Contexto social y legislativo	21
2.4.2. Transformación en el ámbito educativo	22
2.4.3. AbP en el aula	23
2.4.4. AbP y Aprendizaje Colaborativo para enseñar Geometría.....	25
2.5. El uso de material manipulativo en Geometría	26
2.5.1. Clasificación del material manipulativo	26
2.5.2. Lista de Materiales Manipulativos	28
2.6. El uso de las TIC.....	30
2.7. Propuestas para el aula.....	31
3. Propuesta de intervención	33
3.1. Presentación de la propuesta	33

3.2.	Contextualización de la propuesta	35
3.2.1.	Entorno y características del centro educativo	35
3.2.2.	Alumnado del aula	36
3.2.3.	Legislación	37
3.3.	Intervención en el aula	38
3.3.1.	Objetivos.....	38
3.3.2.	Competencias	41
3.3.3.	Contenidos.....	43
3.3.4.	Metodología	46
3.3.5.	Cronograma y secuenciación de actividades	47
3.3.1.	Atención a la diversidad	57
3.3.2.	Recursos.....	58
3.3.3.	Evaluación.....	59
3.4.	Evaluación de la propuesta	64
3.4.1.	Autoevaluación: análisis DAFO	65
3.4.2.	Cuestionario para los alumnos y para el docente	65
4.	Conclusiones.....	66
5.	Limitaciones y prospectiva	67
	Referencias bibliográficas.....	69
Anexo A.	Recursos para las actividades.....	77
Anexo B.	Encuestas realizadas	101
Anexo C.	Fotos del material manipulativo	107

Índice de figuras

Figura 1. <i>Porcentaje de alumnado de Secundaria que alcanza un nivel mínimo de competencia en matemáticas según PISA 2018</i>	11
Figura 2. <i>Variación porcentual de alumnado de Secundaria que alcanza un nivel mínimo de competencia matemática, según PISA, entre 2015 y 2018</i>	11
Figura 3. <i>Fases del Modelo de Van Hiele</i>	18
Figura 4. <i>Cono de Aprendizaje de Edgar Dale</i>	22
Figura 5. <i>Elementos esenciales de un buen proyecto</i>	24
Figura 6. <i>El Aprendizaje basado en Proyectos en 10 pasos</i>	25
Figura 7. <i>Clasificación de Barrantes y Balletbo de los materiales manipulativos</i>	28
Figura 8. <i>Pasos AbP Proyecto Geometría y Deporte en Vallecas</i>	46
Figura 9. <i>Lluvia de ideas con JamBoard (Actividad 1)</i>	77
Figura 10. <i>Dossier de Proyecto (Actividad 2)</i>	80
Figura 11. <i>Dossier de Proyecto (Actividad 3)</i>	88
Figura 12. <i>Dossier de Proyecto (Actividad 4)</i>	91
Figura 13. <i>Dossier de Proyecto (Actividad 5)</i>	92
Figura 14. <i>Dossier de Proyecto (Actividad 6-7)</i>	97
Figura 15. <i>Plantilla para el Cuaderno de Proyecto (Actividad 2)</i>	99
Figura 16. <i>Software edición videos (Actividad 2)</i>	100
Figura 17. <i>Encuesta a alumnos</i> Encuesta a alumnos.....	101
Figura 18. <i>Encuesta al profesor</i> Encuesta al profesor	104
Figura 19. <i>Maqueta pista de fútbol</i> Maqueta pista de fútbol	107
Figura 20. <i>Maqueta cancha de baloncesto</i> Maqueta cancha de baloncesto.....	110

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Niveles de razonamiento de Van Hiele</i>	17
Tabla 2. <i>Principales errores en Geometría asociados al libro de texto</i>	20
Tabla 3. <i>Clasificación de Villaroel y Sgreccia de los materiales manipulativos</i>	27
Tabla 4. <i>Materiales Manipulativos</i>	28
Tabla 5. <i>Esquema programación didáctica</i>	34
Tabla 6. <i>Objetivos de etapa según Decreto 48/2015</i>	39
Tabla 7. <i>Relación de contenidos específicos con elementos curriculares</i>	44
Tabla 8. <i>Relación de contenidos transversales con elementos curriculares</i>	45
Tabla 9. <i>Secuenciación de actividades</i>	47
Tabla 10. <i>Ficha de actividad 1</i>	48
Tabla 11. <i>Ficha de actividad 2</i>	49
Tabla 12. <i>Ficha de actividad 3</i>	50
Tabla 13. <i>Ficha de actividad 4</i>	51
Tabla 14. <i>Ficha de actividad 5</i>	52
Tabla 15. <i>Ficha de actividad 6</i>	53
Tabla 16. <i>Ficha de actividad 7</i>	54
Tabla 17. <i>Ficha de actividad 8</i>	55
Tabla 18. <i>Ficha de actividad 9</i>	56
Tabla 19. <i>Recursos y materiales</i>	58
Tabla 20. <i>Medios, técnicas e instrumentos de evaluación</i>	60
Tabla 21. <i>Lista de control (actividades 1, 2, 3, 5 y 7)</i>	61
Tabla 22. <i>Escala de valoración</i>	62
Tabla 23. <i>Rúbrica (cuaderno de Proyecto)</i>	63
Tabla 24. <i>Criterios de evaluación y calificación</i>	64

Tabla 25. *Matriz DAFO*.....65

1. Introducción

Este Trabajo Final de Estudios (TFE) corresponde al Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas, en su especialidad de Matemáticas.

Con el objetivo de diseñar una propuesta de intervención mediante la elaboración de una unidad didáctica englobada en el bloque 3 Geometría del currículo que establece el Decreto 48/2015 la Comunidad de Madrid, este trabajo pretende dar respuesta a un bajo nivel en el rendimiento académico de los alumnos de 2º curso de la ESO, en la competencia de Matemáticas, en España, y en particular en la Comunidad de Madrid, comparado con el nivel de otros estudiantes de la Unión Europea (MEFP, 2021).

En primer lugar, se realizará una justificación y planteamiento del problema considerado. Posteriormente se plantearán el objetivo general y los objetivos específicos que persigue el trabajo, para continuar con el marco teórico en el que se realizará un análisis sobre dificultades en el proceso de aprendizaje de la Geometría, se investigará el trabajo de diversos autores que han profundizado sobre los procesos cognitivos asociados al aprendizaje de la Geometría, se indagará sobre la idoneidad del Aprendizaje basado en Proyectos (AbP) como metodología para implementar en el aula en la propuesta de intervención, y, por último, se analizarán otras estrategias complementarias al AbP, como el trabajo colaborativo y el uso de material manipulativo y las TIC, para acercar al alumno a los conceptos de la Geometría, con el objetivo de obtener un aprendizaje significativo por parte del alumnado.

Finalmente, la propuesta de intervención se realizará a través del diseño de una unidad didáctica centrada en los contenidos de figuras planas, cuerpos geométricos y áreas. Incluirá el planteamiento de actividades a desarrollar en las distintas sesiones, identificará las competencias clave que se pretende que adquieran los estudiantes, la metodología principal (Aprendizaje basado en Proyectos), estrategias complementarias, planificación de la unidad mediante cronograma y secuenciación de los contenidos, los recursos que se van a emplear (centrándose en material manipulativo), y por último, la evaluación que se pretende llevar al aula para obtener evidencias del aprendizaje adquirido por los alumnos.

1.1. Justificación

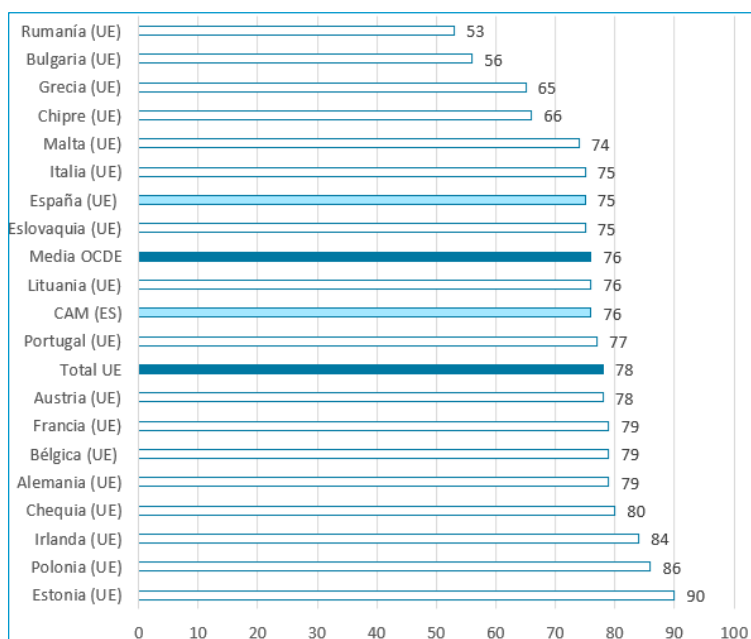
Ante las dificultades encontradas por la autora en los estudios de ingeniería para el desarrollo de la visión espacial cursando la asignatura de dibujo técnico, este estudio investiga los principales obstáculos detectados en etapas previas (Educación Secundaria) con relación a la asignatura de Geometría, y los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del alumno de la materia.

Además, la propuesta de intervención que se elabora en este trabajo dará respuesta a la problemática planteada por el bajo rendimiento en la competencia matemática de los alumnos de la Comunidad de Madrid, y en general de España, con respecto a otros países de la Unión Europea (UE), en 2º nivel de Educación Secundaria Obligatoria, según reflejan distintos indicadores recogidos por el Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP, 2021).

El Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) y la Subdirección General de Estadística y Estudios del Ministerio de Educación y Formación Profesional, en su colaboración con el informe del Sistema estatal de indicadores de la educación 2021, publica datos que evalúan el sistema educativo español en distintas competencias. Para la etapa de Educación Secundaria, se basa en los resultados del Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe PISA (*Programme for International Student Assessment*), en el que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) evalúa cada tres años el rendimiento académico de alumnos de 15 años de distintos países del mundo.

Los resultados de PISA 2018 con relación a la competencia matemática, según el indicador *Nivel mínimo de competencia en Matemáticas* (porcentaje de alumnos que al final de la enseñanza Secundaria obligatoria han alcanzado el nivel mínimo de competencia matemática), indican que España (75%) se sitúa ligeramente por debajo de la OCDE (76%) y por debajo del total de la UE (78%). Los datos por comunidades autónomas indican que la Comunidad de Madrid (76%) también se encuentra en niveles inferiores a la UE, como se refleja en la Figura 1 (MEFP, 2021).

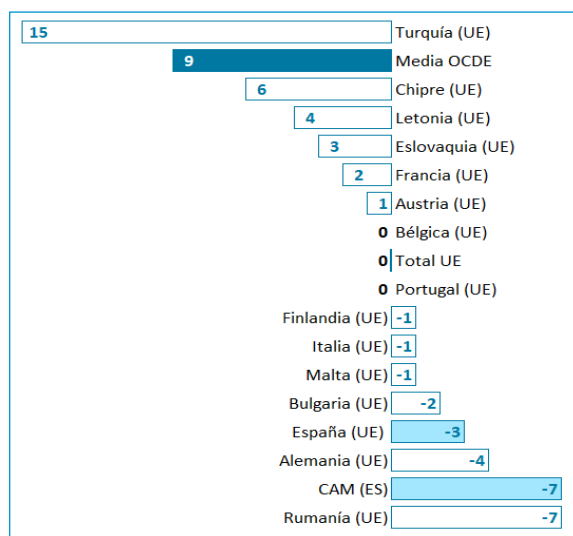
Figura 1. Porcentaje de alumnado de Secundaria que alcanza un nivel mínimo de competencia en matemáticas según PISA 2018



Fuente: Elaboración propia según MEFP, 2021

Además, en la Figura 2, se observa cómo se manifiesta un retroceso en este mismo indicador respecto a los resultados obtenidos en PISA 2015, cuantificados para España en 3 puntos porcentuales (p.p.) y en la Comunidad de Madrid en 7p.p., siendo el peor resultado por comunidades autónomas del país (MEPF, 2021).

Figura 2. Variación porcentual de alumnado de Secundaria que alcanza un nivel mínimo de competencia matemática, según PISA, entre 2015 y 2018



Fuente: Elaboración propia según MEFP, 2021

El informe *Sistema estatal de indicadores de la educación 2021*, refleja también el porcentaje de personas de 18 a 24 años que cuentan como nivel máximo de estudios la primera etapa de la ESO o anteriores niveles educativos, y España (16%), supera ampliamente en puntos porcentuales al objetivo marcado por la UE para 2020 (9,9%).

Otro informe promovido por la OCDE, el Estudio Internacional sobre la Enseñanza y el aprendizaje TALIS (*Teaching and Learning International Survey*), arroja los resultados de una encuesta realizada a nivel internacional a profesores de educación Secundaria y directores de centros, sobre contextos de aprendizaje y condiciones laborales de los docentes. Méndez (2015), a partir de la información de PISA 2012 y TALIS 2013, relaciona la influencia de las prácticas docentes en el rendimiento del alumno. Las conclusiones apuntan a la importancia de las técnicas de enseñanza, la formación del profesor y habilidades no cognitivas tanto del estudiante como del profesor (p.49).

1.2.Planteamiento del problema

Motivado por la necesidad de hacer frente al bajo nivel en el dominio de la competencia matemática de los estudiantes de la Comunidad de Madrid, la necesidad de trabajar de forma transversal otras competencias clave como se recoge en la legislación vigente, LOE (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo) y LOMCE (Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre), y la necesidad de transformación y renovación de los sistemas de enseñanza tradicionales que requiere la sociedad actual, se plantea un Aprendizaje basado en Proyectos como metodología innovadora capaz de dar solución a estas necesidades.

Trujillo (2015) indica que “El aprendizaje basado en proyectos es una metodología que permite a los alumnos adquirir los conocimientos y competencias clave en el siglo XXI mediante la elaboración de proyectos que dan respuesta a problemas de la vida real” (p.5).

Los fundamentos de esta metodología son:

- El docente abandona la exposición de los contenidos y se centra en crear situaciones de aprendizaje. El conocimiento se elabora en un trabajo colaborativo entre docente y alumno.

- El alumno participa activamente en el Proyecto mediante multitud de tareas: reconocimiento de problemas, priorización, búsqueda y recogida de información, interpretación de datos, gestión del trabajo, extracción de conclusiones...etc.

Y con ello se aprenden contenidos de manera significativa (Trujillo, 2015).

Se planteará la combinación de esta metodología con otras estrategias de aprendizaje como el uso de material manipulativo o el Aprendizaje Colaborativo con el fin de potenciar el resultado del proceso de enseñanza y la motivación del grupo.

Además, en Geometría se hace especialmente necesario conectar la materia con la realidad y su entorno para, de esta manera, llegar a comprender e interiorizar los principales conceptos y definiciones geométricas, y entender la importancia de su aprendizaje, fomentando así el interés del alumno.

A continuación, se describen los objetivos, general y específicos, que se han fijado en este TFE para dar respuesta a las necesidades planteadas al inicio de este apartado.

1.3.Objetivos

1.3.1. Objetivo general

El objetivo general del presente trabajo es elaborar una propuesta didáctica de intervención a través de Aprendizaje basado en Proyectos, trabajo colaborativo, material manipulativo y uso de las TIC, dentro del bloque 3 de Geometría de 2º de Educación Secundaria Obligatoria.

1.3.2. Objetivos específicos

El objetivo general se alcanzará mediante el logro de los siguientes objetivos específicos:

- Identificar las dificultades principales en Geometría de 2º de la ESO.
- Investigar sobre el Aprendizaje basado en Proyectos y su aplicación a Geometría de 2º ESO.
- Analizar las ventajas del trabajo colaborativo, el uso de material manipulativo y el empleo de las TIC, como estrategias de aprendizaje.
- Diseñar actividades para las sesiones incluidas en la propuesta de intervención que se va a desarrollar para Geometría en 2º ESO.

2. Marco teórico

Para la elaboración de este apartado, la autora ha realizado una búsqueda y revisión bibliográfica en la biblioteca de UNIR empleando como recursos principales Google Académico, Re-Unir y Dialnet. Los principales criterios de selección de documentación han sido: artículos recientes, preferentemente de los últimos diez años, y artículos con mayor índice de citas.

Los artículos investigados están orientados a conocer la importancia del estudio de la Geometría dentro del currículo de matemáticas en Educación Secundaria, qué teorías han sido desarrolladas sobre los procesos cognitivos que intervienen en el individuo a lo largo de su desarrollo biológico para el conocimiento e interpretación del espacio, entendido como conjunto de elementos y figuras geométricas, y qué dificultades se encuentra el alumno, cuando llega a la etapa de secundaria, para entender e interpretar conceptos geométricos y resolver problemas. Una vez conocidos los principales obstáculos y métodos de enseñanza deficitarios que han llevado tradicionalmente al fracaso en el estudio de la Geometría, se ha profundizado sobre los aspectos clave de una de las metodologías más innovadoras que se están implantando en las aulas, el Aprendizaje basado en Proyectos, seleccionada por tener un gran componente de conexión con la realidad y el espacio que rodea al alumno, básico en el estudio de Geometría.

Se ha realizado también una búsqueda bibliográfica sobre estrategias con las que acompañar la metodología AbP como es el trabajo colaborativo y otras, que han resultado especialmente útiles para la enseñanza de Geometría: el uso de material manipulativo y las TIC. Para completar la investigación, se ha indagado sobre trabajos recientes de otros autores, similares a los que aborda este TFE, con el objetivo de conocer experiencias concretas planteadas en la materia.

2.1. Importancia de la Geometría

La Geometría es, quizás, la rama de las Matemáticas que más está relacionada con el entorno en el que nos desenvolvemos a diario, en cada imagen que vemos podemos

encontrar multitud de conceptos relacionados con la Geometría: espacio, plano, recta, ángulos, figuras geométricas...etc. Esto nos da una oportunidad de desarrollar plenamente la competencia matemática y su objetivo de relacionar conceptos matemáticos con la vida real. “La Geometría se constituye en el lenguaje a través del cual entendemos la realidad” (Vargas y Gamboa, 2013, p.75). Se trata de un modelo para la realidad, para nuestro entorno.

Además, la Geometría ayuda al desarrollo de la intuición y el crecimiento del pensamiento espacial, relacionado con el hemisferio derecho del cerebro, al que se le atribuyen habilidades espaciales y visuales, y la creatividad (Andonegui, 2006, p.9). Pero también contribuye con el desarrollo de la parte izquierda, asociada a la lógica. En definitiva, se convierte en una disciplina que fortalece el equilibrio de ambos hemisferios (Fernández-Nieto, 2018).

Son muchas las aplicaciones de la Geometría en otras ramas de las Matemáticas: el concepto geométrico de recta nos ayuda a comprender su representación algebraica, diversidad de teoremas matemáticos se fundamentan en su construcción gráfica y es imprescindible también, para la representación de funciones. Ruiz (2001) hace una reflexión y elabora una interesante práctica para la explicación de la probabilidad a partir de conocimientos de Geometría. Ni que decir sobre la presencia de la Geometría en prácticamente todos los campos de las Ciencias (arquitectura, ingeniería, geografía, física, etc.).

Como indica Vargas y Gamboa (2013), es necesario que el docente guíe al alumno en la enseñanza de la Geometría, y facilite que este la descubra y se beneficie de las posibilidades que le abre esta rama de las Matemáticas.

2.2. Teorías de los procesos cognitivos en el aprendizaje de Geometría

2.2.1. Piaget

A través de sus obras *La representación del espacio en el niño* (1947) y *La Geometría espontánea en el niño* (1948), y dentro del contexto de su teoría sobre el desarrollo cognitivo, Jean Piaget hace un estudio sobre el desarrollo del conocimiento espacial en el individuo.

Ochaíta (1983) examina la obra de Piaget relativa a la evolución del concepto de espacio en el individuo, a través del análisis de ensayos realizados por el autor constructivista y sus colaboradores, destacando los siguientes aspectos:

- 1) El desarrollo del conocimiento espacial en el niño no se produce solo a través de la percepción visual, se trata del resultado de un proceso evolutivo en el que se sumerge el individuo desde su nacimiento hasta la adolescencia.
- 2) Existen tres tipos de relaciones espaciales:
 - Topológicas: considera el espacio dentro de una figura o un objeto determinado.
 - Proyectivo: tiene en cuenta el objeto dentro de un sistema proyectivo.
 - Euclídeo: contempla el objeto con respecto a unos ejes coordenados (espacio euclidiano o métrico).
- 3) El conocimiento espacial, al igual que el intelectual se desarrolla a lo largo de cuatro estadios:
 - Periodo sensoriomotor (0 - 2 años):
 - Periodo preoperativo (3 - 7/8 años)
 - Periodo de operaciones concretas (7/8 años - 11/12 años)
 - Periodo de las operaciones formales (11/12 años - adolescencia)

De esta manera, la noción de espacio va tomando sentido a medida que el niño va teniendo capacidad de moverse, coordinar sus acciones e incorporarlas al espacio que le rodea (proceso biológico). “Según Piaget, el desarrollo espacial en el sujeto se produce de acuerdo a las vivencias experimentadas por el niño: en primer lugar, topológicas y posteriormente proyectivas y euclidianas” (Castro, 2014, p.167).

2.2.2. Van Hiele

La teoría de Van Hiele, basada en las investigaciones doctorales de los profesores de enseñanza Secundaria Dina van Hiele y Pierre M. van Hiele, es un modelo de enseñanza-aprendizaje de Geometría. Abarca dos componentes:

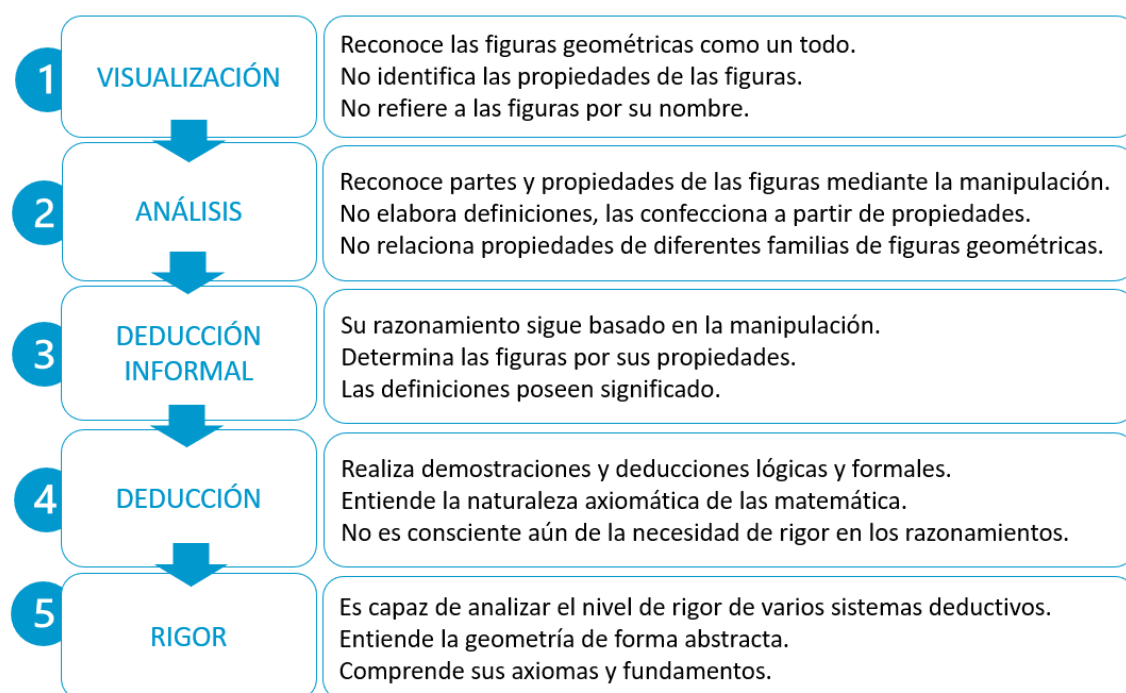
- Descriptiva, expone que los estudiantes, durante el proceso de aprendizaje de la Geometría, atraviesan por una serie de niveles de razonamiento, que suponen el entendimiento y aplicación de conceptos geométricos de forma diferente. Estos

niveles son secuenciales y están ordenados, de tal forma que no es posible saltarse ninguno.

- Instructiva, determina una serie de pautas o fases para el profesor, con el objetivo de mejorar el progreso de los estudiantes en cada uno de los niveles de razonamiento geométrico (Jaime, 1993, p.19).

En la Tabla 1 se detallan los niveles de razonamiento por lo que atraviesa el individuo en el aprendizaje de Geometría, con sus características principales.

Tabla 1. Niveles de razonamiento de Van Hiele



Fuente: Elaboración propia según Vargas y Gamboa, 2013, pp.82-83

Autores como Gutiérrez y Jaime (1991) afirman que el último nivel está solo al alcance de matemáticos profesionales o alumnos de Universidad con altas aptitudes en Geometría.

Las fases del Modelo de Van Hiele (Fouz y De Donosti, 2005, pp. 72-73), se van sucediendo dentro de cada uno de los niveles:

- Fase 1ª Preguntas/Información: es la toma de contacto o acercamiento con el alumno. Se detectan conocimientos previos y nivel de razonamiento del alumno. El profesor informa sobre metodologías, actividades y materiales a emplear.

- Fase 2ª Orientación dirigida: el profesor dirige a través de una serie de actividades concretas y secuenciadas, para que el alumno realice un aprendizaje adecuado, y los orienta hacia la solución.
- Fase 3ª Explicación (explicitación): los alumnos entre sí y con el profesor comentan los resultados obtenidos, intercambian ideas y experiencias. De este modo se trabaja con el alumno, el orden, análisis y comprensión de los conceptos. El profesor debe dirigir su actuación a corregir el lenguaje conforme a lo que requiere el nivel.
- Fase 4ª Orientación libre: se desarrollan actividades más complejas para aplicar los conocimientos y el lenguaje adquirido previamente. Lo ideal son actividades o problemas abiertos, que se pueden resolver de distinta forma, lo que requiere una justificación del razonamiento aplicado.
- Fase 5ª Integración: no se introducen nuevos conceptos, las actividades están enfocadas a trabajar sobre una visión general de los conceptos aprendidos en las fases anteriores, integrando los nuevos conocimientos a los ya existentes.

Figura 3. Fases del Modelo de Van Hiele



Fuente: Elaboración propia según Fouz y Donosti, 2005.

2.3. Dificultades en el aprendizaje de figuras geométricas

En este punto cabe preguntarse qué dificultades encuentran los alumnos a la hora de estudiar Geometría en general, y en particular, las figuras geométricas.

Báez e Iglesias (2007) realizan un estudio para analizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría e identificar factores de mejora. Las conclusiones apuntan a que los alumnos no muestran interés ni dan importancia al estudio de Geometría, y se establecen como causas, que trabajan de forma individual los contenidos de la asignatura, que los profesores no se apoyan en estrategias ni recursos para fomentar la motivación del alumno y no actualizan su formación con las últimas metodologías y tecnologías, y que, en general, la Geometría se imparte de manera tradicional tomando el alumno un papel pasivo.

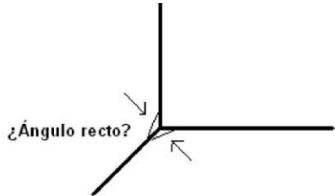
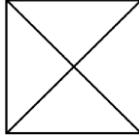
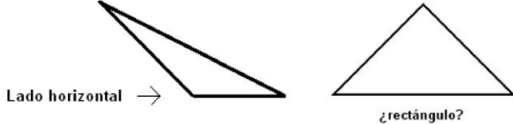
La enseñanza tradicional de la Geometría ha estado ligada a una intensa tendencia a la memorización de conceptos que, a su vez, estaban basados en otros conceptos, que también se habían memorizado y no se habían llegado a comprender por parte del alumno. Además, los problemas se realizaban de forma automática mediante la aplicación de una serie de reglas métricas (cálculos ángulos, alturas, áreas...), sin detenerse a analizar las propiedades geométricas de las figuras. Esto ha llevado a un gran fracaso en el aprendizaje de esta materia (Barrantes et al., 2014, p.26).

Para Barrantes y Blanco (2004) la forma de preparar e impartir clase se ve influenciada en muchos casos por la propia experiencia del profesor en su época de estudiante.

En el aprendizaje de figuras geométricas, estudiamos las dificultades del alumno desde el punto de vista de analizar el esquema mental que se produce en él cuando se le supone adquirido un concepto. El esquema conceptual es “el conjunto de todas las imágenes mentales del estudiante asociadas al concepto, juntamente con todas las propiedades que le caracterizan” (Tall y Vinner, 1981, citado en Azcárate, 1997, p.28).

Barrantes y Zapata (2008), analizan y clasifican los principales obstáculos y errores que se encuentra un estudiante de Primaria y Secundaria para el aprendizaje de las figuras geométricas, asociado a el empleo del libro de texto como recurso didáctico exclusivo y a la enseñanza-aprendizaje de la Geometría tradicional (Tabla 2).

Tabla 2. Principales errores en Geometría asociados al libro de texto

<p>Simbología visual del concepto</p> <p>Se representan las figuras geométricas con un solo dibujo. La bidimensionalidad de la representación lleva a distintas interpretaciones. No se presta atención a la simbología.</p>							
							
<p>Distractores</p>							
<p>De orientación: se orientan las figuras de una determinada forma lo que lleva al alumno a asimilar propiedades erróneas.</p>	<p>De estructuración: se obvian propiedades en una definición.</p>						
							
<p>Nombres</p> <p>Se asocia nombres a los conceptos más comúnmente utilizados.</p>							
<p>Polígono=cuadrado o pentágono / Sólido=poliedro o cilindro.</p>							
<p>Imágenes reales del concepto</p> <p>Se relacionan imágenes reales con conceptos abstractos a través de fotografías.</p>							
<p>Vaso=cilindro / Paraguas=octógono</p>							
<p>Definiciones</p> <p>Se producen errores derivados de la expresión gramatical del concepto. Se utilizan solo definiciones para explicar un concepto (el alumno necesita ejemplos visuales para que impacten más en él).</p>							
<p>Triángulo isósceles=tiene dos lados iguales / Triángulo equilátero ¿es isósceles?</p>							
<p>Clasificadores</p> <p>Se producen errores derivados de la clasificación que se realiza de un conjunto de conceptos geométricos.</p>							
<p>Clasificación por partición</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">triángulos equiláteros</td> <td style="padding: 5px;">triángulos isósceles</td> <td style="padding: 5px;">triángulos escalenos</td> </tr> </table>	triángulos equiláteros	triángulos isósceles	triángulos escalenos	<p>Clasificación por inclusión</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">triángulos equiláteros</td> <td style="padding: 5px;">triángulos isósceles</td> <td style="padding: 5px;">triángulos</td> </tr> </table>	triángulos equiláteros	triángulos isósceles	triángulos
triángulos equiláteros	triángulos isósceles	triángulos escalenos					
triángulos equiláteros	triángulos isósceles	triángulos					

Fuente: Elaboración propia a partir de Barrantes y Zapata, 2008.

2.4. Aprendizaje basado en Proyectos en el aula para enseñar Geometría

2.4.1. Contexto social y legislativo

Los modelos de educación están influenciados y tratan de dar respuesta a circunstancias políticas, económicas y culturales de la sociedad. Recientemente, aspectos como la globalización, la economía de mercado, el auge de las nuevas tecnologías y las redes sociales o el paro juvenil han provocado un cambio en la sociedad del siglo XXI.

Bauman (2015) realiza un análisis sociológico y denomina a la sociedad actual como “modernidad líquida”. Uno de los puntos principales de la obra de Zygmunt Bauman consiste en que cada vez más nos apartamos del sentido del ser humano como perteneciente a una sociedad, para dar paso al individualismo (Hernández, 2016, p.1).

En la “sociedad sólida” el conocimiento era inmutable, incuestionable y duradero ya que respondía a una sociedad ordenada, estable y predecible, y se transmitía a través de las generaciones sin apenas transformarse (Battiston, 2017). En cambio, actualmente nos encontramos ante una “sociedad líquida” cambiante, caótica, individualista, consumista e inmersa en continuo desarrollo tecnológico.

Dentro de este contexto social, la legislación española introduce el aprendizaje por competencias. La definición de competencia y competencias clave se incluye inicialmente en la Recomendación 2006/962/EC del Parlamento europeo y del Consejo del 18 diciembre de 2006: “una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto. Las competencias clave son aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personales, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo” (p.4).

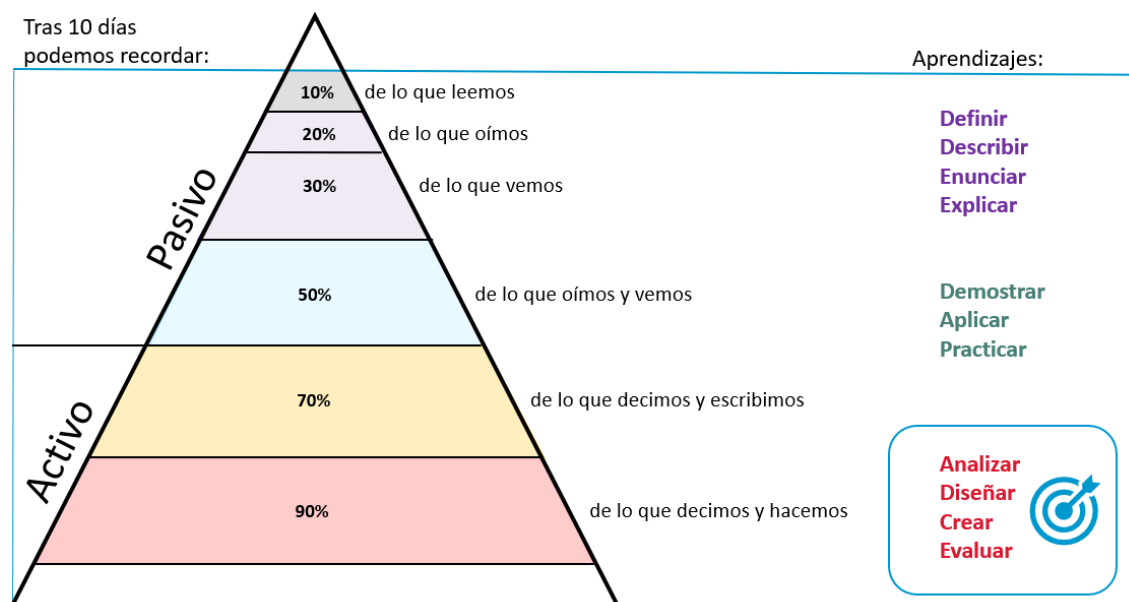
En España, la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE) introduce el concepto de competencia, la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), desarrolla un modelo de currículo basado en competencias y finalmente, en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, se identifican estas competencias clave.

2.4.2. Transformación en el ámbito educativo

Parece evidente que, fruto del cambio social y de la transformación del marco legislativo de la Educación, ésta se enfrenta al reto de adaptarse a la nueva situación en la que el conocimiento es dinámico y está siendo continuamente cuestionado, y el aprendizaje debe adaptarse a un modelo basado en adquisición de competencias.

Según Trujillo (2013), la educación se encuentra a veces anclada al pasado. Cuando a los individuos que salen de su etapa formativa se les está exigiendo cada vez más versatilidad y capacidad para afrontar diversidad de tareas y proyectos en lugar de currículos brillantes en sus carreras formativas, algunos docentes siguen basando sus modelos de enseñanza en la transmisión de conocimientos a través de la palabra y en la memorización de conceptos. Es necesario dar paso a los pilares del nuevo conocimiento del siglo XXI, la investigación, el planteamiento de preguntas y la capacidad para relacionarse con otros individuos en la búsqueda de respuestas. Los verbos buscar, elegir, discutir, aplicar, errar, corregir, ensayar constituyen la mejor alternativa al verbo memorizar.

Figura 4. Cono de Aprendizaje de Edgar Dale



Fuente: elaboración propia según Trujillo, 2015, p.4

El conocimiento del siglo XXI no es propiedad del docente, se construye a través de un proceso de trabajo entre estudiante y docente y el papel del alumno no debe limitarse a

la escucha, sino que debe participar activamente en procesos cognitivos de rango superior (Trujillo, 2013).

2.4.3. AbP en el aula

El Aprendizaje basado en Proyectos (AbP) se convierte de una alternativa muy interesante para dar respuesta a las nuevas necesidades, pues se producen en él evidencias de un aprendizaje más significativo que en un modelo de enseñanza tradicional.

Mediante AbP, según Trujillo (2013) se promueve la socialización del estudiante en tres sentidos, entre estudiantes y con el profesor, hacia fuera del aula mediante los trabajos de investigación, y en ocasiones hacia dentro del aula, cuando familiares o voluntarios participan del proceso (Comunidades de Aprendizaje).

El principio de esta metodología reside en que la adquisición del conocimiento consiste en que el alumno desarrolle habilidades y actitudes para llegar a ese conocimiento. Entre las habilidades principales se encuentra la comunicación y la creatividad, entre las actitudes fundamentales el compromiso y la responsabilidad.

A grandes rasgos se trata de plantear un proyecto, que esté de alguna manera relacionado con la vida real, debatirlo en clase y partir de ahí, el alumno tiene que realizar, por grupos un trabajo de investigación y búsqueda de información, guiado por el profesor, hasta llegar a construir un resultado final, que se llamará producto. Las ventajas asociadas a esta metodología:

- Conecta al alumno con la vida real y los acerca, de alguna manera, al trabajo que se desarrolla en el entorno laboral futuro.
- Se adquieren competencias de búsqueda de información y habilidades interpersonales como las relaciones sociales y la comunicación.
- Permite trabajar de forma multidisciplinar y transversal entre varias materias.
- Aumenta la motivación y la autoestima, relacionadas con la consecución del objetivo inicial planteado.

Un buen proyecto debe tener sentido para el alumno y un propósito educativo, y debe contener ocho aspectos fundamentales (Trujillo, 2015), como se muestra en la Figura 5:

Figura 5. Elementos esenciales de un buen proyecto



Fuente: Elaboración propia según Trujillo, 2015, p.7

Sin embargo, la metodología no está exenta de dificultades, entre otras (Trujillo, 2012, p.10)

- Mayor trabajo por parte del profesor para su implementación.
- Necesidad de materiales y recursos, no siempre al alcance del docente.
- Posiciones enfrentadas en el claustro ante la propuesta de su implantación.
- Los ejemplos y modelos no están lo suficientemente difundidos entre el profesorado.
- Su implantación requiere un proceso continuo de evaluación y actualización encaminada hacia la mejora continua.

El rol del profesor debe consistir en orientar y acompañar al estudiante en el camino hacia los objetivos, promover el diálogo entre los alumnos, y permitir al estudiante descubrir por sí mismo el error y aprender de él (Bretel, 2019).

El AbP está secuenciado en diferentes tareas que el docente debe planificar y preparar a través de actividades, situaciones y contextos que lleven al alumno a involucrarse y motivarse hacia la consecución del objetivo, y con ello lograr un aprendizaje significativo. El producto final tiene que ser presentado por el profesor desde el inicio, así como la organización las distintas actividades, la planificación de los tiempos y la evaluación que se va a realizar, tal y como se secuencia en la Figura 6:

Figura 6. El Aprendizaje basado en Proyectos en 10 pasos



Fuente: Elaboración propia según Hernando (2015, p.91)

Según Trujillo (2013) la clave para la evaluación en un contexto de enseñanza alternativa a través de Proyectos es definir si el proyecto ha resultado exitoso o no, y para ello, establecer las evidencias de ese éxito y disponer de mecanismos de recogida de datos y de estrategias de análisis e interpretación de esas evidencias.

Aprender a través de proyectos en educación secundaria y bachillerato no solo representa una opción eficaz para la adquisición de conocimientos sino también para la socialización del alumnado, para la integración del currículum y para la atención a la diversidad en contextos complejos (Trujillo, 2015, p.15).

2.4.4. AbP y Aprendizaje Colaborativo para enseñar Geometría

El Aprendizaje Colaborativo consiste en formar grupos reducidos de alumnos para que estos trabajen juntos y de esta manera optimizar tanto su aprendizaje como el del resto del grupo, lo que lleva asociado una reconfiguración de roles tanto del profesor como del alumno. El estudiante pasa a ser responsable y se hace cargo de su propio aprendizaje y el del resto del grupo, se motiva para solucionar tareas y comprender ideas y conceptos, se abre a otras ideas, y, por último, se entrena en desarrollar estrategias para resolver obstáculos. Por su parte, el profesor, se convierte en un “diseñador instruccional”, creando contextos, actividades y tareas que lleven a situaciones de aprendizaje interesantes, hace de “mediador cognitivo” fomentando la capacidad de razonamiento y

deducción del alumno y, por último, es un “instructor” que explica el proceso, lo monitoriza y guía, y, por último, lo evalúa y procesa (Collazos et al., 2001).

Para que se desarrolle adecuadamente el aprendizaje colaborativo se tiene que producir un aspecto clave denominado interdependencia positiva. Supone que el logro a nivel individual esté relacionado y sea dependiente del logro de todo el equipo, lo que incentiva al alumno a trabajar junto a los demás, Además esta interdependencia se traduce en una necesidad de repartir las tareas de forma complementaria en el grupo de trabajo y de compartir la información y el conocimiento (Collazos y Mendoza, 2006, p.65).

La combinación de AbP y Aprendizaje Colaborativo constituye una metodología muy completa e interesante para dar respuesta a las dificultades encontradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Geometría tal y como luego se desarrollará en la propuesta de intervención. Se tratará de conectar al alumno, en el aprendizaje de la Geometría, con su entorno, para entrenar la resolución de problemas de la vida cotidiana y trabajar con ellos la creatividad, la intuición, la capacidad de desarrollar estrategias, etc., y de este modo, llegar hasta un aprendizaje significativo.

2.5.El uso de material manipulativo en Geometría

El hecho de que el alumno pueda coger, tocar, manipular un elemento y relacionarlo con conceptos geométrico y sus propiedades ayuda a la comprensión del concepto y el porqué de sus características. El material manipulativo resulta un elemento clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en la etapa de Secundaria.

Barrantes et al. (2014) nos hablan de la importancia de la selección del material, que no debe ser ni demasiado sofisticado ni en poca cantidad ya que el alumno casi no podría manipularlo.

2.5.1. Clasificación del material manipulativo

Villaroel y Sgreccia (2011) presentan un registro de materiales manipulativos atendiendo a siete criterios:

- Calidad: dependiendo de la característica del material.
- Materia prima: según los recursos que se necesiten para su fabricación.
- Disponibilidad: con arreglo a la posibilidad de obtener dicho material.

- **Movilidad:** de acuerdo con el modo de interactuar con el material.
- **Dimensión:** según el concepto geométrico al que refiere.
- **Contenidos conceptuales:** conforme su eje de simetría.
- **Versatilidad:** dependiendo de la aplicación a otras áreas de las matemáticas o conocimiento.

Algunos ejemplos de estos materiales pueden verse en la tabla 3:

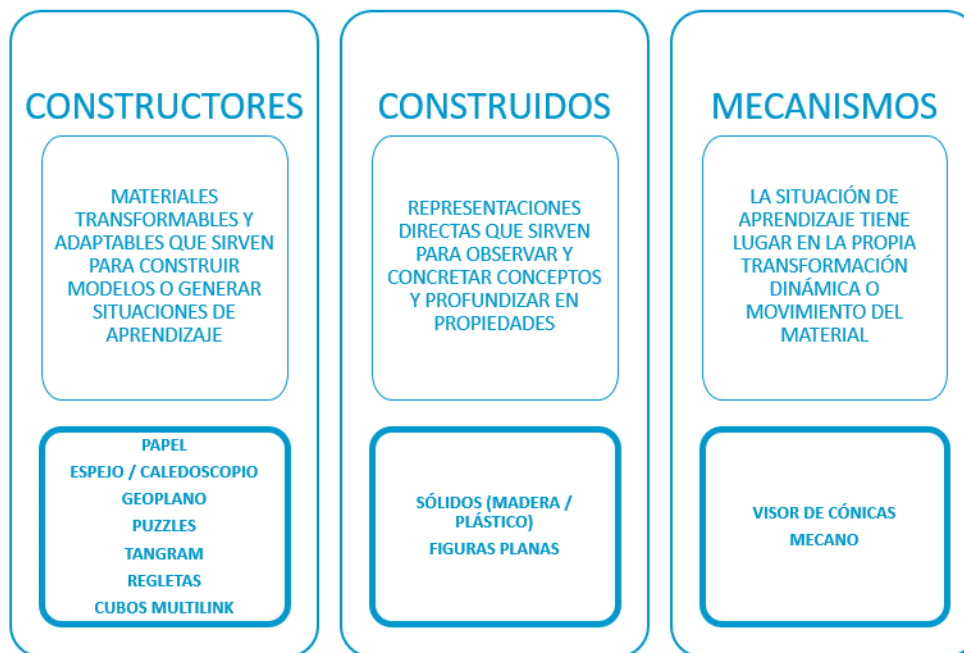
Tabla 3. Clasificación de Villaroel y Sgreccia de los materiales manipulativos

CUALIDAD	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Objeto tangible: modelos 2D/3D, tangram, geoplano, rompecabezas geométricos, objetos del entorno real. ❑ Técnica: origami.
MATERIA PRIMA	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Papel: origami. ❑ Cartón, cartulina, madera, plástico: modelos 2D/3D, tangram, rompecabezas geométricos, geoplano. ❑ Otros: objetos entorno real.
DISPONIBILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Construcción artesanal: modelos fijos 2D/3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, origami, caleidoscopios, varillas de mecano. ❑ Adquisición en comercios: espejos, papel/cartulina. ❑ Observación directa: entorno natural y artístico.
MOVILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Dinámico: rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas, origami, masa para modelar. ❑ Estático: modelos 2D/3D, objetos del entorno real (estatua).
DIMENSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Posiciones entre rectas y planos / Ángulos ❑ Sist. Referencia para ubicación puntos en el plano ❑ Cuerpos poliedros / Cuerpos redondos ❑ Lugares geométricos: círculos y circunferencia / Polígonos ❑ Transformaciones / Teorema de Thales y Semejanza
CONTENIDOS CONCEPTUALES	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Bidimensión: polinomios, rompecabezas, tangram, geoplano ortogonal. ❑ Tridimensión: cuerpos geométricos, cubos y policubos, geoplano isométrico. ❑ Bidimensión/ Tridimensión: poliformas, varillas de mecano, retículas, origami.
VERSATILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Intra e inter área Matemáticas: Medidas modelos 2D/3D, tangram, geoplano. Números rompecabezas geométricos. Funciones geoplano, objetos del entorno real. Estadística rompecabezas, objetos del entorno real. ❑ Otras áreas

Fuente: Elaboración propia según Villaroel y Sgreccia (2011)

Barrantes y Balletbo (2012) diferencian tres tipos de material manipulativo: constructores, contruidos y mecanismos (p.33), según la Figura 7:

Figura 7. Clasificación de Barrantes y Balletbo de los materiales manipulativos



Fuente: Elaboración propia según Barrantes y Balletbo (2012)

2.5.2. Lista de Materiales Manipulativos

A continuación, en la tabla 4, se incluye un listado de material manipulativo recogidos en los trabajos de Villaroel y Sgreccia (2011) y Campos (2020).

Tabla 4. Materiales Manipulativos

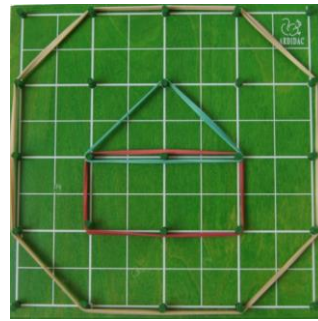
<p>Modelos fijos 2D: Bloques lógicos de Dienes</p>  <p>Fuente: https://sites.google.com/site/recursosdidacticoscatalogo/los-tipos-de-medios-y-materiales-didacticos/medios-manipulativos/bloques-logicos</p>	<p>Modelos fijos 3D: Cuerpos geométricos rígidos</p>  <p>Fuente: https://www.ecodukatoys.com/logica-y-razonamiento/278-set-19-cuerpos-geometricos-en-madera-de-learning-resources.html</p>
--	---

Tangram chino



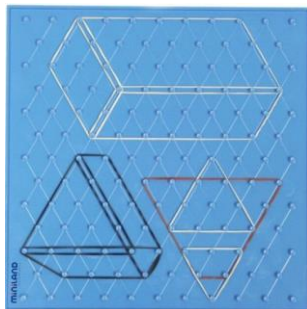
Fuente: <https://esp.grandado.com/products/tangram-rompecabezas-de-madera-de-7-piezas-para-ninos>

Geoplano ortogonal



Fuente: <https://aprendiendomatematicas.com/el-geoplano/>

Geoplano isométrico



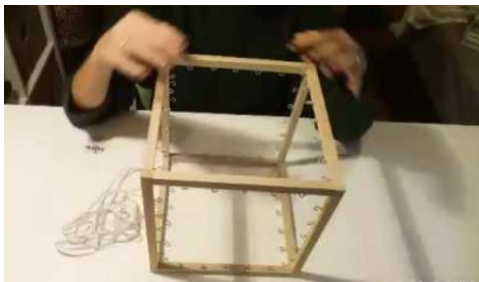
Fuente: <https://aprendiendomatematicas.com/el-geoplano/>

Geoplano circular



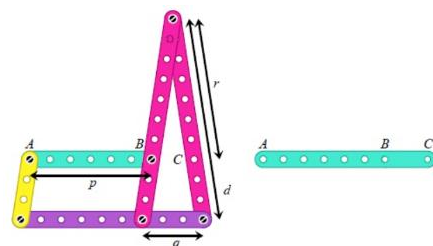
Fuente: <https://aprendiendomatematicas.com/el-geoplano/>

Geoespacio



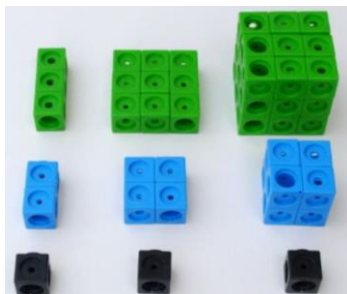
Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=u7ZkyttnlEo>

Mecano



Fuente: <https://www.gaussianos.com/cambiando-la-regla-y-el-compas-por-piezas-de-mecano/>

Cubos multilink



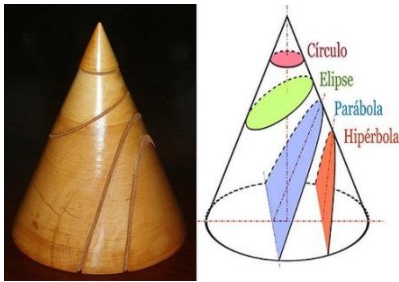
Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/838725130588385876/>

Regletas de cuisenaire



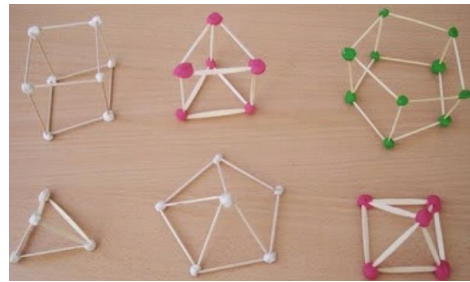
Fuente: <https://fun4us.org/2017/07/19/aprendemos-las-matematicas-con-las-regletas-de-cuisenaire/>

Cono de Apolonio o visor de cónicas



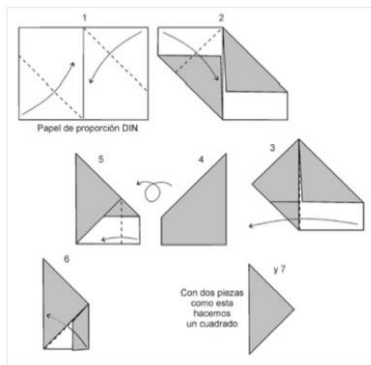
Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/129056345544302299/>

Poliedros con palillos



Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/735283076669965002/?d=t&mt=signup>

Origami o papiroflexia



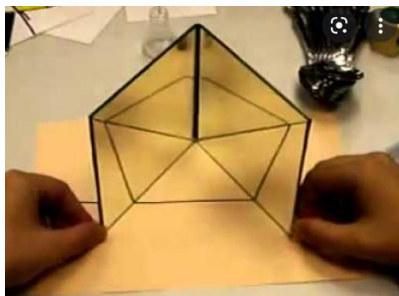
Fuente: <https://sanchomuel.wordpress.com/origami-y-educacion/>

Rompecabezas geométricos



Fuente: <https://www.joom.com/es/products/1508389576200694091-188-1-26193-54635190>

Espejos



Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=QWK9fKgbBuo>

Caleidoscopio



Fuente: <https://www.stem4math.eu/es/caleidoscopio>

Fuente: elaboración propia según fuentes indicadas

2.6.El uso de las TIC

Continuando con la conveniencia de aportar a los procesos de enseñanza de la Geometría nuevas estrategias que enriquezcan y profundicen el aprendizaje de la materia, cabe añadir el uso de las TIC.

Romero-Valderrama et al. (2018) realizan un estudio analizando una experiencia innovadora a través de AbP en dos contextos diferentes, uno sin intervención de las TIC y

otro a través de ellas. El resultado evidenció que el empleo de nuevas tecnologías no solo intercede de manera positiva en el rendimiento académico del alumno, sino que provoca un cambio positivo en la conducta y actitud del estudiante. Según el estudio, la eficacia de la metodología AbP se ve muy limitada cuando no se hace uso de las TIC (pp.12-13).

Para la materia de Geometría, hay dos herramientas muy extendidas en las aulas de Secundaria, *GeoGebra* y *Cabri Geometry*:

GeoGebra es un software libre muy apropiado para Geometría pues tiene una doble ventana que reconoce la expresión algebraica al introducir una representación geométrica en los ejes de coordenadas y viceversa.

Iranzo y Fortuny (2009) analizan la adquisición de competencias de estudiantes de bachillerato tecnológico en la resolución de problemas de Geometría plana realizando un estudio en el que relacionan el uso de GeoGebra2, el uso de lápiz y papel y el pensamiento geométrico. La conclusión recogida en este estudio es que la mayoría de los estudiantes consideran que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y a evitar obstáculos de tipo algebraico, promueve un pensamiento más geométrico y facilita un soporte visual y conceptual a la hora de resolver problemas.

Cabri Geometry es un software de pago muy empleado en la enseñanza y aprendizaje de Geometría que permite representar y manipular tanto figuras planas como sólidos.

García Castillo y Rodríguez Gómez (2010) realizan un estudio para analizar el efecto del uso de Cabri Geometry en clase de matemáticas para estudiantes de Secundaria que concluye en un aumento de rendimiento matemático en los alumnos. En este estudio, sin embargo, no se percibe un cambio de actitud de los estudiantes, que el autor relaciona con ser la primera vez que se utilizaba el software por parte de los alumnos, y, por tanto, no estar lo suficientemente familiarizados con él.

2.7. Propuestas para el aula

Para finalizar el marco teórico se incluyen a continuación algunos trabajos de investigación publicados recientemente, similares a lo que aquí se abordan, con los resultados obtenidos en caso de haber sido implementados en el aula:

- ❖ Flores, M.J et al. (2019), en su artículo *Nuevas tecnología y aprendizaje basado en proyectos aplicado en Geometría*, elaboran una propuesta para enseñar Geometría a alumnos de 3º de la ESO mediante Aprendizaje basado en Proyectos y el uso de las TIC, a través de la elaboración de un MOOC (recurso on-line educativo de carácter abierto), con actividades concretas sobre Geometría del plano y áreas de polígonos.
- ❖ Antón, Á. y Sánchez, M. (2020) en el artículo *Metodología mixta Flipped Classroom y Aprendizaje basado en Proyectos para el aprendizaje de la geometría analítica en secundaria*, describen una propuesta de metodología mixta Flipped-AbP, y los resultados de su puesta en práctica en un aula de 4º de la ESO. La conclusión es que implementando esta combinación de metodologías tiene muy buena aceptación entre los alumnos, consigue motivarlos y aumenta la eficacia del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ❖ Llena-Cortés, A. (2017) publica en Re-UNIR su TFE, *Enseñar geometría en segundo curso de Educación Secundaria: el uso de material manipulativo*, con el diseño de una propuesta didáctica que tiene como eje vertebrador el uso de diferente material manipulativo para trabajar triángulos, semejanzas, polígonos, áreas, poliedros y figuras planas.
- ❖ Román-Andújar, L. (2018) también en Re-UNIR tiene publicado su TFE, *Uso de materiales manipulativos para el aprendizaje de la geometría en 1º ESO*, en el que realiza el desarrollo de una unidad didáctica dirigiendo al alumno a través de actividades a realizar con distinto material manipulativo real (palillos de dientes, geoplano, mecano) y virtual (tangram interactivo).

La diferencia entre estos dos últimos trabajos con el presente TFE, es que este pretende integrar el uso de material manipulativo en una metodología de AbP con el objetivo de dotar de un mayor grado de contexto real al proceso de enseñanza-aprendizaje de Geometría.

3. Propuesta de intervención

En apartados anteriores se ha expuesto el motivo que justifica la elaboración de esta propuesta de intervención, principalmente centrado en la falta de rendimiento y motivación del estudiante de hoy día en la competencia matemática. Posteriormente, se ha analizado las dificultades concretas que se encuentra el alumno de Geometría en las aulas y se ha indagado sobre metodologías, estrategias y técnicas que favorecen dicha motivación con el objetivo de mejorar el rendimiento académico matemático.

Con esta propuesta de intervención se pretende poner en práctica los contenidos teóricos analizados y desarrollar una unidad didáctica innovadora que dé respuesta a las necesidades reales del aula y que introduzca componentes que resulten atractivos para el estudiante y que les faciliten el camino hacia un aprendizaje verdaderamente significativo.

En primer lugar, se presentará y contextualizará la propuesta a desarrollar y se incluirá su marco legislativo. Después se describirán los principales elementos del currículum (objetivos, competencias, contenidos, metodologías, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables) a la vez que se concretarán las actividades a desarrollar en el aula con su correspondiente secuenciación y temporización. También se detallarán los recursos a emplear, los instrumentos y técnicas de evaluación, así como las medidas de atención a la diversidad. Para finalizar, la propuesta se evaluará pormenorizadamente con el fin de extraer las limitaciones que lleva asociadas y/o posibles aspectos de mejora.

3.1. Presentación de la propuesta

La propuesta de intervención a desarrollar consiste en el diseño de una unidad didáctica que incluye los contenidos recogidos en el bloque 3 Geometría del nivel de 2º de la ESO incluidos en el Decreto 48/2015 de la Comunidad Autónoma de Madrid (CAM), así como el bloque 1 correspondiente a elementos transversales, común para los niveles de 1º y 2º de la ESO.

Esta unidad didáctica (UD9) está incluida en la programación didáctica elaborada por el departamento de matemáticas de un centro de la CAM que se desarrollará según el esquema de la tabla 5, y será impartida en la 3ª evaluación:

Tabla 5. Esquema programación didáctica

BLOQUE DE CONTENIDOS (BC) SEGÚN DECRETO 48/2015 de la CAM	UNIDADES DIDÁCTICAS (UD)	
BC1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	Se desarrolla de forma trasversal a través de toda la Programación Didáctica	
BC2: Números y álgebra	UD1: Números UD2: Operaciones UD3: Potencias y raíces UD4: Proporcionalidad	1ª EVALUACIÓN
BC2: Números y álgebra	UD5: Álgebra UD6: Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita UD7: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	2ª EVALUACIÓN
BC4: Funciones	UD8: Funciones	
BC3: Geometría	UD9: Proporcionalidad geométrica y figuras planas.	3ª EVALUACIÓN
	UD10: Cuerpos geométricos. Volúmenes.	
BC5: Estadística y probabilidad	UD11: Probabilidad UD12: Estadística	

Fuente: elaboración propia según Decreto 48/2015 de la CAM

Se ha seleccionado como metodología principal Aprendizaje basado en Proyectos (AbP) apoyada en otras estrategias como el Aprendizaje Colaborativo, el uso de material manipulativo y el empleo de las TIC, para, de esta forma, desarrollar una propuesta capaz de integrar en el proceso de enseñanza-aprendizaje todas las competencias clave de una forma innovadora y motivadora para el alumno.

El eje vertebrador del Proyecto, llamado *Geometría y Deporte en Vallecas*, es un concurso organizado por la Junta Municipal de Distrito para seleccionar las instalaciones deportivas que irán en un terreno que se pretende construir dentro de una zona recreativa y de ocio del barrio. Las diferentes propuestas se deben acompañar de una maqueta a escala de la zona deportiva y un video presentación. Estos serán los productos resultantes del Proyecto, y se aprovechará el proceso que requiere la elaboración de los mismos para la adquisición de conocimientos y competencias clave por parte del alumno, además de conectarlo con un contexto real y motivador para él.

3.2.Contextualización de la propuesta

En los siguientes apartados se profundizará sobre el contexto del centro educativo y del aula en la que se pretende implementar la propuesta, así como el marco legislativo en la que se encuentra.

3.2.1. Entorno y características del centro educativo

El centro educativo donde se desarrollará la propuesta de intervención está ubicado en la Comunidad de Madrid, concretamente en el barrio del Ensanche de Vallecas situado en el distrito de Villa de Vallecas, al suroeste de Madrid capital. Es un centro de titularidad privada de orientación religiosa que pertenece a un grupo empresarial formado por un fondo de inversión y una sociedad gestora de centros educativos que cuentan con ocho centros situados todos en la Comunidad de Madrid. Oferta en régimen de concierto general las etapas de Educación Infantil (segundo ciclo), Primaria y ESO y en régimen privado, las etapas no obligatorias de Educación Infantil (primer ciclo) y Bachillerato. El centro tiene una antigüedad de 13 años, aunque el grupo empresarial tiene más de 40 años de experiencia gestionando centros educativos. Actualmente cuenta con cuatro líneas en todos los niveles educativos e imparte enseñanza bilingüe.

El barrio al que pertenece el centro, el Ensanche de Vallecas es un barrio residencial, relativamente moderno (2006) y con una media de edad joven de sus habitantes (33 años). Las familias cuentan con un nivel económico y sociocultural medio, aunque el barrio es limítrofe con otras zonas de nivel medio-bajo y bajo. Las familias de los alumnos cuentan mayoritariamente con estudios universitarios y tienen un grado de implicación alto en la educación de sus hijos.

El centro cuenta, además, con las siguientes instalaciones en sus 9.000 m² de superficie aproximada:

- Educativas. 65 aulas para impartir la docencia, laboratorios, aulas de desdoble (ESO y Bachillerato), música, dibujo, 2 salas de informática, 3 salas de psicomotricidad y taller de tecnología. Cuenta con biblioteca, sala de conferencias, salón de usos múltiples y cocina.

- Tecnológicas. Red de conexión a internet mediante fibra óptica, red wifi en todas las instalaciones, plataforma digital para la gestión académica y administrativa del alumno y pizarras digitales en todas las aulas.
- Deportivas. Polideportivo, pista deportiva exterior y sala multideporte.

3.2.2. Alumnado del aula

La propuesta de intervención se diseña para un aula de 2º curso de ESO. En general, se encuentran los alumnos con mejor nivel académico de las cuatro líneas con las que cuenta el curso, por lo que no se produce un desdoble para la asignatura de Matemáticas.

El rendimiento general de la clase para la materia es medio-alto aunque se observa un profundo grado de desmotivación. Se pretende introducir esta metodología didáctica innovadora como experiencia piloto con el fin de aumentar el grado de interés del alumnado, aunque se encuentra con el inconveniente de que los alumnos no están acostumbrados a trabajar con esta metodología. La experiencia forma parte de un programa que ha lanzado el centro en ESO para renovar sus planes de formación y llevar a cabo varias pruebas piloto en las que introducen distintos tipos de metodologías y estrategias de enseñanza: Aprendizaje Basado en Proyectos, Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Cooperativo, Aprendizaje Colaborativo, uso de las TIC...etc. Su objetivo es, tras este curso escolar, evaluar el resultado del aprendizaje, el grado de implicación y motivación del alumnado, y compararlos con los resultados obtenidos en clases del mismo nivel con los métodos de enseñanza que se venían desarrollando de forma tradicional, basados en la explicación del profesor y el guion del libro de texto.

El tamaño de la clase es de 25 alumnos, 15 chicos y 10 chicas. No existen alumnos repetidores. Hay dos alumnos con necesidades especiales:

- 1 alumna con trastorno por déficit de atención (TDA).
- 1 alumno con discapacidad visual leve.

No es necesaria ninguna adaptación curricular significativa para el alumnado, ni medidas extraordinarias de atención a la diversidad.

3.2.3. Legislación

La presente propuesta se encuentra temporalizada dentro de la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE). Esta ley, de reciente aprobación, tiene un carácter similar a la anterior, en cuanto a que no deroga a las anteriores, sino que introduce modificaciones. La LOMLOE se estructura en un artículo único que introduce 99 modificaciones al texto de la LOE, y deroga completamente las 109 modificaciones de la anterior, la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).

La LOMLOE se caracteriza entre otros aspectos por:

- Eliminar los estándares de aprendizaje evaluables creados por la LOMCE.
- Modificar las competencias de Gobierno y Comunidades Autónomas (CCAA) para objetivos, competencias, contenidos y criterios de evaluación de los aspectos básicos y desarrollo del currículo de las distintas enseñanzas.
- Añadir objetivos, fines y principios generales del sistema educativo.
- En la ESO elimina los tres tipos de asignaturas (troncales, específicas y de libre configuración) creadas por la LOMCE.
- Se recupera la prueba de acceso a la Universidad (PAU) eliminada por la LOMCE.
- En relación con la atención a la diversidad, se propone eliminar la segregación del alumnado a través de un plan para que en un plazo de diez años se dote a los centros educativos de recursos para atender a los alumnos con discapacidad.

La aplicación de las modificaciones que incluye la LOMLOE relativas a la participación y competencias del Consejo Escolar, Claustro y director, la autonomía de los centros, la selección de director en centros públicos, y la admisión de alumnos, entró en vigor en 19 de enero de 2021. Sin embargo, las relativas a cuestiones curriculares y organizativas de las etapas educativas, no entrarán en vigor hasta próximos cursos, y, por tanto, no se ha desarrollado en la actualidad normativa estatal ni autonómica asociada a la LOMLOE. Es por este motivo que el marco legal en el que se ha encuadrado el presente TFE es el de la LOMCE, y, por ende, el de la LOE. La normativa tomada en consideración para desarrollar los distintos apartados es:

A nivel estatal,

- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (Orden ECD/65/2015).
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (RD 1105/2014).

A nivel autonómico,

- Decreto 48/2015, de 14 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria (Decreto 48/2015).

3.3. Intervención en el aula

Se incluirá en este apartado, los objetivos generales y específicos que tiene la propuesta, las competencias clave que se pretende que adquieran los estudiantes, los contenidos que se van a trabajar, la metodología seleccionada y estrategias que acompañarán al proceso de enseñanza-aprendizaje, actividades a implementar, los recursos disponibles, las medidas de atención a la diversidad y los diferentes tipos de evaluación que se llevarán a cabo.

3.3.1. Objetivos

A continuación, se detallan los objetivos generales curriculares de etapa que se pretenden conseguir a través de la propuesta de intervención y los objetivos específicos didácticos de aprendizaje del alumno.

Objetivos generales de etapa

Los objetivos generales de etapa se definen como “logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionadamente planificadas a tal fin” (RD 1105/2014). Los objetivos generales de etapa en la ESO establecidos en el Decreto 48/2015 de la Comunidad de Madrid que se persiguen a través de esta propuesta de intervención se detallan en la tabla 6.

Tabla 6. Objetivos de etapa según Decreto 48/2015

OG1	Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
OG2	Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
OG3	Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
OG4	Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
OG5	Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
OG8	Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
OG6	Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.
OG7	Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

Fuente: Elaboración propia según Decreto 48/2015 de la CAM

Objetivos específicos didácticos de aprendizaje

Los objetivos didácticos concretos que se pretende que alcance el alumno en la presente propuesta de intervención son:

OE1 Entender el concepto de proporcionalidad y semejanza en segmentos, triángulos y figuras en general, y saber calcular su razón de semejanza.

OE2 Comprender el significado aritmético y geométrico del Teorema de Tales y su aplicación a triángulos semejantes.

OE3 Utilizar las escalas para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, maquetas u otros elementos de semejanza.

OE4 Comprender el significado aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras, su demostración, y saber aplicarlo para calcular longitudes desconocidas en triángulos rectángulos. Identificar situaciones cotidianas en las que resulta necesaria su aplicación.

OE5 Reconocer y describir figuras planas, polígonos regulares y circunferencia, y sus elementos y propiedades características para clasificarlas. Identificar las figuras en contextos de la vida cotidiana.

OE6 Saber calcular medidas geométricas de figuras planas (perímetro, longitud y área) e identificar sus ángulos asociados, a través del geoplano como material manipulativo. Encontrar situaciones reales en las que aplicar estos conceptos.

OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo en equipo mediante el AbP y aprender a trabajar de forma colaborativa dentro del grupo: asumir la responsabilidad individual dentro del grupo, saber planificar y organizar el trabajo, saber relacionarse con los demás con respeto y tolerancia, y asumir toma de decisiones de manera grupal.

OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio para la construcción de una maqueta, para la elaboración de un video final y para plantear propuestas en contextos reales.

OE9 Potenciar el uso de la TIC como herramienta de búsqueda de información, de proceso de datos y de presentación de los resultados obtenidos.

3.3.2. Competencias

Las competencias se definen como “capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos” (RD 1105/2014).

Las competencias clave que se persigue que adquiera el alumno se encuentran recogidas en la Orden EDC/65/2015. En esta propuesta de intervención se trabajan las siete competencias clave recogidas en la legislación:

- **Comunicación lingüística (CCL).**

La comunicación lingüística se trabajará en todas las actividades planteadas en la propuesta, pues el aprendizaje colaborativo requiere una importante necesidad de comunicación entre los miembros del grupo: para la planificación y organización de tareas, para la puesta en común de los contenidos visualizados, el debate sobre la interpretación de estos y en la toma de decisiones sobre la presentación de los contenidos. En la elaboración del video final se hace también muy necesario un uso correcto del lenguaje, síntesis, concreción y correcta presentación de los contenidos, además de tener la capacidad de exponer y contar con un discurso adecuado frente una cámara ya que el contenido será posteriormente visualizado por el resto de los grupos y el profesor.

Por último, la comunicación lingüística se trabaja en el debate final, en el que la expresión oral y el vocabulario, el respeto del turno de palabra, el planteamiento de distintos puntos de vista sobre un tema o la disposición al diálogo, son los aspectos clave de la actividad.

- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCCT).**

A través de las actividades se desarrollará esta competencia adquiriendo conocimientos de Geometría, conociendo y entendiendo expresiones, representaciones y definiciones matemáticas, razonando para resolver problemas e interpretando los resultados obtenidos.

La propuesta también trata de conectar la materia con la realidad exterior del alumno a través del deporte, mediante el reconocimiento de conceptos geométricos de distinta índole en las pistas deportivas.

Por último, se trabajará la geometría desde un punto de vista manipulativo, mediante la construcción a escala de una maqueta de una pista deportiva para posteriormente, mediante la utilización de esta como un geoplano, seguir descubriendo conceptos geométricos en contextos reales.

○ **Competencia digital (CD).**

Se trabajará la competencia digital, ya que las TIC se utilizan de forma transversal a lo largo de toda la propuesta.

Se empleará el software libre GeoGebra para trabajar de manera interactiva los contenidos de Geometría. Se realizará a través de la web la búsqueda de información y el alumno deberá identificar la fiabilidad de las fuentes consultadas, saber interpretar el lenguaje específico numérico, icónico, visual o gráfico que aporte la red y procesar de manera correcta la información consultada.

Se trabajarán con dos aplicaciones informáticas para plasmar los resultados del proceso de aprendizaje, una para de maquetación de videos y otra para hacer el seguimiento del proyecto mediante un diario de Proyecto digital.

○ **Aprender a aprender (CAA).**

Se adquirirá la competencia aprender a aprender mediante esta propuesta didáctica ya que para el alumno será una forma diferente de aprender. El AbP de forma colaborativa y mediante el uso de material manipulativo es una metodología nueva para el alumno por lo que deberá conocer los procesos implícitos en ella y saber desarrollar distintas estrategias para llegar a alcanzar el fin, que no es otro que un aprendizaje significativo. Deberá desarrollar estrategias de planificación, de organización, de procesamiento de la información y, por último, de evaluación.

Se pretende que, mediante el AbP, el alumno se sienta protagonista de su propio aprendizaje y tenga la percepción de autoeficacia y confianza en sí mismo.

Al inicio de la unidad didáctica se realizará una detección de conocimientos previos para poner en evidencia al alumno lo que conoce y para que, al final de la unidad didáctica, sea consciente de su propio aprendizaje.

○ **Competencias sociales y cívicas (CSC).**

Las competencias sociales y cívicas emanarán de la propia metodología aplicada.

El AbP en un entorno colaborativo llevará al alumno a trabajar por grupos y de esta manera entender que, para llegar al éxito del proyecto, se hace necesaria integración completa del equipo de trabajo. Dentro del grupo debe existir una correcta comunicación, igualdad, empatía, tolerancia y solidaridad entre los integrantes. Deben establecerse unas normas y un entorno democrático para la toma de decisiones. La socialización y el comportamiento cívico serán clave durante el transcurso del proyecto.

- **Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE).**

La competencia sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor se obtendrán en la medida que el alumno adquiera la capacidad de planificación y gestión del grupo de trabajo, de adaptarse a él, tener iniciativa en las propuestas y actuar de forma creativa e innovadora para elaborar un producto final.

Posteriormente, se ha de tener la capacidad para analizar y evaluar los resultados obtenidos, plantear propuestas que ayuden a mejorar el proceso o la calidad del producto y para convencer al resto de grupo de clase del éxito del proyecto llevado a cabo.

- **Conciencia y expresiones culturales (CCEC).**

Mediante el Proyecto que se incluye en la propuesta de intervención, se pretende que el alumno se concencie de su pertenencia y capacidad de participación en el distrito en el que vive, indague sobre aspectos culturales e intereses de sus habitantes y haga propuestas de mejora de las infraestructuras que posee.

Para elaborar su propuesta debe poner en práctica iniciativa, imaginación y creatividad y analizar posibles técnicas y materiales para la construcción de la maqueta.

3.3.3. Contenidos

Los contenidos son el “conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias” (RD 1105/2014). Se detallan a continuación en dos tablas, correspondientes a contenidos específicos (bloque 3) y contenidos transversales (bloque 1), y se relacionan con el resto de los elementos curriculares:

Tabla 7. Relación de contenidos específicos con elementos curriculares

CONTENIDOS Decreto 48/2015 (CAM)		OBJ. ESPEC.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN Decreto 48/2015 (CAM)	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Decreto 48/2015 (CAM)	COMP. CLAVE
BLOQUE 3	CO1 Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Teorema de Tales. Aplicaciones. Ampliación y reducción de figuras. Cálculo de la razón de semejanza. Escalas. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	OE1 OE2 OE3	CE1 Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	EAE1.1 Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes.	CCL CMCCT CD CAA CSC CCEC
				EAE1.2 Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza.	
	CO2 Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones. Ternas pitagóricas.	OE4	CE2 Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.	EAE2.1 Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.	CCL CMCCT CD CAA CSC
				EAE2.2 Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales	
CO3 Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. Ángulos exteriores e interiores de un polígono.	OE5	CE3 Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.	EAE3.1 Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.	CCL CMCCT CD CAA CSC	
			EAE3.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.		
			EAE3.3 Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.		
			EAE3.4 Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo.		
CO4 Figuras planas. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares. Ángulo inscrito y ángulo central de una circunferencia.	OE6	CE4 Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución.	EAE4.1 Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.	CCL CMCCT CD CAA CSC	
			EAE4.2 Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.		

Fuente: elaboración propia según Decreto 48/2015 de la CAM

Tabla 8. Relación de contenidos transversales con elementos curriculares

CONTENIDOS Decreto 48/2015 (CAM)		OBJ. ESPEC.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN Decreto 48/2015 (CAM)	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Decreto 48/2015 (CAM)	COMP. CLAVE
BLOQUE 1	CO5 Planificación del proceso de resolución de problemas.	OE7 OE8	CE5 Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.	EAE5.1 Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.	CCL CMCCT CAA CSC CSIEE
			CE6 Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	EAE6.1 Analiza y comprende el enunciado de los problemas. EAE6.2 Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	
			CE7 Describir y analizar situaciones para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos geométricos.	EAE7.1 Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos geométricos.	
	CO6 Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos geométricos.	OE7 OE8	CE8 Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (geométricos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.	EAE8.1 Identifica situaciones problemáticas de la realidad. EAE8.2 Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. EAE8.3 Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras.	CCL CMCCT CAA CSC
			CE9 Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana.	EAE9.1 Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.	
			CO7 Utilización de los medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje.	OE9	
	CE11 Utilizar las TIC en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.	EAE11.1 Elabora documentos digitales propios, como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante. EAE11.2 Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula. EAE11.3 Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de actividades.			

Fuente: elaboración propia según Decreto 48/2015 de la CAM

3.3.4. Metodología

Se define metodología didáctica como el “conjunto de estrategias, procedimientos y acciones organizadas y planificadas por el profesorado, de manera consciente y reflexiva, con la finalidad de posibilitar el aprendizaje del alumnado y el logro de los objetivos planteados” (RD 1105/2014).

La metodología seleccionada es el AbP, desde la que se pretende involucrar al alumno en el proceso de aprendizaje de una forma activa y como protagonista del mismo. El punto de partida será un contexto real, la participación en un concurso para elegir las instalaciones deportivas en una zona recreativa que se va a construir en el barrio, y a través del Proyecto se pretende inducir al estudiante a procesos de investigación, análisis, producción, socialización, etc. Para el diseño de la metodología se han seguido los pasos indicados por Hernando (2015) como puede observarse en la figura 8.

Figura 8. Pasos AbP Proyecto Geometría y Deporte en Vallecas



Fuente: elaboración propia según Hernando (2015, p.91)

El AbP se complementa con otras estrategias como son:

- Aprendizaje Colaborativo, a través del cual el alumno adquiere la autonomía para trabajar y aprender dentro de un grupo de trabajo sin la dependencia del profesor. En el Proyecto que se ha diseñado, el equipo debe por sí solo distribuirse las tareas y repartir los tiempos de trabajos para adecuarlos a las necesidades.
- Uso de las TIC, seleccionando una serie de recursos tecnológicos para trabajar principalmente con la aplicación GeoGebra y ejercicios para realizar de forma interactiva, de manera que el alumno pueda crear distintas situaciones de aprendizaje.
- Empleo de [material manipulativo](#), transformando la maqueta que se ha realizado en un geoplano para practicar los conocimientos adquiridos.

3.3.5. Cronograma y secuenciación de actividades

La propuesta ha sido diseñada a través de nueve actividades distribuidas en 14 sesiones de trabajo de 55 minutos de duración cada una.

La distribución del contenido de las sesiones de cada actividad es orientativa, permitiendo al alumno distribuir el tiempo de acuerdo con sus necesidades sin perder de vista la planificación general de actividades, que se le proporciona al grupo desde el inicio del Proyecto.

Tabla 9. Secuenciación de actividades

	ACTIVIDAD	SESIÓN (TIEMPO)	CONTENIDO	OBJETIVO ESPECÍFICO
1	Presentación Proyecto	1 (55')	Presentación del Proyecto	---
2	Organización y planificación	2 (55')	Formación de grupos y planificación del trabajo	OE7/OE8/OE9
3	Aprendo (1ª parte)	3 (55')	Investigación y práctica (interactivo)	OE1/OE2/OE3/ OE7/OE8/OE9
		4 (55')		
		5 (55')		
4	La maqueta	6 (55')	Elaboración de planos, maqueta y geoplano	OE3/OE7/OE8/ OE9
		7 (55')		
5	Aprendo (2ª parte)	8 (55')	Investigación y práctica (interactivo y manipulativa)	OE4/OE5/OE6/ OE7/OE8/OE9
		9 (55')		
		10 (55')		
6	El cuaderno de proyecto	11 (55')	Síntesis en cuaderno de Proyecto	OE7/OE8/OE9
7	El video	12 (55')	Maquetación del video	OE7/OE8/OE9
8	El concurso	13 (55')	Visualización videos	OE9
9	El debate final	14 (55')	Debate, selección de ganador y evaluación	---

Fuente: elaboración propia

Tabla 10. Ficha de actividad 1

UD 9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 1: Proyecto GEOMETRÍA Y DEPORTE EN VALLECAS Presentación	Sesión	
	1 (55')	
Objetivos	Contenidos	
Describir el Proyecto que se va a realizar, las normas y los procedimientos de evaluación. Detectar ideas y conocimientos previos.	CO6	
Criterios de evaluación		
CE5 - CE6 - CE7 - CE8 - CE9		
Descripción de la actividad y temporalización	Competencias	
<p>Presentación del Proyecto (10'): Geometría y Deporte en Vallecas. Se comenta que el centro se ha inscrito en un concurso convocado en el distrito Villa de Vallecas para elegir las instalaciones deportivas que irán en una nueva zona recreativa que se va a construir. Los participantes deben presentar una maqueta a escala de la propuesta y elaborar un video presentación de 10' de duración. Los alumnos de 2º curso de la ESO participarán a través de un Proyecto educativo que se trabajará de forma colaborativa.</p> <p>Organización de equipos (10'): la clase, de 25 alumnos se dividirá en 5 equipos. El profesor indica cuáles serán los grupos de trabajo (heterogéneos). Se aclara que al ser un trabajo colaborativo será el propio grupo el encargado de asignar funciones o roles a los miembros y distribuir el trabajo con las pautas dadas. Se da una pequeña charla sobre el aprendizaje colaborativo.</p> <p>Normas y evaluación (10'): Se explican las normas de trabajo en el aula. Se leen las bases oficiales del concurso. Se describe el método de evaluación del Proyecto.</p> <p>Lluvia de ideas (25'): con dos objetivos, aportar ideas para la participación de la clase en el concurso y conocimientos previos.</p>	CCL	✓
	CMCCT	✓
	CD	
	CAA	✓
	CSC	
	CSIEE	✓
	CCEC	
Metodología y estrategias		
Detección de conocimientos previos: lluvia de ideas		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
No	Pizarra digital / JamBoard – Lluvia de ideas	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Evaluación inicial --> no se emplean elementos de evaluación		

Fuente: elaboración propia

Tabla 11. Ficha de actividad 2

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 2: Organización y planificación		Sesión
		2 (55')
Objetivos		Contenidos
OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo en equipo colaborativo OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio OE9 Potenciar el uso de las TIC		CO5 CO6 CO7
Criterios de evaluación		
CE5 - CE6 - CE7 - CE8 - CE9		
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias
Aporte de documentación y entregables (15'):		
<ul style="list-style-type: none"> Se aporta el dossier de seguimiento del Proyecto y se explica. En él se encuentra información sobre partes, número de sesiones, contenidos a trabajar y una orientación sobre qué trabajar en cada sesión, aunque son los grupos los que deben estructurarse y organizarse el trabajo. Cada equipo representará a un deporte y realizará la maqueta correspondiente a su pista/cancha/campo. El grupo tendrá el nombre de un deportista de élite de dicho deporte. Se elaborará un cuaderno de Proyecto y un video para presentar al concurso del distrito. Cada grupo debe elaborar una encuesta en otra de las clases del centro y otro nivel, sobre qué instalación deportiva prefiere. Esta encuesta no se realizará en horas lectivas de la asignatura. 		CCL ✓ CMCCT ✓ CD ✓ CAA ✓
Planificación del trabajo e inicio (40'): los grupos tendrán una reunión inicial para analizar el trabajo a realizar, organizarse, aplicarse funciones o roles si lo hubiera, distribuir el tiempo, poner nombre al grupo, ver cómo y cuándo realizarán la encuesta, etc. Cada grupo posee un ordenador portátil de trabajo. En esta primera sesión, los alumnos trabajarán en grupo buscando información en Internet sobre la zona de las instalaciones deportivas, dimensiones y características de la pista/cancha/campo, materiales que necesitan para elaborar la maqueta, etc.		CSC ✓ CSIEE ✓ CCEC ✓
Metodología y estrategias		
AbP. Aprendizaje Colaborativo. Uso TIC.		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital / Ordenadores portátiles / Dossier Proyecto / Plantilla Cuaderno Proyecto / Software edición video	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Actitud, participación y grado implicación en Proyecto --> Lista de control		

Fuente: elaboración propia

Tabla 12. Ficha de actividad 3

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas			
ACTIVIDAD 3: Aprendo (1ª parte)		Sesión	
		3-4-5 (165')	
Objetivos		Contenidos	
OE1 Entender conceptos proporcionalidad y semejanza OE2 Comprender el significado del Teorema de Tales OE3 Utilizar escalas para resolver problemas de la vida cotidiana – OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo colaborativo en equipo - OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio OE9 Potenciar el uso de las TIC		CO1 CO5 CO6 CO7	
Criterios de evaluación			
CE1 - CE2 - CE3- CE4 - CE5 - CE6 - CE7 - CE8 - CE9			
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias	
<p>Trabajo en grupo. En el dossier de prácticas se encuentran unos enlaces para adquirir conocimientos, ejercicios interactivos para poner en práctica los conocimientos y se ofrece un guía para ir completando el cuaderno de Proyecto. Los contenidos:</p> <p>Proporcionalidad y semejanza en triángulos (55'): Proporcionalidad geométrica - GeoGebra Semejanza de triángulos (criterios) – GeoGebra Teorema de Tales y Semejanza de figuras (55'): Teorema de Tales - Video YouTube Triángulos en posición Tales – GeoGebra Figuras semejantes – GeoGebra Escalas (55'): Escalas. Planos y maquetas - Geogebra Ejercicios para trabajar de forma individual (casa): Semejanza triángulos 1 / Semejanza triángulos 2 / Teorema Tales / Semejanza de figuras / Escalas</p> <p>La plataforma de ejercicios interactivos permite enviar un email al profesor una vez que se ha completado el ejercicio. Nota: la temporalización en esta actividad es aproximada. Será el grupo el que determine el ritmo de trabajo.</p>		CCL	✓
		CMCCT	✓
		CD	✓
		CAA	✓
		CSC	✓
		CSIEE	
		CCEC	
Metodología y estrategias			
AbP. Aprendizaje Colaborativo. Uso TIC.			
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)		
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital / Ordenadores portátiles / Dossier Proyecto		
Procedimientos e instrumentos de evaluación			
Actitud, participación y grado implicación en Proyecto --> Lista de control Ejercicios interactivos --> Escala numérica (autocorrección)			

Fuente: elaboración propia

Tabla 13. Ficha de actividad 4

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 4: La maqueta	Sesión	
	6-7 (110')	
Objetivos	Contenidos	
OE3 Utilizar escalas para resolver problemas de la vida cotidiana OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo colaborativo en equipo OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio OE9 Potenciar el uso de las TIC	CO1 – CO5 – CO6 – CO7	
Criterios de evaluación		
CE1		
Descripción de la actividad y temporalización	Competencias	
Trabajo en grupo. Planos (30') Elaboración de los planos con las medidas de la maqueta. Maqueta (70') Elaboración de la maqueta a partir de los materiales decididos por el grupo en la actividad nº2. Ejemplo: maqueta de fútbol Ejemplo: maqueta de baloncesto Geoplano (10') Convertir la maqueta en un geoplano mediante varillas/chinchetas/alfileres o material similar). Nota: la temporalización en esta actividad es aproximada. Será el grupo el que determine el ritmo de trabajo.	CCL	✓
	CMCCT	✓
	CD	
	CAA	✓
	CSC	✓
	CSIEE	✓
	CCEC	
Metodología y estrategias		
AbP. Aprendizaje Colaborativo. Material Manipulativo.		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital / Ordenadores portátiles / Dossier Proyecto / Materiales para la elaboración de la maqueta-geoplano (sugerencias: porexpán, goma eva, rotulador, reglas, compás, tijeras, chinchetas...etc.)	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Actitud, participación y grado implicación en Proyecto --> Lista de control Maqueta --> Escala de valoración (coevaluación en actividad 9)		

Fuente: elaboración propia

Tabla 14. Ficha de actividad 5

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 5: Aprendo (2ª parte)		Sesión
		8-9-10 (165')
Objetivos		Contenidos
<p>OE4 Comprender el significado del Teorema de Pitágoras / OE5 Reconocer y describir figuras planas, polígonos regulares y circunferencias / OE6 Saber calcular medidas geométricas de figuras planas e identificar ángulos / OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo colaborativo en equipo / OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio / OE9 Potenciar el uso de las TIC</p>		<p>C04 C05 C06 C07 C08 C09</p>
Criterios de evaluación		
CE1 - CE2 - CE3- CE4 - CE5 - CE6 - CE7 - CE8 - CE9		
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias
<p>Trabajo en grupo. En el dossier de prácticas se encuentran unos enlaces para adquirir conocimientos, ejercicios interactivos para poner en práctica los conocimientos, ejercicios para realizar con el geoplano y se ofrece un guía para ir completando el cuaderno de Proyecto. Los contenidos:</p> <p>El Teorema de Pitágoras (55'): T.Pitágoras enunciado y ejemplos - Geogebra / T.Pitágoras demostración - Geogebra.</p> <p>Figuras geométricas planas. Polígonos (55'): Figuras geométricas planas - Geogebra / Áreas - YouTube / Perímetro - YouTube / Ángulos de un polígono - Geogebra</p> <p>Figuras geométricas planas circulares (55'): Figuras circulares - Geogebra</p> <p>Ejercicios para trabajar con material manipulativo. Ejemplos</p> <p>Ejercicios para trabajar de forma individual (casa): Teorema Pitágoras 1 / Teorema Pitágoras 2 / Teorema Pitágoras 3 Polígonos / Áreas y perímetros 1 / Áreas y perímetros 2 / Áreas y perímetros 3 / Perímetro / Áreas / Ángulos 1 / Ángulos 2 / Circunferencia y círculo / Áreas y perímetros circulares / Sector corona y trapecio</p> <p>Nota: la temporalización en esta actividad es aproximada.</p>		CCL
		CMCCT
		CD
		CAA
		CSC
		CSIEE
		CCEC
Metodología y estrategias		
AbP. Aprendizaje Colaborativo. Material Manipulativo.		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital / Ordenadores portátiles / Dossier Proyecto	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Actitud, participación y grado implicación en Proyecto --> Lista de control		

Fuente: elaboración propia

Tabla 15. Ficha de actividad 6

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 6: El cuaderno de Proyecto		Sesión
		11 (55')
Objetivos		Contenidos
OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo colaborativo en equipo OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio OE9 Potenciar el uso de las TIC		CO5 CO6 CO7
Criterios de evaluación		
CE1 - CE2 - CE3- CE4		
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias
Trabajo en grupo: cuaderno de Proyecto (55') Con la plantilla facilitada en la actividad nº2, elaborar un cuaderno o diario de Proyecto digital dónde se indique de manera conceptual todo lo que se ha aprendido en las sesiones de trabajo. Puede llevar fotografías o imágenes y puede llevar audios o videos de elaborados por el propio grupo de trabajo. A lo largo de todo el dossier de Proyecto se indica a modo de guía, el contenido que puede llevar el cuaderno. En esta actividad se realizará la presentación final pero los contenidos se irán trabajando a lo largo de las actividades previas, tal y como se ha ido indicando en ellas. Plantilla de cuaderno de prácticas.		CCL ✓
		CMCCT ✓
		CD ✓
		CAA ✓
		CSC ✓
		CSIEE ✓
		CCEC
Metodología y estrategias		
AbP. Aprendizaje Colaborativo. Uso TIC.		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital / Ordenadores portátiles / Dossier Proyecto /	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Actitud, participación y grado implicación en Proyecto --> Lista de control Cuaderno de Proyecto --> Rubrica		

Fuente: elaboración propia

Tabla 16. Ficha de actividad 7

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 7: El video (maquetación)		Sesión
		12 (55')
Objetivos		Contenidos
OE7 Desarrollar aptitudes para el trabajo colaborativo en equipo OE8 Desarrollar la capacidad creativa y el ingenio OE9 Potenciar el uso de las TIC		CO5 CO6 CO7
Criterios de evaluación		
CE10 – CE11		
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias
Trabajo en grupo: maqueta del video (55') Elaborar un video de 10' de duración, a partir de imágenes, fotos y videos (principalmente) para presentar al concurso. El mismo tiene que contar con: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Presentación de la propuesta de una pista deportiva determinada para el distrito, en la zona recreativa seleccionada. Indicando porqué construir esa pista y qué puede aportar ese deporte en el barrio. ▪ Descripción del proceso de elaboración de la maqueta. ▪ Pinceladas de lo que se ha aprendido en el proceso de elaboración de la maqueta. ▪ El resultado de la encuesta realizada en el centro. Software para la elaboración del video		CCL ✓
		CMCCT ✓
		CD ✓
		CAA ✓
		CSC ✓
		CSIEE ✓
		CCEC
Metodología y estrategias		
AbP. Aprendizaje Colaborativo. Uso TIC.		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital / Ordenadores portátiles / Dossier Proyecto	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Actitud, participación y grado implicación en Proyecto --> Lista de control Video --> Escala de valoración (coevaluación en actividad 9)		

Fuente: elaboración propia

Tabla 17. Ficha de actividad 8

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas			
ACTIVIDAD 8: El concurso		Sesión	
		13 (55')	
Objetivos		Contenido	
OE9 Potenciar el uso de las TIC		CO7	
Criterios de evaluación			
No se evalúa			
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias	
Visualización de videos (55') Sesión para visualizar los cinco videos de 10' realizados por cada uno de los equipos de trabajo. Se aportará a cada alumno una escala de observación para valorar los vídeos del resto de los equipos.		CCL	✓
		CMCCT	✓
		CD	
		CAA	✓
		CSC	
		CSIEE	
		CCEC	
Metodología y estrategias			
AbP. Uso TIC.			
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)		
Grupos 5 alumnos	Pizarra digital		
Procedimientos e instrumentos de evaluación			
No se evalúa			

Fuente: elaboración propia

Tabla 18. Ficha de actividad 9

UD9 Proporcionalidad geométrica y figuras planas		
ACTIVIDAD 9: El debate final		Sesión
		14 (55')
Objetivos		Contenidos
Analizar el resultado del trabajo realizado. Evaluar las propuestas y elección de la mejor.		CO6 CO7
Criterios de evaluación		
CE5 - CE6 - CE7 - CE8 - CE9		
Descripción de la actividad y temporalización		Competencias
Debate (55') Realizar un debate en clase, los temas a tratar: <ul style="list-style-type: none"> - Qué deporte puede encajar más para la propuesta, según la encuesta realizada, los servicios de los que dispone el barrio, las oportunidades que ofrece cada uno de los deportes, etc. - Evaluación de cada uno de los videos. - Decisión sobre el video para presentar al concurso. - Experiencia de aprendizaje en la unidad didáctica. - Aspectos de mejora. 		CCL ✓
		CMCCT ✓
		CD
		CAA ✓
		CSC ✓
		CSIEE ✓
		CCEC ✓
Metodología y estrategias		
AbP.		
Agrupamiento	Recursos (espaciales, humanos, materiales, etc.)	
Grupos 5 alumnos	Solo recursos humanos	
Procedimientos e instrumentos de evaluación		
Video --> Escala de valoración (coevaluación)		

Fuente: elaboración propia

3.3.1. Atención a la diversidad

Según la LOE (2006) modificada por la LOMCE (2013), en la que se define el alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo (NEAE), las medidas de atención a las necesidades educativas deben contemplar a todos los alumnos escolarizados. Las medidas podrán ser de carácter ordinario o extraordinarios.

Para el aula en la que está diseñada la propuesta no se requieren medidas extraordinarias de atención a la diversidad, pero sí medidas ordinarias que atiendan no solo a los casos de alumnos con necesidades especiales (alumna con trastorno por déficit de atención, TDA, y alumno con discapacidad visual leve) sino a la totalidad del aula. Es por ello por lo que se tendrá en cuenta la diversidad del alumnado en dos aspectos fundamentales:

1.- Diseño de actividades. Las actividades son variadas y atendiendo a diferentes necesidades e intereses, los agrupamientos son heterogéneos, se favorece la participación de todo el alumnado, son dinámicas y el nivel de dificultad en el aprendizaje va aumentando muy progresivamente. Las actividades fomentan la interacción entre alumnos, la diversidad de opiniones y sobre todo la colaboración entre los estudiantes, ya que el éxito individual pasa por el éxito del equipo.

Es necesario prestar atención especial a la competitividad que se genera en el alumnado por la participación en el concurso. Se pueden detectar casos de estrés, frustración o baja autoestima en personas altamente competitivas que no aceptan no obtener la mejor posición. El docente tiene que estar atento a las reacciones que se puedan producir en los estudiantes.

Se prestará especial atención a la alumna con TDA para evitar distracciones en las actividades, permitiéndole hacer descansos, focalizando la actividad hacia puntos que son de su interés y reforzando con ella aquellos aspectos que pueden presentar mayor dificultad para ella por falta de concentración. Se tendrá en cuenta también medidas de carácter ordinario como el poder ajustar el tamaño de letra para el alumno con discapacidad visual leve o situarlo siempre en una posición con mayor visibilidad.

2.- Evaluación: para atender a la diversidad en la evaluación se ofrecerá que esta sea continúa valorando el trabajo diario. Además, tendrá un peso importante en la calificación

final, la actitud del alumno hacia el trabajo y su nivel de esfuerzo, dando la oportunidad a personas que pueden tener mayor dificultad para el aprendizaje.

3.3.2. Recursos

La selección de recursos y materiales ha girado en torno a dos aspectos fundamentales:

- Recursos y materiales tecnológicos que sean interactivos, que requieran la participación del estudiante, que este se involucre y pueda generar distintas situaciones de aprendizaje hasta llegar a interiorizar los conceptos que se pretende que adquieran.
- Materiales manipulativos que sean de interés del estudiante pero que a su vez sean útiles para generar por sí mismos elementos de aprendizaje. También se pretende a través de este material desarrollar la creatividad e imaginación del alumno y sobre todo la participación a nivel de ideas de todo el grupo de trabajo.

En la tabla 19 se incluye el listado de recursos y materiales empleados en el Proyecto (el detalle de los empleados en cada actividad ya se ha incluido en las fichas de las mismas).

Tabla 19. Recursos y materiales

RECURSOS	MATERIALES	
	TECNOLÓGICOS	FÍSICOS
Pizarra digital 6 ordenadores portátiles JamBoard Power Point Canva Geogebra Youtube Liveworksheet Formularios de Google Geoplano	JamBoard – Lluvia de ideas Dossier Proyecto Plantilla Cuaderno Proyecto Software edición video Proporcionalidad geométrica - GeoGebra Semejanza de triángulos (criterios) – GeoGebra Teorema de Tales - Video YouTube Triángulos en posición Tales – GeoGebra Figuras semejantes – GeoGebra Escalas. Planos y maquetas - Geogebra Semejanza triángulos 1 Semejanza triángulos 2 Teorema Tales Semejanza de figuras Escalas T.Pitágoras enunciado y ejemplos - Geogebra T.Pitágoras demostración - Geogebra Figuras geométricas planas - Geogebra Áreas - YouTube / Perímetro - YouTube Ángulos de un polígono - Geogebra Figuras circulares - Geogebra Teorema Pitágoras 1 Teorema Pitágoras 2	Porexpan Goma eva Rotulador Reglas Compás Tijeras Pegamento Chincheta

RECURSOS	MATERIALES	
	TECNOLÓGICOS	FÍSICOS
	Teorema Pitágoras 3 Polígonos Áreas y perímetros 1 Áreas y perímetros 2 Áreas y perímetros 3 Perímetro Áreas Ángulos 1 Ángulos 2 Circunferencia y círculo Áreas y perímetros circulares Sector corona y trapecio	

Fuente: elaboración propia

3.3.3. Evaluación

Para la evaluación del alumnado se tendrá en consideración los criterios de aprendizaje y estándares de aprendizaje evaluables incluidos en el Decreto 48/2015.

A través de ellos se verificará el nivel de adquisición de competencias y los logros conseguidos por el alumno en la unidad didáctica en consideración. Se evaluará tanto el aprendizaje del grupo de trabajo como el adquirido a nivel individual por el alumno y tendrá un carácter objetivo.

3.3.3.1. Tipo de evaluación

Se ha considerado tres tipos de evaluación,

- **Evaluación diagnóstica o inicial** para detección de ideas previas o conocimientos iniciales que tiene el alumno con relación a los contenidos que se van a impartir.
- **Evaluación formativa** de carácter procesual y continua, en la que se podrá valorar el grado o nivel de adquisición de competencias y conocimiento que se va consiguiendo progresivamente y conocer de este modo las dificultades y progresos a los que se va enfrentando el alumno en el proceso de aprendizaje.
- **Evaluación sumativa o final** en la que se evaluará la adquisición de los objetivos que se han establecido para la unidad didáctica.

Además, se ha incluido la **coevaluación** para poner en práctica la capacidad de análisis, observación y criterio de los alumnos, con respecto al trabajo de sus compañeros.

3.3.3.2. Medios, técnicas e instrumentos de evaluación

En la tabla 20 se detallan los medios, entendidos como las evidencias de aprendizaje, y se relacionan con las técnicas y los instrumentos de evaluación que darán un valor al grado de conocimiento o competencia adquirido.

Tabla 20. *Medios, técnicas e instrumentos de evaluación*

MEDIOS	ACTIVIDAD	TIPO DE EVALUACIÓN	AGRUPACIÓN	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Lluvia de ideas - JamBoard (conocimientos previos)	1	Inicial	GRUPO	Observación directa del grupo	No se emplean instrumentos de evaluación
Ejercicios interactivos	3 y 5	Formativa	INDIVIDUAL	Corrección automática online de los ejercicios	Escala de numeración automática
Práctica supervisada (actitud, participación y grado de implicación en el Proyecto, etc.)	1, 2, 3, 5 y 9.	Formativa	INDIVIDUAL	Observación directa del alumno	Lista de control
Video presentación	7	Final	GRUPO	Coevaluación: Evaluación entre pares mediante la observación	Escala de valoración
Maqueta	4	Final	GRUPO		
Cuaderno de Proyecto	6	Final	GRUPO	Análisis documental	Rúbrica

Fuente: elaboración propia

Los instrumentos de evaluación que se han diseñado para las diferentes actividades son:

- Lista de control (tabla 21)
- Escala de valoración (tabla 22)
- Rúbrica (tabla 23)

Tabla 21. Lista de control (actividades 1, 2, 3, 5 y 7)

LISTA DE CONTROL ACTIVIDADES 1, 2, 3, 5 y 9 (escala del 0 al 2)										
	Grado compromiso	Relación interpersonal	Expresión matemática	Dominio conocimientos	Trabajo personal	Trabajo en grupo	Actitud creativa	Uso de TIC		Nota/10
PESO	0,10%	0,15%	0,15%	0,15%	0,10%	0,10%	0,15%	0,10%		
Alumno 1									Actividad 1 y 2	
									Actividad 3 y 5	
									Actividad 9	
Alumno 2									Actividad 1 y 2	
									Actividad 3 y 5	
									Actividad 9	
Alumno 3									Actividad 1 y 2	
									Actividad 3 y 5	
									Actividad 9	
...										
Alumno 25									Actividad 1 y 2	
									Actividad 3 y 5	
									Actividad 9	
Alumno ejemplo	2	1	1	2	1	2	1	0	Actividad 1 y 2	6,25
	1	2	2	1	2	1	1	2	Actividad 3 y 5	
		0	2	1			0		Actividad 9	

Fuente: elaboración propia

Tabla 22. Escala de valoración

ESCALA VALORACIÓN ACTIVIDADES 4 y 7 (escala del 0 al 5)						
		Duración	Claridad en el mensaje	Domínio de conocimientos	Grado de interés	Calidad tecnológica
Video	Grupo 1					
	Grupo 2					
	Grupo 3					
	Grupo 4					
	Grupo 5					
	Grupo ejemplo	5	4	2	5	4

		Materiales	Creatividad	Calidad del resultado
Maqueta	Grupo 1			
	Grupo 2			
	Grupo 3			
	Grupo 4			
	Grupo 5			
	Grupo ejemplo	2	4	4

	Video	Maqueta	Nota final/10
Grupo 1			
Grupo 2			
Grupo 3			
Grupo 4			
Grupo 5			
Grupo ejemplo	4	3	7

Fuente: elaboración propia

Tabla 23. Rúbrica (cuaderno de Proyecto)

Indicador	Nivel 1 (0)	Nivel 2 (2,5)	Nivel 3 (5)	Nivel 4 (8)	Nivel 5 (10)
Formato	No se presenta el cuaderno de Proyecto	No se utiliza la plantilla proporcionada	Se utiliza la plantilla proporcionada pero el aspecto es descuidado, no homogéneo.	Se utiliza la plantilla proporcionada, el formato es homogéneo, pero no especialmente original.	Se utiliza la plantilla proporcionada, sin errores de formato, y los contenidos se distribuyen de forma creativa y original.
Lenguaje matemático	No se presenta el cuaderno de Proyecto	El lenguaje matemático empleado no es correcto y/o contiene muchas faltas de ortografía.	El lenguaje matemático empleado es casi correcto.	El lenguaje matemático empleado es correcto, pero le falta rigurosidad en los términos.	Domina el lenguaje matemático, es correcto y riguroso.
Estructura del documento y secuencia de contenidos	No se presenta el cuaderno de Proyecto	No es un documento estructurado sino una relación de textos.	Documento que tiene una estructura, pero ésta no tiene una secuencia adecuada.	Documento estructurado con una secuencia lógica del contenido.	Documento que destaca por su estructura ordenada y la secuencia de sus contenidos.
Nivel definiciones	No se presenta el cuaderno de Proyecto	El 50% o más de las definiciones de los conceptos no se ajustan a la realidad.	Entre el 50-75% de las definiciones de los conceptos se ajustan a la realidad.	Entre el 75-90% de las definiciones de los conceptos se ajustan a la realidad.	Entre el 90-100% de las definiciones de los conceptos se ajustan a la realidad.
Razonamiento en las demostraciones	No se presenta el cuaderno de Proyecto	La mayoría de las demostraciones matemáticas no son correctas y presentan errores de concepto.	La mitad aproximadamente de las demostraciones son correctas y no presentan errores de concepto.	La mayoría de las demostraciones son correctas y no presentan errores de concepto.	La gran mayoría de las demostraciones son correctas, no presentan fallos de conceptos, y al algún caso se realizan por dos caminos diferentes.
Hilo conductor	No se presenta el cuaderno de Proyecto	No existe un hilo conductor del documento.	Existe un hilo conductor del documento, pero se pierde fácilmente.	Existe un hilo conductor del documento y no se pierde a lo largo del documento.	El hilo conductor del documento es especialmente atractivo.

Fuente: elaboración propia

3.3.3.3. Criterios de evaluación y de calificación

Los criterios de evaluación son “el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura.” (RD 1105/2014). Los estándares de aprendizaje evaluables son “especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el estudiante debe saber” (RD 1105/2014)

En la tabla 24 se encuentran relacionadas las evidencias de aprendizaje (medios) con los criterios de evaluación considerados y los criterios de calificación asociados a cada una:

Tabla 24. *Criterios de evaluación y calificación*

MEDIOS	PESO CALIFICACIÓN	CRITERIO DE EVALUACIÓN	ESTÁNDAR DE APRENDIZAJE	COMPETENCIA CLAVE
Lluvia de ideas - JamBoard (conocimientos previos)	0%	CE8 - CE9	EAE8.1/EAE8.2 EAE9.1	CCL/CMCCT/CAA/ CSC
Ejercicios interactivos	25%	CE1 - CE2 - CE3- CE4	AEA1.1/1.2 AEA2.1/2.2 EAE3.1/3.2/3.3/3.4 EAE4.1/4.2	CMCCT/CD/CAA
Práctica supervisada (actitud, participación y grado de implicación en el Proyecto, etc.)	25%	CE5 - CE6 - CE7 - CE8 - CE9	EAE5.1 EAE6.1/6.2 EAE7.1 EAE8.1/EAE8.3 EAE9.1	CCL/CMCCT/CD/ CAA/CSC/CSIEE/ CCEC
Video presentación	25%	CE1	EAE1.1/1.2	CCL/CMCCT/CD/ CAA/CSC/CSIEE/ CCEC
Maqueta				
Cuaderno de Proyecto	25%	CE1 - CE2 - CE3- CE4	AEA1.1/1.2 AEA2.1/2.2 EAE3.1/3.2/3.3/3.4 EAE4.1/4.2	CMCCT/CD/CAA

Fuente: elaboración propia

3.4. Evaluación de la propuesta

La evaluación de la propuesta de intervención que se acaba de desarrollar, en aras de buscar la mejora permanente de la calidad educativa, se realizará desde varios puntos de vista, el de la autora (autoevaluación), y una vez que se imparta la unidad didáctica, el de los alumnos, y el del docente que la implemente en el aula.

3.4.1. Autoevaluación: análisis DAFO

A través de la matriz DAFO se realiza un análisis de las fortalezas y debilidades que tiene la propuesta desarrollada, así como posibles oportunidades o amenazas:

Tabla 25. *Matriz DAFO*

DEBILIDADES	AMENAZAS
<ul style="list-style-type: none"> ✓ El alumno no está acostumbrado a trabajar por Proyectos. ✓ Falta de tiempo para desarrollar adecuadamente las sesiones. ✓ Requiere un importante esfuerzo de evaluación individual por parte del profesor. ✓ El aprendizaje colaborativo requiere que el alumno asuma la responsabilidad de la organización y el tiempo, tarea a la que no está habituado. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Falta de apoyo de las familias, por no conocer en profundidad la metodología. ✓ Necesidad de recursos tecnológicos mínimos en casa (ordenador). ✓ Falta madurez de los alumnos. ✓ En los grupos de trabajo pueden surgir conflictos entre alumnos al no ser elegidos por ellos. ✓ Desigualdad en la implicación en el Proyecto dentro del grupo.
FORTALEZAS	OPORTUNIDADES
<ul style="list-style-type: none"> ✓ El deporte es un tema interesante para el alumno. ✓ Motivación del alumnado a través de la competitividad (positiva). ✓ No requiere de una gran inversión para llevarlo a cabo. ✓ Mejora de la relación alumno-profesor ✓ Está ampliamente documentado por lo que es difícil perderse en el objetivo. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dar a conocer al centro en el barrio. ✓ Conexión con la realidad exterior. ✓ Cambio de concepción de las matemáticas (paso de una materia difícil, aburrida y memorísticas a interesante y necesaria para el día a día) ✓ Posible ampliación interdisciplinar del Proyecto.

Fuente: elaboración propia

3.4.2. Cuestionario para los alumnos y para el docente

Al finalizar el periodo de implantación de la unidad didáctica, se llevará a cabo un cuestionario de satisfacción al alumnado para que dé su opinión sobre la propuesta metodológica que ha desarrollado y se solicitará que se aporten posibles aspectos de mejora. De igual forma, el profesor que la ha impartido podrá realizar otro cuestionario con el mismo propósito, identificar elementos que la mejoren y la respuesta que se ha observado por parte del alumnado:

- [Cuestionario alumnos](#)
- [Cuestionario profesor](#)

4. Conclusiones

Tras finalizar la introducción, el marco teórico y la propuesta de intervención se desarrollará a continuación las principales conclusiones que se han extraído al elaborar el presente trabajo.

Se marcaba como objetivo general diseñar una propuesta didáctica combinando AbP con Aprendizaje colaborativo, material manipulativo y uso de las TIC, y esta se ha desarrollado con un alto grado de participación y protagonismo del alumnado en las distintas actividades y conectando la materia con la realidad del estudiante. De esta forma, se intenta modificar la actitud del alumno frente a la asignatura de Matemáticas y con ello, aumentar su rendimiento académico tal y como se pretendía al origen del documento.

Con relación a los objetivos específicos marcados, se ha podido constatar, gracias a la investigación realizada en el marco teórico, que la metodología seleccionada a la hora de diseñar la unidad didáctica, AbP, consigue llevar al alumno hasta la adquisición de competencias y hacia un aprendizaje verdaderamente significativo de una forma más eficaz que los procesos de enseñanza tradicionales. También se han identificado las dificultades que tiene el alumno en el aprendizaje de Geometría en la ESO y ello ha permitido focalizar las actividades hacia la superación de estos obstáculos. Por último, se ha realizado una investigación sobre ventajas que tienen otras estrategias como el Aprendizaje colaborativo, el uso de material manipulativo y el uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje y qué resultados se han obtenido al ponerlas en práctica en el aula. Han resultado muy apropiadas para introducirlas dentro del contexto de AbP en la propuesta de introducción. Lo analizado en el marco teórico se ha puesto en práctica para cumplir el último objetivo específico, diseñar un conjunto de actividades que combinen una metodología y estrategias óptimas para motivar al alumno en el aprendizaje.

Finalmente resaltar que el esfuerzo que supone para el docente el diseño y creación de una propuesta que integre tantas estrategias didácticas innovadoras (Proyectos, colaborativo, manipulativo y TIC) tiene su recompensa en el enriquecimiento del estudiante en las competencias desarrolladas a lo largo del proceso de aprendizaje, que no se queda en la materia de Geometría o en la asignatura de Matemáticas, sino que van más allá, permitiendo al alumno crecer como persona.

5. Limitaciones y prospectiva

Tras las conclusiones se plantean las principales limitaciones que se han encontrado a la hora de elaborar la propuesta:

- 1) En la búsqueda bibliográfica realizada en el marco teórico principalmente, se ha encontrado numerosa bibliografía sobre Geometría y sus dificultades, AbP, Aprendizaje Colaborativo, material manipulativo en Geometría y uso de las TIC, pero no se ha encontrado tanta documentación que relacione unos contenidos con otros. Tampoco se han hallado experiencias reales en el aula que combinen estas metodologías.
- 2) Fruto de la experiencia en las prácticas realizadas se extrae también la gran dificultad que tiene el docente para integrar la totalidad de los contenidos del currículo que establece la legislación en las horas que tiene asignada la asignatura de Matemáticas, por lo que esta dificultad se ve incrementada considerablemente en el empleo de metodologías innovadoras que requieren de más tiempo que un tipo de enseñanza tradicional.
- 3) Se identifica una dificultad añadida en caso de que los alumnos receptores de la propuesta no hayan trabajado nunca con AbP y sobre todo de forma colaborativa, ya que en esta situación se requiere un tiempo de aprendizaje y rodaje en este tipo de metodologías.
- 4) Otra gran limitación en la que nos encontramos en la actualidad es la situación de pandemia por la que se está atravesando la sociedad en estos momentos. Las medidas COVID que se están implementando en los centros educativos a veces no comulgan con las necesidades de este tipo de metodologías innovadoras donde se hace necesario agrupamientos y contacto entre los alumnos. Además, se requiere de tiempo de ventilación de las aulas, que recortan el tiempo disponible que ya está bastante ajustado.
- 5) El horario laboral de los profesores, con las horas de docencia, tutorías y elaboración de la documentación que requieren las Administraciones, en la mayoría de los casos no permiten disponer del tiempo necesario para elaborar propuestas interesantes y novedosas para el estudiante.

- 6) Para implementar este tipo de metodologías se hace necesario una adecuada formación del profesorado, que requiere tiempo y recursos. También una toma de consciencia de la propia metodología por parte del estudiante, que demanda tiempo y un cambio de actitud en el alumno, y este, en ocasiones, puede no estar interesado.

Para finalizar, se espera que el diseño de la unidad didáctica que recoge este documento pueda ser de utilidad como recurso para docentes de Matemáticas que deseen implantar tecnologías innovadoras en sus aulas, y que pueda ser evaluado en aras de implantar mejoras en él, como búsqueda de la calidad educativa.

Como líneas futuras de trabajo que puedan surgir a partir de la propuesta incluida en este TFE, se podría integrar contenidos de otras materias para trabajar sobre un Proyecto multidisciplinar, incluyendo asignaturas como Tecnología, Educación Física o Inglés. Se podría mantener el mismo hilo argumental adaptándolo a distintas áreas de conocimiento.

Referencias bibliográficas

Andonegui, M. (2006). Geometría: conceptos y construcciones elementales.

<https://scioteca.caf.com/bitstream/handle/123456789/531/64.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Antón, Á. y Sánchez, M. (2020). Metodología mixta Flipped Classroom y Aprendizaje Basado en Proyectos para el aprendizaje de la geometría analítica en Secundaria. Gredos.

https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/146321/Metodologia_mixta_Flipped_Classroom_y_Ap.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Azcárate, C. (1997). Si el eje de ordenadas es vertical, ¿qué podemos decir de las alturas de un triángulo? *Suma*, 25, 23-30.

<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/12965/023-030.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en la UPEL "El Mácaro". *Enseñanza de la Matemática*, 12, 67-86.

<http://funes.uniandes.edu.co/14702/1/Baez2007Principios.pdf>

Barrantes, M. y Balletbo, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25.

<http://revistacientifica.uaa.edu.py/index.php/riics/article/view/12/12>

Barrantes, M., Balletbo I. y Fernández M.A. (2014). Enseñar Geometría en Secundaria. In *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, 1(3), 26-33.

https://www.researchgate.net/profile/Manuel-Lopez-29/publication/261170095_Ensenar_geometria_en_Secundaria/links/004635335b16023b5c000000/Ensenar-geometria-en-Secundaria.pdf

Barrantes, M. y Blanco, L. J. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la Geometría escolar. Enseñanza de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(2), 241-250.

<https://ddd.uab.cat/record/1658>

Barrantes, M. y Zapata, M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 27(1), 55-71.

<https://relatec.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/view/1985>

Battiston, G. (2017). *Zigmunt Bauman. Modernidad y globalización*. Villa María: Eduvim.

Bauman, Z. (2015). *Modernidad líquida*. Fondo de cultura económica.

Bretel, L. (2019). *Manual de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPro) Orientaciones para su diseño e implementación en aula*. Universidad Tecnológica de Chile INACAP.

<http://www.inacap.cl/web/documentos/manuales-estrategias-actualizacion-2019/manual-de-aprendizaje-basado-en-problemas.pdf>

Campos, D. (2020). *Materiales manipulativos y resolución de problemas en Geometría para educación Secundaria* [Trabajo Final de Máster, Universidad de Valladolid]. UVaDOC.

<https://uvadoc.uva.es/handle/10324/43459>

Canal Mistercinco (24 agosto de 2012). *ÁREAS: CUADRADO, TRIÁNGULO, RECTÁNGULO, ROMBO, CIRCULO... GEOMETRÍA BÁSICA Mistercinco* [Video]. YouTube.

<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=iUZDIER6Hfs>

Castro, J. (2004). *El desarrollo en la noción de espacio en el niño de educación inicial*. *Acción pedagógica*, 13(2), 162-170.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2970459>

Ceferino, A. (21 febrero 2016). *Semejanza de triángulos*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/etd87kcu#material/VHSHMzWg>

Collazos, C., Guerrero, L., y Vergara, A. (2001). Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor. *In Proceedings of the 3rd Workshop on Education on Computing, Punta Arenas, Chile.*

[https://www.academia.edu/15610051/Aprendizaje Colaborativo un cambio en el rol del profesor?from=cover_page](https://www.academia.edu/15610051/Aprendizaje_Colaborativo_un_cambio_en_el_rol_del_profesor?from=cover_page)

Collazos, C. y Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el “aprendizaje colaborativo” en el aula. *Educación y educadores*, 9(2), 61-76.

<https://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/663>

Deleon, L. (5 mayo 2015). *Libro Geogebra: figuras planas*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/RnEKrPs9>

Decreto 48/2015, de 14 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid*, núm. 118, de 20 de mayo de 2015, 10-309.

http://www.bocm.es/boletin/CM_Orden_BOCM/2015/05/20/BOCM-20150520-1.PDF

Elprofesordemates (1 febrero 2017). *Circunferencia y círculo. Elementos básicos*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/eu2g4X9s>

Fernández-Nieto, E. L. (2018). La Geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, 6(1), 33-61.

<https://revistas.udes.edu.co/aibi/article/view/1704/1894>

Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un paseo por la Geometría*, 04-05.

http://www.fisica.ru/2017/dfmg/teacher/archivos/Modelo_de_Van_hiele_para_la_didactica_de_la_geometria- F. Fouz & Berritzegune de Donosti.pdf

García Castillo, N. y Rodríguez Gómez, J. (2010). El uso del Cabry Geometry en las aulas de Secundaria y su efecto en el aprendizaje y actitud hacia las matemáticas. *Revista Memorias*, 10(1), 97-119.

<http://memorias.um.edu.mx/ojs/index.php/rev/article/view/48/43>

Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación Matemática*, 3(02), 49-65.

<http://funes.uniandes.edu.co/9517/>

Hernández Moreno, J. (2016). *La modernidad líquida*. Política y cultura, (45), 279-282.

<http://www.scielo.org.mx/pdf/polcul/n45/0188-7742-polcul-45-00279.pdf>

Hernando, A. (2015). *Viaje a la escuela del siglo XXI*. Fundación Telefónica.

<http://www.aprendevirtual.org/centro-documentacion-pdf/viaje-interactivo-18-01-16.pdf>

International Association for the Evaluation of Educational Achievement. *TIMSS Trends in International Mathematics and Science Study*.

<https://www.iea.nl/studies/iea/tims>

Iranzo, N. y Fortuny, J. M. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 433-446.

<https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/142075/332857>

Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano: la evaluación del nivel de razonamiento* [Tesis Doctoral, Universidad de Valencia]. Roderic.

<https://roderic.uv.es/handle/10550/37994>

Jorgeruiz334 (29 mayo de 2012). *Para hallar el perímetro* [vídeo]. YouTube.

<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=eAcWjmEFxwY>

KhanAcademyEspañol (28 julio 2016). *Teorema de Tales. Matemáticas. Khan Academy en Español* [Vídeo]. YouTube.

<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=l5mUIKf14cg>

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 106, de 4 de mayo de 2006, 17158-17207.

<https://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 295, de 10 de diciembre de 2013, pp. 97858-97921.

<https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 340, de 30 de diciembre de 2020, 122868-122953.

<https://www.boe.es/boe/dias/2020/12/30/pdfs/BOE-A-2020-17264.pdf>

Llena-Cortés, A. (2017). *Enseñar geometría en segundo curso de Educación Secundaria: el uso del material manipulativo* [Trabajo final de máster, UNIR]. Re-UNIR.

<https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/6489/LLENA%20CORTES%20ANNA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Méndez, I. (2015). *Prácticas docentes y rendimiento estudiantil. Evidencia a partir de TALIS 2013 y PISA 2012*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, el Gobierno de La Rioja y la Fundación Santillana.

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/en/dam/jcr:da437835-580b-4d2a-98d6-a0a315c802e4/practicadocentesyrendimientoestudiantil.pdf>

Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2019). *PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe Español*. Ministerio de Educación y Formación Profesional.

<https://sede.educacion.gob.es/publiventa/pisa-2018-programa-para-la-evaluacion-internacional-de-los-estudiantes-informe-espanol/evaluacion-examenes/23505>

Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2021). *Sistema estatal de indicadores de la educación 2021*.

https://sede.educacion.gob.es/publiventa/descarga.action?f_codigo_agc=22522

Ochaíta, E. (1983). La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial. *Estudios de psicología*, 4(14-15), 93-108.

<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02109395.1983.10821356>

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación Secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 25, de 29 de enero de 2015, 6986-7003.

<http://www.boe.es/boe/dias/2015/01/29/pdfs/BOE-A-2015-738.pdf>

Pereiro, D. (5 mayo 2020). *Polígono regular. Ángulo central*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/zkzt7zhp>

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 3, de 3 de enero de 2015, 169-546.

<https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

Recomendación 2006/962/EC del Parlamento europeo y del Consejo del 18 diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. *Diario Oficial de la Unión Europea*, L 394, de 30 de diciembre de 2006.

<https://eur->

[lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:ES:PDF](https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:ES:PDF)

Román-Andújar, L. (2018). *Uso de materiales manipulativos para el aprendizaje de la geometría en 1º ESO* [Trabajo final de máster, UNIR]. Re-UNIR.

<https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/6536/ROMAN%20ANDUJA%20LAURA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Romero-Valderrama, A. C., Forero-Romero, A. y Rodríguez-Hernández, A.A (2018). Análisis comparación del aprendizaje basado en proyectos de forma tradicional y con mediación de las TIC. *Revista ESPACIOS*, 39(52).

<http://www.revistaespacios.com/a18v39n52/18395228.html>

Ruiz Garzón, G. (2001). Sobre la utilidad de la Geometría en la enseñanza de la Probabilidad. *Suma*.

<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/13599/067-074.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Torres, V. (11 mayo 2015). Teorema de Pitágoras. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/BnPMKV3z#material/umaVTwrv>

Trujillo, F. (2012). Enseñanza basada en proyectos: una propuesta eficaz para el aprendizaje y el desarrollo de las competencias básicas. *Revista Eufonía-Didáctica de la Educación Musical*, 55, 7-15.

https://fernandotrujillo.es/wp-content/uploads/2012/09/articulo_Eufonia_final.pdf

Trujillo, F. (2013). Debate Fundación Telefónica y EducaRed: Pilares fundamentales del aprendizaje en el siglo XXI y aprendizaje basado en problemas (ABP). *Blog de Fernando Trujillo*.

<https://fernandotrujillo.es/debate-de-educared-pilares-fundamentales-del-aprendizaje-del-siglo-xxi-y-aprendizaje-basado-en-problemas/>

Trujillo, F. (2015). *Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF)*. Servicio de Formación en Red. INTEF.

http://formacion.intef.es/pluginfile.php/110319/mod_resource/content/2/AbP_3_15_B1_definicionAbP.pdf

Ugarte, A. (27 marzo 2020). *Teorema de Pitágoras: Enunciado y ejemplos*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/rp4sbpav>

Ugarte, A. (3 abril 2020a). *Figuras semejantes*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/m/etd87kcu#material/q25zssat>

Ugarte, A. (3 abril 2020b). *Triángulos en posición de Tales*. Geogebra [Free Software Foundation].

<https://www.geogebra.org/material/show/id/grrg9reu>

Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94.

<https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762005.pdf>

Villarroel, S., y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 78, 73-94.

http://www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Articulos_04.pdf

Xunta de Galicia Consellería de cultura, educación e ordenación universitaria. Geometría Plana de la ESO con Geogebra: Proporcionalidad Geométrica y Teorema de Thales.

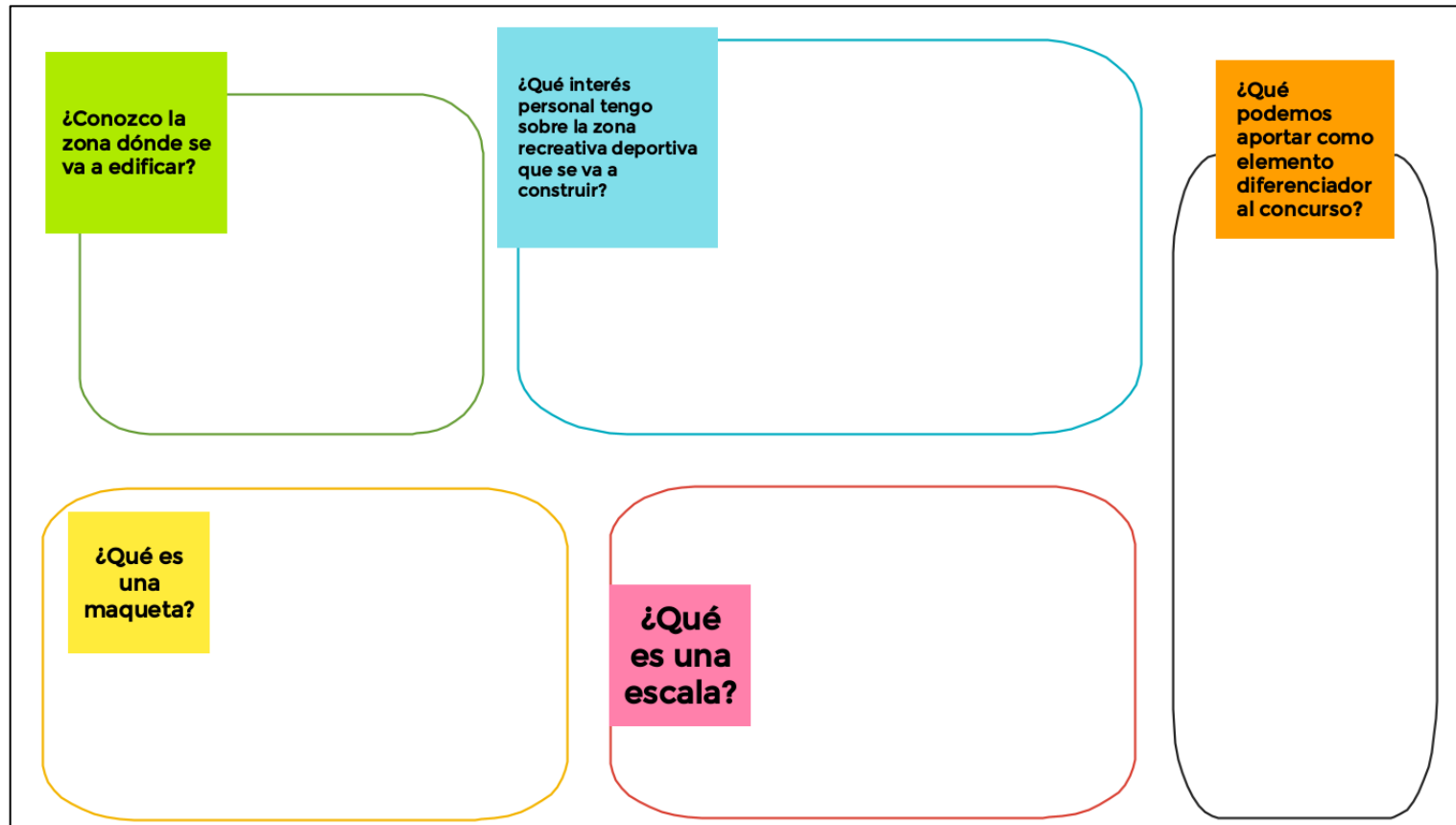
https://www.edu.xunta.gal/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1491478128/contido/ud7_proporcionalidad_geometrica_y_teorema_Thales/index.html

Xunta de Galicia Consellería de cultura, educación e ordenación universitaria. Geometría Plana de la ESO con Geogebra: Teorema de Thales y Semejanza.

https://www.edu.xunta.gal/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1491480036/contido/ud9_teorema_Thales_y semejanza/6_escalas_planos_y_magnitudes.html

Anexo A. Recursos para las actividades

Figura 9. Lluvia de ideas con JamBoard (Actividad 1)



The image shows a project-based learning template with six colored boxes, each containing a question related to geometry. The boxes are arranged in a grid-like fashion within a larger black-bordered frame.

- Yellow box (top-left):** ¿Qué te sugiere el término semejante?
- Green box (top-middle):** ¿Qué significa el concepto proporcional?
- Light blue box (top-right):** ¿Cuántas figuras planas conoces?
- Pink box (middle-left):** ¿Qué es el área de una figura?
- Yellow box (middle-right):** ¿Qué es un polígono?
- Light blue box (bottom-left):** ¿Puedes poner ejemplos de polígonos?

¿Reconocerías algún concepto del que hemos hablado en una cancha de baloncesto? ¿Y en una pista de fútbol?



Fuente: Elaboración propia con JamBoard

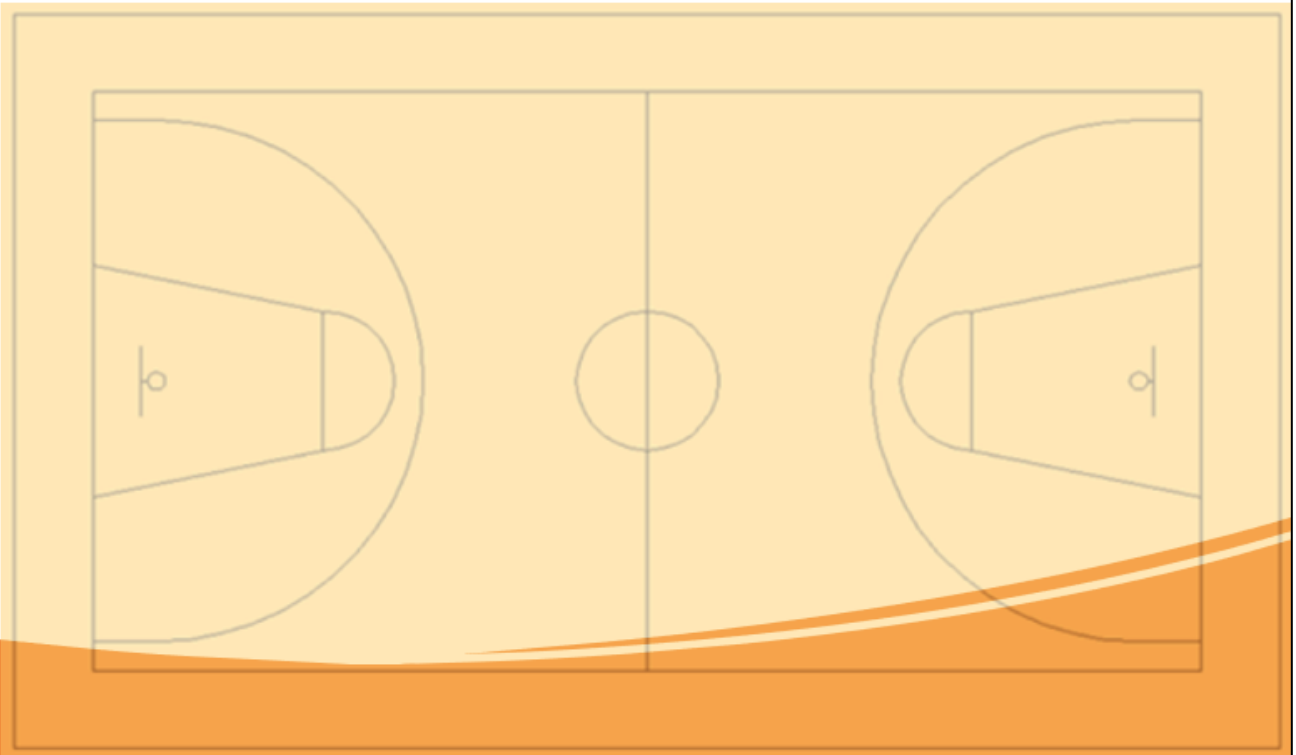
Figura 10. Dossier de Proyecto (Actividad 2)



Proyecto:

GEOMETRÍA Y DEPORTE EN VALLECAS

Grupo B: _____



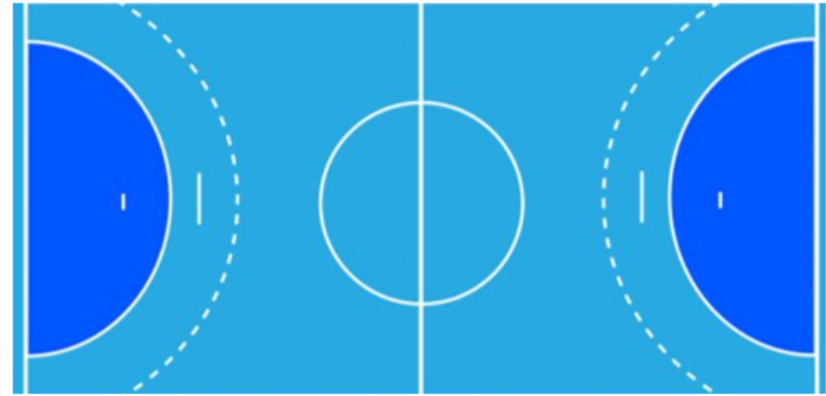
Proyecto:
GEOMETRÍA Y DEPORTE EN VALLECAS
Grupo C: _____

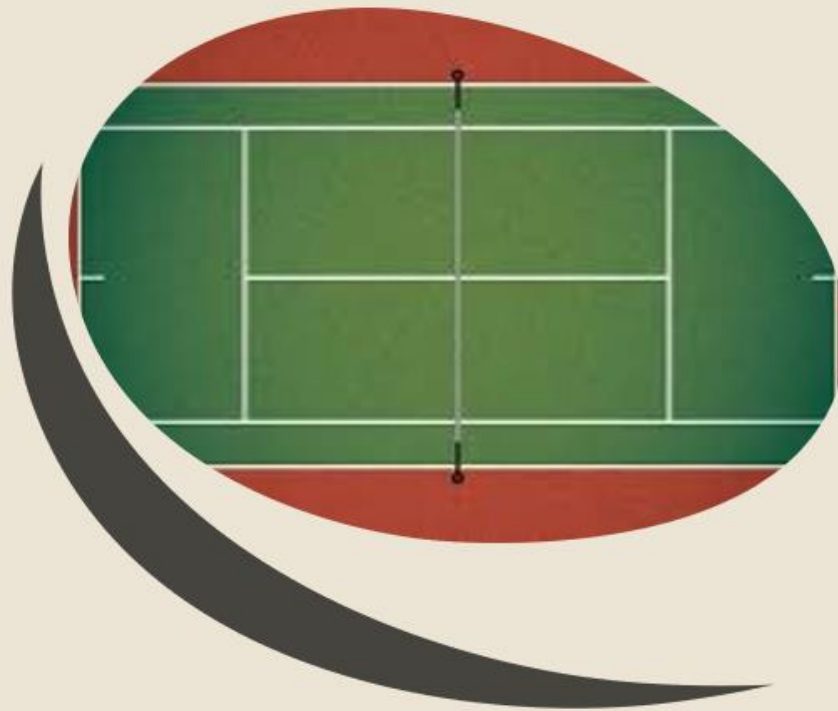


Proyecto:

GEOMETRÍA Y
DEPORTE EN
VALLECAS

GRUPO D: _____





Proyecto:
GEOMETRÍA Y
DEPORTE EN
VALLECAS

Grupo E: _____

PROYECTO GEOMETRÍA Y DEPORTE EN VALLECAS: SESIONES DE TRABAJO

Sesión 1

Presentación del Proyecto
Organización de equipos
Normas
Evaluación
Lluvia de ideas

Sesión 2

Planificación del trabajo
Recopilación de datos
previos

Sesión 3

Aprendo 1ª Parte

Sesión 5

Aprendo 1ª Parte

Sesión 4

Aprendo 1ª Parte

Sesión 6

Planos, maqueta y
geoplano

Sesión 7

Planos, maqueta y
geoplano

Sesión 9

Aprendo 2ª Parte

Sesión 11

Cuaderno de
Proyecto

Sesión 13

Visualización de
videos

Sesión 8

Aprendo 2ª Parte

Sesión 10

Aprendo 2ª Parte

Sesión 12

Maquetación vídeo

Sesión 14

Debate y evaluación

Proyecto:

GEOMETRÍA Y DEPORTE EN VALLECAS

CONSTRUYENDO UNA MAQUETA PARA MI
BARRIO:

Parte 1: LA MAQUETA

Parte 2: EL GEOPLANO

Parte 3: EL CONCURSO

1 ¡COMENZAMOS!



¿QUÉ INFORMACIÓN NECESITO
¿En qué terrenos se va a edificar?
¿Qué superficie dispongo para construcción de zona deportiva?
¿De qué instalaciones deportivas dispone ya mi barrio?
¿Cuáles son las medidas de una pista real que requiere mi deporte?
.....

¿QUÉ MATERIALES NECESITO PARA CONSTRUIR UNA MAQUETA?

2 LA ENCUESTA

¿Qué deporte prefiere mi colegio?

Grupo consultado:
Total encuestados:
Deporte más votado:
Resultado:

No olvides poner el nombre de un deportista de élite a tu grupo

Figura 11. Dossier de Proyecto (Actividad 3)

3 ¿CÓMO HAGO MI MAQUETA?
COMENCEMOS VIENDO ALGUNOS CONCEPTOS CLAVE...

Proporcionalidad y semejanza en triángulos

APRENDE

Haz ctrl+clic →
(Actividades 1 y 2)

RAZÓN ENTRE DOS SEGMENTOS

LONGITUDES DE LOS SEGMENTOS:
 $AB = 2$
 $CD = 4$

RAZÓN
 $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{4} = 0.5$

Haz ctrl+clic →

DEFINE EN TU CUADERNO DE PROYECTO:

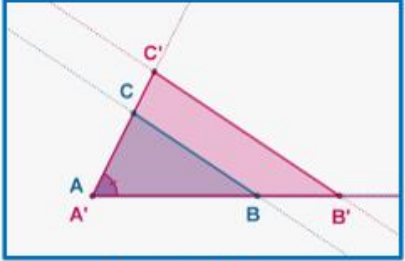
- Razón entre dos segmentos
- Segmentos proporcionales
- Criterios de semejanza de triángulos

Teorema de Tales

APRENDE

Teorema de Tales

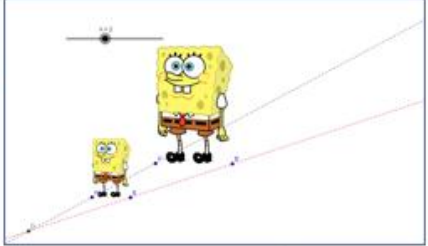
Haz ctrl+clik



Haz ctrl+clik

Figuras y polígonos semejantes

APRENDE



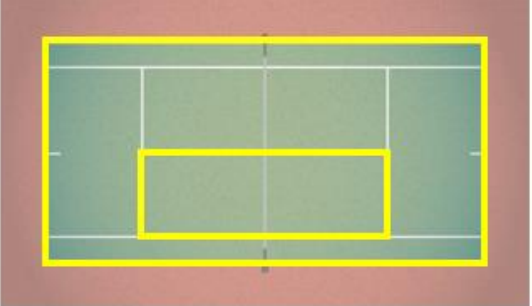
Haz ctrl+clik

Semejanza de figuras

DESCRIBE EN TU DIARIO DE PROYECTO:

- Figuras semejantes
- Polígonos semejantes
- Razón de semejanza de un polígono

DEFINE EN TU CUADERNO DE PROYECTO:
Enunciado del Teorema de Tales
Representación gráfica del Teorema de Tales



Escalas

Haz ctrl+clic



DEFINE EN TU CUADERNO DE PROYECTO:
Escala en forma de constante y en forma $1/n$

PRACTICA

Semejanza triángulos 1

Semejanza triángulos 2

Teorema Tales

Semejanza de figuras

Escalas

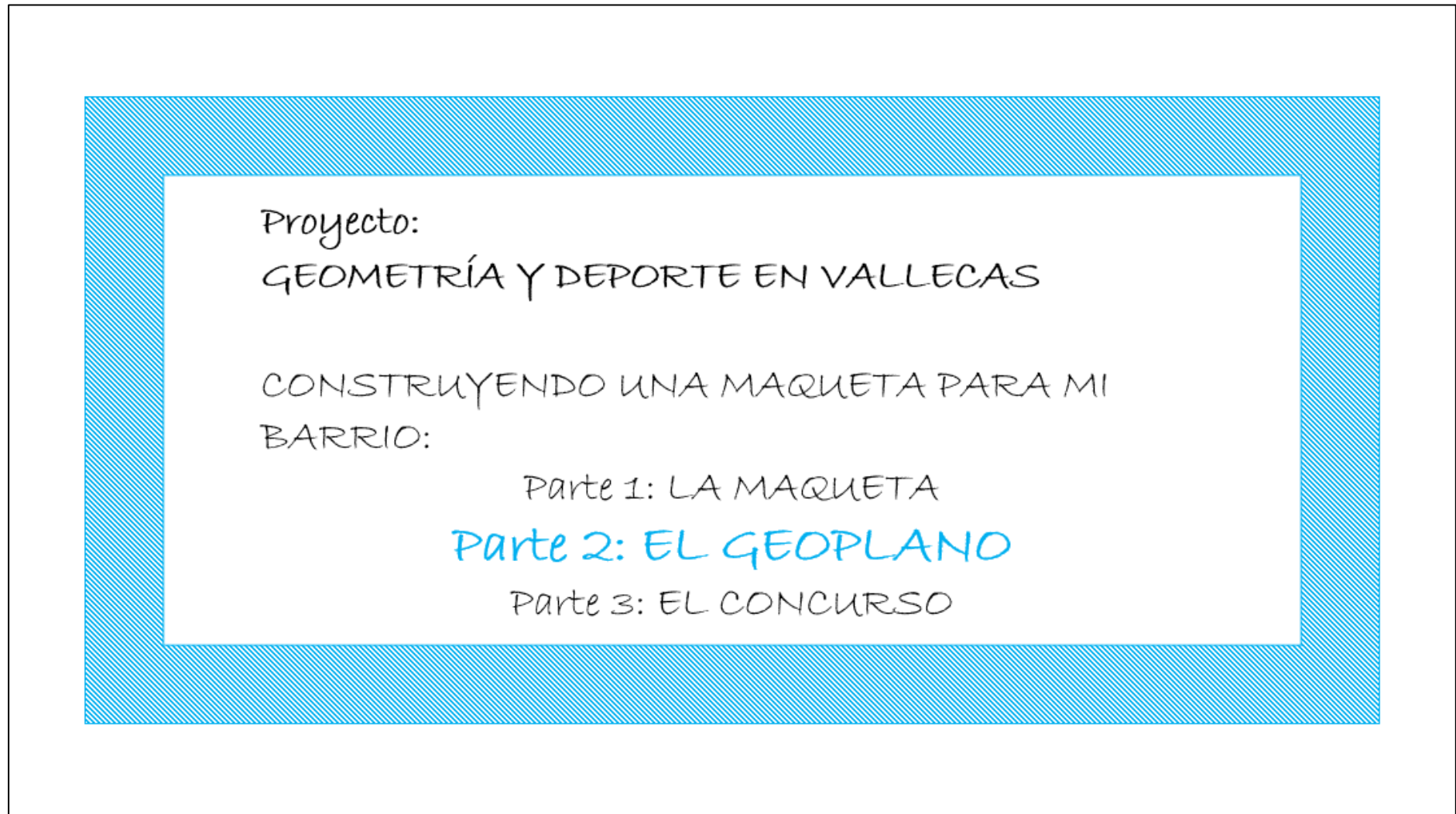
Fuente: elaboración propia

Figura 12. Dossier de Proyecto (Actividad 4)



Fuente: elaboración propia

Figura 13. Dossier de Proyecto (Actividad 5)

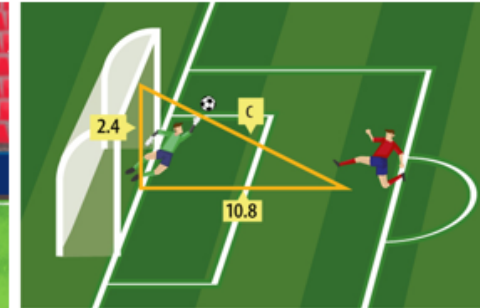
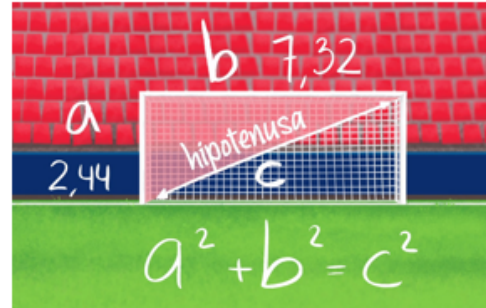


1 El geoplano

2 Teorema de Pitágoras

Demostración

Enunciado y ejemplos



DEFINE EN TU CUADERNO DE PROYECTO:

- Triángulos rectángulos
- Teorema de Pitágoras: enunciado y demostración

Manípara:

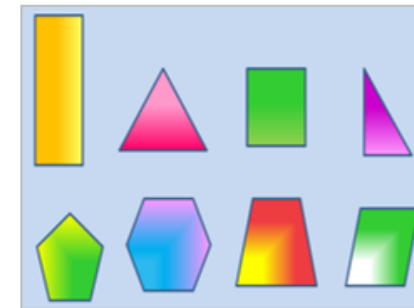


Busca triángulos rectángulos en el geoplano y calcula uno de sus lados a partir de los otros dos. Comprueba tu respuesta con una cuerda.

3

Figuras geométricas planas: polígonos

DEFINE EN TU CUADERNO DE PROYECTO:
Triángulo, rectángulo, cuadrado, romboide,
trapecio y polígono regular e indica para cada
una de ellas su perímetro y área de forma
algebraica.
Identifica en un polígono, ángulos interiores
y centrales.

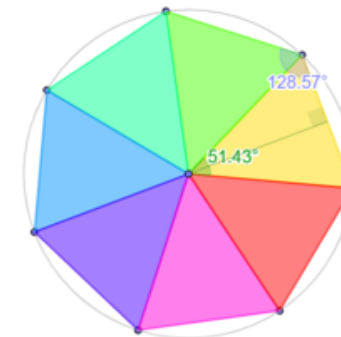


Haz ctrl+clíc

Manípara



Identifica figuras en tu geoplano y calcula su área y
perímetro. Comprueba el perímetro.
Si no encuentras alguna figura en tu maqueta, puedes
intercambiar con otros equipos.
Identifica ángulos y clasificalos.
Haz fotos para tu diario de prácticas.



Haz ctrl+clíc

4

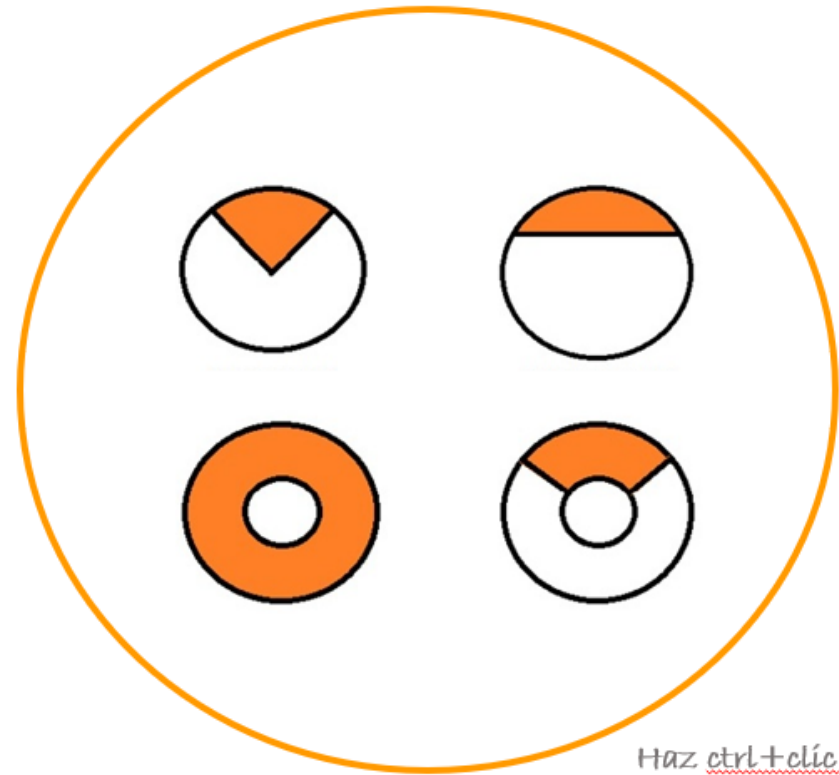
Figuras geométricas planas circulares

DEFINE EN TU CUADERNO DE TRABAJO:
Circunferencia y arco de circunferencia.
Expresa la longitud de forma algebraica.
Círculo, sector circular y corona circular.
Expresa su área de forma algebraica
Ángulos: central, inscrito, semiinscrito,
interior, exterior y circunscrito.

Manipula



Identifica círculos y sectores circulares en tu geoplano, calcula su longitud y comprueba. Si no lo encuentras en tu maqueta, puedes intercambiar con otros grupos.
Igualmente, identifica círculos, sector circular o coronas circulares, y calcula su área.
Haz fotos para tu diario de prácticas.



Haz ctrl+clíc

PRACTICA

Teorema Pitágoras 1

Teorema Pitágoras 2

Teorema Pitágoras 3

Polígonos

Áreas y perímetros 1

Áreas y perímetros 2

Áreas y perímetros 3

Perímetro

Áreas

Ángulos 1

Ángulos 2

Circunferencia y círculo

Áreas y perímetros circulares

Sector corona y trapecio

Fuente: elaboración propia

Figura 14. Dossier de Proyecto (Actividad 6-7)





Elabora un cuaderno de prácticas digital con todo lo que has aprendido en el Proyecto.

Puedes insertar imágenes, audios, videos...etc.

Descarga tu plantilla aquí:



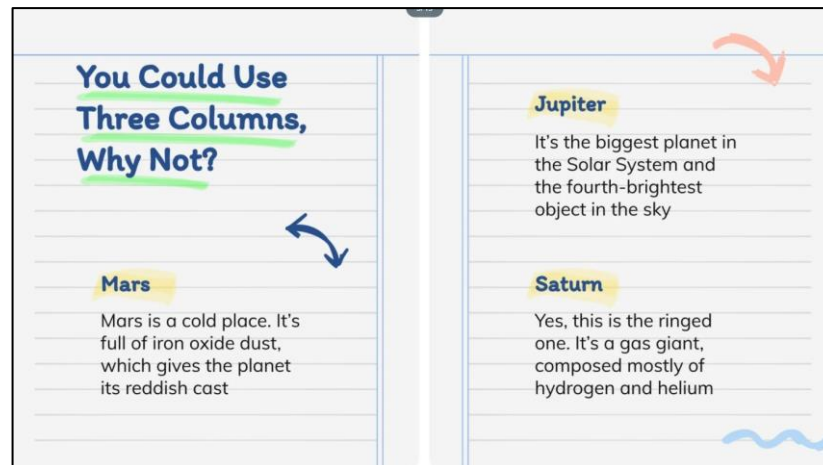
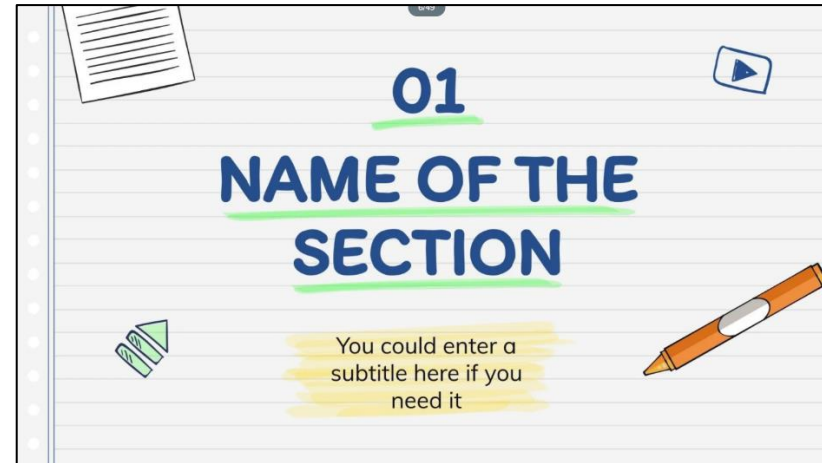
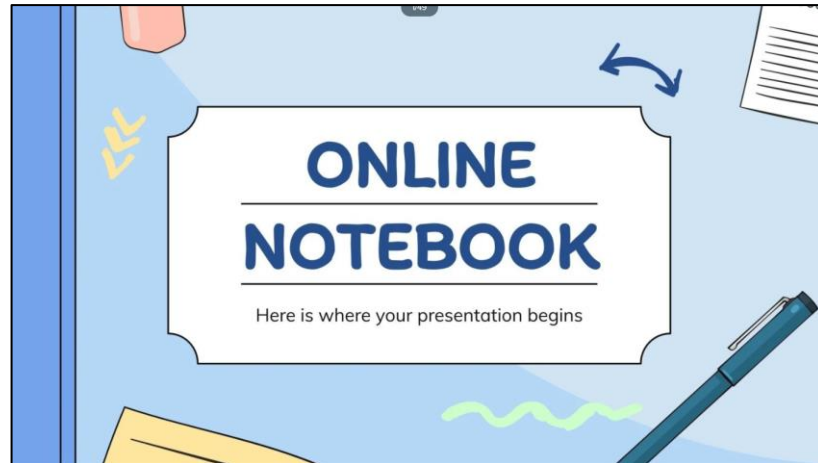
Realiza un vídeo de 10' de duración a partir de imágenes, fotos y vídeos (principalmente) para presentar al concurso. El mismo tiene que contar con:

- Presentación de la propuesta de una pista deportiva determinada para el distrito, en la zona recreativa seleccionada. Indicando porqué construir esa pista y qué puede aportar ese deporte en el barrio.
- Descripción del proceso de elaboración de la maqueta.
- Pínceladas de lo que se ha aprendido en el proceso de elaboración de la maqueta.
- El resultado de la encuesta realizada en el centro.

Fuente: elaboración propia

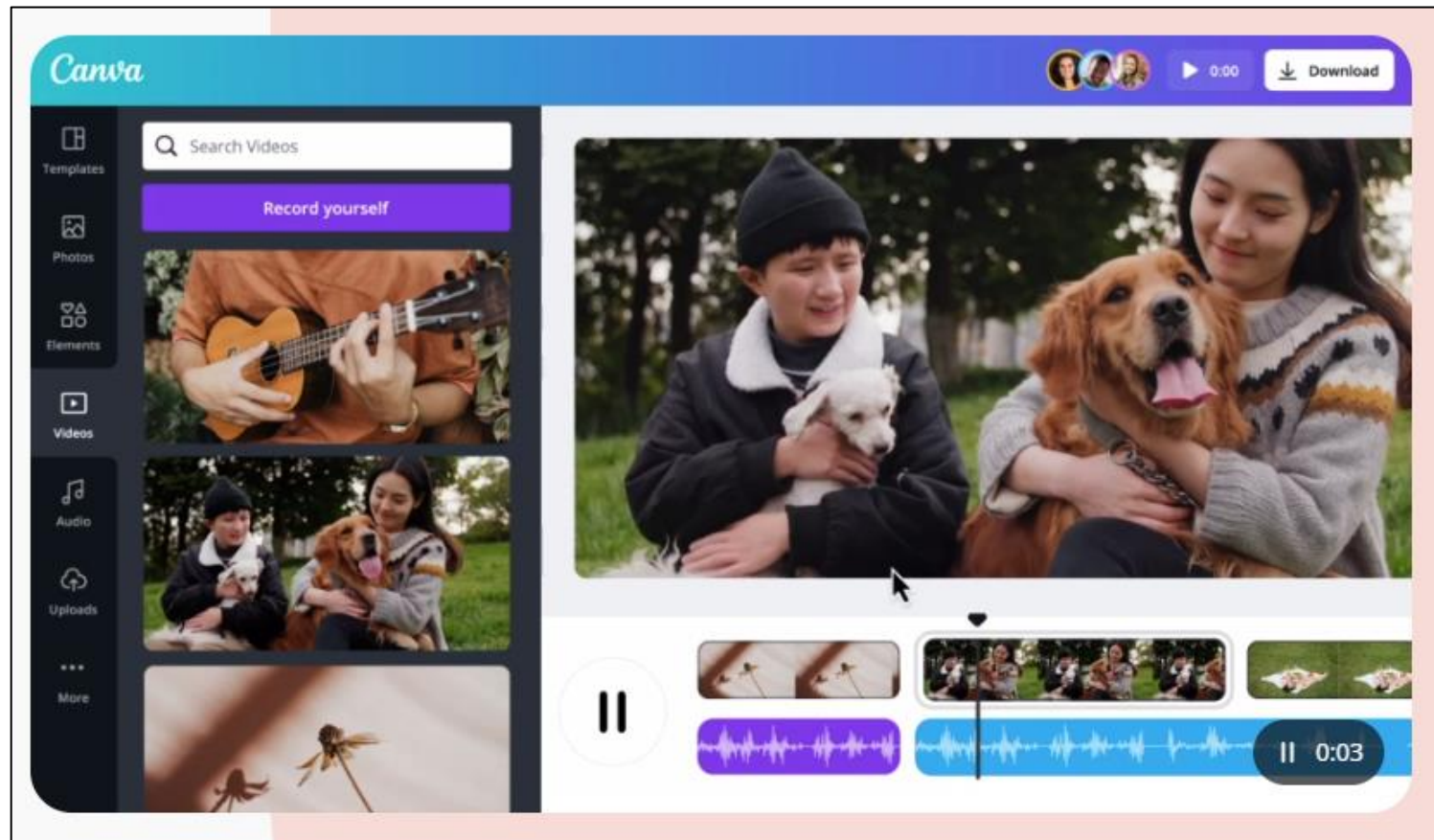
Figura 15. Plantilla para el Cuaderno de Proyecto (Actividad 2)

Link de descarga: <https://slidesgo.com/es/tema/cuaderno-online#search-Educaci%C3%B3n&position-8&results-1364>



Fuente: elaboración propia

Figura 16. Software edición videos (Actividad 2)



Fuente: <https://www.canva.com/>

Anexo B. Encuestas realizadas

Figura 17. Encuesta a alumnos

ENCUESTA A ALUMNOS 2º ESO

Grado satisfacción experiencia AbP

***Obligatorio**

1. ¿Te ha resultado interesante el Aprendizaje basado en Proyectos? *

Marca solo un óvalo.

- Nada interesante
 Interesante
 Muy interesante

2. ¿Con qué dificultades te has encontrado? (Entender el proceso, gestionar el tiempo, organizar el trabajo, trabajar en grupo, trabajar individualmente...etc.)

3. ¿Te gustaría repetir la experiencia en otras materias?

Marca solo un óvalo.

- Sí
 No

4. ¿Qué es lo que más te ha gustado del método?

5. ¿Te ha parecido interesantes las herramientas tecnológicas que se te han facilitado?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

6. El trabajar con material manipulativo, ¿te ha ayudado a entender los conceptos matemáticos?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

7. ¿Te parece adecuado el contenido de las actividades al tiempo de realización?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

8. Clasifica del 1 al 5 el esfuerzo que has realizado

Selecciona todos los que correspondan.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

9. ¿Qué cambiarías del método?

Fuente: elaboración propia con Google Forms

Figura 18. Encuesta al profesor

ENCUESTA A PROFESOR 2º ESO

Grado satisfacción experiencia AbP

*Obligatorio

1. ¿Te ha resultado interesante el Aprendizaje basado en Proyectos como metodología didáctica? *

Marca solo un óvalo.

- Nada interesante
 Interesante
 Muy interesante

2. ¿Con qué dificultades te has encontrado a la hora de impartirlo?

3. ¿Ha respondido el alumnado ante el aprendizaje colaborativo?

Selecciona todos los que correspondan.

- Sí
 No
 A veces he tenido que intervenir

4. ¿Cuál ha sido el grado de respuesta del alumnado?

Marca solo un óvalo.

- Alto
 Medio
 Bajo

5. ¿Qué es lo que más te ha gustado del método?

6. ¿Le han resultado al alumno accesibles las herramientas tecnológicas facilitadas?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

7. El trabajar con material manipulativo, ¿ha ayudado al alumno a entender los conceptos matemáticos?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

8. ¿Te parece adecuado el contenido de las actividades al tiempo de realización?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

9. ¿Te ha demandado mucho tiempo la preparación de los contenidos?

Marca solo un óvalo.

Sí

No

Poco

10. ¿Has encontrado apoyo de las familias?

Marca solo un óvalo.

Sí

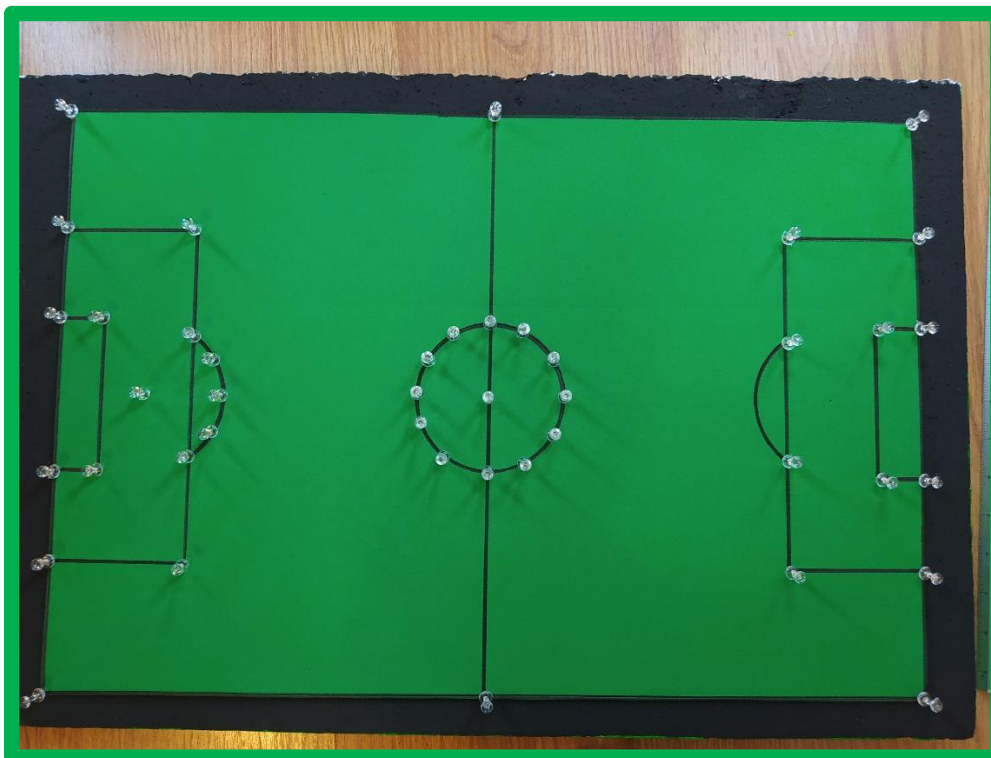
No

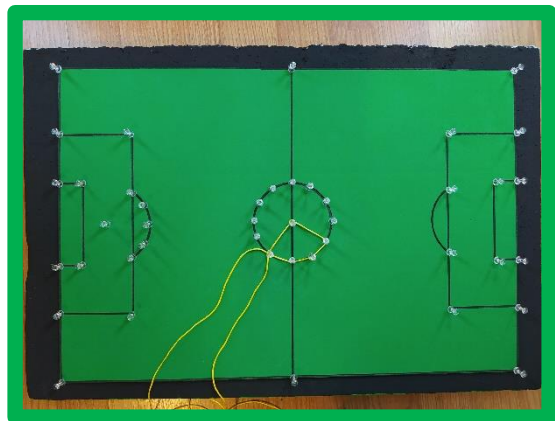
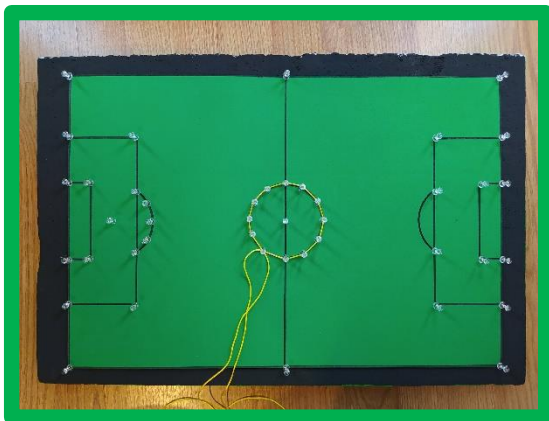
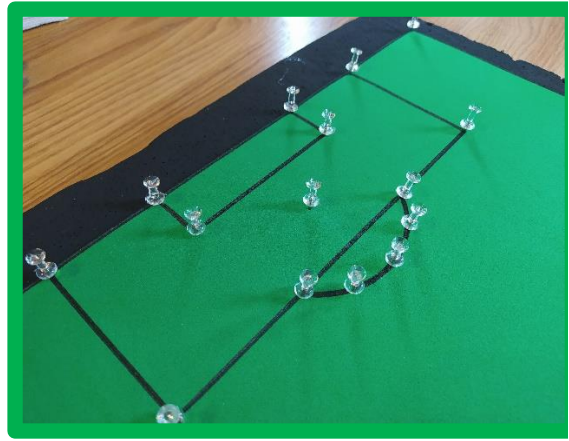
11. ¿Qué cambiarías del Proyecto?

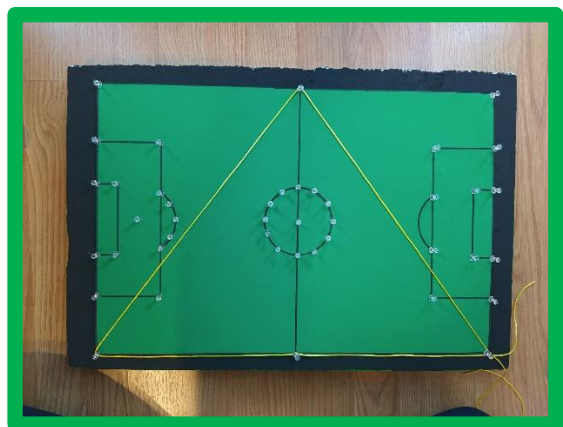
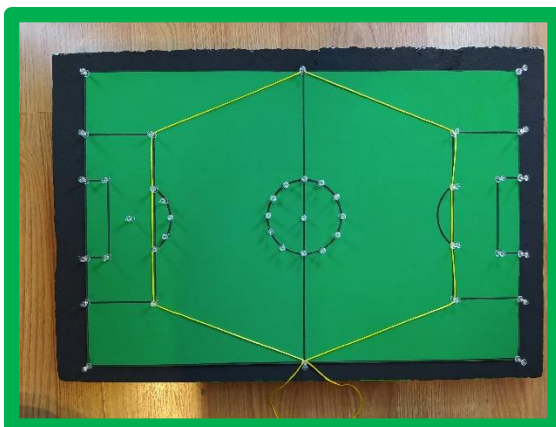
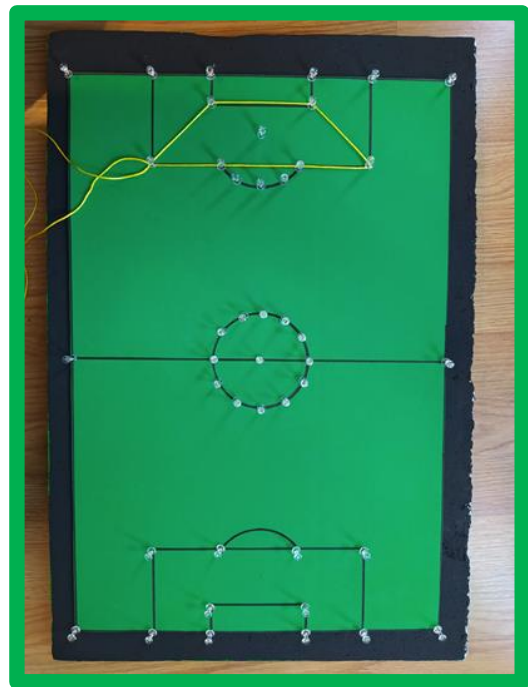
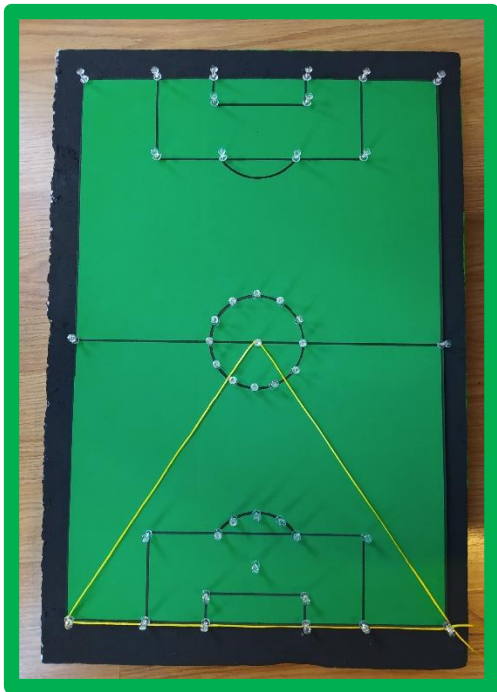
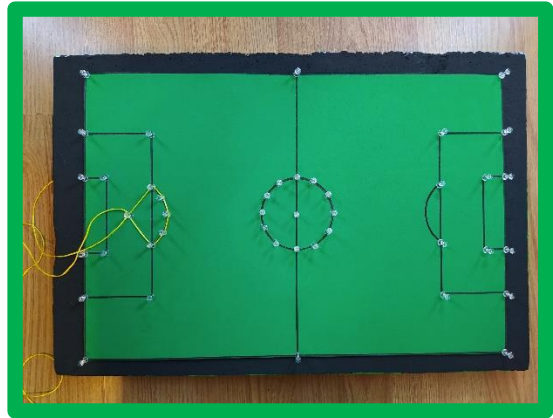
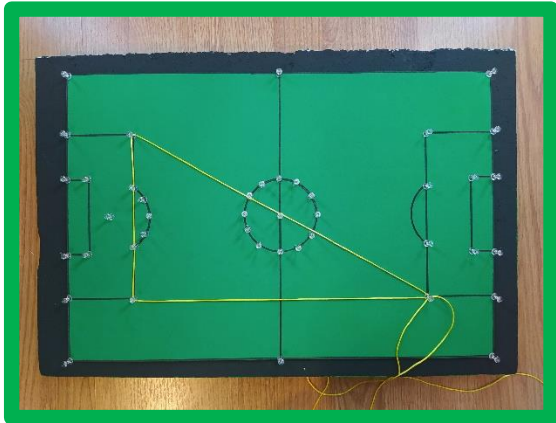
Fuente: elaboración propia con Google Forms

Anexo C. Fotos del material manipulativo

Figura 19. *Maqueta pista de fútbol*

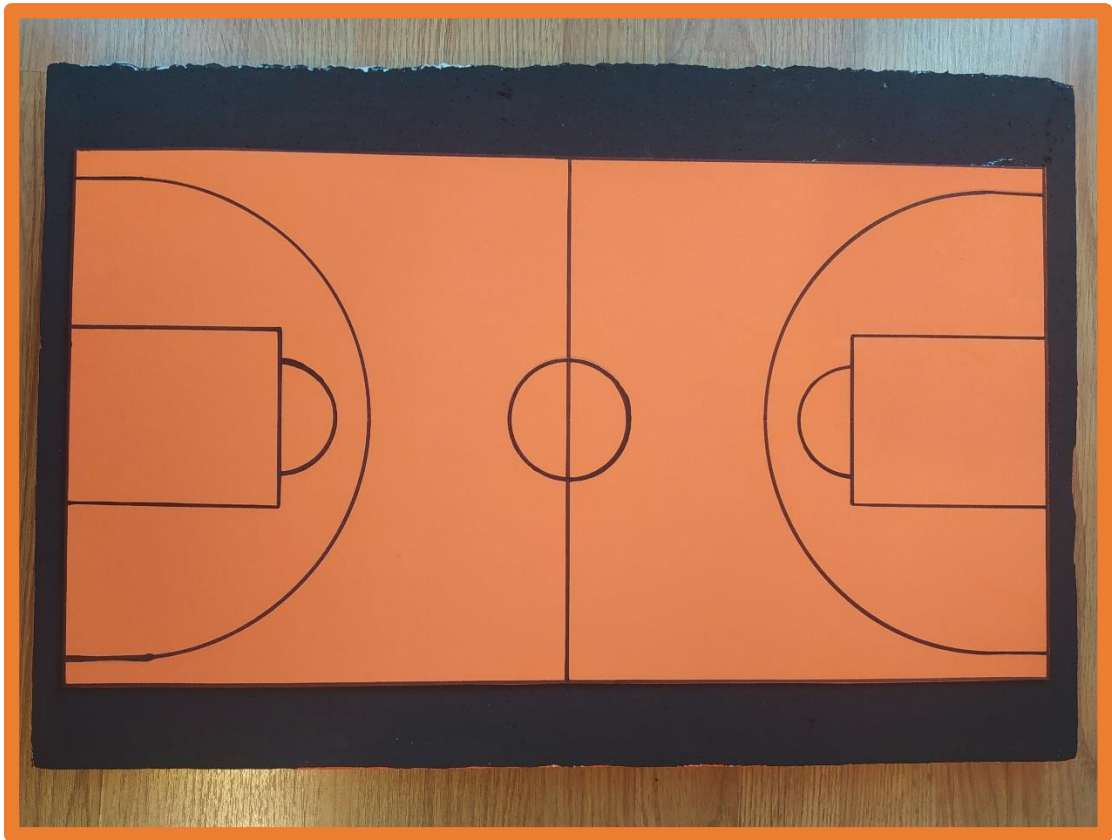


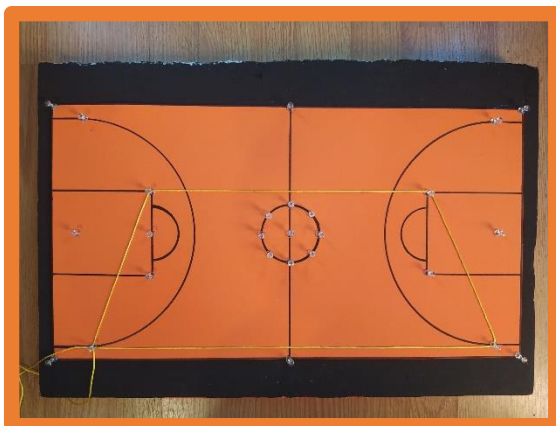
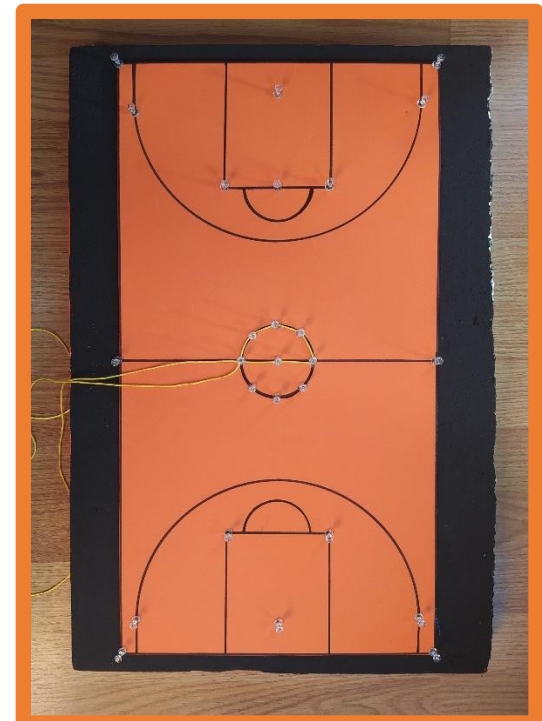
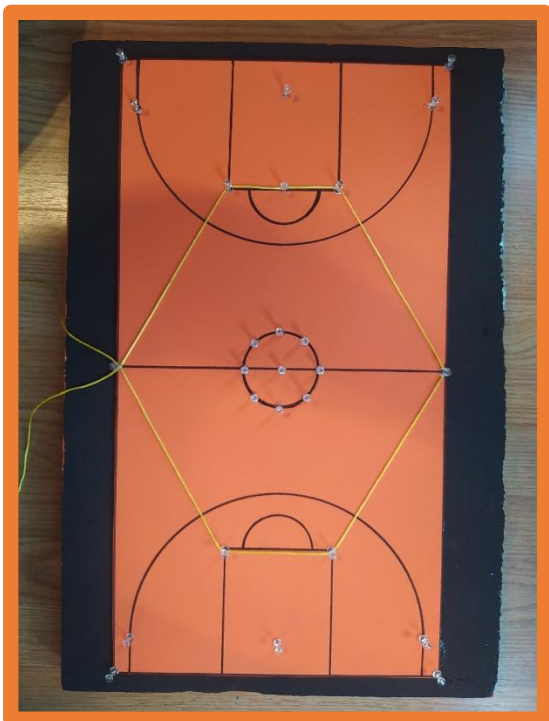
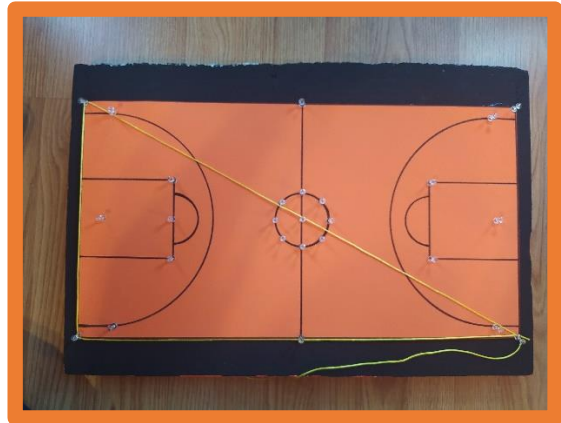
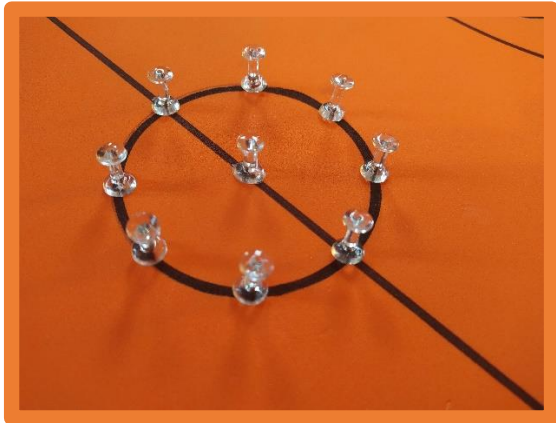


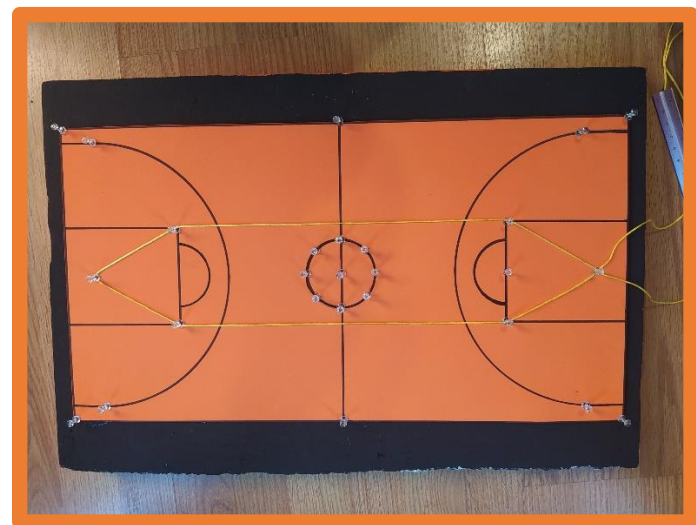
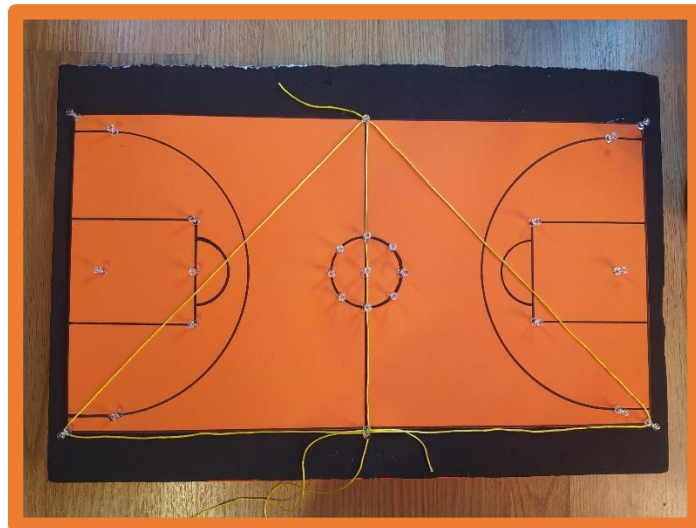
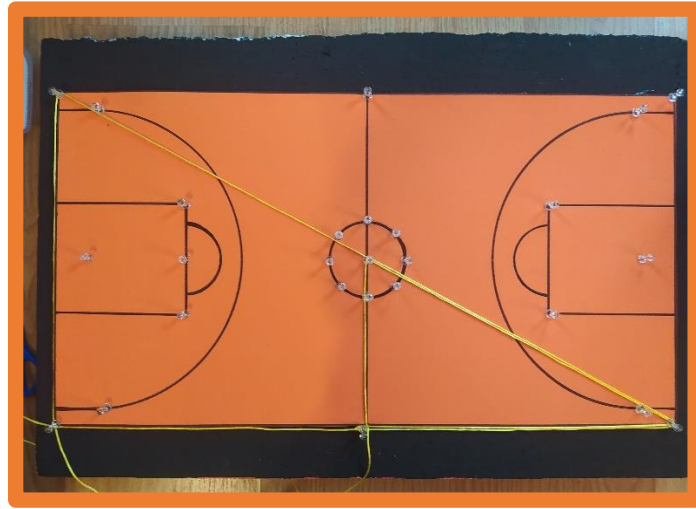


Fuente: elaboración propia

Figura 20. *Maqueta cancha de baloncesto*







Fuente: elaboración propia