



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas
en Educación Secundaria y Bachillerato

**Propuesta didáctica de investigación
dirigida para la resolución colaborativa de
problemas mediante concursos
matemáticos en 4º ESO.**

Trabajo fin de estudio presentado por:	César Tejada Cid
Tipo de trabajo:	Propuesta didáctica
Director/a:	Felipe Yunta Mezquita
Fecha:	Julio 2020

Resumen

El objetivo principal del presente trabajo es diseñar una propuesta de intervención que, mediante una metodología significativa, desarrolle la investigación para la resolución de problemas y los demás contenidos del bloque de procesos, métodos y actitudes de la materia de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4º de la ESO. Para ello, inicialmente se revisa el estado de la cuestión para decidir la metodología significativa más adecuada. A continuación, se realiza un estudio de campo para conocer el grado de necesidad de implantar y adaptar la propuesta a su contexto. La propuesta de intervención se materializa en una unidad didáctica de 15 sesiones, estructuradas a lo largo de todo el curso como un gran concurso por fases: la Liga de Concursos Matemáticos. A partir del desarrollo de los objetivos del presente trabajo se concluye la necesidad de aplicar una metodología significativa -la metodología por investigación dirigida- que se considera más adecuada, ya que tiene un carácter social y se construye el conocimiento explicitando el proceso llevado a cabo. Esta metodología deberá estar orientada hacia un aprendizaje colaborativo para tener en cuenta la diversidad y reducir la brecha entre el alumnado. Los problemas e investigaciones deberán estar contextualizados para favorecer el aprendizaje competencial. Estructurar la unidad como una Liga de Concursos permitirá mantener la motivación del alumnado, al tiempo que facilitará su evaluación y la implementación de planes de mejora.

Las actividades se realizan en equipos colaborativos que siguen el método científico y utilizan la investigación para resolver problemas contextualizados, ganando peso la explicitación, la discusión, la reflexión y la difusión de los procesos de resolución, razonamiento y trabajo colaborativo. Se pretende que el alumnado avance hacia un conocimiento integral de las matemáticas que le permitirá ganar confianza y estar mejor preparado para el cambio de etapa educativa.

Palabras clave

Investigación dirigida, aprendizaje colaborativo, resolución de problemas, concurso matemático, 4º ESO

Abstract

The main objective of this work is to design an educational intervention proposal that, through a significant methodology, develops a research about problem-solving and the other contents of processes, methods and attitudes block of the subject “Mathematics Oriented to Academic Learning” of fourth year of ESO. To this end, at the beginning, the state of the art is reviewed to decide the most appropriate significant methodology. Next, a field study is carried out to determine the degree of need to implement and adapt the proposal to its context. The intervention proposal is materialized in a 15-session didactic unit, structured throughout the course as a large staged contest: The League of Mathematical Contests. From the development of the objectives of this work, the need to apply a significant methodology -the directed research methodology- is concluded, because it is considered the most appropriate, since it has a social character and the knowledge is built explaining the process carried out. This methodology should be oriented towards a collaborative learning that takes into account the diversity and reduces the gap between students. Problems and investigations must be contextualized to promote competency-based learning. Structuring the unit as a League of Contests will allow students to maintain their motivation, while it facilitates their evaluation and the implementation of improvement plans.

The activities are carried out in collaborative teams that follow the scientific method and use the investigation to solve contextualized problems, making more important the explicit, the discussion, the reflection and the dissemination of both the reasoning and resolution processes and collaborative work. It is intended that students go towards a comprehensive knowledge of mathematics that will allow them to gain confidence and be more prepared for the change of educational stage.

Keywords:

Guided research, collaborative learning, solving mathematical problems, mathematical contests, 4th ESO

Índice de contenidos

1.	Introducción	8
1.1.	Justificación y planteamiento del problema.....	8
1.2.	Objetivos	10
1.2.1.	Objetivo general	10
1.2.2.	Objetivos específicos	10
2.	Marco teórico.....	11
2.1.	Investigación dirigida para aprender ciencia.....	11
2.2.	Aprendizaje colaborativo y aprendizaje cooperativo.....	14
2.3.	Resolución de problemas.....	16
2.3.1.	Diferencias entre problemas y ejercicios	16
2.3.2.	Estrategias de resolución de problemas	17
2.3.3.	Invención o planteamiento de problemas	18
2.3.4.	Otros aspectos a incorporar en la propuesta didáctica.	19
2.4.	Concursos matemáticos.....	20
2.5.	La resolución de problemas en el currículum.....	21
2.5.1.	El currículum español actual.	22
2.6.	Evaluaciones de la competencia matemática.....	24
2.6.1.	Informes PISA	24
2.6.2.	Evaluación de 4º de Educación Secundaria Obligatoria.....	25
3.	Estudio de Campo	26
3.1.	Introducción.....	26
3.2.	Objetivos	26
3.3.	Metodología.....	27
3.4.	Cuestionarios	28

3.5.	Resultados preliminares y análisis de los datos obtenidos en las encuestas.....	29
3.5.1.	Resolución de problemas	29
3.5.2.	Aprendizaje colaborativo y cooperativo	31
3.5.3.	Concursos	36
3.6.	Conclusiones del estudio de campo	37
4.	Propuesta Didáctica	39
4.1.	Presentación	39
4.2.	Marco legislativo y contexto.....	39
4.3.	Objetivos	41
4.4.	Competencias	41
4.5.	Contenidos	42
4.6.	Metodología.....	42
4.7.	Temporalización.....	42
4.8.	Agrupamientos.....	44
4.9.	Recursos.....	44
4.10.	Secuenciación: la Liga de Concursos Matemáticos (LCM)	44
4.11.	Tipos de actividades	45
4.11.1.	Investigación	45
4.11.2.	Resolución de problemas.....	45
4.11.3.	Explicitación, discusión, reflexión y difusión	45
4.12.	Actividades	46
4.13.	Proyecto de investigación estadística	53
4.14.	Evaluación	55
4.15.	Evaluación de la propuesta de intervención.....	61
5.	Conclusiones.....	62

6. Limitaciones y prospectiva	64
7. Referencias bibliográficas	65
8. Anexos	68
Anexo A. Etapas para la resolución de problemas. Pólya	68
Anexo B. Etapas para la resolución de problemas. Schoenfeld	69
Anexo C. Encuesta a profesorado.	71
Anexo D. Encuesta a alumnado.	75
Anexo E. Estándares de Aprendizaje Evaluables.....	80
Anexo F. Ficha de evaluación de la Propuesta de Intervención Didáctica.	84
Anexo G. Encuesta al alumnado para evaluar la Propuesta de Intervención y el proceso de enseñanza	89

Índice de figuras

Figura 1. Matriz de destrezas de resolución colaborativa de problemas.	25
Figura 2. Composición de la muestra según el curso del alumnado.	27
Figura 3. Gusto por las matemáticas y facilidad para ellas, por cursos.	28
Figura 4. Importancia del bloque de resolución de problemas.	29
Figura 5. Razones de la importancia del bloque de resolución de problemas.	29
Figura 6. Dificultades para la resolución de problemas.	30
Figura 7. Superación de las dificultades en la resolución de problemas.	31
Figura 8. Frecuencia de trabajo cooperativo o colaborativo, por cursos.....	31
Figura 9. Ventajas del aprendizaje colaborativo.	33
Figura 10. Inconvenientes del aprendizaje colaborativo.	33
Figura 11. Cómo se trabaja en grupo.	34
Figura 12. Ideas aportadas por el alumnado, sobre si trabajar en grupo ayudaría en la resolución de problemas.	35
Figura 13. Ideas aportadas por el profesorado, sobre si el aprendizaje colaborativo puede ayudar en la resolución de problemas.	36

Figura 14. Qué pretende el profesorado y qué siente el alumnado en los concursos.	37
Figura 15. Logotipo de la Liga de Concursos Matemáticos.	39
Figura 16. Trabajo competencial, metodología desarrollada y recursos utilizados por cada actividad.	52
Figura 17. Evaluación de las actividades y los estándares de aprendizaje y puntuación del concurso.	56

Índice de tablas

Tabla 1. Investigación dirigida y aprendizaje por descubrimiento para aprender ciencia.	11
Tabla 2. Relación entre las fases de una actividad de investigación dirigida y de aprendizaje por descubrimiento.	12
Tabla 3. Dificultades en la investigación dirigida y el aprendizaje por descubrimiento.	13
Tabla 4. Diferencias entre aprendizaje colaborativo y cooperativo.	15
Tabla 5. Diferencias entre problemas y ejercicios.	16
Tabla 6. Concursos matemáticos.	20
Tabla 7. Comparativa entre el currículum español y su desarrollo en el decreto gallego.	22
Tabla 8. Diferencias entre aprendizaje colaborativo y cooperativo según los docentes.	32
Tabla 9. Resumen de temporalización de las actividades.	43
Tabla 10. Actividades de la propuesta didáctica.	46
Tabla 11. Fases del Proyecto de investigación estadística relacionadas con las de la Investigación Dirigida.	54
Tabla 12. Rúbrica de ejemplo para evaluar los niveles de logro de los estándares de aprendizaje y la puntuación del concurso.	57
Tabla 13. Rúbrica desarrollada de ejemplo.	58
Tabla 14. Encuesta a profesorado.	71
Tabla 15. Encuesta a alumnado.	75
Tabla 16. Evaluación de la Propuesta de Intervención Didáctica.	84
Tabla 17. Evaluación de la Propuesta de Intervención y del proceso de enseñanza.	89

1. Introducción

En el actual contexto cotidiano, las matemáticas son herramientas de análisis, reflexión y toma de decisiones. Sin embargo, en el contexto educativo se perciben encorsetadas por una secuenciación de un currículum y unos agrupamientos que no están relacionados con la diversa y compleja realidad.

Mientras que la tecnología ha aumentado la capacidad de trabajar con diferentes personas, en diferentes contextos y de diferentes maneras, el alumnado sigue aprendiendo, fundamentalmente, de forma individualizada. Las experiencias compartidas cuando participan en concursos, exposiciones o actividades grupales resultan siempre inolvidables. En esas experiencias, las matemáticas son la base de una motivación y un entusiasmo que suele perderse al poco tiempo.

El alumnado de 4º de la ESO termina una etapa en la que, generalmente, ha ido aprendiendo de forma secuenciada y ha ido incorporando contenidos, procedimientos y actitudes matemáticas en compartimentos estancos. Sin embargo, si se tuvieran que identificar las competencias que le pueden resultar más útiles y transversales en las futuras etapas educativas y laborales, seguramente serían la capacidad de investigar, la de resolver problemas cotidianos y la de trabajar y aprender en equipos de forma colaborativa.

1.1. Justificación y planteamiento del problema

El punto de partida de la propuesta de intervención contenida en este trabajo se fundamenta en lo siguiente:

1. El **currículum** de secundaria incorpora en todas las materias de matemáticas el **Bloque 1, de procesos, métodos y actitudes en matemáticas**, que suele incorporarse en las programaciones como parte de otras unidades didácticas, sin disponer de un peso propio **diferenciado**. Al programar por unidades didácticas -con unos contenidos y una duración concreta- los conceptos matemáticos se presentan sin una de las características fundamentales de las matemáticas: su **interrelación**.
2. La **resolución de problemas** se suele relegar al final de las unidades didácticas, tratándose como una **síntesis de lo aprendido en ese momento**. Sin embargo, en la vida cotidiana, la capacidad para **resolver problemas interrelacionando** conocimientos matemáticos

será una de las competencias más útiles y necesarias. Es por ello que se evalúa en estas edades en las pruebas PISA o la prueba de evaluación de 4º de la ESO.

3. La **investigación** es la base del aprendizaje autónomo y, al mismo tiempo, es la base de la construcción del conocimiento científico, también del matemático. Sin embargo, el método científico se suele tratar únicamente como un método de trabajo posible, sin aplicarlo en la práctica.

4. El trabajo en **equipos colaborativos** es propio de la investigación científica y será una competencia imprescindible en los estudios posteriores y en la vida laboral. Sin embargo, ha sido sustituido, al pasar a secundaria, por un trabajo mucho más individualista.

5. Está demostrado que **el juego y los concursos estimulan y motivan el aprendizaje** y la mejora continua. Sin embargo, su inconveniente es que tienen una **duración limitada** y su efecto motivador desaparece demasiado pronto.

Con la propuesta de intervención se busca:

1. **Dar el peso** que le corresponde a los estándares, contenidos y competencias del bloque 1 del currículum resaltando su **importancia fundamental** y su **función integradora del conocimiento matemático**, ya que está relacionado con todos los demás contenidos.

2. **Desarrollar** las competencias en **resolución de problemas y en investigación científica** al tiempo que se podrán interpretar, medir y **evaluar** claramente los resultados, lo que permitirá hacer un seguimiento e implementar nuevos procedimientos para **mejorarlas**.

3. Aplicar la **investigación y el método científico para construir conocimiento matemático** de forma autónoma.

4. Trabajar en **equipos colaborativos** con agrupamientos diversos, que incluso lleguen a incorporar a alumnado de otros centros. De este modo se asegura el **trabajo competencial**.

5. Utilizar el **juego como recurso didáctico** mediante un gran concurso de resolución de problemas anual por fases. Este concurso tiene una estructura que le permite mantener la **motivación** del alumnado a lo largo de **todo el curso escolar**, participando en los acontecimientos importantes del centro y en los eventos científicos a nivel municipal.

1.2. Objetivos

Este trabajo surge de la necesidad de desarrollar una propuesta de intervención que permita mantener el interés del alumnado durante todo el curso, trabajar la investigación y la resolución colaborativa de problemas en diferentes contextos lúdicos y estructurar en un calendario de retos las competencias más importantes y transversales de la materia de matemáticas.

1.2.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta de intervención que, aplicando la metodología de investigación dirigida, el aprendizaje colaborativo como recurso y estructurada como un concurso por fases, permita trabajar la resolución de problemas matemáticos y los demás contenidos del bloque 1 del currículum de la materia de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4º de la ESO.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Investigar sobre la metodología de investigación dirigida para aprender ciencia, el aprendizaje colaborativo y la resolución de problemas como marco teórico para realizar la propuesta didáctica, estudiando elementos relacionados, como los concursos de problemas matemáticos, el currículum y la evaluación de la competencia matemática.
2. Evaluar preliminarmente mediante un estudio de campo, con el que extraer información para adaptar la propuesta a su contexto y conocer el grado de necesidad de implantación de una metodología significativa.
3. Diseñar una propuesta de intervención didáctica que incorpore las conclusiones extraídas de la investigación y de la evaluación y que aplique la metodología de investigación dirigida y el aprendizaje colaborativo como recurso para la investigación y la resolución de problemas matemáticos.
4. Crear un conjunto estructurado de actividades: la Liga de Concursos Matemáticos (LCM), para explicitar, comprender y trabajar de forma lúdica e integrada los objetivos del bloque de procesos, métodos y actitudes matemáticas.
5. Elaborar una propuesta de evaluación de la unidad didáctica que incluya las características del aprendizaje colaborativo y en la que se cuantifique el nivel de logro de los contenidos y competencias mediante la elaboración de las rúbricas necesarias.
6. Aplicar un sistema de evaluación de la propuesta de intervención para conocer las fortalezas y debilidades de dicha propuesta con el fin de proponer planes de acción de mejora.

2. Marco teórico

“Cada vez que se le enseña prematuramente a un niño algo que hubiera podido descubrir solo, se le impide a ese niño inventarlo y, en consecuencia, entenderlo completamente” (Piaget, 1970, p. 28-29 de la trad. cast.)

¿Cómo se ha de construir el conocimiento científico matemático?

Piaget asegura que cada uno ha de “inventarlo” por sí mismo para entenderlo completamente (1970), pero, por otro lado, sabemos que la construcción del conocimiento es social (Vygotsky, 1978). Este es el punto de partida de esta investigación: ¿cómo se ha de aprender ciencia?

2.1. Investigación dirigida para aprender ciencia

Teniendo en cuenta a Piaget (1970), de entre los enfoques metodológicos de la enseñanza de la ciencia estudiados en Pozo y Gómez (2006), se seleccionaron inicialmente aquellos en los que, con un enfoque **constructivista**, la **labor del alumnado es fundamental** y que, a su vez, proponen una **enseñanza por investigación o descubrimiento** (ver tabla 1)

Tabla 1. Investigación dirigida y aprendizaje por descubrimiento para aprender ciencia. Fuente: Elaboración propia sobre dos de los enfoques de la ciencia analizados por Pozo y Gómez (2006)

	Investigación dirigida	Aprendizaje por Descubrimiento
Supuestos	Incompatibilidad Constructivismo	Compatibilidad Realismo interpretativo
Criterios de secuenciación	La lógica de la disciplina como solución del problema	Metodología científica como lógica de la disciplina
Actividades	Resolución dirigida de problemas	Investigación y descubrimiento
Papel del profesor	Plantea los problemas y Dirige su solución	Dirige la investigación (hacer preguntas)
Papel del alumno	Construye sus conocimientos mediante la investigación	Investiga y busca activamente sus propias respuestas

Analizada la secuencia didáctica en ambos enfoques en la tabla 2, se comprueba que no es muy diferente, ya que ambos se apoyan en los pasos habituales de los modelos de

resolución de problemas o de pensamiento científico. Sin embargo, la principal diferencia entre ambas metodologías es que en la **investigación dirigida** los pasos se dan con un **sentido didáctico** que resalta el **carácter social del proceso de resolución**, fomentando la **comunicación** y el **diálogo** entre los alumnos y entre estos y el profesor (Pozo y Gómez, 2006). Al trabajar de este modo se ayuda a **explicitar** procedimientos, actitudes y conceptos, elaborando una **memoria final** que recoge, además del resultado, el **proceso de resolución** llevado a cabo, permitiendo aprender del propio proceso y mejorarlo.

Tabla 2. Relación entre las fases de una actividad de investigación dirigida y de aprendizaje por descubrimiento. Fuente: Elaboración propia a partir de los enfoques de la ciencia analizados por Pozo y Gómez (2006).

Investigación Dirigida	Aprendizaje por Descubrimiento
(*)Problema seleccionado por el profesor/director de investigación	1. Presentación de una situación problemática
1. Estudio cualitativo, definiendo el problema, identificando las variables y las restricciones,...	2. Observación, identificación de variables y recogida de datos
2. Emitir hipótesis sobre los factores que determinan el resultado y sobre la forma en que lo condicionan.	
3. Elaborar y explicitar estrategias de solución del problema, planificándolas y buscando alternativas.	
4. Poner en marcha la/s estrategia/s seleccionada/s explicitando y fundamentando lo que se va haciendo.	3. Experimentación, para comprobar las hipótesis formuladas sobre las variables y los datos
5. Analizar los resultados obtenidos relacionándolos con las hipótesis explicitadas.	4. Organización en interpretación de los resultados
6. Reflexionar sobre las nuevas perspectivas abiertas, replanteando y redefiniendo el problema, relacionándolo con otros contenidos o nuevas situaciones. Idear nuevas situaciones o problemas a partir de lo aprendido.	
7. Elaborar una memoria final en la que se analicen los resultados y el proceso de resolución llevado a cabo.	5. Reflexión sobre el proceso y sobre los resultados
Ramírez, Gil y Martínez Torregosa (1994)	Joyce y Weil (1978)

La gran dificultad de la metodología de investigación dirigida es que se ha de hacer en un escenario didáctico intermedio entre lo científico y lo cotidiano, para que el proceso de aprender ciencia sea similar al modo en que los científicos la construyen, pero resulte más rápido, más generalizado y más asimilable por el alumnado (ver tabla 3).

Tabla 3. Dificultades en la investigación dirigida y el aprendizaje por descubrimiento. Fuente: Elaboración propia a partir de los enfoques de la ciencia analizados por Pozo y Gómez (2006)

	Investigación dirigida	Aprendizaje por Descubrimiento
Limitaciones	Han de lograrse resultados <u>más rápidos y generalizados</u> , aunque el acercamiento a la investigación científica es un objetivo de la ESO.	La capacidad de los alumnos no siempre permite ponerse en la mente de un científico.
Método	Paralelismo entre investigación y aprendizaje de la ciencia <u>¿se debe aprender ciencia del mismo modo que los científicos la construyen?</u>	El método científico conduce al descubrimiento de reglas y leyes naturales ¿y los modelos y las teorías?
Contextos	El contexto social, las metas y los problemas del científico no coinciden con las del alumno. <u>Se debe definir un escenario didáctico intermedio entre lo científico y lo cotidiano</u> , que requiere un esfuerzo adicional de cambio, al que suelen enfrentarse las estructuras organizativas de los centros.	Confusión entre contextos educativos y científicos. Reducción de los contenidos procedimentales a aquellos implicados en hacer ciencia.
Labor del profesor	Alto nivel de exigencia al profesorado: formación permanente y gran cambio conceptual, procedimental y actitudinal. Ha de conocer el territorio a investigar y orientar sus metas (simula ser un director de investigaciones). Los problemas son abiertos para los alumnos, pero cerrados para el profesor.	Puede dejar de ser facilitador y pasar a ser excesivamente directivo.

Por todo lo visto, se decidió que, pese a que el aprendizaje por descubrimiento puede ser aplicable de forma puntual, la metodología adecuada para basar la propuesta de intervención es la **investigación dirigida**, siguiendo la línea trazada por Contreras y Carrillo (1997) y Porlán (1989, 1992), quienes consideraban a la **tendencia investigativa** como la más idónea para propiciar un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas.

2.2. Aprendizaje colaborativo y aprendizaje cooperativo

Como se ha visto en el punto anterior, en la metodología de investigación dirigida se resalta el carácter social del proceso de resolución, fomentando la comunicación y el diálogo. Para profundizar en cómo ha de desarrollarse ese proceso social de resolución se analizan dos tipos de aprendizajes complementarios, con muchas características en común: el aprendizaje colaborativo y el aprendizaje cooperativo.

El aprendizaje colaborativo y el cooperativo se basan en el **constructivismo social de Vygotsky (1978)**, para quien el aprendizaje significativo se logra en un contexto social, mediante la interacción entre el sujeto y el medio sociocultural en que este se desenvuelve. El individuo construye su conocimiento porque ha aprendido a hacerlo a través del diálogo y la confrontación de ideas con otros individuos.

En un modelo constructivista -como la investigación dirigida- se considera que el aprendizaje es más eficiente cuando un estudiante **interactúa con sus iguales. El docente será un guía**, un facilitador, mientras que los alumnos **asumen el control** de su aprendizaje: se relacionan, trabajan, se comunican para aprender. Esta modificación de los roles clásicos de la enseñanza permite una mejora de las relaciones socio-afectivas y un aprendizaje significativo.

El aprendizaje cooperativo y el colaborativo se complementan, aunque plantean un diferente posicionamiento social y filosófico de vida personal y grupal pueden ser utilizados de forma flexible e interconectada (ver tabla 4). Es posible su convivencia como acción conjunta (Rodríguez Sánchez, 2015).

Ambos tipos de aprendizaje tienen, entre otros, los siguientes beneficios comunes según Rodríguez Sánchez (2015) y Laal (2012):

- Altos logros y gran productividad sostenible.
- Buenos resultados a nivel cognitivo.
- Mejora del apoyo mutuo, compromiso y actitudes proactivas.
- Mejora de la salud psicológica, competencia social y autoestima.
- Herramienta de mejora del clima en el aula.
- Gran valoración por estudiantes y profesorado.

Tabla 4. Diferencias entre aprendizaje colaborativo y cooperativo. Fuente: Elaboración propia a partir de Rodríguez Sánchez (s.f., 2015), Sánchez y Paniagua (2005) y Latorre (2015)

	Aprendizaje colaborativo	Aprendizaje cooperativo
Foco de atención	<u>En el proceso.</u> El resultado es simbólico	En el objetivo o resultado del trabajo
Estructura	Fronteras de acción más difusas Aprendizaje más horizontal.	Más instructivo o estructurado Aprendizaje más vertical.
Edades/ Niveles	Educación Superior	Primaria y Secundaria
Profesor	Facilitador , los alumnos no son dependientes del profesor.	Observador (supervisa)
	Fomenta la participación del alumnado	Retroalimenta la tarea (propone, distribuye tareas)
	Fomenta la coevaluación	Evalúa la tarea
Liderazgo	Compartido profesor/alumno	Más centrado en el profesor
Responsabilidades	Compartidas profesor/alumno	Distribuidas por el profesor

Por todo lo expuesto, se decidió que, aunque es posible su convivencia como acción conjunta (Rodríguez Sánchez, 2015), **se orientará el aprendizaje hacia un aprendizaje colaborativo.** Para ello, la efectividad se incrementará si los grupos trabajan con escenarios concretos y bien definidos (Collazos, 2003) y las actividades deberán tener un diseño instruccional que implique: interacción simultánea, igual participación, responsabilidad individual e interdependencia positiva (Kagan, 1992).

Según Tudge (1994) se puede poner en práctica el aprendizaje colaborativo mediante:

- interacción** de pares, integrados con diferentes niveles de aprendizaje, siendo el profesor un mediador.
- tutoreo** de pares, los alumnos de nivel superior apoyan a los de nivel inferior. Los de nivel superior consolidan sus conocimientos y los de nivel inferior se motivan a mejorar.
- grupos colaborativos**, más numerosos, cada uno aporta sus conocimientos y se coordinan entre sí. El profesor aporta estrategias de aprendizaje y conocimientos.

2.3. Resolución de problemas

En un aprendizaje constructivista, la resolución de problemas debería desempeñar un importante papel como elemento dinamizador (Contreras y Carrillo, 1997). Además, esa **concepción dinámica** de la resolución de problemas es la que mejor se corresponde con el propio proceso de creación del conocimiento matemático a lo largo de la historia (Ernest, 1989, 1991). Sin embargo, aunque la resolución de problemas ocupa un lugar importante en el currículum actual, en las programaciones didácticas no se le está dando el lugar **central, diferenciado y específico** que se merece. Además, en la práctica, se suelen confundir problemas con ejercicios.

2.3.1. Diferencias entre problemas y ejercicios

Según Echenique (2006) “Un problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone, en principio, de un camino rápido y directo que le lleve a la solución” (p. 20). Siempre hay un bloqueo inicial y es muy importante que **el grado de dificultad del reto sea adecuado** al nivel de formación de las personas que se enfrentan a él. En la tabla 5 se enumeran las principales diferencias entre ejercicios y problemas.

Tabla 5. Diferencias entre problemas y ejercicios. Fuente: Elaboración propia a partir de Echenique (2006) y Sánchez y Paniagua (2005).

	Problemas	Ejercicios
Característica fundamental	Suponen un reto	Se ve claramente qué hay que hacer
Finalidad	Ahondar en los conocimientos y experiencias que se poseen, para rescatar aquellos que son útiles para llegar a la solución esperada.	Aplicación mecánica de algoritmos
Tiempo de resolución	Requieren más tiempo	Relativamente corto
Relación del ejercicio con quien lo resuelve	Implicación emocional en su resolución. El bloqueo inicial, provocado por el desconcierto, dará paso a la voluntariedad y perseverancia por encontrar la solución y a la satisfacción una vez que esta se ha conseguido.	No se establecen lazos especiales
Solución	Pueden tener una o más soluciones	Generalmente una sola

Vías para llegar a la solución	Pueden ser variadas	Generalmente una sola
Presencia en los libros de texto	Escasos	Muy numerosos

Una diferencia fundamental entre ejercicios y problemas es el grado de dificultad, que ha de suponer un reto, pero no ser demasiado elevada en comparación con su formación académica:

Si la dificultad es muy elevada (...) desistirán rápidamente al tomar consciencia de la frustración que la actividad les produce. Por el contrario, si es demasiado fácil (...) ya que desde el principio ven claramente cuál debe ser el proceso a seguir (...), esta actividad no será un problema para ellos sino un simple ejercicio. (Echenique, 2006, p.20)

Es importante entender que “la actividad que para alumnos de ciertas edades puede concebirse como un problema, para otros no pasa de ser un mero ejercicio” (Echenique, 2006, p.20).

Por tanto, se han de diseñar actividades que tengan en cuenta la diversidad de nuestro alumnado, que tengan una dificultad creciente, con aspectos que resulten problemas para todos y cada uno de los integrantes de un equipo colaborativo diverso. El propio trabajo en colaborativo hará el resto, reduciendo la brecha existente entre los componentes de un equipo.

2.3.2. Estrategias de resolución de problemas

La metodología en cuatro etapas de **Pólya** (1945, 1954), pese a ser criticada posteriormente, es la base de muchas propuestas curriculares, entre ellas la española (Castro, 2008). Puig Adam (1959) criticó la insuficiencia y generalidad de las etapas de Pólya cuando “el campo se ensancha y los puntos de partida y llegada se alejan de las perspectivas corrientes” (p. 40), reconociendo la **utilidad de sus etapas para el “ataque” de los problemas usuales**. Begle (1979) añadió que las estrategias de resolución de problemas **dependen tanto del estudiante como del problema**, por lo que es simplista determinar estrategias comunes.

Schoenfeld (1978, 1985), tras enseñar estrategias generales de resolución de problemas, considera que sería mejor enseñar **estrategias específicas ligadas a clases de problemas** e incorpora **nuevos componentes** de la resolución de problemas: **conocimiento base** (tanto de conceptos, resultados y procedimientos como de estrategias y técnicas de resolución de problemas), **control** (qué ideas y estrategias debemos aplicar, qué caminos seguir y en cuáles

perseverar) y el **sistema de creencias y opiniones** (que pueden ser favorables o desfavorables, por ejemplo: “todo problema se resuelve mediante alguna fórmula” “lo importante es el resultado y no el procedimiento”, “la respuesta del libro no puede estar equivocada”(Nieto, 2010).

Bransford y Stein (1986) proponen las etapas del método IDEAL para resolver problemas:

1. Identificar problemas
2. Definir y representar el problema
3. Explorar posibles estrategias
4. Actuar según las estrategias
5. Evaluar y examinar los Logros

Tanto las etapas del método IDEAL, como las 4 etapas de Pólya (Anexo A) como las 3 estrategias propuestas por Schoenfeld (ver Anexo B), extraídas de Nieto (2010), se facilitarán al alumnado para que, al inicio de la unidad didáctica, sirvan a cada grupo como punto de partida para diseñar sus propias estrategias para la resolución de problemas (Begle, 1979). De este modo las estrategias serán debatidas y personalizadas.

2.3.3. Invención o planteamiento de problemas

Una propuesta didáctica para la resolución de problemas no estará completa si no incorpora algún tipo de invención o planteamiento de problemas, ya que “la invención de problemas es consustancial con la resolución de problemas” (Castro, 1991, p.39).

Toda educación matemática basada en la resolución clásica de problemas planteados resulta insuficiente. (...) No debemos considerarnos satisfechos con enseñar simplemente a resolverlos, sino que también debemos ejercitar a nuestros alumnos a proponérselos, en disponer su planteo” (Puig Adam, 1959, p.38).

La invención de problemas es la creación de nuevos problemas a partir de una situación dada, o bien la formulación o reformulación de un problema durante el proceso de su resolución. (...) se puede dar antes, durante y después de resolver un problema dado, de ahí que aparezca con distintos nombres: plantear problemas, reformular un problema dado, variaciones de un problema, identificar problemas (Castro, 2008, p.10).

Muchos autores han destacado el valor educativo de que los estudiantes inventen problemas y han sugerido que se incorporen a las clases de matemáticas, evitando la “tecnificación de las pruebas” que conlleva “la aparición inevitable de una técnica paralela de

preparación” (Puig Adam, 1959, p.39). De hecho, la invención de problemas “aparece recogida en algunas de las propuestas de fases o etapas que se han dado para la resolución de problemas” (Castro, 1991, p.39).

Silver (1994), considera la invención de problemas como:

- a) una característica de la **actividad creativa** o de la **capacidad matemática**.
- b) una característica de una **enseñanza orientada a la indagación** (¿Qué pasaría si no ...?)
- c) una **característica** de la actividad matemática
- d) un medio de **mejorar la capacidad** de los estudiantes para resolver problemas
- e) una ventana para **observar la comprensión matemática** de los estudiantes
- f) un medio para **mejorar la disposición** de los estudiantes hacia las matemáticas (intereses, actitudes, motivación, ...)

2.3.4. Otros aspectos a incorporar en la propuesta didáctica.

Como conclusión, se resumen los aspectos a tener en cuenta en el diseño de propuesta de enseñanza-aprendizaje, para mejorar el proceso y las estrategias de resolución de problemas matemáticos, en los que se añaden los elementos recomendados por Pifarré y Sanuy (2001) a lo ya tratado en los puntos anteriores:

- a) **contextualizar** los problemas en **situaciones cotidianas** de su entorno,
- b) utilizar **métodos** de enseñanza que **expliciten** y **hagan visibles las acciones** para resolver un problema, como, por ejemplo, proponer el diseños de estrategias para la resolución de problemas basadas en métodos conocidos (ver 2.3.2) o seguir una metodología de investigación dirigida (ver 2.1)
- c) **diseñar materiales didácticos** que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los **procedimientos** para resolver un problema, (ver Anexo A y Anexo B)
- d) crear espacios de **discusión** y de **reflexión** alrededor del proceso de investigación y de resolución de problemas **trabajando en pequeños equipos o en parejas**; como el trabajo colaborativo en interacción y tutorío de pares y en grupos colaborativos (Tudge, 1994) (ver 2.2).
- e) incorporar la **invención de problemas** (ver 2.3.3)

2.4. Concursos matemáticos

Los concursos matemáticos se han establecido como citas en el calendario de los centros. Se les da una gran difusión, consiguen una alta repercusión social y suponen un gran estímulo para los estudiantes. Todo ello mejora el reconocimiento de las matemáticas y para todo el alumnado que participa en ellos supone una **inolvidable experiencia**.

El alumnado participante experimenta un gran estímulo intelectual, disfruta de un ambiente de camaradería y genera lazos de amistad. (Nieto, 2010, p.30).

En la tabla 6 se recogen las principales características de los concursos matemáticos en los que suele participar el centro de la intervención, para seleccionar aquellas que habrían de incorporarse a la propuesta -por tener reconocido su buen funcionamiento en el mismo contexto- y evitar, o corregir, las menos deseables. Como se puede ver, **es recomendable una participación mediante equipos colaborativos**, estimulados por el concurso, como en el *Rally* matemático.

Tabla 6. Concursos matemáticos. Fuente: Elaboración propia a partir de Nieto (2010).

	Rally matemático	Canguro matemático	Olimpiada Matemática
participantes	1000 de Galicia	3290 de Galicia	100-110 de Galicia
participantes del colegio	<u>6 equipos de 8 alumnos</u>	40 Individualmente	2 Individualmente
Duración	90 minutos	75 minutos	Un día
Promueve	<u>la colaboración</u>	la competencia	la competencia
Utilidad	<u>Colaborativo</u>	Participación voluntaria.	Identificación de futuros científicos. Camaradería
Críticas	La competencia estimula, pero <u>se ve superada por el ambiente de colaboración.</u>	Coste (4 euros). Exige una motivación previa a participar. No perdura en el tiempo	Elitista, para seleccionar alumnos superdotados. La enseñanza debe dirigirse al alumno medio: las cuestiones deben poder ser resueltas por la mayoría de los alumnos.

2.5. La resolución de problemas en el currículum

“El nuevo método de enseñanza” compuesto por las cuatro fases de resolución de problemas de **Pólya** (1945) ha tenido una influencia en España, sobre todo en Secundaria, que ha llegado hasta las propuestas curriculares promulgadas desde el Ministerio de Educación en 2007” (Castro, 2008) y ha continuado hasta las actuales, desarrolladas en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

En **1980**, el **NCTM**, de Estados Unidos, sitúa en primer lugar la idea de que la resolución de problemas debe ser el eje de la matemática escolar y dedica el libro *Problem Solving in School Mathematics* íntegramente al tema. Años más tarde, incluirá la resolución de problemas como uno de los estándares curriculares para la evaluación matemática (NCTM, 1989, 2000).

En **1982** el **Informe Cockcroft**, ordenado por el gobierno británico, establece que la habilidad en resolver problemas es el núcleo central de las matemáticas y que debería ser el tema principal en las clases de primaria, relegando a la aritmética. Se centra en la aplicación al contexto cotidiano, sin identificarla con el reto que, según Echenique (2006), ha de suponer su resolución. El informe Cockcroft (1982) añade:

“Las matemáticas solo son “útiles” en la medida en que puedan aplicarse a una situación concreta; precisamente la aplicación a las diversas situaciones posibles es lo que se denomina “resolución de problemas”. (párr. 249)

En 1989, en el **Diseño Curricular Base** español, vincula la resolución de problemas con la necesidad humana de resolver problemas prácticos y lo establece como un contenido prioritario, junto con la investigación (MEC, 1989). Además, resalta su carácter dinámico y abierto:

“**La resolución de problemas y la realización de investigaciones** son actividades formativas de primer orden. Los problemas que pueden abordarse por distintas vías, que admiten varios niveles de solución razonables, permiten que el alumno adquiera una visión de las matemáticas como **ciencia abierta y asequible** y que desarrolle una actitud favorable para afrontar problemas matemáticos **en su vida cotidiana**. (MEC, 1989, p.493)

2.5.1. El currículum español actual.

El artículo 6 bis de la Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, define la distribución de competencias entre las administraciones educativas, en donde se establece que le corresponde al Gobierno del Estado el diseño del currículo básico. El artículo 31 del Estatuto de autonomía de Galicia establece que es competencia plena de la Comunidad Autónoma el reglamento y la administración de la enseñanza en toda su extensión, por lo que, tomando como base el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, en Galicia se desarrolló el Decreto 86/2015, de 25 de junio, por el que se establece el currículo de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato en la Comunidad Autónoma de Galicia. En la tabla 7 se hace una comparativa de ambas normativas, para resaltar sus puntos en común y lo que las diferencia.

Tabla 7. Comparativa entre el currículum español y su desarrollo en el decreto gallego.

Fuente: Elaboración propia a partir del RD 1105/2014 y del Decreto 86/2015.

	ESPAÑA	GALICIA
	Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre	Decreto 86/2015, de 25 de junio
Matemáticas contribuye a	Competencia matemática, <u>reconocida como clave por la Unión Europea</u>	Competencia matemática <u>y en ciencia y tecnología</u>
... que consiste en...	habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver problemas diversos en situaciones cotidianas	formular, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de otras ciencias y de las propias matemáticas
Facetas y aspectos concretos:	pensar, modelar y razonar de forma matemática, plantear (formular) y resolver problemas, representar entidades matemáticas, utilizar los símbolos matemáticos, comunicarse con las Matemáticas y sobre las Matemáticas, y utilizar ayudas y herramientas tecnológicas	
	el pensamiento matemático ayuda a la adquisición del resto de competencias y contribuye a la formación intelectual del alumnado, lo que permitirá que se desenvuelva mejor tanto en el ámbito personal como social	

	<p><u>La resolución de problemas y los proyectos de investigación</u> constituyen los ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Una de las capacidades esenciales que se desarrollan con la actividad matemática es la habilidad de formular, proponer, interpretar y resolver problemas, ya que permite a las personas el empleo de los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinares en contextos reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico.</p> <p>Otras competencias involucradas, además de la matemática:</p>	
Comunicación lingüística	leer de forma comprensiva los enunciados y comunicar los resultados obtenidos	
sentido de iniciativa y espíritu emprendedor	al establecer un plan de trabajo en revisión y modificación continua, en la medida en que se va resolviendo el problema	
digital	al tratar adecuadamente la información y, en su caso, servir de apoyo a la resolución del problema y a la comprobación de la solución	
social y cívica	al implicar una actitud abierta ante diferentes soluciones	
aprender a aprender	El alumnado (...) profundizará en el desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático; concretamente en la capacidad de analizar e investigar, interpretar y comunicar matemáticamente diversos fenómenos y problemas en distintos contextos, así como de proporcionar soluciones prácticas a los mismos; también debe valorar las posibilidades de aplicación práctica del conocimiento matemático tanto para el enriquecimiento personal como para la valoración de su papel en el progreso de la humanidad.	al proporcionar estrategias de planificación y análisis que ayudan en la resolución de problemas, así como actitudes de curiosidad y hábitos de formularse preguntas
conciencia y expresiones culturales	Es importante que en el desarrollo del currículo de esta asignatura los conocimientos, las competencias y los valores estén integrados (...) fortaleciendo tanto los aspectos teóricos como las aplicaciones prácticas en contextos reales de los mismos	debido a la necesidad de conocer, comprender, apreciar y valorar diferentes manifestaciones culturales relacionadas con el conocimiento matemático y científico
bloque de "Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas"	común a los dos cursos y debe desarrollarse de modo transversal y simultáneamente al resto de bloques, constituyendo el hilo conductor de la asignatura ; se articula sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático: la resolución de problemas, proyectos de investigación matemática, ...	

		...para realizar de manera individual o en grupo,...
	...la matematización y modelización, las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos.	
		Se incorporaron a este bloque la mayoría de las competencias clave y de los temas transversales, lo que permite su adquisición y su desarrollo a lo largo de toda la materia.

En el currículum básico español se reconoce la importancia clave que tiene la competencia matemática en la Unión Europea y en el decreto gallego se destaca su relación con la ciencia y la tecnología, pero en ambos se señala que **la resolución de problemas y los proyectos de investigación permiten el aprendizaje competencial de las matemáticas**, ya que permiten abordar y **resolver situaciones interdisciplinares en contextos reales** (individualmente o **en grupo**, según el decreto gallego). Además, se señala que deben desarrollarse transversalmente y ser el **hilo conductor de la materia**. También se concretan las muchas relaciones que tiene la materia con **las competencias no matemáticas**.

2.6. Evaluaciones de la competencia matemática

2.6.1. Informes PISA

El estudio PISA (*Programme for International Student Assessment*) busca contribuir a evaluar lo que los jóvenes de 72 países saben y son capaces de hacer al final de su educación obligatoria (15 años). Este programa se centra en tres competencias consideradas troncales: ciencias, lectura y matemáticas (MECD, 2016). En 2012, a estas tres competencias troncales (ciencias, lectura y matemáticas) se añadió la resolución **creativa** de problemas.

En 2015, se sustituyó la resolución creativa por **la competencia de resolución colaborativa de problemas**, que el estudio PISA 2015 entendía como:

La capacidad de una persona para **implicarse** de forma eficaz en un proceso en el que dos o más participantes intentan resolver un problema **compartiendo** la comprensión y el esfuerzo necesarios para llegar a una solución y mancomunar conocimientos, destrezas y esfuerzos para este fin (MECD, 2017, p. 3).

En la figura 1 se incorporan las destrezas de resolución colaborativa de problemas, que servirán para explicar al alumnado lo que se les pide y para realizar la rúbrica de su evaluación.

	(1) Establecer y mantener una comprensión mutua	(2) Adoptar las medidas adecuadas para resolver un problema	(3) Establecer y mantener la organización del equipo
(A) Explorar y comprender	(A1) Descubrir perspectivas y destrezas de los miembros del equipo	(A2) Descubrir el tipo de interacción colaborativa para resolver el problema, de acuerdo con los objetivos	(A3) Comprender los roles para resolver un problema
(B) Representar y formular	(B1) Construir una representación común y negociar el significado del problema (puntos comunes)	(B2) Identificar y describir las tareas que se han de realizar	(B3) Describir los roles y la organización del equipo (protocolo de comunicación y reglas de compromiso)
(C) Planificar y ejecutar	(C1) Comunicarse con los miembros del equipo sobre las acciones que se han de desarrollar	(C2) Habilitar planes	(C3) Seguir las reglas de compromiso (p. ej. dar paso a otros miembros del equipo para que realicen sus tareas)
(D) Supervisar y reflexionar	(D1) Supervisar y mejorar la comprensión mutua	(D2) Supervisar los resultados de las acciones y evaluar la eficacia en la resolución del problema	(D3) Supervisar, comentar y adaptar la organización y los roles dentro del equipo

OECD (2015). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*. Paris: OECD.

Figura 1. Matriz de destrezas de resolución colaborativa de problemas. Fuente: MECD (2017, p. 4)

2.6.2. Evaluación de 4º de Educación Secundaria Obligatoria

En el artículo 29 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), modificada por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), se establece la **realización de una evaluación al finalizar 4º de la ESO**. Asimismo, el Real Decreto-ley 5/2016, de 9 de diciembre, de medidas urgentes para la ampliación del calendario de implantación de la LOMCE, señala que tendrá finalidad diagnóstica y será considerada muestral hasta que entre en vigor una nueva normativa. **Se evaluará, entre otros, el grado de adquisición de la competencia matemática y carecerá de efectos académicos** (INEE, s.f.).

Como se puede comprobar, se evalúa en estas edades la competencia matemática que tiene el alumnado para resolver problemas, también de forma colaborativa (PISA, 2015). Por tanto, a los 15-16 años es recomendable realizar una revisión crítica de los conocimientos matemáticos integrales que tiene el alumnado, para completarlos y trabajarlos competencialmente.

3. Estudio de Campo

3.1. Introducción

Tras la realización del marco teórico se considera importante realizar un estudio de campo sobre la resolución de problemas, el aprendizaje colaborativo y los concursos.

Se realizaron dos encuestas: por un lado, a docentes de matemáticas de toda España y, por otro, al alumnado del propio centro en el que se desarrollará la propuesta didáctica.

3.2. Objetivos

El objetivo principal de este estudio de campo es **completar los datos obtenidos en el marco teórico con información aportada por docentes de matemáticas y alumnos del centro acerca de la resolución de problemas, el aprendizaje colaborativo y los concursos, para adaptar la propuesta a su contexto y conocer el grado de necesidad de un cambio metodológico que permita mejorar el proceso de aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos**. Por tanto, este estudio se propone alcanzar los siguientes objetivos específicos:

1. Conocer y analizar el grado de necesidad de implantación de una metodología significativa que permita mejorar el proceso de aprendizaje para la investigación y resolución de problemas matemáticos.
2. Conocer la importancia que tiene el bloque de resolución de problemas para los encuestados y las razones de ello.
3. Conocer las dificultades que presenta el profesorado de matemáticas y el alumnado del centro al enfrentarse a la resolución de problemas y proponer cambios metodológicos que permitan superarlas.
4. Determinar si la metodología basada en el aprendizaje colaborativo es muy usada en secundaria y si se considera útil.
5. Conocer las ventajas e inconvenientes que supone el aprendizaje colaborativo, para incorporar cambios metodológicos que permitan explotar las ventajas y superar los inconvenientes.
6. Conocer qué pretende el profesorado al participar en concursos y qué siente el alumnado al hacerlo, para incorporar los concursos como recursos educativos de un modo más estimulante y eficiente.

3.3. Metodología

Para la realización del presente estudio de campo se han realizado dos encuestas diferentes mediante dos formularios de *Google Forms*:

- Encuesta a profesorado de toda España**, anónima, de 19 preguntas (ver Anexo C). Se obtuvieron 54 encuestas realizadas por docentes de matemáticas de toda España, que únicamente tienen en común pertenecer a grupos de WhatsApp para compartir material de matemáticas para docentes.
- Encuesta al alumnado del centro**, no anónima, de 21 preguntas (ver Anexo D). Han participado, voluntariamente, 121 alumnos y alumnas del centro desde 5º de primaria a 4º de la ESO. Esto supone un 72% del total de alumnado de esos cursos. En general, ha participado más del 67% del alumnado de cada curso, excepto en 5º de primaria, que participó menos de un tercio del alumnado.

En la distribución de encuestados por curso (figura 2) se puede comprobar que la mayor parte son de 3º de la ESO (25%), habiendo muy poca representación de 5º de primaria (un 7%) y de 4º de la ESO. La causa fundamental es que en este centro varía mucho el número de alumnos matriculados en cada curso. Por ejemplo: este curso hay muy poco alumnado matriculado en 4º de la ESO y en 5º y 6º de EP.

Se considera válida la muestra porque, al realizarse a final de curso, se puede considerar que el alumnado de 3º de la ESO prácticamente es de 4º, con lo que se compensaría la distribución de la muestra. Además, se tendrán en cuenta los datos segmentados por cursos cuando sea conveniente.

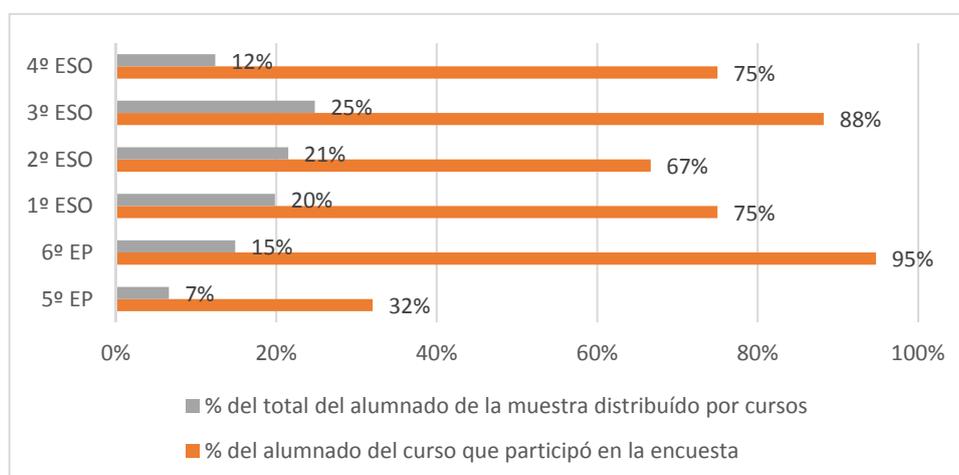


Figura 2. Composición de la muestra según el curso del alumnado. Fuente: Elaboración propia.

3.4. Cuestionarios

Los cuestionarios que se pasaron a profesorado y a alumnado tienen la misma estructura. Constan de tres partes, la primera se refiere a la **resolución de problemas**: lo que opinan profesorado y alumnado y las dificultades que existen y cómo superarlas; la segunda se refiere al aprendizaje colaborativo y como este puede ayudar en la adquisición de competencias de resolución de problemas; y la tercera se refiere a los concursos como recursos de aprendizaje.

Las preguntas del cuestionario del profesorado y del alumnado, así como la justificación de cada una de ellas, se encuentran en el Anexo C y en el Anexo D, respectivamente.

Para **caracterizar la muestra del profesorado** se ha preguntado por su experiencia como docentes. De entre los encuestados, han dado clase en primer ciclo de la ESO el 76% y el 70 % en segundo ciclo de la ESO. Además, el 57% ha dado clase en bachillerato. La mayoría de los docentes encuestados tienen una experiencia docente de 1 a 5 años (el 65%), de 6 a 15 (el 20%) y más de 15 años de experiencia el 11 %. El 4% no tienen experiencia práctica.

Para **caracterizar la muestra del alumnado** se han realizado dos preguntas (figura 3): cuánto dirías que te gustan las matemáticas y si te resultan fáciles. En una escala de 1 a 10, a los encuestados, les gustan las matemáticas un 6,28 de media, notándose un claro repunte en 6º de primaria (7,67). En cuanto a la facilidad de la materia le encuentran una facilidad de un 5,57 de media, resultando más fácil en primaria y aumentando la dificultad en los cursos de la ESO.

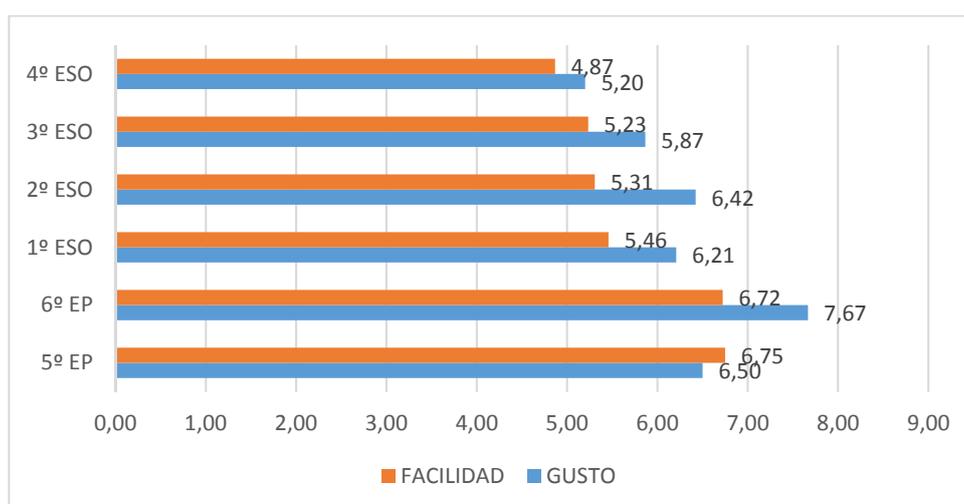


Figura 3. Gusto por las matemáticas y facilidad para ellas, por cursos. Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se exponen los principales resultados de dichas encuestas.

3.5. Resultados preliminares y análisis de los datos obtenidos en las encuestas

3.5.1. Resolución de problemas

La práctica totalidad del alumnado (97,5%) considera las matemáticas como una de las materias más importantes, siendo la más importante para el 14% del alumnado (figura 4).

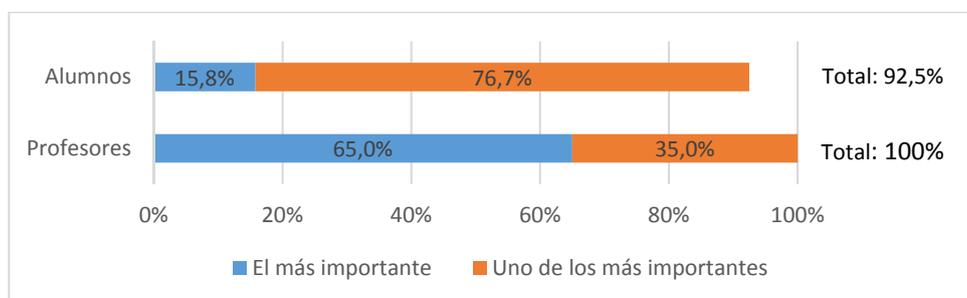


Figura 4. Importancia del bloque de resolución de problemas. Fuente: Elaboración propia.

Más del 92% del alumnado y todo el profesorado de matemáticas consideran el bloque de resolución de problemas como uno de los más importantes. Sin embargo, sólo uno de cada 6 alumnos lo consideran el más importante, cuando entre el profesorado son 4 de cada 6.

Las razones que se señalan para justificar la importancia del bloque de resolución de problemas son: que es **aplicable en la vida cotidiana y que desarrolla capacidades aplicables más allá de la materia** (figura 5). En el caso del profesorado se invierte el orden, considerando que tiene más importancia por las capacidades que se desarrollan, seguramente porque son más conscientes de ello que el alumnado.

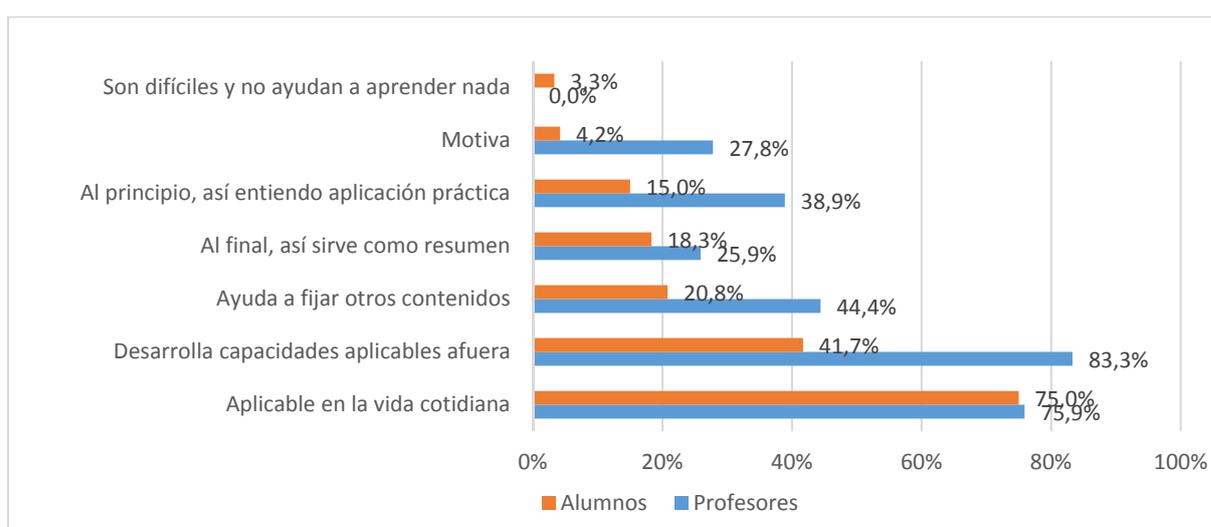


Figura 5. Razones de la importancia del bloque de resolución de problemas. Fuente: Elaboración propia.

La **frecuencia** de dedicación de tiempo a la **resolución de problemas**, según el profesorado, es **semanal** (39%) o **diaria** (30%), prefiriendo claramente dedicarle tiempo al finalizar el tema (33%) respecto del inicio del mismo (2%).

3.5.1.1. Dificultades para la resolución de problemas y cómo superarlas.

En general, se considera que la mayor **dificultad** que existe para la resolución de problemas se encuentra en el **análisis y la comprensión del enunciado** (figura 6). Resulta revelador que el profesorado pone en último lugar la **atención a las diversas capacidades**, cuando el alumnado la sitúa en segundo lugar de importancia porque “algunos problemas resultan difíciles para algunas personas y fáciles para otras, no todos tenemos la misma facilidad”. Las siguientes dificultades se encuentran al **aplicar estrategias y razonamientos** para resolver los problemas y en la **confianza**.

El profesorado ha dado mucha importancia también -no así el alumnado- a las dificultades en el **razonamiento del resultado** y a ser capaz de responder a lo que se pregunta. También a la dificultad de encontrar **regularidades entre los datos**: relaciones, patrones y leyes.

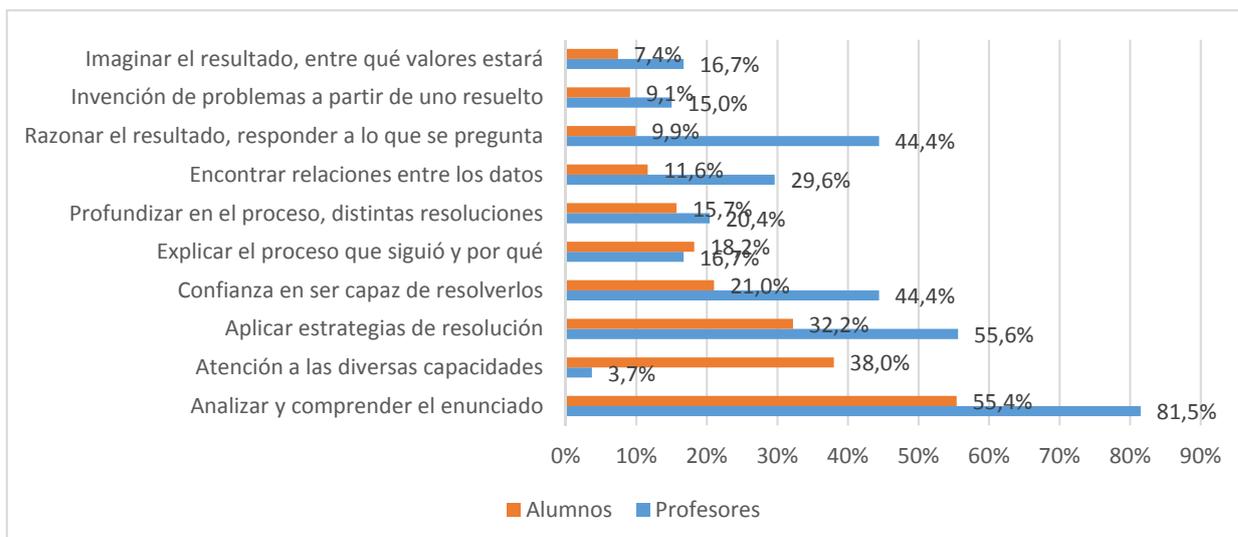


Figura 6. Dificultades para la resolución de problemas. Fuente: Elaboración propia.

Para **superar estas dificultades**, en general, se considera muy importante plantear actividades contextualizadas en la vida real, pero el alumnado prioriza el centrarse en las estrategias de resolución de problemas (figura 7). El profesorado también destaca que ayudaría dedicar más tiempo en clase y utilizar una metodología que promueva la participación.

En general, también se consideran muy útiles, para ayudar a superar las dificultades, los juegos, los concursos y proponer modelos tipo o inventar problemas. Se otorga mucha

menos importancia a un aumento de tiempo dedicado en tareas para casa o a incrementar su peso en la calificación final.

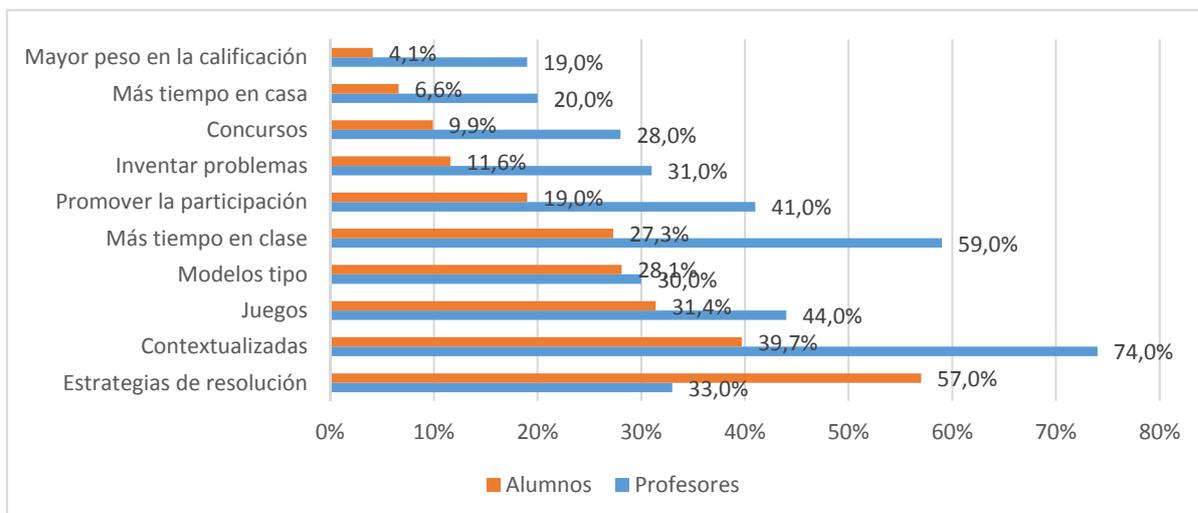


Figura 7. Superación de las dificultades en la resolución de problemas. Fuente: Elaboración propia.

3.5.2. Aprendizaje colaborativo y cooperativo

El 37% del profesorado encuestado **no tiene clara la diferencia entre aprendizaje colaborativo y cooperativo**, sin embargo, **el 80% dice utilizar alguno de ellos**.

Analizada la **frecuencia** de trabajo cooperativo o colaborativo en las aulas (figura 8), el profesorado dice que este se relega a ocasiones especiales (35%), varias veces al trimestre (17%) o varias veces al mes (19%), siendo poco frecuente aplicarlo semanalmente (11%) o a diario (6%).

Preguntado el alumnado, en una escala de 1 (poca frecuencia) a 10 (muy a menudo), los encuestados suelen hacer trabajo colaborativo o cooperativo una media de 4,36. Hay una clara diferencia entre primaria y secundaria. La media en los dos cursos de primaria estaría por encima del 6, sin embargo, en secundaria estaría en valores por debajo del 4.

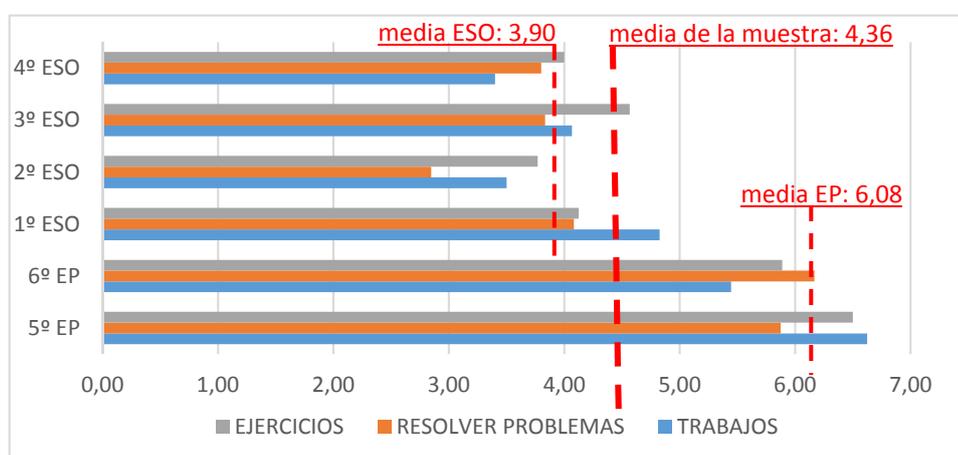


Figura 8. Frecuencia de trabajo cooperativo o colaborativo, por cursos. Fuente: Elaboración propia.

3.5.2.1. Utilidad del método de aprendizaje colaborativo o cooperativo

Al valorar la utilidad del método de aprendizaje colaborativo o cooperativo, el profesorado le otorga una media de **6,5 puntos**, en una escala del 1 (poco útil) al 10 (muy útil). Sin embargo, el alumnado lo considera mucho más útil que el profesorado, **con 7,54 de media**, que es homogénea en todos los cursos.

3.5.2.2. Diferencia cooperativo-colaborativo

Cuando se pregunta al profesorado por la diferencia entre la metodología cooperativa y la colaborativa en una pregunta abierta, se evidencian las dudas de las que hablamos, pero ha habido grandes aportaciones como las contenidas en la tabla 8:

Tabla 8. Diferencias entre aprendizaje colaborativo y cooperativo según los docentes.

Fuente: Elaboración propia a partir de las encuestas realizadas al profesorado.

	Aprendizaje colaborativo	Aprendizaje cooperativo
Foco	En el proceso más que en el resultado	En el resultado.
Estructura	trabajar juntos, ayudarse unos a otros	trabajar con un mismo objetivo y dividir el trabajo entre todos. Al final se obtiene un todo.
Dirige la actividad	Los alumnos, con más autonomía	El profesor
Interacción	Alta interacción y planteamiento de estrategias. El educador ejerce de guía.	se puede llevar a cabo con un nivel de interacción docente-discente mínimo y discente-discente nulo.

3.5.2.1. Ventajas del aprendizaje colaborativo.

La principal ventaja del aprendizaje colaborativo (figura 9) es que se mejoran las relaciones entre compañeros, se aprende a organizarse y a colaborar y permite aprender entre iguales (con los compañeros y de los compañeros). Es destacable, por un lado, que el profesorado, en comparación con el alumnado, no le da demasiada importancia a que el alumnado aprenda a organizarse, pero sí a que aprende de otra forma. En general, se ha dado poca importancia a perder el miedo a hablar en público.

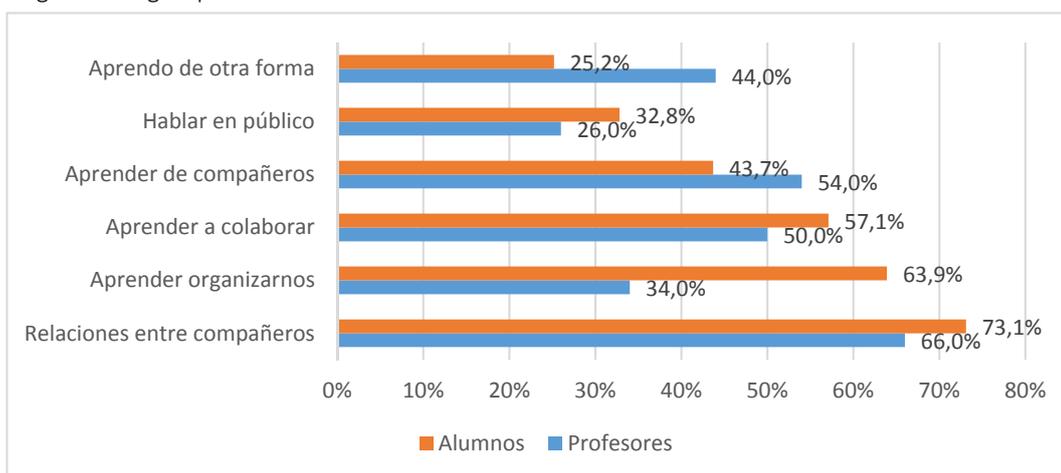


Figura 9. Ventajas del aprendizaje colaborativo. Fuente: Elaboración propia.

3.5.2.1. Inconvenientes del aprendizaje colaborativo.

El mayor **inconveniente**, es que siempre hay alumnos que terminan por no hacer nada y solo copian (figura 10). El profesorado señala, también, que exige mucho tiempo para planificarlo y para llevarlo a cabo y la extensión del currículum no lo permite siendo, además, tiempo poco aprovechado.

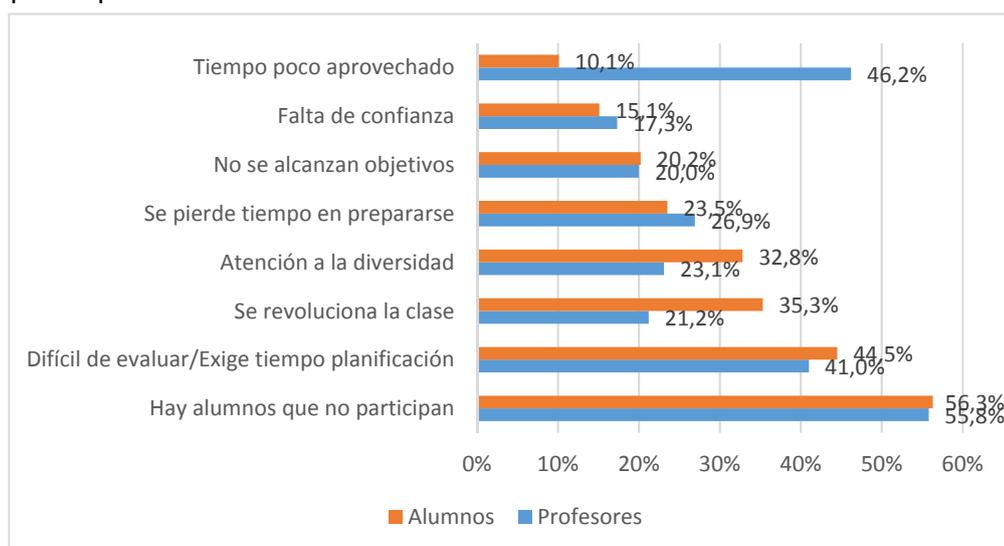


Figura 10. Inconvenientes del aprendizaje colaborativo. Fuente: Elaboración propia.

El alumnado señala que es difícil de evaluar, y que suele ser injusto. También se puede comprobar cómo el alumnado se preocupa más por la atención a la diversidad que el profesorado, cuando dice que “es difícil que todos puedan participar del mismo modo si los trabajos son complicados, a algunos les cuesta más”.

También señalan, en menor medida, que se arma mucho alboroto, no se alcanzan los objetivos deseados y que existe una falta de confianza en el método por parte del docente, del equipo directivo o de las familias.

3.5.2.1. ¿Cómo se trabaja en grupo?

Como el alumnado y gran parte del profesorado no tienen clara la diferencia entre colaborativo y cooperativo, se les ha preguntado por dos cuestiones **cómo trabajan los alumnos cuando trabajan en grupos** (figura 11).

El profesorado señala que el alumnado tiene **tendencia a trabajar individualmente, compartiendo los avances individuales** (26,4%), más del triple que **se habla de la estrategia a seguir y se acuerdan todos los pasos y las decisiones** (7,5%). Por el contrario, el alumnado pone en primer lugar la estrategia y el acuerdo frente al trabajo individual, compartiendo avances. Esto puede denotar que el **trabajo grupal que desarrolla el profesorado tiende hacia lo cooperativo**, frente al que desarrolla el alumnado, que tiende más hacia lo colaborativo.

En relación con el equilibrio del trabajo y roles, es más usual que, en los grupos, algún alumno se desvincule y únicamente copie lo que hacen los demás, frente a que algún alumno asuma el mando y tome todas las decisiones, incluso realizándolo completamente.

Resulta significativo que, para el alumnado, hablar de la estrategia y acordar todos los pasos y decisiones esté en primer lugar y para el profesorado esté muy relegada en el último.

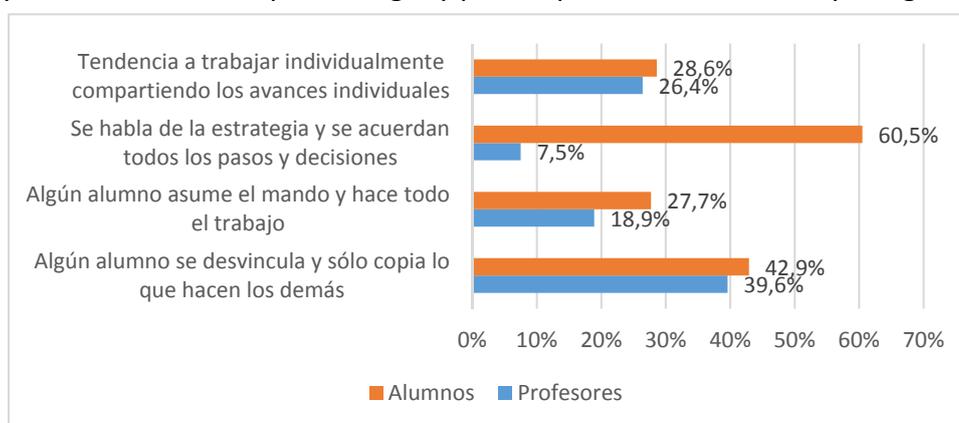


Figura 11. Cómo se trabaja en grupo. Fuente: Elaboración propia.

3.5.2.1. El aprendizaje colaborativo puede ayudar en la resolución de problemas

Se ha preguntado al alumnado si **trabajar en grupo le ayudaría a trabajar y entender mejor la resolución de problemas**, y al profesorado si **la metodología basada en el aprendizaje colaborativo puede ayudar a los alumnos a trabajar y entender mejor la resolución de problemas**. Fueron favorables el 82% de las respuestas del alumnado y el 86% de las respuestas del profesorado. Se incorporan a continuación las ideas más importantes extraídas del alumnado del centro (figura 12) y del profesorado de matemáticas (figura 13).

¿Trabajar en grupo te ayudaría a trabajar y entender mejor la resolución de problemas?

Sí porque...

entre todos nos podríamos ayudar

aprenderíamos a organizarnos

aprendes a colaborar

así compartimos

aprendes de otros

te ayuda a trabajar más en grupo y aprender para trabajar en una oficina

las cosas en grupos salen antes

nos lo explicamos entre nosotros

te podrías equivocar y el compañero te corrige

vería el trabajo desde la perspectiva de mis compañeros y no sólo como lo veo yo

aprendizaje más autodidacta, sin el profesor

me parece más divertido y lo entiendo mucho más

así tomamos las matemáticas como un juego y estudiamos con más ganas

dado que soy una persona a la que no le gustan nada las matemáticas, estar con gente de la que puedo aprender y debatir para conseguir nuevas formas de resolución me parece muy útil y en mi caso puede motivarle.

así tenemos más puntos de vista que nos lleven a un mejor resultado

en grupo se aportan distintas ideas

aprendo cómo lo hacen los demás

aprendes otras formas de resolver el problema

de mis compañeros aprendo nuevas formas de ver un mismo problema

con mis compañeros me entiendo mejor que con los profesores

no tienes que andar tan pendiente del profesor

se puede aprender incluso más que en clase

hay compañeros que me podrían ayudar a entender mejor las cosas

algún compañero/a podría llegar a explicarlo de una manera más fácil que el profesor

No porque...

me concentro mejor yo solo

no nos damos aclarado

cuando se hace en grupo sólo se copia y no lo solucionas solo

no colabora ningún compañero conmigo.

me parece que sólo me generaría más dudas

soy muy perfeccionista y vuelvo a hacer el trabajo de los demás

trabajo mejor solo porque siempre hay lío y hay quien se cree mejor que los demás y acaba llevando todo el mérito

si lo haces solo piensas más. Si haces deberes con la persona más lista sabes que te los va a decir y no piensas en el problema

siempre hay alguien que lo hace todo y no deja aprender a los demás

cada uno tiene su forma de entender y de hacer un problema

Depende porque...

normalmente acabamos haciendo otra cosa y no nos centramos. Yo prefiero que lo haga el profesor y si no lo entiendo me lo explique y haga 5 ejercicios iguales.

Figura 12. Ideas aportadas por el alumnado, sobre si trabajar en grupo ayudaría en la resolución de problemas. Fuente: Elaboración propia.



Figura 13. Ideas aportadas por el profesorado, sobre si el aprendizaje colaborativo puede ayudar en la resolución de problemas. Fuente: Elaboración propia.

3.5.3. Concursos

3.5.3.1. Participación en concursos.

El 30% del profesorado participa en concursos una o dos veces por curso y el 13 % en todos los concursos que puede. Tan sólo el 15% suele **crear** concursos. Entre el alumnado, el 29,7% participa en todos los concursos que puede y el 9,3% dice que no participa en ellos. En general, se suele participar en concursos tanto individuales como grupales.

La principal característica de todo concurso es la diversión. Es lo que se pretende y se consigue, según la encuesta (figura 14). Además, se aprende a trabajar en grupo en una experiencia diferente, con un ambiente competitivo, que hace que se esfuercen más.

El profesorado destaca que se ven las matemáticas de otra manera y que se pierde el miedo a razonar y responder creativamente, sin embargo, el alumnado esto lo pone en último lugar.

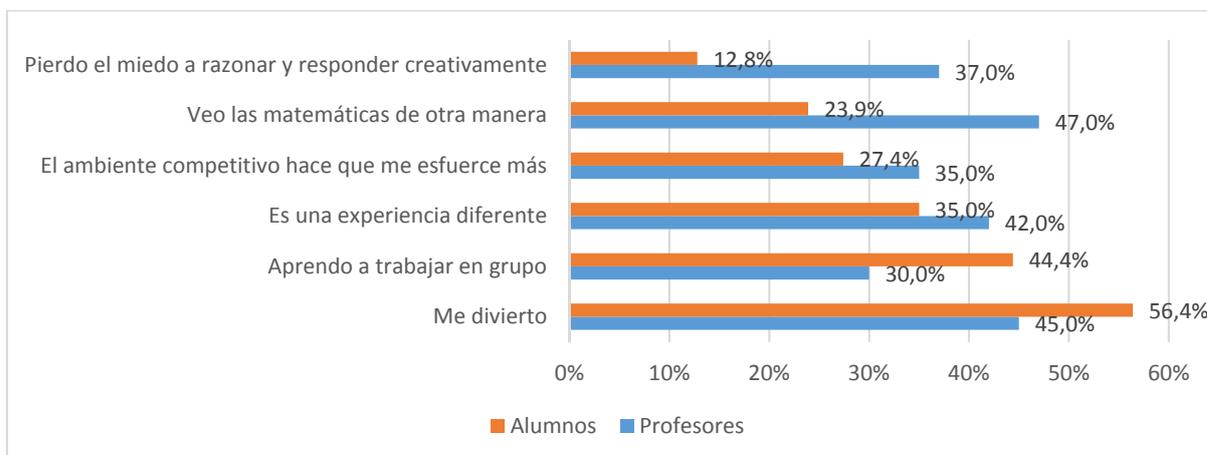


Figura 14. Qué pretende el profesorado y qué siente el alumnado en los concursos.

Fuente: Elaboración propia.

3.6. Conclusiones del estudio de campo

En el punto anterior, se fueron exponiendo los resultados obtenidos de las encuestas no validadas y se ha ido analizando la información extraída de cada consulta. A partir del análisis de esos resultados preliminares podemos llegar a las siguientes conclusiones:

El bloque de **resolución de problemas** es uno de los más importantes de matemáticas porque es aplicable en la vida cotidiana y desarrolla capacidades aplicables más allá de la materia. Se realiza entre una y varias veces a la semana y, sobre todo, al finalizar el tema.

Las mayores **dificultades** para la resolución de problemas se encuentran en el análisis y la comprensión del enunciado y en la aplicación de estrategias y razonamientos para resolverlos.

Se debe prestar atención a las diversas capacidades, ya que es una de las dificultades más señaladas por el alumnado y más olvidada por los docentes. Es probable que sea una de las causas de que el alumnado tenga poca confianza en su capacidad para resolver problemas.

El alumnado demanda, para **superar estas dificultades**, que el docente se centre en las estrategias de resolución de problemas, contextualizados en la vida real. También ayudaría dedicar más tiempo en clase y utilizar metodologías que fomenten la participación. Los juegos, los concursos, proponer modelos tipo o inventar problemas son propuestas útiles para superar las dificultades. Sin embargo, en la encuesta no se destaca el valor educativo de la

invención de problemas, en contra de las ideas de Puig Adam (1959), quizás porque no se suelen incluir actividades de este tipo.

Frente a la alta frecuencia con la que se resuelven problemas en el aula, el aprendizaje colaborativo se reduce sustancialmente al pasar de primaria a secundaria. Sin embargo, aunque el profesorado lo considera útil, el alumnado lo considera mucho más útil aún.

4 de cada 10 profesores de matemáticas no distinguen bien entre aprendizaje colaborativo y cooperativo, por lo que resulta importante explicar y aclarar las diferencias entre ambos, tanto a profesorado, como a alumnado.

Se destacan como ventajas del aprendizaje colaborativo que mejora las relaciones entre compañeros, ayuda a aprender entre iguales, a colaborar y a organizarse. No se ha señalado que ayuda a perder el miedo a hablar en público, quizás porque no se suelen incluir actividades de exposición pública cuando se trabaja en colaborativo en matemáticas.

Los mayores inconvenientes del aprendizaje colaborativo se pueden agrupar en tres:

1. La dificultad de mantener el equilibrio organizativo y de roles y evaluar con justicia, ya que suele haber alumnos que terminan por no hacer nada y solo copian y, algunas veces, algún alumno asume el mando y toma todas las decisiones.
2. Supone mucho tiempo de planificación y el tiempo suele estar poco aprovechado.
3. Es difícil atender a la diversidad y que todos puedan participar del mismo modo, porque a algunos les cuesta más. Esto se tiene poco en cuenta por el profesorado.

La participación en concursos es de un 30%, aun cuando se reconoce que resultan divertidos y se aprende a trabajar en equipo con un ambiente que estimula el esfuerzo.

Por lo tanto, atendiendo a los resultados obtenidos, se hace necesario implantar una **metodología significativa**, que incorpore el **aprendizaje colaborativo** para aprender entre iguales, atender a su diversidad y fomentar la participación.

La **resolución de problemas**, por su importancia y utilidad, se ha de abordar en equipo, logrando una **construcción social de conocimiento** (Vigotsky, 1978). Para ello, se realizará una gran investigación científica, dirigida a analizar y explicitar el proceso de resolución de problemas.

Esta investigación se concretará en un gran concurso matemático por fases, que hará más divertido y estimulante el trabajo en equipo, y que se desarrolla en la Propuesta Didáctica.

4. Propuesta Didáctica

4.1. Presentación

En este capítulo se va a presentar y fundamentar una propuesta didáctica para el aprendizaje de resolución de problemas contextualizados, siguiendo la metodología de investigación dirigida y a través del aprendizaje colaborativo, que sitúa al alumnado en el centro de su propio aprendizaje.

Como hemos visto, la resolución de problemas se suele plantear al inicio o al finalizar un tema, por lo que el alumno ya intuye de antemano el tipo de conocimientos y habilidades que va a tener que poner en juego. Por el contrario, en los concursos matemáticos el alumno sabe que va a tener que poner en funcionamiento todas sus habilidades y competencias para llevarlos a cabo. Esta competencia matemática **global** es la que queremos desarrollar. El inconveniente es que los concursos matemáticos normalmente se concentran en días concretos, por lo que su influencia se desvanece rápidamente.

Para incorporar la resolución de problemas globales de cualquier tipo de una forma estructural a la programación didáctica de la materia de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4º de la ESO, se ha de plantear una unidad didáctica que se desarrolle a lo largo de todo el curso. Para ello se ha planteado una **liga de concursos matemáticos** (figura 15), que organizará y servirá como hilo conductor del aprendizaje de la resolución de problemas de todo tipo de un modo lúdico y de forma colaborativa.



Figura 15. Logotipo de la Liga de Concursos Matemáticos. Fuente: Elaboración propia.

4.2. Marco legislativo y contexto

La presente Propuesta didáctica se refiere a la materia de **Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4º de la ESO** para el curso 2020/2021, en aplicación de la Ley

Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (**LOMCE**), que modifica a la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación (**LOE**).

El Currículo para el curso de 4º ESO viene establecido a nivel estatal, en el Real **Decreto 1105/2014**, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato y, en la Comunidad de Galicia, en el **Decreto 86/2015**, del 25 de junio, por el que se establece el currículo de E.S.O y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Galicia. También es destacable la **Orden ECD/65/2015**, del 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.

Contexto

Esta propuesta se contextualiza en un centro concertado plurilingüe del Ayuntamiento de Caldas de Reis, localidad de unos 10.000 habitantes situada en un entorno entre lo rural y urbano.

En el centro se imparte educación infantil y primaria, dos líneas de 1º a 4º de la ESO y tres ciclos formativos de grado medio. Tiene unos 450 alumnos y una asociación de madres y padres de alumnos muy activa e implicada.

El alumnado del centro se caracteriza por ser muy participativo, especialmente en los dos últimos cursos de la ESO. Crearon un Club de Ciencias que funciona durante los recreos y en horario extraescolar, sobre todo en el recreo de después del comedor.

En cada curso se participa en varios **concursos matemáticos**: Olimpiada AGAPEMA, Rallye de Ciencias, Concurso Matemático Pangea, Canguro Matemático, Olimpiada Matemática Española, entre otros.

Además, el centro en que se realiza la intervención es, desde hace años, uno de los organizadores de la “**Semana de la Cultura Científica Sabio Caldas**”, junto con la Concejalía de Cultura del Ayuntamiento. En ella, **todos los alumnos del municipio** disfrutaban de varios días al aire libre realizando experiencias para sus compañeros en un paseo peatonal del centro de la villa. Resulta una experiencia **inolvidable**.

Se centrará la propuesta didáctica en la materia de **matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 4º de la ESO** por ser este el último curso de la etapa. Consta de 20 alumnos y alumnas, algunos de los cuales forman parte del grupo de 4º A y otros de 4º B.

4.3. Objetivos

1. **Comprender** que los objetivos que se enumeran a continuación son procesos, los métodos y las actitudes básicas del quehacer matemático, que se encuentran a lo largo de toda la materia de matemáticas, en el currículum y en la vida cotidiana y **que se han incorporado en esta unidad didáctica para explicitarlos**, dándoles una forma inteligible mediante un conjunto estructurado de actividades: la Liga de Concursos Matemáticos (LCM).

Procesos de razonamiento y estrategias de resolución colaborativa de problemas

2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas (Criterio B.1.2)
3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes. (B.1.3)
4. Expresar el proceso seguido en la resolución de un problema. (B.1.1)
5. Profundizar en problemas resueltos planteando variaciones. (B.1.4)

Métodos de investigación dirigida y aprendizaje colaborativo

6. Elaborar y presentar informes sobre los procesos de investigación (B.1.5)
7. Matematizar problemas extraídos de la realidad cotidiana, valorarlos y evaluarlos. (B.1.6, B.1.7)
8. Emplear herramientas TIC autónomamente y por equipos para:
 - 8.1. representar, analizar, comprender y resolver problemas. (B.1.11)
 - 8.2. seleccionar información, elaborar documentos, hacer exposiciones y compartirlas. (B.1.12)

Actitudes individuales y de trabajo colaborativo en equipos.

9. Desarrollar actitudes matemáticas, **de esfuerzo y colaboración en equipo**. (B.1.8)
10. Superar bloqueos e inseguridades, reflexionar sobre decisiones tomadas y aprender para el futuro. (B.1.9, B.1.10)

4.4. Competencias

CCL. Comunicación lingüística. – **CCL1** leer de forma comprensiva los enunciados. **CCL2** debatir en equipos colaborativos para llegar a acuerdos. **CCL3** comunicar los resultados obtenidos. **CCL4** explicar los resultados y las conclusiones de una investigación o de la resolución de un problema. **CCL5** explicitar los pasos de un proceso de resolución de problemas o de una investigación.

CMCCT. Matemática y Competencia básica en Ciencia y Tecnología. – En toda la materia.

CSIEE. Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. - **CSIEE1** establecer un plan de trabajo en revisión y modificación continua, a medida en que se va resolviendo el problema. **CSIEE2** consensuar y trabajar en equipos colaborativos.

CD. Digital. - **CD1** tratar adecuadamente la información. **CD2** utilizar las TIC como apoyo para resolver o comprobar el problema, o bien, para desarrollar el proyecto de investigación o comprobar sus resultados. **CD3** trabajar de forma colaborativa utilizando herramientas TIC. **CD4** compartir la información por medios tecnológicos.

CSC. Social y cívica. – **CSC1** entender la diversidad de capacidades, de intereses y de aprendizaje y trabajar de forma colaborativa. **CSC2** integrar diferentes planteamientos de un equipo de trabajo con actitud abierta. **CSC3** reflexionar con actitud abierta ante las soluciones propuestas.

CAA. Aprender a aprender. – **CAA1** desarrollar estrategias de planificación y análisis que ayuden en la resolución de problemas. **CAA2** desarrollar actitudes de curiosidad y hábitos de formularse preguntas. **CAA3** aprender a participar activamente en grupos colaborativos.

CCEC. Conciencia y expresiones culturales. – **CCEC1** conocer, comprender, apreciar y valorar diferentes manifestaciones culturales relacionadas con el conocimiento matemático y científico.

4.5. Contenidos

Los contenidos a desarrollar, principalmente, son los contenidos en el Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas, del currículum, detallados en el Anexo E.

4.6. Metodología

Toda la unidad didáctica se desarrolla como una gran **investigación dirigida** (ver capítulo 2.1) en la que, mediante el **aprendizaje colaborativo**, se buscan todos los factores que influyen en la resolución de los problemas, se analizan los resultados y se explicita el proceso de resolución llevado a cabo mediante **memorias de investigación, presentaciones y debates**.

4.7. Temporalización

Los criterios seguidos para seleccionar las sesiones, que corresponden con las fases de la liga han sido (ver tabla 9):

1. **distribuir las actividades a lo largo de todo el curso escolar**, para que sirva de hilo conductor de toda la materia, tal como apunta el currículum (ver tabla 7), ya que es una unidad fundamental y ha de ser transversal a todas las demás, prolongando su carácter lúdico;
2. **establecerlas en fechas señaladas**, para participar de las actividades del centro y contextualizar los problemas en la realidad cotidiana, o antes de concursos importantes;
3. **evitar los períodos de exámenes finales de trimestre**, para que se centren en la actividad lúdica y no interfiera en los resultados académicos de otras materias. Así, en caso de ser precisa alguna sesión complementaria, se haría fácilmente en la sesión siguiente.

Tabla 9. Resumen de temporalización de las actividades. Fuente: Elaboración propia.

Actividades	sesiones	fecha
1. Actividad inicial de presentación , al inicio del curso.	1s	1ª evaluación 18/09/2020
2. Inauguración de la Liga LCM , coincidiendo con la inauguración oficial del curso.	1s	27/09/2020
3. Informe de investigación estadística , coincidiendo con el día mundial de la Estadística.	1s	20/10/2020
4. Explicación de la investigación estadística , inicio de la Semana de la Ciencia del centro.	1s	11/11/2020
5. Concurso de resolución de problemas mediante TIC , día de S. Alberto Magno.	1s	15/11/2020
6. Inventar problemas en Navidad , 2 días antes de las vacaciones de Navidad.	1s	2ª evaluación 18/12/2020
7. Entrenamiento para las olimpiadas , un día antes de participar en fase gallega de la Olimpiada Matemática Española.	3s	16-18/01/2021
8. Gymkana matemática deportiva de San Jerónimo , durante la celebración de las fiestas del patrón del centro.	1s	07/02/2021
9. Rallye Científico Matemático Sin Fronteras , coincidiendo con la Semana de la Prensa.	1s	10/03/2021
10. Estrategias para concursos , los días anteriores a los concursos: Canguro y Pangea.	1s	24/03/2021
11. Concurso con otros centros en la Semana de la Cultura Científica Sabio Caldas (agrupamientos con alumnado de diferentes colegios). ENTREGA DE PREMIOS de la Liga de Concursos Matemáticos.	3s	3ª evaluación 20-24/04/2020

15 sesiones

4.8. Agrupamientos

1. Principalmente será **trabajo grupal de 2/3 miembros**; desarrollando el trabajo colaborativo en interacción y tutorío de pares y en grupos colaborativos (Tudge, 1994) (ver 2.2), para crear espacios de **discusión** y de **reflexión** alrededor del proceso de investigación y de resolución de problemas (Pifarré y Sanuy, 2001). Además, se han constatado sus grandes ventajas en el estudio de campo.
2. Estos equipos **irán variando** a lo largo de las pruebas, para fomentar la transmisión de conocimiento, el debate y la adaptación, evitando la acomodación al equipo.

4.9. Recursos

1. Se **diseñarán materiales didácticos** para guiar la selección, la organización, la gestión y el control de los procedimientos para resolver un problema (Pifarré y Sanuy, 2001).
2. Se dedicará una **página del blog de ciencias** específicamente a informar sobre la Liga de Concursos Matemáticos, además de hacerlo en la web del centro y sus redes sociales.
3. Se implicará a la Concejalía del Ayuntamiento para que aporte los fondos suficientes para la realización de la **prueba entre centros** durante la Semana de la Cultura Científica Sabio Caldas, además de los **premios finales para todos los participantes**. Los premios al grupo ganador de cada fase serán privilegios o material para realizar investigaciones.

4.10. Secuenciación: la Liga de Concursos Matemáticos (LCM)

1. Cada participante comenzará la prueba con una **puntuación inicial de 50 puntos**. De este modo, se motiva al alumnado que tiene mayores dificultades y se evita el miedo al fracaso (es imposible quedar con una puntuación de 0 al finalizar la prueba).
2. Se conformarán equipos diversos de forma aleatoria, que cambiarán en cada prueba.
3. La puntuación obtenida por cada equipo **se transferirá** a cada uno de sus componentes al finalizar cada prueba. De este modo se permite la **variación de agrupamientos** y la colaboración diversa.
4. El trabajo del equipo ha de ser **colaborativo**, no cooperativo (ver capítulo 2.1), para lo cual:
 - a. No se pueden repartir las tareas.
 - b. Se ha de poner el foco en el proceso.
 - c. En todas las pruebas se valora el trabajo **colaborativo** desarrollado por cada equipo participante e individualmente.

4.11. Tipos de actividades

4.11.1. Investigación

1. Se seguirá la metodología de **investigación dirigida**, que (ver capítulo 2.1):
 - a. **fomenta la comunicación** y el diálogo durante el proceso de resolución
 - b. ayuda a **explicitar** los procesos, métodos y actitudes, **durante el proceso** de investigación/resolución y al elaborar una **memoria o informe final**.

4.11.2. Resolución de problemas

1. Serán **contextualizados** en situaciones cotidianas de su **entorno**, en la línea de lo investigado por Pifarré y Sanuy (2001) y según se aconseja en el estudio de campo.
2. Tendrán **diferentes grados de dificultad**, para que todo el alumnado pueda participar y ningún equipo se quede bloqueado sin poder trabajar, ya que es una de las dificultades que destaca el alumnado y se suele olvidar por el profesorado, según el estudio de campo.
3. Se resolverán problemas, tal como se han descrito en el capítulo 2.3.1, y **no ejercicios** y se evitará aplicar algoritmos de resolución de problemas, primando la reflexión.
4. Los problemas progresivamente pasarán de ser **estructurados** a ser **no estructurados**.
5. Se incorporarán actividades de **invención o planteamiento de problemas** por su alto valor educativo (Puig Adam, 1959) (Castro, 1991, 2008) (Silver, 1994) (ver capítulo 2.3.3).

4.11.3. Explicitación, discusión, reflexión y difusión

1. **Explicitación.** –
 - a. Todas las actividades tendrán siempre un componente de **explicitación**, en el que el equipo deberá explicar, de forma individual o conjunta, el proceso de resolución del problema, para hacer visibles las acciones llevadas a cabo para resolverlo.
 - b. Se realizarán **informes de la investigación de las actividades en los que se tendrá que exponer**, de forma razonada:
 - i. los **pasos del proceso de resolución del problema**
 - ii. Los **procesos colaborativos y de razonamiento** desarrollados para alcanzar la solución.
2. **Discusión y reflexión**
 - a. En **parejas o pequeños equipos, con una repercusión directa en la mejora**.
 - b. En el **grupo clase** de 4º de la ESO, para orientar el proceso de aprendizaje.

- c. En los **grupos clase de otros cursos del colegio**, que participan a modo de espectadores en ciertas actividades.
- d. En la prueba final, en equipos con **alumnado de otros centros** del municipio.

3. Difusión

- a. Para la difusión de lo aprendido, se colgarán **en el blog** de ciencias los informes de investigación elaborados por el alumnado, que detallarán el proceso y las conclusiones importantes extraídas del proceso colaborativo de investigación.
- b. Se escribirá una **crónica de cada una de las jornadas de la Liga de Concursos Matemáticos**, por parte de los alumnos de 6º de primaria, que se difundirá en su página específica del blog del Departamento de Ciencias, en la página web del centro y en sus redes sociales.

4.12. Actividades

En la tabla 10, se detallan las actividades agrupadas, con la metodología y agrupamiento, la fecha y el número de sesiones, los objetivos específicos que se llevan a cabo, los estándares que se trabajan en cada una y el detalle de cada uno de sus apartados (ver también Anexo C).

Tabla 10. Actividades de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

1. Actividad inicial de presentación . (1ª evaluación)		
Expositiva-Interrogativa. Grupo-clase/individual	18/09/2020	1 s. (55 min)
a) Aclarar los contenidos fundamentales del bloque1, transversal a la materia de matemáticas. b) Reconocer, aclarar y recordar las fases de: la investigación dirigida, la resolución de problemas y el trabajo colaborativo, además de las normas del LCM. c) Reflexionar, adaptar y mejorar las fichas resumen integrando los contenidos del bloque 1.		
MACB1.7.1. MACB1.8.4. MACB1.12.1. MACB1.12.3. MACB1.12.4.		
1.1 Se explicarán los contenidos fundamentales del bloque 1 de la materia, su importancia y cómo vertebran la materia de matemáticas, las fases y técnicas fundamentales de la investigación dirigida, el aprendizaje colaborativo y el funcionamiento de la Liga de Concursos Matemáticos. 1.2 Aprenderemos a utilizar las fichas de resolución de problemas de Pólya y Schoenfeld. 1.3 Se propone, para casa, la mejora de las fichas que están colgadas en un documento compartido de <i>Google Docs</i> , aportando ideas relevantes en el chat de la plataforma. 1.4 Cada alumno elaborará una ficha mejorada y adaptada por sí mismo/a.		

2. Inauguración de la Liga LCM, coincidiendo con la inauguración oficial del curso.		
Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 3	27/09/2020	1 s. (55 min)
<p>a) Analizar, comprender y valorar de forma colaborativa el enunciado de diversos problemas estimando el número de soluciones.</p> <p>b) Deconstruir los procesos de pensamiento propuestos y reflexionar sobre ellos.</p> <p>c) Generar un registro de los procesos de pensamiento llevados a cabo.</p>		
MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.8.1. MACB1.8.4. MACB1.8.5. MACB1.10.1.		
<p>2.1 Análisis y debate del enunciado de diversos problemas de forma colaborativa en equipos de 3 personas. 2.2. Elaboración de un informe de conclusiones de la investigación realizada sobre los enunciados.</p>		
3. Informe de investigación estadística, coincidiendo con el día mundial de la Estadística		
Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 3	20/10/2020	1 s. (55 min)
<p>a) Identificar situaciones de la realidad interesantes que puedan ser estudiadas mediante métodos estadísticos.</p> <p>b) Extraer datos de forma sistematizada, seleccionarlos, tratarlos y analizarlos.</p> <p>c) Analizar la información, obtener conclusiones y elaborar un <u>INFORME DE INVESTIGACIÓN</u> con ellas, además de una presentación para explicar la investigación y explicitar todos los pasos llevados a cabo.</p>		
MACB1.3.1. MACB1.3.2. MACB1.6.1. MACB1.6.2. MACB1.8.2. MACB1.8.4. MACB1.11.1. MACB1.11.5. MACB1.12.1.		
<p>3.1 Inicio de la realización de un estudio estadístico. Se deberá elegir una situación de la realidad que tenga interés, extraer datos, seleccionarlos, tratarlos y analizarlos estadísticamente. Se dedicará algo de tiempo de otras sesiones de clase y se entregará en la sesión 4, del 11/11/2020.</p> <p>3.2 Extraer conclusiones de la información estudiada y elaborar un <u>INFORME DE INVESTIGACIÓN</u> y una <u>presentación</u> para que puedan ser explicados y expuestos en el blog de ciencias, en la web y las redes sociales del centro. (ver capítulo 4.13)</p>		

4. Explicación de la investigación estadística, inicio de la Semana de la Ciencia del centro

Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 3	11/11/2020	1 s. (55 min)
---	------------	---------------

a) Explicitar en un informe de investigación los pasos del proceso de investigación y de resolución del problema y los procesos colaborativos y de razonamiento llevados a cabo.

b) Exponer, difundir y reflexionar sobre todo el proceso de investigación o de resolución del problema, llegando a nuevas conclusiones.

MACB1.5.1. MACB1.6.4. MACB1.7.1. MACB1.8.1. MACB1.8.5. MACB1.9.1.
MACB1.10.1. MACB1.12.2. MACB1.12.4.

4.1 Con motivo del inicio de la Semana de la Ciencia en el centro, el alumnado **explicará sus investigaciones científicas** a su equipo, al grupo-clase y al resto de cursos de la ESO. Tras cada explicación habrá ronda de preguntas y se mejorará la exposición con la retroalimentación del profesor, del alumnado y con el análisis y la crítica reflexiva de los equipos. (capítulo 4.13)

4.2 Se completará el informe de investigación, realizado en equipo, con las conclusiones extraídas de la retroalimentación con profesores y alumnado del centro. Estos informes se difundirán en el blog de ciencias, en la web y las redes sociales del centro.

5. Concurso de resolución de problemas mediante TIC, día de S. Alberto Magno

Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 3. Informe de investigación individual.	15/11/2020	1 s. (55 min)
--	------------	---------------

a) Resolver problemas contextualizados de forma colaborativa utilizando las TIC.

b) Reflexionar sobre el proceso mediante el trabajo en equipo.

c) Elaborar individualmente un informe de investigación y compartir conocimiento mediante las TIC.

MACB1.1.1. MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.2.4. MACB1.3.1. MACB1.3.2.
MACB1.7.1. MACB1.8.1. MACB1.8.2. MACB1.8.3. MACB1.8.4. MACB1.8.5. MACB1.9.1
MACB1.11.1. MACB1.11.2

5.1 Resolución de problemas contextualizados de forma colaborativa en el aula de informática. Los problemas serán de varios bloques diferentes de las matemáticas. Se utilizarán herramientas TIC para su resolución y para representar sus resultados.

5.2 Realiza individualmente un **informe de investigación** que incluya una reflexión sobre el proceso seguido, conclusiones y resultados alcanzados y será compartido mediante herramientas TIC al resto de los miembros del equipo y al grupo-clase.

6. Inventar problemas en Navidad, 2 días antes de las vacaciones de Navidad (2ª evaluación)

Investigación dirigida -colaborativa. Equipos de 4.

18/12/2020

1 s. (55 min)

- a) Analizar, deconstruir y reflexionar sobre problemas conocidos y/o resueltos.
- b) **Inventar problemas contextualizados de forma colaborativa.**
- c) Evaluar los problemas inventados mediante su resolución, la reflexión sobre el proceso colaborativo de resolución y su explicitación en un informe de investigación compartido.

MACB1.1.1. MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.3.1. MACB1.4.1. MACB1.4.2. MACB1.6.1. MACB1.6.2. MACB1.7.1. MACB1.8.1. MACB1.8.2. MACB1.8.3. MACB1.8.4. MACB1.8.5. MACB1.10.1. MACB1.11.3. MACB1.12.1. MACB1.12.3. MACB1.12.4.

6.0 Durante la sesión anterior se les explicará la actividad que se va a llevar a cabo, para que busquen información y se documenten en casa. Los equipos se conocerán el propio día del concurso (así las estrategias se han de preparar durante el concurso) **6.1 Inventa problemas** basados en la **realidad cotidiana** que no tengan relación con otros que conoces. Para ello, has de analizar y deconstruir los que conoces, reflexionar en equipo, diseñar un problema y evaluarlo, resolviéndolo. **6.2.** De todo el **proceso de resolución y de todo el proceso de creación colaborativa** deberéis realizar **informe de investigación** que, en su apartado final, deberá incluir una **reflexión individual** de cada miembro del equipo. Este informe se realizará mediante herramientas colaborativas (*Google Docs*), compartido con el profesor y con todos los miembros del equipo (se puede terminar durante las vacaciones de Navidad).

7. Entrenamiento para las olimpiadas, un día antes de participar en fase gallega de la Olimpiada Matemática Española, olimpiada y reflexión posterior.

Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 4 e interrelación de individuos con equipos y grupo-clase

16 a 18/01/2021

1 s. (55 min)

2 s. (110 min)

- a) Resolver problemas contextualizados de forma colaborativa.
- b) Explicitar y explicar el proceso de resolución de un problema individualmente.
- c) Reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas mediante el trabajo en equipo.
- d) Reflexionar sobre el proceso de trabajo colaborativo mediante el trabajo en equipo

MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.2.4. MACB1.3.1. MACB1.3.2. MACB1.4.1. MACB1.5.1. MACB1.7.1. MACB1.8.1. MACB1.8.2. MACB1.8.3. MACB1.8.4. MACB1.8.5. MACB1.10.1. MACB1.12.2.

7.1 Cada uno de los problemas elaborados en la actividad 6.1 se resolverá por el resto de la clase en equipos colaborativos. De este modo se **entrena** a los otros equipos, para mejorar la **resolución de problemas contextualizados**. **7.2** Tras haberlo intentado, los miembros del equipo que lo inventaron irán a los demás equipos a explicar cómo se inventó y cómo se resuelve, los pasos fundamentales, los elementos de que está compuesto cada problema, etc. Así **se explicita y se explica** todo el proceso. **7.3** Se reciben aportaciones de los otros equipos, que deberán incorporarse al documento colaborativo de la actividad 6.2. Así se vuelve a **reflexionar** sobre el proceso de resolución de problemas. **7.4** En el grupo-clase se comparten las impresiones y reflexiones acerca del proceso de trabajo colaborativo llevado a cabo, buscando conclusiones y mejoras. **7.5** El día de la olimpiada, el alumnado que quede en el centro tendrá su propio concurso, para evitar los aspectos negativos de estos concursos dirigidos a alumnado brillante (ver tabla 6). **7.6** Al día siguiente todos explicarán y explicitarán sus procesos de resolución por equipos y, después, al grupo-clase.

8. Gymkana matemática deportiva de San Jerónimo, durante la celebración de las fiestas del patrón del centro

Gamificación - colaborativa. Equipos variados

07/02/2021

1 s. (55 min)

a) Resolver problemas contextualizados de forma colaborativa en equipos variados y de forma interdisciplinar con la materia de Educación Física.

MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.6.3. MACB1.6.4. MACB1.8.1. MACB1.8.5.

8.1 Realización de *Gymkana* con pruebas de resolución de problemas matemáticos intercaladas con pruebas físicas (la temática estará relacionada con el deporte, en colaboración con el depto. de Educación Física). Se realizarán variando los equipos continuamente. **8.2.** Reflexión sobre los procesos resolutivos y colaborativos al día siguiente.

9. Rallye Científico Matemático Sin Fronteras, coincidiendo con la Semana de la Prensa

Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 8

10/03/2021

1 s. (55 min)

a) Resolver problemas de forma colaborativa en equipos de muchos componentes.

MACB1.1.1. MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.2.4. MACB1.3.1. MACB1.3.2. MACB1.4.1. MACB1.5.1. MACB1.6.5. MACB1.7.1. MACB1.8.1. MACB1.8.2. MACB1.8.3. MACB1.8.5. MACB1.9.1. MACB1.10.1. MACB1.11.4. MACB1.11.5. MACB1.12.1. MACB1.12.2.

9.1 Realización del Rallye Científico Matemático por equipos. **9.2.** Reflexión sobre los procesos resolutivos y colaborativos al día siguiente. **9.3. Explicitación y difusión redactando la noticia** que se publicará en el blog de ciencias y en la web y redes sociales del centro.

10. Estrategias para concursos, los días anteriores a los concursos: Canguro y Pangea

Investigación dirigida - colaborativa. Equipos de 5.	24/03/2021	1 s. (55 min)
--	------------	---------------

- a) Diseñar, en equipos colaborativos, estrategias de resolución individual de problemas.
b) Reflexionar, en equipo, sobre el proceso de resolución de problemas, para mejorarlo.

MACB1.1.1. MACB1.4.1. MACB1.4.2. MACB1.5.1. MACB1.6.5. MACB1.7.1. MACB1.8.1.
MACB1.8.2. MACB1.8.3. MACB1.8.4. MACB1.8.5. MACB1.9.1. MACB1.10.1. MACB1.11.3.
MACB1.11.4. MACB1.11.5. MACB1.12.1. MACB1.12.2.

10.1 Preparación, en equipo, de las **estrategias** para afrontar los concursos matemáticos individualmente. **10.2. Reflexión**, en equipo, sobre los procesos resolutivos al día siguiente de cada concurso, extrayendo **conclusiones** que se **explicitarán** en un documento compartido y en **noticias** que se publicarán en el blog de ciencias y en la web y redes sociales del centro.

11. Concurso con otros centros en la Semana de la Cultura Científica Sabio Caldas ENTREGA DE PREMIOS de la Liga de Concursos Matemáticos (3ª evaluación)

Investigación dirigida - colaborando equipos entre centros	20 a 24/04/2021	3 s. (165 min)
--	-----------------	----------------

- a) Resolver problemas de forma colaborativa. **En cada equipo habrá alumnos/as de diferentes centros** del municipio.
b) Reflexionar en equipo y explicitar el proceso de resolución de problemas, para mejorarlo.
c) Valorar y dar a conocer la **importancia del proceso de investigación dirigida para la resolución colaborativa de problemas mediante concursos matemáticos** llevada a cabo durante todo el curso.

MACB1.1.1. MACB1.2.1. MACB1.2.2. MACB1.2.3. MACB1.2.4. MACB1.3.1. MACB1.3.2.
MACB1.4.1. MACB1.5.1. MACB1.6.5. MACB1.7.1. MACB1.8.1. MACB1.8.2. MACB1.8.3.
MACB1.8.5. MACB1.9.1. MACB1.10.1. MACB1.11.4. MACB1.11.5. MACB1.12.1. MACB1.12.3.

11.1 Coincidiendo con la exposición al aire libre, se hará un concurso con participación de todos los centros del municipio, que organizan la Semana de la Cultura Científica. Se formarán **equipos compuestos por integrantes de diferentes centros**, para fomentar la colaboración, en vez de la competición entre centros. **11.2** Un representante del ayuntamiento realizará las entregas de premios a todos los participantes, quienes hablarán sobre el proceso. **11.3. Explicitación y difusión redactando la noticia** que se publicará en el blog de ciencias y en la web y redes sociales del centro y, posiblemente, en la prensa local.

En la figura 16 se resume el trabajo competencial (ver 4.4), las metodologías desarrolladas (ver 4.6) y los recursos utilizados en las actividades.

4.13. Proyecto de investigación estadística

Esta Propuesta de Intervención deberá concretarse mediante el desarrollo en profundidad de cada una de las actividades indicadas en ella. Para ello, se deberán seleccionar y elaborar problemas contextualizados e investigaciones que permitan su aplicación en diferentes contextos y atendiendo la diversidad.

Se propone, a modo de ejemplo, una concreción posible de las **actividades 3 y 4**. En la tabla 10 se incluían la metodología, el agrupamiento, la fecha y el número de sesiones, los objetivos específicos que se desarrollan, los estándares que se trabajan en cada una y el detalle de cada uno de sus apartados. Estos apartados se recogen a continuación:

3.1 Inicio de la realización de un estudio estadístico.

Se deberá elegir una situación de la realidad que tenga interés, extraer datos, seleccionarlos, tratarlos y analizarlos estadísticamente. Se dedicará algo de tiempo de otras sesiones de clase y se entregará en la sesión 4, del 11/11/2020.

3.2 Extraer conclusiones de la información estudiada y **elaborar un INFORME DE INVESTIGACIÓN** y una **presentación** para que puedan ser explicados y expuestos en el blog de ciencias, en la web y las redes sociales del centro.

4.1 Con motivo del inicio de la Semana de la Ciencia en el centro, el alumnado **explicará sus investigaciones científicas a su equipo y al resto de cursos de la ESO**. Tras cada explicación habrá ronda de preguntas y se mejorará la exposición con la retroalimentación del profesor, del alumnado y con el análisis y la crítica reflexiva de los equipos.

4.2 Se completará el informe de investigación, realizado en equipo, con las conclusiones extraídas de la retroalimentación con profesores y alumnado del centro. Estos informes se **difundirán** en el blog de ciencias y en la web y las redes sociales del centro.

Como hemos visto, en actividades como estas, se desarrollan pequeños proyectos de investigación estadística (ver tabla 11). Para ello, se ha de crear un producto final auténtico, acabado y útil y se deberán llevar a cabo las fases de un proyecto de investigación estadística, que se basan en las fases de la propia metodología de investigación dirigida propuestas por Ramírez, Gil y Martínez Torregosa (1994), extraídas de Pozo y Gómez (2006).

Tabla 11. Fases del Proyecto de investigación estadística relacionadas con las de la Investigación Dirigida. Fuente: Elaboración propia a partir de las fases de Investigación Dirigida extraídas de Pozo y Gómez (2006).

	Fases del proyecto de investigación estadística (actividades 3 y 4)	Fases de la metodología de Investigación Dirigida
Activ. 3.1	El alumnado, por equipos de 3 personas, ha de <u>elegir una situación problemática de su contexto</u> , y ha de ser aprobada por el profesor	(*)Problema seleccionado por el profesor/director de investigación
	1. Definir cuál es el problema, identificar las variables posibles a estudiar	1. Estudio cualitativo, definiendo el problema, identificando las variables y las restricciones,...
	2. Emitir hipótesis sobre las variables que interesa estudiar en el estudio estadístico, en previsión que puedan aportar información.	2. Emitir hipótesis sobre los factores que determinan el resultado y sobre la forma en que lo condicionan.
	3. Seleccionar cómo vamos a estudiar las variables seleccionadas, planificando la estrategia de recogida de datos.	3. Elaborar y <u>explicitar</u> estrategias de solución del problema, planificándolas y buscando alternativas.
	4. Realizar la recogida de datos estadísticos, documentando y fundamentando todo lo que se va haciendo.	4. Poner en marcha la/s estrategia/s seleccionada/s <u>explicitando</u> y fundamentando lo que se va haciendo.
Activ. 3.2	5. Analizar estadísticamente los datos recogidos extrayendo conclusiones	5. Analizar los resultados obtenidos relacionándolos con las hipótesis explicitadas.
	6. Reflexionar sobre las nuevas perspectivas abiertas, replanteando el problema, relacionándolo con contenidos que se conocen o idear nuevas investigaciones que podrían hacerse en función de lo aprendido.	6. Reflexionar sobre las nuevas perspectivas abiertas, replanteando y redefiniendo el problema, relacionándolo con otros contenidos o nuevas situaciones. Idear nuevas situaciones o problemas a partir de lo aprendido.
	7. Elaborar un <u>informe del proyecto estadístico</u> en el que se analicen los <u>resultados y el proceso</u> de resolución llevado a cabo.	7. Elaborar una <u>memoria final en la que se analicen los resultados y el proceso</u> de resolución llevado a cabo.
Activ. 4.1	8. <u>Explicación en público</u> de la investigación científica. Ronda de preguntas y retroalimentación del profesor y alumnado. Crítica reflexiva de los equipos.	Ramírez, Gil y Martínez Torregosa (1994)
Activ. 4.2	9. Se mejorará el <u>informe del proyecto estadístico</u> con las conclusiones extraídas del debate con profesores y alumnado del centro.	
	10. Difusión en el blog de ciencias y en la web y las redes sociales del centro.	

4.14. Evaluación

Se realizará una **evaluación inicial** al inicio de la unidad didáctica para adaptar los retos al nivel real del alumnado. En caso de que los resultados negativos se concentren en hasta 3 personas, se adaptarán los equipos colaborativos para que cada uno de ellos disponga de un **compañero-tutor** y trabajen por **tutorio de pares** (Tudge, 1994), haciendo un seguimiento de su evolución (ver 2.2).

La evaluación seguirá los siguientes **criterios**:

1. La calificación está relacionada con la propia puntuación del concurso (ver figura 17). En los estándares que se evalúen individualmente, se utilizará la media de las valoraciones de todos los miembros del equipo para el cálculo de la puntuación final de la actividad.
2. Se evalúan **procesos, métodos y actitudes**, por lo que la calificación (y la puntuación del concurso) depende mucho **del proceso llevado a cabo y de la actitud desarrollada**, no sólo de si se ha resuelto correctamente el problema.
3. Se incorpora en la figura 17 el **cuadro resumen de evaluación de las actividades y los estándares de aprendizaje de la unidad**, en el que se establece, también, la puntuación de cada prueba en el concurso (ver “PUNTOS DEL CONCURSO”). Como se puede comprobar, esta unidad didáctica supone el 20% de la calificación de cada una de las 3 evaluaciones, por lo que supondrá el 20% de la calificación del curso. En la parte inferior de la figura está el cuadro de los pesos de cada procedimiento e instrumento de evaluación en la calificación final.
4. En la tabla 13 se incorpora un ejemplo de **rúbrica con la que se evalúan las actividades**:
 - a. Se le entregará al alumnado previamente a cada prueba, para que sepa qué se evaluará. Cada ficha desglosa: qué se evalúa (estándares) y cuánto puntúa para el concurso y para la calificación del trimestre (en %). Se añade una rúbrica simplificada en la tabla 12.
 - b. La ficha se utilizará para la **autoevaluación** y la **coevaluación** (ver tabla 4). La utilizará el alumnado para evaluar su nivel de logro de cada estándar. Al finalizar, el profesor comprobará si se aproxima a lo evaluado por él, y se debatirá sobre los acuerdos y discrepancias. Prevalecerá la decisión del profesor.
5. En caso de no aprobar la evaluación y tener esta unidad suspensa, **se podrá recuperar esta unidad completando los informes de investigación** que tengan peor calificación. En caso de estar aprobada, no será evaluada en la prueba de recuperación del trimestre, pero se tendrá en cuenta la calificación obtenida en esta unidad, ponderada al 20%.

Tabla 12. Rúbrica de ejemplo para evaluar los niveles de logro de los estándares de aprendizaje y la puntuación del concurso. Fuente:

Elaboración propia.

	OBJ.	ACTIV 5.1		2%	10	Resolución de problemas mediante TIC, día de S. Alberto Magno	NIVEL DE LOGRO			
		CRIT	E.A.	%Ev	PTOS		4	3	2	1
PROCESOS	Obj.2	B1.2	MACB1.2.1.	0,2	1	Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos y contexto).				
			MACB1.2.2.	0,2	1	Valora la información de un enunciado y la relaciona con el nº de soluciones del problema.				
			MACB1.2.3.	0,2	1	Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas que haya que resolver, valorando su utilidad y eficacia.				
			MACB1.2.4.	0,2	1	Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.				
	Obj.3.	B1.3	MACB1.3.1.	0,1	0,5	Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.				
			MACB1.3.2.	0,1	0,5	Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, y valora su eficacia y su idoneidad.				
	Obj.4.	B1.1	MACB1.1.1.	0,2	1	Expresa verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema de manera razonada, con precisión y rigor.				
MÉTODO	Obj.8.1	B1.11	MACB1.11.1.	0,1	0,5	Selecciona herramientas tecnológicas idóneas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad lo aconseje.				
			MACB1.11.2.	0,1	0,5	Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones y extraer información cualitativa y cuantitativa.				
ACTITUDES	Obj.9.	B1.8	MACB1.8.1.	0,1	0,5	Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas (esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada).				
			MACB1.8.2.	0,1	0,5	Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados a la dificultad del reto.				
			MACB1.8.3.	0,1	0,5	Distingue entre problemas y ejercicios, y adopta la actitud idónea para cada caso.				
			MACB1.8.4.	0,1	0,5	Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación y los hábitos de plantearse preguntas y buscar respuestas adecuadas.				
			MACB1.8.5.	0,1	0,5	Desarrolla habilidades sociales de cooperación y trabajo en equipo .				
		B1.9	MACB1.9.1.	0,1	0,5	Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización/modelización, valorando las consecuencias y su conveniencia.				

Se añade, en la tabla 13, la rúbrica que desarrolla a la rúbrica simplificada de la actividad 5.1, que se ha incluido en la tabla 12. En la primera columna se recoge la valoración máxima del estándar en relación a la calificación del trimestre y, debajo, la puntuación del concurso (LCM).

Tabla 13. Rúbrica desarrollada de ejemplo. Fuente: Elaboración propia.

Activ. 5.1 - Resolución de problemas mediante TIC, día de S. Alberto Magno		NIVEL DE LOGRO			
	Estándar de Aprendizaje	4 (100%)	3 (50%)	2 (25%)	1 (0%)
0,2%	MACB1.2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas	Siempre analiza y comprende el enunciado de los problemas, extrayendo datos, relaciones entre los datos y el contexto del problema.	Casi siempre analiza y comprende correctamente el enunciado de los problemas, extrayendo datos, relaciones entre los datos y el contexto del problema.	A veces analiza y comprende el enunciado de los problemas, extrayendo algunos datos, y algunas relaciones entre los datos y el contexto del problema.	Nunca o casi nunca analiza y comprende el enunciado de los problemas, y no extrae datos ni relaciones entre los datos y el contexto del problema.
0,2%	MACB1.2.2. Valora el enunciado y relaciona con el nº de soluciones del problema.	Siempre analiza un enunciado, extrae y valora toda la información y la relaciona con el nº de soluciones correctamente	Casi siempre analiza un enunciado, extrae y valora casi toda la información y la relaciona con el nº de soluciones, con algún error	A veces analiza un enunciado, extrae y valora alguna información y, a veces, la relaciona con el nº de soluciones	Nunca o casi nunca analiza un enunciado, extrae y valora la información y la relaciona con el nº de soluciones
0,2%	MACB1.2.3. Estimaciones y conjeturas sobre los resultados de los problemas	Siempre estima los resultados y conjetura sobre los resultados de un problema que haya que resolver y valora la utilidad del proceso y su eficacia	Casi siempre estima los resultados y a veces conjetura sobre los resultados de un problema que haya que resolver y valora la utilidad del proceso y su eficacia	A veces estima los resultados y, ocasionalmente, conjetura sobre los resultados de un problema que haya que resolver y valora algo la utilidad del proceso y su eficacia	Nunca o casi nunca estima los resultados o conjetura sobre los resultados de un problema que haya que resolver y no valora la utilidad del proceso y su eficacia
0,2%	MACB1.2.4. Utiliza estrategias y reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas.	Siempre utiliza estrategias de resolución de problemas variadas y de forma razonada, reflexionando sobre el proceso	Utiliza estrategias de resolución de problemas bastante variadas y de forma razonada y, a veces, reflexiona sobre el proceso	Utiliza estrategias de resolución de problemas no muy variadas y no siempre de forma razonada, sin reflexionar sobre el proceso	Nunca o casi nunca utiliza estrategias de resolución de problemas variadas, no las utiliza de forma razonada, ni reflexiona sobre el proceso

0,1% 0,5	MACB1.3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas	Siempre identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.	Casi siempre identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en algunos contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.	A veces identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en pocos de los contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.	Nunca o casi nunca identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio.
0,1% 0,5	MACB1.3.2. Realiza simulaciones y predicciones	Siempre utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, y valora su eficacia y su idoneidad.	Casi siempre utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, y valora su eficacia y su idoneidad.	A veces utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, y valora su eficacia y su idoneidad.	Nunca o casi nunca utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones o predicciones sobre los resultados esperables, y no valora su eficacia ni su idoneidad.
0,2% 1	MACB1.1.1. Expresa el proceso de resolución de un problema	Siempre expresa verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema, de manera razonada, con precisión y rigor	Casi siempre expresa verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema, muchas veces de forma razonada, con bastante precisión y rigor	A veces expresa verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema, a veces de forma razonada, sin mucha precisión ni rigor	Nunca o casi nunca expresa verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema.
0,1% 0,5	MACB1.11.1. Utiliza herramientas tecnológicas para realizar cálculos	Siempre selecciona las herramientas tecnológicas idóneas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad lo aconseje.	Casi siempre selecciona herramientas tecnológicas, a veces idóneas, y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad lo aconseja.	A veces selecciona herramientas tecnológicas pero a veces no son idóneas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad lo aconseja.	Nunca o casi nunca selecciona ni utiliza herramientas tecnológicas idóneas para la realización de cálculos cuando la dificultad lo aconseja.
0,1% 0,5	MACB1.11.2. Utiliza medios tecnológicos para representar gráficamente y extraer información.	Siempre utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones y extraer mucha información cualitativa y cuantitativa.	Casi siempre utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones y extrae bastante información cualitativa y cuantitativa.	A veces utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones y extrae alguna información cualitativa y cuantitativa.	Nunca o casi nunca utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones.

0,1% 0,5	MACB1.8.1. Esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.	Desarrolla todas las actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas (esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada).	Desarrolla muchas actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas (usualmente se esfuerza, persevera, es flexible y casi siempre acepta la crítica razonada).	Desarrolla bastantes actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas (a veces se esfuerza y persevera, es flexible y a veces acepta la crítica razonada).	Nunca o casi nunca muestra actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas (no se esfuerza, no persevera, no es flexible y no acepta la crítica razonada).
0,1% 0,5	MACB1.8.2. Se plantea la resolución de retos con precisión, esmero e interés .	Siempre se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados a la dificultad del reto.	Casi siempre se plantea la resolución de retos y problemas con bastante precisión, esmero e interés , adecuados a la dificultad del reto.	A veces se plantea la resolución de retos y problemas con bastante precisión, bastante esmero y bastante interés , según la dificultad del reto.	Nunca o casi nunca se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero o interés .
0,1% 0,5	MACB1.8.3. Distingue problemas y ejercicios	Siempre distingue entre problemas y ejercicios, y adopta la actitud idónea para cada caso.	Casi siempre distingue entre problemas y ejercicios, y casi siempre adopta la actitud idónea para cada caso.	A veces distingue entre problemas y ejercicios, y no siempre adopta la actitud idónea para cada caso.	No distingue entre problemas y ejercicios, intenta resolver siempre mediante algoritmos.
0,1% 0,5	MACB1.8.4. Curiosidad, indagación, plantearse preguntas y buscar respuestas.	Siempre desarrolla actitudes de curiosidad e indagación y los hábitos de plantearse preguntas y buscar respuestas adecuadas.	Casi siempre muestra actitudes de curiosidad e indagación y se percibe el hábito de plantearse preguntas y buscar respuestas adecuadas.	A veces muestra actitudes de curiosidad e indagación y se percibe el hábito de plantearse preguntas y buscar respuestas adecuadas.	Nunca o casi nunca muestra curiosidad o indagación y no tiene hábito de plantearse preguntas y buscar respuestas adecuadas.
0,1% 0,5	MACB1.8.5. Cooperación y colaboración	Siempre muestra habilidades sociales de cooperación y trabajo en equipo . Hace avanzar al equipo de forma colaborativa	Casi siempre muestra habilidades sociales de cooperación y trabajo en equipo . A veces hace avanzar al equipo de forma colaborativa	A veces muestra habilidades sociales de cooperación y trabajo en equipo . Aporta al equipo para que avance de forma colaborativa.	Nunca o casi nunca muestra habilidades sociales de cooperación o trabajo en equipo . Dificulta el avance del equipo o no participa de forma colaborativa
0,1% 0,5	MACB1.9.1. Toma decisiones durante la resolución de problemas, de investigación y de matematización/modelización valorando su conveniencia.	Siempre toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización/modelización, valorando las consecuencias y su conveniencia.	Casi siempre toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización/modelización, y muchas veces valora las consecuencias y su conveniencia.	Algunas veces toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización/modelización, valorando, a veces, las consecuencias y su conveniencia.	Nunca o casi nunca toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización/modelización.

4.15. Evaluación de la propuesta de intervención

La propuesta de intervención, el proceso de enseñanza y la práctica docente deben también estar sometidos a una evaluación continua y formativa. Por ello, se establecen los siguientes mecanismos de revisión, evaluación y modificación de la propuesta de intervención.

1.- Evaluación de la Propuesta de Intervención (P.I.) y del proceso de enseñanza. - El docente someterá la Propuesta de Intervención a una evaluación y revisión continuas, para reorientar su labor docente. Se centrará:

a) **En su planificación y concreción.** - Ver Anexo F. - Ficha de evaluación de la Propuesta de Intervención Didáctica.

b) **En su adaptación al grupo-clase.** -

a. **Resultados académicos.** - Generales y de los alumnos con medidas de atención a la diversidad. Se tendrán en cuenta las calificaciones parciales (por actividades y por estándares) y las calificaciones finales, para adaptar las actividades, la temporalización, el grado mínimo de adquisición, ... (ver evaluación en el Anexo F).

b. **Opinión del alumnado.** - En las autoevaluaciones y puestas en común que se hacen a diario (se recogerán en el diario de aula) y en las autoevaluaciones de final de trimestre. Además, se les hará una encuesta con preguntas similares a las hechas al profesor para comparar la diferente percepción de la realidad entre docente y alumnado (ver Anexo G).

2.- Plan de mejora de la Propuesta de Intervención y del proceso de enseñanza. -

Tras el proceso de auto-evaluación, se definirá un **Plan de Mejora** vinculado a los indicadores que hayan obtenido puntuaciones más bajas en el instrumento de evaluación, que contendrá:

a. las adaptaciones que se van a llevar a cabo para corregir la situación

b. el seguimiento de la evolución de la situación, especialmente en esos indicadores.

c. la evaluación de la adecuación de las modificaciones realizadas en la P.I.

3.- Informe de seguimiento y mejora de la PI.- El proceso, los resultados y las conclusiones, se recogerán en un informe, que se deberá archivar con la Propuesta de Intervención.

5. Conclusiones

Las conclusiones que se han podido extraer, como consecuencia del trabajo realizado, son:

1. De la investigación realizada en el **marco teórico** se extrae que:
 - a. La **investigación dirigida** es la metodología idónea para propiciar un aprendizaje constructivista de las matemáticas, ya que ayuda a **explicitar** procedimientos, actitudes y conceptos (Pozo y Gómez, 2006) y pone el foco en el alumnado.
 - b. El **aprendizaje colaborativo** se basa en el constructivismo social (Vygotsky, 1978) y permite un aprendizaje significativo al tiempo que mejora las relaciones sociales.
 - c. Mediante la **investigación** y la **resolución de problemas contextualizados** se alcanza un aprendizaje competencial, siguiendo el mismo proceso de creación que el conocimiento matemático (Ernest, 1989, 1991) y con gran dinamismo (Contreras y Carrillo, 1997).
 - d. Los **concursos matemáticos** por equipos estimulan el esfuerzo, resultan divertidos y promueven el aprendizaje colaborativo, acercando al alumnado a las matemáticas.
 - e. El **currículum** y las **pruebas diagnósticas** determinan que la resolución de problemas y los proyectos de investigación, si están contextualizados, permiten el aprendizaje competencial. Además, se debe evaluar el grado de adquisición de estas competencias a los 15-16 años.
2. Del **estudio de campo** se han obtenido conclusiones preliminares que permiten **adaptar la propuesta a su contexto** y suponen un **cambio hacia una metodología significativa** en la que:
 - a. **Incorporar el aprendizaje colaborativo** para aprender entre iguales, aprender a colaborar y a organizarse y mejorar las relaciones entre compañeros.
 - b. **Resolver problemas contextualizados** – dada su importancia, su utilidad y su aplicación en la vida cotidiana- **en equipo**, logrando una construcción social de conocimiento (Vygotsky, 1978).
 - c. **Atender a la diversidad** de capacidades y a las dificultades de comprensión del enunciado, sin olvidarnos de evaluar con justicia y mantener el equilibrio de roles.
 - d. Proponer la **invención de problemas**, por su valor educativo (Puig Adam, 1959) y actividades en las que haya que exponer en grupos.
 - e. Aprovechar el estímulo y la diversión que producen los **concursos como hilo conductor**.
3. La investigación y el estudio de campo han justificado la necesidad de un cambio hacia una metodología significativa. Para ello se ha diseñado una **propuesta de intervención didáctica**, que se desarrolla como una gran investigación dirigida en la que, en equipos colaborativos, el alumnado analiza y explicita el proceso de investigación y de resolución

de problemas. Con un enfoque competencial, el alumnado aprende los procesos, métodos y actitudes básicas del quehacer matemático, integrando y aplicando de forma conjunta todos sus conocimientos.

4. Para organizar, explicitar y trabajar de forma integrada y lúdica toda la unidad didáctica se ha creado un conjunto estructurado de actividades: **la Liga de Concursos Matemáticos** (LCM), cuya temporalización se extiende durante todo el curso y se relaciona con el calendario de celebraciones del centro y con el calendario de concursos matemáticos externos.
5. En la **evaluación** de la unidad didáctica se relaciona la calificación con la puntuación del concurso. Para ello se han elaborado rúbricas que cuantifican el nivel de logro de los estándares y competencias, incluyendo el proceso de investigación científica y el trabajo colaborativo. Estas rúbricas permiten que el alumnado conozca, a la vez: qué se evalúa en cada prueba y qué se puntúa en cada fase del concurso de la Liga de Concursos Matemáticos.
6. Por otro lado, se ha aplicado un sistema de **evaluación de la propuesta de intervención** para conocer las fortalezas y debilidades de dicha propuesta con el fin de proponer planes de mejora.

Los objetivos planteados al inicio de este trabajo **se han cumplido completamente**, así que esta propuesta didáctica se puede llevar a cabo en el próximo curso lectivo.

La principal **ventaja** de la propuesta didáctica es que explicita y trata de forma integrada los contenidos del bloque de procesos, métodos y actitudes matemáticas. Además, se asegura el trabajo competencial, porque se aplica la investigación y el método científico para construir conocimiento matemático y, al trabajar en equipos colaborativos, se desarrolla una competencia de aprender a aprender en equipo, que resultará imprescindible en su futuro. Otra ventaja de tratar todo el bloque de forma integrada es que facilita su evaluación y la implementación de planes de mejora.

El principal **inconveniente** de esta propuesta es el riesgo de necesitar más tiempo, ya que es una de las dificultades de la investigación dirigida. Se ha tenido en cuenta al elegir la fecha de las sesiones, para que no afecte mucho a la programación.

Hemos de **reflexionar** en que llega un momento -cuando el alumnado alcanza cierta madurez- en que es preciso volver la vista atrás y revisar los pasos fundamentales que se han ido dando. De este modo, si alguno no ha sido firme se puede mejorar para, finalmente, adquirir una visión de conjunto que permita afrontar el siguiente paso con más conocimiento y con más confianza en sí mismo y en su competencia.

Esta propuesta didáctica permitirá que el alumnado de 4º de la ESO avance hacia una nueva etapa con más competencia, con más confianza en sí mismo, en la relación con sus compañeros –que son colaboradores en su aprendizaje–, en su capacidad de investigación y de aprendizaje autónomo y con un conocimiento más significativo, completo e integrado de las matemáticas.

6. Limitaciones y prospectiva

Los **problemas o carencias** detectados durante el diseño de esta propuesta didáctica son:

1. La dificultad de romper la estructura tradicional de la programación didáctica que suele organizarse en unidades didácticas dispuestas sucesivamente.
2. El aprendizaje colaborativo está poco desarrollado en secundaria, por lo que es aconsejable trabajar más con esta metodología en todos los cursos de la ESO, tal como se ha extraído del estudio de campo. La difusión de esta propuesta podría fomentarlo.
3. El trabajo se ha centrado en la estructura de la propuesta didáctica, en sus líneas fundamentales. Al ver que no era posible abarcar el desarrollo concreto de la misma, se optó por dejar esa concreción para un futuro trabajo que la desarrolle con la profundidad que requiere.

Las **futuras líneas de trabajo y de investigación** que se abren tras esta propuesta son:

1. El desarrollo en profundidad, con mayor concreción, de esta propuesta didáctica, seleccionando y elaborando problemas contextualizados e investigaciones que permitan su aplicación en diferentes contextos y atendiendo la diversidad.
2. En los próximos cursos se ampliará la participación a 3º de la ESO, para lo cual se deberán diseñar actividades adaptadas, teniendo en cuenta que la diversidad del alumnado se va a incrementar. Cada curso se irá ampliando la participación hasta alcanzar 5º de primaria.
3. Se podría plantear en el futuro una liga colaborativa, con una estructura similar a esta, en la que participen más activamente los demás centros del municipio.

En resumen, la principal línea de investigación se dirige hacia la **consolidación, concreción y aplicación** de esta metodología que estructura el contenido del bloque más transversal del currículum de la materia de matemáticas, lo explicita, lo difunde y lo traslada al lugar que debe ocupar en el día a día de un centro.

7. Referencias bibliográficas

- Begle E. G. (1979). *Critical variables in mathematics education: Findings from a Survey of the Empirical Literature*. Washington DC: Mathematical Association of America. NCTM.
- Bransford, J. D. y Stein, B. S. (1986). *Solución IDEAL de problemas*. Barcelona: Labor
- Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Granada: Universidad de Granada.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. Investigación en Educación Matemática XII, 2008, Simposio (12. 2008. Badajoz)
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts*. (Trad. cast. *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia)
- Collazos, C. A. (2003). *Una Metodología para el apoyo computacional de la evaluación y monitoreo en ambientes de aprendizaje colaborativo*. Tesis doctoral. Universidad de Chile, Santiago, Chile. Recuperado de: <https://users.dcc.uchile.cl/~ccollazo/tesis/tesis.pdf>
- Contreras, L. C. y Carrillo, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción de conocimiento. Un ejemplo. *Suma*, 24, 21-25. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/39210974> La resolución de problemas en la construcción de conocimiento un ejemplo
- Decreto 86/2015, de 25 de junio, por el que se establece el currículo de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato en la Comunidad Autónoma de Galicia. Diario Oficial de Galicia, 120, de 29 de junio de 2015.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Pamplona: Fondo de publicaciones del Gobierno de Navarra.
- Ernest, P. (1989). Beliefs Influence in Mathematics Teaching, *Mathematics Education and Society*, Document Series 35, Unesco, 99-101.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Londres: Falmer Press.
- INEE (s.f.). *Evaluación de Educación Secundaria Obligatoria (4º ESO)*. Recuperado el 10 de abril de 2020 de <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-nacionales/4-eso.html>
- Joyce, B. y Weil, M. (1978). *Models of teaching*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall. (Trad. cast. De R. Sánchez: *Modelos de enseñanza*. Madrid: Anaya, 1985)
- Kagan, S. (1992). *Cooperative learning*. San Juan Capistrano, CA: Resources for Teachers.

- Laal, M. (2012). Collaborative learning: what is it? *Social and Behavioral Sciences*, 31, 491-495.
- Latorre Ariño, M. (2015). *Aprendizaje colaborativo y cooperativo*. Lima, Perú: UMCH. Material no publicado. Recuperado el 12 de abril de 2020 de: <https://marinolatorre.umch.edu.pe/aprendizaje-colaborativo-y-cooperativo/>
- Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, de 4 de mayo de 2006.
- Ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, 295, de 10 de diciembre de 2013.
- MEC (1989). *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Maral. Recuperado el 13 de abril de 2020 de <https://sede.educacion.gob.es/publiventa/diseño-curricular-base-educacion-secundaria-obligatoria/educacion-secundaria/912>
- MECD (2016). *PISA 2015. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe Español*, Madrid: Secretaría General Técnica. Recuperado el 13 de abril de 2020 de <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:e4224d22-f7ac-41ff-a0cf-876ee5d9114f/pisa2015preliminarok.pdf>
- MECD (2017). *PISA 2015. La resolución colaborativa de problemas. Resumen ejecutivo*, Madrid: Secretaría General Técnica. Recuperado el 13 de abril de 2020 de https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:a1b20609-8e9e-4de1-b47b-282b90e6961a/CPS_PISA2015_Informe%20nacional.pdf
- Nieto, J. H. (2010). Resolución de Problemas Matemáticos. Talleres de Formación Matemática en *CENTRO 2010*, Puerto Rico. Recuperado el 14 de abril de 2020 de: <https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/09/respropr1.pdf>
- NCTM (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Piaget, J. (1970). *L'épistémologie génétique*. París: PUF. (Trad. cast.: *La epistemología genética*. Barcelona: A. Redondo, 1970).
- Pifarré, M. y Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 297-308. Recuperado el 13 de abril de 2020 de: <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21745>
- Pólya, G. (1945). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press. Traducción: Pólya, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

- Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*. Princeton: Princeton University Press.
Traducción: Pólya, G. (1966) *Matemática y razonamiento plausible*. Madrid: Editorial Tecnos.
- Porlán, R. (1989). *Teoría del Conocimiento, Teoría de la Enseñanza y Desarrollo Profesional*, Tesis doctoral no publicada, Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Sevilla.
- Porlán, R. (1992). *Teoría y práctica del currículum. El currículum en la acción*, en AA.VV. *Curso de actualización científico-didáctica*. Madrid: MEC.
- Pozo, J. I. y Gómez, M. A. (2006). *Aprender y enseñar ciencia*. Madrid: Ediciones Morata.
- Puig Adam, P. (1959). Un punto de vista cibernético sobre el problema de los problemas. *Revista de Enseñanza Media* núm. 33-36, enero-febrero 1959. Publicado de nuevo en: Puig Adam, P. (1985). Un punto de vista cibernético sobre el problema de los problemas. *Nueva Revista de Enseñanzas Medias*, 7, 38-41
- Ramírez, J. L.; Gil, D. y Martínez Torregosa, J. (1994). *La resolución de problemas de física y de química como investigación*. Madrid: Servicio de Publicaciones del MEC.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 3, de 3 de enero de 2015.
- Rodríguez Sánchez, C.J. (s.f.). *Aprendizaje colaborativo vs aprendizaje cooperativo*. Blog Aprender colaborando. Recuperado el 10 de abril de 2020 de: <https://www.aprendercolaborando.com/aprendizaje-colaborativo-vs-aprendizaje-cooperativo/>
- Rodríguez Sánchez, C.J. (2015). *Ambientes de aprendizaje colaborativo en comunidades artístico-pedagógicas*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- Sánchez, A. y Paniagua, E. (2005). *Construcción de una comunidad virtual de aprendizaje*. Madrid, España: XXII Curso Iberoamericano de Educación a Distancia. UNED.
- Schoenfeld, A. H. (1978). *Problem Solving Strategies in College-Level Mathematics*, Physics Department. Berkeley: University of California.
- Schoenfeld, A. H., (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1) 19-28. Recuperado el 13 de abril de 2020 de: <https://www.researchgate.net/publication/284047623> On mathematical problem posing
- Tudge, C. (1994). *Vygotsky: la zona de desarrollo próximo y su colaboración en la práctica de aula*. Nueva York: Universidad de Cambridge.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires, Argentina: La Pleyade.

8. Anexos

Anexo A. Etapas para la resolución de problemas. Pólya

Se incorporan a continuación las 4 etapas de Pólya, extraídas de Nieto (2010). Estas etapas se facilitarán al alumnado al inicio de la unidad didáctica, para que sirvan a cada grupo como punto de partida para diseñar sus propias estrategias para la resolución de problemas (Begle, 1979). De este modo las estrategias serán debatidas y personalizadas.

ETAPAS DE PÓLYA (adaptadas para su uso en el aula)

1. Etapa 1. - Comprensión del problema **COMPRESIÓN DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA**

- 1.1. ¿Cuáles son la incógnita, los datos y la condición?
- 1.2. ¿La condición es suficiente para determinar la incógnita? ¿es insuficiente, redundante o contradictoria?

2. Etapa 2. - Concepción de un plan. **ESTRATEGIA**

Formulación de un plan general para atacar y resolver el problema, dejando los detalles técnicos para un momento posterior. Elaboración de un plan factible, llevándolo, por ejemplo, a un terreno conocido. (racional, imaginación, creatividad)

- 2.1. ¿Recuerdas algún problema semejante o que fuera un poco diferente?
- 2.2. ¿Conoces algún problema relacionado con este o algún teorema que pudiera ser útil?
Mira atentamente la incógnita y trata de recordar algún problema similar o que tenga la misma incógnita o parecida.
- 2.3. He aquí un problema relacionado que ya se ha resuelto ¿podrías utilizarlo o emplear su resultado o su método? ¿podrías usarlo añadiendo algún elemento auxiliar?
- 2.4. ¿podrías enunciar el problema de otra forma? ¿y de otra forma más? Refiérete a las definiciones.
- 2.5. Trata de resolver algún problema similar si no eres capaz de resolver este ¿podrías imaginarte un problema análogo más fácil? ¿Y más general? ¿y más particular? ¿y análogo? ¿y una parte del problema?
- 2.6. ¿Qué pasa si consideras solo una parte de la condición? ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿en qué forma puede variar? ¿puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿puedes pensar en otros datos que permitan determinar

la incógnita? ¿puede cambiar de incógnita? ¿puede cambiar la incógnita o los datos de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?

2.7. ¿Has empleado todos los datos? ¿has empleado toda la condición? ¿has considerado todas las nociones esenciales relacionadas con el problema?

3. Etapa 3. - Ejecución del plan – TÁCTICA.

Recursos técnicos necesarios para ejecutar con éxito el plan estratégico

3.1. Al ejecutar el plan, comprueba cada uno de los pasos.

3.2. ¿Estás seguro de que el paso es correcto? ¿puedes demostrarlo?

4. Etapa 4. - Visión retrospectiva – comprobación y verificación

Comprobar los pasos realizados y verificar su corrección.

Permite generar nuevos problemas y nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan el que se acaba de hallar.

4.1. ¿Puedes verificar el resultado y el razonamiento?

4.2. ¿Puedes obtener el resultado de otra forma? ¿puedes verlo de golpe? ¿puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Anexo B. Etapas para la resolución de problemas. Schoenfeld

Se incorporan a continuación las 3 etapas de Schoenfeld, extraídas de Nieto (2010). Estas etapas se facilitarán al alumnado al inicio de la unidad didáctica, para que sirvan a cada grupo como punto de partida para diseñar sus propias estrategias para la resolución de problemas (Begle, 1979). De este modo las estrategias serán debatidas y personalizadas.

ETAPAS DE SCHOENFELD (1978, 1985) (adaptadas para su uso en el aula)

1) Análisis.

a) Dibuja un diagrama siempre que sea posible.

b) Examina casos especiales.

1) Selecciona algunos valores especiales para ejemplificar el problema e irte familiarizando con él.

2) Examina casos límite para explorar el rango de posibilidades.

3) Si hay un parámetro entero positivo, dale sucesivamente los valores 1, 2, ..., n y fíjate si se puede ver algún patrón inductivo.

- c) Trata de simplificar el problema.
 - 1) Comprueba si existe simetría
 - 2) Usa argumentos del tipo “sin pérdida de generalidad”.
- 2) Exploración.
 - a) Considera problemas esencialmente equivalentes.
 - 1) Reemplaza condiciones por otras equivalentes.
 - 2) Recombina los elementos del problema de maneras diferentes.
 - 3) Introduce elementos auxiliares.
 - 4) Reformula el problema:
 - Mediante un cambio de perspectiva o notación.
 - Mediante argumentos por contradicción o contraposición.
 - Asumiendo que tenemos una solución y determinando sus propiedades.
 - b) Considera un problema ligeramente modificado.
 - 1) Escoge submetas (tratando de satisfacer parcialmente las condiciones).
 - 2) Relaja una condición y luego trata de reimponerla.
 - 3) Descompón el dominio del problema y trabaja caso por caso.
 - c) Considera problemas sustancialmente modificados.
 - 1) Construye un problema análogo con menos variables.
 - 2) Deja todas las variables fijas excepto una, para determinar su impacto.
 - 3) Trata de aprovechar cualquier problema relacionado que tenga forma, datos o conclusiones similares.
- 3) Verificación de la solución.
 - a) ¿Pasa tu solución estas pruebas específicas?
 - 1) ¿Usa todos los datos pertinentes?
 - 2) ¿Está de acuerdo con estimaciones o predicciones razonables?
 - 3) ¿Soporta pruebas de simetría, análisis dimensional y escala?
 - b) ¿Pasa estas pruebas generales?
 - 1) ¿Puede ser obtenida de manera diferente?
 - 2) ¿Puede ser sustanciada por casos especiales?
 - 3) ¿Puede ser reducida a resultados conocidos?
 - 4) ¿Puede utilizarse para generar algún resultado conocido?

Anexo C. Encuesta a profesorado.

A continuación, en la tabla 14, se proporcionan las preguntas realizadas al profesorado, encuestado en el estudio de campo (ver capítulo 3). Se añaden las opciones de respuesta y la justificación de cada una de las preguntas.

Tabla 14. Encuesta a profesorado. Fuente: Elaboración propia.

Preguntas	Opciones de respuesta	Objetivo de la pregunta
01. ¿En qué niveles ha dado clase?	a) Primaria (de 6 a 12 años) b) 1º ciclo de ESO (de 1º a 3º) (de 12 a 15 años) c) 2º ciclo de ESO (4º ESO) (de 15 a 16 años) d) Bachillerato (de 16 a 18 años) e) Otro (especifique)	Caracterizar mínimamente la muestra.
02. ¿Cuál es su experiencia como docente?	a) No tengo experiencia práctica. b) de 1 a 5 años c) de 6 a 15 años d) Más de 15 e) No quiero contestar a esta pregunta.	Nos permite conocer un poco más el perfil de experiencia acumulada en el aula.
03. ¿Considera la resolución de problemas un bloque importante dentro de la asignatura de matemáticas?	a) Lo considero el más importante b) Lo considero uno de los más importantes c) Lo considero dentro de los menos importantes d) Lo considero el menos importante	Conocer la importancia que, como docente, le da a la resolución de problemas en matemáticas.
04. Con respecto a la pregunta anterior, ¿ por qué piensa eso sobre la resolución de problemas?	a) Porque es aplicable en la vida cotidiana. b) Porque desarrolla capacidades aplicables más allá de la materia. c) Porque ayuda a fijar otros contenidos. e) Porque motiva al alumnado f) Porque sirve como enfoque de aplicación práctica de los contenidos del tema al inicio del mismo. g) Porque sirve como resumen de los contenidos del tema al finalizar el mismo. h) Otro o comentarios (especifique)	Conocer el porqué de la importancia de la resolución de problemas según los docentes.
05. ¿Con qué frecuencia dedica tiempo en clase a la resolución de problemas?	a) A diario b) Semanalmente c) Al inicio del tema d) Al finalizar el tema e) En ocasiones especiales f) Otras respuestas (especifique)	Conocer el grado de dedicación de tiempo a la resolución de problemas en las clases de matemáticas.

<p>06. ¿Dónde cree que los alumnos presentan más dificultades cuando se enfrentan a la resolución de problemas?</p>	<p>a) Al analizar y comprender el enunciado. b) No son capaces de aplicar estrategias y razonamientos para resolver los problemas. c) No identifican regularidades, patrones y leyes. d) Al no razonar el resultado y no relacionarlo con el enunciado, o no responder a lo que se pregunta. e) No son capaces de realizar estimaciones y conjeturas sobre los resultados de un problema. f) Al no ser capaz de expresar razonadamente el proceso seguido. g) Al no ser capaz de ahondar en los problemas, en su proceso de resolución, planteando otras formas de resolverlo. h) Al no ser capaz de formular nuevos problemas a partir de uno resuelto. i) Al ser difícil ajustar en nivel de dificultad para adaptar a la diversidad del alumnado. j) Al no tener confianza, por asociarlos con dificultades o fracasos anteriores. i) Otros (especifique)</p>	<p>Averiguar las dificultades que presenta, más frecuentemente, el alumnado a la hora de afrontar la resolución de problemas.</p>
<p>07. ¿Cómo cree que se puede ayudar a los alumnos a superar las dificultades anteriormente señaladas?</p>	<p>a) Con actividades contextualizadas en la vida real, para que vean la importancia de la resolución de problemas. b) Con más énfasis en las estrategias de resolución de problemas. c) Proponiendo muchos modelos con los que resolver los problemas más usuales. d) Con una metodología en la que se busque más la participación del alumnado en clase. e) Fomentando la invención de problemas. f) Incrementando su peso en la calificación final. g) Aumentando el tiempo dedicado a la resolución de problemas en clase. h) Aumentando el tiempo dedicado a la resolución de problemas en las tareas para casa.</p>	<p>Averiguar algunas estrategias que se puedan llevar a cabo para ayudar a los alumnos a enfrentarse a las dificultades de la resolución de problemas.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> i) Mediante concursos j) Mediante juegos k) Mediante aplicaciones (especifique) l) Otro (especifique) 	
08. ¿Ha usado alguna vez el aprendizaje cooperativo y/o colaborativo en sus clases?	<ul style="list-style-type: none"> a) No tengo clara la diferencia entre ambos: uso "cooperativo-colaborativo" b) No tengo clara la diferencia entre ambos, pero no uso ninguno de los dos. c) Sólo colaborativo d) Sólo cooperativo e) Ambos: cooperativo y colaborativo f) Ninguno de los dos (aunque conozco la diferencia entre ambos) g) Otro (especifique) 	Determinar la experiencia de los docentes en el uso del método de aprendizaje cooperativo y/o colaborativo.
09. ¿Con qué frecuencia usa el aprendizaje colaborativo o cooperativo?	<ul style="list-style-type: none"> a) A diario b) Semanalmente c) Varias veces al mes d) Varias veces al trimestre e) En ocasiones especiales f) Otras respuestas (especifique) 	Conocer el grado de uso de esta metodología en las clases de matemáticas.
10. ¿Le ha resultado útil la utilización del método de aprendizaje colaborativo o cooperativo?	Poco útil a muy útil	Saber su opinión al respecto de dicho método.
11. ¿Cuál cree que es la diferencia entre la metodología cooperativa y la colaborativa?	Respuesta abierta	Conocer el grado de conocimiento de las diferencias entre ambas metodologías.
12. ¿Podría destacar alguna ventaja del aprendizaje colaborativo? (si no tiene clara la diferencia considere cooperativo o colaborativo indistintamente)	<ul style="list-style-type: none"> a) Se desarrollan relaciones sociales, mejorando el ambiente entre compañeros. b) Ayuda a organizarse c) Ayuda a perder el miedo a hablar en público. c) Se progresa en el aprendizaje mediante la colaboración. d) Se aprende sobre el propio proceso de aprender. e) Se fomenta el aprendizaje entre iguales. f) Otro (especifique) 	Averiguar cuáles son las mayores ventajas, según los docentes, del aprendizaje colaborativo.
13. ¿Podría destacar alguna desventaja del aprendizaje colaborativo? (si no tiene clara la diferencia considere cooperativo o colaborativo indistintamente)	<ul style="list-style-type: none"> a) Se pierde mucho tiempo en preparar la clase para trabajar en grupos. b) Requiere mucho tiempo de planificación para su diseño por parte del docente. 	Averiguar cuáles son las mayores desventajas que presenta el aprendizaje colaborativo, según la experiencia de los docentes.

	<p>c) Existe falta de confianza en el método por parte del docente, del equipo directivo o de las familias.</p> <p>d) Exige mucho tiempo para llevarlo a cabo y la extensión del currículum no me lo permite.</p> <p>e) Se arma mucho follón al trabajar así.</p> <p>f) Siempre hay alumnos que terminan por no hacer nada y sólo copian.</p> <p>g) No se alcanzan los objetivos deseados.</p> <p>h) Es difícil adaptarlo a la diversidad de alumnado</p> <p>i) Otro (especifique)</p>	
14. Cuando trabaja en grupo, ¿los/las alumnos/as trabajan individualmente o los ha visto participativos, colaborando, poniendo estrategias en común para sacar adelante los retos o actividades?	<p>a) Se habla de la estrategia a seguir y se acuerdan todos los pasos y las decisiones.</p> <p>b) Tienen tendencia a trabajar individualmente, compartiendo los avances individuales.</p> <p>c) Algún/a alumno/a suele desvincularse y únicamente copiar lo que hacen los demás.</p> <p>d) Algún/a alumno/a suele asumir el mando y realizar todo el trabajo.</p> <p>e) Otro (especifique)</p>	En función de la experiencia de los docentes, averiguar cómo ven a los alumnos cuando trabajan de forma colaborativa.
15. ¿Cree que la metodología basada en el aprendizaje colaborativo puede ayudar a los alumnos a trabajar y entender mejor la resolución de problemas? ¿Por qué?	Respuesta abierta	Determinar, según la propia experiencia de los docentes, si el aprendizaje colaborativo puede ayudar al alumnado a enfrentarse a la resolución de problemas.
16. ¿Suele participar o crear concursos con su alumnado?	<p>a) Participamos una o dos veces por curso.</p> <p>b) En todos los que podemos.</p> <p>c) Creo frecuentemente concursos.</p> <p>d) No suelo crear concursos.</p> <p>e) Otra opción, especifique</p>	
17. ¿Suelen ser individuales o en grupos?	<p>a) Individuales, sobre todo.</p> <p>b) En grupo, sobre todo.</p> <p>c) Tanto individuales como grupales.</p>	
18. ¿Qué es lo que pretende al utilizar los concursos con su alumnado?	<p>a) fomentar una experiencia diferente</p> <p>b) que se diviertan</p> <p>c) que aprendan a trabajar en grupo</p> <p>d) aprovechar la competitividad para incrementar su rendimiento.</p> <p>e) que perciban las matemáticas desde otro enfoque</p>	

	f) que pierdan el miedo a razonar y ser creativos g) otro (especifique)	
19. Por favor, aporte su experiencia en los concursos grupales en los que suele participar con su alumnado, o cualquier sugerencia que tenga sobre los temas tratados: resolución de problemas, aprendizaje colaborativo y concursos.	Respuesta abierta	Recibir aportaciones y sugerencias de los docentes según su propia experiencia.

Anexo D. Encuesta a alumnado.

A continuación, en la tabla 15, se proporcionan las preguntas realizadas al alumnado del centro encuestado en el estudio de campo (ver capítulo 3). Se añaden las opciones de respuesta y la justificación de cada una de las preguntas.

Tabla 15. Encuesta a alumnado. Fuente: Elaboración propia.

Preguntas	Opciones de respuesta	Objetivo de la pregunta
01. ¿En qué curso estás?	a) 5º Primaria b) 6º Primaria c) 1º ESO c) 2º ESO d) 3º ESO e) 4º ESO d) Bachillerato e) Otro (especifique)	Caracterizar mínimamente la muestra.
02. ¿Cuánto dirías que te gustan las matemáticas?	1 (nada) a 10 (mucho)	Nos permite conocer un poco más el perfil de alumno/a.
03. Las matemáticas ¿te resultan fáciles o difíciles?	1 (muy difíciles) a 10 (muy fáciles)	Nos permite conocer un poco más el perfil de alumno/a.
04. ¿Consideras las matemáticas una materia importante en relación a las demás?	a) La considero la más importante b) La considero una de las más importantes c) La considero dentro de las menos importantes d) La considero la menos importante	Conocer la importancia que, como alumno/a, le da a la materia de matemáticas.
05. ¿Considera la resolución de problemas un bloque importante dentro de la materia de matemáticas?	a) Lo considero el más importante b) Lo considero uno de los más importantes	Conocer la importancia que, como alumno/a, le da a la resolución de problemas en matemáticas.

	<p>c) Lo considero dentro de los menos importantes</p> <p>d) Lo considero el menos importante</p>	
06. Con respecto a la pregunta anterior, ¿por qué piensas eso sobre la resolución de problemas?	<p>a) Porque se puede aplicar en la vida real.</p> <p>b) Porque desarrolla capacidades aplicables más allá de la materia de matemáticas.</p> <p>c) Porque ayuda a fijar otros contenidos.</p> <p>e) Porque me motiva.</p> <p>f) Porque, al hacerlo al inicio del tema, me permite entender la aplicación práctica de los contenidos del tema.</p> <p>g) Porque, al hacerlo al final del tema, me sirve como resumen de los contenidos del tema.</p> <p>h) Porque son tan difíciles siempre que no ayudan a aprender nada.</p> <p>i) Otro o comentarios (especifique)</p>	Conocer el porqué de la importancia de la resolución de problemas según el alumnado.
07. ¿Dónde notas más dificultades cuando te enfrentas a la resolución de problemas?	<p>a) Al analizar y entender el enunciado. Si sobran datos o tiene mucho texto el enunciado me lío.</p> <p>b) Me cuesta aplicar estrategias y razonamientos para resolver los problemas.</p> <p>c) Me cuesta encontrar relaciones entre los datos.</p> <p>d) Me cuesta razonar el resultado y no lo relaciono con el enunciado, o no respondo a lo que se pregunta.</p> <p>e) Me cuesta imaginarme el resultado del problema, entre qué valores podría estar o cómo puede variar.</p> <p>f) Me cuesta explicar el proceso que seguí para resolverlo y por qué lo hice así.</p> <p>g) Me cuesta profundizar en los problemas, en su proceso de resolución, planteando otras formas de resolverlo.</p> <p>h) Me cuesta formular nuevos problemas a partir de uno resuelto.</p> <p>i) Algunos problemas resultan difíciles para algunas personas y fáciles para otras, porque no todos tenemos la misma facilidad.</p> <p>j) Me cuesta confiar en ser capaz de resolverlos, porque siempre me</p>	Averiguar las dificultades que presenta, más frecuentemente, el alumnado a la hora de afrontar la resolución de problemas.

	cuestan mucho y a veces no soy capaz. k) Otros (especifique)	
08. ¿Cómo crees que se podría ayudar a superar las dificultades que has dicho antes en la resolución de problemas?	a) Con actividades que puedan ser aplicadas en la vida real o basadas en la vida real . b) Dedicando más tiempo a practicar estrategias o métodos de resolución de problemas. c) Proponiendo muchos modelos de problemas con los que resolver los problemas más típicos. d) Con una forma de aprenderlo en que participe más el alumnado en clase. e) Proponiendo que inventemos problemas. f) Aumentando su valor en la calificación final. g) Aumentando el tiempo dedicado a la resolución de problemas en clase . h) Aumentando el tiempo dedicado a la resolución de problemas en las tareas para casa . i) Participando en concursos . j) Haciendo juegos k) Utilizando aplicaciones (di cuáles) l) Otro (especifique)	Averiguar algunas estrategias o métodos que se puedan llevar a cabo para ayudar a los alumnos a enfrentarse a las dificultades de la resolución de problemas.
09. ¿Sueles hacer trabajos en grupo?	Con poca frecuencia a muy a menudo	Saber la frecuencia con la que se hacen trabajos en grupo.
10. ¿Sueles resolver problemas en grupo?	Con poca frecuencia a muy a menudo	Saber la frecuencia con la que se resuelven problemas en grupo.
11. ¿Sueles hacer ejercicios en grupo?	Con poca frecuencia a muy a menudo	Saber la frecuencia con la que se hacen ejercicios en grupo.
12. Cuando trabajas en grupo :	a) solemos dividir el trabajo y luego unir las partes b) solemos comentar y acordar cada uno de los pasos	Saber si su aprendizaje en grupo es más colaborativo o cooperativo.
13. Cuando haces trabajos en grupo ¿te resulta útil colaborar con tus compañer@s ?	Poco útil a muy útil	Saber su opinión al respecto de dicho método de aprendizaje.
14. ¿Podrías destacar alguna ventaja de aprender en grupo?	a) Mejora el ambiente entre compañer@s y las relaciones entre nosotr@s. b) Ayuda a aprender a organizarnos entre nosotros.	Averiguar cuáles son las mayores ventajas, según el alumnado, del aprendizaje colaborativo.

	<p>c) Ayuda a perder el miedo a hablar en público.</p> <p>c) Se aprende a colaborar.</p> <p>d) Aprendo cosas nuevas sobre cómo se aprende de otra forma.</p> <p>e) Ayuda a aprender de los/las compañeros/as, no sólo de los/las profesores/as.</p> <p>f) Otro (especifique)</p>	
15. ¿Podrías destacar alguna desventaja del aprendizaje en grupo?	<p>a) Se pierde mucho tiempo en clase para trabajar en grupos.</p> <p>b) Requiere un tiempo que se aprovecharía mejor si se dedicase a aprender de otro modo.</p> <p>c) Existe falta de confianza en el trabajo grupal por parte de l@s alumn@s.</p> <p>d) Es difícil de evaluar el trabajo que hace cada uno y suele ser injusto.</p> <p>e) Se arma mucho follón al trabajar así.</p> <p>f) Siempre hay algún/a compañero/a que termina por no hacer nada y sólo copia.</p> <p>g) Muchas veces no se alcanzan los objetivos deseados, porque suelen ser diferentes para cada miembro del equipo.</p> <p>h) Es difícil que todos puedan participar del mismo modo si los trabajos son complicados. A algunos les cuesta más.</p> <p>i) Otro (especifique)</p>	Averiguar cuáles son las mayores desventajas, según el alumnado, del aprendizaje colaborativo.
16. Cuando trabajas en grupo, ¿los componentes del grupo trabajan individualmente o son participativos, colaboran, ponen estrategias en común para sacar adelante los retos o actividades?	<p>a) Se habla de la estrategia a seguir y se acuerdan todos los pasos y las decisiones.</p> <p>b) Normalmente se trabaja individualmente, compartiendo los avances que hace cada uno.</p> <p>c) Algún/a alumno/a suele pasar de todo y sólo copia lo que hacen los demás.</p> <p>d) Algún/a alumno/a suele asumir el mando y tomar todas las decisiones del trabajo, incluso realizándolo completamente.</p> <p>e) Otro (especifica)</p>	En función de la experiencia del alumnado, relacionar cómo ven el trabajo colaborativo con cómo lo ven los profesores.
17. ¿Crees que trabajar en grupo te ayudaría a trabajar y	Respuesta abierta	Determinar, según la propia experiencia del alumnado, si el aprendizaje

entender mejor la resolución de problemas? ¿Por qué?		colaborativo puede ayudarle a enfrentarse a la resolución de problemas
18. ¿Sueles participar en concursos (de todo tipo)?	<ul style="list-style-type: none"> a) Participo una o dos veces por curso. b) En todos los que puedo. c) Sólo en aquellos que creo que puedo ganar. d) Sólo si son gratuitos. e) Sólo si son en horario de clase. f) Otra opción, específica. 	Grado de participación en concursos del alumno en cuestión.
19. ¿Suelen ser individuales o en grupos?	<ul style="list-style-type: none"> a) Individuales, sobre todo. b) En grupo, sobre todo. c) Tanto individuales como grupales. 	Tipos de concursos a los que se suelen presentar
20. ¿Qué sientes al participar en concursos con tus compañer@s?	<ul style="list-style-type: none"> a) Es una experiencia diferente b) Me divierto c) Aprendo a trabajar en grupo d) El ambiente competitivo hace que me esfuerce más. e) Veo las matemáticas de otra manera. f) Pierdo el miedo a razonar matemáticamente y responder de forma creativa a las preguntas. g) otro (especifique) 	Sensación del alumnado al participar en concursos
21. Por favor, añade tus sugerencias o lo que consideres oportuno sobre los concursos grupales , o sobre los temas tratados: resolución de problemas, aprendizaje en grupos y concursos.	Respuesta abierta	Recibir aportaciones y sugerencias del alumnado según su propia experiencia.

Anexo E. Estándares de Aprendizaje Evaluables

Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables, extraídos de la Ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.

BLOQUE 1 : PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.

| Contenidos

| | Criterios de evaluación

| | | Estándares de aprendizaje

B1.1. Planificación del proceso de resolución de problemas.

B1.1. Expresar verbalmente, de manera razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.

MACB1.1.1. Expresa verbalmente, de manera razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con la precisión y el rigor adecuados.

B1.2. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), replanteamiento del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.

B1.3. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.

B1.2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.

MACB1.2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, y contexto del problema).

MACB1.2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.

MACB1.2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas que haya que resolver, valorando su utilidad y eficacia.

MACB1.2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.

B1.2. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), replanteamiento del problema, resolución de subproblemas, recuento exhaustivo, comienzo por casos particulares sencillos, búsqueda de regularidades y leyes, etc.

B1.4. Planteamiento de proyectos e investigaciones matemáticas escolares, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, de manera individual y en equipo. Elaboración y presentación de los informes correspondientes.

B1.3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.

MACB1.3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.

MACB1.3.2. Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, y valora su eficacia y su idoneidad.

B1.3. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.

B1.4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.

MACB1.4.1. Profundiza en los problemas después de resolverlos, revisando el proceso de resolución, y los pasos e ideas importante, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.

MACB1.4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto, variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, formulando casos particulares o más generales de interés, y estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.

B1.4. Planteamiento de proyectos e investigaciones matemáticas escolares, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, de manera individual y en equipo. Elaboración y presentación de los informes correspondientes.

B1.5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidos en los procesos de investigación.

MACB1.5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando los lenguajes algebraica, gráfica, geométrica y estadísticoprobabilística.

B1.5. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y matemáticos, de manera individual y en equipo.

B1.6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.

MACB1.6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad susceptibles de contener problemas de interés.

MACB1.6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o los problemas matemáticos que subyacen en él, y los conocimientos matemáticos necesarios.

MACB1.6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o de unos problemas dentro del campo de las matemáticas.

MACB1.6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.

MACB1.6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, y propone mejoras que aumenten su eficacia.

B1.7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y las limitaciones de los modelos utilizados o construidos.

MACB1.7.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados, valorando otras opiniones.

B1.8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.

MACB1.8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas (esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada).

MACB1.8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, el esmero y el interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.

MACB1.8.3. Distingue entre problemas y ejercicios, y adopta la actitud idónea para cada caso.

MACB1.8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear y plantearse preguntas, y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.

MACB1.8.5. Desarrolla habilidades sociales de cooperación y trabajo en equipo.

B1.6. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

B1.9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.

MACB1.9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de éstas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.

B1.10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas y aprender de ello para situaciones similares futuras.

MACB1.10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y la sencillez de las ideas clave, y aprende para situaciones futuras similares.

B1.7. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:

- Recogida ordenada y la organización de datos.
- Elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
- Facilitación de la comprensión de conceptos y propiedades geométricos o funcionales, y realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.
- Diseño de simulaciones y elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.
- Elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y las conclusiones y los resultados obtenidos.
- Consulta, comunicación y compartición, en ámbitos apropiados, de la información y las ideas matemáticas.

B1.11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de manera autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.

MACB1.11.1. Selecciona herramientas tecnológicas idóneas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de éstos impida o no aconseje hacerlos manualmente.

MACB1.11.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.

MACB1.11.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.

MACB1.11.4. Recrea ámbitos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.

MACB1.11.5. Utiliza medios tecnológicos para el tratamiento de datos y gráficas estadísticas, extraer informaciones y elaborar conclusiones.

B1.12. Utilizar las tecnologías de la información y de la comunicación de manera habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de éstos, y compartiéndolos en ámbitos apropiados para facilitar la interacción.

MACB1.12.1. Elabora documentos digitales propios (de texto, presentación, imagen, vídeo, sonido, etc.), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica idónea, y los comparte para su discusión o difusión.

MACB1.12.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.

MACB1.12.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje, recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso educativo y estableciendo pautas de mejora.

MACB1.12.4. Emplea herramientas tecnológicas para compartir archivos y tareas.

Anexo F. Ficha de evaluación de la Propuesta de Intervención Didáctica.

Al finalizar la encuesta de la tabla 16 se calculará una puntuación media de los resultados obtenidos en todas las tablas. Basándose en esa puntuación se elaborará un informe sobre la Programación de Intervención (que se añadirá a ella), que nos permitirá corregir los problemas observados en la misma o innovar en determinados aspectos, en un proceso de mejora continua. En el caso de no llegar a la nota media de 2,5 se rediseñará la Propuesta de Intervención prestando especial atención a aquellos ítems con puntuación más baja.

Tabla 16. Evaluación de la Propuesta de Intervención Didáctica. Fuente: Elaboración propia.

ESCALA DE EVALUACIÓN DE CADA INDICADOR		
Insuficiente	1	Se omiten elementos fundamentales.
Básico	2	Cumplimiento suficiente
Competente	3	Clara evidencia de competencia y dominio en el indicador
Excelente	4	Se evidencian prácticas excepcionales y ejemplarizantes, modelo de referencia de buenas prácticas.
EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN		(calificar de 1 a 4)
Adecuación de la secuenciación y de la temporalización de la UD		
El desarrollo respondió a la secuenciación / temporalización previstas		
Adecuación de la secuenciación de los estándares para la UD		
Adecuación del grado mínimo de consecución fijado para cada estándar.		
Asignación a cada estándar del peso correspondiente en la calificación.		
Adecuación de los instrumentos empleados para evaluar cada estándar		
Adecuación de la metodología		

La metodología fue común para todo el departamento	
Adecuación de la secuencia de trabajo en el aula	
Adecuación de los materiales didácticos utilizados	
Adecuación de la prueba de evaluación inicial, elaborada a partir de los estándares	
Adecuación de los criterios establecidos para la recuperación	
Adecuación de los criterios establecidos para la evaluación extraordinaria	
Adecuación de las medidas específicas de atención al alumnado con NEAE	
Propuestas de mejora:	
FICHA DE EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EN RELACIÓN CON LOS RESULTADOS ACADÉMICOS DEL ALUMNADO	
(calificar de 1 a 4)	
DATOS POR EVALUACIONES (FINALES)	
Los resultados académicos del alumnado general fueron positivos (1ª Ev.)	
Los resultados académicos del alumnado general fueron positivos (2ª Ev.)	
Los resultados académicos del alumnado general fueron positivos (3ª Ev.)	
Los resultados académicos del alumnado general fueron positivos (Extraord)	
Los resultados académicos del alumnado ACNEAE fueron positivos (1ª Ev.)	
Los resultados académicos del alumnado ACNEAE fueron positivos (2ª Ev.)	
Los resultados académicos del alumnado ACNEAE fueron positivos (3ª Ev.)	
Los resultados académicos del alumnado ACNEAE fueron positivos (Extraord)	

DATOS POR ESTÁNDARES	
La organización y secuenciado de los estándares de aprendizaje evaluables repercutieron favorablemente en la calificación (1ª Ev.)	
La organización y secuenciado de los estándares de aprendizaje evaluables repercutieron favorablemente en la calificación (2ª Ev.)	
La organización y secuenciado de los estándares de aprendizaje evaluables repercutieron favorablemente en la calificación (3ª Ev.)	
La organización y secuenciado de los estándares de aprendizaje evaluables repercutieron favorablemente en la calificación (Extraord)	
Hubo alumnos con calificaciones muy diferentes según el estándar	
Hubo alumnos ACNEAE con calificaciones muy diferentes según el estándar	
Hubo alumnos que no superaron la mayoría de los estándares	
Hubo alumnos ACNEAE que no superaron la mayoría de los estándares	
Las calificaciones en los estándares fueron positivas	
Hubo estándares que el alumnado no superó con facilidad	
La calificaciones en los estándares fueron positivas, en general	
Estándares en los que se obtuvieron mejores calificaciones:	
Estándares en los que se obtuvieron peores calificaciones:	
Propuestas de mejora:	

ORGANIZACIÓN DEL AULA Y APROVECHAMIENTO DE LOS RECURSOS <u>A RELLENAR POR EL PROFESOR</u>	(calificar del 1 al 4)
Favorezco la elaboración de normas de convivencia con la aportación de todos	
Fomento el respeto y la colaboración entre alumnos y con el profesor	
Distribuyo el tempo adecuadamente	
Adopto distintos tipos de agrupamiento en función de la tarea a realizar	
Organizo el espacio físico del aula en función de las actividades a realizar	
Utilizo recursos didácticos variados para la presentación de contenidos y para la práctica de los alumnos	
Facilito ayudas como apuntes, esquemas de la unidad...	
La metodología es activa: proyectos, trabajos colaborativos, ...	
Las actividades propuestas están equilibradas entre individuales y grupales	
Reviso y actualizo la propuesta de intervención con las mejoras introducidas durante el curso	
Diseño mis propios instrumentos de evaluación	
Empleo herramientas informáticas para obtener las calificaciones y niveles competenciales	
Entrego mis instrumentos de evaluación a las familias	
Propuestas de mejora:	
EVALUACIÓN DE LOS OBJETIVOS Y PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE <u>A RELLENAR POR EL PROFESOR</u>	(calificar del 1 al 4)
Hago evaluación inicial al principio de la unidad didáctica	
Propongo un plan de trabajo para cada fase	
Planifico situaciones introductorias previas a cada fase del concurso	

Aprovecho el interés de los alumnos por un tema como “centro de interés”	
Mantengo el interés del alumnado	
Relaciono contenidos y actividades con los conocimientos previos	
Comunico la finalidad, importancia y aplicación en la vida real de los aprendizajes	
Proporciono estrategias y herramientas para que los alumnos descubran los contenidos	
Adapto el proceso de enseñanza-aprendizaje al nivel de habilidades de los alumnos	
Cuando la motivación decae propongo actividades divertidas y curiosas	
Doy información de los progresos y de las dificultades encontradas	
Observo las actividades de los alumnos	
Entrego las rúbricas de evaluación al alumnado para que estén informados de cómo se les va a evaluar	
Analizo los trabajos realizados de manera individual y en grupo	
Registro la observación sistemática	
Hago entrevistas con el alumnado	
Hago pruebas orales	
Propuestas de mejora:	

Anexo G. Encuesta al alumnado para evaluar la Propuesta de Intervención y el proceso de enseñanza

La encuesta de la tabla 17 se realizará al alumnado para completar la evaluación de la Propuesta de Intervención y del proceso de enseñanza. Servirá para contrastar la información aportada por el docente con la aportada por el alumnado. Aquellos ítems en los que existan incoherencias se analizarán en detalle en el informe sobre la Propuesta de Intervención. Esto permitirá corregir los problemas o innovar en determinados aspectos, en un proceso de mejora continua. Se prestará especial atención a aquellos ítems con puntuación más baja.

Tabla 17. Evaluación de la Propuesta de Intervención Didáctica y del proceso de enseñanza.

Fuente: Elaboración propia.

ESCALA DE EVALUACIÓN DE CADA INDICADOR		
Insuficiente	1	Se omiten elementos fundamentales.
Básico	2	Cumplimiento suficiente
Competente	3	Clara evidencia de competencia y dominio en el indicador
Excelente	4	Se evidencian prácticas excepcionales, modelo de buenas prácticas.
ORGANIZACIÓN DE LAS CLASES Y FUNCIONAMIENTO		
<u>A RELLENAR POR CADA ALUMNO</u>		(calificar del 1 al 4)
Ayudo a elaborar las normas de convivencia en el aula y a adaptarlas, si es preciso		
Cumpló las normas de convivencia en el aula		
Hago cumplir a los demás las normas de convivencia en el aula		
Colaboro con los compañeros y con el profesor a mantener un buen clima en el aula		
Aprovecho el tiempo adecuadamente		
Los recursos didácticos (pizarra, apuntes, esquemas...) son de ayuda		
Me gusta trabajar en equipo		
Me gusta ayudar a los compañeros		

Pido ayuda a algún compañero cuando no entiendo o no sé hacer algo	
Pido ayuda al profesor cuando no entiendo o no sé hacer algo	
Colaboro a que las clases sean participativas	
Las actividades propuestas están equilibradas entre individuales y grupales	
La frecuencia en el empleo de herramientas informáticas es la adecuada	
Propuestas de mejora:	
<u>EVALUACIÓN DE LOS OBJETIVOS Y PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE</u> <u>A RELLENAR POR CADA ALUMNO</u>	(calificar del 1 al 4)
Se realiza una evaluación inicial al principio de la unidad didáctica	
El profesor propone un plan de trabajo para cada fase	
Cada actividad se presenta con una introducción	
Las actividades me parecen interesantes	
Entiendo bien las explicaciones del profesor	
Las actividades me parecen sencillas	
Entiendo bien lo que tengo que hacer en cada actividad	
Me divierto en las clases	
Tengo curiosidad por la materia	
Atiendo y estoy motivado en las clases	
Cada fase del concurso me motiva para mejorar en la siguiente	
Los instrumentos de evaluación están disponibles para consultarlos cuando lo necesito	
Se analizan los trabajos realizados de modo individual y en grupo	
Se tiene en cuenta todo lo que hago en las aulas	
Se hacen pruebas orales	
Propuestas de mejora:	