

**Universidad Internacional de La Rioja  
Máster universitario en Ingeniería Matemática y  
Computación**

Implementación de Modelo  
de Optimización  
Metaheurístico En Sistema de  
Transporte Tipo BRT

**Trabajo Fin de Máster**

**Tipo de trabajo:** Aplicación práctica real

**Presentado por:** Nicolás Ernesto Cortés Malagón

**Directora:** Dra. María Luisa Diez Platas

Ciudad: Bogotá

Fecha: Septiembre 23 de 2020

## Resumen

Los modelos de optimización buscan implementar procesos con los cuales se pueda encontrar la mejor solución a un problema en un tiempo limitado. Es así como el uso de algoritmos basados en la metaheurística, buscan dar solución a problemas tradicionales como son, por ejemplo, el problema del viajero (*Travelling Salesman Problem-TSP*) o el problema de enrutamiento de vehículos (*Vehicle Routing Problem-VRP*).

La aplicación de algoritmos de optimización basados en técnicas metaheurísticas híbridas con las cuales se busque complementar de forma eficientes las bondades de cada una de las técnicas usadas; para este caso particular se busca abordar con especial atención las mejores características de las técnicas de optimización combinatoria basadas en colonias de hormigas (*Ant Colony Optimization-ACO*) y recocido simulado (*simulated annealing – SA*) las cuales se han abierto paso dentro de los procesos metaheurísticos de optimización combinatoria para la resolución de este tipo problemas con la construcción de un modelo híbrido metaheurístico con combinación de bajo nivel en serie para la resolución del problema del viajante -TSP-

Teniendo en cuenta lo anterior y por las investigaciones realizadas sobre el TSP, se puede concluir que, a pesar de su aparente simplicidad, es uno de los problemas más complejos de resolver toda vez que su complejidad radica no tanto en la búsqueda de una solución sino en la eficacia y eficiencia de su resolución, en términos de los recursos computacionales necesarios para obtenerla.

Se busca suministrar un insumo latente en la toma de decisiones para la implementación de este modelo con base en las estimaciones de demanda que tiene un sistema de rutas, de transporte público de alta capacidad basado en buses, tipo *Bus Rapid Transit-BRT* teniendo como resultado un esquema de rutas de transporte sobre las cuales se pueda implementar una evaluación posterior como de las elecciones que hacen los usuarios de las distintas opciones disponibles para viajar a partir de la implementación de modelos de elección discreta.

En tal sentido los procesos de tomas de decisiones de los usuarios ante las diferentes opciones de viaje contemplando las opciones de viaje disponible, las variables que influyan en la toma de decisión a la hora de viajar y el planteamiento de un modelo matemático que represente las elecciones de los usuarios.

**Palabras Clave:** Problema de Enrutamiento de Vehículos, Modelo de Optimización, Metaheurísticas, Colonias de Hormigas, Recocido Simulado, Sistema de Transporte, Buses de Tránsito Rápido

## Abstract

Optimization models seek to implement processes in order to find the best solution to a problem in a limited time. This is how the use of algorithms based on metaheuristics, seek to solve traditional problems such as the *Traveling Salesman Problem-TSP* or the *Vehicle Routing Problem-VRP*.

The application of optimization algorithms based on hybrid metaheuristic techniques seeks to efficiently complement the benefits of each of the techniques used. For this particular case, the approach is to address with special attention the best characteristics of combinatorial optimization techniques based on ant colonies (Ant Colony Optimization-ACO) and Simulated Annealing (SA) which have made their way into the metaheuristics processes of combinatorial optimization for the resolution of this type of problems with the construction of a hybrid metaheuristic model with low-level combination in series for the resolution of the TSP.

Considering the above and the researches carried out about TSP, it can be concluded that, despite its apparent simplicity, this is one of the most complex problems to solve since its complexity lies not so much in the search for a solution but in the effectiveness and efficiency of its resolution, in terms of the computational resources necessary to obtain it.

The purpose is to supply a latent input in decision-making for the implementation of this model based on the demand of a high-capacity public transport system, based on buses as BRT (Bus Rapid Transit), having as a result a scheme of transport routes on which a subsequent evaluation can be implemented, representing the choices that users make of the different options available to travel from the implementation of discrete choice models.

In this regard, the decision-making processes of the users acquire relevance due to the different travel options available, the variables that influence decision-making when traveling and the approach of a mathematical model that represents the users' choices.

**Key words:** *Vehicle Routing Problem, Optimization Modeling, Metaheuristics, Ant Colony Optimization, Simulated Annealing, Transport System, Bus Rapid Transit*

# Índice de contenidos

1.	Introducción .....	12
1.1	Justificación.....	13
1.2	Planteamiento del trabajo .....	14
1.3	Estructura de la memoria.....	15
2.	Contexto y estado del arte .....	16
2.1	Contexto de la investigación: Caracterización de un sistema tipo BRT en Bogotá..	18
2.1.1	Oferta.....	20
2.1.2	Demanda .....	22
2.2	Introducción a la optimización .....	24
2.3	Teoría de la Complejidad Computacional .....	27
2.3.1	Complejidad de un algoritmo .....	28
2.3.2	Clasificación de los algoritmos.....	29
2.4	Algoritmos de optimización combinatoria .....	31
2.4.1	El problema del viajero ( <i>Travelling Salesman Problem</i> - TSP) .....	32
2.4.2	El problema de enrutamiento de vehículos ( <i>Vehicle Routing Problem</i> - VRP).....	34
2.5	Modelos metaheurísticos híbridos .....	43
2.6	Optimización por colonias de hormigas.....	45
2.6.1	Principios del ACO .....	48
2.7	Optimización por recocido simulado.....	51
2.7.1	Principios del recocido simulado.....	52
2.8	Planificación y modelación de sistemas de transporte .....	53
2.8.1	Proceso de planificación estratégica de transporte.....	54
2.8.2	Caracterización de los problemas de transporte .....	55
2.8.2.1	Caracterización de la demanda de transporte .....	56
2.8.2.2	Caracterización de la oferta de transporte .....	57
2.8.2.3	Teoría de la utilidad aleatoria .....	57

2.8.2.4	Modelo de planificación de transporte.....	58
2.9	Capacidad de los sistemas de transporte urbano público. ....	62
2.9.1	Generalidades y terminología sobre la capacidad .....	63
2.9.1.1	Terminología .....	63
2.9.2	Indicadores de gestión operativa .....	65
3.	Objetivos concretos y metodología de trabajo .....	66
3.1	Objetivo general .....	66
3.2	Objetivos específicos .....	66
3.3	Metodología del trabajo .....	66
4.	Desarrollo específico de la contribución .....	69
4.1	Diagnóstico actual del sistema .....	69
4.1.1	Demanda .....	69
4.1.2	Oferta .....	74
4.2	Proceso de generación de rutas.....	75
4.2.1	Implementación de modelo híbrido.....	75
4.2.2	Desarrollo de modelo híbrido .....	80
4.3	Proceso de evaluación del sistema .....	84
4.3.1	Conceptualización de modelo simplificado de transporte .....	85
4.3.2	Variables consideradas dentro del modelo simplificado .....	87
4.3.3	Desarrollo del modelo simplificado .....	88
4.4	Análisis y resultados .....	91
5.	Conclusiones y trabajo futuro.....	99
5.1	Conclusiones.....	99
5.2	Líneas de trabajo futuro .....	100
6.	Bibliografía.....	102
	Anexo I. Taxonomía tabular de técnicas metaheurísticas .....	105
	Anexo II. Indicadores de gestión operativa .....	107

Anexo III. Relación estaciones sencillas troncal Autonorte .....	111
Anexo IV. Variables modelo ACSA-OPT .....	114
Anexo V. Modelo ACSA-OPT .....	116
Anexo VI. Resultados modelo ACSA-OPT .....	119
Anexo VII. Asignación de la demanda en escenarios ACSA .....	122

## Índice de tablas

Tabla 1. Extensión del Sistema TransMilenio a 2019.....	19
Tabla 2 Crecimiento histórico de la demanda troncal del sistema TransMilenio .....	20
Tabla 3. Períodos y fases de demanda .....	24
Tabla 4. Aspectos optimizables dentro de un VRP.....	35
Tabla 5. Parámetros para formulación matemática de un problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada.....	38
Tabla 6. Ecuaciones para el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada	39
Tabla 7. Clasificación plana de las técnicas híbridas. ....	45
Tabla 8. Analogía entre el sistema físico y el problema de optimización del SA .....	52
Tabla 9. Indicadores de gestión operativa .....	65
Tabla 10. Validaciones del sistema TransMilenio. Diciembre de 2019 .....	69
Tabla 11. Validaciones del sistema TransMilenio. Septiembre de 2019.....	72
Tabla 12. Coordenadas geográficas estaciones sencillas troncal Autonorte.....	81
Tabla 13. Tiempo de viaje promedio entre estaciones sencillas troncal Autonorte .....	81
Tabla 14. Matriz de viajes origen destino entre estaciones sencillas troncal Autonorte.....	82
Tabla 15. Comparación de soluciones modelo ACSA-OPT Distancia .....	83
Tabla 16. Comparación de soluciones modelo ACSA-OPT Tiempo.....	83
Tabla 17. Comparación de soluciones modelo ACSA-OPT Demanda .....	84
Tabla 18. Atributos modelo simplificado de transporte .....	86
Tabla 19. Atributos red vial y de transporte .....	88
Tabla 20. Resultados de Asignación por escenario de evaluación.....	93
Tabla 21. Relación de buses necesarios para la operación del sistema .....	94
Tabla 22. Cálculo de las impedancias del sistema .....	95
Tabla 23. Cálculo de IPK.....	96
Tabla 24. Cálculo de Factor de renovación .....	96

Tabla 25. Cálculo de Frecuencia.....	97
Tabla 26. Cálculo de Capacidad .....	98
Tabla 27. Taxonomía tabular de las distintas técnicas metaheurísticas. ....	106
Tabla 28. Indicadores de capacidad. ....	107
Tabla 29. Indicadores de niveles de servicio. ....	108
Tabla 30. Indicadores de demanda.....	109
Tabla 31. Indicadores de eficiencia, eficacia y productividad.....	110
Tabla 32. Relación estaciones sencillas troncal Autonorte .....	113
Tabla 33. Variables de modelo.....	115
Tabla 34. Relación de rutas optimizadas en estaciones modelo ACSA-OPT Distancia .....	119
Tabla 35. Relación de rutas optimizadas en estaciones modelo ACSA-OPT Tiempo .....	120
Tabla 36. Relación de rutas optimizadas en estaciones modelo ACSA-OPT Demanda.....	121

## Índice de figuras

Figura 1. Mapa general del sistema .....	21
Figura 2. Evolución de la demanda en el componente troncal.....	22
Figura 3. Evolución de la demanda, promedio día hábil semanal.....	23
Figura 4. Evolución perfil de demanda a lo largo del día en un día típico .....	24
Figura 5. Clasificación de los métodos de optimización .....	25
Figura 6. Proceso clásico de toma de decisiones.....	26
Figura 7. Modelos clásicos de optimización.....	27
Figura 8. Relación entre las clases de problemas P, NP, NP-Completo y NP-Duro .....	29
Figura 9. Métodos clásicos de optimización .....	30
Figura 10. El problema del viajero representado por un grafo .....	33
Figura 11. El problema de enrutamiento de vehículos representado por un grafo.....	35
Figura 12. Ejemplo de solución para problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada.....	37
Figura 13. Métodos resolutivos para el problema de enrutamiento de vehículos.....	40
Figura 14. Métodos exactos de solución.....	41
Figura 15. Métodos heurísticos de solución.....	41
Figura 16. Clasificación de metaheurísticas híbridas. ....	44
Figura 17. Experimento de una colonia de hormigas buscando un camino óptimo entre la comida y el nido .....	47
Figura 18. Diagrama de flujo genérico para algoritmo ACO.....	48
Figura 19. Diagrama de flujo para el algoritmo de recocido simulado .....	53
Figura 20. Proceso conceptual de planificación de transporte .....	54
Figura 21. Factores que influyen en la planificación del transporte .....	56
Figura 22. Flujograma fundamental de la planificación de los transportes .....	59
Figura 23. Modelo clásico de 4 etapas.....	60
Figura 24. Dimensiones básicas de rendimiento en sistemas de transporte público .....	63

Figura 25. Metodología de trabajo .....	67
Figura 26. Evolución de demanda del sistema año 2019.....	70
Figura 27. Perfil de demanda día típico Troncal .....	70
Figura 28. Repartición de la demanda en el sistema .....	71
Figura 29. Evolución de la demanda promedio hora máxima demanda año 2019.....	72
Figura 30. Composición de la demanda diaria por troncal del sistema.....	73
Figura 31. Variación horaria diaria de la demanda .....	73
Figura 32. Posicionamiento geográfico de las estaciones del corredor troncal Autonorte .....	75
Figura 33. Pseudocódigo de modelo de ejecución del ACO .....	77
Figura 34. Pseudocódigo de modelo de ejecución del SA .....	79
Figura 35. Oferta de infraestructura modelo simplificado .....	87
Figura 36. Implementación de los escenarios .....	89
Figura 37. Escenarios de oferta construidos.....	90
Figura 38. Asignación de la demanda.....	91
Figura 39. Resultados de asignación ACSA Distancia .....	92
Figura 40. Resultados de asignación ACSA Tiempo.....	92
Figura 41. Resultados de asignación ACSA Demanda .....	92
Figura 42. Resultados de asignación escenario base .....	93
Figura 43. Generación de rutas y resultado de optimización modelo ACSA-OPT Distancia 119	
Figura 44. Generación de rutas y resultado de optimización modelo ACSA-OPT Tiempo .	120
Figura 45. Generación de rutas y resultado de optimización modelo ACSA-OPT Demanda 121	
Figura 46. Asignación demanda ruta 1 ACSA-OPT Distancia .....	122
Figura 47. Asignación demanda ruta 2 ACSA-OPT Distancia .....	123
Figura 48. Asignación demanda ruta 3 ACSA-OPT Distancia .....	123
Figura 49. Asignación demanda ruta 1 ACSA-OPT Tiempo .....	124
Figura 50. Asignación demanda ruta 2 ACSA-OPT Tiempo .....	124

Figura 51. Asignación demanda ruta 3 ACSA-OPT Tiempo .....	125
Figura 52. Asignación demanda ruta 1 ACSA-OPT Demanda.....	125
Figura 53. Asignación demanda ruta 2 ACSA-OPT Demanda.....	126
Figura 54. Asignación demanda ruta 3 ACSA-OPT Demanda.....	126

## Índice de ecuaciones

Ecuación 1 Función objetivo.....	39
Ecuación 2 Restricción 1 .....	39
Ecuación 3 Restricción 2 .....	39
Ecuación 4 Restricción 3 .....	39
Ecuación 5 Restricción 4 .....	39
Ecuación 6 Restricción 5 .....	39
Ecuación 7 Restricción 6 .....	39
Ecuación 8. Cálculo de la probabilidad de que cada elemento j sea visitado.....	49
Ecuación 9. Cálculo para la evaporación de feromonas .....	50
Ecuación 10. Cálculo costo generalizado de viaje.....	62
Ecuación 11. Fórmula probabilística de elección.....	76
Ecuación 12. Algoritmo de ahorro propuesto por Clarke y Wright .....	77
Ecuación 13. Fórmula actualización global de feromona .....	77
Ecuación 14. Cálculo de probabilidad del SA .....	78

# 1. Introducción

Dentro de los procesos de planificación del transporte, se incluye la evaluación y selección adecuada de la infraestructura vial y su impacto en las condiciones de movilidad de la ciudad o del entorno en donde se esté evaluando. Este proceso de evaluación se concentra específicamente, dentro de los horizontes de tiempo en el corto, mediano y largo plazo.

La evaluación y análisis de transporte urbano de pasajeros, se concentra particularmente en variables de orden determinista tales como el número de viajes producidos y atraídos por zona y por propósito y categoría, la probabilidad de utilizar un cierto modo de transporte, los flujos en los arcos de una determinada red y otros.

Para explicar estos parámetros se recurre al análisis de variables como las características socioeconómicas de los individuos y los niveles de servicio de los modos de transporte. Sin embargo, los modelos de transporte son utilizados no sólo para explicar los fenómenos mencionados sino también para predecir sus comportamientos futuros.

Por ello, es pertinente mencionar el sistema de transporte BRT operativo más grande del mundo que se conoce como Transmilenio y que opera en Bogotá.

La capacidad operativa del sistema se debe a varias características que se correlacionan entre sí como la capacidad de la flota y la capacidad de la infraestructura como son vías y puntos de parada. En este último planteamiento se debe tener en cuenta tanto la capacidad de vehículos como de usuarios del sistema.

En la actualidad y debido a la desacertada expansión del sistema (en los últimos 15 años), la capacidad de este se ha visto afectada por situaciones que impactan directamente sobre la operatividad, dificultando de tal manera el desplazamiento y confort de los usuarios del sistema.

Para poder medir estos parámetros, se hace necesario utilizar macro-modelos de transporte con los que mediante la simulación de eventos se puedan realizar estimaciones de tiempo de viaje, de demanda asignada y de coste generalizado de viaje, entre otras.

La calibración de estos modelos normalmente soporta una variabilidad entre los requerimientos de la explicación y los requerimientos de la predicción.

En general, la planificación de transporte es un proceso, en donde se busca asociar racionalmente la información no sesgada de los efectos que los proyectos de transporte propuestos ejerzan sobre la demanda y general sobre la comunidad que se encuentre en el área de influencia directa de este.

Bogotá en los próximos años tendrá un importante crecimiento en la construcción de infraestructuras asociadas a su sistema de transporte público masivo urbano de pasajeros basado en buses denominado BRT, de acuerdo con los lineamientos políticos y estratégicos dados por la ciudad de Bogotá.

En ese sentido y con el fin de evaluar los elementos que determinan la capacidad del sistema, se busca plantear la construcción de un modelo matemático a partir de procesos metaheurísticos híbridos basado en la teoría de optimización por colonia de hormigas y el recocido simulado.

Con este modelo se busca dar solución a un problema tradicional enrutamiento de vehículos VRP con el que se logren determinar las mejores rutas posibles para el transporte de la demanda del sistema, en el corredor evaluado, teniendo en cuenta la capacidad de la flota, los tiempos de viaje entre cada estación, la matriz de viajes y las demandas de pasajeros en cada una de las estaciones evaluadas.

En síntesis, con el objetivo de este trabajo es analizar de manera explícita la implementación y aplicación de un algoritmo metaheurístico híbrido para la resolución del problema de enrutamiento de vehículos VRP.

Con lo anterior se busca encontrar una alternativa que satisfaga las condiciones iniciales del problema que se pretende solucionar, proporcionando un proceso metaheurístico basado en un estricto desarrollo metodológico, optimizando las variables contempladas dentro del análisis planteado.

En consecuencia y de acuerdo con los principales elementos que componen un sistema de transporte (oferta y demanda), se busca diseñar una alternativa de solución integrada que a partir de la réplica de los ACO y el SA en los sistemas de transporte, se logre establecer un proceso de optimización en redes de transporte público de sistemas BRT para la ciudad de Bogotá.

## 1.1 Justificación

“La calidad de un servicio de transporte público es un concepto amplio que engloba varios aspectos” (Molinero & Arellano, 1997). Según esto, los elementos que determinan el dimensionamiento de servicios en el transporte público son entre otros la capacidad de la flota, el intervalo de paso, los horarios de operación, el planeamiento de itinerarios y la tipología vehicular, y se asocian a la calidad del servicio.

Asimismo, en la correcta planificación de una red de transporte público influyen aspectos tales como el desempeño y la atracción de usuarios. Esto obliga al cumplimiento de metas como el transporte del máximo número de pasajeros por unidad de tiempo, la máxima eficiencia operativa buscando optimizar los costes operacionales para un determinado nivel de desempeño y la reducción de los impactos que se producen en los patrones de uso de suelo, así como de las metas sociales que se pretendan cumplir

Con base en esto, se consideran los elementos que actualmente interactúan sobre el sistema de rutas troncal que operan en el sistema de transporte público masivo de pasajeros en la ciudad de Bogotá y de esta forma encontrar una alternativa de optimización al actual sistema de rutas por medio de la implementación de un modelo que tenga un impacto transversal en varias variables que permitan evaluar la eficiencia de un sistema.

Teniendo en cuenta los comportamientos históricos de la demanda para cada una de las estaciones se busca establecer, a partir de la implementación de este modelo matemático, las necesidades mínimas operacionales para predecir el comportamiento de los factores que influyen en la correcta operación de un sistema de transporte público. Además se pretende optimizar la prestación del servicio, así como la evaluación y selección adecuada de la infraestructura vial y su impacto en las condiciones de movilidad a partir de variables de orden determinístico tales como el número de viajes producidos y atraídos por zona, por propósito y categoría.

Para explicar estos parámetros se recurre al análisis de variables como las características socioeconómicas de los individuos y niveles de servicio de los modos de transporte. Sin embargo, los modelos de transporte son utilizados no sólo para explicar los fenómenos mencionados sino también para predecir sus comportamientos futuros.

Con todo lo expuesto, se debe considerar que en el caso planteado es de vital importancia que al obtener los resultados objeto del proceso de optimización no se sacrifiquen otros factores exógenos y que impacten negativamente en la percepción del usuario y desemboque en una evaluación subjetiva del rendimiento del sistema. Esto no será evaluado en el presente documento.

## **1.2 Planteamiento del trabajo**

Con la implementación de un modelo metaheurístico hibridado se busca evaluar alternativas de solución para mejora en el diseño de rutas de transporte, componente que impacta directamente en la percepción de la calidad de prestación del servicio, logrando migrar hacia un sistema más eficiente y optimizado en donde variables como los costos operacionales y

minimización de tiempos de viaje para el usuario se den los mejores resultados de esta ejecución.

Se debe tener en cuenta que el hecho de satisfacer la demanda de viajes de los usuarios en diferentes períodos del día y con múltiples necesidades de viaje, establece un balance prioritario entre la oferta de transporte y esta demanda.

Por ser una actividad del diario vivir, resultará interesante para esta investigación, contrastar los resultados obtenidos a partir de la implementación de un modelo híbrido, versus con esquema operacional de situación actual.

Para poder llegar a buen puerto con el planteamiento de esta investigación es necesario focalizar en la construcción de un modelo que se ajuste de forma general a las necesidades del sistema en donde se contemplen los factores principales para el análisis de este, así como de los aspectos relevantes que inciden en la operación y en la capacidad del sistema.

Una correcta y debida caracterización, en la situación actual de sistema, da lugar a un análisis de los componentes de oferta y demanda con los que se cuenta y que son operativos hoy en día.

Con base en lo anterior y a partir de la línea base generada, los resultados obtenidos con la implementación de un modelo híbrido permitirán establecer indicadores de análisis que soporten la aplicabilidad o no de este tipo de algoritmos en la resolución de conflictos asociados al transporte urbano de pasajeros.

### **1.3 Estructura de la memoria**

Esta investigación presenta una división de estructura compuesta por los siguientes capítulos:

Capítulo 2 Estado del Arte. En esta etapa se hace referencia a los conceptos que se van a utilizar y desarrollar a lo largo de esta investigación, el cual está dividido en varios subcapítulos.

Capítulo 3 Objetivos y metodología del trabajo. En esta etapa se explican con detalle el objetivo general y los objetivos específicos de la investigación junto con la metodología del trabajo. En esta metodología se plasmarán una serie de actividades metódicas y organizadas en función de los alcances planteados con anterioridad. .

Capítulo 4 Desarrollo de la investigación. En esta etapa se explicarán y desarrollarán en detalle todos los procesos implementados con el fin de cumplir a cabalidad los objetivos propuestos, en donde se explicarán de manera precisa los procesos utilizados y sus resultados.

Capítulo 5 Conclusiones. En esta etapa se presentarán las conclusiones del trabajo así como las probables líneas de trabajo que se deriven de esta investigación.

## 2. Contexto y estado del arte

Los temas tratados en este capítulo hacen referencia a las bases y principios teóricos fundamentales para el desarrollo y avances de los algoritmos metaheurísticos basados en las tendencias actuales de optimización a partir de técnicas híbridas, en este caso la construcción de un modelo colaborativo basado en los *Ant Colony Optimization* (ACO) y el *Simulated Annealing* (SA), poniendo especial énfasis especialmente en la resolución de problemas de enrutamiento tipo VRP. Estos temas se enfocan hacia su origen, clasificación, características y elementos que los componen.

En contexto de lo anterior se hace una breve explicación sobre el marco teórico que recoge lo competente a los ACO y SA, ya que estos son el fundamento y razón de la presente investigación, situación que se complementa con la identificación de sus componentes más comunes y cómo se aplican particularmente al entorno en general.

Los modelos de optimización buscan implementar una serie de procesos con los que se pueda encontrar la mejor solución a un problema en un tiempo limitado. Es así como el uso de algoritmos basados en la heurística, buscan dar solución a problemas tradicionales como por ejemplo el problema de enrutamiento de vehículos o *Vehicle Routing Problem* (VRP).

(Duarte Muñoz et al., 2007, p. 17) afirma que: “*obtener el conjunto de rutas más cortas posibles utilizando un conjunto de vehículos lo más pequeño posible tal que, partiendo de un almacén y regresando sucesivamente a él, abastecen a una serie de clientes distribuidos geográficamente, teniendo en cuenta que cada vehículo tiene una capacidad máxima propia y la cantidad de producto demandada por los clientes es diferente*”.

En este sentido, y tomando como base los planteamientos dados por la complejidad algorítmica que soporta una de las ramas de la Teoría Computacional, “la complejidad inherente a la resolución de un problema computable, se le cataloga como un problema NP-completo, lo que supone que los recursos computacionales necesarios para encontrar una solución óptima crecen de forma exponencial con la entrada del problema” (Sancho-Caparrini, 2018).

Es conveniente enfocar lo fundamental de los métodos resolutivos planteados con la implementación de un algoritmo de optimización híbrido, basado en la utilización del comportamiento colectivo de las hormigas en busca de alimento y posteriormente en los principios de procesos termodinámicos y de búsqueda de un mínimo global del recocido simulado.

Para esto, (Dorigo et al., 2004) planteó un algoritmo como medida de solución para problemas de orden complejo basado en planteamientos metaheurísticos el cual denominó *Ant Colony Optimization* (ACO) y cuyo desarrollo se expone en el libro *Ant Colony Optimization del Massachusetts Institute of Technology* (Dorigo et al., 2004).

Como ya se mencionó, los ACO son modelos basados en el comportamiento colectivo de colonias de hormigas. Las hormigas son insectos casi ciegos, sin embargo tienen la capacidad de seguir la ruta más corta para llegar a su objetivo, tanto de ida como de vuelta a su nido con su fuente de alimento. Esta situación se logra gracias a que a lo largo de su camino las hormigas transmiten la información gracias a la secreción de sustancias químicas, llamadas feromonas, con el fin de provocar y estimular comportamientos específicos.

Es así como mientras una hormiga inicia un camino de forma aleatoria su camino, dejando el rastro de las feromonas, los integrantes de una colonia conforme avanzan van detectando el rastro de la feromona dejada por la primera hormiga y así sucesivamente hasta dejar un rastro de feromonas por el camino seleccionado.

Aunque el paso de hormigas va dejando una traza de feromonas, con el paso del tiempo van perdiendo su potencia de atracción dejando de ser atractiva para otras hormigas. En síntesis, el proceso de atracción desarrollado de manera natural por las hormigas permite establecer una retroalimentación iterativa con el fin de buscar la mejor alternativa para satisfacer las necesidades de esta comunidad.

En cuanto a los fundamentos del recocido simulado se basan en los planteamientos dados de manera analógica por el proceso de recocido de sólidos en el cual se asumen dos principios: el primero en donde sobre un sólido con características cristalinas se incrementa la temperatura hasta alcanzar elevadas temperaturas; acto seguido con el fin de lograr una estructura cristalina con características de conservación en su regularidad, se decrece la temperatura a una velocidad muy lenta hasta que se logre alcanzar un estado de mínima energía.

Con base en lo anterior y de acuerdo con los principales elementos que componen un sistema de transporte se busca plantear una alternativa de solución con la que, a partir de la réplica de técnicas híbridas basadas en los procesos establecidos por los ACO y el SA en los sistemas de transporte, se llegue a establecer un proceso de optimización en redes de transporte público de sistemas tipo BRT.

## 2.1 Contexto de la investigación: Caracterización de un sistema tipo BRT en Bogotá

De acuerdo con el documento 3093<sup>1</sup> presentado ante el Consejo Nacional de Política Económica y Social (CONPES) del Ministerio de Hacienda y Crédito Público de la República de Colombia se planteó una alternativa para el desarrollo del sistema de transporte urbano para la ciudad de Bogotá.

Dicha alternativa se denominó TransMilenio, la cual se fundamenta en el desarrollo de un sistema de transporte público basado en buses de alta capacidad y con unas características particulares de implementación de infraestructura.

Según (CONPES, 2000) TransMilenio es “un sistema de transporte masivo de pasajeros basado en buses inspirado en experiencias exitosas aplicadas en otras ciudades del mundo, como Curitiba y Porto Alegre, en Brasil. El Sistema TransMilenio se estructura en corredores troncales, con carriles destinados en forma exclusiva para la operación de buses articulados de alta capacidad.”

De igual manera se identificó que: “... está compuesto por su infraestructura, un sistema de operación de buses, el sistema de operación de los equipos de recaudo y el sistema de gestión apoyado en un centro de control.” (CONPES, 2000)

Con base en lo anterior y de acuerdo con las disposiciones dadas por el gobierno de la ciudad de Bogotá en ese momento, se planificó la construcción de una red de transporte público de pasajeros basados en sistemas BRT con la construcción de 388 kilómetros de red troncal en un período de 16 años.

En este orden de ideas, con la implementación y construcción de esta red de transporte se esperaba dar cobertura al 80% de los viajes de transporte público de la ciudad y obtener un impacto directo sobre dos factores y beneficios fundamentales, el ahorro en tiempo de viaje por mayor velocidad de desplazamiento y el ahorro en costos operacionales debido a eficiencias en la operación y mantenimiento de los buses.

Sin embargo, por decisiones administrativas del gobierno local, que no iban en el curso de la expansión del sistema, en los años posteriores a 2000 tan solo se logró la construcción de la tercera parte de red troncal proyectada para el año 2016.

---

<sup>1</sup> CONPES 3093 (15 de noviembre de 2000). Sistema de Servicio Público Urbano de Transporte Masivo de Pasajeros de Bogotá – Seguimiento –

Cabe precisar que Bogotá contaba con un sistema de transporte público deficitario y desordenado, que a finales de la década de los 90 evolucionó para transformar a largo plazo su operación. Así pues, la operación troncal de TransMilenio fue el primer paso en la transición del sistema caótico a un sistema ordenado de transporte, convirtiéndose en un modelo a seguir tanto en Colombia como en el resto del mundo.

Esta operación fue concebida como un sistema de transporte masivo de pasajeros, basada en buses articulados y biarticulados de alta capacidad operando en corredores troncales con carriles exclusivos, hasta la fecha, la ejecución de las troncales planeadas es de 114.4 kilómetros construidos en tres fases como se resume en la Tabla 1, representando el 39% de kilómetros de troncales previstos en el documento CONPES 3093.

LONGITUD DE TRONCALES DEL SISTEMA (KM)		NÚMERO DE ESTACIONES	
Fase I	Autonorte	11,8	17
	Caracas - Usme	18,3	27
	Caracas - Tunal	1,7	3
	Calle 80	10,1	13
	Eje Ambiental	1,9	2
	<b>Total Fase I</b>	<b>43,8</b>	<b>62</b>
Fase II	Américas	13	17
	NQS + Soacha (Fase 1)	22,9	28
	Suba	13	14
	<b>Total Fase II</b>	<b>48,9</b>	<b>59</b>
Fase III	Calle 26 (sin aeropuerto)	12,2	14
	Carrera 10	7,3	11
	Calle 6	2,2	2
	<b>Total Fase III</b>	<b>21,7</b>	<b>27</b>
Total Fase I, II y III		<b>114,4</b>	<b>148</b>

Tabla 1. Extensión del Sistema TransMilenio a 2019

Fuente. TRANSMILENIO S.A.

El éxito de este sistema se evidencia en el crecimiento constante de la demanda troncal como se observa en la Tabla 2. Cabe destacar que la demanda anual de usuarios de la operación troncal crece a una tasa mayor que el crecimiento poblacional de Bogotá.

<b>Año</b>	<b>Promedio de Entradas diarias</b>	<b>Hora Pico Promedio</b>	<b>Año</b>	<b>Promedio de Entradas diarias</b>	<b>Hora Pico Promedio</b>
<b>2001</b>	406,151	45,997	<b>2011</b>	1,693,380	197,702
<b>2002</b>	699,795	79,252	<b>2012</b>	1,753,025	200,987
<b>2003</b>	774,486	87,711	<b>2013</b>	1,974,573	220,181
<b>2004</b>	914,509	103,568	<b>2014</b>	2,193,663	229,354
<b>2005</b>	1,024,861	116,066	<b>2015</b>	2,365,565	260,792
<b>2006</b>	1,180,336	133,673	<b>2016</b>	2,429.308	268,065
<b>2007</b>	1,301,847	147,435	<b>2017</b>	2.479.927	258.116
<b>2008</b>	1,422,084	164,847	<b>2018</b>	2.392.900	257.715
<b>2009</b>	1,543,375	174,644	<b>2019</b>	2.471.634	262.790
<b>2010</b>	1,627,244	192,699			

Tabla 2 Crecimiento histórico de la demanda troncal del sistema TransMilenio

Fuente. TRANSMILENIO S.A.

A fecha de hoy, el sistema TransMilenio moviliza cerca de 2.540.000 usuarios en un día hábil de operación mediante una estructura de servicios que se ha podido adaptar a los requerimientos de la hora de máxima demanda, la cual ha tenido un crecimiento promedio anual a lo largo de su operación del 9.46%.

Dado lo anterior, la operación del sistema actualmente afronta una problemática en su servicio, generada por la concentración de demanda en períodos específicos del día en la infraestructura del sistema, lo cual se refleja tanto en la saturación de los servicios como la de la infraestructura en general.

Debido al retraso en la construcción de infraestructura y sumado al crecimiento natural de la demanda de pasajeros a lo largo del tiempo, ha generado un sin número de afectaciones en la prestación eficiente del servicio, evidenciadas particularmente en sobrecarga de pasajeros tanto en buses como en estaciones del sistema y en el aumento de tiempo para poder acceder a los servicios y rutas que ofrece el sistema.

### 2.1.1 Oferta

Como ya se mencionó, el sistema cuenta con 114.4 Kms de vía en troncal en operación, 12 corredores troncales en operación, 148 estaciones, 9 portales y 11 patio garajes. Además, el sistema tiene a su servicio 22 cicloparqueaderos con 6,059 cupos en total. (Transmilenio, 2019)



**Buses duales.** Tienen una capacidad nominal de 80 personas, con una longitud aproximada de 12 metros de largo por 2.60 de ancho. Cuentan con características mecánicas avanzadas con motores de última tecnología regulados en su mayoría por la normativa Euro V.

## 2.1.2 Demanda

La operatividad del sistema troncal se inició a finales del año 2000. Desde el inicio ha afrontado el reto de atender importantes volúmenes de pasajeros, llegando a transportar en los últimos años, un volumen aproximado cercano a los 2,431,000 de pasajeros promedio en día hábil de operación en el mes de noviembre de 2019 (Transmilenio, 2019). En la Figura 2 se relaciona gráficamente la evolución de la demanda del sistema, indicando los principales hitos de inicio de operación.

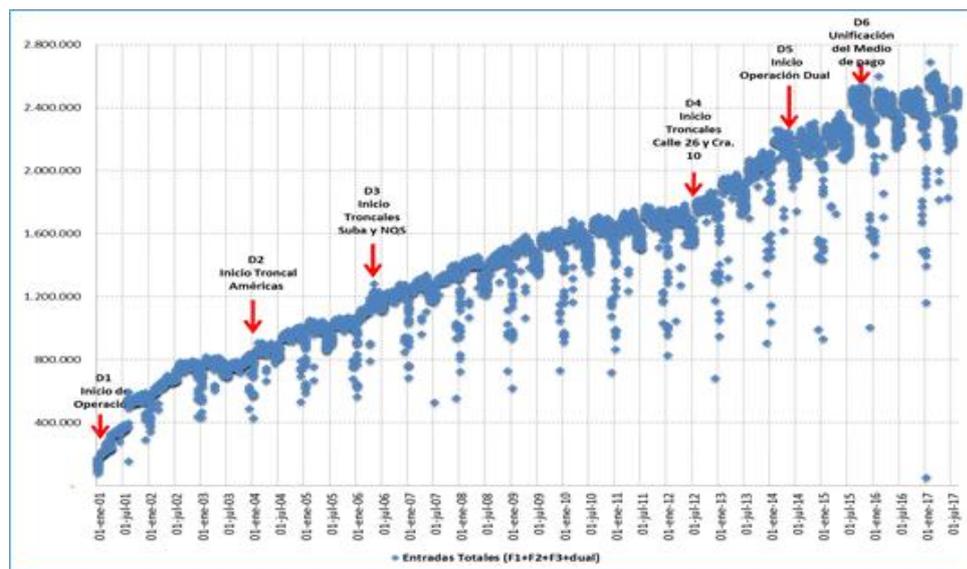


Figura 2. Evolución de la demanda en el componente troncal

Fuente: TRANSMILENIO S.A. (Transmilenio, 2019)

El primer hito (D1) comprende desde el inicio de operación de la denominada fase I hasta la entrada de la troncal Américas en la fase II.

El segundo hito (D2) va desde el inicio de la operación en la troncal Américas (fase II), hasta la entrada de las troncales NQS y Suba (Fase II).

El tercer hito (D3) abarca desde la entrada de las troncales NQS y Suba (fase II) hasta el inicio de operación de las troncales Calle 26 y Carrera 10 (fase III).

El cuarto hito (D4) se extiende desde la entrada de las troncales de la Calle 26 y Carrera 10 (Fase III) hasta la entrada en operación del servicio dual. Este se caracteriza por crecimientos

en la demanda entre 9.4% y 11.5%, derivados de la puesta en marcha de nueva infraestructura.

El quinto hito (D5) se inicia a partir de la entrada en operación del servicio dual y se extiende hasta la unificación del medio de pago (septiembre 2015).

El sexto hito (D6) comprende la actualidad del sistema desde la unificación del medio de pago, observándose una estabilización en los crecimientos de demanda, salvo contadas excepciones, por lo que se considera un periodo de estabilidad en sus componentes.

### **Evolución de la demanda promedio día hábil semanal**

En la Figura 3 se presenta un análisis de la evolución de la demanda en el componente troncal del sistema TransMilenio, para un día hábil promedio de operación.

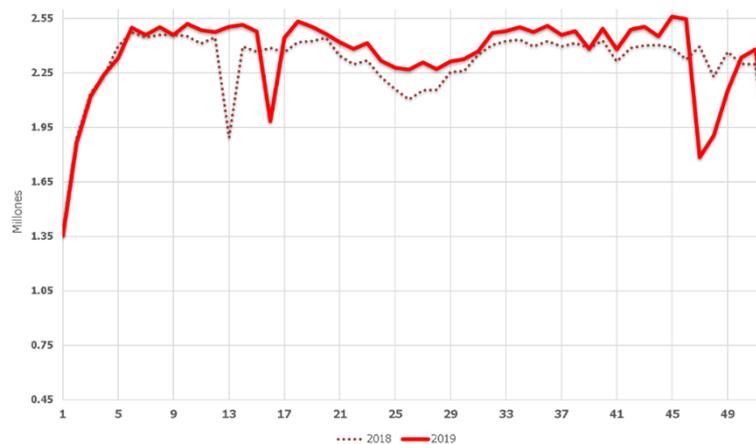


Figura 3. Evolución de la demanda, promedio día hábil semanal

Fuente: TRANSMILENIO S.A.(Transmilenio, 2019)

### **Evolución del Perfil de demanda (BRT) en un día típico**

El perfil de demanda permite observar el comportamiento de la demanda del sistema por distribución horaria a lo largo del día. En la Figura 4 se destacan cuatro períodos durante el día hábil en los cuales se concentra la mayor cantidad de usuarios, mientras que en la identifican las fases de demanda en cada uno de ellos. En la Tabla 3 se relacionan las fases de la demanda de acuerdo con el período del día indicado.

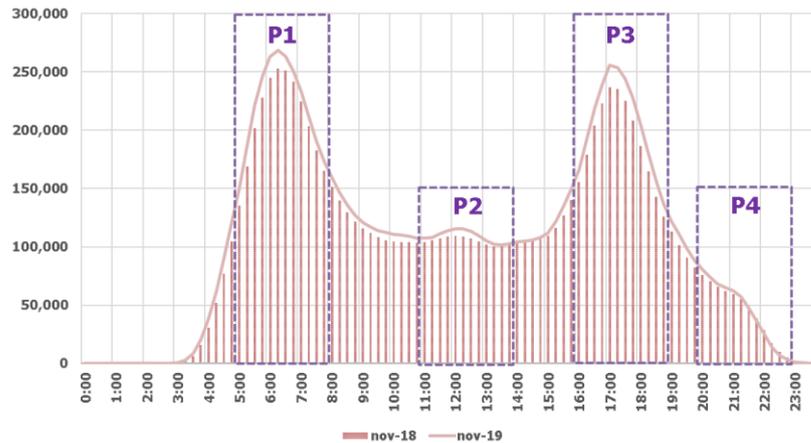


Figura 4. Evolución perfil de demanda a lo largo del día en un día típico

Fuente: TRANSMILENIO S.A.(Transmilenio, 2019)

Período	Fase de demanda
1	Período de máxima demanda de la mañana, va desde las 05:30 hasta las 08:30 horas
2	Período representativo de la franja valle el cual va entre las 11:30 y las 14:00 horas
3	Período de máxima demanda de la tarde, el cual va desde las 16:30 hasta las 18:30 horas
4	Período de máxima demanda de estudiantes comprendido entre las 21:00 y las 21:30 horas

Tabla 3. Períodos y fases de demanda

Fuente: TRANSMILENIO S.A.(Transmilenio, 2019)

## 2.2 Introducción a la optimización

De acuerdo con (Duarte Muñoz et al., 2007), la optimización es una disciplina fundamental en campos de la ciencia tales como la Informática, la Inteligencia Artificial o la Investigación Operativa. La ciencia de la optimización intenta abordar la toma de decisiones de manera acertada con el fin de maximizar utilidades o eficiencias, o minimizar costos, tiempos o riesgos bajo criterios con parámetros definidos y especificados.

Los problemas de optimización se dividen en dos categorías:

- i. Problemas con variables continuas, en los que la solución se identifica mediante valores reales y enteros;
- ii. Problemas con variables discretas, en los que se buscan cambios a partir de conjuntos de números naturales, permutaciones, integraciones o estructuras de grafo.

En cualquiera de las categorías, los problemas de optimización buscan una alternancia entre varias posibles soluciones en donde prevalezca una concepción común del beneficio entre



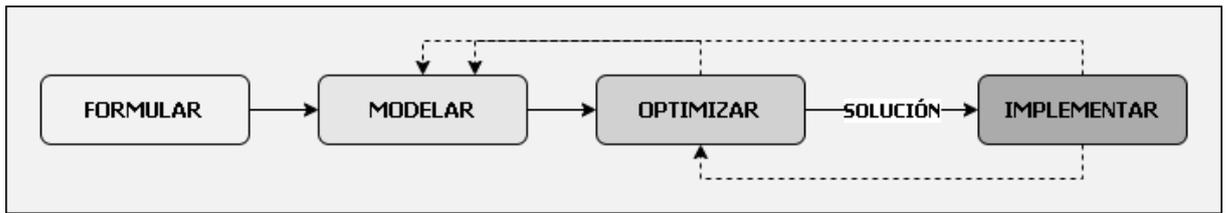


Figura 6. Proceso clásico de toma de decisiones

Fuente: Elaboración propia a partir de (Talbi, 2009)

Con base en lo anterior y de acuerdo con los planteamientos expuestos por (Talbi, 2009, pp. 3-4) el proceso clásico de toma de decisiones se puede definir así:

**Formulación:** En esta primera etapa se identifica un posible problema de toma de decisiones, en donde se hace una declaración inicial del problema y se esbozan los factores internos y externos, así como su objetivo.

**Modelación:** En esta segunda etapa se hace el planteamiento de un modelo abstracto sobre el cual está construido el problema; aquí caben de manera acertada las revisiones de otros problemas similares y la forma como se abordó la modelación de este. De manera general este tipo de modelos buscan simplificar la realidad del problema, para garantizar su resolución, logrando considerar aproximaciones que omiten algunos procesos que pueden parecer complejos.

**Optimización:** Una vez el problema es modelado, se logra una solución indicativa que dentro de la resolución de este puede llegar a ser óptima o no. En este paso se puede armonizar el proceso de optimización junto con otros algoritmos similares permitiendo de tal suerte integrar el conocimiento de manera conveniente.

**Implementación:** En esta parte del proceso se llega a un árbol de decisión en donde la solución obtenida puede ser aceptada o no; en tal sentido si la solución no es aceptada, el modelo de optimización deberá ser mejorado y reevaluado hasta que la solución obtenida sea aprobada e implementada.

Por consiguiente, el principal objetivo para resolver un problema de optimización es el de encontrar una solución óptima general.

Para un problema determinado pueden existir diversas soluciones globales optimizadas, por consiguiente, para obtener un mayor número de soluciones óptimas, el problema puede definirse como la búsqueda global de todas las soluciones óptimas.

En la práctica se utilizan diferentes familias de modelos de optimización para formular y resolver problemas de toma de decisiones; en tal sentido los modelos de mayor uso se basan en programación matemática y de restricciones.

En la Figura 7 se pueden identificar los diversos modelos clásicos de optimización junto con sus ramificaciones.

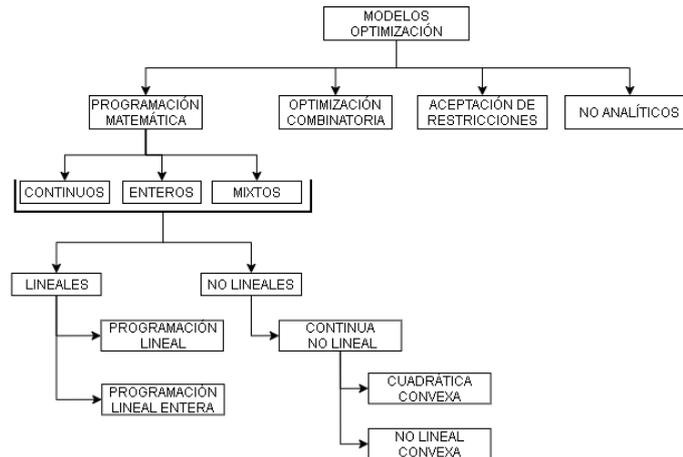


Figura 7. Modelos clásicos de optimización

Fuente: Elaboración propia a partir de (Talbi, 2009, p. 4)

## 2.3 Teoría de la Complejidad Computacional

El desarrollo de este capítulo se soporta con base en los planteamientos expuestos respecto a teoría de la complejidad computacional en el capítulo 2 de (de J. Pérez Jiménez & Caparrini, 2003).

La complejidad computacional es una de las ramas de la teoría de la computación y se enfoca en evaluar los recursos necesarios durante el procesamiento de cálculo para resolver un problema. En este sentido la complejidad de cálculo se define como la cantidad de recursos necesarios para efectuar un procesamiento de cálculo; es así como a mayor complejidad de cálculo se requerirán una mayor cantidad de recursos computacionales para su procesamiento.

Los recursos computacionales se asocian particularmente al tiempo de ejecución (pasos de ejecución de un algoritmo para resolver un problema) y el espacio de almacenamiento (cantidad de memoria utilizada para resolver un problema).

Un algoritmo que logra dar solución a un problema, pero que tarda mucho tiempo en su procesamiento, difícilmente será de utilidad; de igual manera si un algoritmo requiere de una considerable cantidad de espacio de almacenamiento, no será utilizado.

A partir de estos, al parecer simples planteamientos, es que matemáticamente los problemas se caracterizan por su grado de dificultad de acuerdo con la complejidad computacional del algoritmo que permite hallar su resolución.

Ahora bien, si el procesamiento de un cálculo requiere más tiempo que otro se dice que tiene mayor complejidad. Por esta razón, en la ciencia de la teoría computacional se denomina complejidad temporal. Así mismo si un procesamiento requiere mayor espacio de almacenamiento que otro se dice que es más complejo, en tal sentido se denomina complejidad espacial.

### 2.3.1 Complejidad de un algoritmo

De acuerdo con la dificultad que aborda la solución, se pueden clasificar matemáticamente los problemas. Se han definido varias clases de problemas entre los que se destacan las siguientes clases:

- P
- NP
- NP-completo

Previamente se ha plasmado una descripción sobre la complejidad computacional de los algoritmos y sus grados de complejidad. De la forma como se aborde la resolución de un problema se podrá estimar si este tiene solución y si es posible aplicar una o varias alternativas de planteamientos de algoritmos para su solución.

Es así como el grado de complejidad de un problema se enmarca en el planteamiento del mejor algoritmo para su resolución, de esta manera es posible clasificar los problemas de acuerdo con la relación dada con anterioridad.

De acuerdo con (Duarte Muñoz et al., 2007) un problema se puede resolver en un tiempo polinómico siempre y cuando el tiempo de ejecución que lo resuelve se relacione con el tamaño de la entrada a partir del planteamiento de una fórmula polinómica.

Los algoritmos de complejidad polinomial son tratables en el sentido de que pueden solucionarse en la práctica, algoritmos con esta complejidad forman parte de la denominada clase P.

Algunos problemas no se pueden resolver en tiempo polinómico, sin embargo, sus posibles soluciones pueden ser examinadas en tiempo polinomial para estimar si son o no soluciones correctas; a estos problemas se les denomina problemas clase NP.

Dentro de la clase NP, se encuentra una subclase adicional, los problemas NP-completo. Este tipo de problemas no tienen un algoritmo en tiempo polinómico que los resuelva. En este tipo de problemas, al ser un subconjunto de los problemas clase NP, existe un algoritmo polinómico que puede determinar si un valor es solución al problema.

En consecuencia de lo anterior y de acuerdo con (Duarte Muñoz et al., 2007) si para identificar si un problema es de clase NP – completo si y solo si al menos un problema clase NP – completo debe de ser reducible a ese problema. Un problema A, que es clase NP-completo, es reducible a otro problema B, siempre y cuando se pueda crear un algoritmo que resuelva el problema A utilizando como una caja negra<sup>3</sup> un algoritmo para resolver el problema B.

Existe otro tipo de problemas que, en contexto de diferentes autores, se tornan tan difíciles de resolver como los problemas de clase NP-Completos. Este tipo se denominan problemas clase NP-Duros y no son un subconjunto de los problemas clase NP.

De acuerdo con (Duarte Muñoz et al., 2007) para esta clase de problemas no existe un algoritmo polinómico que permita verificar una solución; de igual manera para que un problema sea considerado como NP-Duro, debe existir un problema NP-completo que pueda ser reducido a esta clase de problema.

Es decir, y como en el caso de los problemas NP-Completo, a partir del uso de una caja negra debe existir algún algoritmo polinómico que resuelva el problema NP-duro para resolver un problema NP-completo. Esta clase de algoritmos son tan difíciles de resolver como los NP-completo dado que un algoritmo los podría usar para resolver un problema NP-completo.

En la Figura 8 se muestra la relación que existe entre las clases P, NP, NP-Completo y NP-Duro.

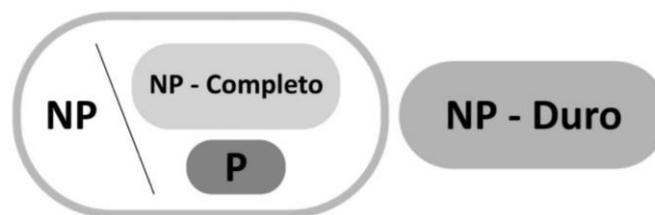


Figura 8. Relación entre las clases de problemas P, NP, NP-Completo y NP-Duro

Fuente: Elaboración propia a partir de (Duarte Muñoz et al., 2007)

### 2.3.2 Clasificación de los algoritmos

De acuerdo con la complejidad del problema, los algoritmos pueden resolverse por dos métodos: exactos y aproximados. Dentro de los algoritmos aproximados existe una ramificación igualmente importante y de la cual se desprenden la mayor cantidad de métodos

<sup>3</sup> De acuerdo con (Fourez et al., 1998) sirve para designar conceptos en las circunstancias en que son utilizados globalmente sin que se conozcan muchas cosas sobre su estructura o su funcionamiento teórico; se sabe lo que entra, lo que sale pero no como se hace.

de análisis y son los correspondientes a los métodos heurísticos, de acuerdo con la clasificación que se plantea en (Talbi, 2009).

A continuación, se plantea una descripción de cada uno de los métodos para resolución de problemas:

- **Métodos exactos.** Este tipo de métodos tienen como objetivo hallar la solución óptima de un problema planteado. Sin embargo, este método resolutivo puede tomar un número exponencial de iteraciones. De manera práctica suelen ser usados para casos pequeños debido a los largos tiempos de ejecución generados por su complejidad.
- **Métodos aproximados.** Este tipo de métodos proveen una solución de menor categoría, sin embargo, producen buenos resultados en tiempo polinomial.
- **Métodos heurísticos.** Al igual que en el caso anterior, este tipo de métodos no proveen una solución óptima, sin embargo, se hace evidente que algunos de estos algoritmos encuentran rápidamente una buena solución (sin garantizar que la solución obedezca a ejecuciones con tiempos polinomiales). Este tipo de algoritmos son adecuados de manera muy especial para solucionar problemas de optimización de largas instancias.

En la Figura 9 se relacionan los métodos clásicos de optimización.

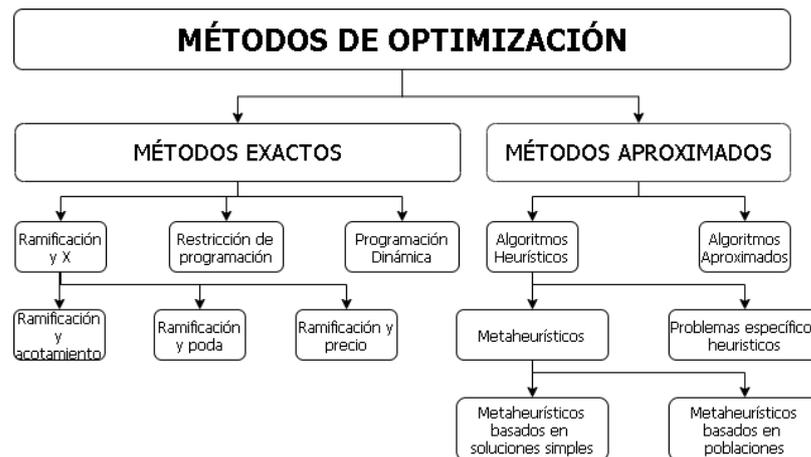


Figura 9. Métodos clásicos de optimización

Fuente: Elaboración propia a partir de (Talbi, 2009, p. 18)

Según lo expuesto y de acuerdo con el desarrollo que se plantea en este trabajo, de conformidad con (D. Z. Du & Pardalos, 2013) las redes de transporte siempre se han caracterizado por sus significativas posibilidades de optimización; un ejemplo típico de esto es el VRP que al ser un problema de optimización combinatoria, se hace necesario que exista una compensación entre la ejecución y uso de los procesos con los recursos computacionales

disponibles (por lo tanto el tiempo de funcionamiento del algoritmo) y la calidad esperada de la solución obtenida.

## 2.4 Algoritmos de optimización combinatoria

Los algoritmos de optimización combinatoria surgen como necesidad para resolver una importante variedad de campos aplicativos como son el transporte, las telecomunicaciones, la electrónica, la planificación regional de ciudades y la logística, entre otros.

A pesar de su aplicación real, existe una importante cantidad de problemas, en el campo de la optimización combinatoria, que presentan dificultad para su resolución.

Hay problemas que a pesar de que no se ha encontrado un algoritmo que les dé solución, si se puede saber si uno de los valores hallados corresponde a la solución del problema.

Es por esto por lo que en las últimas décadas se ha visto un avance importante en este campo de la investigación, obteniendo resultados con importantes desarrollos en los aspectos teórico y aplicativos a partir de su aplicación en situaciones reales.

De acuerdo con (Pop, 2012), en la optimización combinatoria, muchos problemas de diseño de redes pueden generalizarse de manera lógica considerando que las limitaciones del problema original se expresen en términos de agrupaciones, por ejemplo, en conjuntos de nodos y no en nodos individuales.

Esta clase de problemas generalmente se conoce como problemas generalizados de diseño de redes (*Generalized Network Design Problems* -GNDP) o problemas generales de optimización combinatoria.

Estos algoritmos de optimización permiten reducir el tamaño efectivo del espacio y explorarlo de manera eficiente. La mayor parte de los procesos de resolución de problemas en la optimización combinatoria a menudo carecen de garantías en cuanto a la obtención de un resultado óptimo, inclusive en los contextos de los modelos, lo cual no es forzosamente el problema real, pero es posible que su proximidad al resultado óptimo sea aceptable.

En términos prácticos la optimización combinatoria se puede definir como un campo multidisciplinario que estudia problemas cuya complejidad se basa en un gran número de soluciones en donde se debe hallar la mejor solución posible.

## 2.4.1 El problema del viajero (*Travelling Salesman Problem - TSP*)

Según (Pop, 2012) el problema del viajero (*Travelling Salesman Problem-TSP*) es sin duda alguna uno de los problemas clásicos de optimización combinatoria que de manera minuciosa y exhaustiva más se ha estudiado y analizado, con un gran número de metodologías de solución y aplicación en el campo real en áreas tan importantes como la logística, transporte y microbiología, entre otras.

Algunos de los primeros problemas matemáticos asociados al problema del viajero fueron tratado en el siglo XIX por el matemático irlandés Sir. W.R. Hamilton y por el matemático británico Thomas Penyngton Kirkman. Las primeras referencias sobre el tema aparecen a principios de este siglo (XIX).

Un buen análisis de los primeros estudios de Hamilton y Kirkman se referencia en el libro *Graph Theory 1736-1936 (TSP History Home, s. f.)*

El TSP dispone de métodos de solución muy efectivos frente a otros problemas de optimización combinatoria, tales como son el algoritmo de Lin-Kernighan y el método *branch and bound* (ramificación y acotamiento), que son capaces de lograr una solución global óptima en dimensiones de problemas muy complejas.

Por definición, y de manera simple, el problema del viajero consiste en encontrar una ruta de un vendedor que comienza en un lugar de origen, visita un conjunto de ciudades definidas y regresa al punto de partida de tal manera que la distancia total recorrida sea mínima y cada ciudad sea visitada exactamente una vez.

Bajo una formalización matemática, el problema del viajero se puede representar como un grafo  $G = (N, A)$ , siendo  $N$  el conjunto de  $n$  ciudades y  $A$  el conjunto de arcos que conectan todos los nodos entre sí. A cada arco  $(i, j)$  se le asigna un peso relativo  $d_{ij}$  que representa la distancia entre la ciudad  $i$  y la ciudad  $j$ . En el problema del viajero la dificultad radica en encontrar el circuito Hamiltoniano<sup>4</sup> más corto del grafo. (Dorigo et al., 2004)

El TSP puede representarse mediante un grafo tal y como se observa en la Figura 10.

---

<sup>4</sup> Un circuito Hamiltoniano es aquel circuito cerrado que visita cada nodo de  $G$  solamente una vez.

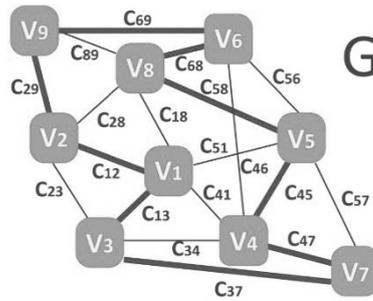


Figura 10. El problema del viajero representado por un grafo

Fuente: Adaptado de (Duarte Muñoz et al., 2007, p. 16)

Es posible expresar una solución como el vector  $[\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)]$ , donde  $\pi(n)$  representa el orden en el cual se visita cada ciudad  $i$ , el problema del viajero se expresa de la siguiente manera (Duarte Muñoz et al., 2007):

$$TSP = \left\{ \min: c_{\pi(1)\pi(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{\pi(i)\pi(i+1)} \right\}$$

A pesar de su aparente sencillez, el problema del viajero está catalogado como un problema clase NP-Duro, lo que hace que sea imposible de solucionar de forma óptima por métodos exactos en instancias de alta complejidad.

Cabe precisar en este apartado que el número total de posibles soluciones  $\frac{(n-1)!}{2}$ , se asocia directamente con el espacio de búsqueda donde  $n$  es el número de ciudades a visitar.

Con esta complejidad factorial, una solución eficiente del problema del viaje requiere del uso de métodos heurísticos o metaheurísticos; de hecho, como ya se mencionó, los métodos exactos se limitan a soluciones de problemas catalogados como pequeños.

En efecto y según lo visto, un problema de optimización consiste en encontrar una o varias soluciones a un problema mediante la definición de su función objetivo y de las restricciones a las cuales se condiciona el problema.

Matemáticamente, la formulación de un problema de optimización requiere que se especifique un espacio de búsqueda  $S$ , de tal manera que los elementos  $x \in S$  sean soluciones admisibles para el problema, donde  $x$  representa la cantidad específica de grados de libertad, como un vector de solución  $n$ -dimensional de números reales o enteros. (Chopard & Tomassini, 2018).

El espacio de búsqueda  $S$  y la función objetivo  $f$  son dos componentes esenciales en la formulación de un problema de optimización. Su elección es importante y define el problema y por ende una parametrización de todas las posibles soluciones para los elementos que están contenidos en  $x$ .

Es importante resaltar que, para un problema cualquiera, la forma en que se aborde su resolución es única; en tal sentido la estructura del espacio de búsqueda puede ser diferente para el mismo problema dependiendo de la forma como se aborde su solución.

En este punto es pertinente aclarar que de acuerdo con (Chopard & Tomassini, 2018), el tamaño de un problema de optimización está definido por el número de grados de libertad con que cuenta, que no es lo mismo que el tamaño del espacio de búsqueda  $S$  que se corresponde con el número de elementos.

Según se aborde la definición del espacio de búsqueda se plantearán los problemas de optimización. Si el espacio se encuentra en instancias definidas por los números reales, puede llegar a ser infinito, en este caso se denomina un problema de optimización continua y su complejidad está definida por los grados de libertad del conjunto de soluciones admisibles  $x$ .

En cambio, si el espacio está definido por una instancia discreta (contable y finita) se denomina un problema de optimización combinatoria. En este caso el tamaño del espacio de búsqueda es finito, pero puede contener un número de soluciones que es exponencial definido por el número de grados de libertad.

### **2.4.2 El problema de enrutamiento de vehículos (*Vehicle Routing Problem - VRP*)**

El problema de enrutamiento de vehículos (VRP) es una extensión del problema del viajero Dantzig y Ramser introdujeron este análisis en 1959 bajo el nombre de "*Truck Dispatching Problem*" como una aplicación real al suministro de gasolina en las gasolineras.(Toth & Vigo, 2014)

El VRP se definió como un problema de programación lineal entero y combinatorio cuyo objetivo es encontrar un conjunto de rutas óptimas para una flota determinada de vehículos, con el fin de realizar la entrega a un número específico de clientes. Por tanto, el VRP consiste en:

Obtener el conjunto de rutas más cortas posibles utilizando un conjunto de vehículos lo más pequeño posible tal que, partiendo de un almacén y regresando sucesivamente a él, abastecen a una serie de clientes distribuidos geográficamente, teniendo en cuenta que cada vehículo tiene una capacidad máxima propia y la cantidad de producto demandada por los clientes es diferente.(Duarte Muñoz et al., 2007, p. 17)

Su representación se muestra en la Figura 11.

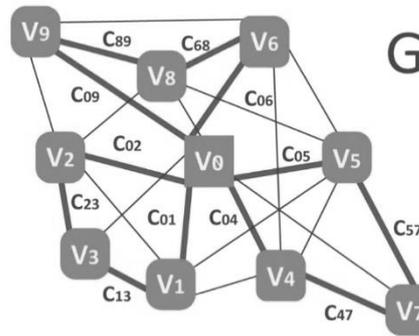


Figura 11. El problema de enrutamiento de vehículos representado por un grafo

Fuente: Adaptado de (Duarte Muñoz et al., 2007, p. 18)

Los aspectos que se deben considerar como optimizables dentro de un VRP se muestran en la Tabla 4 :

MINIMIZAR	MAXIMIZAR	BALANCEAR
Costos de operación	Beneficios	Utilización de recursos
Tiempos generalizados de viaje		
Distancias recorridas	Calidad en el servicio al cliente	
Uso de Flota (optimizar)		

Tabla 4. Aspectos optimizables dentro de un VRP

Fuente: Elaboración propia

El problema de enrutamiento de vehículos se enmarca dentro de los problemas de clase NP-Duro dado que, como se mencionó anteriormente, no existe un algoritmo que lo logre resolver en tiempo polinomial. Sin embargo, según lo anterior, en los últimos años se ha propuesto el desarrollo de sofisticados algoritmos de disgregación matemática para optimizar las soluciones de este tipo de problemas, llegando a niveles relativamente pequeños en los que impliquen un máximo de 100 clientes con altas variaciones en los tiempos de ejecución y procesamiento de los algoritmos propuestos (Toth & Vigo, 2014).

Si bien estos desarrollos se han basado en propuestas heurísticas, las que han tomado una importante connotación son los algoritmos basados en procesos metaheurísticos. Al ser lo problemas de enrutamiento de vehículos un problema NP-Duro, consecuentemente, la metaheurística se desarrolla principalmente para resolver problemas del mundo real, que con frecuencia suelen alcanzar niveles de complejidad considerablemente altos. (Labadie et al., 2016)

Por otra parte, con una buena implementación de una metaheurística se puede obtener soluciones casi óptimas con tiempos razonables de procesamiento. El desafío es entonces el

de adaptar esos esquemas de solución a las problemáticas existentes; normalmente se requiere mucho menos trabajo para hacer este tipo de ejercicio que desarrollar una heurística especializada desde cero. (Golden et al., 2008)

### Componentes

Los problemas de enrutamiento de vehículos cubren una amplia variedad de problemas de optimización. Para ello se hace necesario describir las características comunes de estos problemas considerando sus principales componentes, limitaciones y posibles objetivos.

A continuación, se hace una relación de los principales componentes que lo integran y algunas de sus características.

- La red. Está conformada por vértices y arcos que representan los enlaces entre los vértices, en otras palabras, caracterizan la infraestructura de transporte por donde se moverá la demanda.
- Los clientes. Se asocian con una determinada demanda que requiere ser satisfecha por un vehículo. En la mayoría de los casos la demanda es un producto que ocupa espacio en los vehículos, siendo común que un vehículo no pueda satisfacer su cobertura entre todos los clientes en una misma ruta.
- La flota de vehículos. Puede tener diferentes tipologías que se asocian particularmente con su capacidad de carga. De acuerdo con las características del problema, los vehículos pueden asociar costos variables de acuerdo con la distancia de la ruta.
- Los depósitos. Es el lugar en donde se ubican inicialmente los vehículos y los productos que se van a distribuir. De forma general se busca que cada ruta comience y termine en el mismo depósito. Sin embargo, esta situación varía de acuerdo con las necesidades de demanda y distribución que se presente en cada uno de los depósitos.

### Variantes

Debido a la simplicidad del problema de enrutamiento de vehículos, las variantes de este algoritmo se construyen sobre el problema clásico con características adicionales que han demostrado ser más atractivas y aplicativas en muchos campos de investigación.

De acuerdo con (Pop, 2012) las principales variantes del VRP son:

- Problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada (*Capacitated vehicle routing problem* - CVRP).
- Problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo (*Vehicle routing problem with time windows* - VRPTW).

- Problema de enrutamiento de vehículos con varios depósitos (*Multiple depot vehicle routing problem* - MDVRP).
- Problema de enrutamiento de vehículos con recogidas y entregas (*Vehicle routing problem with pick-up and delivering* - VRPPD).

El problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada (CVRP), hace referencia a un problema de enrutamiento en el que cada cliente tiene una demanda determinada que debe satisfacerse con una sola visita. En este caso la flota de vehículos cuenta con capacidades idénticas; comienza y termina en un único punto central y el volumen de carga de cada vehículo no excede sus límites. El objetivo es minimizar el costo total para atender a todos los clientes, lo que incluye la distancia total recorrida. (Labadie et al., 2016)

El problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) es una extensión del problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada (CVRP) en la cual el suministro de servicios a cada cliente debe comenzar dentro de un período de tiempo determinado, denominado ventana de tiempo. (Toth & Vigo, 2014)

El problema de enrutamiento de vehículos con varios depósitos (MDVRP) se identifica como resultado de la combinación de los criterios de flota homogénea pero con inicios y terminación de recorridos en diferentes puntos de abastecimiento. (Toth & Vigo, 2014)

El problema de enrutamiento de vehículos con recogidas y entregas (VRPPD) es una extensión del VRP el cual se enfoca en la búsqueda de un conjunto determinado de rutas para una flota de vehículos, con las que se busca satisfacer las demandas de transporte. Cada requerimiento se compone del lugar de recogida, el tamaño del transporte recogido y su lugar de entrega. El objetivo principal del problema es minimizar el tamaño de la flota de vehículos y optimizar la distancia de viaje. (Nalepa, 2019)

En la Figura 12 se muestra un ejemplo de resolución para el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada.

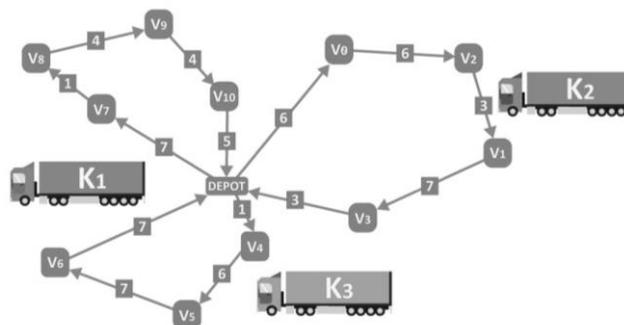


Figura 12. Ejemplo de solución para problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada.

Fuente: Adaptado de (Nalepa, 2019, p. 64)

### Formalización matemática

El objetivo problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada consiste en construir una serie de rutas que operen en conjunto, que comiencen y finalicen en un único punto central tratando de minimizar los costos de transporte, ya sean en tiempo o distancia, de la demanda que se analiza.

Las restricciones que se deben tener en cuenta en este tipo de problema son:

- La demanda de cada uno de los clientes debe ser satisfecha en su totalidad.
- La cantidad de flota de vehículos disponibles para la solución no tiene límites.
- Un cliente solo puede ser atendido una única vez y debe ser asignado a una sola ruta.

De acuerdo con (Labadie et al., 2016) los parámetros necesarios para construir la formulación matemática de un problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada se relacionan en la Tabla 5.

Parámetro	Notación
Grafo completo no direccionado	$G = (V, E)$
Número de clientes	$n$
Conjunto de nodos (clientes)	$V = (v_0, v_1, v_2, v_3 \dots n)$
Depósito	$v_0$
Flota de vehículos	$K = (1, 2, 3, \dots k)$
Capacidad de vehículos	$Q$
Demanda	$q_i = (1, 2, 3 \dots n)$
Nodo (cliente de partida)	$i = (1, 2, 3 \dots n)$
Nodo (cliente de llegada)	$j = (1, 2, 3 \dots n)$
Conjunto de caminos entre los Nodos (clientes)	$E = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$
Costo de viaje nodo $i$ a nodo $j$	$C_{ij}$
Solución binaria	$x_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si solución usa arco } (i, j) \\ 0 & \text{si solución no usa arco } (i, j) \end{cases}$

Tabla 5. Parámetros para formulación matemática de un problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada.

Fuente: Adaptado de (Labadie et al., 2016)

Con base en lo anterior, la especificación formal para el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada viene dada por las ecuaciones que se relacionan en la Tabla 6.

Nombre Ecuación	Notación
Ecuación 1 Función objetivo	$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} C_{ij} \cdot x_{i,j}^k$
Ecuación 2 Restricción 1	$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} \sum_{k \in E} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}$
Ecuación 3 Restricción 2	$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{i,j}^k = \sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{i,j}^k \quad \forall i \in V \setminus \{0, n+1\} \quad \forall k \in K$
Ecuación 4 Restricción 3	$\sum_{i \in V \setminus \{0, n+1\}} \sum_{j \in V \setminus \{i\}} q_i \cdot x_{i,j}^k \leq Q \quad \forall k \in K$
Ecuación 5 Restricción 4	$x_{ij}^k \in \{0,1\} \forall (i,j) \in A \quad \forall k \in K$
Ecuación 6 Restricción 5	$t_i^k + s_i + C_{ij} \leq t_j^k + M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall i \in V$
Ecuación 7 Restricción 6	$t_i^k \geq 0 \quad \forall i \in V \quad \forall k \in K$

Tabla 6. Ecuaciones para el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada

Fuente: Adaptado de (Labadie et al., 2016, p. 17)

En la Ecuación 1 se indica la función objetivo con la cual suma el costo total de las rutas;

La Ecuación 2 y Ecuación 3 corresponden a las restricciones de continuidad en donde un único vehículo visita a un cliente  $i$  y este lo abandona.

Con la Ecuación 4 se logra mantener la restricción de capacidad de los vehículos disponibles. Con estas variables se da el tiempo de llegada del vehículo  $k$  al cliente  $i$ .

De la Ecuación 5 a la Ecuación 7 se busca eliminar los sobre recorridos que hacen los vehículos, en donde haya un principio de conservación de la circulación en sentido de las manecillas del reloj (tal y como se observa en la Figura 12) así como garantizar que los recorridos comiencen y terminen en el depósito.

### Métodos y técnicas de resolución

Como ya se mencionó, dado que el problema de enrutamiento de vehículos es un problema de optimización combinatoria, se han planteado soluciones derivadas del trabajo exhaustivo para resolver el problema del viajero mediante la aplicación de algoritmos basados en métodos exactos, heurísticos específicos y metaheurísticos. (Toth & Vigo, 2014)

En la Figura 13 se relaciona la estructura de métodos resolutivos para el problema de enrutamiento de vehículos, logrando a partir de esta estructura la desagregación de técnicas para cada uno de los métodos relacionados.



Figura 13. Métodos resolutivos para el problema de enrutamiento de vehículos

Fuente: Elaboración propia

### Métodos Exactos

Los problemas de enrutamiento de vehículos, al considerarse problemas NP-duros, son más difíciles de resolver pues el número de posibles soluciones son mucho mayores para grandes flotas de vehículos. (Nalepa, 2019).

Los métodos exactos, también denominados métodos completos, permiten encontrar la solución óptima de un problema de optimización mediante la exploración exhaustiva de todas las configuraciones o posibles soluciones. La eficiencia de estos algoritmos depende de su habilidad para disminuir el procesamiento computacional, tanto en tiempos de ejecución como en el espacio de memoria.

En esta clase de métodos se identifica la siguiente clasificación de algoritmos: de programación dinámica (*dynamic programming*), de ramificación y acotamiento (*branch and X family*), de programación con restricciones (*constraint programming*). (Talbi, 2009).

**Programación dinámica:** Es un método de optimización en el que se procede mediante la enumeración implícita de las soluciones. Este método permite resolver de forma eficiente los problemas de decisiones secuenciales. En términos generales, consiste en abordar los problemas de optimización mediante una estrategia compuesta por dos etapas fundamentales:

- Descomposición del problema dentro de una secuencia de problemas;
- Establecimiento de una relación de continuidad entre las distintas soluciones optimizadas del problema. (Paschos, 2012)

**Técnicas de ramificación y acotamiento.** Son procesos cuantitativos para resolver problemas con variables discretas basados en la estrategia de divide y vencerás. El objetivo es reducir el dominio de las soluciones posibles en subconjuntos cada vez más pequeños hasta que resulte lo suficientemente simple como para encontrar una solución óptima. (Paschos, 2012)

**Programación con restricciones.** Los problemas de optimización, solucionados mediante este método, son modelados por medio de un grupo de variables relacionadas con un conjunto de restricciones. Las variables adoptan valores en un dominio finito de números enteros. Estas restricciones suelen tener formas matemáticas o simbólicas. (Talbi, 2009)

En la Figura 14 se presenta la estructura de los métodos exactos aplicados en problemas de enrutamiento de vehículos,



Figura 14. Métodos exactos de solución

Fuente: Elaboración propia

### Heurísticas

Las heurísticas se distinguen por lograr soluciones a través de información que pueden obtener del problema, sin la necesidad de realizar una relación completa de todas las soluciones. Por consiguiente, esta información es fundamental para la eficiencia del algoritmo, puesto que tiene que servir para orientar la búsqueda hacia las zonas que es más probable que contengan una solución óptima en el espacio de solución.

Los métodos heurísticos pueden clasificarse de la siguiente manera: métodos de construcción, métodos de dos etapas y métodos de mejoramiento.

En la Figura 15 se presenta la estructura de los métodos heurísticos aplicados en problemas de enrutamiento de vehículos,



Figura 15. Métodos heurísticos de solución

Fuente: Elaboración propia

## Metaheurísticas

El término metaheurístico fue acuñado por Fred Glover en 1986 con el fin de referirse a una serie de metodologías que conceptualmente se encuentran a la vanguardia del concepto de análisis heurístico, en el que se incluyen técnicas basadas en la interacción de procedimientos de mejora local y estrategias de alto nivel, con las que se logre que el proceso sea una exploración robusta del espacio de solución. (K. L. Du & Swamy, 2016).

La principal ventaja de la metaheurística es su versatilidad. Al utilizar concepciones estratégicas que son independientes del problema, es posible aplicarlas a una gran variedad de problemas de optimización mediante la realización de cambios sencillos para adaptarlas a sus características.

Algunos se fundamentan en los principios útiles para la resolución de problemas, tales como evitar la duplicación de soluciones o la búsqueda continua o sistemática de mejores soluciones.

La metaheurística permite abordar casos problemáticos de gran envergadura ofreciendo soluciones satisfactorias en un tiempo razonable. No hay garantías de encontrar una solución óptima global o siquiera soluciones específicas. De igual manera ha ido ganando paulatinamente mayor popularidad a lo largo del tiempo, en donde su empleo en muchas situaciones (reales) demuestra su eficiencia y eficacia para resolver problemáticas de gran envergadura y complejidad.(Talbi, 2009)

Los importantes méritos emergentes de la metaheurística la convierten en una elección primordial que ha logrado un creciente interés en los problemas de optimización.

De acuerdo con (Kaveh & Bakhshpoori, 2019), la metaheurística se utiliza en problemas de optimización en varias disciplinas tales como ciencias exactas, ingeniería y economía.

La metaheurística tiene tres objetivos fundamentales que son solucionar problemas de forma rápida, resolver grandes problemas y desarrollar algoritmos robustos y a la vez fáciles de implementar y que sean altamente adaptables.

Los métodos metaheurísticos forman parte de las ciencias que combinan entre otras matemáticas aplicadas, cálculos probabilísticos y la teoría de complejidad computacional. La mayor parte de las técnicas metaheurísticas son reproducciones de fenómenos naturales.

Las variaciones que se producen en la naturaleza, pasando desde una escala microscópica hasta una escala ecológica, deben ser abordados en forma de cálculos, todos los procesos naturales siempre llegan a un óptimo equilibrio y con tales analogías se permiten encontrar soluciones muy provechosas para la investigación y la optimización.(K. L. Du & Swamy, 2016)

La naturaleza ha evolucionado en cuanto a la resolución eficaz de diversos tipos de problemas, de tal manera que con los métodos usados permiten identificar su representación y posterior modelación.

La lógica computacional ha permitido hacer adaptativos estos procesos naturales transformándolos en algoritmos, generando resultados convenientes con base en los fundamentos teóricos que soportan su implementación partiendo de la identificación de características y funcionalidad de los algoritmos, manteniendo especial atención sobre las diferencias entre los procesos naturales y los métodos desarrollados. (Patnaik et al., 2017)

Con el propósito de lograr una clasificación más clara y útil, (Duarte Muñoz et al., 2007) se pueden considerar características conceptuales de las metaheurísticas basadas en cuatro taxonomías de clasificación como son las clásicas, las tabulares, las jerárquicas y las basadas en la relación intensificación-diversificación.

Es pertinente abordar lo concernientes a la taxonomía tabular como mecanismo más apropiado de análisis diferencias y semejanzas entre las distintas técnicas metaheurísticas, la cual se adapta al contexto de esta investigación permitiendo describir de forma específica las técnicas en mención. En el Anexo I se relacionan las técnicas metaheurísticas basadas en la clasificación tabular.

## 2.5 Modelos metaheurísticos híbridos

En la actualidad una importante fracción de las investigaciones en el ámbito de las metaheurísticas utilizan enfoques en los que los algoritmos colaboran entre sí de un modo u otro para encontrar una óptima solución. En ese sentido se destaca el especial interés de las técnicas basadas en metaheurísticas híbridas tanto por su enfoque como por su proyección en la resolución de problemáticas.

Según (Labadie et al., 2016) esto ha conducido forzosamente a desarrollar enfoques mucho más poderosos que aprovechan las características originarias de diferentes metaheurísticas para resolver de manera más eficiente un problema determinado. De manera natural, apareció una primera forma de hibridación al reunir distintas metaheurísticas en un mismo marco con el objetivo de completarse mutuamente y producir mejores resultados en comparación a cuando se ejecutan por separado. Este tipo de hibridación, aunque parezca sencillo, tiene dificultades para aplicarse de manera eficiente.

El diseño de hibridación tiene como fundamento el perfeccionamiento de una metaheurística determinada añadiendo procedimientos complementarios como regeneración de población, de adaptación probabilística de pasos previos en deterioro, de estructuras de vecindad

variables o de funciones de penalización y almacenamiento de largo plazo. La hibridación fundamental que se suele emplear para conjugar la metaheurística se puede clasificar de cuatro modos:

- i. Incorporar elementos específicos de una metaheurística en otra.
- ii. Sustituyendo un elemento de la metaheurística original por otra metaheurística completa.
- iii. Llamando a dos o más metaheurísticas de forma consecutiva, lo que significa que las soluciones de salida de la primera metaheurística se dan como entradas a la segunda para obtener mejores resultados.
- iv. Descomposición de un problema complejo en varios subproblemas. Estos problemas se solucionan posteriormente mediante diferentes metaheurísticas que cooperan e intercambian información dentro de un método de nivel superior para obtener soluciones completas de alta precisión para todo el problema.

A partir de esta clasificación es posible desagregar en una taxonomía de metaheurísticas híbridas, con dos clasificaciones para este tipo de métodos (jerarquizada y plana – ver Figura 16) tal y como se propone en (Talbi, 2009).

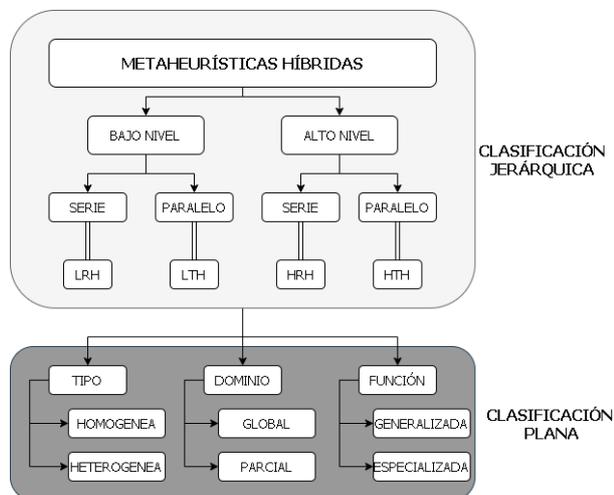


Figura 16. Clasificación de metaheurísticas híbridas.

Fuente: Adaptado de (Talbi, 2009, p. 387)

En Metaheurísticas (Duarte Muñoz et al., 2007) el autor sintetiza la clasificación realizada por (Talbi, 2009) de la siguiente manera:

Respecto a las hibridaciones metaheurísticas clasificadas de modo jerárquico:

**Combinación de bajo nivel.** Los procedimientos están embebidos unos en otros, de manera tal que para dos procedimientos dados una función del procedimiento continente se sustituye por el procedimiento embebido. A su vez esta combinación se divide en:

1. **Serie (*Low-level Relay Hybrid - LRH*)**: Un método se introduce dentro de otro como una función.
2. **Paralelo (*Low-level Teamwork Hybrid- LTH*)**: Se tiene una población de soluciones de tal forma que sobre cada solución actúa un método que se caracteriza por contener a otro método.

**Combinación de alto nivel.** Los métodos heurísticos que se combinan se encuentran autocontenidos de manera tal que no puede existir interacción entre ellos. A su vez esta combinación se divide en:

1. **Serie (*High-level Relay Hybrid - HRH*)**: Se tiene una única solución de tal forma que un método se aplica después del otro.
2. **Paralelo (*High-level Teamwork Hybrid- HTH*)**: Se tiene una población de soluciones de forma que cada método se aplica independientemente a cada solución.

Como ya se mencionó las técnicas híbridas también se pueden clasificar de forma plana tal y como se relaciona en la Tabla 7 :

Clasificación plana	Definición
Homogéneas	Todos los algoritmos combinados utilizan la misma metaheurística.
Heterogéneas	Los algoritmos combinados utilizan diferentes metaheurísticas.
Global	Todos los algoritmos buscan en todo el espacio de búsqueda.
Parcial	Existe una descomposición del problema principal en varios subproblemas, en donde cada uno es definido bajo su propio espacio de búsqueda. Cada uno de los algoritmos se dedica a explorar uno de esos subespacios creados. Los subproblemas se relacionan entre sí a través de restricciones entre las soluciones encontradas en cada uno. De tal manera los algoritmos logran comunicarse entre ellos con el fin de respetar las restricciones con lo que se logra construir una solución global factible.
General	Todos los algoritmos resuelven el mismo problema de optimización
Especializados	Se logran combinar algoritmos que resuelven diferentes problemas.

Tabla 7. Clasificación plana de las técnicas híbridas.

Fuente: Elaboración propia a partir de (Duarte Muñoz et al., 2007)

## 2.6 Optimización por colonias de hormigas

Las colonias de hormigas, al igual que otras comunidades de insectos, constituyen una organización social altamente estructurada. Esto permite que las hormigas realicen tareas complejas a pesar de la aparente simplicidad en el comportamiento de ellas.

Con base en los comportamientos estructurados de las hormigas (Dorigo et al., 2004) realizaron los primeros planteamientos respecto a los algoritmos basados en colonias de hormiga.

Los planteamientos de los ACO buscan el aprovechamiento de esta realidad en donde mediante un conjunto de agentes sencillos e individuales (hormigas), que trabajan conjuntamente (colonia), se proponen obtener soluciones de problemas complejos de optimización.

La ACO es una metaheurística que se inspira en el comportamiento que tienen algunas especies de hormigas cuando dejan un rastro de feromonas y las demás hormigas de la colonia las persiguen.

Este tipo de métodos construyen paso a paso una solución del problema de forma iterativa en donde se obtiene la mejor elección en cada una de las iteraciones planteadas. De manera general las soluciones halladas mediante este tipo de métodos si bien encuentran una solución, no siempre es la óptima. Por tal motivo se hace necesario usar, adicionalmente, un algoritmo de mejora de las soluciones halladas. (Duarte Muñoz et al., 2007)

Los ACO fueron inspirados gracias al experimento realizado con hormigas reales, con la especie *Iridomyrmex humilis*, de (Goss et al., 1989), en donde estableció que esas hormigas no puede ver muy bien.

En este experimento evidenció que, si la colonia de hormigas tiene acceso a una fuente de comida unida por dos caminos al nido de la colonia, durante su viaje, dejan un rastro químico (feromona<sup>5</sup>) en el suelo. El papel de este rastro es guiar a las otras hormigas de la colonia hacia el punto de destino. Cuanto mayor sea el porcentaje de feromonas dejadas en un camino determinado, mayor será la probabilidad de que las hormigas seleccionen dicho camino. En la Figura 17 se muestra de manera general el experimento realizado por (Goss et al., 1989)

---

<sup>5</sup> Las feromonas son una sustancia olfativa y volátil

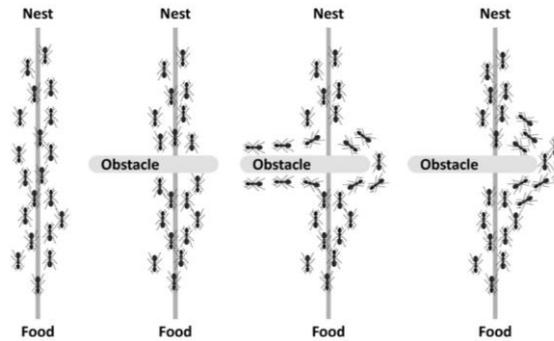


Figura 17. Experimento de una colonia de hormigas buscando un camino óptimo entre la comida y el nido

Fuente: Adaptado de (Talbi, 2009, p. 241)

El primer ejemplo del ACO es el *Ant System (AS)*, el cual fue propuesto empleando como campo de aplicación el problema del viajero.

A pesar de los positivos resultados iniciales, el AS no pudo ser competitivo respecto a los algoritmos de última generación para el problema del viajero. No obstante lo anterior, su desarrollo tuvo un fuerte impacto sobre la estimulación en el campo científico para fomentar la investigación de las variantes algorítmicas, con las que se ha logrado obtener un procesamiento computacional mucho mejor. De hecho, en la actualidad existe un importante número de aplicaciones de estos algoritmos en diversos campos de la investigación. (Gendreau & Potvin, 2018)

Los ACO implementan un sistema de hormigas artificiales mediante una heurística de construcción aleatoria en la que se toma decisiones probabilísticas a partir de los rastros de feromonas y de la información heurística disponible en función de los datos de entrada sobre el problema que se va a resolver. En esencia se construye una solución a través del camino que genera una hormiga en un grafo determinado. (Duarte Muñoz et al., 2007)

De este tipo de algoritmos se deben resaltar como fundamentales, las siguientes ventajas:

- Dado que el algoritmo considera elementos estocásticos, permite que las hormigas artificiales construyan una amplia variedad de soluciones.
- Existe la posibilidad de explorar una amplia variedad de soluciones.
- Considerar información de carácter heurístico en la toma de decisiones de cada hormiga, permite que se guíe de mejor manera el resto de la colonia hacia óptimas soluciones.
- Dado el proceso iterativo de la construcción de soluciones permite inducir en la colonia de hormigas un aprendizaje reforzado.

## 2.6.1 Principios del ACO

Como ya se mencionó el AS ha sido evaluado de forma experimental en diferentes instancias del TSP. En estos experimentos se ha buscado con especial interés orientar una solución aleatoria a partir de las feromonas recogiendo en cada iteración información de caminos ya recorridos con anterioridad.

No obstante lo anterior, los resultados obtenidos por el AS en la actualidad no son competitivos con los planteamientos de vanguardia que se han desarrollado en torno del TSP. (Solnon, 2013)

La metaheurística del ACO, se constituye como una estructura general para solucionar problemas de optimización combinatoria, de acuerdo con el diagrama de flujo que se muestra en la Figura 18.

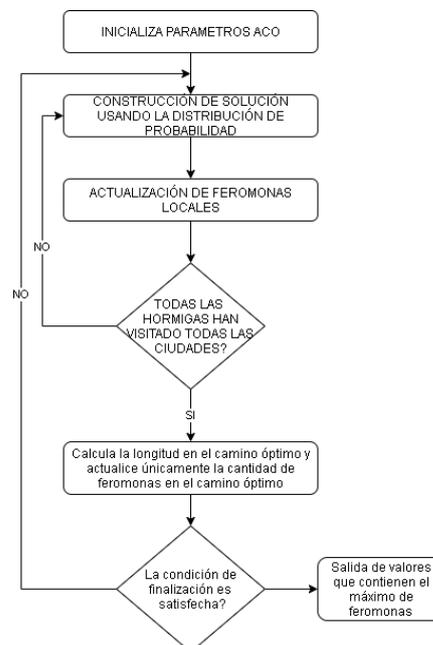


Figura 18. Diagrama de flujo genérico para algoritmo ACO

Fuente: Adaptado de (Gendreau & Potvin, 2018)

En contexto de los anterior, a continuación se hará una descripción del proceso algorítmico para el ACO de acuerdo con los lineamientos dados por (Gendreau & Potvin, 2018, pp. 318-319).

**Inicialización.** En el inicio del algoritmo se definen e inicializan las variables que intervienen dentro de la ejecución del algoritmo las cuales son:

$\tau_{ij}(t)$  es la cantidad de feromona en la arista que une los nodos  $i$  y  $j$

$\eta_{ij}(t)$  es la información heurística correspondiente a la medición de la visibilidad de las hormigas, y se define como la distancia entre los nodos  $i$  y  $j$

$\alpha$  y  $\beta$  son parámetros de control que determinan la influencia relativa de los rastros de feromonas y de la información heurística. Si  $\alpha = 0$ , la probabilidad de selección es proporcional a  $[\eta_{ij}]^\beta$  lo cual hace más probable que se elija un componente de la solución con un alto valor heurístico; si  $\beta = 0$  significa que sólo funciona el rastro por feromonas depositadas en los caminos creados.

$q$  es un número aleatorio distribuido uniformemente con el cual se determina la importancia relativa de la utilización de un camino generado respecto a su exploración  $q \in [0,1]$ .

$q_0$  es un parámetro de umbral y cuanto mas pequeño sea el  $q_0$  mayor será la probabilidad de hacer una elección aleatoria ( $0 \leq q_0 \leq 1$ ).

$j^* = \arg \max_{r \in J_i^k} (\tau_{ij}(t) [\eta_{ij}]^\beta)$  identifica el elemento no visitado en el espacio  $J_i^k$  que maximiza la probabilidad de elección  $P_{ij}^k(t)$

**Construcción de soluciones de hormigas.** Cada hormiga puesta en el sistema construye una combinación de caminos en serie o de manera paralela. Este de construcción de combinaciones por parte de las hormigas se realiza de forma aleatoria. Partiendo de una combinación vacía, las hormigas agregan de manera iterativa nuevos elementos (feromonas) hasta que la combinación esta completa.

Este proceso de construcción corresponde, por lo general, a un trayecto dentro del grafo de construcción. En cada iteración, el siguiente elemento de combinación se elige con respecto a una regla de transición probabilística. Dada una combinación parcial  $ij$  y un conjunto  $J_i^k$  de elementos de combinación que pueden ser añadidos a  $ij$ , las hormigas elijen un elemento.

De acuerdo con lo anterior, en la Ecuación 8 se relaciona la rutina de transición que indica la probabilidad de que cada elemento sea visitado:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \{q \leq q_0 \Delta j = j^*\} \\ 0 & \text{si } \{q \leq q_0 \Delta j \neq j^*\} \\ \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{r \in J_i^k} \tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)} & \end{cases}$$

Ecuación 8. Cálculo de la probabilidad de que cada elemento  $j$  sea visitado

**Realizar búsqueda local.** Una vez construida la combinación, esta puede ser mejorada mediante la aplicación de un procedimiento de búsqueda local. La búsqueda local de una combinación se puede llevar a cabo, de manera particular, sobre cada combinación construida o sólo sobre las mejores combinaciones establecidas. El objetivo es encontrar el equilibrio adecuado entre el tiempo dedicado por la búsqueda local a mejorar las combinaciones y la calidad de estas.

De acuerdo con (Solnon, 2013) el ACO y la búsqueda local logran explorar el espacio de búsqueda de dos maneras complementarias y su hibridación les permite aplicar lo mejor de esos dos planteamientos bajo los siguientes criterios:

- La búsqueda local es usada para mejorar las combinaciones que son construidas por las hormigas.
- El ACO se utiliza para construir nuevos puntos de partida desde el óptimo local, alcanzado con anterioridad por la búsqueda local.

**Actualización global de las feromonas.** La actualización de feromonas tiene por objeto hacer que los elementos de solución pertenecientes a soluciones satisfactorias sean más atractivos para las siguientes iteraciones, en tal sentido, existen dos pasos para conseguir este objetivo.

Según (Solnon, 2013) en el primer paso, todos los rastros de feromonas son reducidos gracias a la multiplicación por el factor  $(1 - \rho)$  donde  $\rho \in [0,1]$  es la tasa de evaporación. Este proceso de evaporación permite a las hormigas dejar progresivamente de lado las construcciones de trayectos más antiguos y centrarse en las construcciones más recientes. La fórmula utilizada para calcular la evaporación de feromonas se muestra en la Ecuación 9.

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) * \tau_{ij}(t) + \rho\tau_0$$

Ecuación 9. Cálculo para la evaporación de feromonas

Donde  $\tau_0$  es el valor inicial del nivel de feromonas el cual se considera que es una pequeña constante positiva distribuida por igual en todos los caminos de la red desde el comienzo. Esta es calculada como  $\tau_0 = (nC_i)^{-1}$ , siendo n el tamaño del problema, por ejemplo el número de nodos o ciudades, y  $C_i$  es el costo del recorrido inicial producto de un heurístico de construcción llamado el heurístico del vecino más cercano.

En el segundo paso, hay combinaciones que se compensan con la creación de trayectorias de feromonas, cuyo objetivo es incrementar la probabilidad de selección de los elementos de estas combinaciones durante las siguientes etapas de construcción.

En tal sentido es posible contemplar diversas estrategias de elección del conjunto de combinaciones a ser recompensadas, considerando todas las posibles combinaciones que se

hayan construido durante el último ciclo, o bien considerar las estrategias más relevantes, de forma que sólo se compensen las mejores combinaciones en ese ciclo.

## 2.7 Optimización por recocido simulado

El recocido simulado (*simulated annealing* -SA) aplicado a los problemas de optimización surge del trabajo realizado por de S. Kirkpatrick y V. Cerny. A lo largo de la década de los ochenta, el SA tuvo un gran impacto en el campo de la búsqueda heurística por su simplicidad y eficiencia en la resolución de problemas de optimización combinatoria. (Talbi, 2009)

El SA es una metaheurística que de manera analógica relaciona un proceso de optimización combinatorio con el recocido, el cual es un proceso termodinámico usado en la industria de la metalurgia.

Esto consiste en elevar la temperatura de un sólido cristalino irregular hasta altas temperaturas haciendo que, de manera posterior, el sólido se enfríe lentamente en un baño térmico. El proceso de enfriamiento está descrito por una función de temperatura denominado como cola de enfriamiento y está basado en la fórmula:  $e^{-E/kT}$  donde k es la constante de energía de Boltzmann, E es la energía de acuerdo con los cambios de temperatura T, logrando que durante el tiempo establecido para el enfriamiento del sólido se alcance de manera continua una configuración de red cristalina lo más regular posible, eliminando los defectos que tuviera a lugar el sólido en mención.

De manera didáctica (Talbi, 2009) logra ilustrar la analogía entre el sistema físico y el problema de optimización, la cual se muestra en la Tabla 8, en donde la función objetivo es comparable con el estado de energía del sistema; la solución del problema de optimización es equivalente al estado del sistema; las variables de decisión asociadas a una solución del problema son equivalentes a los posicionamientos moleculares y la solución del problema de optimización corresponde al estado base del sistema.

Sistema Físico	Problema de Optimización
Estado del sistema	Solución
Posición molecular	Variables de decisión
Energía	Función objetivo
Estado de superficie	Solución óptima global
Estado de Metaestabilidad	Óptimo local
Enfriamiento acelerado	Búsqueda local

Sistema Físico	Problema de Optimización
Temperatura	Parámetro de control
Recocido minucioso	Recocido simulado

Tabla 8. Analogía entre el sistema físico y el problema de optimización del SA

Fuente: Tomado de (Talbi, 2009, p. 127)

De acuerdo con Metaheurísticas (Duarte Muñoz et al., 2007) el principio operacional sobre el cual está basado el SA puede ser expresado como se cita a continuación:

... es un algoritmo de búsqueda local capaz de escapar de los óptimos locales permitiendo que bajo ciertas circunstancias se admitan movimientos que empeoren la mejor solución encontrada hasta el momento en el proceso de búsqueda. (Duarte Muñoz et al., 2007, p. 51)

### 2.7.1 Principios del recocido simulado

El método de recocido simulado es utilizado para buscar el mínimo de una función objetivo determinada. El algoritmo se ajusta a los principios básicos por los cuales se rige cualquier metaheurística en la cual el proceso comienza eligiendo una solución inicial arbitraria y admisible la cual se denomina configuración inicial.

El algoritmo de Metrópolis (Metropolis et al., 1953) consiste en un método simplificado para simular la evolución hacia el equilibrio térmico de un sólido a una temperatura determinada. El SA es una variación del algoritmo de Metrópolis, en donde la temperatura cambia de alta a baja.

El SA se compone básicamente de dos procesos estocásticos: uno para la generación de soluciones y otro para la aceptación de soluciones. La temperatura de generación es la responsable de la relación entre las soluciones de exploración generadas y la solución original. (K. L. Du & Swamy, 2016)

Por otra parte, desde el punto de vista algorítmico, el recocido simulado constituye un proceso de búsqueda local que presenta una fase de aleatorización a la hora de aceptar los movimientos, de modo que si el movimiento es de mejora se acepta.

La aleatoriedad en la aceptación de los movimientos está controlada por el parámetro T, el cual corresponde a la temperatura en el proceso termodinámico. La temperatura permite que en los primeros instantes de la búsqueda se acepten la mayoría de los movimientos, aunque éstos empeoren la solución, como consecuencia, la temperatura se reduce lo que significa

que el proceso de aceptación de estados de menor calidad se hace cada vez más restrictivo. (Duarte Muñoz et al., 2007)

En la Figura 19 se relaciona el diagrama de flujo para el algoritmo de recocido simulado

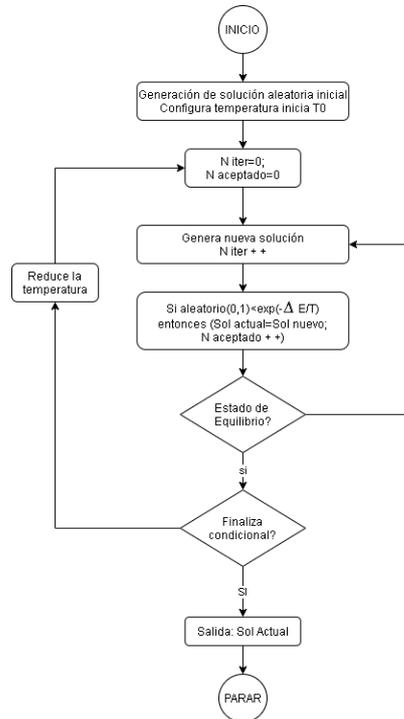


Figura 19. Diagrama de flujo para el algoritmo de recocido simulado

Fuente: Adaptado de (Chopard & Tomassini, 2018)

## 2.8 Planificación y modelación de sistemas de transporte

Dentro de los procesos de planificación del transporte, se incluye la evaluación y selección adecuada de la infraestructura vial y su impacto en las condiciones de movilidad de un territorio o del entorno en donde se espera evaluar. De manera general este proceso es conveniente validarlo en diferentes horizontes de tiempo de corto, mediano y largo plazo.

De acuerdo con (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011) la modelación del transporte no es planificación del transporte; ésta sólo puede servir de apoyo a la planificación, y en algunos casos puede cumplir la principal función dentro del proceso. La planificación y la puesta en marcha de los proyectos tienen el poder de transformar el mundo y la modelación del transporte sólo pueden ayudar en esto si se adoptan como una ayuda efectiva para la toma de decisiones.



propuestos ejerzan sobre la demanda del proyecto y general sobre la comunidad que se encuentre en el área de influencia directa del proyecto.

En este sentido, y para garantizar este proceso de planificación, se hace necesario estructurar modelos de transporte en donde se parta de la premisa de que los flujos de usuarios de un sistema de transporte sean el resultado de elecciones de viajes de forma individual o como un grupo de decisión colectiva.

Se parte bajo la premisa que estas elecciones se toman de manera racional, expresando sus preferencias de viaje en donde se logre minimizar los impactos de desplazamiento (maximizar la utilidad del viaje), asociados particularmente al tiempo de viaje.

El principio de maximización de la utilidad de los usuarios que eligen su viaje de conformidad con sus preferencias se asocia con el concepto de función de utilidad. La función de utilidad de un usuario se denomina como una función matemática cuya formulación depende tanto de las características del viaje como las del usuario que lo decide; esta función debe estar en la capacidad de reflejar el manejo de las preferencias del usuario.

El problema fundamental al que se enfrenta el análisis de elección discreta es la modelación de la elección a partir de un conjunto de alternativas mutuamente exclusivas y colectivamente exhaustivas entre sí. Un modelo de elección discreta se compone de funciones de utilidad parametrizadas en términos de variables independientes observables y parámetros no conocidos, cuyos valores se estiman a partir de una muestra de elecciones observadas. (Ben-Akiva & Lerman, 2018).

## 2.8.2 Caracterización de los problemas de transporte

De manera general, el tráfico ha aumentado de forma proporcional respecto a la demanda lo que ha dado lugar mayores impactos reflejados en congestiones, demoras, mayor accidentalidad y con un identificado impacto en el medio ambiente.

Según (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011) el crecimiento desmedido de la economía ha generado niveles de demanda que superan la capacidad de la mayoría de los modos de transporte situación que sumada a la deficiente o inexistente planificación de transporte hace necesario que se haga un esfuerzo para mejorar la mayoría de las formas de transporte.

Con base en lo anterior, a lo largo del tiempo la humanidad ha logrado plantear retos con los cuales se pretende buscar una oportunidad para mejorar de manera significativa los sistemas asociados al transporte. En la Figura 21 se relacionan una serie de factores externos que impactan en una visión de planificación del transporte. (Meyer, 2016)

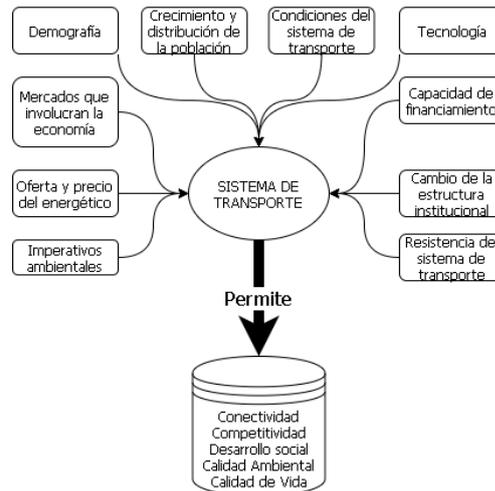


Figura 21. Factores que influyen en la planificación del transporte

Fuente: Adaptado de (Meyer, 2016, p. 12)

### 2.8.2.1 Caracterización de la demanda de transporte

Para comprender lo relevante a la demanda de transporte, es necesario entender la forma en que las actividades desarrolladas por los seres humano se distribuyen en un territorio, tanto en contextos urbanos como regionales. Un buen sistema de transporte permite expandir las oportunidades de satisfacer dichas necesidades; en cambio, un sistema altamente congestionado o mal conectado restringe dichas opciones limitando el desarrollo económico y social.

Por otra parte, se debe aclarar que el concepto de demanda es universal y se debe abordar de acuerdo con las necesidades que se requieran evaluar. Es así que existe una amplia variedad de demandas específicas de transporte que se diferencian a lo largo del día, por el día de la semana, el propósito del viaje, el tipo y variedad de carga, entre otros. Un servicio que se ajuste con los atributos correspondientes a estas variedades de demanda puede llegar a ser inútil.

(de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011) señalan que en las zonas denominadas urbanas la demanda de transporte se concentra en unas pocas horas del día, donde la mayor parte de la congestión se produce en períodos específicos. Esta variabilidad en el tiempo hace que sea más difícil analizarla y hacer previsiones toda vez que un sistema de transporte puede dar buena cobertura a al promedio de los viajes, pero colapsar durante los períodos de máxima actividad a lo largo del día. No obstante, las variaciones de la demanda en períodos de máxima y mínima actividad siguen siendo un problema fundamental y de gran importancia para la preparación de modelos de transporte para la planificación.

### 2.8.2.2 Caracterización de la oferta de transporte

La primera característica que distingue a la oferta de transporte es que se trata de un servicio y no de un producto, por lo tanto, no es posible almacenarlo. En tal sentido la oferta de transporte debe usarse cuando y donde se necesite, de lo contrario se pierde su utilidad, por tal motivo se hace necesario y con gran importancia estimar la demanda con la mayor precisión posible a fin de ahorrar recursos adaptando la oferta de servicios de transporte a ella. (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011)

En general los sistemas de transporte se parametrizan de acuerdo con la naturaleza de su servicio, sin embargo, en cada uno de ellos la oferta se expresa en términos de infraestructura, servicios y redes, que en conjunto, caracterizan la oferta haciendo posible el movimiento de personas y mercancías.

La infraestructura de transporte, evaluada en términos de capacidad, se adopta en términos de fija y dinámica; la capacidad fija representa la cantidad de espacio disponible para el transporte, mientras que la capacidad dinámica es la mejora que puede lograrse mediante el uso de su gestión y mejores tecnologías.

### 2.8.2.3 Teoría de la utilidad aleatoria

La teoría de la utilidad aleatoria está en la capacidad de aportar la base de los modelos de elección discreta, toda vez que a través de herramientas matemáticas y estadísticas permite abordar una problemática de las elecciones discretas para la demanda del transporte. (de Dios Ortúzar S, 2012)

En estricto rigor y de acuerdo con (McFadden, 2001), la teoría económica clásica plantea que los consumidores buscan su propio interés buscando maximizar su utilidades a partir de la toma de diferentes decisiones.

Es así como la teoría de la utilidad aleatoria establece que (de Dios Ortúzar S, 2012) :

Los individuos actúan de forma racional y poseen información perfecta. Por esta razón, siempre escogen la alternativa que les proporcione la máxima utilidad personal neta, dadas sus restricciones ambientales.

Dado un conjunto de alternativas  $A=\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_N\}$ , de alternativas disponibles y las restricciones a las que se enfrenta cada individuo  $q$ , determinan el conjunto de alternativas que éste tiene disponible para  $A_q \in A$ .

Cada una de las alternativas  $A_i \in A$  tiene asociada una utilidad  $U_{iq}$ .

Existen modelos matemáticos con los cuales es posible replicar estos procesos de elección en donde se elige la mejor opción para viajar bajo un contexto enmarcado por la probabilidad con el que se busque respaldar las decisiones de los usuarios, que puedan parecer contradictorias, ante un mismo abanico de opciones de diferentes circunstancias.

En este punto es importante tener presente los principios de equilibrio de Wardrop (Wardrop, 1952) en donde se asume que la elección de rutas por parte de los viajeros sigue resolviéndose utilizando un modelo convencional de equilibrio para redes discretas y un modelo continuo de equilibrio. (Antón, 2005)

Es conveniente mencionar en este punto los principios básicos para la asignación de tráfico en redes, planteados por John Glen Wardrop en 1952 en su artículo *Some theoretical aspects of road traffic research*. (Wardrop, 1952)

El primer principio de Wardrop afirma que:

Bajo condiciones de equilibrio, el tráfico se distribuye en las redes congestionadas de modo tal que ningún viajero puede reducir su propio coste de viaje cambiando el recorrido. (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011, p. 367)

El segundo principio de Wardrop afirma que:

Bajo condiciones de equilibrio, el tráfico se distribuye en las redes congestionadas de modo tal que todos los recorridos utilizados entre un par O-D tienen el mismo y mínimo coste mientras todos los recorridos no utilizados tienen costes más altos o iguales. (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011, p. 367)

#### **2.8.2.4 Modelo de planificación de transporte**

Un modelo es la representación de un sistema construido con el fin de estudiarlo y, por otro lado, un sistema es un conjunto de instancias que interactúan para lograr un propósito que se enfoca en determinados elementos considerados como importantes desde un punto de vista específico.

Según *Modelling Transport* (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011) los modelos son, por lo tanto, específicos de un problema y un punto de vista. Esta definición generalizada permite incorporar tanto modelos físicos como abstractos. En la primera categoría se encuentran, por ejemplo, los utilizados en la arquitectura o en la mecánica de fluidos que están básicamente orientados al diseño. Por otra parte, en la segunda categoría, la gama se extiende desde los modelos mentales utilizados diariamente en la interacción con el mundo, hasta las

representaciones formales y abstractas sobre alguna hipótesis relacionada directamente con un sistema de interés y su funcionamiento.

El objetivo básico de la planificación del transporte urbano es conocer a través de los usos del suelo las necesidades de desplazamiento de los habitantes de una ciudad, clasificando sus requerimientos con el fin de brindarles un servicio de transporte más eficiente y de mayor calidad. (Molinero & Arellano, 1997)

También conviene subrayar que de acuerdo con (Molinero & Arellano, 1997, p. 283) el flujo fundamental de la planificación de los transportes con mayor relevancia, es el que se muestra en la Figura 22, en el cual se incluyen importantes desarrollos en los modelos de pronóstico y de evaluación.

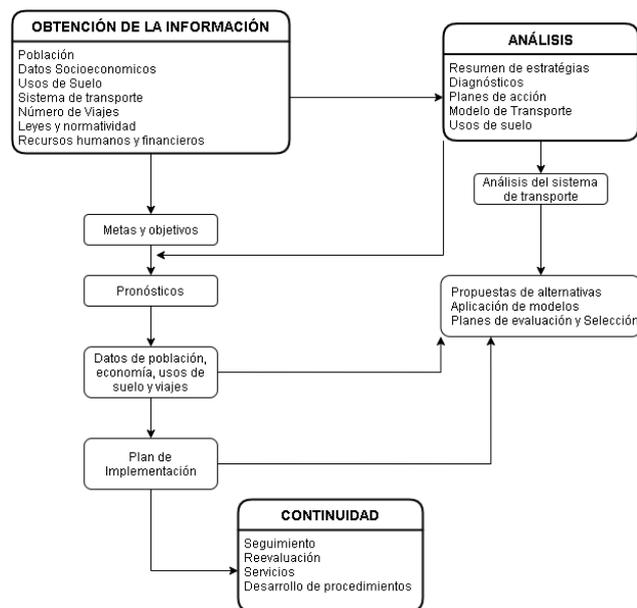


Figura 22. Flujograma fundamental de la planificación de los transportes

Fuente: Adaptado de (Molinero & Arellano, 1997, p. 283)

### Modelo Clásico de 4 Etapas

En general, el proceso de planificación de transporte es un proceso, en donde se busca asociar racionalmente la información no sesgada sobre los efectos que los proyectos de transporte propuestos ejerzan sobre la demanda del proyecto y general sobre la comunidad que se encuentre en el área de influencia directa del proyecto.

La experiencia práctica de la modelación de transporte utiliza la versión clásica del modelo basado en viajes, mejor conocido como el modelo de cuatro etapas. Este modelo trabaja sobre la hipótesis de que los usuarios realizan secuencialmente un conjunto de elecciones que caracterizan sus viajes, a base de ciertos atributos personales y del sistema de transporte.

Estas elecciones definen la relación con la generación y distribución de viajes hasta un destino en un modo de transporte y a través de una ruta determinada. La agregación de estas decisiones individuales determina las características de operación de un sistema de transporte dado.

Los modelos que componen al modelo clásico de cuatro etapas son:

- i. El modelo de Generación. El cual se determina con base en información socioeconómica y de población, los viajes producidos y los viajes atraídos por cada una de las zonas de análisis en que se divide el área de estudio.
- ii. El modelo de Distribución. En el cual se construye una matriz de viajes entre parejas origen-destino de zonas.
- iii. El modelo de Partición Modal. En este se dividen los viajes entre los distintos modos de transporte disponibles.
- iv. Finalmente está el modelo de Asignación. donde las matrices de viaje por modo son asignadas a las redes correspondientes, obteniéndose de esta manera los flujos por arcos.

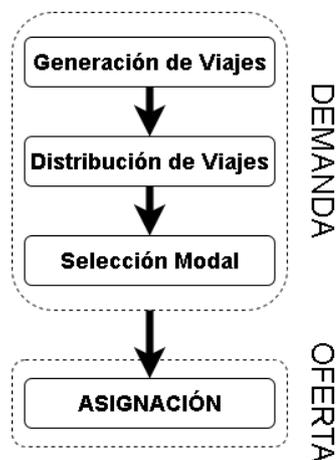


Figura 23. Modelo clásico de 4 etapas

Fuente: Generado a partir de *Modelling Transport* (de Dios Ortúzar & Willumsen, 2011)

### Modelo de generación

El proceso de generación de viajes consiste según (Garber & Hoel, 2004) en un análisis que relaciona actividades y viajes y que se define bajo dos funciones principales: la primera desarrollar una relación entre la producción de viajes y el uso del suelo, la segunda utilizar relaciones para estimar el número de viajes generados, bajo un nuevo conjunto de condiciones de uso de suelo

### Modelo de distribución

La distribución de viajes es un proceso por el cual los viajes generados en una zona en el modelo de generación se asignan a otras áreas en la zona de estudio, permitiendo determinar flujos de viaje entre pares de zonas, hasta llegar a formar una matriz de entradas y salidas, cuyos elementos al interior corresponden al número de viajes entre zonas.

### **Modelo de partición modal**

La partición modal es el aspecto del proceso de análisis de la demanda, que determina el número o porcentaje de viajes entre las zonas que se realizan en los modos establecidos dentro del análisis pudiendo ser transporte público o privado.

La partición modal es un proceso complejo que depende de factores tales como el ingreso del usuario, la disponibilidad del servicio de transporte, la tenencia del vehículo privado, así como las ventajas relativas de cada modo de transporte evaluado en términos de tiempo de viaje, costo, comodidad, etc. Los modelos de partición modal intentan reproducir las principales características de los viajeros, de los sistemas de transporte y de los mismos viajes de modo tal que se logra estimar una visión realista del número de viajes para cada modo y par cada por origen destino de zonas consideradas. (Garber & Hoel, 2004)

### **Modelo de asignación**

Este modelo se sustenta en los principios de asignación por equilibrio del usuario descrito por John Glen Wardrop en 1952 (Wardrop, 1952), basado en el concepto de estrategia óptima; la cual proporciona facilidades para incluir diferentes percepciones en los componentes del tiempo de viaje e importancia en la elección de ruta sin tener en cuenta, inicialmente, la capacidad de vehículo de cada uno de los servicios evaluados, es decir, asigna a cada una de las rutas más atractivas por tiempo proporcional a la frecuencia sin limitarse la capacidad del servicio.

El concepto de estrategia óptima es una generalización del concepto de ruta. El tipo de estrategia del modelo considera lo siguiente:

Debido al tiempo de espera involucrado en este sistema de transporte, el usuario puede escoger un conjunto de rutas factibles para llegar a su destino y aborda el vehículo que llegue primero y desciende en una parada o estación predeterminada, basado en el tiempo esperado de viaje de la parada hacia su destino

Este proceso se repite hasta que el usuario llegue a su destino final. Dado que la red de transporte público tiene varios modos de transporte, durante la espera en la parada puede escoger otro conjunto de líneas factibles de otros modos distintos para llegar a su destino.

La estrategia óptima es aquella que minimiza el tiempo total de viaje, y por lo tanto, el costo generalizado de viaje (CGV) que es función del tiempo total. Los tiempos considerados incluyen el de espera, en el vehículo y la caminata, de acuerdo con la Ecuación 10.

$$CGV = TV + pw * t_{espera} + pc * t_{caminata} + ptrans + pt * Ta$$

Ecuación 10. Cálculo costo generalizado de viaje

Donde:

- TV = Tiempo de viaje dentro del vehículo de transporte público
- pw = Peso del tiempo de espera
- tespera = Tiempo de espera
- pc = Peso del tiempo de caminata
- tcaminata = Tiempo de caminata
- ptrans = Peso del transbordo
- pt = Factor para convertir la tarifa en minutos
- Ta = Tarifa total del viaje

El análisis de la función de costo generalizado de viaje permite evaluar el impacto de diferentes escenarios debido a la migración de servicios a otros modos con esquemas tarifarios diferentes o a valores de pasaje distintos para un mismo horizonte. Los principales factores que hacen parte de esta evaluación son el tiempo y el costo de viaje, que a su vez se analiza como un tiempo. Una reducción de este valor indica que la población tiene acceso a un transporte más barato o más rápido.

## 2.9 Capacidad de los sistemas de transporte urbano público.

El desempeño de los sistemas de transporte público consta de una serie de elementos de carácter tanto cuantitativo como cualitativo denominados atributos o indicadores de gestión. (Vuchic, 2007)

En tal sentido y con el fin de abordar los lineamientos de este capítulo, es pertinente definir el concepto de capacidad en los sistemas de transporte público y del contexto general para su estimación.

Con lo anterior, se necesaria enmarcar el concepto de capacidad y sus indicadores de gestión, en el marco del transporte, a partir de la definición de los que se consideran los tres atributos básicos de rendimiento bajo los parámetros de análisis dimensional: objetos (u), distancia (s) y tiempo (t)

De una forma elemental, el transporte se puede definir como el movimiento de un número de objetos ( $u$ ) a lo largo de una distancia ( $s$ ) durante un intervalo de tiempo ( $t$ ). (Vuchic, 2007)

### 2.9.1 Generalidades y terminología sobre la capacidad

Para comprender de mejor manera el concepto asociado a la capacidad se deben relacionar términos que permiten describir de manera puntual y específica la relación que existe entre los atributos básicos de rendimiento, mencionados con anterioridad.

En la Figura 24 se relacionan los principales conceptos dimensionales asociados al rendimiento de los sistemas de transporte, con los cuales se pueden dar los primer

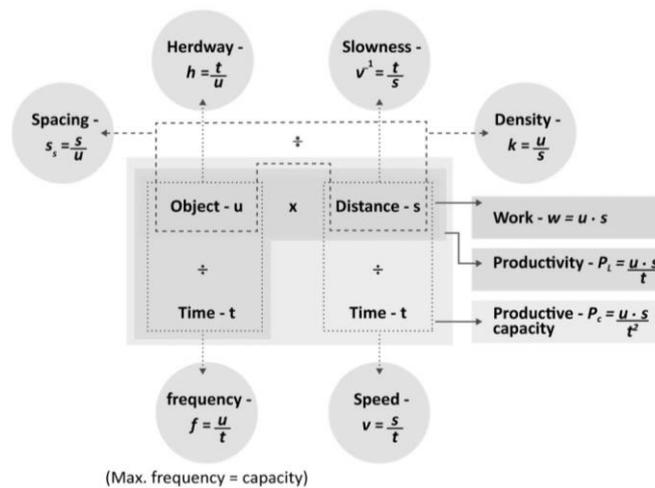


Figura 24. Dimensiones básicas de rendimiento en sistemas de transporte público

Fuente: Adaptado de (Vuchic, 2007, p. 152)

En contexto de lo anterior y dando un enfoque al desarrollo de este trabajo de grado, la terminología asociada a capacidad se direccionará a sistemas de transporte urbano de pasajeros de alta capacidad basados en BRT.

#### 2.9.1.1 Terminología

A continuación, se hará una descripción de los términos fundamentales asociados a la capacidad de sistemas de transporte tipo BRT. Se tomará como fuente primaria de información para el desarrollo de este apartado, los conceptos relacionados en la Guía de planificación de sistemas BRT (Wright et al., 2010).

#### Saturación

El uso de este término permite comprender de manera ideal el diseño de un sistema de transporte público toda vez que con este logran obtener altas capacidades en puntos de

parada y velocidades en los corredores del sistema. La saturación de un punto de parada se refiere al porcentaje de tiempo que permanece ocupado por un vehículo. El término saturación también se utiliza para describir una vía o corredor para referirse al grado en el cual el tránsito de vehículos satura la capacidad total de la vía.

### **Bahía de parada**

Es el área diseñada en punto de parada donde un bus se detiene y se alinea para garantizar el abordaje y descenso de usuarios de forma segura y protegida. De acuerdo con su diseño, el sistema puede garantizar mayor capacidad de atención en un momento específico junto con un aumento en la velocidad del corredor

### **Frecuencia del servicio e intervalos**

La frecuencia del servicio hace referencia al número de buses por hora que pasan por un punto determinado, mientras que la porción de tiempo entre dos vehículos sucesivos se denomina intervalo. De manera general en un sistema de transporte es deseable ofertar servicios con una alta frecuencia para poder reducir la cantidad de tiempo de espera de los usuarios. Si los intervalos de tiempo son muy cortos, la frecuencia del servicio es elevada, en tal sentido las bahías de parada se congestionan rápidamente haciendo que la velocidad del sistema disminuya.

### **Factor de Carga**

El factor de carga se refiere al porcentaje que ocupa la carga de pasajeros de un vehículo respecto a su capacidad total. En síntesis, si un bus tiene una capacidad nominal de 150 pasajeros y su promedio de carga es de 135, el factor de carga es del 90%. El factor de carga en un sistema de transporte público de pasajeros se determina por la frecuencia de los vehículos y la demanda.

### **Tiempo de espera en estación**

La cantidad de tiempo que un vehículo ocupa una bahía de parada se denomina tiempo de espera. En términos prácticos a mayores tiempos de espera, mayor es la afectación del sistema toda vez que aumenta la saturación en las bahías de parada lo que directamente disminuye la velocidad sobre el corredor. El tiempo de espera se divide en: tiempo de abordaje por los usuarios, tiempo de salida del bus y el tiempo muerto de operación.

### **Factor de renovación**

El factor de renovación se define como el número promedio de pasajeros que hay en un bus, dividido por el número total de abordajes en una ruta. Por ejemplo, si el promedio de pasajeros que se encuentran en un vehículo desplazándose de un origen a un destino es 100, sobre

este mismo vehículo 200 personas abordaron en el mismo trayecto, el factor de renovación es del 50%. Entre más bajo sea el factor de renovación mayor será la tasa de uso del bus o ruta; en tal sentido un alto número de ascensos y descensos del bus incrementa la capacidad efectiva del vehículo.

## 2.9.2 Indicadores de gestión operativa

Los indicadores de gestión operativa se refieren a la forma como se monitorea y evalúa el desempeño de un sistema de transporte público; el éxito de su implementación depende de la periodicidad con que sean medidos y su resultado debe propender en mejoras operacionales de un sistema de transporte público. De manera simplificada y dados los alcances de este estudio se relacionarán algunos de los principales y más relevantes indicadores en la Tabla 9

Indicador	Descripción
Capacidad	Este indicador hace referencia a todos aquellos elementos de un sistema que operan en conjunto permitiendo ofrecer un servicio eficiente y de calidad, y que se relacionan directamente con elementos asociados a la infraestructura y el servicio.
Niveles de Servicio	La evaluación del nivel de servicio se basa en estudiar un elemento específico asociado a la calidad del servicio a través de un indicador cuantitativo, asociado al impacto que tiene el servicio sobre usuario.
Demanda	Este indicador analiza el número de validaciones que se registran en un sistema.
Eficiencia, eficacia y productividad operacional	Este tipo de Indicadores relacionan la eficiencia y efectividad en la operación y prestación del servicio de transporte público; buscan medir el ajuste entre lo programado y lo realmente ejecutado en la operación.

Tabla 9. Indicadores de gestión operativa

Fuente: Adaptado de (Wright et al., 2010)

En el Anexo II se relacionan con mayor detalle las subdivisiones de algunos de los indicadores de gestión operativa descritos con anterioridad.

### 3. Objetivos concretos y metodología de trabajo

En el desarrollo inicial de esta investigación se ha hecho el planteamiento de la implementación de un algoritmo híbrido basado en el comportamiento de las colonias de hormigas y el proceso generado por el recocido simulado, con el fin de plantear un sistema de rutas eficientes para optimizar la operación del sistema TransMilenio, evaluado desde tres visiones. En ese sentido a continuación se relacionan los objetivos que soportan esta investigación.

#### 3.1 Objetivo general

Realizar la implementación de un modelo de optimización híbrido basado en los procesos de colonias de hormigas y recocido simulado para el diseño de un sistema de rutas eficiente para corredores tipo BRT en la ciudad de Bogotá.

#### 3.2 Objetivos específicos

1. Determinar los parámetros de diseño, por medio de revisión bibliográfica para la implementación de modelo híbrido en el cual se combinen los procesos establecidos por el ACO y el SA en sistemas tipo BRT para la ciudad de Bogotá.
2. Realizar la caracterización de oferta y demanda del sistema de transporte público de pasajeros, TransMilenio, por medio de análisis de información primaria que proviene del Sistema Integrado de Recaudo, Control e Información y Servicio al Usuario.
3. Implementar en un macro modelo de transporte los resultados obtenidos por el modelo híbrido con el fin de cuantificar y verificar los tiempos generalizados de viaje del sistema y compararlo con el escenario actual de operación.
4. Evaluar los resultados obtenidos con el fin de plantear una propuesta de alternativa de servicios para un corredor troncal en sistemas tipo BRT para la ciudad de Bogotá.
5. Realizar un análisis estadístico de los procesos implementados con modelo híbrido con el fin de identificar los supuestos que generen los mejores resultados.

#### 3.3 Metodología del trabajo

La implementación de un modelo híbrido con el fin de evaluar alternativas de solución para el planteamiento de mejora en el diseño de rutas, dará como resultado la optimización entre otros de los costos operacionales así como la minimización de tiempo de viaje de los usuarios del sistema lo cual impacta directamente en la percepción de la calidad de prestación del servicio.

De acuerdo con lo anterior y según (Shih & Mahmassani, 1994), la complejidad de su formulación y su naturaleza de problemática de optimización combinatoria, hace que el diseño de redes de transporte tenga solución mediante métodos exactos razón por la cual se debe recurrir a soluciones alternativas basadas en heurísticas o metaheurísticas.

En tal sentido (Shih & Mahmassani, 1994) han propuesto una hoja de ruta con la cual se plantee una estructura de solución y elementos de diseño alternativo para la resolución de este tipo de problemáticas. Con base en estas directrices se plantea para esta investigación una hoja de ruta en donde se logren integrar de manera general los principales elementos para un diseño de redes de transporte basado en la aplicación de un modelo híbrido metaheurístico de acuerdo con el diagrama de flujo, asociado a la metodología de trabajo, que se relaciona en la Figura 25.

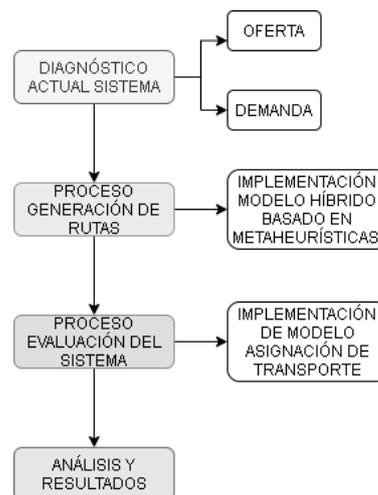


Figura 25. Metodología de trabajo

Fuente: Elaboración propia

Como se indica, la metodología de trabajo está conformada por cuatro grandes etapas con los cuales se busca dar cumplimiento a los objetivos planteados en esta investigación. A continuación, se hará una descripción de sus alcances.

**Diagnóstico actual del sistema.** En esta etapa se plasmará una breve descripción de las condiciones de oferta y demanda con las cuales cuenta el sistema BRT de TransMilenio, para el área de estudio en donde se detalle la presente investigación.

**Proceso de generación de rutas.** En esta etapa se plantea la implementación y desarrollo general del modelo híbrido de optimización metaheurístico basado en los procesos de colonias de hormigas y recocido simulado.

**Proceso de evaluación del sistema.** En esta etapa de la metodología de trabajo se usará un modelo simplificado de asignación de la demanda con el fin de representar los resultados objeto del proceso anterior.

**Análisis y resultados.** En este punto de la propuesta metodológica se plantea armonizar los resultados obtenidos a partir de la aplicación del modelo metaheurístico de optimización ACSA-OPT y su incorporación en el modelo simplificado de transporte, generando una comparación de las rutas propuestas versus la oferta de transporte actual que opera.

## 4. Desarrollo específico de la contribución

De acuerdo con lo descrito en el apartado anterior, a continuación, se hará el desarrollo de la metodología de trabajo con la que se busca completar los objetivos generales y específicos planteados para esta investigación.

### 4.1 Diagnóstico actual del sistema

De acuerdo con el informe Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público-SITP (Transmilenio, 2019) a continuación se hará un diagnóstico del sistema TransMilenio, enfocado en los componentes de demanda y oferta, con datos actualizados a 31 de diciembre de 2019.

#### 4.1.1 Demanda

En el mes de diciembre de 2019 en el sistema TransMilenio se generaron 86,720,321 validaciones pagas. En la Tabla 10 se relacionan las validaciones del sistema desagregadas por componente que lo integran.

Componente		Demanda	Participación
Zonal		31,153,496	36%
Troncal	Fases I y II	46,255,364	53%
	Fase III	7,071,986	8%
Dual		1,635,702	2%
Cable		603,773	1%
Total		86,720,321	

Tabla 10. Validaciones del sistema TransMilenio. Diciembre de 2019

Fuente: Elaboración propia a partir de (Transmilenio, 2019)

En la Figura 26, se muestra la evolución de la composición de la demanda del sistema en el 2019, desagregada por componentes.

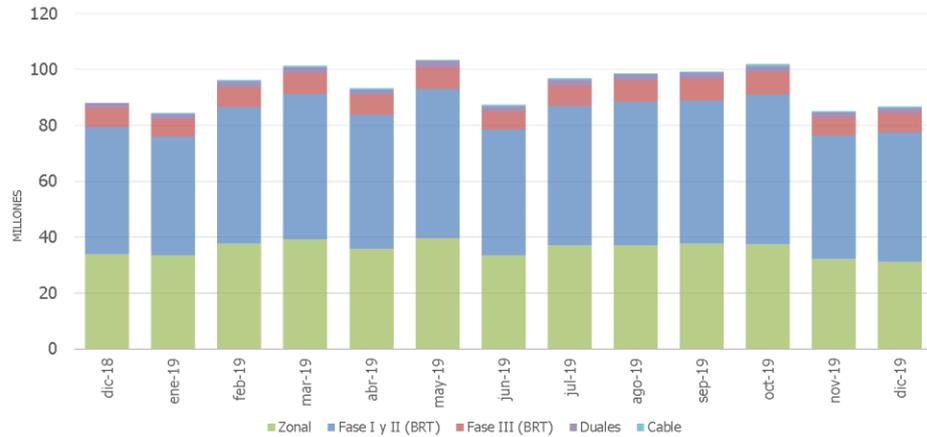


Figura 26. Evolución de demanda del sistema año 2019

Fuente: Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público-SITP (Transmilenio, 2019)

En la Figura 27 se muestra el perfil de demanda para un día típico de operación (lunes a viernes). En esta figura se identifican tres momentos particulares en el día; el primero se identifica la demanda de pasajeros en el período de máxima demanda de la mañana con un promedio de validaciones de 240,749; en el segundo momento se calcula una demanda promedio de 106,566 para el período valle; y en el tercer momento se estima una demanda promedio de 228,942 pasajeros para el período de máxima demanda de la tarde, lo cual representa el 95.1% de demanda respecto al período más cargado del día (período punta de la mañana).

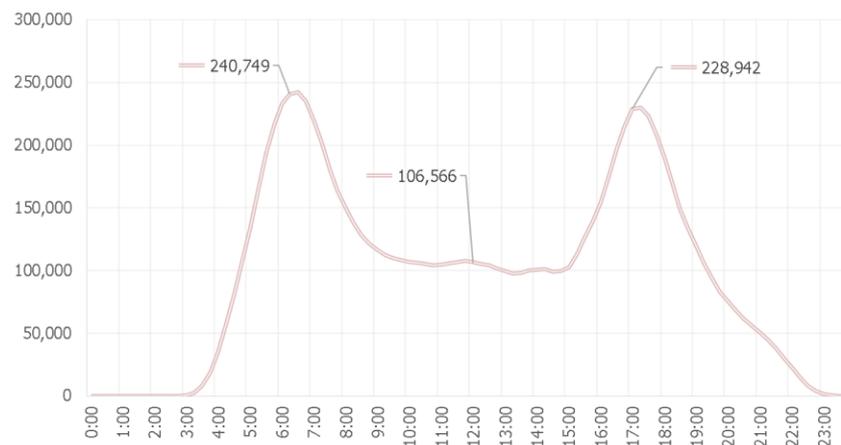


Figura 27. Perfil de demanda día típico Troncal

Fuente Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público-SITP (Transmilenio, 2019)

En promedio para un día hábil típico de diciembre de 2019 entraron al sistema 2,301,000 usuarios en las estaciones del sistema BRT de TransMilenio. Como se observa en la Figura

28 el 25,0% de las validaciones se concentran en las estaciones de cabecera o portales del sistema, mientras que el 69% de la demanda restante se concentró en las estaciones sencillas de operación.

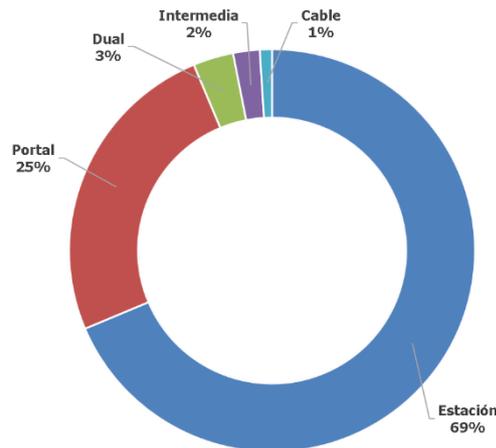


Figura 28. Repartición de la demanda en el sistema

Fuente: Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público-SITP (Transmilenio, 2019)

En cuanto al comportamiento del período más cargado del día, en la Figura 29 se identifica la variación promedio mensual de la demanda en el período de máxima demanda de la mañana. Se observa para el primer semestre del año se tuvo una alta variabilidad de la demanda respecto al segundo semestre esto en consecuencia que en el primer semestre del año se presentan escenarios atípicos en las actividades del diario vivir que se impactan bien sea o por el inicio de los calendarios académicos o por fiestas religiosas (semana santa) tal y como se observa en el mes de abril en donde se hace evidente una reducción de los viajes respecto al mes anterior y posterior. Para el segundo semestre, si bien hay una variación en el mes de julio, para los meses posteriores la demanda se estabiliza teniendo un comportamiento más típico en el mes de septiembre.

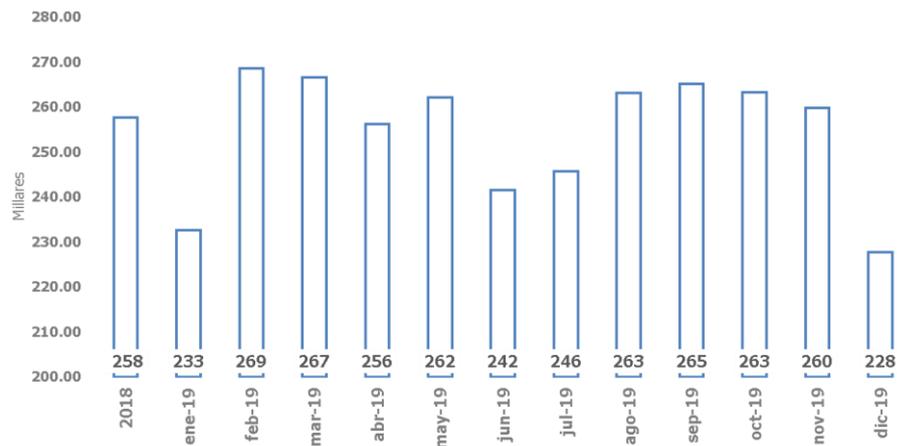


Figura 29. Evolución de la demanda promedio hora máxima demanda año 2019

Fuente: Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público-SITP (Transmilenio, 2019)

Con base en todo lo anterior y con el fin de limitar los alcances de esta investigación se plantea un análisis complementario de la demanda del sistema BRT de TransMilenio a partir de las validaciones generadas en el sistema para el mes de septiembre de 2019.

En este mes el sistema reporto un promedio de 2,471,671 de validaciones para un día hábil típico para el mes de septiembre de 2019. De este ejercicio se logra identificar que el máximo valor de validaciones se da en el corredor troncal AutoNorte con el 17% seguido por el corredor troncal Caracas, tal y como se relaciona en el Tabla 11. En la Figura 30 se identifica gráficamente la composición de la demanda en cada una de las troncales del sistema.

Troncal	Demanda	Participación
<b>(33) Zona B AutoNorte</b>	418,071	17%
<b>(36) Zona A Caracas</b>	335,735	14%
<b>(30) Zona G NQS Sur</b>	268,334	11%
<b>(34) Zona H Caracas Sur</b>	245,173	10%
<b>(31) Zona F Av. Américas</b>	222,606	9%
<b>(35) Zona D Calle 80</b>	179,327	7%
<b>(11) Zona K Calle 26</b>	177,225	7%
<b>(32) Zona C Av. Suba</b>	172,106	7%
<b>(12) Zona L Carrera 10</b>	135,836	5%
<b>(38) Zona E NQS Central</b>	133,902	5%
<b>Dual</b>	81,021	3%
<b>(37) Zona J Eje Ambiental</b>	43,360	2%
<b>(39) Zona F Calle 13</b>	37,986	2%
<b>(40) Zona T Ciudad Bolívar</b>	20,989	1%

Tabla 11. Validaciones del sistema TransMilenio. Septiembre de 2019

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

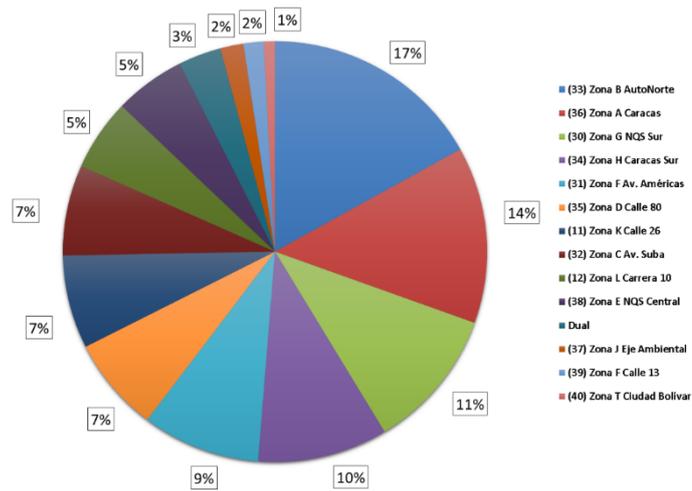


Figura 30. Composición de la demanda diaria por troncal del sistema.

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

En la Figura 31 se observa el comportamiento diario horario de la demanda en los diferentes corredores del sistema troncal. En tal sentido se logra inferir de manera aproximada que el corredor Autonorte oficia como envolvente de demanda de los demás corredores teniendo especial consideración sobre los comportamientos de la demanda que se dan en el período de la tarde.

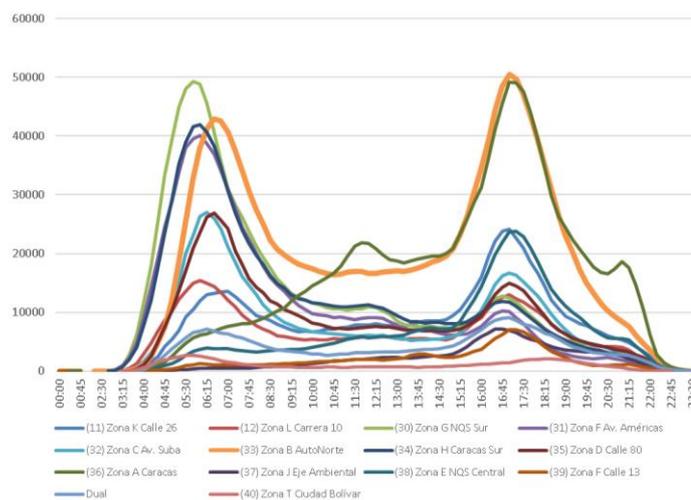


Figura 31. Variación horaria diaria de la demanda

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

Con base en lo anterior es prudente establecer que el corredor de la Autonorte tiene un comportamiento particular respecto a sus perfiles de demanda, haciendo que tome una especial relevancia respecto a los demás corredores troncales. En tal sentido, se considera que los análisis que se lleven a cabo sobre este corredor permitirán evaluar una propuesta inicial o piloto de acuerdo con los alcances de la presente investigación.

Considerando lo anterior se tomará como escenario de evaluación el corredor Autonorte para implementar los modelos híbridos metaheurísticos desarrollados.

### **4.1.2 Oferta**

Complementando la información relacionada en el capítulo dos del presente documento, a continuación se relacionarán elementos indicativos de la oferta del sistema enfocados en cantidad de flota vinculada, oferta de servicios y características de las estaciones del corredor Autonorte de acuerdo con la Cartilla de Estaciones Sencillas (Instituto de Desarrollo Urbano, 2007) y de la capacidad actual en función del número de buses hora que puede atender con un nivel de saturación del 60%.

#### **Flota vinculada**

De acuerdo con (Transmilenio, 2019) para diciembre de 2019 se tenía un total de 2,127 buses troncales conformados por 1,109 buses articulados, 757 buses biarticulados y 261 buses padrones.

#### **Oferta de servicios**

Según Mi Plan de Viaje (Transmilenio, 2020) el sistema BRT cuenta con 98 servicios unidireccionales que dan cobertura a las 114,4 Km de troncal. De este total de servicios el 13.27% corresponde a rutas que tienen origen en la Autonorte con destino otras troncales del sistema.

#### **Estaciones sencillas**

De acuerdo con Cartilla de Estaciones Sencillas ((Instituto de Desarrollo Urbano, 2007) y de los parámetros operacionales de diseño de las estaciones del sistema, en el Anexo III se relacionan las estaciones que hacen parte del corredor troncal Autonorte permitiendo identificar cantidad de vagones por sentido de circulación, tipología y capacidad de atención por tipología vehicular medido en buses/hora. Como complemento de lo anterior en la Figura 32 se muestra la ubicación geográfica de estas estaciones.

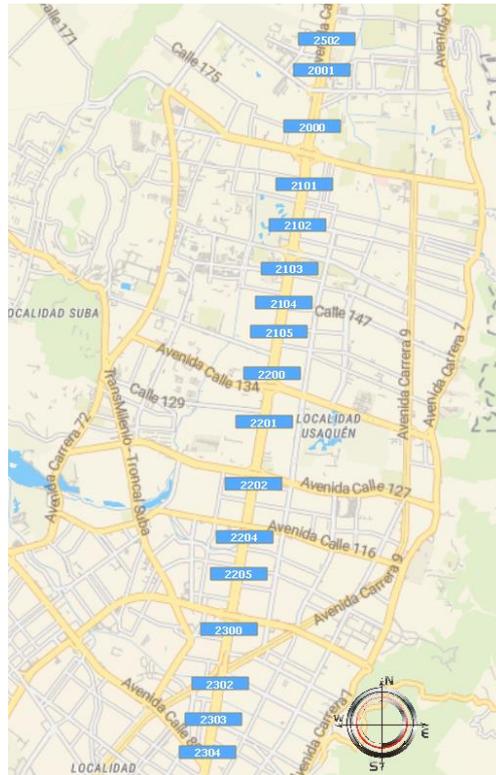


Figura 32. Posicionamiento geográfico de las estaciones del corredor troncal Autonosorte

Fuente: Elaboración propia

## 4.2 Proceso de generación de rutas

Este capítulo se aborda de manera inicial, con la descripción de la implementación del modelo híbrido, posteriormente desde el enfoque de su desarrollo y aplicación al corredor Autonosorte del sistema TransMilenio.

### 4.2.1 Implementación de modelo híbrido

A continuación, se hará una especificación formal del modelo en donde se incluye el pseudocódigo de ejecución del modelo, sus variables y parámetros, así como la formalización matemática tomada en cuenta para su implementación.

En este trabajo se propone un modelo híbrido denominado ACSA-OPT como solución al CVRP, el cual se basa en las bondades del modelo ACO, hibridándose con los méritos del SA.

El SA realiza una búsqueda de proximidad con un punto inicial de partida, y su velocidad de convergencia depende en gran medida del estado inicial. Es preciso señalar que el ACO puede alcanzar rápidamente un óptimo local, lo cual puede utilizarse como solución inicial de

SA, y mientras tanto el SA puede explorar una mejor solución utilizando la búsqueda de vecindario.

El modelo propuesto, ACSA-OPT, dadas sus características híbridas se considera como un modelo de combinación de bajo nivel construido en serie (- *Low-level Relay Hybrid* - LRH), toda vez que los procedimientos heurísticos están embebidos uno dentro del otro, de tal forma que para los dos procesos dados la función del procedimiento continente (el SA) se sustituye por el procedimiento embebido (el ACO) (Duarte Muñoz et al., 2007).

Respecto al modelo del ACO, mantiene los principios de ejecución basados en la construcción de solución inicial, búsqueda local y actualización global de feromonas.

En cuanto al procedimiento de construcción inicial cada hormiga puesta en el sistema representa un vehículo, y a partir del depósito de origen de forma continua se construye el recorrido mediante la selección de usuarios hasta que todos hayan sido visitados.

En cada paso de la construcción, la hormiga aplica una regla de decisión basada en la elección de probabilística para decidir a qué usuario debería visitar a continuación.

Para el caso de construcción de este modelo, y de acuerdo con los planteamientos hechos por (Huang & Ding, 2013), la fórmula probabilística con la que una hormiga  $k$  del usuario actual, elige al usuario siguiente  $j$  se relaciona en la Ecuación 11:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)\mu_{ij}^\gamma(t)\iota_{ij}^\phi(t)}{\sum_{r \in N_i^k} \tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)\mu_{ij}^\gamma(t)\iota_{ij}^\phi(t)} & \text{si } j \in N_i^k \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

Ecuación 11. Fórmula probabilística de elección

Fuente: Adaptado a las condiciones del modelo de acuerdo con (Huang & Ding, 2013)

Donde:

$N_i^k$  representa el vecindario factible de la hormiga en el usuario actual  $i$

$\tau_{ij}(t)$  es la cantidad de feromona en la arista que une los nodos  $i$  y  $j$

$\eta_{ij}(t)$  es la información heurística correspondiente a la medición de la visibilidad de las hormigas, y se define como la distancia entre los nodos  $i$  y  $j$

$\mu_{ij}(t)$  es el algoritmo de ahorro propuesto por Clarke y Wright en 1964 (Clarke & Wright, 1964). El ahorro al combinar dos usuarios cualesquiera,  $i$  y  $j$ , se calcula como

se relaciona en la Ecuación 12:

$$\mu_{ij}(t) = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$$

Ecuación 12. Algoritmo de ahorro propuesto por Clarke y Wright

$\mu_{ij}(t)$  representa el peso del camino, el cual se representa como el valor porcentual del peso entre los usuarios visitados y el depósito de origen.

$\alpha, \beta, \gamma$  y  $\phi$  son parámetros de control.

En cuanto al proceso de búsqueda local, después que las hormigas han construido las soluciones, se aplica una búsqueda local para mejorar la calidad de la solución de cada hormiga. Se realiza un cruce de recorridos de la solución inicial con el objetivo de lograr una reorganización con un nuevo ordenamiento con el cual se garantice que tenga un costo menor que el recorrido inicial utilizado. Dentro del modelo desarrollado este proceso se ejecuta a todos los recorridos obtenidos dentro de la solución inicial; cuando se ha aplicado este proceso a todos los recorridos de la ruta, la ruta resultando se denomina como optima.

Dentro del proceso de búsqueda de recorridos por parte de las hormigas, es necesario recurrir a la actualización global de las feromonas. Este proceso se da en cada iteración del proceso con el fin de mejorar la construcción de recorridos. Para el caso particular de este modelo, la actualización se hace de acuerdo con la Ecuación 13, donde  $\rho$  es la tasa de evaporación

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) * \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}$$

Ecuación 13. Fórmula actualización global de feromona

Fuente: Adaptado a las condiciones del modelo de acuerdo con (Huang & Ding, 2013)

En la Figura 33 se muestra el pseudocódigo correspondiente al modelo de ejecución del AC.

<b>ALGORITMO AC</b>
Inicializa el sistema (Parámetros)
<b>Repetir</b>
Construcción de soluciones de hormigas
Realizar búsqueda local
Actualización global de las feromonas
<b>Hasta</b> encontrar solución optimizada por AC

Figura 33. Pseudocódigo de modelo de ejecución del ACO

Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenida una solución a partir del proceso ejecutado por el ACO, este se incorpora dentro del modelo del SA como solución inicial para completar el proceso de optimización.

Dentro del proceso de ejecución, el SA busca optimizar una solución inicial comenzando con una temperatura inicial elevada  $T_0$ , para luego enfriarla mediante una búsqueda de vecindario hasta alcanzar una temperatura final  $T_f$ .

A partir de una solución inicial, el SA avanza a lo largo de varias iteraciones, y en cada una de ellas se genera un vecindario aleatorio.

Las iteraciones que mejoran la función de costo siempre son aceptadas, en caso contrario, el vecindario que no cumpla con los criterios de calidad se selecciona en función de una probabilidad que depende de la temperatura actual y una tasa de cambio  $\Delta E$  de la función objetivo, siendo  $\Delta E$  la representación de la diferencia del valor objetivo entre la solución actual y la solución de vecindario generada. Esta probabilidad se ajusta, de manera general, a la distribución de Boltzmann tal y como se relaciona en la Ecuación 14.

$$P(S') = e^{-\frac{\Delta E}{T(t)}}$$

Ecuación 14. Cálculo de probabilidad del SA

Fuente: Adaptado a las condiciones del modelo de acuerdo con (Sun et al., 2017)

Donde  $\Delta E = C(S') - C(S)$ , siendo S la solución actual del modelo, S' la nueva solución, C(S) constituye el valor de la función objetivo de S y C(S') es el nuevo valor de la función objetivo de S'; T(t) es la temperatura actual y P(S') es el valor de la probabilidad en donde el SA acepta una nueva solución S'.

Para cada T(t), el SA realiza una búsqueda de vecindario, teniendo como característica particular la tasa a la cual la temperatura T se reduce de acuerdo con donde  $T(t+1) = \lambda T(t)$  para  $\lambda \in [0,1]$ .

Dentro de la configuración que se le ha dado al modelo para la fase del SA se ha considerado la configuración de tres tipos de búsqueda de vecindario: intercambio, inversión e inserción.

La operación de intercambio selecciona de forma aleatoria dos usuarios para luego intercambiar sus posiciones. Es importante considerar el hecho de que estos dos usuarios pueden ser de una o de dos rutas diferentes.

La operación de inversión hace una selección aleatoria de una ruta en la que dos usuarios se seleccionan aleatoriamente y luego todos los usuarios se invierten entre esos dos usuarios.

La operación de inserción selecciona un usuario al azar, y posteriormente lo inserta en una posición aleatoria.

Con la solución dada por el modelo del ACO, se toma como solución inicial para el inicio del proceso del SA seleccionando de manera aleatoria una de las tres operaciones mencionadas para realizar una búsqueda en el vecindario y así comenzar con el proceso de optimización.

De acuerdo con lo descrito anteriormente, en la Figura 34 se indica el pseudocódigo para el modelo del SA, junto con el proceso en donde se incluye la incorporación del modelo del ACO.

**ALGORITMO SA**

```

Inicializa Parámetros
 $S_0 \leftarrow S_{opt}; S \leftarrow S_{opt}$ 
 $S_0 \leftarrow \text{Solución Algoritmo ACO}$ 
 $Tabú \leftarrow []; T \leftarrow T_0; Contador \leftarrow 0$ 
While  $T > T_f$ 
    Genera solución  $S'$  en el vecindario de  $S$ 
    Genera solución  $S'$  en el vecindario de  $S$ 
    If  $Tabú$  contiene a  $S'$  then
        Omita esta condición
    else
        Agregar  $S'$  a  $Tabú$ 
    end
     $\Delta \leftarrow C(S') - C(S)$ 
    If  $\Delta < 0$  then
        Acepta la nueva solución  $S \leftarrow S'$ 
    else
        Genera  $rand \leftarrow U(0,1)$  aleatoriamente
        If  $rand < e^{-\frac{\Delta}{T(\theta)}}$  then
            Acepta la nueva solución  $S \leftarrow S'$ 
        end
    end
    If  $C(S) < C(S_{opt})$  then
        Actualice la mejor solución  $S_{opt} \leftarrow S$ 
    end
    If  $Contador = MaxI$  then
        Reduce la temperatura  $T \leftarrow \lambda T$ 
         $Contador \leftarrow 0$ 
    end
end

```

Figura 34. Pseudocódigo de modelo de ejecución del SA

Fuente: Elaboración propia

El software usado para generar la programación de los modelos propuestos fue Matlab

® en su versión R2019b.

Es preciso referenciar que para la construcción de este modelo de optimización se tuvieron en cuenta los desarrollos previos hechos en materia de programación y estructuración de código de acuerdo con *Combinatorial Problems and Ant Colony Optimization Algorithm* (*Combinatorial Problems and Ant Colony Optimization Algorithm*, s. f.), YPAP108 *Vehicle Routing Problem* (Yarpiz, s. f.) y los trabajos adelantados por (Huang & Ding, 2013) y (Sun et al., 2017).

Con el fin dar mayor claridad al modelo ACSA-OPT, en el Anexo IV se relacionan las variables que intervienen en su ejecución junto con el proceso al cual hace parte; mientras que en el Anexo V se relaciona el código principal de ejecución de este modelo.

## 4.2.2 Desarrollo de modelo híbrido

Con base en la información disponible para el sistema BRT TransMilenio, se plantea abordar el proceso de generación de rutas desde tres enfoques que se consideran como optimizables en el marco del desarrollo de este estudio.

El primero, desde el enfoque puro de optimización del TSP, en donde el objetivo es encontrar una ruta que comienza en un lugar de origen, visita un conjunto de puntos definidos y regresa al punto de partida de tal manera que la distancia total recorrida sea mínima y cada punto sea visitado exactamente una vez. Como insumo principal del cálculo se tienen las coordenadas geográficas de las estaciones las cuales se relacionan en la Tabla 12.

ID	NOMBRE	X	Y
2000	PORTAL NORTE	1003975.4	1017182
2001	CALLE 187	1003992.4	1017791
2101	TOBERIN	1003787.4	1016347
2102	CARDIO INFANTIL	1003681.4	1015717
2103	MAZUREN	1003552.4	1015042
2104	CALLE 146	1003467.4	1014508
2105	CALLE 142	1003395.4	1014058
2200	ALCALA	1003281.4	1013413
2201	PRADO	1003161.4	1012658
2202	CALLE 127	1003001.4	1011705
2204	PEPE SIERRA	1002859.4	1010886
2205	CALLE 106	1002765.4	1010317
2300	CALLE 100	1002615.4	1009448

ID	NOMBRE	X	Y
2302	VIRREY	1002476.4	1008612
2303	CALLE 85	1002381.4	1008063
2304	HEROES	1002290.4	1007555
2502	TERMINAL	1004132.4	1018585

Tabla 12. Coordenadas geográficas estaciones sencillas troncal Autonorte

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

El segundo, a partir de los beneficios que otorga el SAE<sup>6</sup> mediante la extracción de datos pasivos del uso del sistema, la alta precisión de las horas de las validaciones y de las horas de pasada de los buses por las paradas, es posible calcular los tiempos promedio de viaje (medidos en minutos) entre estaciones para diferentes períodos del día. En tal sentido se usarán los tiempos promedio de viaje entre las estaciones de la troncal Autonorte para un día hábil de operación los cuales se relacionan en Tabla 13.

	PORTAL NORTE	CALLE 187	TOBERIN	CARDIO INFANTIL	MAZUREN	CALLE 146	CALLE 142	ALCALA	PRADO	CALLE 127	PEPE SIERRA	CALLE 106	CALLE 100	VIRREY	CALLE 85	HEROES	TERMINAL
PORTAL NORTE	0	11	5	7	8	9	9	12	13	15	18	18	20	24	23	29	14
CALLE 187	7	0	7	12	11	12	15	11	18	16	16	20	24	22	26	28	5
TOBERIN	5	8	0	7	6	5	6	7	9	12	11	14	15	18	20	24	11
CARDIO INFANTIL	8	15	10	0	5	9	6	11	13	15	18	14	17	22	20	27	19
MAZUREN	10	12	6	4	0	4	5	10	12	14	12	12	16	19	17	22	15
CALLE 146	9	13	5	11	5	0	3	4	7	10	9	11	14	15	16	19	16
CALLE 142	10	16	6	6	6	4	0	4	5	7	13	10	11	18	17	20	20
ALCALA	10	11	6	12	10	4	4	0	4	6	6	9	11	13	14	16	14
PRADO	12	17	9	13	12	7	5	3	0	4	8	10	11	15	11	16	20
CALLE 127	14	16	12	16	14	9	8	5	4	0	5	9	8	11	12	12	20
PEPE SIERRA	15	15	10	19	13	8	12	5	9	5	0	3	6	7	10	13	18
CALLE 106	16	21	13	15	11	10	12	10	10	11	3	0	4	7	8	11	24
CALLE 100	18	24	14	16	16	13	10	9	7	6	6	4	0	4	5	7	26
VIRREY	21	21	17	23	18	14	16	12	14	10	7	6	4	0	3	6	24
CALLE 85	21	26	18	19	16	15	15	13	12	10	9	7	4	3	0	4	28
HEROES	25	28	20	25	22	17	16	14	13	12	12	10	6	4	6	0	31
TERMINAL	9	3	9	13	13	14	17	14	20	19	18	22	28	25	29	32	0

Tabla 13. Tiempo de viaje promedio entre estaciones sencillas troncal Autonorte

<sup>6</sup> Sistema de Ayuda a la Explotación, es un software para control y mejoramiento del servicio y gestión de la flota de buses del sistema TransMilenio.

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

El tercero, es la demanda de pasajeros entre estaciones. Este criterio, aunque pareciera trivial toda vez que la naturaleza de un sistema de transporte público es llevar personas de un punto de origen a un punto de destino, dentro de los procesos de optimización combinatoria enfocados al transporte se busca encontrar el conjunto óptimo de rutas que de atención a todas las demandas. En tal sentido se plantea la evaluación bajo los criterios de demanda entre estaciones como factor de optimización para el diseño de rutas.

Con información de carácter primario se utilizará la matriz origen destino a nivel de etapas y viajes del sistema, estimada a partir de información proveniente de los medios de pago, geoposicionamiento de los buses e información complementaria relacionada con la infraestructura del sistema para la ciudad de Bogotá.

Para los fines investigativos de este estudio se usará la matriz de viajes del sistema troncal para el período de máxima demanda de la mañana (06:45 am - 07:45 am), extrayendo solo viajes que hacen parte de la troncal Autonorte. En la Tabla 14 se relaciona la matriz resultante de este ejercicio.

	PORTAL NORTE	CALLE 187	TOBERIN	CARDIO INFANTIL	MAZUREN	CALLE 146	CALLE 142	ALCALA	PRADO	CALLE 127	PEPE SIERRA	CALLE 106	CALLE 100	VIRREY	CALLE 85	HEROES	TERMINAL
PORTAL NORTE	0	275	390	183	261	383	425	770	832	1349	1358	1365	5062	1931	1853	1781	212
CALLE 187	77	0	104	29	70	53	56	181	81	303	378	260	575	402	290	338	23
TOBERIN	326	147	0	14	29	47	106	226	211	583	778	530	1885	870	669	699	141
CARDIO INFANTIL	80	31	7	0	6	9	11	20	41	57	63	102	335	163	235	209	30
MAZUREN	223	116	58	15	0	21	7	30	51	155	254	221	722	375	320	281	78
CALLE 146	300	93	71	13	31	0	10	51	64	262	374	238	1089	482	397	478	66
CALLE 142	318	76	83	19	13	30	0	20	35	131	149	160	640	319	342	305	55
ALCALA	412	208	145	23	26	20	39	0	18	188	325	274	930	549	603	448	194
PRADO	423	71	130	35	17	30	37	18	0	33	75	92	368	193	237	160	81
CALLE 127	211	73	79	14	19	32	34	44	10	0	8	26	161	107	129	126	81
PEPE SIERRA	160	67	65	14	19	21	17	41	9	18	0	6	46	67	83	59	76
CALLE 106	166	28	56	12	17	21	18	34	18	18	9	0	17	34	53	40	36
CALLE 100	401	73	136	34	41	50	58	86	63	72	35	12	0	32	55	60	82
VIRREY	44	12	15	4	5	7	13	16	10	19	14	6	7	0	3	4	16
CALLE 85	98	15	27	9	7	16	12	21	13	23	20	13	27	3	0	2	13
HEROES	76	14	22	9	5	13	7	22	9	17	10	11	27	2	2	0	19
TERMINAL	76	21	73	21	70	58	57	225	90	418	501	290	540	518	314	454	0

Tabla 14. Matriz de viajes origen destino entre estaciones sencillas troncal Autonorte

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

En consecuencia, se ha dispuesto en el modelo de optimización de tres estructuras de datos en donde se configuran los escenarios considerados de acuerdo con la arquitectura de ejecución del modelo denominados así:

- ACSA-OPT Distancia
- ACSA-OPT Tiempo
- ACSA-OPT Demanda

Para el modelo ACSA-OPT Distancia se tiene un valor de costo óptimo de 35,204 en el sistema; este valor se logra en el rango comprendido entre las 0 y 200 iteraciones. En la Tabla 15 se relacionan las soluciones obtenidas en el proceso de modelación junto con la demanda contenida en cada una de ellas.

RESULTADO	AC	SA	
		SOLUCIÓN	DEMANDA
SOLUCION ÓPTIMA	[16 1 9 10 13]	[11,12]	16,037
	[2 7 12 14]	[13,15,14]	17,076
	[3 4 15 11 8 6 5]	[16 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]	18,143
LONGITUD TOTAL	58,289	35,204.	

Tabla 15. Comparación de soluciones modelo ACSA-OPT Distancia

Fuente: Elaboración propia

Para el modelo ACSA-OPT Tiempo se tiene un valor de costo óptimo de 105,5 en el sistema; este valor se logra en el rango comprendido entre las 200 y 400 iteraciones. En la Tabla 16 se relacionan las soluciones obtenidas en el proceso de modelación junto con la demanda contenida en cada una de ellas.

RESULTADO	AC	SA	
		SOLUCIÓN	DEMANDA
SOLUCION ÓPTIMA	[10 14 3 2]	[16,1,9,10,7,2]	13,786
	[13 16 8]	[8,14,15,13,5]	19,442
	[9 15 12 11 6 7 4 5 17]	[4,11,12,6,3]	18,028
LONGITUD TOTAL	203	105.5	

Tabla 16. Comparación de soluciones modelo ACSA-OPT Tiempo

Fuente: Elaboración propia

Para el modelo ACSA-OPT Demanda se tiene un valor de costo óptimo de 1552,5 en el sistema; este valor se logra en el rango comprendido entre las 0 y 200 iteraciones. En la Tabla

17 se relacionan las soluciones obtenidas en el proceso de modelación junto con la demanda contenida en cada una de ellas.

RESULTADO	AC	SA	
		SOLUCIÓN	DEMANDA
SOLUCION ÓPTIMA	[3 14 13]	[3,13,14,15,2]	18,985
	[2 6 8 10 15 16]	[4,7,8,9,10,5]	12,804
	[5 4 11 12 9 7 17]	[16,6,11,12,1]	19,467
LONGITUD TOTAL	8232	1552.5	

Tabla 17. Comparación de soluciones modelo ACSA-OPT Demanda

Fuente: Elaboración propia

Con el fin de relacionar en detalle los resultados obtenido mediante el modelo de optimización en el Anexo VI se muestran los resultados gráficos de cada uno de los escenarios modelados así como la asociación de rutas generadas con las estaciones del sistema para el corredor troncal Autonorte.

Una vez concluido este proceso, se avanzará en la incorporación de las rutas obtenidas en el siguiente paso con el fin de evaluar su funcionalidad en un sistema robusto como lo es el BRT de TransMilenio.

### 4.3 Proceso de evaluación del sistema

El proceso de estimación de la demanda se puede resumir en tres etapas: cálculo de la demanda potencial o demanda real (matrices de viajes), simulación de la oferta (redes y rutas de transporte) y cálculo de las elecciones de itinerarios y rutas.

La modelación de la demanda de transporte se basa en la evaluación de las estrategias de viaje entre zonas de origen y zonas de destino para grupos homogéneos de usuarios. La estrategia de viaje depende de la combinación de tiempos (o costos) de diferentes modos desde el origen del viaje hasta el destino final. Para el cálculo del costo del viaje se consideran los tiempos de cada etapa y también el costo monetario de cada acceso a un vehículo de transporte público (tarifa).

Las estrategias de viaje se determinan desde todos los orígenes a cada destino como combinaciones de todas las probabilidades, tiempos de viaje en la red y costos. Así se obtiene la probabilidad de uso de las diferentes rutas, y los volúmenes de pasajeros en el sistema por ruta.

Para realizar este tipo de análisis, se usan modelos de transporte con los cuales se busca representar la realidad a través de la definición de elementos tales como:

- Zonas de transporte, en las cuales se divide el área de estudio para establecer las características y deseos de viaje de la población;
- Red vial, representando las principales vías a través de nodos (intersecciones) y arcos (tramos de vía) que contienen información de longitud, número de carriles, velocidad de circulación, etc.
- Rutas y servicios de transporte público, cuyo recorrido se representa sobre la red vial, incluyendo información de frecuencias ofertadas, capacidad de los vehículos, tarifas de cada modo y penalizaciones específicas.
- Factores de ponderación de los costos y tiempos que hacen parte de las diferentes etapas de los viajes, incluyendo el Valor Subjetivo del Tiempo.
- Demanda de viajes, representada mediante una matriz de origen y destino que recoge los viajes entre las diferentes zonas consideradas.

Para la adecuada representación de esta información, se emplean bases geográficas con las cuales se logran referencias los diferentes elementos del modelo, integrándolos en programas asociados a sistemas de información geográfica y de transporte.

Para la modelación de la demanda, se hace necesario de herramientas especializadas de planificación de transporte urbano con la cual se logre representar de manera idónea el sistema de transporte evaluado.

### **4.3.1 Conceptualización de modelo simplificado de transporte**

Un modelo simplificado hace referencia a la representación a nivel de modelo de planificación de transporte de la oferta y demanda de forma independiente; se denomina simplificado porque se reduce el nivel de complejidad en el proceso de asignación de la demanda, teniendo en cuenta que la demanda se convierte en un insumo fijo del modelo que no está sujeta a ningún tipo de selección modal, por lo cual la estrategia de viaje de cada usuario se reduce a la optimización de las variables propias como son: velocidad, intervalo y tiempo de trasbordo.

La utilidad del modelo simplificado radica en poder predecir el comportamiento de los usuarios frente a la oferta de servicios y de forma contraria proponer la oferta de acuerdo con la

distribución e intensidad de la demanda entre las diferentes troncales que conforman el sistema.

Para el caso de esta investigación, se ha hecho uso de un modelo simplificado de transporte del sistema TransMilenio, el cual representa el conjunto de vías que conforman la red troncal BRT del sistema junto con los conectores que permiten la interacción entre la oferta de servicios troncales y la demanda de viajes.

En la Tabla 18 se presenta el detalle de los atributos utilizados dentro del modelo simplificado para la caracterización de la oferta vial y de servicios.

<b>Tipo de oferta</b>	<b>Atributos</b>	<b>Características</b>
Red Vial	Length	Longitud de arcos
	Modo	"p" Caminar "t" Transmilenio
	Tipo	15= Transmilenio 20= Conector
	Número de carriles	
	Función flujo/demora	
	Variables de usuarios	UL1-UL2-UL3
Red De Transporte	Modo	"t" Transmilenio
	Intervalo	Período de tiempo expresado en minutos
	Tiempo de parada	
	Función flujo/demora	
	Tiempo en parada final	
	Variables de usuarios	US1-US2-US3

Tabla 18. Atributos modelo simplificado de transporte

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 35 se presenta gráficamente las redes que conforman la oferta de infraestructura dentro del modelo simplificado.

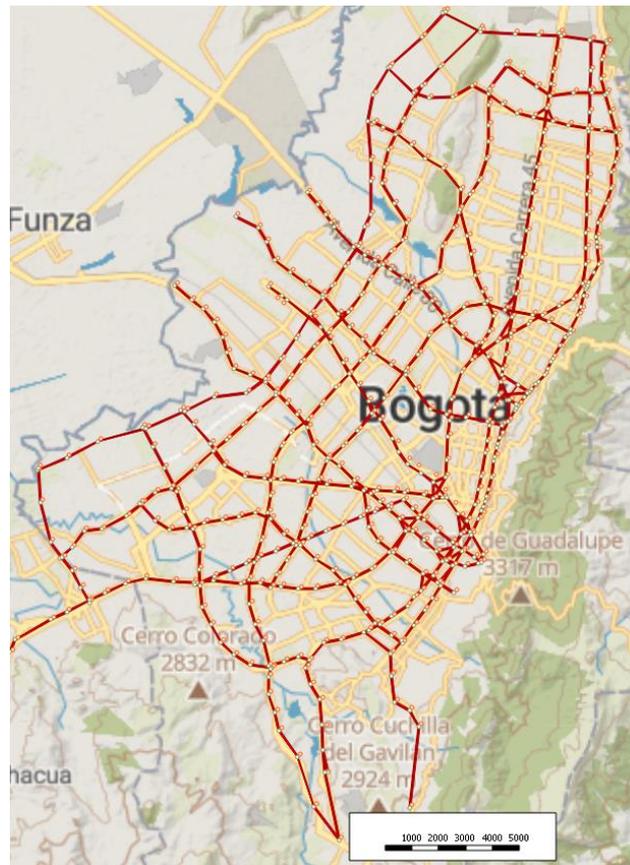


Figura 35. Oferta de infraestructura modelo simplificado

Fuente: Elaboración propia

### 4.3.2 Variables consideradas dentro del modelo simplificado

La asignación de la demanda en el modelo simplificado permite establecer su comportamiento en función de la oferta de servicios, donde para cada par origen-destino de viajes se establece un conjunto de estrategias que minimiza el tiempo total de viaje dentro de un rango admisible de tiempo; la asignación realizada se basa en el método de estrategias óptimas de acuerdo con los planteamientos dados por Wardrop (Wardrop, 1952), expuestos con anterioridad.

Una manera de entender el proceso de asignación, representado por el modelo simplificado, es aplicando la función costo generalizado de viaje e identificando las variables utilizadas dentro del proceso de asignación que inciden a la hora de asignar la demanda por servicio.

En la Tabla 19 se relacionan los atributos de red vial y de transporte que influyen en el proceso de asignación de la demanda.

VARIABLE	ESTADO	OBSERVACIÓN
Tarifa	No se incluye	El Sistema TransMilenio posee una tarifa plana con la cual el usuario puede hacer uso de todos los servicios que requieran para realizar su viaje, es decir el valor de tarifa es el mismo para cada uno de los pares origen-destino, por lo cual no incide en la asignación del modelo simplificado.
Tiempo de Viaje	Si se Incluye	A la hora de asignar la demanda depende de: la velocidad asignada a la red, del número de semáforos (9 segundos perdidos en promedio por semáforo) y del tiempo en paradero ( $dwt=.5$ ), este último se estima en 30 segundos como parámetro de calibración del modelo.
Tiempo de Caminata	Si se Incluye	El tiempo de caminata esta simulado en los conectores y pasos peatonales del sistema a una velocidad de 4 Km/h.
Tiempo de Espera	Si se Incluye	Función del Intervalo.
Tiempo de Abordaje	Si se Incluye	Este tiempo incluye el abordaje en cada estación y para abordajes adicionales simula el tiempo de trasbordo.
Penalización Tiempo de Espera	Si se Incluye	"2"
Penalización Tiempo de Caminata	Si se Incluye	"2"
Penalización Tiempo de Transferencia	Si se Incluye	"1"

Tabla 19. Atributos red vial y de transporte

Fuente: Elaboración propia

### 4.3.3 Desarrollo del modelo simplificado

De acuerdo con las premisas anteriormente descritas, se han incorporado los diseños de rutas logrados a partir del modelo de optimización en un modelo simplificado de transporte que representa el sistema BRT de TransMilenio. Este oficia como herramienta básica, construido en el en el software EMME en su versión 4.4.4.2 64-bit, para replicar acciones de diseño y mejora continua sobre la operación del sistema, validadas por el conocimiento sobre la operación real.

En tal sentido y con el fin de generar un proceso de evaluación se han implementado 4 escenarios de comparación con el fin de obtener resultados concluyentes de las rutas

optimizadas mediante el modelo ACSA-OPT, comparándolas con un escenario real de operación, ajustándolo a los alcances de este estudio.

De modo tal, a continuación, se hace una descripción de los escenarios construidos y modelados para tal fin.

- En el primer escenario se integran las rutas obtenidas a partir de la optimización por distancia y se ha denominado ACSA-OPT Distancia.
- En el segundo escenario se integran las rutas obtenidas a partir de la optimización por tiempo y se ha denominado ACSA-OPT Tiempo.
- En el tercer escenario se integran las rutas obtenidas a partir de la optimización por demanda y se ha denominado ACSA-OPT Demanda.
- En el cuarto escenario se integran las actuales operativas del sistema BRT de TransMilenio que operan sobre el corredor Autonorte, ajustando sus recorridos al trayecto evaluado en la presente investigación. Se tienen un total de 36 trayectos unidireccionales sobre este tramo troncal.

En la Figura 36 se muestra la implementación y denominación de los escenarios en el ambiente del software del modelo simplificado. De igual manera en la Figura 37 se relacionan los cuatro escenarios de oferta construidos para su evaluación.

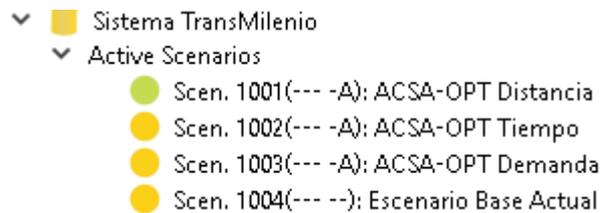


Figura 36. Implementación de los escenarios

Fuente: Elaboración propia

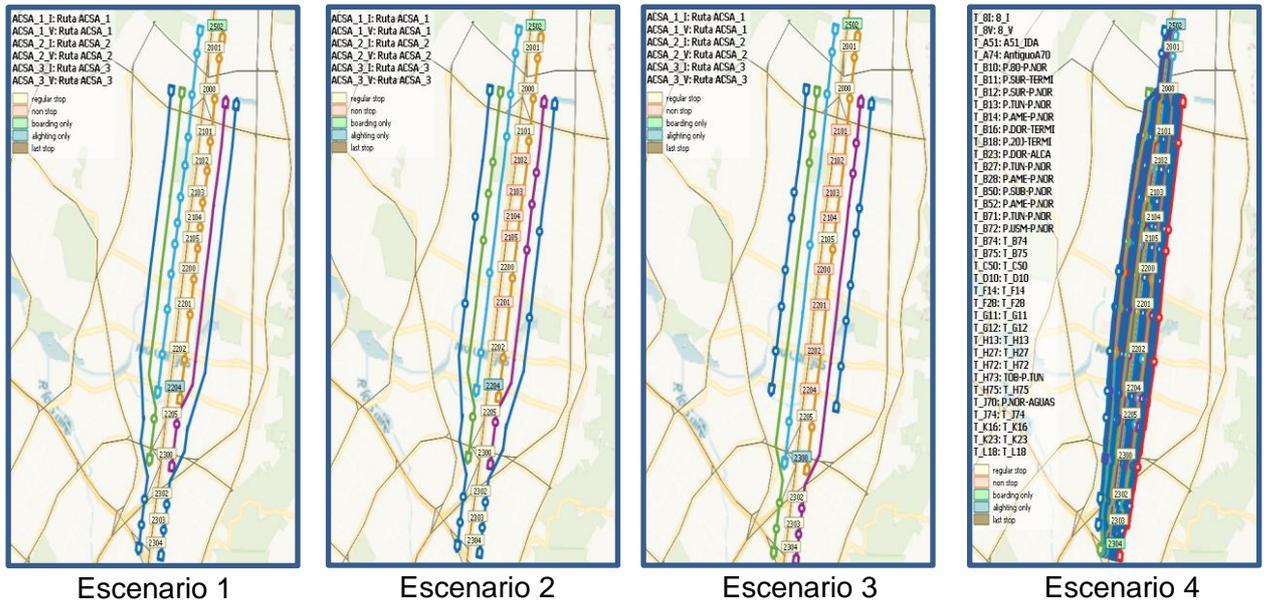


Figura 37. Escenarios de oferta construidos

Fuente: Elaboración propia

En términos generales dentro de los parámetros relevantes en la estructuración del modelo se dispuso de una matriz de viajes, relacionada en la Tabla 14, la cual tiene una dimensión de 17 x 17 y una magnitud de 54,510 viajes correspondiente al período de máxima demanda de la mañana para un día hábil de operación.

De acuerdo con el proceso interno de modelación, una vez surtidos todos los pasos de ajuste y parametrización se obtuvieron las asignaciones de demanda, tal y como se observa en la Figura 38 , sobre el corredor troncal de la Autonorte en cada uno de los escenarios propuestos para su evaluación.

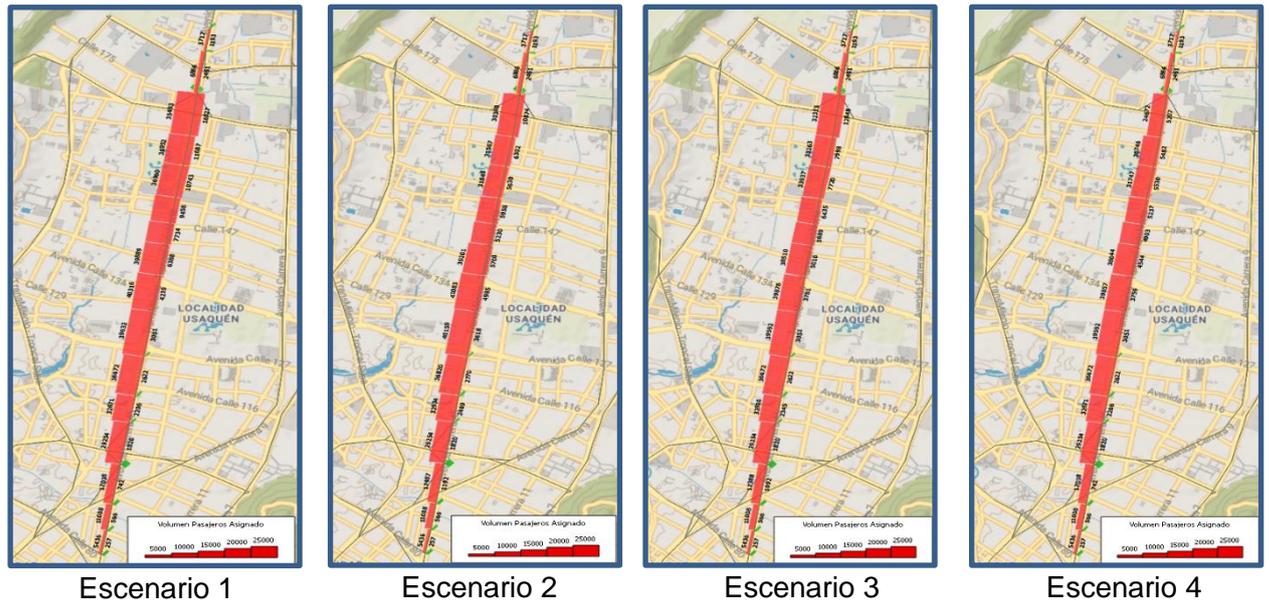


Figura 38. Asignación de la demanda

Fuente: Elaboración propia

En el Anexo VII se muestran las asignaciones de demanda para los escenarios ACSA en cada una de las rutas generadas por el modelo de optimización.

## 4.4 Análisis y resultados

En este apartado es conveniente abordar los resultados obtenidos desde el modelo transporte desde varias componentes de acuerdo con los 4 escenarios evaluados que son:

- Escenario con resultados asociados a proceso de optimización por distancia entre estaciones
- Escenario con resultados asociados a proceso de optimización por tiempo de viaje entre estaciones
- Escenario con resultados asociados a proceso de optimización por demanda de usuarios entre estaciones
- Escenario base de evaluación con condiciones actuales de operación, adaptándolo a los criterios considerados en el presente estudio.

De acuerdo con lo anterior los análisis y resultados que se tratarán en este apartado se enfocarán desde tres enfoques de análisis y evaluación. El primer enfoque se concentra en los resultados obtenidos con relación a asignación de la demanda y sus variaciones. El segundo se enfoca en el cálculo de los beneficios obtenidos de manera generalizada en el sistema por la implementación de las propuestas consideradas para la evaluación.

Y el tercero se orienta al análisis de capacidad de las estaciones de acuerdo con los escenarios evaluados.

En cuanto al primer enfoque, de la Figura 39 a la Figura 42 se relacionarán los resultados de asignación de las propuestas de rutas obtenidas mediante el modelo de optimización metaheurístico ACSA-OPT así como el escenario base de la situación actual.

Line	No. veh (int)	Headway	Length	Time	Pass.	MaxLoad	MaxVol
<b>ACSA_1_I</b>	<b>29</b>	0.64	7.82	18.05	23845	0.93	13989.4
<b>ACSA_1_V</b>	<b>32</b>	0.59	7.82	18.35	17247	0.90	14617.2
<b>ACSA_2_I</b>	<b>28</b>	0.67	7.91	18.18	15699	0.94	13510.1
<b>ACSA_2_V</b>	<b>3</b>	7.22	7.91	18.84	1366	0.94	1250.3
<b>ACSA_3_I</b>	<b>41</b>	0.57	9.84	23.10	16352	0.93	15744.3
<b>ACSA_3_V</b>	<b>4</b>	8.00	9.84	24.04	680	0.47	569.3
<b>Sum:</b>					<b>137</b>	<b>75190</b>	

Figura 39. Resultados de asignación ACSA Distancia

Fuente: Elaboración propia

Line	No. veh (int)	Headway	Length	Time	Pass.	MaxLoad	MaxVol
<b>ACSA_1_I</b>	<b>17</b>	1.10	7.82	18.05	15276	0.88	7651.4
<b>ACSA_1_V</b>	<b>12</b>	1.60	7.82	18.35	9308	1.14	6842.6
<b>ACSA_2_I</b>	<b>32</b>	0.58	7.91	18.18	18137	0.97	16033.3
<b>ACSA_2_V</b>	<b>5</b>	4.53	7.91	18.84	3139	1.20	2550.7
<b>ACSA_3_I</b>	<b>42</b>	0.55	9.84	23.10	19014	0.93	16240.6
<b>ACSA_3_V</b>	<b>4</b>	6.05	9.84	24.04	1955	0.93	1480.9
<b>Sum:</b>					<b>112</b>	<b>66829</b>	

Figura 40. Resultados de asignación ACSA Tiempo

Fuente: Elaboración propia

Line	No. veh (int)	Headway	Length	Time	Pass.	MaxLoad	MaxVol
<b>ACSA_1_I</b>	<b>35</b>	0.63	9.28	21.46	24848	1.06	16215.1
<b>ACSA_1_V</b>	<b>7</b>	3.66	9.28	21.96	4221	0.94	2460.9
<b>ACSA_2_I</b>	<b>39</b>	0.60	9.84	23.10	17204	0.81	13039.3
<b>ACSA_2_V</b>	<b>13</b>	1.86	9.84	24.04	6243	1.14	5881.5
<b>ACSA_3_I</b>	<b>19</b>	0.80	6.45	14.77	16832	1.04	12502.4
<b>ACSA_3_V</b>	<b>12</b>	1.34	6.45	15.23	6403	0.77	5483.8
<b>Sum:</b>					<b>125</b>	<b>75751</b>	

Figura 41. Resultados de asignación ACSA Demanda

Fuente: Elaboración propia

Line	No. veh (int)	Headway	Length	Time	Pass.	MaxLoad	MaxVol
<b>T_B1</b>	<b>6</b>	5.47	11.21	27.17	3324	1.14	2001.0
<b>T_BV</b>	<b>31</b>	0.92	11.21	26.36	25083	2.03	21199.2
<b>T_A51</b>	<b>2</b>	8.00	4.22	10.02	36	0.03	35.1
<b>T_A74</b>	<b>3</b>	8.00	8.93	21.65	151	0.11	135.3
<b>T_B10</b>	<b>4</b>	8.00	9.32	22.82	589	0.35	417.1
<b>T_B11</b>	<b>4</b>	8.00	11.21	27.67	469	0.28	339.9
<b>T_B12</b>	<b>3</b>	8.00	7.91	19.34	341	0.21	247.9
<b>T_B13</b>	<b>4</b>	8.00	9.32	22.82	289	0.18	220.7
<b>T_B14</b>	<b>4</b>	8.00	9.84	24.54	339	0.19	228.7
<b>T_B16</b>	<b>3</b>	8.00	9.28	22.46	246	0.11	210.4
<b>T_B18</b>	<b>4</b>	8.00	10.13	24.39	288	0.13	235.4
Sum:	265				54510		

Figura 42. Resultados de asignación escenario base

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 20 se relacionan los resultados de asignación de la demanda en cada uno de los escenarios evaluados. Es de anotar el primer análisis propuesto y es el correspondiente al de la tasa de transferencia, con el cual se logra medir la eficiencia del sistema en función de la cobertura de servicios entre cada una de las estaciones evaluadas. Vale la pena resaltar los resultados del escenario base en donde, como se observa, presenta una tasa de transferencia igual al 0%, esta situación es posible considerarle en escenarios en donde la oferta de servicios tan suficiente que los usuarios no requieren de completar una etapa adicional de transferencia para completar su viaje. En estos casos el total de abordajes (es la suma de abordajes iniciales más los abordajes por transferencias) es igual al valor de la demanda asignada.

Respecto a los escenarios obtenidos a partir del modelo de optimización se observa que el escenario de distancia es relativamente similar al escenario de demanda, toda vez que los abordajes totales presentan una mínima diferencia en su magnitud, mientras que para el escenario de tiempo los abordajes totales son menores luego se infiere que el sistema considera un menor número de transferencias para que los usuarios completen su etapa de viaje.

Escenario	Demanda Asignada	Total Abordajes	Tasa de Transferencias
ACSA Distancia	54,510	75,189	38%
ACSA Tiempo	54,510	66,829	23%
ACSA Demanda	54,510	75,751	39%
Esc. Actual	54,510	54,510	0%

Tabla 20. Resultados de Asignación por escenario de evaluación

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 21 se relacionan la cantidad de vehículos necesarios para que el sistema, en cada uno de los escenarios evaluados, funcione de acuerdo con las demandas máximas generadas para cada ruta. En este caso se observa una evidente optimización de los recursos en las tres propuestas consideradas respecto a el escenario actual de servicios. Cabe precisar que esta situación se debe en particular por la cantidad de rutas unidireccionales que hay en cada uno de los escenarios evaluados.

Mientras que en el escenario base se cuenta con un total de 43 servicios unidireccionales, lo que demanda un total de 265 buses, en el escenario de optimización por tiempo se requiere sólo un total de 112 buses, esto representa una disminución en flota del 57.7% lo que operativamente beneficia la gestión de flota y por ende los costos operacionales al requerir menor cantidad de recursos de los que actualmente el sistema dispone.

Escenario	Flota	Rutas Unidireccionales
ACSA Distancia	137	6
ACSA Tiempo	112	6
ACSA Demanda	125	6
Esc. Actual	265	43

Tabla 21. Relación de buses necesarios para la operación del sistema

Fuente: Elaboración propia

Respecto al segundo enfoque, sobre el cálculo de los beneficios obtenidos mediante las impedancias del sistema, la cual es una medición en la cual se combinan tiempos para representar la resistencia para completar un viaje considerando las óptimas estrategias de viaje.

En tal sentido se a continuación se calcularán las impedancias del sistema, las cuales se relacionan en la Tabla 22, con base en los siguientes parámetros:

- Tiempo abordó del vehículo.
- Tiempo de caminata
- Tiempo total de espera

Escenario	Tiempo Abordo de Vehículo	Tiempo de Caminata	Tiempo de Espera	Tiempo Total
Actual	2,786	816	203	3,805
ACSA Distancia	4,083	2,384	621	7,088
ACSA Tiempo	3,875	2,341	841	7,057

<b>Escenario</b>	<b>Tiempo Abordo de Vehículo</b>	<b>Tiempo de Caminata</b>	<b>Tiempo de Espera</b>	<b>Tiempo Total</b>
ACSA Demanda	3,944	2,341	546	6,831

Tabla 22. Cálculo de las impedancias del sistema

Fuente: Elaboración propia

En este interesante escenario de comparación evidentemente se hace para el usuario más atractivo el escenario actual de evaluación respecto a los otros tres escenarios considerados. Sin embargo de lo anterior, se debe tener presente que las condiciones de evaluación respecto de la oferta de servicios son considerablemente diferente; para el caso de la situación actual se tiene un total de 36 rutas unidireccionales mientras que para las rutas ACSA solo 6 servicios unidireccionales.

En gran medida esta situación se ve reflejada en los resultados obtenidos. Los tiempos a bordo del vehículo de los tres escenarios ACSA presentan una variabilidad respecto al escenario actual cercana al 30% de tiempo adicional. Esto significa que debido a la gran diferencia de oferta de rutas el sistema se hace más eficiente para el usuario pero que puede conllevar en sobrecostos operacionales al tener rutas con bajas demandas que las hace improductivas.

En cuanto a los tiempos de caminata los modelos ACSA presentan un importante aumento respecto al escenario base, en promedio del 65%, debido a que, al contar con una limitación de la oferta para poder cumplir la etapa de viaje, la proximidad de abordaje a la mejor parada posible se restringe haciendo que los tiempos percibidos por el usuario se aumente en el sistema.

Respecto a los tiempos de espera, estos dependen esencialmente de la frecuencia de la oferta de servicio y de su disponibilidad en la red; en consecuencia y sumado a los casos anteriores, al tener mejor disponibilidad de servicios el escenario base, hace que la sumatoria de servicios permitan al usuario completar su etapa de viaje en menos que tiempo que los otros casos.

De manera indicativa y con el fin de abordar algunos de los criterios de evaluación de la capacidad del sistema, junto con los indicadores de gestión operativa, se abordará una evaluación de los resultados arrojados por el modelo de transporte con el fin de comparar los escenarios planteados, sin que ello conlleve a que los resultados obtenidos tengan un marco real de comparación.

**IPK**

En la Tabla 23 se relacionan los resultados obtenidos para el IPK de acuerdo con la definición de este indicador de gestión operativa.

Ruta	ACSA-OPT		
	Distancia	Tiempo	Demanda
ACSA_1_I	32.44	35.52	28.19
ACSA_1_V	21.62	31.32	28.43
ACSA_2_I	22.05	22.26	17.48
ACSA_2_V	21.59	30.53	19.83
ACSA_3_I	15.83	17.73	34.79
ACSA_3_V	8.64	19.87	22.06
Promedio	20.36	26.21	25.13

Tabla 23. Cálculo de IPK

Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo con los resultados presentados se evidencia que las rutas obtenidas para el escenario ACSA-OPT Tiempo presentan un mejor desempeño respecto a los otros dos escenarios contemplados, considerando que las rutas obtenidas presentan un mejor diseño con lo cual es posible transportar una mayor cantidad de usuarios. El siguiente escenario para considerar es el ACSA-OPT Demanda toda vez que la diferencia respecto al escenario anterior es marginal situación que permite considerar como un escenario igualmente implementable.

**Factor de renovación**

En la Tabla 24 se relacionan los resultados obtenidos para el factor de renovación de acuerdo con la definición relacionada en capítulos previos.

Ruta	ACSA-OPT		
	Distancia	Tiempo	Demanda
ACSA_1_I	0.59	0.50	0.65
ACSA_1_V	0.85	0.74	0.58
ACSA_2_I	0.86	0.88	0.76
ACSA_2_V	0.92	0.81	0.94
ACSA_3_I	0.96	0.85	0.74
ACSA_3_V	0.84	0.76	0.86
Promedio	0.84	0.76	0.76

Tabla 24. Cálculo de Factor de renovación

Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo con estos resultados se observa que los escenarios de Tiempo y Demanda marcan un comportamiento particular del sistema toda vez que, al tener factores de renovación más bajos, la tasa de usos de estas rutas es mayor situación que se refleja en un

evidente alto número de ascensos y descensos a lo largo de los recorridos propuestos incrementando la capacidad efectiva de los buses.

### Frecuencia

En la Tabla 25 se relacionan los resultados obtenidos para la frecuencia de acuerdo con la definición relacionada en capítulos previos.

Ruta	ACSA-OPT		
	Distancia	Tiempo	Demanda
ACSA_1_I	94	55	95
ACSA_1_V	102	38	16
ACSA_2_I	90	103	100
ACSA_2_V	8	13	32
ACSA_3_I	105	109	75
ACSA_3_V	8	10	45
Promedio	68	55	61

Tabla 25. Cálculo de Frecuencia

Fuente: Elaboración Propia

Si bien en este indicador el escenario mejor calificado es el de Distancia, no es indicativo que a mayor frecuencia de servicios, mayor será su tasa de uso, en tal sentido los escenarios de Tiempo y Demanda con menor cantidad de frecuencia están garantizando mejores condiciones operacionales en el sistema.

### Capacidad en estaciones

En la Tabla 26 se relacionan los resultados obtenidos para la medición de la capacidad de las estaciones por sentido, de acuerdo con la definición relacionada en capítulos previos. Los datos presentados se relacionan con la frecuencia

Estacion	Sentido	Capacidad Referente	ACSA-OPT		
			Distancia	Tiempo	Demanda
CALLE 187	Norte-Sur	80	94	55	95
	Sur-Norte	80	102	38	16
TOBERIN	Norte-Sur	240	289	267	270
	Sur-Norte	240	118	61	93
CARDIO INFANTIL	Norte-Sur	96	289	267	270
	Sur-Norte	96	118	61	93
MAZUREN	Norte-Sur	96	289	267	270
	Sur-Norte	96	118	61	93
CALLE 146	Norte-Sur	176	289	267	270
	Sur-Norte	176	118	61	93
CALLE 142	Norte-Sur	120	289	267	270
	Sur-Norte	120	118	61	93
ALCALA	Norte-Sur	224	289	267	270
	Sur-Norte	224	118	61	93
PRADO	Norte-Sur	168	289	267	270

Estacion	Sentido	Capacidad Referente	ACSA-OPT		
			Distancia	Tiempo	Demanda
CALLE 127	Sur-Norte	168	118	61	93
	Norte-Sur	120	289	267	270
PEPE SIERRA	Sur-Norte	120	118	61	93
	Norte-Sur	120	195	212	195
CALLE 106	Sur-Norte	120	118	61	93
	Norte-Sur	120	195	212	195
CALLE 100	Sur-Norte	120	16	23	48
	Norte-Sur	224	105	109	100
VIRREY	Sur-Norte	224	16	23	48
	Norte-Sur	200	105	109	100
CALLE 85	Sur-Norte	200	8	10	32
	Norte-Sur	200	105	109	100
HEROES	Sur-Norte	200	8	10	32
	Norte-Sur	168	8	10	32
TERMINAL	Sur-Norte	168	8	10	32
	Norte-Sur	80	94	55	95
	Sur-Norte	80	102	38	16

Tabla 26. Cálculo de Capacidad

Fuente: Elaboración Propia

En síntesis de los resultados relacionados con anterioridad, los escenarios que resultan más beneficiosos para el sistema, de manera multidimensional, son los asociados al de Tiempo y Demanda, toda vez que para este caso, tienen un impacto menor en las condiciones operacionales del sistema al cumplir en importante medida los parámetros de capacidad referente de cada una de las estaciones del sistema. Esto se traduce en mejor prestación del servicio en las bahías de parada y una optimización de la velocidad sobre el corredor troncal en ambos sentidos de circulación.

## 5. Conclusiones y trabajo futuro

### 5.1 Conclusiones

El objetivo general planteado para el desarrollo de esta investigación se ha conseguido toda vez que basados en la metodología propuesta, se logró la implementación de un modelo de optimización híbrido soportado en los procesos de optimización de colonias de hormigas y recocido simulado, en el software Matlab®, con el cual se logró dar solución al problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada obteniendo como resultado el diseño de rutas en cada uno de los escenarios propuestos de evaluación brindando resultados factibles.

Con el modelo desarrollado se logra dar solución a la problemática planteada, la cual se contextualiza bajo el concepto de caso real de aplicación. Este hecho hace que sea tangible una evaluación de mayor magnitud logrando resultados alentadores para buscar escenarios de optimización dentro del sistema de transporte público TransMilenio por tal razón su resolución puede llegar a considerarse como un aporte factible dentro de contextos investigativos.

El objetivo uno planteado en esta investigación se ha conseguido puesto que en el planteamiento original de esta investigación se buscó hacer una implementación basada solamente en optimización por colonias de hormigas, sin embargo con el avance la construcción del modelo y de la extensa revisión bibliográfica se evidenció que para el problema evaluado los modelos híbridos aplicados a escenarios reales permiten obtener mejores resultados aprovechando de manera implícita las ventajas particulares de cada uno de los métodos usados e implementados.

Dada la naturaleza combinatoria del problema abordado se logró desarrollar un modelo con características significativas que permiten explotar las bondades de los métodos elegidos para la hibridación logrando una sinergia en la ejecución de los procesos. De hecho, se hace evidente a partir de los resultados obtenidos, que se logra el máximo rendimiento en la resolución de los problemas de optimización explorados mediante los tres enfoques considerados como optimizables.

Con el modelo metaheurístico diseñado se logró construir una estructura sólida que, bajo sus parámetros y criterios, se ajustó a las condiciones generales de la problemática planteada.

El objetivo número dos se ha conseguido puesto que, con la caracterización de oferta y demanda del sistema de transporte público de pasajeros, TransMilenio, se logró demarcar la información contenida en el desarrollo e implementación del modelo. Esta delimitación

permitió abordar su implementación sobre el corredor que presenta las condiciones más críticas para la operación, arrojando una solución optimizada en cada uno de los escenarios contemplados.

El objetivo número tres se ha alcanzado puesto que la implementación de los resultados obtenidos por el modelo de optimización, en el macro modelo simplificado de transporte permitió equilibrar y resaltar la importancia de cada una de las soluciones halladas, esto con el fin de ponderar su beneficio sobre el sistema.

Los objetivos número cuatro y cinco de esta investigación han sido cumplidos toda vez que de acuerdo con los resultados obtenidos se concluye que el TSP si bien aborda una consideración de optimización de las distancias recorridas, para temas asociados a transporte público de pasajeros se debe profundizar en la investigación de otras variables que logren ser optimizables, como es el caso del tiempo y la demanda en donde se obtuvieron los mejores resultados en el proceso de modelación.

De manera complementarias con el cálculo de los costos generalizados de viaje para cada una de las alternativas encontradas, junto con el cálculo de algunos de los indicadores de gestión se lograron identificar características muy particulares de la operación del sistema y que gracias a su réplica en modelos metaheurísticos de tal suerte permiten mejorar la toma de decisiones en escenarios reales de implementación.

Otro importante aspecto para considerar, basados en los principios de la teoría de utilidad aleatoria, y que resulta concluyente es que sobre las soluciones dadas por el modelo ACSA-OPT se generan un grupo de alternativas en cada uno de los escenarios evaluados las cuales cumplen tres instancias: la primera cada una de las alternativas son mutuamente excluyentes, la segunda son de carácter finito y la tercera hacen parte de un conjunto exhaustivo. De manera particular al representar las soluciones del modelo híbrido en el macro modelo de transporte se logra representar los gustos particulares de los usuarios por le elección de cada una de las rutas modeladas, logrando asociar a cada una de ellas la utilidad y por ende los beneficios en el sistema.

## 5.2 Líneas de trabajo futuro

De acuerdo con los resultados obtenidos se propone que en un escenario futuro de investigación se apliquen los mismos criterios de optimización hibridada para el total de estaciones del sistema. Lo anterior teniendo especial atención en su estructuración con el fin

de abordar el problema de enrutamiento de vehículos con recogidas y entregas, para el diseño de rutas del sistema.

Al analizar de manera integral del sistema es posible generar evaluaciones más específicas sobre los costos que inciden en la operación y que de tal suerte tienen un impacto directo sobre las estructuras tarifarias del sistema.

Con esta profundización es conveniente abordar las decisiones de corto plazo que tengan un impacto positivo sobre los desplazamientos de los usuarios en donde no solo mejoren sus tiempos sino la calidad del viaje al evaluar los tiempos de espera y de acceso a estaciones o puntos de parada, logrando optimizaciones en las distribuciones de demanda al interior de estas garantizando la mejor opción de accesibilidad al sistema.

## 6. Bibliografía

- Antón, F. R. (2005). *Logística del transporte*. Universitat Politecnica de Catalunya. Iniciativa Digital Politecnica.
- Ben-Akiva, M., & Lerman, S. R. (2018). *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press.
- Chopard, B., & Tomassini, M. (2018). *An Introduction to Metaheuristics for Optimization*. Springer International Publishing.
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581.
- Combinatorial Problems and Ant Colony Optimization Algorithm*. (s. f.). UdeMy. Recuperado 6 de septiembre de 2020, de <https://www.udemy.com/course/antcolonyoptimization/>
- CONPES. (2000). Sistema de servicio público urbano de transporte masivo de pasajeros de Bogotá. *Documento Conpes 3093*.
- de Dios Ortúzar, J., & Willumsen, L. G. (2011). *Modelling Transport*. Wiley.
- de Dios Ortúzar S, J. (2012). *Modelos de demanda de transporte*. Eds. Universidad Católica de Chile.
- de J. Pérez Jiménez, M., & Caparrini, F. S. (2003). *Máquinas moleculares basadas en ADN*. Universidad de Sevilla.
- Dorigo, M., de Recherches Du Fnrs Marco Dorigo, D., Stützle, T. G., & Stützle, T. (2004). *Ant Colony Optimization*. BRADFORD BOOK.
- Du, D. Z., & Pardalos, P. M. (2013). *Handbook of Combinatorial Optimization: Supplement Volume A* (Número v. 1). Springer US.
- Du, K. L., & Swamy, M. N. S. (2016). *Search and Optimization by Metaheuristics: Techniques and Algorithms Inspired by Nature*. Springer International Publishing.
- Duarte Muñoz, A., Pantrigo Fernández, J. J., & Gallego Carrillo, M. (2007). *Metaheurísticas*. Dykinson.
- Fourez, G., Englebert-Lecompte, V., & Mathy, P. (1998). *Saber Sobre Nuestros Saberes*. Colihue.

- Garber, N. J., & Hoel, L. A. (2004). *Ingeniería de Tránsito Y Carreteras*. Cengage Learning Latin America.
- Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (2018). *Handbook of Metaheuristics*. Springer International Publishing.
- Golden, B. L., Raghavan, S., & Wasil, E. A. (2008). *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer US.
- Goss, S., Aron, S., Deneubourg, J.-L., & Pasteels, J. M. (1989). Self-organized shortcuts in the Argentine ant. *Naturwissenschaften*, 76(12), 579-581.
- Huang, M., & Ding, P. (2013). An improved ant colony algorithm and its application in vehicle routing problem. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.
- Instituto de Desarrollo Urbano. (2007). *Cartilla de Estaciones Sencillas* (p. 1/114) [Contrato IDU-129-2005].
- Kaveh, A., & Bakhshpoori, T. (2019). *Metaheuristics: Outlines, MATLAB Codes and Examples*. Springer.
- Labadie, N., Prins, C., & Prodhon, C. (2016). *Metaheuristics for Vehicle Routing Problems*. Wiley.
- McFadden, D. (2001). Economic choices. *American economic review*, 91(3), 351-378.
- Messac, A. (2015). *Optimization in Practice with MATLAB*. Cambridge University Press.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6), 1087-1092.
- Meyer, M. D. (2016). *Transportation Planning Handbook*. Wiley.
- Molinero, A., & Arellano, L. I. S. (1997). *Transporte público: Planeación, diseño, operación y administración*. Universidad Autónoma del Estado de México.
- Nalepa, J. (2019). *Smart Delivery Systems*. Elsevier.
- Paschos, V. T. (2012). *Concepts of Combinatorial Optimization*. Wiley.
- Patnaik, S., Yang, X. S., & Nakamatsu, K. (2017). *Nature-Inspired Computing and Optimization: Theory and Applications*. Springer International Publishing.
- Pop, P. C. (2012). *Generalized Network Design Problems: Modeling and Optimization*. De Gruyter.

- Sancho-Caparrini, F. (2018). *Algoritmos de hormigas y el problema del viajante*.
- Shih, M.-C., & Mahmassani, H. S. (1994). *A design methodology for bus transit networks with coordinated operations*.
- Solnon, C. (2013). *Ant Colony Optimization and Constraint Programming*. Wiley.
- Sun, X., Fu, Y., & Liu, T. (2017). A hybrid ACO algorithm for capacitated vehicle routing problems. *2017 IEEE 2nd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)*, 510-514.
- Talbi, E. G. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Wiley.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition*. SIAM.
- Transmilenio. (2016). *Guía para presentaciones institucionales*.
- Transmilenio. (2020). *Mi plan viaje de TransMilenio Guía de Servicios -Sistema TransMilenio*.
- Transmilenio, S. A. (2019). *Transmilenio en cifras. Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público-SITP; Informe Número 62*. Transmilenio, S.A.
- TRANSMILENIO S.A. (2019). *Manual De Operaciones Componente Zonal (Planeación Operacional)*.
- Vuchic, V. R. (2007). *Urban Transit Systems and Technology*. Wiley.
- Wardrop, J. G. (1952). *Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research*. Institution of Civil Engineers.
- Wright, L., Hook, W., & Pardo, C. F. (2010). Guía de planificación de sistemas BRT. *Institute for Transportation & Development Policy, New York*.
- Yarpiz. (s. f.). Ypap108-vehicle-routing-problem. *Yarpiz*. Recuperado 6 de septiembre de 2020, de <https://yarpiz.com/372/ypap108-vehicle-routing-problem/ypap108-vehicle-routing-problem>

# Anexo I. Taxonomía tabular de técnicas metaheurísticas

TÉCNICA	IMPLEMENTACIÓN	INSPIRACIÓN	MULTI ARRANQUE	BUSQUEDA LOCAL	SOLUCIÓN INICIAL	FUNCION OBJETIVO	NIVELES DE VECINDAD	VECINDAD	MEMORIA	PROCESO ALEATORIO	PROCESOS ADAPTATIVOS
Optimización por colonias de hormigas - ACO	aco tradicional	si	no	no	poblac.	estática	uno	estática	explícita	no	si
Equipos asíncronos- AT	AT	si	no	si	poblac.	estática	Varios	estática	explícita	no	si
Algoritmos Culturales -CA	CA	si	no	no	poblac.	estática	Varios	Dinámica	explícita	si	si
Algoritmos de estimación de la distribución - EDA	EDA	parcial	no	no	poblac.	estática	Varios	*	implícita	no	si
Búsqueda por entorno adaptativo borroso - FANS	FANS	parcial	no	si	trayec.	Dinámica	Varios	estática	no	no	si
Algoritmos Genéticos -GA	GA	no	no	no	poblac.	estática	Varios	estática	implícita	si	si
Proc. aleatorizados y adaptativos de búsqueda voraz - GRASP	GRASP tradicion GRASP biased	no	si	si	trayec.	estática	Varios	Dinámica	no	si	no
Búsqueda local guiada -GLS	GLS	no	no	si	trayec.	Dinámica	uno	estática	explícita	no	no
Concentración heurística -HC	HC	no	si	si	trayec.	estática	Varios	estática	explícita	no	no
Búsqueda local iterativa -ILS	ILS tradicional ILS reactivo	no	no	si	trayec.	estática	Varios	estática	no	si	no
Algoritmos Meméticos -MA	MA	parcial	no	si	poblac.	estática	Varios	estática	implícita	si	si
Métodos Multi-arranque -MSM	MSM básico AMS	no	Si	si	trayec.	estática	uno	estática	no	si	no
Métodos ruidosos - NM	NM- ruido datos NM ruido f NM perturbación	no	no	si	trayec	Dinámica	uno	estática	no	si	no

TÉCNICA	IMPLEMENTACIÓN	INSPIRACIÓN	MULTI ARRANQUE	BUSQUEDA LOCAL	SOLUCIÓN INICIAL	FUNCIÓN OBJETIVO	NIVELES DE VECINDAD	VECINDAD	MEMORIA	PROCESO ALEATORIO	PROCESOS ADAPTATIVOS
Metah. de opt. parcial en condiciones. esp. de intensificación - POPMUSIC	POPMUSIC	no	no	si	trayec	estática	uno	estática	no	no	no
Reencadenamiento de trayectorias - PR	PR	no	*	si	poblac.	estática	uno	estática	explícita	no	si
Recocido simulado - SA	SA	Si	no	si	trayec	estática	uno	estática	explícita	si	no
Inteligencia de enjambre - SI	SI	Si	no	si	poblac.	Dinámica	uno	Dinámica	explícita	si	si
Búsqueda dispersa - SS	SS	no	no	no	poblac.	estática	Varios	estática	explícita	no	si
Métodos de aceptación del umbral - TAM	TA	no	no	si	trayec	estática	uno	estática	explícita	no	no
Búsqueda tabú - TS	TS tradicional TS aleatorio TS reactivo	no	no	si	trayec	estática	uno	Dinámica	explícita	no	no
Búsqueda en vecindad variable - VNS	VND RVNS BVNS	no	no	si	trayec	estática	Varios	estática	explícita	no	no

Tabla 27. Taxonomía tabular de las distintas técnicas metaheurísticas.

Fuente: Adaptado de (Duarte Muñoz et al., 2007, p. 37)

## Anexo II. Indicadores de gestión operativa

### Indicadores de capacidad

Indicador	Definición	Objetivo	Unidad de Medición
Capacidad ofertada	Indica la capacidad nominal por unidad de tiempo	Estimar la capacidad ofrecida por ruta.	Número de plazas ofrecidas
Rutas por paradero	Indicativo del número de rutas que tienen paradas programadas en un determinado paradero.	Caracterizar el sistema en función de las rutas que pasan por los paraderos.	Número de rutas
Buses por paradero	Estima el número de buses que se detienen en una bahía de parada durante un intervalo de tiempo	Analizar la capacidad real la bahía de parada, y determinar aquellos de mayor congestión, debido a las colas generadas.	Número

Tabla 28. Indicadores de capacidad.

Fuente: TRANSMILENIO S.A (TRANSMILENIO S.A, 2019)

### Indicadores de niveles de servicio

Indicador	Definición	Objetivo	Unidad de Medición
Frecuencia de servicio	Indica qué tan seguido pasa un bus por un determinado punto.	Garantizar que la prestación del servicio al usuario, este acorde con los niveles de demanda y la disponibilidad del servicio	Buses / hora

<b>Indicador</b>	<b>Definición</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Unidad de Medición</b>
Confiabilidad del servicio	Analiza qué tan seguido pasa un bus de una determinada ruta	Tener certeza que las demoras que experimentan los usuarios al esperar una ruta de su preferencia no exceda un determinado valor	Porcentaje
Porcentaje de viajes que requieren trasbordo	Relación entre número de trasbordos una ruta y el número de abordajes totales de la misma	Determinar la vocación de una ruta respecto a si conecta los principales pares origen destino de esta	Porcentaje
Puntualidad	Se define como la desviación estándar entre el intervalo programado y el intervalo efectivo de despacho por franja horaria.	Es un factor de calidad que impacta la remuneración de los operadores de un sistema	Porcentaje
Regularidad	Se define como el índice de cumplimiento de despachos, y se calcula en función de los despachos efectivos sobre los despachos programados por franja horaria por servicio.	Es un factor de calidad que impacta la remuneración de los operadores de un sistema de transporte	Porcentaje

Tabla 29. Indicadores de niveles de servicio.

Fuente: TRANSMILENIO S.A (TRANSMILENIO S.A, 2019)

**Indicadores de demanda**

<b>Indicador</b>	<b>Definición</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Unidad de Medición</b>
Demanda paga de un sistema	Se refiere a los pasajeros pagos, que realizan validaciones cuando ingresan a un sistema de transporte	Analizar la demanda de las rutas de un sistema de transporte	Número
Perfil de validaciones por paradero-ruta	Analiza punto de parada de mayor demanda por ruta, al establecer un perfil de demanda de la ruta asociada a este.	Identificar las rutas con mayores ascensos por paradero.	Validaciones / hora - paradero
Ascensos por paradero	Analiza las validaciones pagas por paradero de un sistema de transporte	Determinar los paraderos de mayor demanda de un sistema de transporte	Validaciones / hora - paradero
Puntualidad	Se define como la desviación estándar entre el intervalo programado y el intervalo efectivo de despacho por franja horaria.	Es un factor de calidad que impacta la remuneración de los operadores de un sistema de transporte	Porcentaje
Regularidad	Se define como el índice de cumplimiento de despachos, y se calcula en función de los despachos efectivos sobre los despachos programados por franja horaria por servicio.	Es un factor de calidad que impacta la remuneración de los operadores de un sistema de transporte	Porcentaje

Tabla 30. Indicadores de demanda.

Fuente: TRANSMILENIO S.A (TRANSMILENIO S.A, 2019)

**Indicadores de eficiencia, eficacia y productividad**

<b>Indicador</b>	<b>Definición</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Unidad de Medición</b>
Índice de pasajeros por kilómetro (IPK)	Permite medir cómo la oferta de kilómetros de un sistema se refleja respecto de los pasajeros pagos de este como efecto del resultado operacional	Mejorar la eficiencia operacional de un sistema de transporte	Pasajeros transportados/ kilómetros comerciales día
Índice de pasajeros por bus (IPB)	Permite medir cómo la oferta de buses de un sistema se refleja respecto de los pasajeros transportados del mismo como efecto del resultado operacional	Mejorar la eficiencia operacional de un sistema de transporte	Pasajeros / Tipología de bus
Índice de kilómetros por bus (IKB)	Es una medida de la utilización de flota, pues permite conocer qué tanto se está empleando para la operación.	Prever temas de mantenimiento de flota	Kilómetro / bus

Tabla 31. Indicadores de eficiencia, eficacia y productividad.

Fuente: TRANSMILENIO S.A (TRANSMILENIO S.A, 2019)

## Anexo III. Relación estaciones sencillas troncal Autonorte

Estación	Sentido	Vagón	Tipología actual	Capacidad por vagón	Capacidad Total
ALCALA	Sur-Norte	1	W1-BI	80	224
		2	W2-BI	72	
		3	W1-BI	72	
	Norte-Sur	1	W1-BI	72	224
		2	W2-BI	72	
		3	W1-BI	80	
CALLE 100	Sur-Norte	1	W1-BI	80	224
		2	W2-BI	72	
		3	W1	72	
	Norte-Sur	1	W1-BI	72	224
		2	W2	72	
		3	W1-BI	80	
CALLE 106	Sur-Norte	1	W1-BI	72	120
		2	W2-BI	48	
	Norte-Sur	3	W2-BI	48	120
		4	W1-BI	72	
CALLE 127	Sur-Norte	1	W2-BI	72	120
		2	W1-BI	48	
	Norte-Sur	1	W2-BI	48	120
		2	W1-BI	72	
CALLE 142	Sur-Norte	1	W2-BI	72	120
		2	W1	48	
	Norte-Sur	3	W1	48	120
		4	W2-BI	72	
CALLE 146	Sur-Norte	1	W67-BI	80	176
		2	W4	48	
		3	W4	48	
	Norte-Sur	1	W67-BI	80	176

Estación	Sentido	Vagón	Tipología actual	Capacidad por vagón	Capacidad Total
		2	W4	48	
		3	W4	48	
CALLE 187	Sur-Norte	1	W2-BI	80	80
	Norte-Sur	1	W2-BI	80	80
CALLE 85	Sur-Norte	1	W2-BI	80	200
		2	W1-BI	48	
		3	W2-BI	72	
	Norte-Sur	1	W2-BI	48	200
		2	W1-BI	80	
		4	W2-BI	72	
CARDIO INFANTIL	Sur-Norte	1	W4	48	96
		2	W3	48	
	Norte-Sur	3	W3	48	96
		4	W4	48	
HEROES	Sur-Norte	1	W3-BI	48	168
		2	W2-BI	72	
		3	W2	48	
	Norte-Sur	1	W3-BI	48	168
		2	W2	72	
		3	W2-BI	48	
MAZUREN	Sur-Norte	2	W3	48	96
		3	W3	48	
	Norte-Sur	4	W3	48	96
		5	W3	48	
PEPE SIERRA	Sur-Norte	1	W2-BI	72	120
		2	W3-BI	48	
	Norte-Sur	1	W2-BI	48	120
		2	W3-BI	72	
PRADO	Sur-Norte	1	W3	48	168
		2	W4	48	
		3	W2-BI	72	

Estación	Sentido	Vagón	Tipología actual	Capacidad por vagón	Capacidad Total
	Norte-Sur	1	W3	48	168
		2	W4	48	
		3	W2-BI	80	
TERMINAL	Sur-Norte	1	W2-BI	80	80
	Norte-Sur	1	W2-BI	80	80
TOBERIN	Sur-Norte	1	W67-BI	80	240
		2	W67-BI	80	
		3	W69-BI	80	
	Norte-Sur	1	W67-BI	80	336
		2	W67-BI	80	
		3	W69-BI	80	
		4	W3	48	
		5	W3	48	
VIRREY	Sur-Norte	1	W2-BI	72	200
		2	W2-BI	80	
		3	W1	48	
	Norte-Sur	1	W2-BI	80	200
		2	W2	48	
		3	W1-BI	80	

Tabla 32. Relación estaciones sencillas troncal Autonorte

Fuente: Elaboración propia a partir de información reportada por TRANSMILENIO S.A

## Anexo IV. Variables modelo ACSA-OPT

Con el fin de dinamizar los procesos de ejecución del modelo ACSA-OPT se optó por la generación de archivos MAT, los cuales son contenedores de datos binarios para ejecución de procesos en el software Matlab®, para cargar las variables que permiten el procesamiento de los códigos diseñados para el modelo.

En la Tabla 33 se relacionan las variables incluidas en la ejecución de procesos del modelo ACSA-OPT.

MATFile	Variable	Definiciones	Modelo
wrkspc	maxiter	Número máximo de iteraciones Colonias de Hormigas	AC
	HA	Número de Hormigas Artificiales	AC
	I	Número de Estaciones	AC/SA
	J	Número Entero	AC/SA
	demanda	Demanda Asociada a cada estación colonia hormigas	AC
	demanda2	Demanda Asociada a cada estación SA	SA
	capacidad	Capacidad de las Rutas	AC/SA
	x	Posición x(i)- abscisas de las estaciones	AC/SA
	y	Posición y(i)- ordenadas de las estaciones	AC/SA
	x0	Posición x(0)- portal origen	SA
	y0	Posición y(0)- portal origen	SA
	d	Distancia euclidiana solo entre las estaciones	AC/SA
	dd	Distancia euclidiana entre todos los nodos	AC/SA
	d0	Distancia euclidiana entre las estaciones y el portal de origen	AC/SA
	tau0	Concentración Inicial de Feromonas	AC
	tau	Matriz de Feromonas	AC
	eta	Factor heurístico de preferencia de cada arco	AC
	mi	Factor heurístico de ahorros de Clarke y Wright	AC
	iota	Matriz de Pesos de Pares OD	AC
	rho	Tasa de evaporación de Feromonas	AC
	alpha	parámetro exponencial de Feromonas	AC
	beta	Parámetro exponencial de heurístico de preferencia	AC
	gamma	parámetro exponencial de heurístico de ahorros de Clarke y Wright	AC
	fi	parámetro exponencial de Matriz de Pesos de Pares OD	AC
	cec	Coficiente de eliminación de costos totales comunes	SA
	MaxIt	Número máximo de iteraciones	SA
MaxIti	Número máximo de iteraciones internas	SA	
T0	Temperatura Inicial	SA	

<b>MATFile</b>	<b>Variable</b>	<b>Definiciones</b>	<b>Modelo</b>
	alpha2	Tasa de enfriamiento de temperatura	SA
	etta	Parámetro función de costo	SA
	betta	Parámetro función de costo	SA
	x0min	Valor mínimo de x para grafica de solución	SA
	x0max	Valor máximo de x para grafica de solución	SA
	y0min	Valor mínimo de y para grafica de solución	SA
	y0max	Valor máximo de y para grafica de solución	SA

Tabla 33. Variables de modelo

Fuente: Elaboración propia

## Anexo V. Modelo ACSA-OPT

```
clc;

clear;

close all;

%% Selección de Workspace

wrkspc=seleccionwrkspc();      % Selecciona MAT-File

%% Crear Solución Inicial Modelo AC

x.posicion=colonia_hormigas(wrkspc);

%% Definición de Función de Costo

FuncionCosto=@(q) costo(q,wrkspc); % Función de Costo

[x.costo x.Sol]=FuncionCosto(x.posicion);

%% Actualiza la mejor solución encontrada

MejorSol=x;

% Crea matriz para guardar los mejores valores de costo

MejorCost=zeros(wrkspc.MaxIt,1);

%% Inicializa Temperatura Modelo SA

% Fijar la temperatura inicial

T=wrkspc.T0;

%% Modelo SA

for it=1:wrkspc.MaxIt

    for iti=1:wrkspc.MaxIti

        % Crear vecindario

        xnuevo.posicion=CrearVecindario(x.posicion);

        [xnuevo.costo, xnuevo.Sol]=FuncionCosto(xnuevo.posicion);

        if xnuevo.costo<=x.costo
```

```
% x nuevo es mejor (se acepta)
x=xnuevo;
else
% x nuevo no es mejor, (se acepta condicionalmente)
delta=xnuevo.costo-x.costo;
p=exp(-delta/T);
if rand<=p
x=xnuevo;
end
end
% Actualiza la mejor solución
if x.costo<=MejorSol.costo
MejorSol=x;
end
end
% Mejor Costo
MejorCosto(it)=MejorSol.costo;
% Muestra la información de la Iteración
if MejorSol.Sol.Factible
FLAG='*';
else
FLAG='';
end
disp(['Iteración ' num2str(it) ': Mejor Costo = ' num2str(MejorCosto(it)) FLAG]);
% Reducir la temperatura
T=wrkspc.alpha2*T;
% Gráfico de Solución
```

```
figure(1);  
MuestraSolucion(MejorSol.Sol,wrkspc);  
pause(0.01);  
end  
%% Resultados  
figure;  
plot(MejorCosto,'LineWidth',2);  
xlabel('Iteración');  
ylabel('Costo Optimo');  
grid on;
```

## Anexo VI. Resultados modelo ACSA-OPT

### ACSA-OPT Distancia

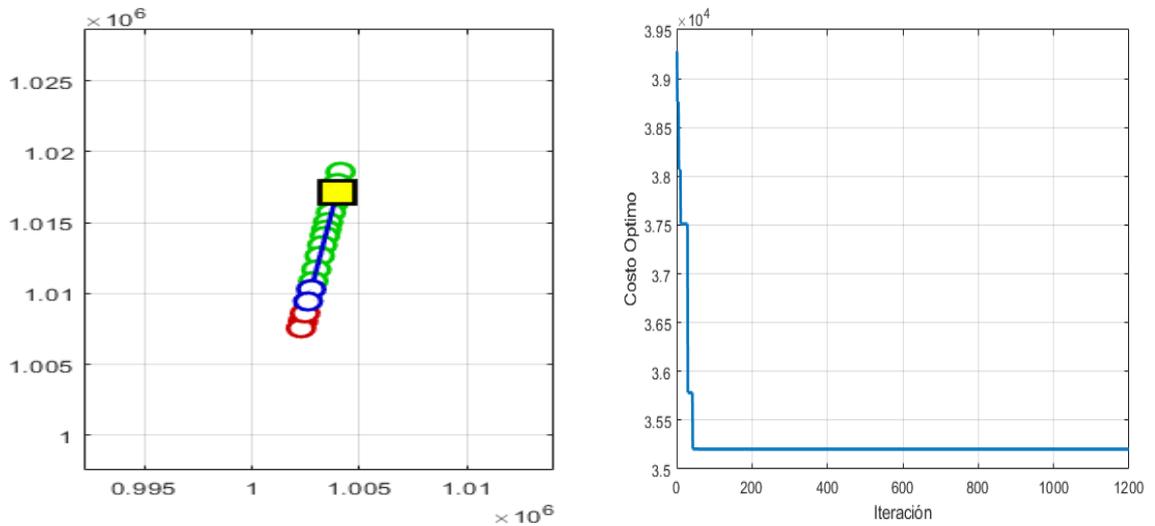


Figura 43. Generación de rutas y resultado de optimización modelo ACSA-OPT Distancia

Fuente: Elaboración propia

ID	NOMBRE	SOLUCIÓN		
		1	2	3
0	PORTAL NORTE	Blue	Red	Green
1	CALLE 187			Green
2	TOBERIN			Green
3	CARDIO INFANTIL			Green
4	MAZUREN			Green
5	CALLE 146			Green
6	CALLE 142			Green
7	ALCALA			Green
8	PRADO			Green
9	CALLE 127			Green
10	PEPE SIERRA			Green
11	CALLE 106	Blue		
12	CALLE 100	Blue		
13	VIRREY		Red	
14	CALLE 85		Red	
15	HEROES		Red	
16	TERMINAL			Green

Tabla 34. Relación de rutas optimizadas en estaciones modelo ACSA-OPT Distancia

Fuente: Elaboración propia

**ACSA-OPT Tiempo**

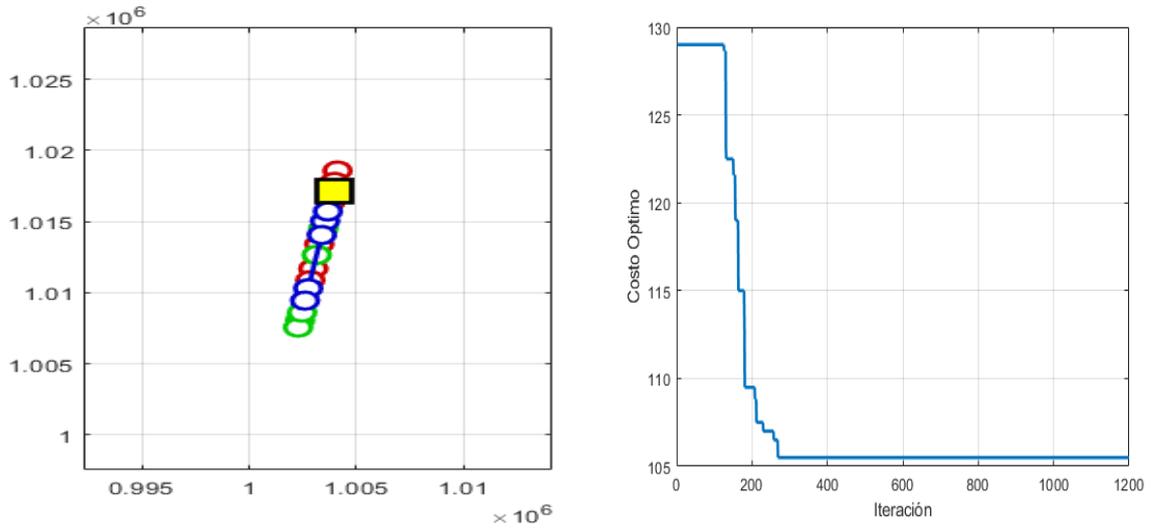


Figura 44. Generación de rutas y resultado de optimización modelo ACSA-OPT Tiempo

Fuente: Elaboración propia

ID	NOMBRE	SOLUCIÓN		
		1	2	3
0	PORTAL NORTE	Red	Green	Blue
1	CALLE 187	Red		
2	TOBERIN	Red		
3	CARDIO INFANTIL			Blue
4	MAZUREN			Blue
5	CALLE 146		Green	
6	CALLE 142			
7	ALCALA	Red		
8	PRADO		Green	
9	CALLE 127	Red		
10	PEPE SIERRA	Red		
11	CALLE 106			Blue
12	CALLE 100			Blue
13	VIRREY		Green	
14	CALLE 85		Green	
15	HEROES		Green	
16	TERMINAL	Red		

Tabla 35. Relación de rutas optimizadas en estaciones modelo ACSA-OPT Tiempo

Fuente: Elaboración propia

**ACSA-OPT Demanda**

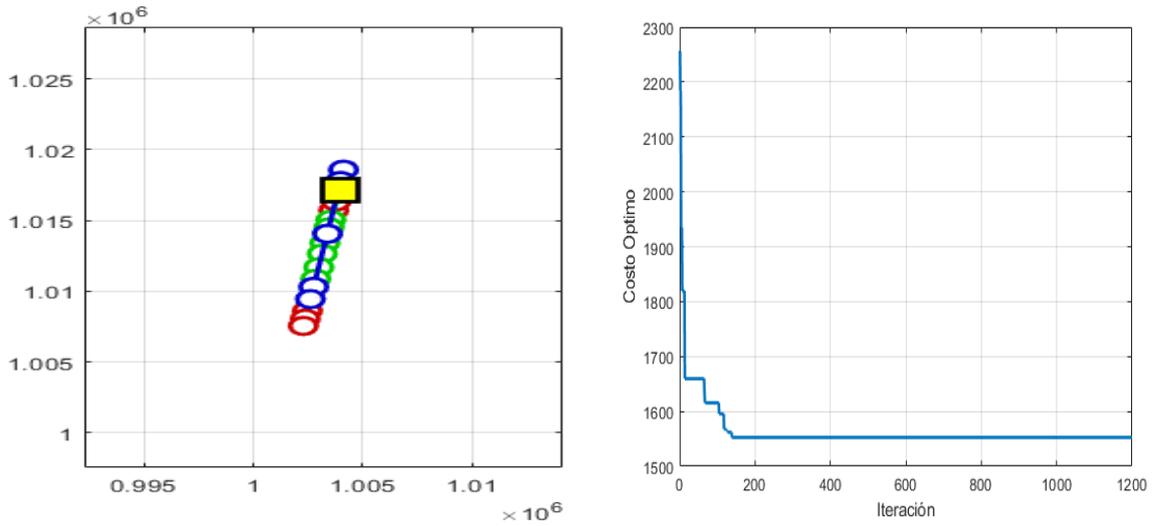


Figura 45. Generación de rutas y resultado de optimización modelo ACSA-OPT Demanda

Fuente: Elaboración propia

ID	NOMBRE	SOLUCIÓN		
		1	2	3
0	PORTAL NORTE	Red	Green	Blue
1	CALLE 187			Blue
2	TOBERIN	Red		
3	CARDIO INFANTIL	Red		
4	MAZUREN		Green	
5	CALLE 146		Green	
6	CALLE 142			Blue
7	ALCALA		Green	
8	PRADO		Green	
9	CALLE 127		Green	
10	PEPE SIERRA		Green	
11	CALLE 106			Blue
12	CALLE 100			Blue
13	VIRREY	Red		
14	CALLE 85	Red		
15	HEROES	Red		
16	TERMINAL			Blue

Tabla 36. Relación de rutas optimizadas en estaciones modelo ACSA-OPT Demanda

Fuente: Elaboración propia

## Anexo VII. Asignación de la demanda en escenarios ACSA

En este anexo se relacionan los diagramas de carga con demanda asignada para cada una de las rutas generadas bajo las consideraciones de optimización tenidas en cuenta en el modelo ACSA-OPT

### Escenario ACSA-OPT Distancia

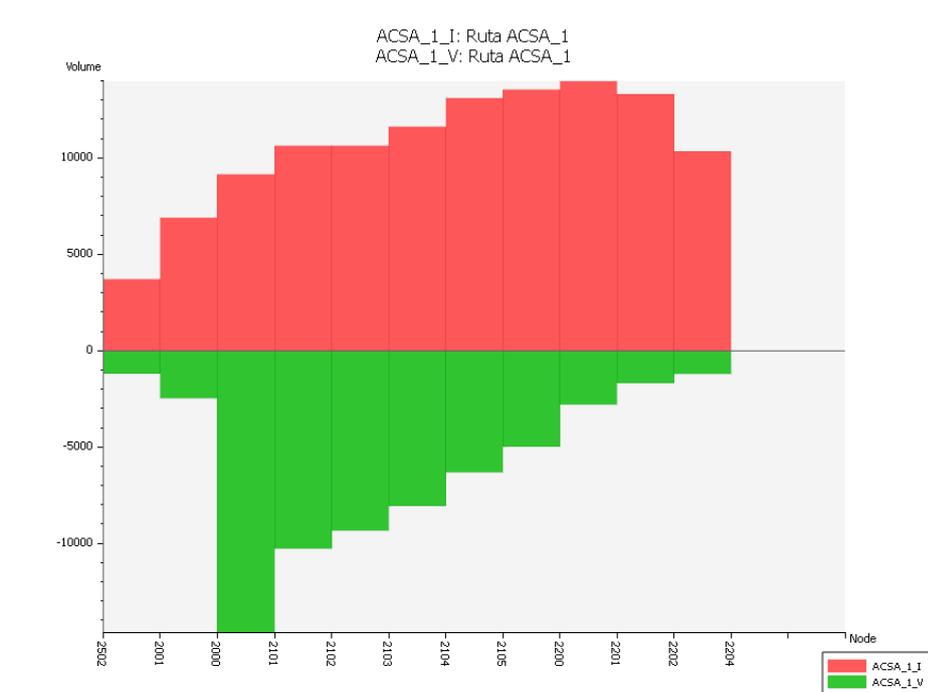


Figura 46. Asignación demanda ruta 1 ACSA-OPT Distancia

Fuente: Elaboración propia

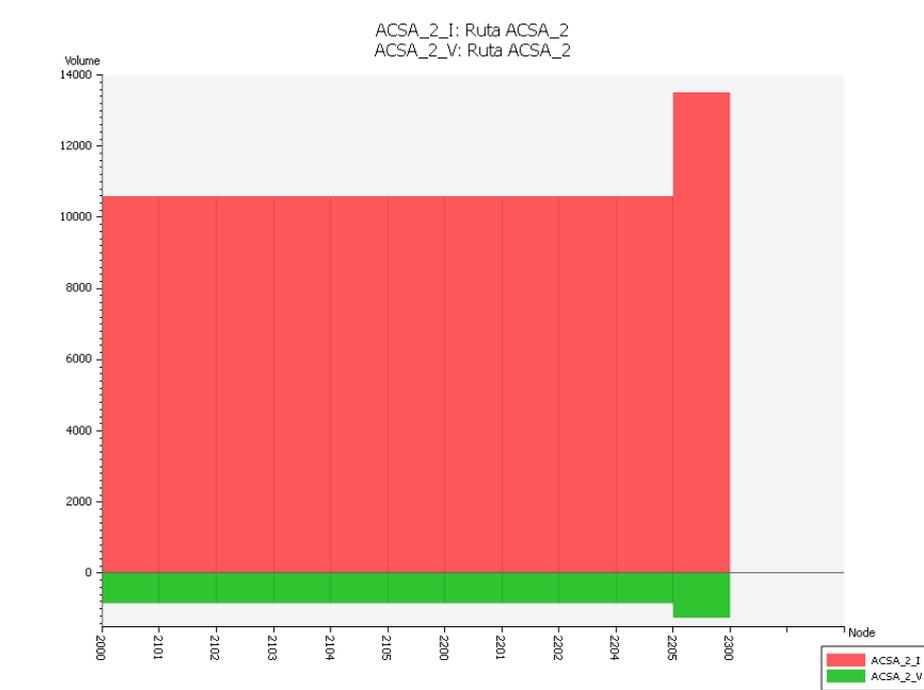


Figura 47. Asignación demanda ruta 2 ACSA-OPT Distancia

Fuente: Elaboración propia

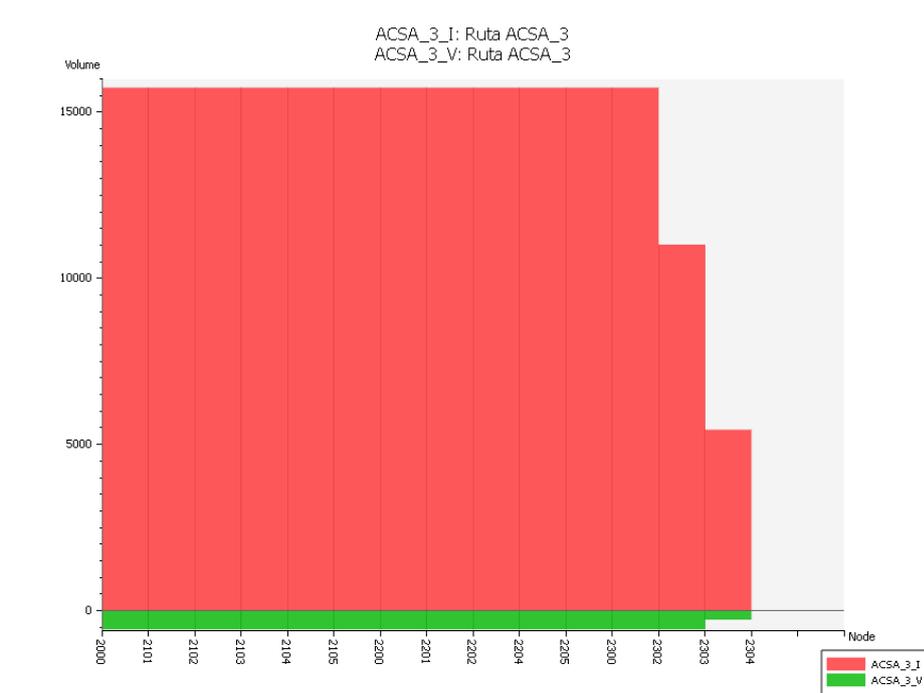


Figura 48. Asignación demanda ruta 3 ACSA-OPT Distancia

Fuente: Elaboración propia

**Escenario ACSA-OPT Tiempo**

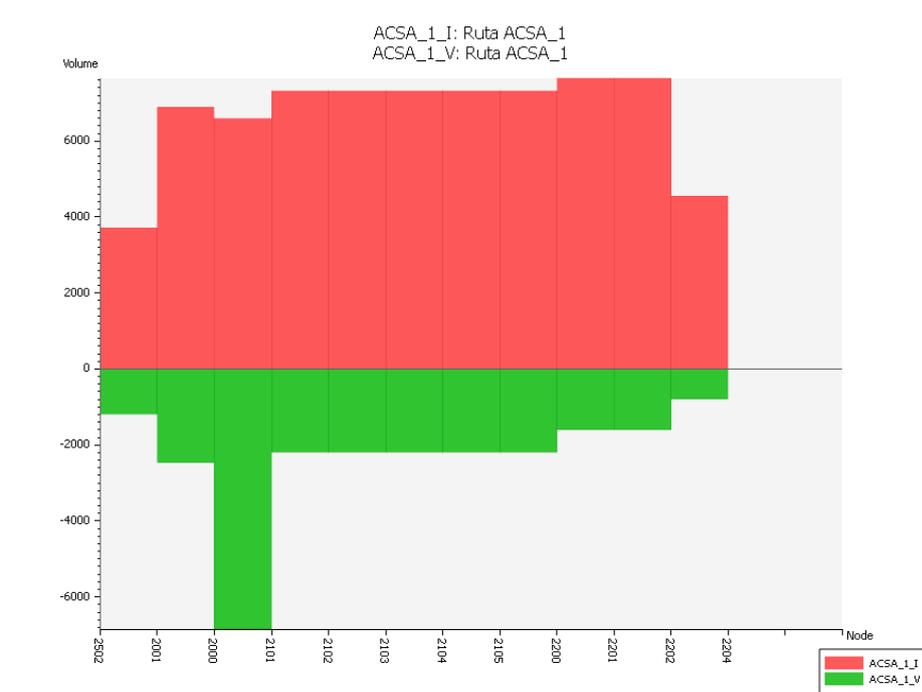


Figura 49. Asignación demanda ruta 1 ACSA-OPT Tiempo

Fuente: Elaboración propia

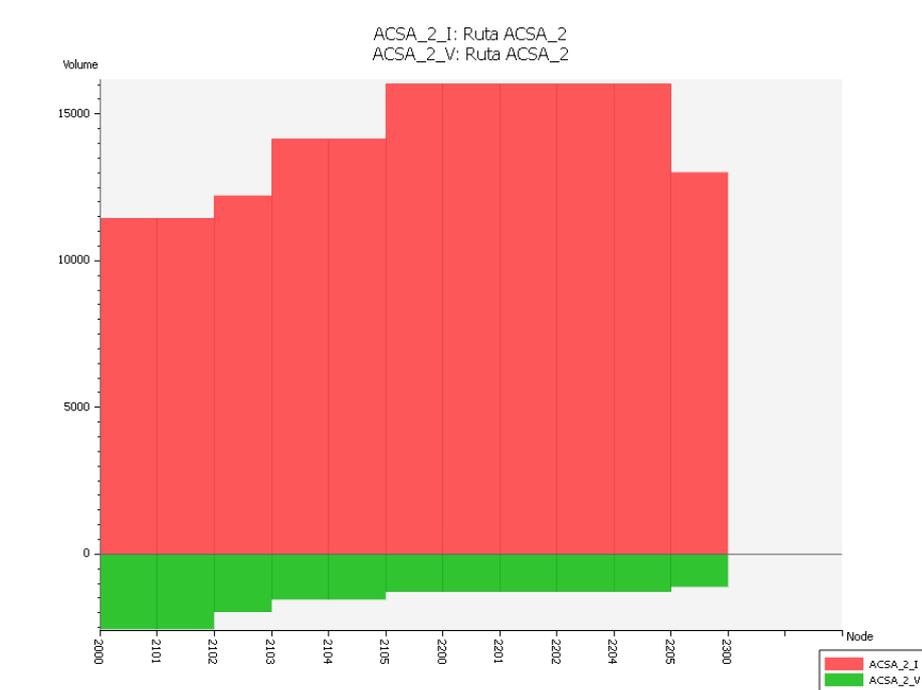


Figura 50. Asignación demanda ruta 2 ACSA-OPT Tiempo

Fuente: Elaboración propia

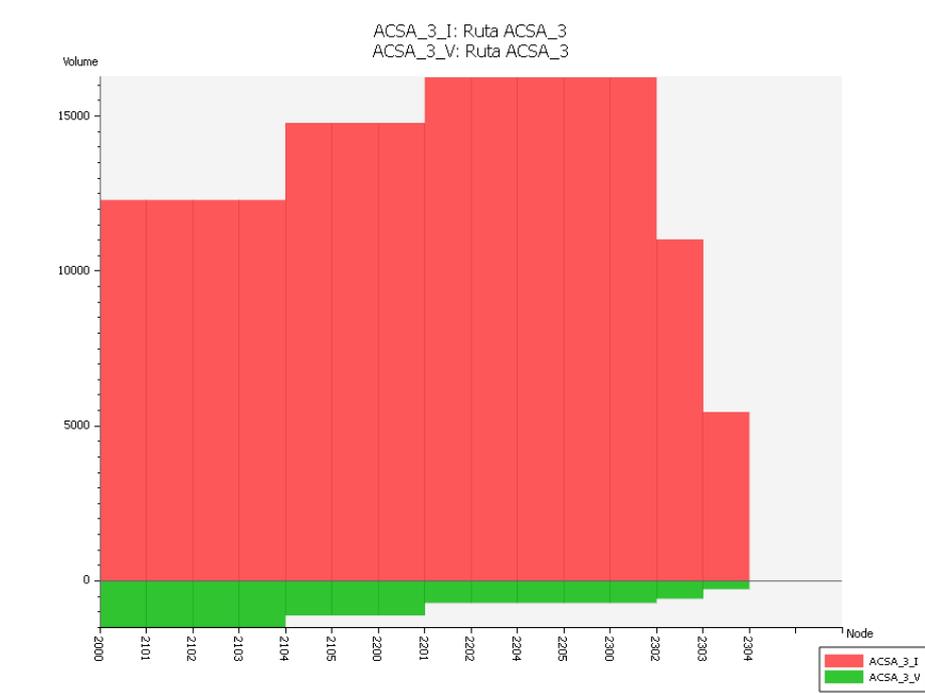


Figura 51. Asignación demanda ruta 3 ACSA-OPT Tiempo

Fuente: Elaboración propia

**Escenario ACSA-OPT Demanda**

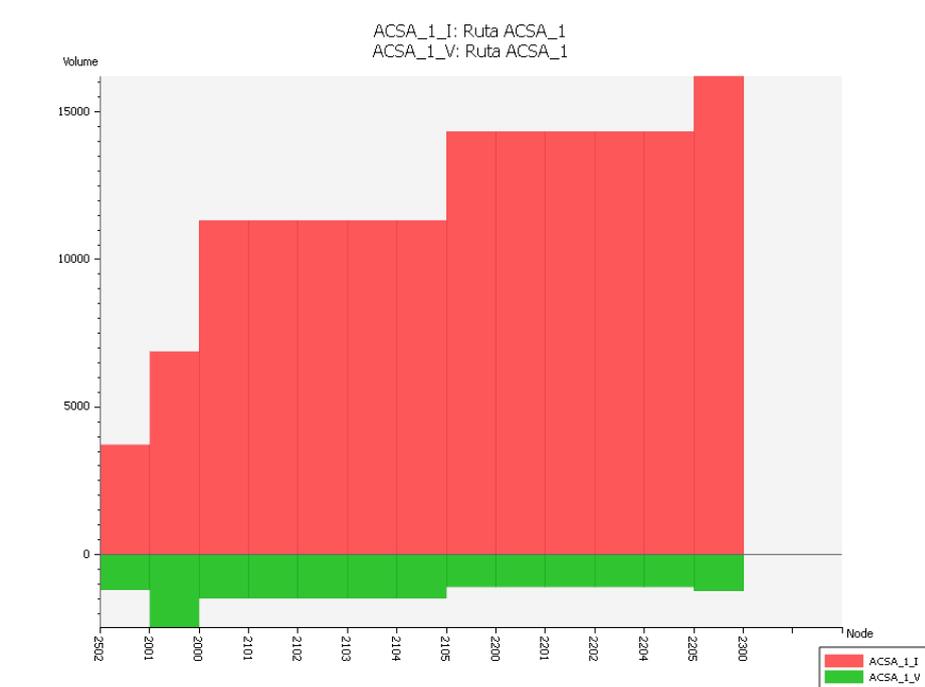


Figura 52. Asignación demanda ruta 1 ACSA-OPT Demanda

Fuente: Elaboración propia

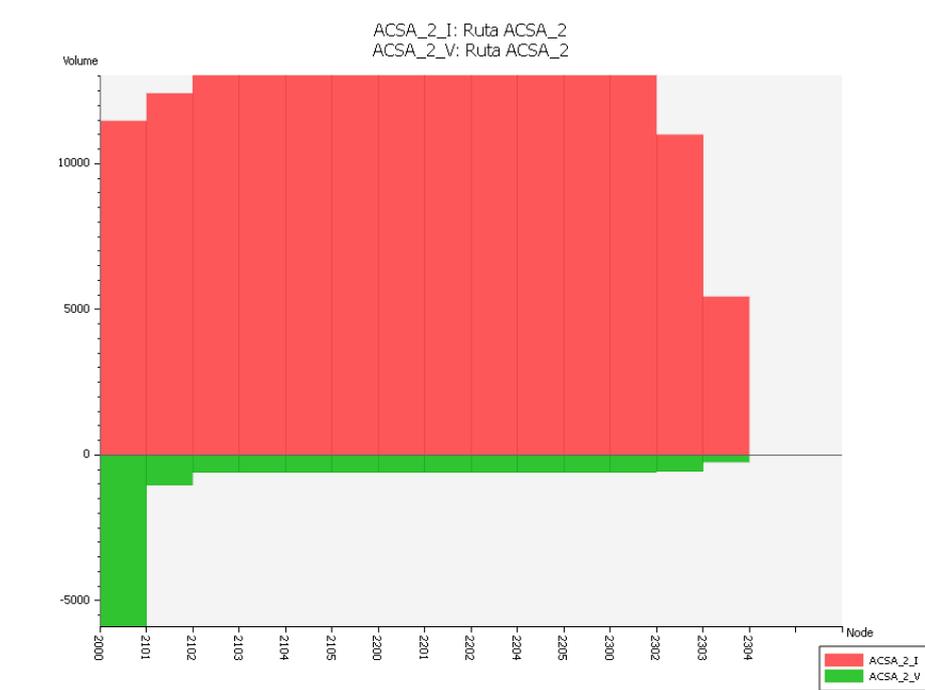


Figura 53. Asignación demanda ruta 2 ACSA-OPT Demanda

Fuente: Elaboración propia

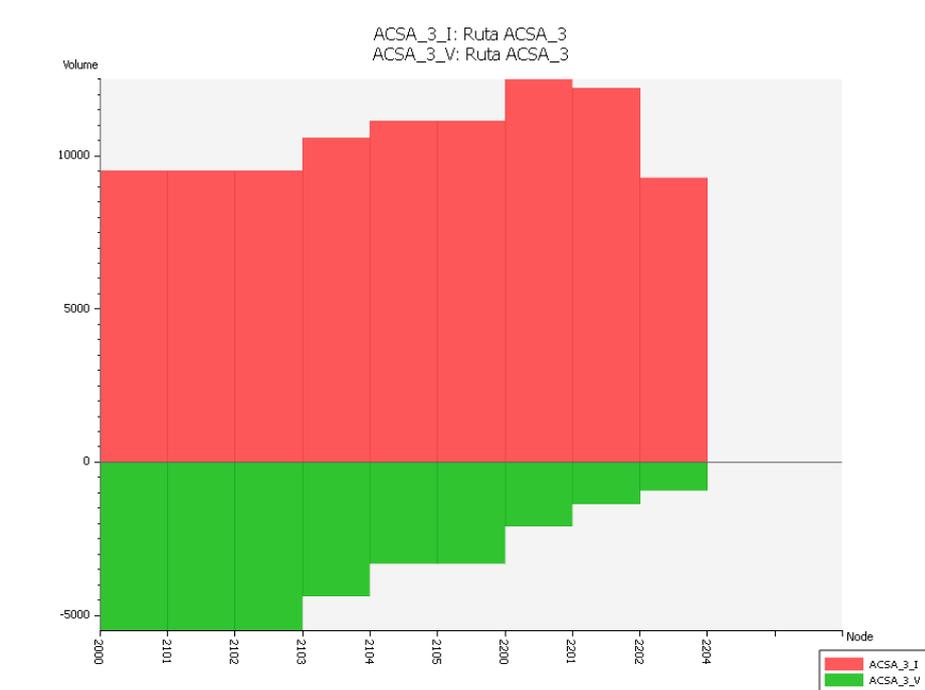


Figura 54. Asignación demanda ruta 3 ACSA-OPT Demanda

Fuente: Elaboración propia