

Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación
Trabajo de Fin de Máster

Enseñanza de las funciones reales a través de *Flipped Classroom* y las TIC para 1º de Bachillerato.

Presentado por: Norma Jeaneth Oña Cueva

Titulación: Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato.

Tipo de trabajo: Propuesta de Intervención Didáctica.

Director: Zoel Salvado Belart

Ciudad: Quito

Fecha: 15 de julio del 2020.

Resumen

La educación del siglo XXI se ha visto modificada en los centros educativos por el avance tecnológico que existe en la vida diaria de los alumnos, tanto así, que los docentes buscan métodos para incluir las herramientas tecnológicas y mantener la motivación en el aula. Este TFM muestra un diseño de Propuesta de Intervención Didáctica para la enseñanza de las funciones con números reales a través de la *Flipped Classroom* y las TIC, Matemática I para 1^{er} curso de Bachillerato. En el marco teórico se analiza las dificultades de los estudiantes en relación al tema de funciones reales, se explica las ventajas e inconvenientes del método *Flipped Classroom* (FC) o clase invertida, incluso se conoce la relación del método con la *Taxonomía de Bloom*. La base legal de este trabajo se sustenta en las leyes españolas como la LOE y la LOMCE, de donde se elige el contenido a tratar. Las actividades de la propuesta se desarrollan en base a la *Flipped Classroom* y las TIC, de modo que, se trata de innovar y motivar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, facilitando la comprensión de los contenidos de estudio. Para ello, se presenta contenido multimedia, enlaces a herramientas como: la curación de contenidos “*pearltrees*”, “*EDpuzzle*” y “*liniot*”; la aplicación “*kahoot*” y el programa geogebra para graficar las funciones y visualizar sus características. Se concluye, que la *Flipped Classroom* resulta viable para integrar las TIC al proceso educativo, de modo que, colabora al aprendizaje significativo del estudiante mediante el uso de la tecnología dentro y fuera del aula de clase. Por último, veremos las referencias bibliográficas y los anexos de la Propuesta de Intervención Didáctica.

Palabras clave

Funciones reales con variable real, matemática 1º Bachillerato, *Flipped Classroom*, TIC.

Abstract

Education in the 21st century has been modified in schools by the technological advances that exist in the daily lives of students, so much so that teachers are looking for methods to include technological tools and maintain motivation in the classroom. This TFM shows a design of Didactic Intervention Proposal for the teaching of the functions with real numbers through the Flipped Classroom and the ICT, Mathematics I for 1st year of High School. In the theoretical framework, the difficulties of the students in relation to the subject of real functions are analyzed, the advantages and disadvantages of the Flipped Classroom (FC) method or inverted class are explained, and the relationship of the method with Bloom's Taxonomy is even known. The legal basis of this work is based on Spanish laws such as the LOE and the LOMCE, from which the content to be dealt with is chosen. The activities of the proposal are developed on the basis of the Flipped Classroom and the ICT, so that, it is a matter of innovating and motivating the process of teaching and learning of the students, facilitating the understanding of the contents of study. To this end, multimedia content is presented, as well as links to tools such as: the "pearltrees", "EDpuzzle" and "liniot" content cure; the "kahoot" application and the geogebra program to graph the functions and visualize their characteristics. It is concluded that the Flipped Classroom is a viable way to integrate ICT into the educational process, so that it contributes to meaningful student learning through the use of technology in and out of the classroom. Finally, we will see the bibliographical references and the annexes of the Didactic Intervention Proposal.

Key words

Real functions with real variable, mathematics 1st year of high school, Flipped Classroom, ICT.

Índice de contenidos

1. Introducción	9
1.1. Justificación	9
1.2. Planteamiento del problema	10
1.3. Objetivos del TFM.....	11
1.3.1. Objetivo general	11
1.3.2. Objetivos específicos	11
2. Marco teórico	12
2.1. Dificultades en el aprendizaje de funciones reales.	12
2.2. Modelo Pedagógico <i>Flipped Classroom</i>	15
2.2.1. <i>Relación modelo FC y la Taxonomía de Blomm</i>	17
2.2.2. <i>Ventajas e inconvenientes de Flipped Classroom</i>	18
2.3. Aporte de las TIC en la educación secundaria y la enseñanza de la matemática.	21
2.3.1. Geogebra para graficar funciones reales.....	23
3. Propuesta didáctica	24
3.1. Presentación.....	24
3.1.1. Introducción	24
3.2. Contextualización	25
3.2.1. Marco legislativo	25
3.2.2. Centro educativo	25
3.3. Objetivos Didácticos:	26
3.4. Competencias Clave.....	26
3.5. Contenidos	28
3.6. Metodología	29
3.7. Temporalización	30

3.8.	Recursos	31
3.9.	Actividades	32
3.10.	Evaluación	41
3.10.1.	Evaluación y calificación	41
3.10.2.	Evaluación de la propuesta.....	50
4.	Conclusiones.....	52
5.	Limitaciones y prospectiva	54
6.	Referencias Bibliográficas	55
7.	Anexos.....	58
Anexo 1.....		58
Anexo 2.....		59

Índice de figuras

Figura 1. Factores que influyen en las dificultades del aprendizaje de funciones. (Perdomo, 2016)	12
Figura 2. Dificultad en el aprendizaje de funciones reales con variable real. (Perdomo, 2016)	13
Figura 3. Reflexiones para mejorar el aprendizaje en funciones reales con variable real. (Hitt, 2003)	14
Figura 4. Dificultades que presentan los estudiantes en clase. (Bergmann & Sams, 2014)....	15
Figura 5. Modelo aprendizaje invertido. <i>Flipped Classroom</i> (Prats, Simón, & Ojando, 2017)	16
Figura 6. Taxonomía de Bloom y el tiempo en clase. (Santiago, Díez, & Andía, 2017)	17
Figura 7. Estrategia de enseñanza para trabajar el método FC. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2018).....	18
Figura 8. Ventajas del aprendizaje invertido en los estudiantes. (Santiago, Díez, & Andía, 2017)	19
Figura 9. Inconvenientes en la aplicación <i>Flipped Classroom</i> . (Aguilera, 2017)	20
Figura 10. ¿Cómo ayudan las TIC en el aula de matemática? (Ruíz, 2008)	21
Figura 11. Programas para trabajar la matemática. Elaboración propia.....	22
Figura 12. Curación de contenidos para docentes. Elaboración propia.	22
Figura 13. Función cuadrática con Geogebra. Fuente. Elaboración propia.....	23

Índice de tablas

Tabla 1. Contenidos Matemática I. 1º Bachillerato- Bloque 3. Análisis.	28
Tabla 2. Temporalización	30
Tabla 3. Recursos de la Unidad Didáctica.	31
Tabla 4. Sesión 1. "Introducción a <i>Flipped Classroom</i> y la noción intuitiva de función".....	33
Tabla 5. Sesión 2. "Conceptualización de función real de variable real".....	34
Tabla 6. Sesión 3. "Representación de una función real en forma algebraica, tabla y gráfica".	35
Tabla 7. Sesión 4. "Características de la función real de variable real".....	36
Tabla 8. Sesión 5. "Funciones reales básicas".	37
Tabla 9. Sesión 6. "Aplicaciones de funciones en la vida real".	38
Tabla 10. Sesión 7. "Operaciones y composición de funciones reales".	39
Tabla 11. Sesión 8. "Función inversa"	40
Tabla 12. Rúbrica de evaluación Sesión 1." Introducción a Flipped Classroom y noción del concepto de función".....	42
Tabla 13. Rúbrica de evaluación. Sesión 2. "Conceptualización de función real de variable real".	43
Tabla 14. Rúbrica de evaluación. Sesión 3. "Representación de una función real con variable real".....	44
Tabla 15. Rúbrica de evaluación. Sesión 4. "Características de las funciones reales de variable real".....	45
Tabla 16. Rúbrica de evaluación. Sesión 5. "Funciones reales básicas".	46
Tabla 17. Rúbrica de evaluación. Sesión 6."Aplicaciones de funciones reales con variable real".	47
Tabla 18. Rúbrica de evaluación. Sesión 7."Operaciones y composición de funciones reales".	48

Tabla 19. Rúbrica de evaluación. Sesión 8. "Función inversa".....	49
Tabla 20. FODA de la Propuesta de Intervención Didáctica.	50
Tabla 21. Evaluación. Enseñanza de las funciones reales con <i>Flipped Classroom</i> y las TIC....	51

1. Introducción

1.1. Justificación

El docente de la asignatura de matemática siempre quiere ver a sus alumnos aprender el tema de funciones reales sin tanto problema. Si reflexionamos, para muchos alumnos les resulta interesante éste tema, pero a medida que se dictan las clases cambian de opinión y se sienten abrumados por la cantidad de teoría y procesos; la mayor dificultad es tomar apuntes, poner atención y hacer gráficos; lo que les resulta complicado hacer tantas actividades a la vez.

Sin duda alguna, la mayoría de los alumnos sienten temor y miedo de realizar las tareas de matemática en casa, pueden ser por muchos factores uno de ellos, los apuntes están incompletos e incomprensibles, copiaron con errores o simplemente no los copiaron por falta de tiempo. Los docentes han visto este problema continuamente, pensando en la forma de cubrir las necesidades de sus alumnos, algunos de ellos necesitan más ayuda, atención y explicación que otros, todo depende del número y la diversidad (Bergmann & Sams, 2014).

Las funciones reales es un tema muy importante para el estudio del cálculo y su aplicación. Por esta razón, se decide diseñar una propuesta para trabajar las funciones reales a través de *Flipped Classroom* y las TIC. El método *Flipped Classroom* o aula invertida tiene como finalidad facilitar el aprendizaje de los estudiantes, con el uso de vídeos de los contenidos de estudio y actividades previas fuera del aula, para luego, con la ayuda del docente en clase aplicar esos conocimientos en actividades colaborativas (Prats, Simón, & Ojando, 2017). Ésta propuesta ayudará a los docentes a elaborar una clase más dinámica, significativa y completa, incluyendo la tecnología en el proceso de enseñanza- aprendizaje de los estudiantes del siglo XXI. Además, en este contexto se da solución al problema de los apuntes de los estudiantes, con vídeos que resulta más viable comprender la temática que se está tratando (Bergmann & Sams, 2014).

Si los alumnos nacen cerca de la tecnología y les gusta como los docentes debemos aprovechar las herramientas tecnológicas y alcanzar los objetivos académicos de la clase. En resumen, el alumno será protagonista su propio aprendizaje, desarrollará las competencias básicas a través del trabajo autónomo y colaborativo; el docente atenderá las necesidades educativas de sus alumnos de una manera más personalizada (Cruz & Puentes, 2012). Es importante destacar el rol del docente como guía y facilitador del proceso de enseñanza- aprendizaje, seleccionando o creando los videos adecuados conforme a los contenidos de estudio.

1.2. Planteamiento del problema

El método de enseñanza tradicional que utilizan los docentes para enseñar las funciones reales a sus alumnos presenta un cierto déficit de aprendizaje significativo, ya que, en la mayoría de los casos, el alumno se siente forzado a seguir una instrucción teórica de procesos, y algoritmos matemáticos durante la clase y el reto es tomar apuntes a la brevedad posible de lo escrito en la pizarra. Por consiguiente, la falta de tiempo para entender la teoría y construir una gráfica, ha producido incompreensión del concepto de función y su relación entre variables.

Los alumnos presentan dificultades a nivel cognitivo, epistemológico y didáctico en la comprensión del concepto de función y la representación gráfica, siendo primordial para el estudio del cálculo en el nivel superior (López y Sosa, 2008). Si reflexionamos, el hecho que el alumno tenga problemas con expresar analíticamente o graficar una función, indica que el alumno necesita un apoyo visual para repetir la clase teórica y una herramienta matemática que facilite la graficación de la función real, un bosquejo general con sus características.

La construcción de la gráfica y su interpretación del comportamiento entre las variables independiente y dependiente causa confusión si no se tiene una herramienta interactiva, porque cuando se analiza una gráfica se debe considerar los valores de las dos variables, que, en varias ocasiones, resulta difícil mantener la abstracción por mucho tiempo y seguir procesando la imagen visual que el docente explica en la pizarra normal de clase.

Por tal razón, el docente debe estar pendiente de implementar nuevos métodos pedagógicos de enseñanza que propicie el aprendizaje significativo, así también, el uso herramientas tecnológicas o software matemático como recurso, que facilite la comprensión del concepto de función real y su respectiva gráfica donde se visualice una expresión rápida y precisa. Para dar una solución al problema que presentan los alumnos en cuanto a la falta de comprensión del concepto y gráfica de la función, voy a diseñar una propuesta de intervención para trabajar las funciones reales a través del uso de *Flipped Classroom* o aula invertida y el uso de las TIC, que permita una enseñanza más dinámica y colaborativa dentro y fuera del aula de clase.

El modelo pedagógico Flipped Classroom o aula invertida, busca invertir algunos roles y funciones de la enseñanza tradicional, es decir, en casa las lecciones son de forma autónoma, ocupa el tiempo necesario respecto al tema y en clase se tiene una enseñanza más personalizada junto al docente para desarrollar las actividades del tema. (Perdomo, 2016)

1.3. Objetivos del TFM

1.3.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta de intervención basada en *Flipped Classroom* y las TIC para trabajar las funciones reales con variable real.

1.3.2. Objetivos específicos

- Analizar las dificultades generales que presentan los estudiantes en el tema de funciones reales.
- Analizar el enfoque pedagógico *Flipped Classroom* o clase invertida, la relación con la *Taxonomía de Bloom*, sus ventajas, inconvenientes y su aplicación en la enseñanza de la matemática.
- Explicar el aporte de las TIC en la educación secundaria, así también en la enseñanza de la matemática.
- Identificar una herramienta tecnológica que ayude a la graficación de las funciones reales para la comprensión del bosquejo preciso y relación entre variables.
- Diseñar actividades sobre las funciones reales con variable real, para trabajar de forma colaborativa en el aula, permitiendo al docente atender las necesidades de aprendizaje de sus alumnos.

2. Marco teórico

2.1. Dificultades en el aprendizaje de funciones reales.

Las funciones reales es uno de los temas más significativos para el estudio del cálculo, cuando nos referimos al concepto de función real, hacemos referencia a un objeto matemático que por naturaleza no puede ser captado fácilmente por los sentidos o manipulado en el mundo físico, de aquí la necesidad de buscar una representación analítica y gráfica que permita su estudio abstracto e interpretación con el mundo real, de tal modo dar solución a problemas.

Distinguir una función de una ecuación es el reto que los alumnos deben asumir a la hora de expresar la función con variables x e y , la principal dificultad está en distinguir la funcionalidad y significado de la variable independiente (x) y dependiente (y). Si escribimos, $f: f(x) \rightarrow x$, elemento de los reales, tal que: $y=2x+1$, los alumnos en varias ocasiones lo comprenden como dos incógnitas y cometen errores porque desconocen qué $y=f(x)$ variable dependiente, lo que significa un problema de relación entre variables.

En la investigación de Sosa, et al. (2008), cerca de los factores que influyen en las dificultades y errores que cometen los alumnos de bachillerato al momento de manipular el concepto de función, encontró que la inadecuada conceptualización y aplicación del concepto de función se deben a factores de carácter cognitivo, epistemológico y didáctico.

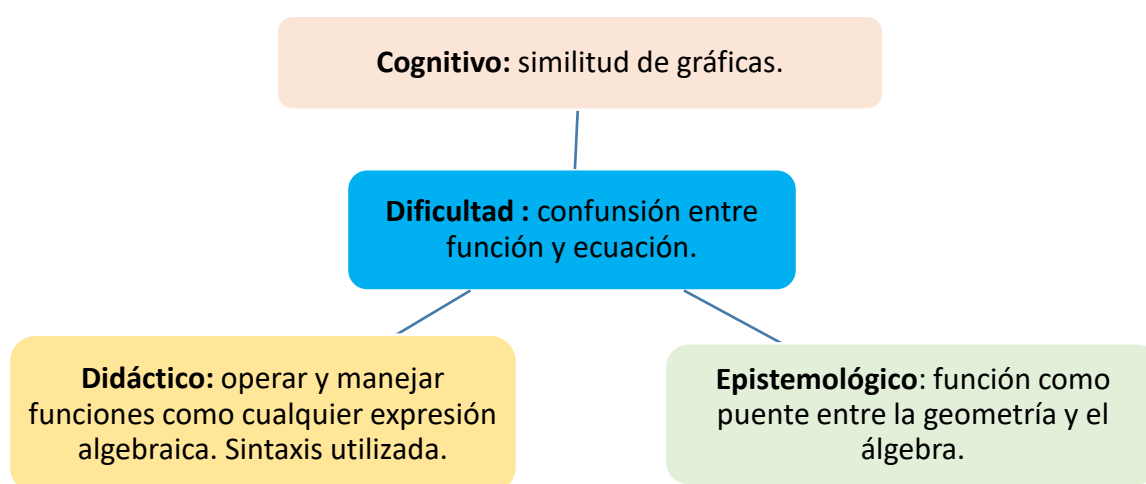


Figura 1. Factores que influyen en las dificultades del aprendizaje de funciones. (Perdomo, 2016)

El proceso casi dogmático en la enseñanza de las funciones puede provocar dificultades en la comprensión del concepto de función. Muchas veces, se empieza con el diagrama de conjuntos, la correspondencia de flechas uno a uno, la expresión algebraica de función y, por último, la representación gráfica en el plano mediante valores de las variables: dependiente e independiente. Es evidente, el olvido de trabajar la relación y variación entre variables, ya que puede generar una serie de errores y confusión a la hora de interpretarlas.

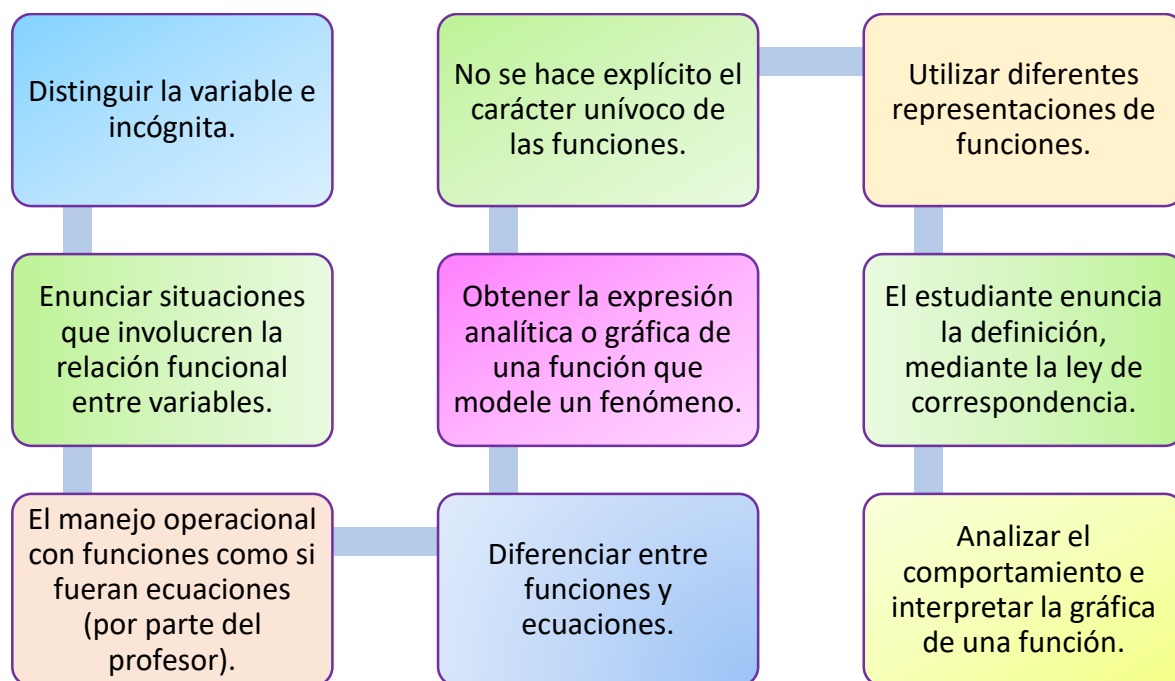


Figura 2. Dificultad en el aprendizaje de funciones reales con variable real. (Perdomo, 2016)

Sin duda alguna, los aspectos cognitivos, epistemológicos y didácticos son necesarios al momento de enseñar las funciones, es de considerar actividades que promuevan el pensamiento variacional, la modelación de algunas situaciones o fenómenos con representaciones gráficas y la correcta visualización para crear interpretaciones significativas.

Según, Hitt (2003) en su investigación acerca de los problemas de aprendizaje sobre el concepto de función tanto en maestros y estudiantes, considera que las dificultades del concepto de función, surge por restringir la manipulación algebraica del concepto o por proponer al azar un ejemplo relacionado “con la vida real” sin un previo análisis lógico; la experimentación de 9 profesores que diseñaron una clase , 1 de ellos seleccionó el tema de función lineal, el mismo que presentó lo siguiente: “la edad del padre de Juan es el doble de la edad de éste dentro de cinco años”, el profesor no se percató que estaba en un error escribiendo: $y = \text{edad del padre de Juan}$, $x = \text{edad de Juan}$ y el modelo algebraico: $y = 2x + 5$, siendo

lo más cercano $y=2(x+5)$. La incoherencia es, si damos valores a la edad de Juan, cuando éste tenga 2 años de edad, el padre tendría la edad de 9 años, que es ilógico; entonces, la concepción de función depende en gran medida de cómo enseñamos los docentes, ya que el ejemplo propuesto demostraba ser una ecuación de primer grado y no una función lineal.

La dificultad del aprendizaje de las funciones, cada vez se remarca por la simplificación de los aprendizajes a una simple realización mecánica de los algoritmos y procedimientos, no se profundiza en la comprensión del concepto y el significado entre las variables, es decir, darle un significado a la variable “x”, si aumenta o disminuye y que comportamiento adquiere “y”.

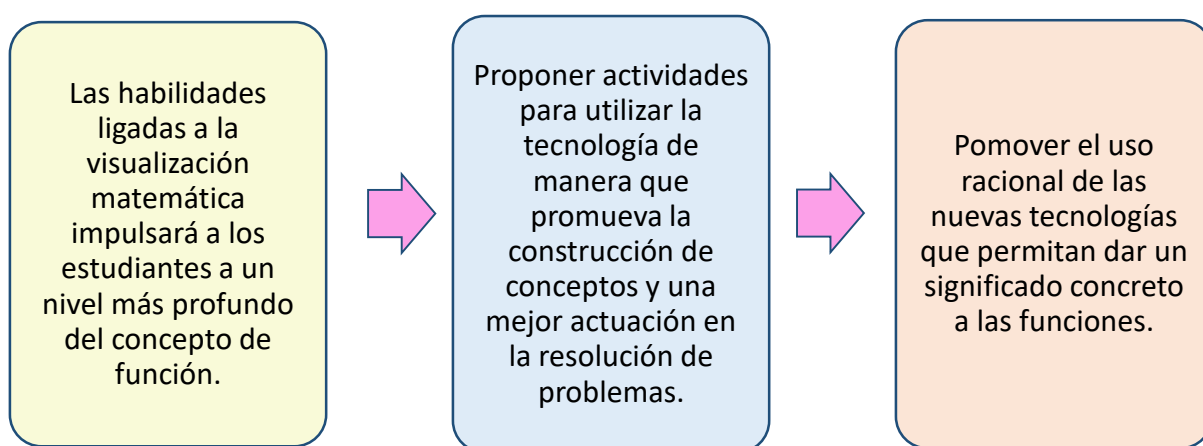


Figura 3. Reflexiones para mejorar el aprendizaje en funciones reales con variable real. (Hitt, 2003)

Enseñar conlleva una gran responsabilidad, asimismo cuando se elabora aplicaciones en la vida real, es fácil caer en contradicciones lógicas e incoherencias. Por otra parte, la dificultad que presentan los alumnos en la graficación, se puede mejorar con el uso de la tecnología, reduciendo el impacto del proceso algebraico riguroso para construir la tabla de valores x, y; la misma que se consigue sustituyendo algunos valores en la expresión algebraica, luego representarlos en el plano cartesiano para unir esos puntos por medio de una curva o línea.

La dificultad se encuentra, cuando se unen los puntos sin tener una visión global sobre el comportamiento de la función real, los procesos algebraicos pueden quedar incomprendidos por la limitada representación gráfica. En definitiva, para que un alumno aprenda significativamente, el docente debe ayudarse de la tecnología, con el propósito de desarrollar la habilidad visual en sus alumnos, interpretar de forma correcta y precisa el comportamiento en las gráficas de las funciones reales, que den sentido al proceso algebraico.

2.2. Modelo Pedagógico *Flipped Classroom*

La labor del docente es importante dentro del aula de clase para promover un ambiente motivador e interactivo, el reto del docente en el siglo XXI es trabajar con el colectivo para alcanzar los objetivos de la clase y a la vez atender las diferencias individuales de sus alumnos; este trabajo diferenciado, resulta ser un problema en la enseñanza - aprendizaje de la matemática, pero se debe encontrar formas para su desarrollo; sin olvidar el contexto académico que junte la teoría con la práctica (Ruíz, 2008).

La enseñanza tradicional donde el maestro solo instruye a sus alumnos y ellos asimilan los conocimientos, y que para reforzar esa asimilación realizan actividades en clase, a demás, lo consolidan enviando tareas a casa; dicho de otro modo, el alumno no sabe muchas veces cómo hacer los ejemplos en clase y peor en casa donde mas ayuda del profesor necesita. La clase tradicional es el punto de partida para analizar las dificultades por las que se ven afectados los estudiantes en el aula, y al llegar a casa donde sus apuntes en ocasiones resultan ser inútiles.

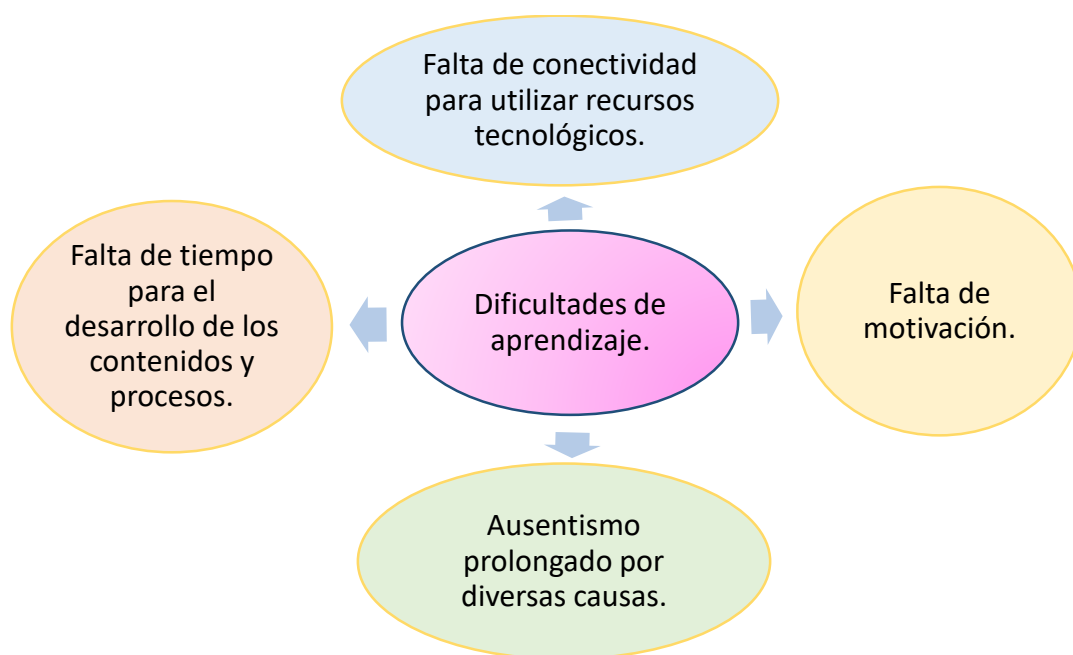


Figura 4. Dificultades que presentan los estudiantes en clase. (Bergmann & Sams, 2014)

En el contexto de Bergmann y Sams (2014), este enfoque nace para dar solución a las necesidades de sus alumnos en las clases de Química de la Escuela Secundaria Woodland Park (Colorado – Estados Unidos). Algunos estudiantes faltaban a las clases por diversas circunstancias escolares, otros simplemente “jugaban a la escuela”. Los autores vieron que sus alumnos con dificultades querían aprender y lo único que sucedía era el retrasado de sus

aprendizajes, entonces, ellos empezaron a grabar sus clases presenciales y éstos vídeos, eran vistos por los estudiantes en casa de acuerdo a su ritmo de aprendizaje, el tiempo de clase lo utilizaban para profundizar el conocimiento. En poco tiempo la comunidad educativa de diferentes lugares se empezó a interesar por la “clase al revés” ya que, permitía orientar las necesidades de los estudiantes y a los docentes personalizar la educación de sus alumnos.

Lo que hace *Flipped Classroom* es invertir la enseñanza tradicional, es decir revisar la teoría en casa y en clase trabajar la práctica junto a su maestro de forma mas personalizada. *Flipped Classroom* (de ahora en adelante FC), denominado también clase invertida, aprendizaje al revés o aprendizaje inverso, trata de un modelo pedagógico que consiste en transferir ciertos aspectos del aprendizaje fuera del aula, y utilizar el tiempo de clase para potenciar la práctica de los conocimientos junto con la ayuda y experiencia del docente. Por ésta razón, el docente debe desarrollar competencias que faciliten su labor diaria (Andía, Santiago y Díez, 2017).

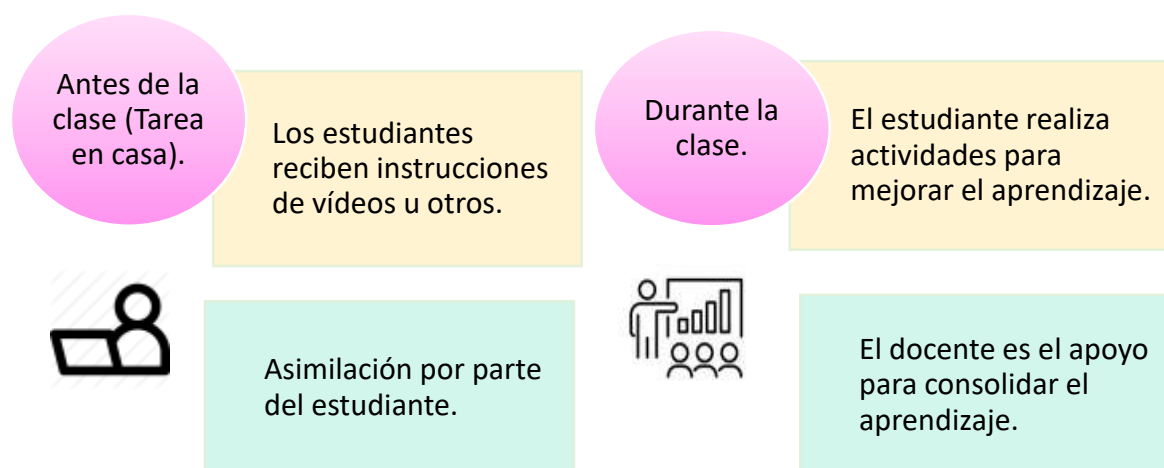


Figura 5. Modelo aprendizaje invertido. *Flipped Classroom* (Prats, Simón, & Ojando, 2017)

Para trabajar con el FC podemos integrar metodologías activas, herramientas y recursos tecnológicos de manera eficiente para promover la innovación en el aula de clase, reconociendo el rol del docente como facilitador y orientador del proceso enseñanza-aprendizaje, capaz de trabajar con el colectivo para alcanzar los objetivos de la clase y a la vez atender las diferencias individuales de sus alumnos (Ruíz, 2008). A partir de entonces, reconocemos que el estudiante en casa revisa los contenidos a través de la tecnología (videos) para que, en clase con el *feedback* del profesor y las clases más personalizadas, comprobar sus conocimientos y extender sus aprendizajes de manera constructiva (Tourón & Raúl, 2014).

2.2.1. Relación modelo FC y la Taxonomía de Blomm

En los Estados Unidos a finales de los años 50, en Chicago, se escucha hablar de una corriente psicológica de cómo se aprende y cómo se evalúa los aprendizajes. Se comprobó que las acciones cognitivas tenían complejidad diferente, por ejemplo, no es lo mismo recordar que analizar. La *Taxonomía de Blomm* jerarquiza el nivel de complejidad cognitivo (Méndez, 2015).

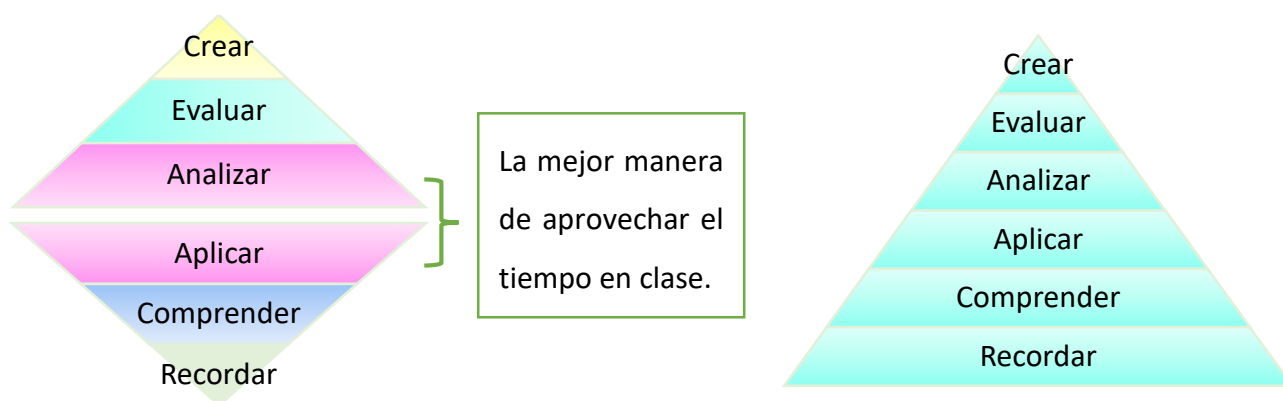


Figura 6. Taxonomía de Bloom y el tiempo en clase. (Santiago, Díez, & Andía, 2017)

Como vemos, comenzamos con los niveles más bajos para subir de forma progresiva hasta los niveles de orden superior, el enfoque de ésta pirámide es darnos cuenta cómo se enseña de forma apropiada a los estudiantes, ya que ellos no entienden algunos conceptos y cuando llegan a clase, siguen sin entender porque los problemas que tenían en casa no se han solucionado aún (Santiago & Bergmann, Aprender al revés: Flipped Learning 3.0 y metodologías activas en el aula, 2018). Así que, lo más apropiado es enviar a casa los niveles de complejidad bajos para luego, en clase trabajar los niveles de complejidad altos.

Una encuesta realizada a 2.400 estudiantes acerca de las tareas en un contexto FC, mostraron resultados positivos respecto a este modelo, el 55% de los estudiantes afirman que el tiempo dedicado a los videos añade un poco tiempo al consumo total de pantalla, asimismo la mayoría afirman que el material en video ayuda a comprender el contenido de estudio, el 65% prefieren videos entre 5 y 12 minutos, seguido de suponer menos tiempo en las tareas *flipped* (Santiago & Bergmann, Aprender al revés: Flipped Learning 3.0 y metodologías activas en el aula, 2018) .

Si reflexionamos, la *Taxonomía de Blomm* unida al FC, es el punto de partida para mejorar el quehacer pedagógico en las aulas de clase, el maestro del siglo XXI debe sujetarse al cambio que conlleva utilizar las herramientas y recursos tecnológicos.

2.2.2. Ventajas e inconvenientes de Flipped Classroom

Una de las competencias más importantes de los docentes en el siglo XXI, es el crear o seleccionar vídeos con el contenido de estudio, del mismo modo, localizar aplicaciones para el móvil, de modo que ayuden en el proceso aprendizaje. Todo depende del nivel tecnológico que se quiera usar, pues cada día salen nuevas herramientas por ejemplo del tipo web. 2.0 y 3.0 (plataformas, páginas web, redes sociales, otros).

Pearson en el año 2013 acerca de los Servicios de Logro Escolar, citado por Cotic (2015), estable cuatro pilares fundamentales para hacer posible el aprendizaje con *Flipped Classroom*, éstos son: ambientes flexibles, cultura de aprendizaje, contenido intencional y docente profesional.

1. **Ambientes flexibles.-** Los estudiantes siguen su propio ritmo de aprendizaje, se establecen evaluaciones que midan el entendimiento de manera significativa.
2. **Cultura de aprendizaje.-** Asimilar el cambio de aprendizaje centrado en el estudiante, el tiempo del aula para profundizar los contenidos, creando ambientes interactivos estudiante- docente y asegurar un entendimiento completo del tema.
3. **Contenido intencional.-** El docente selecciona los contenidos y recursos que deben usar los estudiantes, se recomienda integrar estrategias dependiendo de la asignatura.
4. **Docente profesional.-** Usar la experiencia docente para guiar todo el proceso de enseñanza – aprendizaje.

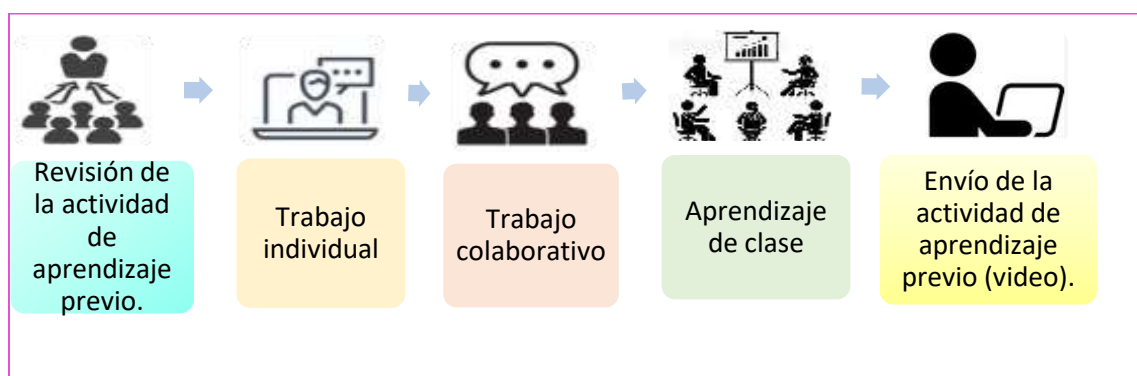


Figura 7. Estrategia de enseñanza para trabajar el método FC. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2018)

La actividad de aprendizaje previo o tarea *flipped*, puede ser un video sobre un tema a tratarse en la clase de matemáticas. Los estudiantes eligen dónde y cuándo revisar el video, también pueden acceder a chat o foros y armar temas de discusión, incluso ponerse en contacto vía *online* con sus compañeros y su maestro si es necesario para llegar a clase y consolidar todo.



Figura 8. Ventajas del aprendizaje invertido en los estudiantes. (Santiago, Diéz, & Andía, 2017)

El estudiante tiene la facilidad de revisar el video cuantas veces sea necesario, ser independiente y autónomo de su propio aprendizaje. En clase tendrá la oportunidad de desarrollar sus habilidades comunicativas en interacción con sus compañeros y el profesor.

Algunas ventajas *Flipped Classroom* que ofrece a los docentes de la asignatura de matemática.

- Produce ahorros del tiempo lectivo en la asignatura y ayuda a conocer lo que los estudiantes ya saben (*feedback* del docente).
- Permite el diseño de tareas más significativas.
- Se convierte guía y facilitador del aprendizaje.
- Favorece el trabajo colaborativo en el aula y atiende las necesidades académicas de sus estudiantes. Atiende la diversidad.
- Proporciona una mejor comunicación en cuanto a los temas de la clase.
- Fomenta la implicación de la tecnología dentro y fuera del aula.

El uso del método clase invertida o *Flipped Classroom* es ideal para incluir la tecnología al quehacer pedagógico del docente en las aulas de clase, asimismo, puede mejorar la calidad educativa todo depende de cómo se trabaje este método. Según, Prats et al., (2017), menciona que éste método se puede trabajar hoy en día gracias a que la información está en las redes y tanto estudiantes como profesores pueden acceder fácilmente a los contenidos para trabajar de forma autónoma.

Veamos algunos inconvenientes de método *Flipped Classroom* (Aguilera, Manzano, Martínez, Lozano, & Casiano, 2017).

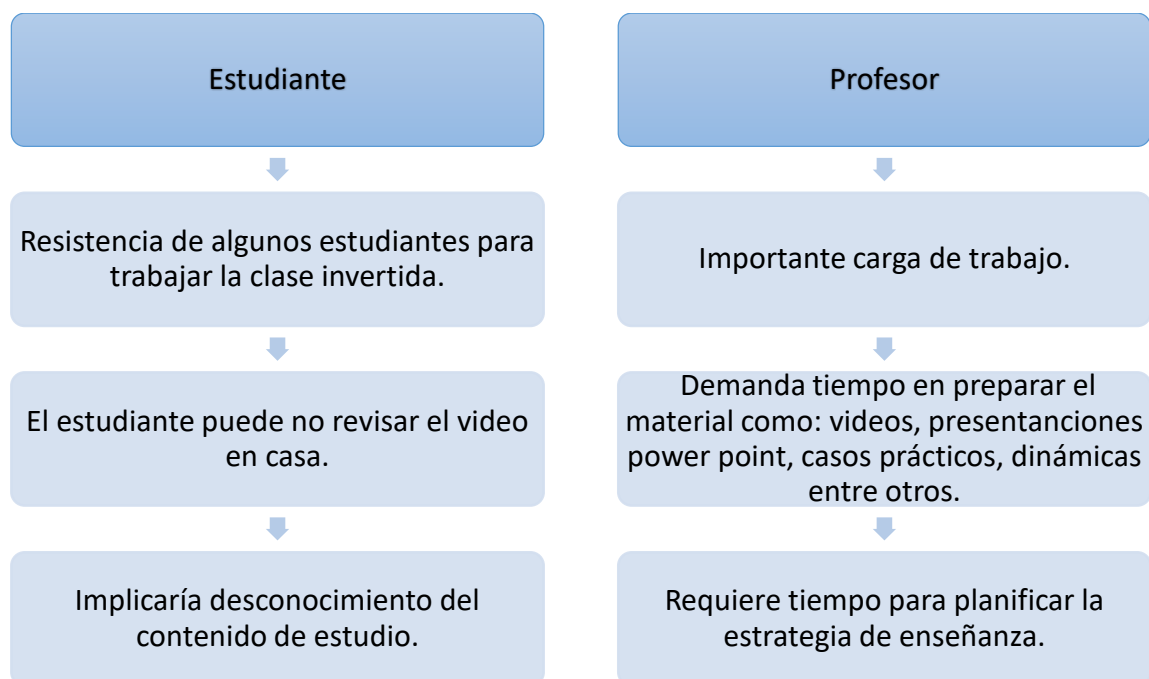


Figura 9. Inconvenientes en la aplicación *Flipped Classroom*. (Aguilera, 2017)

Si analizamos la creación de los videos docentes, resulta una dificultad si no se cuenta con una infraestructura adecuada y equipo especializado para la grabación del video. Aún superando estas situaciones, el profesor debe motivarse y precisar su voluntad para la grabación del material, ya que algunos docentes se rehusan a ser grabados. Otro aspecto a tomar en cuenta en la grabación, es contar con habilidades comunicativas como la expresión oral que llamen la atención de los destinatarios (Gálvez & García, 2015).

En el caso de evitar la grabación y seleccionar el vídeo correcto en el internet (Youtube), pueden surgir dificultades tales como: ocurrir que los contenidos no se ajusten a las actividades a realizar y situar en desventaja a los estudiantes que carecen de internet o tienen acceso limitado a internet.

2.3. Aporte de las TIC en la educación secundaria y la enseñanza de la matemática.

Los estudiantes del siglo XXI nacen y crecen rodeados de tecnología digital, se familiarizan fácilmente con uso de programas, aplicaciones cada vez más complejas. Por consiguiente, los paradigmas de enseñanza también deben cambiar, es decir, dejar las prácticas tradicionales para incorporar el uso adecuado de las Tecnologías de la información y la comunicación (TIC).

“El uso de las TIC genera un cambio cognitivo” (Choque, 2009). Las TIC en la educación, son un conjunto de herramientas informáticas y de comunicación para el fortalecimiento del proceso enseñanza - aprendizaje, permiten: crear, procesar, desarrollar y difundir la información, aportando el desarrollo de habilidades y destrezas comunicativas entre docentes y estudiantes (Rodríguez, Romero, & Vergara, 2017).

Los docentes para incorporar las TIC en sus clases, exige una forma diferente y más amplia del uso de estrategias, técnicas y métodos nuevos, que le permitan cubrir las necesidades educativas de sus estudiantes. Una enseñanza basada en interrogantes: ¿qué enseñar?, ¿cómo enseñar?, y ¿qué herramientas usar?, esto obliga al docente a capacitarse y auto educarse en los softwares educativos, App para móvil y tecnologías web 2.0, 3.0, para conocer y dominar su funcionamiento dependiendo de la necesidad de la asignatura.

Real Pérez (2013) afirma que las TIC en el aula de Matemática se convierten en recursos, aclara que no son obligatorias usarlas en clase, pero sirven de ayuda para reforzar conceptos que lo requieran. Recordemos, el objetivo del docente es enseñar y que los estudiantes aprendan matemáticas mas no pretender enseñarles a utilizar las TIC.

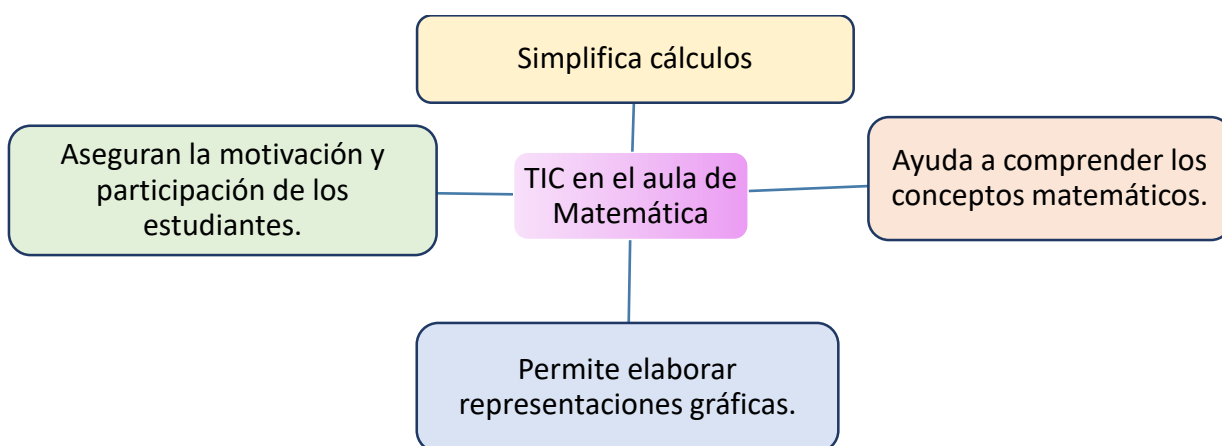


Figura 10. ¿Cómo ayudan las TIC en el aula de matemática? (Ruíz, 2008)

Los softwares educativos que se pueden utilizar en matemática por lo general, se obtienen en internet, aunque también encontramos simuladores online, como *Wolfram Alpha*, calculadoras científicas, programas para funciones específicas como *Derive* (cálculo de derivadas) y otros. A continuación, presento algunas herramientas que pueden ser de gran utilidad en matemática.

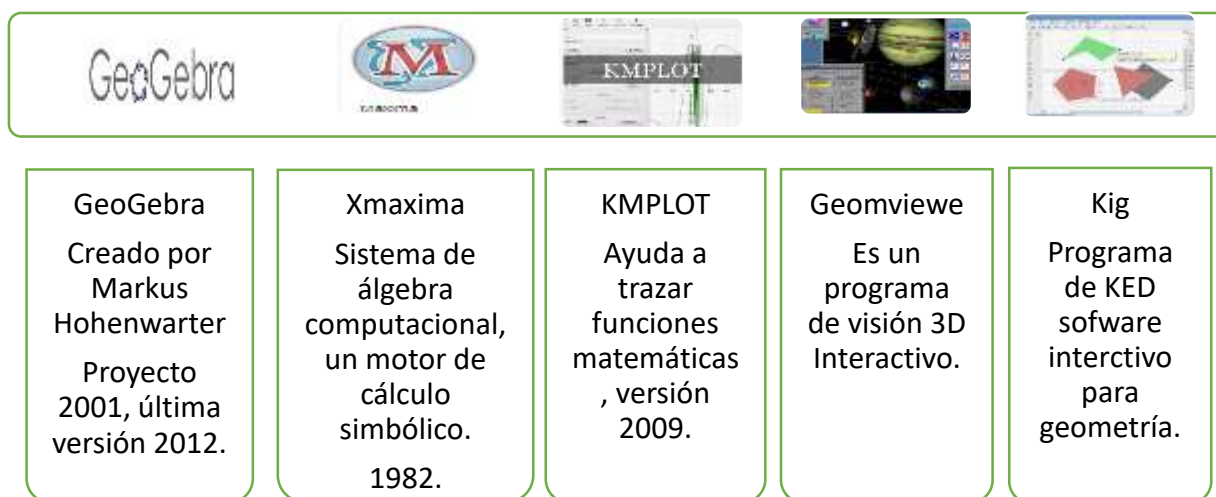


Figura 11. Programas para trabajar la matemática. **Elaboración propia**

Hoy en día, hay herramientas para organizar la información del profesorado, que también se encuentran en internet, éstos recursos nos permiten buscar, filtrar, agrupar y compartir información en diferentes formatos de archivos. La curación de contenidos suele seguir algunos pasos, empezando por el tipo de registro, ya sea gratuito o con versión de pago. Crear un panel donde se vayan incluyendo vídeos de *YouTube*, archivos, imágenes, otros; asimismo, se puede compartir información en un blog o redes sociales.

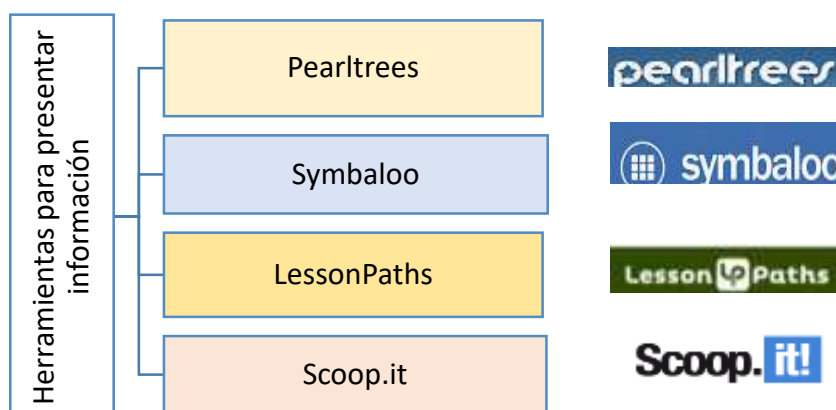


Figura 12. Curación de contenidos para docentes. **Elaboración propia.**

2.3.1. Geogebra para graficar funciones reales

Geogebra es un proyecto creado por *Markus Hohenwarter* en el año 2001, ha trabajado para llevar este software dinámico a la mayoría de personas que lo requieran, como una aplicación descargable de libre acceso en internet. Su propósito es ayudar en la resolución de problemas matemáticos para secundaria y estudios superiores, facilitando la comprensión de varios contenidos de la matemática (Barahona, Olga, Byron, & Hidalgo, 2015).

Con este programa se puede trabajar álgebra, geometría, análisis y estadística, igualmente se puede elaborar gráficas de diferentes tipos de funciones: lineal, cuadrática, valor absoluto, exponencial, logarítmica, otros; se optimiza el tiempo puesto que, si introducimos la expresión algebraica de una función de estudio, podremos ver su gráfica general y la relación entre las variables dependiente e independiente.

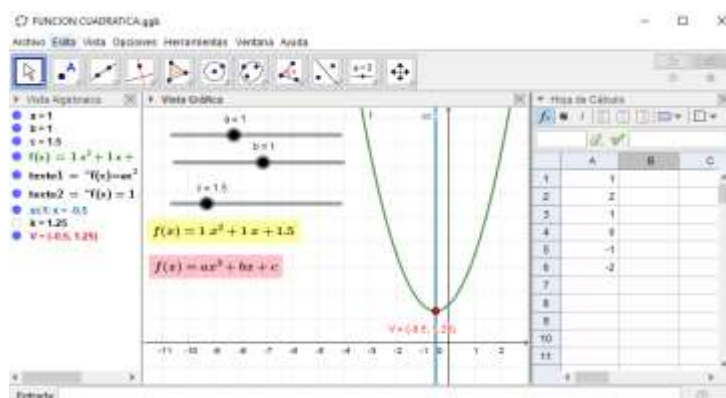


Figura 13. Función cuadrática con Geogebra. Fuente. **Elaboración propia.**

Una investigación realizada por Cruz y Puentes (2012), acerca del rendimiento académico y destrezas adquiridas al usar las TIC por los estudiantes de la asignatura matemática básica. Afirma que el 91% aprobaron la asignatura, el 1% se retiró y el 95% de los estudiantes se interesaron por seguir usando las TIC y solo el 5% aceptó ser un poco complicado su utilización. Con el software interactivo Geogebra, los estudiantes podrán desarrollar las competencias matemáticas y digital, con el simple hecho de trabajar la graficación de funciones junto con la hoja de cálculo, elaborando tablas de valores, darles movimiento con los deslizadores y llegar a la correcta interpretación de las variables de estudio.

En el III Foro Iberoamericano de divulgación y cultura científica (2017) *Markus Hohenwarter* menciona que ya existen las App para descargar Geogebra en los celulares inteligentes con la última versión 2012.

3. Propuesta didáctica

3.1. Presentación

3.1.1. Introducción

La propuesta didáctica tiene como propósito principal, dar solución a las dificultades que presentan los alumnos en el estudio de funciones reales. La propuesta está basada en Real Decreto de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

La propuesta consta de: objetivos didácticos, contenidos, metodología, temporalización, actividades, recursos y la evaluación. Conforme se avance las actividades se irán cumpliendo los objetivos didácticos; cabe mencionar, el método de enseñanza que se utiliza en el diseño de la propuesta de intervención es *Flipped Classroom* con ayuda de las TIC para el desarrollo de las actividades.

Cada una de las sesiones tiene una duración de 45 min (hora clase), el tema de las sesiones corresponde al Bloque 3: Análisis de Matemática I para 1º Bachillerato. Los temas de las sesiones son: “Introducción a *Flipped Classroom* y noción intuitiva de función”, “conceptualización de función real de variable real”, “formas de representación de una función real”, “características de la función real”, “funciones reales básicas”, “aplicaciones de funciones reales”, “operaciones y composición de funciones” y “función inversa”.

Algunas actividades serán trabajadas con: Geogebra para graficar las funciones reales, se usará la herramienta de curación de contenidos *Pearltrees*, la herramienta colaborativa *Linoit* y para despertar la motivación del contenido de estudio usaremos *Kahoot*; así también, se usará herramientas *EDpuzzle* para el aprendizaje previo.

Las evaluaciones de las actividades se realizarán mediante una rúbrica de evaluación contenidas en el apartado evaluación y calificación.

3.2. Contextualización

3.2.1. Marco legislativo

La propuesta didáctica se basa en la ley educativa española:

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE). Establece los diferentes niveles educativos de enseñanza, donde la educación primaria y la educación de secundaria obligatoria son los más relevante y obligatorios. La etapa del bachillerato tiene como finalidad que el alumno tenga una formación teórica y de competencias transversales para el acceso a la educación superior.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE). Presenta la modificación de la LOE, en el artículo 34 se observa las materias comunes para el bachillerato.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Específicamente, trabajaremos en el bloque 3. Análisis de Matemática I para 1^{er} Curso de Bachillerato.

3.2.2. Centro educativo

La propuesta de intervención didáctica se plantea desarrollar en una unidad educativa de la parroquia Eloy Alfaro del cantón Latacunga, capital de la provincia Cotopaxi, país Ecuador. Una institución educativa fiscal, que tiene niveles desde el inicial hasta bachillerato. En bachillerato se trabaja con estudiantes entre los 14 y 17 años de edad en tres años consecutivos 1º, 2º y 3º Bachillerato en Ciencias (BGU) o Bachillerato Técnico (BT). Los cursos de BGU son reducidos a comparación de los cursos técnicos.

La mayor parte de los estudiantes viven en sectores rurales, con ello, unos pocos pertenecen a un tipo de familia de núcleo biparental y en su mayoría provienen de familias disfuncionales. Casi el 100% de los estudiantes disponen de medios tecnológicos en casa, celulares inteligentes. A los estudiantes se les prohíbe el uso del celular durante las horas clase, únicamente el docente es el único que puede permitir su uso si son con fines académicos.

En la institución aún se imparte las clases tradicionales con docentes que se encuentran en la línea de jubilación, lo que constituye un limitante. La unidad educativa posee un laboratorio con el equipo tecnológico necesario para trabajar las TIC, el internet es accesible para docentes, pero casi nunca para los estudiantes por lo que se distraen fácilmente.

3.3. Objetivos Didácticos:

Los objetivos que se pretende alcanzar en la unidad didáctica para la enseñanza de funciones reales con variable real en apoyo de las TIC y el método de *Flipped Classroom*, son los siguientes:

- Conceptualizar la función real mediante la expresión algebraica, tablas de valores y la gráfica para interpretar el dominio y recorrido.
- Graficar funciones reales usando el programa geogebra para una visualización general de la función y sus características.
- Razonar el tipo de función a partir de su gráfica mediante la diferenciación de las propiedades y comportamiento de sus elementos.
- Analizar el comportamiento de las variables: independiente y dependiente de una función para extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno de estudio.
- Calcular la función inversa mediante el proceso analítico de cambio de variable para graficar y observar sus características en el plano cartesiano.
- Fomentar el desarrollo de las competencias clave a través del trabajo autónomo y colaborativo de los estudiantes.
- Motivar el uso de herramientas tecnológicas como *linoit*, *EDpuzzle*, *pearltrees*, así también, el programa geogebra y la aplicación *Kahoot*, para mantener la motivación en el proceso enseñanza y aprendizaje de las funciones reales.

3.4. Competencias Clave

El aprendizaje por competencias favorece la combinación de conocimientos, capacidades y actitudes, la forma de “saber hacer”, una combinación de conocimiento y la práctica para la realización y el desarrollo personal de los estudiantes. La Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, establece en el artículo 2, las competencias clave que se desarrollarán en la presente propuesta didáctica, a continuación, detallo:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL), estará presente en la comunicación oral y escrita de las ideas y razonamientos matemáticos. Así también, en la expresión crítica de los procedimientos matemáticos para la resolución de problemas.

- Competencia matemática y competencias básicas de ciencia y tecnología (CMCT), se desarrollará conforme a las actividades de la propuesta didáctica, será evidente que el desarrollo del pensamiento matemático está ligado a contenidos y procesos que posibilite la comprensión de funciones reales. Además, las representaciones gráficas con la ayuda de recursos tecnológicos, posibilitará a los estudiantes observar e identificar las características relevantes de la función de estudio.
- Competencia digital (CD), el estudiante utilizará herramientas tecnológicas para mejorar su aprendizaje, observará videos seleccionados por el profesor, construirá gráficas e interpretará sus elementos. Cabe mencionar, ésta competencia estará presente a lo largo de la propuesta didáctica, ya que *Flipped Classroom* permite integrar la tecnología en el proceso de enseñanza- aprendizaje.
- Aprender a aprender (CAA), los estudiantes tendrán un aprendizaje autónomo y demostrarán curiosidad por aprender los contenidos de estudio, ellos usarán recursos digitales y tendrán que aprender a manejarlos. Serán capaces de adaptarse a la “clase invertida”, es decir a un tipo de tareas en casa que incluye las tecnologías y en clase la resolución de dudas con el profesor. Por consiguiente, el estudiante tendrá la oportunidad de construir su propio conocimiento a partir de su aprendizaje y experiencias; una forma de organizar el tiempo para su propio aprendizaje.
- Competencia sociales y cívicas (CSC), se evidenciará en los trabajos colaborativos de interacción en la clase, los estudiantes demostrarán la sensibilidad social, ayuda y colaboración con sus compañeros, desarrollando habilidades y técnicas comunicativas; la competencia social estará enmarcada en la empatía, la satisfacción de compartir conocimientos con sus iguales y ayudar en el equipo de trabajo.
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEE), se encontrará presente en la iniciativa de los equipos de trabajo para transformar sus ideas en acciones, de tal forma puedan presentar un trabajo correcto; una innovación al aprendizaje, poner su originalidad y flexibilidad a la hora de aprender.
- Consciencia y expresiones culturales (CEC), los estudiantes al trabajar en equipos serán capaces de interactuar con personas de diferentes culturas, desarrollarán una comunicación basada en el respeto a la diversidad cultural para comprender sus diferencias y adaptarse a situaciones.

3.5. Contenidos

Los contenidos de la unidad didáctica corresponden al currículo básico para la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, establecido por el Real Decreto 1105/2014, 26 de diciembre. Matemática I para 1º Bachillerato-Bloque 3. Análisis. A continuación, detallo los contenidos, con los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje:

Tabla 1. Contenidos Matemática I. 1º Bachillerato- Bloque 3. Análisis.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
Funciones reales de variable real. Funciones básicas: polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto, raíz, trigonométricas exponenciales y logarítmicas. Operaciones y composición de funciones. Función inversa.	1. Identificar funciones elementales a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas. Representar gráficamente e interpretar y extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno que lo derivan.	1.1 Reconoce analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales. 1.2 Selecciona de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas. 1.3 Interpreta las propiedades de las funciones, comprobando los resultados con la ayuda de medios tecnológicos en actividades abstractas y problemas contextualizados.

Fuente: (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015).

3.6. Metodología

El método de enseñanza que se utiliza en la unidad didáctica es *Flipped Classroom*, su aplicación demuestra una forma de aprender mejor, ya que facilita los distintos ritmos de aprendizaje de los alumnos; algunos aprenden con mayor facilidad, mientras que otros requieren de más tiempo para comprender los contenidos de estudio.

El método se basa en llevar a casa los contenidos de estudio para un aprendizaje previo incluidas actividades individuales sencillas, luego, en clase el profesor aclara las dudas de sus alumnos acerca del tema de estudio. Además, se pone en práctica el trabajo colaborativo para desarrollar habilidades sociales con la interacción de unos a otros.

1. El docente se apoya del sitio web *YouTube* para seleccionar vídeos con el contenido de estudio, ajustándose a los objetivos y competencias que se pretende alcanzar y desarrollar en los estudiantes. Una vez seleccionado el material o video será entregado al estudiante para que lo revise en casa.
2. El alumno es el protagonista principal del proceso enseñanza aprendizaje. Por esta razón, la *Flipped Classroom* atribuye a los estudiantes la responsabilidad de revisar los contenidos teóricos en casa de acuerdo a propio ritmo de aprendizaje; ellos su vez, toman apuntes de la explicación digital y para comprobar que lo hayan revisado se pide resolver una actividad conforme al contenido.
3. El profesor es guía y facilitador del aprendizaje, resuelve las dudas de sus estudiantes e incluye actividades colaborativas para que consoliden su aprendizaje.
4. En el aula de clase, el profesor organiza los equipos de trabajo para que los estudiantes se desarrollen en ambientes colaborativos, compartiendo conocimientos y esfuerzos para realizar un buen trabajo y presentarlo en clase junto a su profesor.
5. El profesor atiende las necesidades individuales de sus alumnos de forma personalizada, tal es el caso de retroalimentar y reforzar la explicación del tema o volver a revisar el material que fue enviado a casa.
6. El profesor evalúa la actividad colaborativa de sus estudiantes mediante la rúbrica de evaluación donde se cumplan los objetivos y estándares de aprendizaje.
7. La clase invertida o *Flipped Classroom* permite incluir las TIC para facilitar el aprendizaje, el profesor debe organizar el material tecnológico para alcanzar resultados óptimos.

3.7. Temporalización

La unidad didáctica está constituida por ocho sesiones, cada sesión tiene dos partes principales: trabajo en casa (C) y trabajo en el aula de clase (A). El tiempo para el aprendizaje previo de los contenidos de estudio en casa varía entre los 15 y los 30 minutos, mientras que 45 minutos será el tiempo para el trabajo en el aula de clase con la orientación del profesor.

Tabla 2. Temporalización

Sesiones	Semanas 1								Semana 2							
	1		2		3		4		1		2		3		4	
	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A
Introducción a <i>Flipped Classroom</i> Noción intuitiva de función																
Conceptualización de función real de variable real.																
Representación de una función real en forma algebraica, por medio de tabla y gráfica.																
Características de las funciones.																
Funciones reales básicas.																
Aplicaciones de funciones reales.																
Operaciones y composición de funciones.																
Función inversa.																

Fuente: Elaboración propia

3.8. Recursos

Los recursos materiales favorecen a la comprensión de los aprendizajes, desarrollo de habilidades y competencias. La sociedad del siglo XXI usa las TIC como parte de su vida diaria, con ello la labor de profesor es la de insertar los recursos tecnológicos a sus clases, que resulta un desafío el manejo de herramientas web 2.0 (marcadores sociales, *YouTube*, *Slideshare*, blog, entre otros) pues, permiten consultar, compartir y crear documentos (Moya, 2013). Las TIC aplicadas a la enseñanza han generado contenidos educativos digitales como los videos educativos que favorecen la construcción y adquisición de conocimientos (Cacheiro, 2011).

Por esta razón, los recursos que se utiliza en la propuesta didáctica son: humanos, espaciales, materiales y tecnológicos. A continuación, presento una tabla con una breve descripción.

Tabla 3. Recursos de la Unidad Didáctica.

Humanos	Espaciales
<ul style="list-style-type: none">• Docente de la asignatura de matemática.• Estudiantes de Primer Curso de Bachillerato	<ul style="list-style-type: none">• Casa del estudiante.• Aula de clase en la Unidad Educativa.• Laboratorios de computación.
Materiales	Tecnológicos (TIC)
<ul style="list-style-type: none">• Pizarra• Instrumentos de escritura.• Cuaderno de la asignatura y apuntes.• Juego geométrico.	<ul style="list-style-type: none">• Computadora del docente y de los estudiantes.• Internet• Programa geogebra• Videos: sitio web <i>YouTube</i>.• Equipos de audio.• Proyector

Fuente. Elaboración propia

3.9. Actividades

La propuesta de intervención didáctica se desarrolla en 8 sesiones. El diseño de las actividades se basa en el método *Flipped Classroom* o clase invertida y el apoyo de las TIC; cada sesión contiene: un tema de estudio sobre las funciones reales de variable real, un objetivo, una breve descripción de los contenidos, las competencias clave, los recursos espaciales y materiales. Así también, se muestra la secuencia de aprendizaje establecido de la siguiente forma:

- Aprendizaje previo
- Aprendizaje individual
- Aprendizaje colaborativo
- Aprendizaje de clase


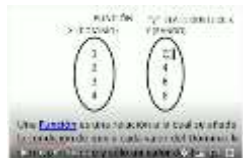
El estudiante trabajará el aprendizaje previo en casa, es decir, revisará y comprenderá los contenidos teóricos de estudio; el aprendizaje individual lo realizará mediante preguntas al profesor sobre lo que ya conoce del tema revisado; con ello, el profesor retroalimentará los conocimientos para encaminar un aprendizaje colaborativo.

El docente como guía y facilitador del proceso de enseñanza y aprendizaje, organizará los grupos heterogéneos de trabajo para la realización de la actividad colaborativa en clase, del igual modo, los estudiantes tendrán la oportunidad de desarrollar las competencias clave en un ambiente colaborativo.

Finalmente, cada actividad colaborativa será evaluada mediante una rúbrica de evaluación establecida en las tablas 12 a la 19, según corresponda. Conviene enfatizar, para aplicar las rúbricas de evaluación en cada una de las sesiones, los estudiantes deberán presentar su actividad de forma expositiva de modo que, el profesor fomenta el aprendizaje en clase, consolidando y reforzando algunos conceptos importantes del tema estudiado.



A continuación, veremos el desarrollo de las sesiones 1 a la 8, en las tablas 4 a la 11 respectivamente.

Tabla 4. Sesión 1. "Introducción a *Flipped Classroom* y la noción intuitiva de función".

Tema: Introducción a <i>Flipped Classroom</i> y la noción intuitiva de función.		
Objetivo. Comprender el método de <i>Flipped Classroom</i> y la noción intuitiva de función mediante la visualización de videos cortos.		
Contenidos: método de la clase invertida y una explicación de la noción intuitiva de función.		
Competencias clavel: los estudiantes trabajarán la competencia digital cuando usen la herramienta <i>pearltrees</i> . Asimismo, la competencia lingüística estará presente cuando los estudiantes expliquen con tus propias palabras el método de <i>Flipped Classroom</i> y la noción intuitiva de función.		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo.	<p>Ingresar al enlace de curación de contenidos <i>Pearltrees</i>. Revisa los videos acerca del tema, luego responde a las preguntas:</p> <p>Enlace: https://www.pearltrees.com/jeaneth050/introduccion-classroom/id32658045#l087 (Flippeando , 2016)</p> <p>¿Qué es el método de <i>Flipped Classroom</i>?, ¿cómo se trabaja en casa y en clase?, ¿qué se consigue con la clase invertida?</p> <p>Explica con tus propias palabras: ¿qué entiendes por función real? Escribe un ejemplo.</p> 
En clase (45min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes comunican sus dudas al profesor. El profesor responde a las dudas de los estudiantes.
	Aprendizaje Colaborativo	<ul style="list-style-type: none"> Crear una presentación con el tema clase invertida o <i>Flipped Classroom</i>. Crear una relación que sea función. Guiarse en el video (MClases, 2013) https://www.youtube.com/watch?v=N5HX4spFVaA 
	Aprendizaje de clase	Los estudiantes presentan el cuaderno de apuntes. Luego, se sortea los grupos para que expongan su trabajo grupal.
Recursos: proyector, computadoras, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: se calificará la actividad colaborativa sobre 10 puntos. Tabla 12.		



Fuente: Elaboración propia

Tabla 5. Sesión 2. "Conceptualización de función real de variable real".

Tema: Conceptualización de función real de variable real.		
Objetivo. Comprender el concepto de función real de variable real mediante su definición, relaciones en diagramas sagitales y bosquejos de gráficas en el plano cartesiano.		
Contenidos: conjunto de entrada y salida, relación, definición de función real de variable real.		
Competencia clave: cívica y social mediante la partición activa en la aplicación <i>Kahoot</i> .		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo	 <p>Revisar el video: https://www.youtube.com/watch?v=-YCr-fmS-Q (Arévalo, 2017).</p> <p>Responder las siguientes preguntas en el cuaderno.</p> <p>¿Toda función es una relación?, ¿toda relación es una función?, ¿cómo se define una función?, ¿es posible representar las relaciones en el plano cartesiano?</p>
En clase (45min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes comunican sus dudas al profesor. El profesor responde a las dudas de los estudiantes.
	Aprendizaje Colaborativo	<p>Usa la aplicación <i>Kahoot</i>, ingresar el PIN móvil para participar del juego de elaboración propia.</p> <p>https://play.kahoot.it/v2/?quizId=2c1de7a3-24e1-409d-b904-eeb01da56aee (Elaboración propia).</p> <p>El docente organiza los equipos de trabajo y da indicaciones de la actividad colaborativa.</p>  <ul style="list-style-type: none"> Crear un ejemplo de función real, relaciona variables de la vida diaria. Pueden guiarse en el video del aprendizaje previo (video en casa).
	Aprendizaje de clase	Los estudiantes presentan el cuaderno de apuntes. Luego, se sortea los grupos para que expongan su trabajo grupal.
Recursos: proyector, computador, celulares, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: se calificará la actividad colaborativa sobre 10 puntos. Tabla 13.		


Fuente. Elaboración propia

Tabla 6. Sesión 3. "Representación de una función real en forma algebraica, tabla y gráfica".

Tema: Representación de una función real en forma algebraica, tabla y gráfica.		
Objetivo: Comprender la representación de función mediante <i>Flipped Classroom</i> y las TIC.		
Contenidos: definición de una función real y sus formas de representación.		
Competencia clave: matemática y competencia de ciencia y tecnología mediante el razonamiento matemático en la comprensión de las formas de representación de una función y uso de la aplicación <i>Kahoot</i> .		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (15 min)	Aprendizaje previo	Ver el video de funciones (Angelitoons, 2016) en EDpuzzle y responder las preguntas propuestas. Tomar apuntes del tema de estudio.  https://edpuzzle.com/media/5ed847b0ee18553f8ff8c6ca
En clase (45min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes comunican sus dudas al profesor. El profesor aclara las dudas del video visto en casa y solicita mejoren los apuntes del tema.
	Aprendizaje Colaborativo	<ul style="list-style-type: none"> El docente incluye las TIC en el aula. Solicita a los estudiantes que se descarguen la aplicación <i>Kahoot</i> en sus celulares para ingresar un <i>Game PIN</i> y participar del juego funciones. Ingresar al enlace de elaboración propia: https://play.kahoot.it/v2/?quizId=3678e3fa-65b2-49b5-bb12-b1283963f362 El docente organiza los equipos de trabajo y pide realicen la tabla y gráfica de la función siguiente: Expresión algebraica, $f: X \rightarrow Y$; $f(x)=5-2x$ 
	Aprendizaje de clase	Los estudiantes presentan el cuaderno de apuntes. Luego, se sortea los grupos para que expongan su trabajo grupal.
Recursos: proyector, computador del docente, celulares, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: se calificará la actividad colaborativa sobre 10 puntos. Tabla 14.		



Fuente. Elaboración propia

Tabla 7. Sesión 4. "Características de la función real de variable real".

Tema: Características de las funciones reales de variable real.		
Objetivo: Identificar las características de las funciones reales.		
Contenidos: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, continua, monotonía, máximos y mínimos, prioridad y simetrías.		
Competencia clave: se trabaja la competencia digital con el manejo de geogebra.		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo	Revisar el video YouTube acerca de las características de una función real de variable real. https://www.youtube.com/watch?v=lsVEPSHxw30 (García, 2020). Realizar un organizador gráfico con las 8 características explicadas.
En clase (45 min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes presentan sus dudas al profesor. El profesor aclara todas las dudas de sus estudiantes.
	Aprendizaje Colaborativo	<p>El docente organiza los equipos de trabajo según el número de estudiantes y facilita una actividad grupal.</p>  <ul style="list-style-type: none"> Revisar el vídeo <i>YouTube</i>: https://www.youtube.com/watch?v=LW_RoAd1Viw&list=TLP_QMDQwNjlwMjD75dWfD716qg&index=1 (Montoya, 2014) Graficar la función siguiente en el programa geogebra, sigue las indicaciones del video y ubica con colores sus características posibles. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \rightarrow y = x^3 - 3x + 3$ Determinar las 8 características de la función.
	Aprendizaje de clase	El docente revisa el cuaderno de apuntes. Y sortea los grupos para que exponga su trabajo grupal. Finalmente, hace una reflexión en clase acerca de la actividad.
Recursos: proyector, computadoras, programa geogebra, cuaderno de apuntes, <i>flash memory</i> , pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: se calificará la actividad colaborativa sobre 10 puntos. Tabla 15.		



Fuente. Elaboración propia

Tabla 8. Sesión 5. "Funciones reales básicas".

Tema: Funciones reales básicas		
Objetivo: Conocer las algunas funciones reales con variable real básicas.		
Contenidos: Tipos de funciones reales de base real: función lineal, cuadrática (parábolas), cúbica, raíz, a trozos, exponencial, logarítmica y trigonométricas.		
Competencias clave: la competencia matemática y competencias básicas de ciencia y tecnología, a través del uso de geogebra y la herramienta colaborativa <i>linoit</i> .		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo	Revisar el video <i>YouTube</i> (Alfa Teorema, 2014). <i>EDpuzzle</i> : https://edpuzzle.com/media/5edd61c1f5a74e3f3da0bc1c 
En clase (45 min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes presentan sus dudas al profesor en base a sus conocimientos previos. El profesor aclara todas las dudas de sus estudiantes.
	Aprendizaje Colaborativo	<ul style="list-style-type: none"> Ingresa al siguiente enlace Linoit: http://linoit.com/users/jeanethoc/canvases/Tipos%20de%20funciones (Elaboración propia).  Graficar en geogebra las siguientes funciones racionales y determina el dominio y recorrido. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \rightarrow y = f: y = \frac{-2}{x^2 + 5x + 6}$ $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \rightarrow y = \frac{x+1}{x-1}$
	Aprendizaje de clase	<ul style="list-style-type: none"> Revisamos el trabajo colaborativo de los estudiantes. Para ello, el docente sortea los grupos a exponer.
Recursos: proyector, computadoras, internet, programa geogebra, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: Los alumnos presentaran su trabajo en geogebra y <i>linoit</i> . Tabla 16.		


Fuente. Elaboración propia

Tabla 9. Sesión 6. "Aplicaciones de funciones en la vida real".

Tema: Aplicaciones de funciones en la vida real.		
Objetivo: Conocer la aplicación de la función exponencial en la vida diaria.		
Contenidos: Tipos de funciones reales de base real: función lineal, cuadrática (parábolas), cúbica, raíz, a trozos, exponencial, logarítmica y trigonométricas.		
Competencias clave trabajadas: CD, CSC, CAA, CMCT, CL.		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo	<ul style="list-style-type: none"> Revisar el video de <i>YouTube</i> (Rojas, 2014). https://www.youtube.com/watch?v=dJf5Gw6M59g Responder las siguientes preguntas en el cuaderno de apuntes: <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuáles son los 4 pasos para resolver un problema? ¿Cómo reconocemos un problema de función exponencial? ¿De qué trata el problema y cuáles son las variables: independiente y dependiente de la función? 
En clase (45 min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes presentan sus dudas al profesor. El profesor aclara todas las dudas de sus estudiantes.
	Aprendizaje Colaborativo	<ul style="list-style-type: none"> El docente organiza los equipos de trabajo. Solicita realizar la actividad colaborativa en <i>linoit</i>, acerca de la aplicación de la función exponencial. http://linoit.com/users/jeanethoc/canvases/Aplicaciones%20de%20Funciones%20reales (Unnoba, 2015). 
	Aprendizaje de clase	<ul style="list-style-type: none"> El docente consolida los conocimientos con la revisión de los trabajos realizados en <i>linoit</i> y el cuaderno de apuntes. Para ello, sortea los grupos de exposición.
Recursos: proyector, computadoras, internet, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación. Tabla 17, se evaluará la actividad en la herramienta <i>linoit</i> . Sobre 10p.		



Fuente. Elaboración propia

Tabla 10. Sesión 7. "Operaciones y composición de funciones reales".

Tema: Operaciones y composición de funciones reales.		
Objetivo: Resolver operaciones y composición de funciones.		
Contenidos. Operaciones: suma, resta, multiplicación, división y composición de funciones reales de variable real.		
Competencias clave: está presente la competencia matemática y la competencia digital.		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo	Ver los videos <i>YouTube</i> . (MateFácil, 2016) https://www.youtube.com/watch?v=BO1QOMVTweM https://www.youtube.com/watch?v=jP1mSfUqpxw Resolver las operaciones con funciones que propone el video.
En clase (45min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> • Conversar los videos vistos en casa. • Los estudiantes comunican sus dudas al profesor. • El profesor responde a las dudas de los alumnos.
	Aprendizaje Colaborativo Los estudiantes trabajan la competencia digital y la competencia matemática en la resolución de problemas.	<ul style="list-style-type: none"> • El docente incluye las TIC en el aula. Trabaja con la aplicación <i>Kahoot</i> descargado en el móvil para participar del juego. Ingresar al enlace: https://play.kahoot.it/v2/?quizId=2aa4d38b-5f46-408f-bd87-714c33c74cff (Elaboración propia). • Realizar la actividad colaborativa contenida en la página de curación de contenidos Pearltrees.  https://www.pearltrees.com/jeaneth050/composicion-funciones-variable/id32637762 (MateFácil, 2015).
	Aprendizaje de clase	Los estudiantes presentan el trabajo colaborativo para que sea evaluado. Para ello, el docente guía el proceso.
Recursos: proyector, computador del docente, internet, celulares, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: se evalúa la actividad colaborativa sobre 10 puntos. Tabla 18.		

Fuente. Elaboración propia.

Tabla 11. Sesión 8. "Función inversa"

Tema: Función Inversa		
Objetivo: Graficar la función inversa de algunas funciones reales de variable real.		
Contenidos: definición de función inversa, su notación, ejercicios y gráficas.		
Competencias clave: aprender a aprender y la competencia matemática.		
Actividad	Aprendizaje	Descripción
En casa (20 min)	Aprendizaje previo	<p>Revisar el video de (Rodríguez, 2020).</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué es la función inversa?. Tomar apuntes de un ejemplo completo como halla la función inversa.  <p>https://www.youtube.com/watch?v=ch65_0QZSPg</p>
En clase (45min)	Aprendizaje individual	<ul style="list-style-type: none"> Conversar acerca del video: Definición y notación de una función inversa. El estudiante analiza el proceso para hallar la función inversa de una función real. Los estudiantes comunican sus dudas al profesor. El profesor responde a las dudas de los alumnos.
	Aprendizaje Colaborativo	<p>Ingresa al enlace de curación de contenidos (<i>Pearltrees</i>) de elaboración propia, para descargar la actividad colaborativa.</p>  <ul style="list-style-type: none"> Hallar la función inversa de las funciones reales y comprobar con el programa geogebra (guardar el archivo). <p>https://www.pearltrees.com/jeaneth050/funcion-inversa/id32656022#1526 (Elaboración propia).</p>
	Aprendizaje de clase	El docente consolida los conocimientos, evaluando el trabajo colaborativo. Sortea los grupos de exposición.
Recursos: proyector, computador, programa geogebra, cuaderno de apuntes, pizarra y marcadores.		
Rubrica de evaluación: se evalúa la actividad colaborativa sobre 10 puntos. Tabla 19.		

Fuente. Elaboración propia.

3.10.Evaluación

3.10.1. Evaluación y calificación

Las evaluaciones de los aprendizajes están dadas por tres tipos de evaluaciones:

- Evaluación diagnóstica
- Evaluación formativa
- Evaluación sumativa

La evaluación diagnóstica permite medir los competencias y conocimientos previos que posee el estudiante, a partir de ésta evaluación, podemos trabajar la unidad didáctica primero nivelando los conocimientos previos para abordar los nuevos aprendizajes.

La evaluación formativa, se caracteriza por ser continua; es decir, se evalúa durante todo el proceso de aprendizaje mediante actividades individuales o colaborativas, que permitan la formación personal y académica del estudiante.

La evaluación sumativa, es aquella donde podemos medir el alcance de los objetivos planteados en la unidad didáctica, esto significa, que a partir de ésta evaluación veremos los resultados en el rendimiento académico y las competencias que han desarrollado los estudiantes durante todo el proceso formativo e integral.

Es importante aclarar, antes de empezar el desarrollo de las 8 sesiones, los estudiantes deberán resolver la evaluación diagnóstica que se encuentra en el anexo 1. La evaluación formativa se realizará durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje, la calificación cuantitativa se verá reflejada en el desarrollo de las actividades colaborativas, las mismas que serán evaluadas mediante una rúbrica de evaluación equivalente a 10 puntos. Por último, la evaluación sumativa se verifica en el anexo 2.

A continuación, se detallan las tablas de las rúbricas de evaluación acerca las actividades colaborativas trabajadas en cada una de las sesiones de funciones reales. De igual forma, se visualiza los criterios a evaluar e indicadores: sobresaliente, notable, suficiente e insuficiente con su respectivo puntaje.

Tengamos presente que, para aplicar la rúbrica de evaluación, el docente empleará la estrategia de sortear la exposición del grupo de estudiantes. El grupo designado deberá presentar de forma oral el trabajo colaborativo de la sesión de funciones reales trabajada.

Tabla 12. Rúbrica de evaluación Sesión 1." Introducción a Flipped Classroom y noción del concepto de función".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Aporte individual	El estudiante es participante activo durante toda la actividad colaborativa.	El estudiante participa en ocasiones y colabora con sus compañeros	El estudiante comparte poco con sus compañeros, pero cumple la actividad.	El estudiante es participante pasivo durante toda la actividad colaborativa.
Trabajo <i>Power Point Flipped Classroom</i>	Proyectan un trabajo correcto, claro y con mucha creatividad.	El trabajo tiene frases incompletas.	Proyectan un trabajo escaso, carece de ideas principales del método FC.	No presenta las diapositivas.
Contenido matemático: ejemplo de noción de función real.	Comprenden la noción de función en base a la relación de los elementos entre dos conjuntos A y B.	Comprenden la noción de función, pero, hay errores numéricos en los conjuntos A y B.	El ejemplo carece de sentido, pero presentan el trabajo.	Los estudiantes no presentan el ejemplo de la noción de función.
Exposición grupal	Los estudiantes realizan la exposición, siguiendo la secuencia de las diapositivas.	Los estudiantes no siguen la secuencia de las diapositivas.	Los estudiantes presentan las diapositivas, pero no mencionan nada del material.	Los estudiantes no crearon las diapositivas del tema, por ende, no presentan.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13. Rúbrica de evaluación. Sesión 2. "Conceptualización de función real de variable real".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Aporte individual al trabajo grupal	El estudiante es participante activo en la colaboración grupal.	El estudiante demuestra responsabilidad con el grupo de trabajo, pero no participa activamente.	El estudiante realiza las actividades que le corresponden casi de forma aislada.	El estudiante no demostró responsabilidad en realizar la actividad colaborativa.
Contenido matemático Concepto de función real.	El grupo comprende perfectamente la definición de función real y son capaces de escribirla sin errores.	Los estudiantes comprenden la definición, pero tienen errores en escribir la expresión matemática.	Los estudiantes confunden que toda relación es una función, sin embargo, escriben la definición correctamente.	Los estudiantes no presentan la tabla de valores ni la gráfica de la función real.
Exposición grupal	El grupo presenta la creación del ejemplo de función y lo exponen de forma clara y precisa.	El grupo presenta el trabajo de forma fluida con pequeños fallos en el contenido matemático.	El grupo presenta el trabajo completo, pero carece de claridad y fluidez.	El grupo no presenta el trabajo grupal.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14. Rúbrica de evaluación. Sesión 3. "Representación de una función real con variable real".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Aporte individual al trabajo grupal	El estudiante demostró responsabilidad en realizar todas las actividades de forma colaborativa con sus compañeros.	El estudiante demostró responsabilidad en realizar algunas actividades de forma colaborativa con sus compañeros.	El estudiante realizó las actividades propuestas con poco interés colaborativo, casi de forma aislada.	El estudiante no demostró responsabilidad en realizar la actividad colaborativa.
Contenido matemático Tabla y la gráfica de la función real propuesta.	Los estudiantes presentan correctamente la tabla de valores y la gráfica de la función real.	Los estudiantes presentan la tabla de valores y la gráfica de la función real con errores matemáticos.	Los estudiantes presentan una de las dos cosas, bien sea solo la tabla de valores o la gráfica de la función real.	Los estudiantes no presentan la tabla de valores ni la gráfica de la función real.
Exposición grupal	El grupo presenta el trabajo de forma clara, fluida y correcta.	El grupo presenta el trabajo de forma fluida con pequeños fallos en el contenido matemático.	El grupo presenta el trabajo completo, pero carece de claridad y fluidez.	El grupo no presenta el trabajo grupal.

Fuente. Elaboración propia

Tabla 15. Rúbrica de evaluación. Sesión 4. "Características de las funciones reales de variable real".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Trabajo en geogebra	La función real es graficada correctamente en el programa geogebra, sigue las indicaciones del video, y adicional se muestra las características presentes en la gráfica.	La función real es graficada en el programa geogebra, se muestra algunas características de la función, sin embargo, no se visualiza la tabla de valores.	La función real es graficada en el programa geogebra no se muestra ni las características ni la tabla de valores.	Los estudiantes no revisaron el video, por lo tanto, no graficaron la función real en el programa geogebra.
Contenido matemático Características de la función real con variable real.	El grupo determinó las 8 características de la función real de forma clara y correcta.	El grupo determinó las 8 características de la función real con errores de contenido matemático.	El grupo determinó algunas características de la función real.	El grupo no presentó ninguna característica de la función.
Exposición grupal	Excelente coordinación grupal, sigue una secuencia lógica, es coherente la explicación.	Explicación completa, sin embargo, no sigue una secuencia lógica.	Coordinación grupal regular, la explicación tiene falencias conceptuales.	Mala coordinación grupal, es incomprensible la explicación.

Fuente. Elaboración propia

Tabla 16. Rúbrica de evaluación. Sesión 5. "Funciones reales básicas".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Trabajo en linoit	El grupo reconoce con exactitud el tipo de función real, su dominio y recorrido.	El grupo reconoce el tipo de función real, pero tienen dificultad en el dominio y recorrido.	Los estudiantes saben reconocer el tipo de función real, pero no el dominio ni recorrido de la función real.	Los estudiantes no reconocen el tipo de función real, el dominio ni recorrido.
Trabajo en geogebra	Logran graficar correctamente en el programa.	Tienen dificultad, pero logran graficar.	Requieren ayuda constante para graficar, pero lo logran.	No logran graficar la función en geogebra.
Contenido matemático Tipos de funciones reales.	El grupo escribe correctamente el dominio y recorrido de las funciones reales.	El grupo escribe con errores el dominio y recorrido de las funciones.	El grupo no utiliza el lenguaje matemático para escribir el dominio y rango.	El grupo no presenta el escrito del dominio y recorrido.
Exposición grupal	Presentación secuencial de forma clara y correcta.	Presentación con algunas dificultades de contenido matemático.	Presentación regular, comprenden el tema, pero no lo pueden explicar claramente.	Presentación desorganizada sin comprensión del tema.

Fuente. Elaboración propia

Tabla 17. Rúbrica de evaluación. Sesión 6. "Aplicaciones de funciones reales con variable real".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Responde las preguntas del aprendizaje previo. (cuaderno de apuntes)	El estudiante responde las preguntas de forma precisa y de acuerdo al contenido del video.	El estudiante responde las preguntas según su criterio personal, sin el fundamento del video.	El estudiante responde de forma incorrecta algunas preguntas, las demás son contestadas bien.	El estudiante no responde de forma correcta a ninguna pregunta.
Trabajo en linoit	Los estudiantes analizan el video y etiquetan la respuesta correcta en las preguntas 1 y 2. La 3, es comentada de forma razonada en base al documento PDF.	Los estudiantes responden las preguntas con ciertas dificultades en cuanto al contenido matemático. El comentario es expuesto en base al PDF.	Los estudiantes analizan el video, pero, no contestan correctamente las 2 primeras preguntas. La tercera si lo hacen.	Los estudiantes no analizan el video ni tampoco comentan en base al documento PDF.
Exposición grupal	Utilizan los términos matemáticos de forma correcta durante la presentación.	Los términos matemáticos son correctos, pero la lectura es incorrecta.	Los términos matemáticos tienen errores durante la presentación.	Los estudiantes no presentan el trabajo grupal.

Fuente. Elaboración propia

Tabla 18. Rúbrica de evaluación. Sesión 7. "Operaciones y composición de funciones reales".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Aporte individual	El estudiante es participante activo durante toda la actividad colaborativa.	El estudiante participa en ocasiones y colabora con sus compañeros	El estudiante comparte muy poco con sus compañeros pero cumple la actividad.	El estudiante es participante pasivo durante toda la actividad colaborativa.
Presentación del trabajo escrito	Presentan el trabajo limpio, hojas planas y con escritura clara.	El trabajo tiene dobles en sus hojas y su escritura no es muy clara.	El trabajo está arrugado con manchas y borrones.	No presenta el trabajo escrito.
Contenido matemático: operaciones y composición de funciones.	Resuelven las composiciones de funciones correctamente y escriben la respuesta sin equivocación.	Comprenden el proceso de la composición de funciones, pero, hay errores en cuanto a las respuestas.	Tienen dificultades en la composición de funciones y aciertan a la mayoría de las respuestas.	Todas las respuestas son incorrectas de la actividad.
Exposición grupal	La explicación matemática de los ejercicios es clara y correcta.	La explicación tiene secuencia lógica, pero cometen errores matemáticos.	La explicación no es clara, pero terminan por presentar todo el trabajo.	La explicación no es clara y no terminan la explicación de los ejemplos.

Fuente. Elaboración propia

Tabla 19. Rúbrica de evaluación. Sesión 8. "Función inversa".

Aspectos a calificar	Sobresaliente 10 p.	Notable 7.5p.	Suficiente 5p.	Insuficiente 0p.
Trabajo en geogebra	El grupo presenta el archivo geogebra con todas las funciones trabajadas y su comprobación.	El grupo presenta el archivo geogebra con algunas funciones trabajadas y su comprobación.	El grupo presenta el archivo geogebra con pocas o todas las funciones, pero, sin la comprobación.	El grupo no presenta el archivo geogebra con las funciones trabajadas y su comprobación.
Contenido matemático: función inversa	El grupo presenta el proceso adecuado para hallar la función inversa.	El grupo presenta el proceso incompleto para hallar la función inversa.	El grupo presenta el proceso incompleto y con errores para hallar la función inversa.	El grupo presenta todos los procesos con errores para hallar la función inversa.
Exposición grupal	Excelente coordinación grupal, sigue una secuencia lógica, es coherente la explicación.	Explicación completa, sin embargo, no sigue una secuencia lógica.	Coordinación grupal regular, la explicación tiene falencias conceptuales.	Mala coordinación grupal, es incomprensible la explicación.

Fuente. Elaboración propia

3.10.2. Evaluación de la propuesta

Para evaluar la propuesta de intervención didáctica se utiliza de la matriz FODA, ya que nos permite analizar y evaluar los factores internos: fortalezas y debilidades, así también, los factores externos como las oportunidades y amenazas detectadas en la propuesta.

La matriz FODA, contendrá las fortalezas entendidas como los aspectos positivos con los que cuenta la institución, las oportunidades, será aquello que podemos aprovechar en base a las fortalezas; las debilidades constituyen las carencias o aspectos negativos que posee el ámbito de desarrollo. Finalmente, las amenazas son factores de riesgo que pueden afectar al proceso.

A continuación (tabla 20) se detalla la matriz FODA de la propuesta de intervención didáctica, donde se visualiza las fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas de la enseñanza de funciones reales con el método *Flipped Classroom* y las TIC.

Tabla 20. FODA de la Propuesta de Intervención Didáctica.

Fortalezas	Oportunidades
<ul style="list-style-type: none">• Los estudiantes pueden trabajar de forma colaborativa para el desarrollo de las competencias clave en el aula.• Resulta motivador para integrar las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante del siglo XXI.	<ul style="list-style-type: none">• Ofrecer un tipo de enseñanza que facilite el aprendizaje significativo de los estudiantes.• Integra las TIC a las clases de matemáticas en el tema de funciones reales de variable real.
Debilidades	Amenazas
<ul style="list-style-type: none">• La falta de recursos tecnológicos e internet en el aula de clase.• Dificultad del manejo de tecnologías por parte de los docentes en línea de jubilación.• Poca predisposición de los estudiantes para trabajar en equipos de trabajo.	<ul style="list-style-type: none">• Falta de compromiso de los estudiantes en revisar los videos en casa para la correcta aplicación del método <i>Flipped Classroom</i>.• No contar con los recursos tecnológicos necesarios para mantener la aplicación del método <i>Flipped Classroom</i>.

Fuente. Elaboración propia

Tengamos presente que la evaluación general de la propuesta tendrá que ver siempre con el cumplimiento de los objetivos planteados, la labor docente como guía y facilitador del proceso enseñanza – aprendizaje y el compromiso del estudiante. A continuación, se plantea una rúbrica para evaluar la aplicación del método *Flipped Classroom* y las TIC en la enseñanza de funciones reales para estudiantes de 1^{er} Curso de Bachillerato.

Tabla 21. Evaluación. Enseñanza de las funciones reales con *Flipped Classroom* y las TIC.

Criterios a valorar	Nada	Poco	Bastante	Mucho
El método de enseñanza de la <i>Flipped Classroom</i> te ha facilitado revisar en casa los contenidos de estudio de acuerdo a tu propio ritmo de aprendizaje.				
<i>Flipped Classroom</i> te ha ayudado a subir tu rendimiento académico en el tema de funciones.				
Resulta motivador el uso herramientas tecnológicas para trabajar de forma colaborativa con tus compañeros de clase.				
La visualización de las gráficas de funciones reales te resulta más comprensible con el uso de Geogebra.				
Soy más participativo ahora que puedo aprender con <i>Flipped Classroom</i> y las TIC.				
Comprendo mejor las clases una vez que miro videos en casa y en clase aclaro mis dudas con el profesor.				
Soy más sociable y me gusta compartir con mis compañeros la realización de actividades.				

Fuente. Elaboración propia.

4. Conclusiones

- ✓ *Flipped Classroom* o clase invertida es un método ideal para suplir las necesidades educativas de los estudiantes del siglo XXI, ya que permite incorporar la tecnología al proceso de enseñanza y aprendizaje, con ello, se tienen mejores resultados para alcanzar los objetivos de aprendizaje en niveles según la *Taxonomía de Bloom*.
- ✓ El uso de las TIC en los centros educativos, se ha convertido en una necesidad, debido al estilo de vida de los estudiantes, ya que ellos conviven con el móvil, la computadora y *tablets* que, en su mayoría, tienen acceso a las redes sociales y a la información mediante internet.
- ✓ El TFM ha permitido analizar las dificultades que presentan los estudiantes en el tema de funciones con números reales y, buscar una solución mediante el diseño de actividades en 8 sesiones, con la finalidad de suplir las necesidades de los estudiantes, ofreciendo un material que aporte en la comprensión del concepto de función y la forma más adecuada de visualización de las gráficas a través del programa *geogebra*.
- ✓ La selección de los videos en YouTube proporciona un lenguaje y estilo de aprendizaje adecuado para comprender los contenidos de estudio, sin embargo; la creación y edición de los videos por parte del docente resultaría ideal para generar una mayor motivación en la aplicación de la *Flipped Classroom*.
- ✓ Las diferentes actividades de la Propuesta de Intervención Didáctica aportarán al docente un material útil para trabajar las funciones con números reales, ya que contiene enlaces realizados en *EDpuzzle*, *kahoot*, *linot*, *pearltrees*. Tengamos en cuenta que el sistema educativo está cambiando, que “aprender no significa saber cosas sino saber gestionar la información” (Tourón & Raúl, 2014).
- ✓ Las competencias clave, se han tomado en cuenta en cada una de las actividades de las ocho sesiones, en especial se ha trabajado con la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología para manejar la comprensión del razonamiento matemático y las expresiones de forma clara y precisa.
- ✓ Resulta esencial fomentar en los estudiantes el uso de las herramientas tecnológicas que contribuyan la aplicación de la *Flipped Classroom* en el estudio de funciones con números reales, asimismo favorezca el aprendizaje significativo a través del uso herramientas innovadoras.

- ✓ Las dificultades generales que presentan los estudiantes en el tema de funciones reales fueron analizadas en el marco teórico, donde se pudo apreciar que se encuentra en la comprensión del concepto y la visualización de la gráfica (López y Sosa, 2008). De ahí que, se usa la *Flipped Classroom* y el programa geogebra para dar solución a estas dificultades.
- ✓ La aplicación de la *Flipped Classroom* o clase invertida tiene ventajas y desventajas en el proceso de enseñanza y aprendizaje; ciertamente, es importante en la labor docente relacionar los objetivos de enseñanza con la *Taxonomía de Bloom*, de modo que, los estudiantes logren escalar los niveles de razonamiento, con la ayuda de las TIC para su formación integral y desarrollo cognitivo.
- ✓ Las TIC en la educación secundaria es un recurso necesario para mantener la motivación para los estudiantes del siglo XXI. Por ese motivo, la aplicación de la *Flipped Classroom* resulta viable para integrar las TIC al proceso educativo, de modo que, colabora al aprendizaje significativo del estudiante mediante el uso de la tecnología dentro y fuera del aula de clase.
- ✓ El programa geogebra en las actividades se incluye como recurso para graficar las funciones reales de variable real, usualmente, los estudiantes pueden ver la forma general de la gráfica, con ello, comprenden las características de la función y relación entre variables.
- ✓ La *Flipped Classroom* permite actividades colaborativas con un enfoque flexivo en el aula (Bergmann & Sams, 2014), permitiendo al docente atender las necesidades de aprendizaje de los alumnos.

5. Limitaciones y prospectiva

La Propuesta de Intervención Didáctica se puede aplicar en diferentes unidades educativas que cuenten con el equipo tecnológico adecuado, sin embargo, la mayoría de los centros educativos no cuentan con internet, proyectores y computadoras, que es lo más básico para aplicar la propuesta.

Para los docentes en línea de jubilación, sería un verdadero reto aplicar el método *Flipped Classroom* debido a la complejidad que demanda el método y la sobrecarga del trabajo docente para planificar, estructurar la estrategia de enseñanza y elaborar el material para las actividades colaborativas.

Los docentes pueden sentir temor en la aplicación del método de la clase invertida, ya que resulta nuevo en las aulas de clase por más innovador que parezca. Asimismo, la clase tradicional ha influenciado el comportamiento de los estudiantes y algunos de ellos, pueden rehusarse a trabajar de forma diferente a la tradicional; es decir, puede haber estudiantes dependiendo de su localidad que no acepten fácilmente el cambio, ya sea por diversas razones, factores sociales o culturales.

La capacitación docente acerca del uso de herramientas tecnológicas resulta limitada debido a los costos por cada curso, esto puede provocar desmotivación en los docentes y más aún en los estudiantes.

Resulta preocupante, la mayoría de herramientas digitales son pagadas y eso limita seguir innovando las clases de matemáticas. Es el caso, del *software Camtasia Studio* sirve para grabar y editar videos que resulta llamativo usarlo. Asimismo, la herramienta de gestión *Moodle* que es pagado y otros.

El TFM será aplicable en cualquier institución, orientado a Matemática I para 1^{er} Curso de Bachillerato. La Propuesta de Intervención Didáctica ofrecerá a los estudiantes la posibilidad de aprender con motivación a su propio ritmo de aprendizaje, mejorando significativamente el rendimiento académico en matemática. Así también, los docentes tendrán una base de actividades sobre las funciones reales con el método *Flipped Classroom* y apoyo en las TIC, convirtiéndose en un apoyo para su portafolio docente. En conclusión, el presente trabajo servirá de modelo o será el punto de partida para profundizar las dificultades que presentan los estudiantes en el estudio de funciones reales para buscar soluciones a ésta situación.

6. Referencias Bibliográficas

- Aguilera, C., Manzano, A., Martínez, I., Lozano, M., & Casiano, C. (2017). INFAD. Revista de Psicología. Asociación Nacional de Psicología Evolutiva y Educativa de la infancia, adolescencia y mayores. *El modelo Flipped Classroom*, 4(1), 261-266. Badajoz.
- Aguilera, R. C. ; Manzano, L. A. ; Martínez M. I. ; Lozano, S. M. y Casiano, C. (2017). El Modelo Flipped Classroom. *INFAD. Revista Psicológica*, 4(1), 261-266.
- Alfa Teorema. (2014). YouTube. Funciones reales de variable real. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=QNUdv7Fn76o&t=8s>
- Angelitoons. (2016). Las aventuras de Troncho y Poncho: Funciones. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=Xcv1eUdpob4>
- Arévalo, A. (01 de 12 de 2017). Atix Clases . *¿Funciones Matemáticas en la vida diaria?* Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=-YCr-fmS-Q>
- Barahona, F., Olga, C., Byron, V., & Hidalgo, B. (2015). Revista Tecnológica ESPOL. *GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil*, 18(5), 121-132. Riobamba, Ecuador.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2014). *Dale la vuelta a tu clase: leva tu clase a cada estudiante, en cualquier momento y cualquier lugar* (1 ed.). Madrid: Fundación Santa María - SM.
- Cacheiro, M. (2011). Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación. *Recursos Educativos TIC de información, colaboración y aprendizaje*(39), 69-81. Sevilla, España.
- Choque, R. (2009). Universidad Nacional Mayor de San Marcos . *Eficacia en el desarrollo de capacidades TIC en estudiantes de educación secundaria de Lima, Perú*(35), 5-20. Perú.
- Cotic, N. (2015). Formación de profesores y maestros. *Aula Invertida para transformar la clase de matemática*, 130-135. Buenos Aires, Argentina.
- Cruz, I., & Puentes, Á. (2012). edmetec. Revista de Educación Mediática y TIC. *Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica*, 1(2), 127-144. Colombia.
- Flippeando . (2016). YouTube. *¿ Qué es él flippedclassroom o clase invertida ?* Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=R16HT9oeg9I>

- Gálvez, A., & García, A. (2015). Vectores de la Pedagogía docente actual. *Uso del vídeo docente para la clase invertida: evaluación, ventajas e inconvenientes*, 423- 441.
- García, G. (05 de 03 de 2020). YouTube. *Características de una función*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=lsVEPSHxw30>
- Hitt, F. (2003). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. *Dificultades en el aprendizaje del cálculo*. Morelia.
- III Foro Iberoamericano de divulgación y cultura científica. (25 de 11 de 2017). *Markus Hohenwarter: La trayectoria de GeoGebra de los ordenadores de mesa a los smartphone*. Córdoba, España.
- López, C. J. y Sosa, M. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. (F. d. Yucatán, Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*(21), 308-318.
- MateFácil. (14 de 10 de 2015). YouTube. *Composición de funciones* . Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=BO1QOMVTweM>
- MateFácil. (2016). YouTube. *Operaciones con funciones (Suma, resta, multiplicación y división) (Ejemplo 1)*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=jP1mSfUqpxw>
- MClases. (2013). YouTube. *¿Qué es una función matemática?* Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=N5HX4spFVaA>
- Méndez, M. (03 de 12 de 2015). Centro del Profesorado Tenerife Sur. *La taxonomía de Bloom, una herramienta imprescindible para enseñar y aprender*. España.
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2018). *Clase Inversa*. Quito. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2018/07/modelo-didactico-clase-inversas.pdf>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (03 de 01 de 2015). Boletín oficial del estado. *Real Decreto 1105/2014, del 26 de diciembre*. España.
- Montoya, E. (07 de 09 de 2014). YouTube. *Gráfica de la función lineal con tabla*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=LW_RoAd1Viw&list=TLPQMDQwNjJwMjJlD75dWfD716qg&index=1

- Moya, M. (2013). Revista DIM. *De las TICs a las TACs: la importancia de crear contenidos educativos digitales*(27), 1-15.
- Perdomo, W. (2016). Estudio de evidencias de aprendizaje significativo. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*(55), 17.
- Prats, M., Simón, J., & Ojando, E. (2017). *Diseño y aplicación de la flipped classroom: Experiencias y orientaciones en educación primaria y en la formación inicial de maestros* (Primera ed.). Barcelona: GRAÓ, de IRIF,S.L.
- Real Pérez, M. (2013). Jornadas de Innovación docente. Facultad de Matemáticas. Universidad de Sevilla. *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje*, 1-13. España.
- Rojas, M. (2014). YouTube. Profe en C@sa. *Resolución de problemas con funciones exponenciales*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=dJf5Gw6M59g>
- Rodríguez, J., Romero, J., & Vergara, G. (2017). Revista Matemática de la Universidad del Atlántico. *Importancia de las TIC en enseñanza de las matemáticas.*, 4(2), 41-49. Colombia.
- Rodríguez, O. (04 de 05 de 2020). YouTube. Obtenido de Función inversa: ejemplos resueltos: https://www.youtube.com/watch?v=ch65_0QZSPg
- Ruíz, J. (2008). Universidad de Camagüey. *Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática*(47), 3-25. (I. C. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, Ed.) Cuba.
- Santiago, R., & Bergmann, J. (2018). *Aprender al revés: Flipped Learning 3.0 y metodologías activas en el aula*. España: PAIDÓS. Educación.
- Santiago, R., Díez, A., & Andía, L. (2017). *Flipped Classroom: 33 experiencias que ponen patas arriba el aprendizaje*. (1 ed.). Barcelona: UOC, S.L.
- Tourón, J., & Raúl, S. (2014). *The flipped classroom: Cómo convertir la escuela en un espacio de aprendizaje*. Digital-Text.
- Unnoba. (29 de 10 de 2015). YouTube. *Función exponencial: resolución de problemas*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=NonKn-kLVPC>

7. Anexos

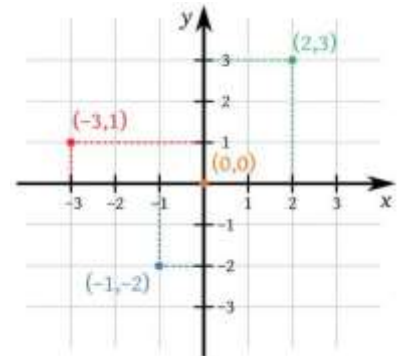
Anexo 1.

Evaluación Diagnóstica

Indicación: selecciona la respuesta correcta.

¿Cuál es el punto de coordenadas del cuadrante II?

- A. $(-3,1)$
- B. $(2,3)$
- C. $(-1,-2)$



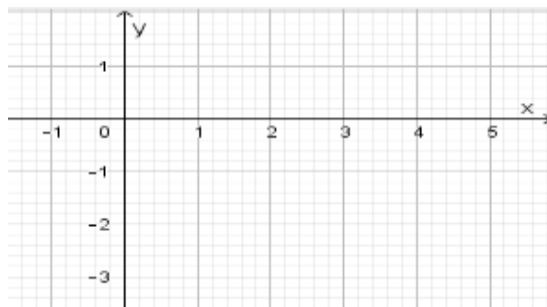
1. Despeja la variable x de la ecuación de 1^{er} grado:

Ecuación: $5x - 1 = 2x + 8$

- A. $x = 2$
- B. $x = 3$
- C. $x = 4$

2. Se propone la siguiente tabla de valores:

a) Grafica la recta a partir de los valores de la tabla.



x	y
1	-3
2	-2
3	-1
4	0
5	1

b) Determina la relación que existe entre los valores x e y . Escribe una ecuación que la represente.

Solución.

$$y = x - 4$$

Anexo 2.

Evaluación Sumativa

1. Lee el ejemplo y razona tu respuesta.

Para ingresar a la universidad Gaby y Luis, rindieron un examen de 100 preguntas. Ellos alcanzaron 55 y 85 preguntas correctas, respectivamente. La política de la universidad menciona, que si obtienen una calificación superior a 8 puntos serán admitidos. Para ello, la universidad usa ésta expresión funcional: $c: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $c(x) = \frac{x}{20} + 5$

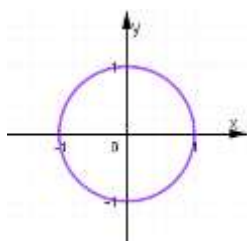
Donde, la calificación C se relaciona con el número de preguntas correctas x. ¿Ambos fueron admitidos a la universidad? Justifica tu respuesta.



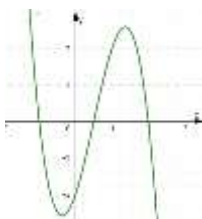
- A. Solo Gaby
- B. Solo Luis
- C. Ambos fueron admitidos a la universidad.

Justificación:

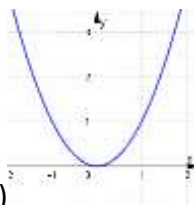
2. Identifica, ¿cuáles de las siguientes representaciones son la gráfica de una función?



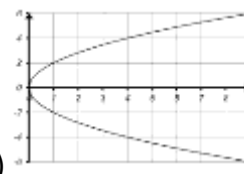
a)



b)



c)



d)

- A. Son funciones a y d
 - B. Son funciones b y c
 - C. Todas son funciones.
3. Analiza el contexto de la situación y selecciona las respuestas correctas.
- Durante un experimento cierta colonia de bacterias crece duplicando el número de individuos cada día. Si inicialmente tenemos 1000 bacterias.

a) Si la cantidad de bacterias (c) depende del tiempo transcurrido en días (t). ¿Cómo expreso la función $c: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; c(t)$?

A. $c(t) = 1000 \cdot 2^t$

B. $c(t) = 1000 \cdot t^2$

C. $c(t) = 2t + 1000$

b) ¿Cuántas bacterias habrá 4 días después?

A. 12000 bacterias

B. 14000 bacterias

C. 16000 bacterias

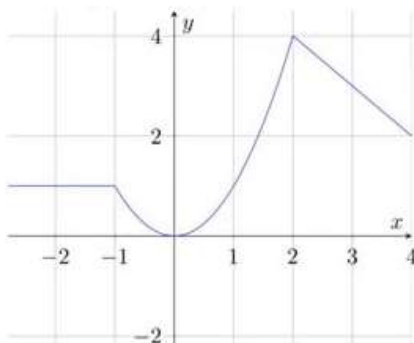
c) ¿Luego de cuántos días habrá 128000 bacterias en la colonia?

A. Luego de 4 días

B. Luego de 6 días

C. Luego de 7 días

Sea, $f: x \rightarrow f(x) = \begin{cases} 1, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2 \\ 6 - x, & x > 2 \end{cases}$; ¿cuál es dominio y recorrido de la función?

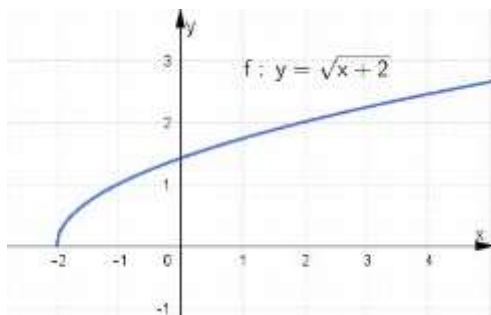


A. $Dom_f = x \in (+\infty; -\infty)$ y $R_f = y \in [4; +\infty)$

B. $Dom_f = x \in [4; -\infty)$ y $R_f = y \in \mathbb{R}$

C. $Dom_f = x \in \mathbb{R}$ y $R_f = y \in [4; -\infty)$

Sea la función, $g: x \rightarrow g(x) = \sqrt{x+2}$. ¿Cuál es la función inversa de $g(x)$?



A. $g^{-1}: x \rightarrow g^{-1}(x) = x^2 - 2$

B. $g^{-1}: x \rightarrow g^{-1}(x) = x^2 - 2$

C. $g^{-1}: x \rightarrow g^{-1}(x) = x^2 - 2$